

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Методичні вказівки
для практичних занять з дисципліни
ВИЩА МАТЕМАТИКА
(Розділ «Короткий курс повторення елементарної математики для
підготовки до 0-модуля»)
для студентів 1 року денної форми навчання
спеціальностей 101 Екологія, 242 Туризм

«Затверджено»
на засіданні групи забезпечення спеціальності 101 «Екологія»
Протокол № 1 від 30.09.2021 Голова групи [підпис] Чугай А.В.

«Затверджено»
на засіданні групи забезпечення спеціальності 242 «Туризм»
Протокол № 12 від 28.08.21 Голова групи [підпис] Губанова О.Р.

«Затверджено»
на засіданні кафедри вищої та прикладної математики
Протокол № 13 від 14.05.21 Зав. кафедри [підпис] Чушков О.В.

Одеса 2021

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Методичні вказівки

для практичних занять з дисципліни

ВИЩА МАТЕМАТИКА

**(Розділ «Короткий курс повторення елементарної математики для
підготовки до 0-модуля»)**

для студентів 1 року денної форми навчання

спеціальностей 101 Екологія, 242 Туризм

Одеса 2021

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Методичні вказівки

для практичних занять з дисципліни

ВИЩА МАТЕМАТИКА

**(Розділ «Короткий курс повторення елементарної математики для
підготовки до 0-модуля»)**

для студентів 1 року денної форми навчання

спеціальностей 101 Екологія, 242 Туризм

«Затверджено»
на засіданні групи забезпечення спеціальності 101 «Екологія»
Протокол № 1 від 3.09.21

«Затверджено»
на засіданні групи забезпечення спеціальності 242 «Туризм»
Протокол № 12 від 28.08.21

Одеса 2021

Методичні вказівки для практичних занять з дисципліни “Вища математика” (розділ «Короткий курс повторення елементарної математики для підготовки до 0-модуля») для студентів 1 року денної форми навчання спеціальностей 101 Екологія, 242 Туризм

Одеса, ОДЕКУ, 2021 р., 31 с., укр. мова.

Укладачі: Глушков О.В., д. ф.-м. н., проф., Чернякова Ю.Г., к. ф.-м. н., доц.

ЗМІСТ

I	ЗАГАЛЬНА ЧАСТИНА.....	6
1.1	Передмова.....	6
1.2	Зміст розділу.....	7
1.3	Перелік навчальної та методичної літератури.....	9
II	МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ.....	9
2.1	Загальні поради.	9
2.2	Методичні вказівки та загальні рекомендації студенту по роботі над розділом «Елементарна математика».....	10
2.4	Питання до самоперевірки.....	22
2.5	Типові приклади контрольних завдань	23

І ЗАГАЛЬНА ЧАСТИНА

1.1 Передмова

Вища математика належить до однієї з основних дисциплін фундаментального циклу, яка спрямована на вивчення основних положень лінійної алгебри, диференціального і інтегрального числення, теорії поля, числових та функціональних рядів, звичайних диференціальних рівнянь, теорії функції комплексної змінної, операційного числення, рівнянь математичної фізики та узагальнення можливостей практичного використання вивчених методів при вирішенні практичних задач у конкретній науково-практичній діяльності.

Мета вивчення дисципліни: забезпечити фундаментальне засвоєння теоретичних курсів з вищої математики, сприяти формуванню навичок у застосуванні відомих методів вищої математики в різних галузях, навичок творчого дослідження та математичного моделювання задач.

Загальний обсяг навчального процесу в годинах, рівнянь знань та вмінь при вивченні дисципліни визначаються освітньо-професійними програмами.

Завдання дисципліни «Вища математика – навчити студентів:

- використовувати вивчені методи при вирішуванні задач в практичній діяльності;
- аналізувати результати математичних обчислень.

Елементарна математика, з одного боку, є самостійною областю математики, з іншого – базою для вивчення вищої математики.

Елементарна математика – саме та дисципліна, яка розвиває у студента логічне мислення, здатність чітко виділяти цілі і шляхи розв’язку поставленої задачі.

Розділ «Елементарна математика» вивчається на першому курсі навчання і передбачає лекційні та практичні заняття та самостійну роботу студентів.

Вивчення розділу «Елементарна математика» потребує від студентів знання основ математики в обсязі програми курсу середньої школи.

В результаті вивчення розділу студент повинен знати матеріал в обсязі програми та вміти використовувати отримані знання при розв’язуванні задач відповідних розділів вищої математики.

Мета методичних вказівок - роз'яснити та допомогти студентам засвоїти основні поняття теоретичного курсу та навчити використовувати знання при розв'язанні задач даної дисципліни.

В результаті вивчення цього розділу студент повинен:

знати –

основні визначення, теореми, форми запису, правила виконання алгебраїчних дій, застосування у різних розділах вищої математики, фізики;

вміти –

1. Виконувати арифметичні дії над натуральними числами, десятковими і звичайними дробами та виконувати тотожні перетворення многочленів, алгебраїчних дробів, виразів, що містять степеневі, показникові, логарифмічні і тригонометричні функції.

2. Будувати графіки лінійної, квадратичної, степеневої, показникової, логарифмічної, тригонометричних та обернених тригонометричних функцій.

3. Розв'язувати рівняння і нерівності першого і другого степеня, та їх системи; розв'язувати найпростіші рівняння і нерівності, що містять степеневі, показникові, логарифмічні та тригонометричні функції.

4. Зображати геометричні фігури на площині і виконувати найпростіші побудови на площині.

5. Використовувати геометричні відомості при розв'язуванні алгебраїчних задач, а з алгебри і тригонометрії — при розв'язуванні геометричних задач.

використовувати теоретичні знання та навички при виконанні різноманітних практичних задач, правильно аналізувати результати математичних обчислень.

Обсяг вивчення розділу визначається силабусами, розробленими з урахуванням професійного спрямування потоків і окремих груп.

Вид контролю знань після вивчення розділу «Елементарна математика» – модульна контрольна робота, опитування.

1.2 Зміст розділу

Програма з елементарної математики складається з переліку основних математичних понять і фактів, якими повинен володіти студент (вміти правильно їх використовувати при розв'язанні задач, посилаючись на

них при доведенні теорем), переліку основних математичних вмінь та навичок, якими повинен володіти студент.

Мета та завдання даних методичних вказівок – допомогти засвоїти та повторити теоретичний матеріал та підготуватись до практичних занять за розділом «Елементарна математика» та до виконання модульної контрольної роботи після вивчення розділу.

ОСНОВНІ МАТЕМАТИЧНІ ПОНЯТТЯ, ФАКТИ

1. Тотожні перетворення алгебраїчних та числових виразів. Виконання арифметичних дій. Модуль числа.
2. Тотожні перетворення многочленів, алгебраїчних дробів, виразів, що містять степеневі, показникові, логарифмічні і тригонометричні функції.
3. Многочлени. Формули скороченого множення. Корінь многочлена (на прикладі квадратного тричлена). Квадратне рівняння $ax^2 + bx + c = 0$. Розкладання квадратного тричлена на лінійні множники.
4. Рівняння, нерівності та їх системи.
5. Степінь із натуральним і раціональним показником, основні властивості Арифметичний корінь, основні властивості.
6. Логарифми та їх властивості. Формули логарифма добутку, степеня, частки.
7. Поняття, способи задання, область визначення, область значень функції.
8. Означення, основні властивості та графіки функцій: степеневі $y = x^n$, $n \in R$ (зокрема $y = ax + b$, $y = \frac{k}{x}$, $y = ax^2 + bx + c$, $y = \sqrt{x}$), показникові $y = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$, $x \in R$ ($y = e^x$), логарифмічної $y = \log_a x$, $x > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$, тригонометричних: $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$, обернених тригонометричних.
9. Тригонометрія. Основні тригонометричні формули.
10. Похідні елементарних функцій.
11. Означення первісної. Невизначений і визначений інтеграл.
12. Зображення геометричних фігур на площині.
13. Трикутник. Медіана, бісектриса, висота трикутника, їх властивості. Види трикутників. Співвідношення між сторонами та кутами прямокутного трикутника. Чотирикутник: паралелограм, прямокутник, ромб, квадрат, трапеція. Коло і круг. Центр, діаметр, радіус, хорди, довжина дуги кола.

14. Формули площ геометричних фігур: трикутника, прямокутника, паралелограма, квадрата, ромба, трапеції. Площа круга й сектора.
15. Многогранники. Вершини, ребра, грані, діагоналі многогранника. Призма, піраміда, паралелепіпед. Площі поверхні та об'єму.
16. Тіла обертання: циліндр, конус, сфера, куля. Центр, діаметр, радіус сфери і кулі. Формули площі поверхні й об'єму.

1.3 Перелік навчальної та методичної літератури

1. Шкиль Н.И., Слєпкань З.И. Алгебра и начала анализа, 10-11 класс. – Киев, «Зодіак-Еко», 2002.
2. Погорелов А.В. Геометрия, 7-11 класс. – Москва, «Просвещение», 2004.
3. Бондаренко М.Ф. и др. Математика для поступающих в вузы: Учебное пособие – Харьков, 1999.
4. Алексеев В.М. Элементарная математика. Решение задач: Учебное пособие – М., Вища школа, 1998.
5. Вірченко Н.О., Ляшко І.І. Графіки елементарних функцій: Довідник – Київ, Наукова думка, 1996.

II МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

2.1 Загальні поради

Робота над навчальним матеріалом складається з наступних елементів: вивчення матеріалу на основі лекційних занять, рішення задач на практичних заняттях, самостійна робота, самоперевірка, виконання завдань модульного контролю. Студент може звертатися до викладача з питаннями для одержання письмової чи усної консультації. Завершальним етапом вивчення розділу є виконання модульної контрольної роботи.

У методичних вказівках наведено розв'язання типових завдань з поясненнями алгоритму рішень. На практичних заняттях та у модульній контрольній роботі розглядаються основні розділи елементарної математики і використовуються наступні рекомендації по розв'язанню завдань. Перелік завдань наведений у п. 2.5.

2.2 Методичні вказівки та загальні рекомендації студенту по роботі над розділом «Елементарна математика»

Література: [1], гл.ІІІ, §8, [2], гл.ХVІІ, §1-6, [3], гл.ІV, §1-3, вправи 1-6, 21-25, 38-42, 50-53, 59-62, 65-69, 73, 74, 83; §5,6,7, вправи 137, 138, 144-146, 150, 172, 176, 177; §9(2), вправи 264, 265, 268, 269, 271, [4], гл.ХІ, §1-5; гл.ХІІ, §1.

Довідковий матеріал та розв'язування типових завдань:

Приклад 1

Спростити:
$$\frac{a^2 - ac^2 + 2c^2 - 4}{a^2 + 2a + 2c^2 - c^4} - \frac{a^2 - 4a + 4}{a^2 + ac^2 - 2a - 2c^2}$$

Насамперед варто звернути увагу на формули скороченого множення.

1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; 2. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, 3. $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$;
4. $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$; 5. $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$.
6. $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$; 7. $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$.

Розв'язок. Перетворимо перший дріб:

$$\begin{aligned} \frac{a^2 - ac^2 + 2c^2 - 4}{a^2 + 2a + 2c^2 - c^4} &= \frac{(a^2 - 4) + (2c^2 - ac^2)}{(a^2 - c^4) + (2a + 2c^2)} = \frac{(a - 2)(a + 2) + c^2(2 - a)}{(a - c^2)(a + c^2) + 2(a + c^2)} = \\ &= \frac{(a - 2)(a + 2 - c^2)}{(a + c^2)(a - c^2 + 2)} = \frac{a - 2}{a + c^2} \end{aligned}$$

Виконаємо перетворення другого дробу:

$$\begin{aligned} \frac{a^2 - 4a + 4}{a^2 + ac^2 - 2a - 2c^2} &= \frac{(a - 2)^2}{(a^2 + ac^2) - (2a + 2c^2)} = \frac{(a - 2)^2}{a(a + c^2) - 2(a + c^2)} = \\ &= \frac{(a - 2)^2}{(a + c^2)(a - 2)} = \frac{a - 2}{a + c^2} \end{aligned}$$

Отже,
$$\frac{a - 2}{a + c^2} - \frac{a - 2}{a + c^2} = 0$$

Відповідь: 0.

Приклад 2. Розв'язати систему рівнянь

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$$

Розв'язок. Розв'язати систему лінійних рівнянь можна способом підстановки, який полягає в тому, що з будь-якого рівняння системи

виражають одне невідоме через інші невідомі, а потім підставляють значення цього невідомого в інші рівняння.

З першого рівняння виражаємо: $x = \frac{8-3y}{2}$.

Підставляємо цей вираз в друге рівняння та одержуємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} x = \frac{8-3y}{2} \\ 3 \cdot \frac{8-3y}{2} + 2y = 7 \end{cases};$$

З другого рівняння одержуємо $y = 2$. З урахуванням цього з першого рівняння $x = 1$.

Відповідь. (1; 2).

Приклад 3. Розв'язати рівняння $2x^2 + 5x - 1 = 0$.

Рівняння виду $ax^2 + bx + c = 0$, де a, b, c — деякі числа, $a \neq 0$; x — змінна, називається квадратним рівнянням. Для рішення квадратного рівняння слід обчислити дискримінант $D = b^2 - 4ac$.

Якщо $D = 0$, то квадратне рівняння має однакові корені: $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$.

Якщо $D > 0$, то квадратне рівняння має два різних корені:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}; \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}.$$

Якщо $D < 0$, то квадратне рівняння не має дійсних коренів.

Якщо один із коефіцієнтів b або c дорівнює нулю, то квадратне рівняння можна розв'язувати, не обчислюючи дискримінанта:

$$1) \quad b = 0; \quad c \neq 0; \quad \frac{c}{a} < 0;$$

$$2) \quad b \neq 0; \quad c = 0;$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$$

$$x_1 = 0; \quad x_2 = -\frac{b}{a}$$

За теоремою Вієта: якщо квадратне рівняння $ax^2 + bx + c = 0$ має корені x_1 і x_2 , то виконуються співвідношення

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

Розв'язок. Обчислимо дискримінант та корені рівняння:

$$D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 33 > 0;$$

$$x_1 = \frac{-5 + \sqrt{33}}{4}; x_2 = \frac{-5 - \sqrt{33}}{4}$$

Відповідь: $\frac{-5 \pm \sqrt{33}}{4}$.

Приклад 4.

Знайти корені рівняння $x^2 + 4x - 21 = 0$.

Розв'язок. Обчислимо дискримінант

$$D = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-21) = 16 + 84 = 100 > 0. \quad x_{1,2} = \frac{-4 \pm \sqrt{100}}{2}; x_1 = 3, x_2 = -7.$$

Відповідь: $x_1 = 3, x_2 = -7$.

Приклад 5. Скоротити дріб $\frac{x^2 + 5x - 6}{x^2 - 36}$.

Чисельник дробу містить квадратний тричлен. Квадратний тричлен (тричлен другого степеня) — це вираз виду :

$ax^2 + bx + c$, де a, b, c — дійсні числа, причому $a \neq 0$, а x — незалежна змінна.

Корінь квадратного тричлена — це значення x , при якому значення квадратного тричлена дорівнює нулю.

Дискримінантом квадратного тричлена називається дискримінант відповідного йому квадратного рівняння. Для квадратного тричлена $ax^2 + bx + c$, дискримінант $D = b^2 - 4ac$.

Часто виникає необхідність розкласти квадратний тричлен на лінійні множники. Якщо квадратний тричлен має розв'язки, то його можна розкласти на множники за формулою :

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2), \text{ де } x_1 \text{ і } x_2 \text{ — корені тричлена.}$$

Необхідність у розкладанні на лінійні множники квадратного тричлена виникає, наприклад, коли треба скоротити дробово-раціональний вираз, чисельник або знаменник якого містить квадратний тричлен. Щоб скоротити дріб, його чисельник і знаменник треба розкласти на множники.

Розкладемо на множники чисельник даного дробу, для чого знайдемо корені рівняння $x^2 + 5x - 6 = 0$. За теоремою Вієта знаходимо: $x_1 = -6, x_2 = 1$. Тоді маємо $x^2 + 5x - 6 = (x + 6)(x - 1)$.

Знаменник набуває вигляду $x^2 - 36 = (x - 6)(x + 6)$.

$$\frac{x^2 + 5x - 6}{x^2 - 36} = \frac{(x + 6)(x - 1)}{(x - 6)(x + 6)} = \frac{x - 1}{x - 6}.$$

Відповідь: $\frac{x+1}{x-6}$.

Приклад 6. Розв'язати рівняння

$$|x + 5| - |x - 3| = 8.$$

Щоб розв'язати рівняння, що містить змінну під знаком модуля, треба звільнитися від знаку модуля, використовуючи його означення:

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

На практиці:

- 1) знаходять критичні точки, тобто значення змінної, при яких вирази, що знаходяться під знаком модуля, обертаються в нуль;
- 2) розбивають область припустимих значень змінної на проміжки, на кожному з яких вирази, що знаходяться під знаком модуля, зберігають знак;
- 3) на кожному зі знайдених проміжків розв'язують рівняння без знака модуля.

Сукупність (об'єднання) рішень зазначених проміжків і складає всі рішення розглянутого рівняння.

Розв'язок. Знайдемо критичні точки:

$$\begin{aligned} x + 5 = 0 & \quad \text{чи} \quad x - 3 = 0; \\ x = -5 & \quad \text{чи} \quad x = 3. \end{aligned}$$

Розв'яжемо задачу на кожному проміжку:

- 1) $x < -5$, $-x - 5 - (-x + 3) = 8$, $-x - 5 + x - 3 = 8$; $-8 = 8$ — невірно. На розглянутому проміжку рішень немає.
- 2) $-5 \leq x < 3$, $x + 5 - (-x + 3) = 8$; $x + 5 + x - 3 = 8$; $2x = 6$; $x = 3$ (не входить у розглянутий проміжок).
- 3) $x \geq 3$, $x + 5 - (x - 3) = 8$; $x + 5 - x + 3 = 8$; $8 = 8$ — вірно. Рівняння виконується для всіх значень змінної x з розглянутого проміжку.

Відповідь: $[3; \infty)$.

Приклад 7. Розв'язати рівняння

$$\log_2(2x + 1) - \log_2 x = \log_4 64.$$

Логарифмом числа b за основою a називається показник степеня x , до якого слід піднести основу a , щоб одержати число b , де $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$:

$$\log_a b = x$$

Якщо основа дорівнює 10, то такий логарифм називається десятковим і позначається

$$\lg b = x$$

без вказання основи.

Якщо основа логарифма дорівнює числу e , то логарифм називається натуральним і записується

$$\ln b = x$$

Основна логарифмічна тотожність

$$b = a^{\log_a b}, \quad b > 0.$$

Властивості логарифму:

1. $\log_a a = 1$
2. $\log_a 1 = 0$
3. $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$
4. $\log_a (b / c) = \log_a b - \log_a c$
5. $\log_a x^p = p \cdot \log_a x$
6. $\log_a x = \log_b x / \log_b a$ (формула переходу до нової основи)
7. $\log_a b = 1 / \log_b a$
8. $\log_a a^\alpha b^\beta = (\alpha / \beta) \cdot \log_a b$

Найпростіше логарифмічне рівняння має вигляд:

$$\log_a x = b, \quad \text{де } a > 0; a \neq 1.$$

Область визначення $x > 0$, рівняння має рішення $x = a^b$.

Логарифмічне рівняння вигляду $\log_a f(x) = b$, де $a > 0; a \neq 1$, область припустимих значень x якого задається нерівністю $f(x) > 0$, еквівалентне рівнянню $f(x) = a^b$.

Логарифмічне рівняння вигляду $\log_a f(x) = \log_a \varphi(x)$, де $a > 0; a \neq 1$, має область припустимих значень x , що задаються системою нерівностей:

$$\begin{cases} f(x) > 0 \\ \varphi(x) > 0 \end{cases},$$

Дане рівняння еквівалентне рівнянню $f(x) = \varphi(x)$.

Розв'язок. Запишемо різницю логарифмів у лівій частині рівняння у вигляді логарифма частки, а праву частину спростимо:

$$\log_2 \frac{2x+1}{x} = 3.$$

Отримане рівняння еквівалентне рівнянню

$$\frac{2x+1}{x} = 2^3; \quad \frac{2x+1}{x} = 8$$

на області визначення вихідного рівняння, тобто на області припустимих значень x , що задається системою нерівностей:

$$\begin{cases} 2x+1 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{2} \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 0$$

Останнє рівняння легко розв'язати:

$$\frac{2x+1}{x} = 8; \quad 2x+1 = 8x; \quad 6x = 1; \quad x = \frac{1}{6}.$$

Відповідь: $1/6$.

Приклад 8. Обчислити $\operatorname{tg} \alpha$, якщо $\cos 2\alpha = -\frac{5}{13}$ і $\alpha \in \left(\pi; \frac{3}{2}\pi\right)$.

Співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1,$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}, \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}, \quad \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1,$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}, \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

Формули додавання:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta, \quad \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta,$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta, \quad \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta,$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}.$$

Формули кратних аргументів. Формули подвійного та половинного аргументів.

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha, \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1,$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}$$

Використовуючи формули подвійного аргументу, можна записати:

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}, \quad \cos \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \alpha}{2}}, \quad \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{1 + \cos \alpha}}.$$

Вибір знаків «+» чи «-» у цих формулах залежить від того, у якій чверті знаходиться кут $\frac{\alpha}{2}$.

Добуток тригонометричних функцій. Сума тригонометричних функцій:

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta));$$

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} (\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta));$$

$$\sin \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} (\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)).$$

Використовуючи формули перетворення добутку в суму, одержуємо:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}, \quad \operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cdot \cos \beta},$$

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2}, \quad \operatorname{ctg} \alpha \pm \operatorname{ctg} \beta = \frac{\sin(\beta \pm \alpha)}{\sin \alpha \cdot \sin \beta}.$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2}, \quad \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \sin \frac{\alpha - \beta}{2}.$$

Розв'язок. Якщо назвати кут 2α аргументом, то кут α варто назвати половинним аргументом. Скориставшись формулою $\cos 2\alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}$,

замість вихідного рівняння будемо мати: $\frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha} = -\frac{5}{13}$.

Звідси $\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{9}{4}$, тобто $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{2}$ чи $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{3}{2}$.

З урахуванням того, що $\alpha \in \left(\pi; \frac{3}{2}\pi\right)$, маємо $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{2} = 1,5$.

Відповідь: 1,5.

Приклад 9. Знайти область визначення функції

$$y = \sqrt{10x - 24 - x^2} + \sqrt{4 - x}.$$

Залежність між змінними x та y , в якій кожному значенню змінної x із деякої множини D відповідає єдине значення змінної y , називається функціональною залежністю, або функцією.

Змінну x називають аргументом даної функції, чи незалежною змінною. Змінну y називають функцією від x , чи залежною змінною.

Область визначення функції – це множина всіх значень змінної x , при яких функція має зміст.

З'ясуємо, як знайти область визначення деяких функцій, заданих формулою.

1. Якщо функція — многочлен, то вона існує при будь-яких значеннях аргумента, тобто її область визначення — всі дійсні числа.
2. Якщо функція задана формулою, яка містить аргумент у знаменнику дробу, то до області визначення функції входять всі дійсні числа, крім тих, які перетворюють знаменник в нуль.
3. Якщо функція задана формулою, яка містить арифметичний квадратний корінь, то до області її визначення входять всі дійсні числа, при яких підкореневий вираз набуває невід'ємних значень.

В даному прикладі функція має зміст, коли виконується умова

$$\begin{cases} 10x - 24 - x^2 \geq 0; \\ 4 - x \geq 0 \end{cases}$$

Знайдемо корені рівняння $10x - 24 - x^2 = 0$:

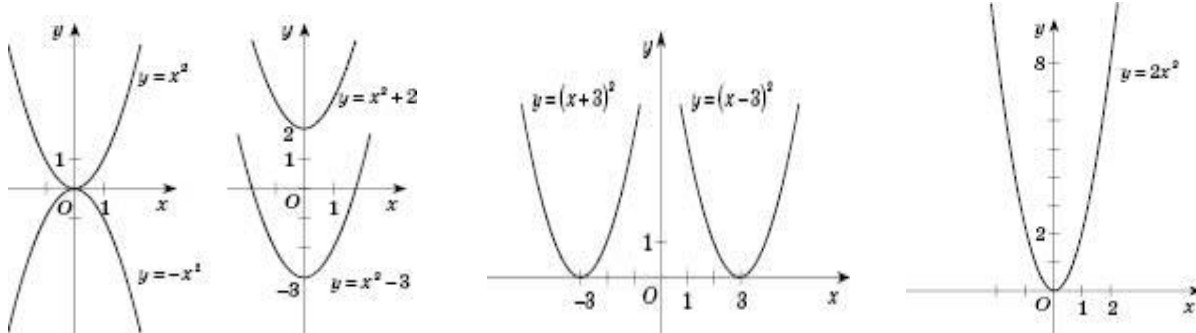
$$x^2 - 10x + 24 = 0; \quad x_1 = 6; \quad x_2 = 4.$$

Тоді $10x - 24 - x^2 \geq 0$ при $x \in [4, 6]$. Умова $4 - x \geq 0$ виконується при $x \leq 4$.

Маємо $\begin{cases} 4 \leq x \leq 6; \\ x \leq 4 \end{cases}$, тому $x = 4$ — єдина точка, яка входить в область визначення функції. **Відповідь:** 4.

Приклад 10. Побудувати графіки функцій:

а) $y = x^2 + 2$, $y = x^2 - 3$, $y = (x - 3)^2$, $y = (x + 3)^2$, $y = 2x^2$.



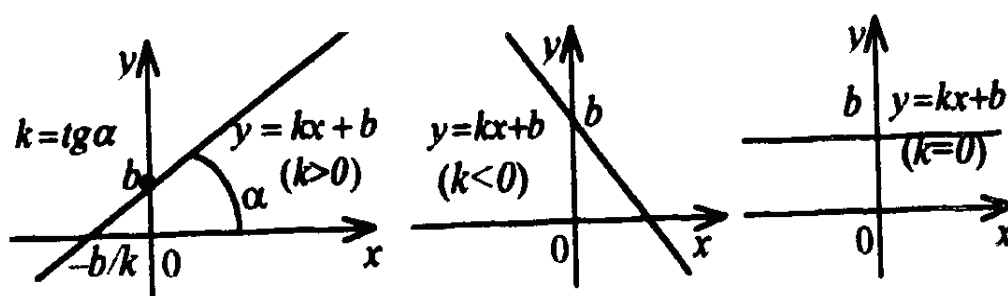
Щоб побудувати графік функції $y=kf(x)$, треба графік функції $y=f(x)$ розтягнути від осі x в k разів, якщо $k>1$, або стиснути його в k разів до осі x , якщо $0<k<1$.

Щоб отримати графік функції $y=f(x)+n$, треба графік функції $y=f(x)$ перенести на n одиниць в напрямі осі y , якщо $n>0$ або в протилежному напрямі, якщо $n<0$.

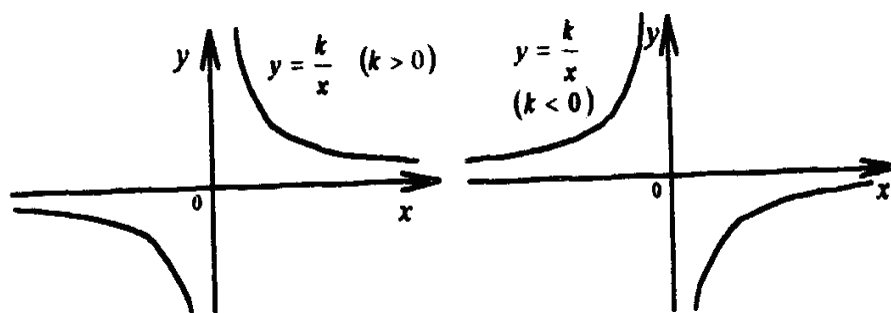
Щоб отримати графік функції $y=f(x-m)$, досить графік функції $y=f(x)$ перенести на m одиниць в напрямі осі x , якщо $m>0$ або на $-m$ одиниць в протилежному напрямі, якщо $m<0$.

Графік парної функції симетричний відносно осі y . Графік непарної функції симетричний відносно початку координат.

Лінійна функція. Лінійна функція задається формулою $y=kx+b$, де x – аргумент; k, b - константи. Її графік – пряма лінія.

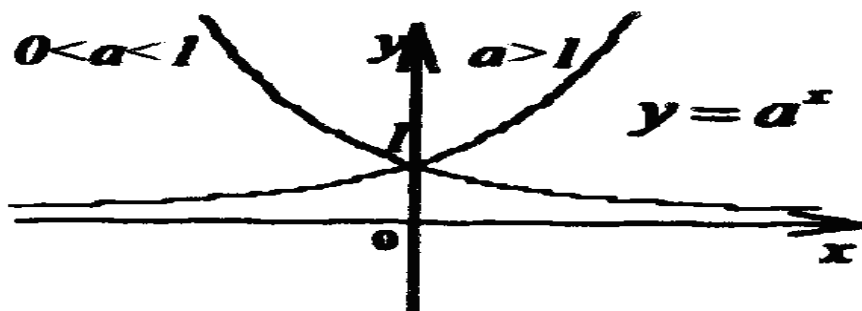


Обернена пропорційність $y=\frac{k}{x}$. Коли $k>0$, вітки цієї гіперболи розміщені в I і III чвертях координатної площини, коли $k<0$ – в II и IV чвертях. Область визначення функції $y=k/x$ множина $\mathbb{R}$ без числа 0, область значень – ця сама множина.



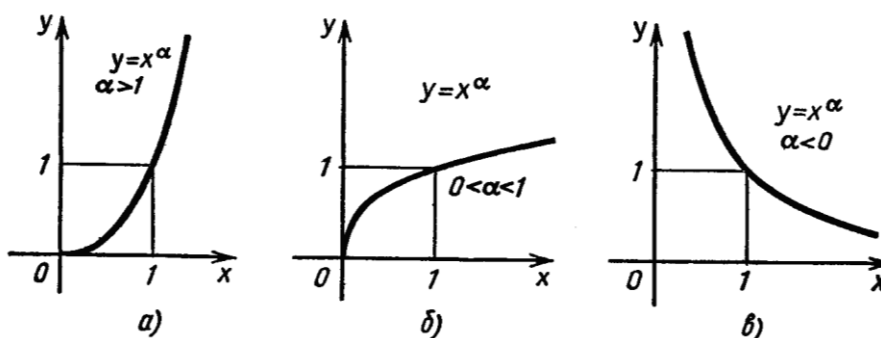
Квадратична функція. Квадратичною функцією називають функцію, задану формулою $y = ax^2 + bx + c$, де x – аргумент, a, b, c – сталі, $a \neq 0$.

Координати вершини параболи $\left(-\frac{b}{2a}; c - \frac{b^2}{4a}\right)$.

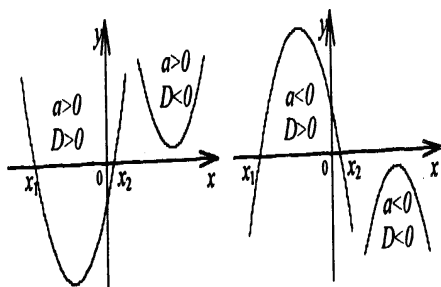


Форма і розташування параболи в системі координат повністю залежить від двох параметрів: коефіцієнта a при x^2 і дискримінанта D . Якщо $a > 0$, то вітки параболи направлені вгору, якщо $a < 0$, то вітки параболи направлені вниз.

Степенева функція $y = x^\alpha$, $x > 0$. Різні випадки показника степеня α показано на малюнках а), б), в). Область визначення $x > 0$, область значень $y > 0$.



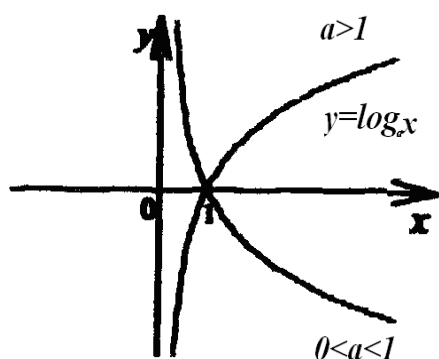
Показникова функція $y = a^x$ ($a > 0, a \neq 1$)



Область визначення $x \in \mathbb{R}$, область значень

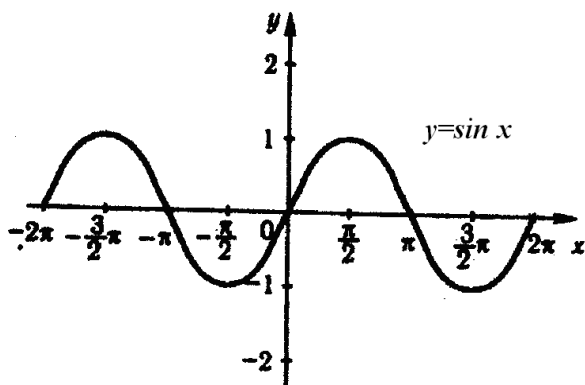
$y \in (0; +\infty)$.

Логарифмічна функція $y = \log_a x, x > 0 (a > 0, a \neq 1)$,

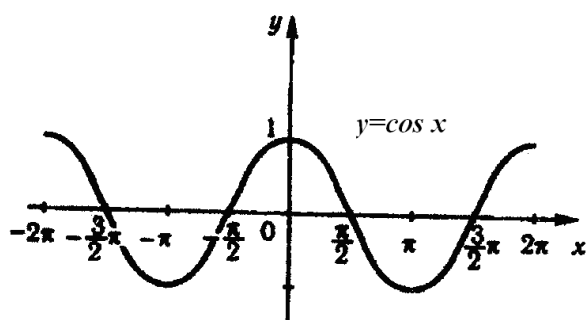


Область визначення $x \in (0; +\infty)$, область значень $y \in R$.

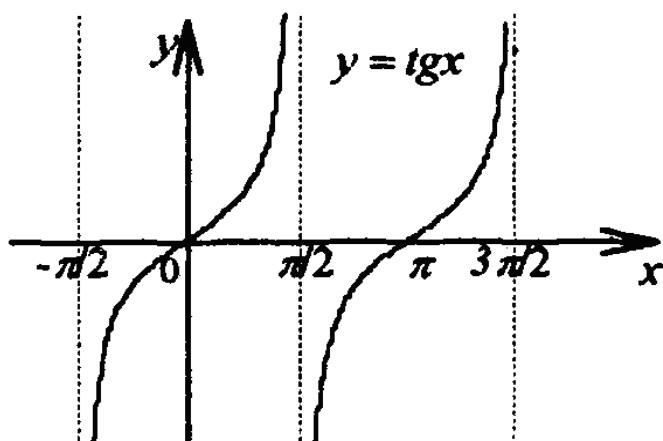
Тригонометричні функції. $y = \sin x, y = \cos x, y = \operatorname{tg} x, y = \operatorname{ctg} x$



Область визначення $x \in R$, область значень $y \in [-1; 1]$.
 $\sin(-x) = -\sin x$



Область визначення $x \in R$, область значень $y \in [-1; 1]$.
 $\cos(-x) = \cos x$

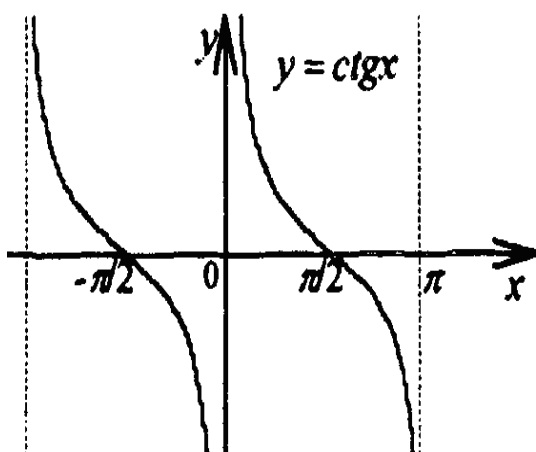


Область визначення

$$x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k \right), k \in Z$$

область значень $y \in R$.

$$\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$$



Область визначення

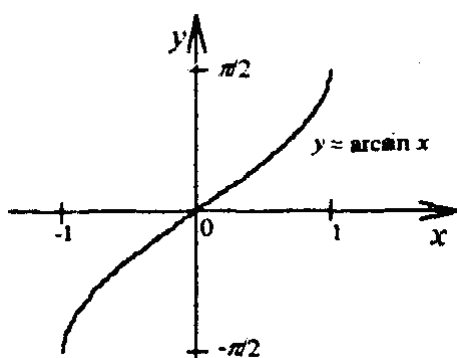
$$x \in (\pi k; \pi + \pi k), k \in \mathbb{Z},$$

область значень $y \in \mathbb{R}$.

$$\operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg}x$$

Обернені тригонометричні функції

$$y = \arcsin x$$

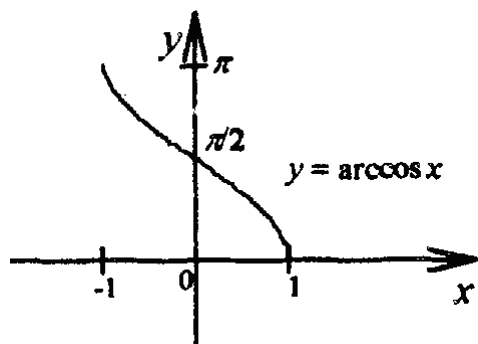


Область визначення $x \in [-1; 1]$, область

$$\text{значень } y \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right].$$

$$\arcsin(-x) = -\arcsin x$$

$$y = \arccos x$$

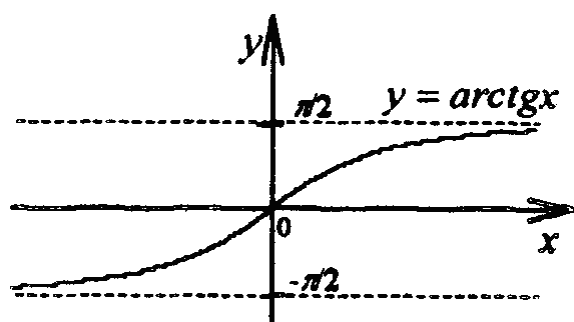


Область визначення $x \in [-1; 1]$, область

$$\text{значень } y \in [0; \pi].$$

$$\arccos(-x) = \pi - \arccos x$$

$$y = \operatorname{arctg} x$$

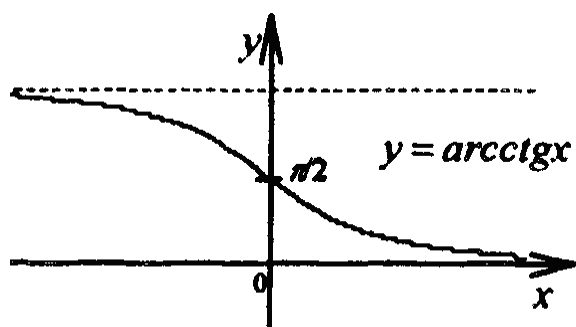


Область

визначення $x \in R$, область значень

$$y \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right).$$

$$\operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x$$



$$y = \operatorname{arcctg} x$$

Область визначення $x \in R$, область

значень $y \in (0; \pi)$.

$$\operatorname{arcctg}(-x) = \pi - \operatorname{arcctg} x$$

2.4 Питання для самоперевірки

1. Означення модуля числа.
2. Властивості алгебраїчних дробів.
3. Властивості степенів.
4. Формули скороченого множення.
5. Квадратне рівняння $ax^2 + bx + c = 0$. Розкладання квадратного тричлена на лінійні множники.
6. Методи розв'язання рівнянь.
7. Методи розв'язання нерівностей.
8. Арифметичний корінь, основні властивості.
9. Логарифми та їх властивості. Формули логарифма добутку, степеня, частки.
10. Поняття, способи задання, область визначення, область значень функції.
11. Означення, основні властивості та графіки степеневі $y = x^n$, $n \in R$ (зокрема $y = ax + b$, $y = \frac{k}{x}$, $y = ax^2 + bx + c$, $y = \sqrt{x}$) функції.

12. Означення, основні властивості та графіки показникової $y = a^x$, $x \in R$ ($y = e^x$), логарифмічної $y = \log_a x$, $x > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$ функції
13. Означення, основні властивості та графіки тригонометричних функцій: $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$, обернених тригонометричних.
14. Основні тригонометричні формули.
15. Похідні елементарних функцій.
16. Означення первісної. Невизначений і визначений інтеграл.
17. Зображення геометричних фігур на площині.
18. Трикутник. Медіана, бісектриса, висота трикутника, їх властивості. Види трикутників. Співвідношення між сторонами та кутами прямокутного трикутника.
19. Чотирикутник: паралелограм, прямокутник, ромб, квадрат, трапеція.
20. Коло і круг. Центр, діаметр, радіус, хорди, довжина дуги кола.
21. Формули площ геометричних фігур: трикутника, прямокутника, паралелограма, квадрата, ромба, трапеції. Площа круга й сектора.
22. Многогранники. Вершини, ребра, грані, діагоналі многогранника. Призма, піраміда, паралелепіпед. Площі поверхні та об'єму.
23. Тіла обертання: циліндр, конус, сфера, куля. Центр, діаметр, радіус сфери і кулі. Формули площі поверхні й об'єму.

2.5 Типові приклади контрольних завдань

Варіант 1

1. Спростити $n^3 \cdot (n^2)^6$.
2.
$$\begin{cases} x - y = 1, \\ 2x + 3y = 12. \end{cases}$$
3. Розв'язати рівняння $2x^2 - 5x + 2 = 0$.
4. Спростити $\frac{x^2 + 6x + 5}{x^2 - 25}$;
5. $\operatorname{tg} \alpha \cdot (1 - \sin^2 \alpha)$.
6. Знайти область визначення функції $y = \frac{1}{x+2} + \sqrt{x+2}$.
7. Обчислити $\log_7 196 - 2 \log_7 2$

Варіант 2

1. Спростити $(m^3)^4 \cdot m^5$.
2.
$$\begin{cases} x + y = 1, \\ 3x - 2y = 8. \end{cases}$$
3. Розв'язати рівняння $3x^2 - 10x + 3 = 0$.
4. Спростити $\frac{x^2 - 5x - 6}{x^2 - 12x + 36}$;
5. $1 + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$.
6. Знайти область визначення функції $y = \log_3(6 - 2x)$.
7. Обчислити $\log_2 24 - \log_2 3$.

Варіант 3

1. Спростити $\frac{a^3 \cdot a^4}{a^5}$.
2.
$$\begin{cases} x + y = 5, \\ 3x - y = 11. \end{cases}$$
3. Розв'язати рівняння $7x^2 - 9x + 2 = 0$.
4. Спростити $\frac{x^2 - 16}{x^2 - x - 12}$;
5. $\operatorname{ctg} \alpha \cdot (1 - \cos^2 \alpha)$.
6. Знайти область визначення функції $y = \frac{1}{\sqrt{5 - x}}$.
7. Обчислити $\log_6 3 + \log_6 12$.

Варіант 4

1. Спростити $\frac{b^4 \cdot b^7}{b^6}$.
2.
$$\begin{cases} x - y = 4, \\ 5x + y = 14. \end{cases}$$
3. Розв'язати рівняння $5x^2 - 7x + 2 = 0$.
4. Спростити $\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 8x + 16}$;
5. $1 - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$.
6. Знайти область визначення функції $y = \ln(2 - 2x)$.
7. Обчислити $\log_6 60 - \log_6 10$.

Варіант 5

1. Спростити $\frac{12x^5 \cdot y^2}{6x^4 y^8}$.
2. $\begin{cases} 5x - y = 1, \\ x + 3y = 5. \end{cases}$ 3. Розв'язати рівняння $2x^2 + 9x - 5 = 0$.
4. Спростити $\frac{x^2 + 7x + 6}{x^2 - 1}$; 5. $\cos^2 \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot \operatorname{ctg}^2 \alpha$.
6. Знайти область визначення функції $y = \sqrt{7 - x}$.
7. Обчислити $\log_3 18 + \log_3 \frac{1}{18}$.

Варіант 6

1. Спростити $\frac{4a^3 \cdot b^7}{8a^5 b^2}$.
2. $\begin{cases} 3y + x = 7, \\ y - 5x = 5. \end{cases}$ 3. Розв'язати рівняння $3x^2 - 11x - 4 = 0$.
4. Спростити $\frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 7x + 12}$; 5. $\sin \beta \cdot \operatorname{ctg} \beta - \cos \beta$.
6. Знайти область визначення функції $y = \log_5 (8 - 2x)$.
7. Обчислити $\log_2 5 + \log_2 \frac{8}{5}$.

Варіант 7

1. Спростити $\frac{7^4 \cdot 7^5}{7^7}$.
2. $\begin{cases} x + y = 7, \\ 5x - 2y = 14. \end{cases}$ 3. Розв'язати рівняння $4x^2 - 5x + 1 = 0$.
4. Спростити $\frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 16}$; 5. $\frac{1 - \cos^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha}$.
6. Знайти область визначення функції $y = \frac{3}{\sqrt{x - 2}}$.
7. Обчислити $\log_3 2 + \log_3 \frac{9}{2}$.

Варіант 8

1. Спростити $\frac{9^6 \cdot 9^4}{9^8}$.
2. $\begin{cases} x - y = 3, \\ 3x - 2y = 11. \end{cases}$ 3. Розв'язати рівняння $4x^2 - 3x - 1 = 0$.
4. Спростити $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 + 3x - 10}$;
5. $(1 - \sin \beta) \cdot (1 + \sin \beta) + (1 + \cos \beta) \cdot (1 - \cos \beta)$.
6. Знайти область визначення функції $y = \sqrt{x} + \frac{1}{x}$.
7. Обчислити $\log_5 45 - \log_5 9$.

Варіант 9

1. Спростити $(a^7)^4 \div a^{14}$.
2. $\begin{cases} x + y = 8, \\ 2x - y = 4. \end{cases}$ 3. Розв'язати рівняння $3x^2 - 10x + 7 = 0$.
4. Спростити $\frac{x^2 - 10x + 9}{x^2 - 2x + 1}$; 5. $\frac{(\sin \alpha + \cos \alpha)^2}{1 + \sin 2\alpha}$.
6. Знайти область визначення функції $y = \ln(8 - 4x)$.
7. Обчислити $\log_{0.3} 3 - \log_{0.3} 10$.

Варіант 10

1. Спростити $(x^6)^4 \div x^{12}$.
2. $\begin{cases} x - y = 7, \\ 3x + y = 9. \end{cases}$ 3. Розв'язати рівняння $2x^2 - 7x + 5 = 0$.
4. Спростити $\frac{x^2 - 16x + 64}{x^2 - 7x - 8}$; 5. $\cos^2 \alpha - 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cdot \cos^2 \frac{\alpha}{2}$.
6. Знайти область визначення функції $y = \sqrt{1 - x}$.
7. Обчислити $\log_2 12 + \log_2 3$.

Варіант 11

1. Спростити $\frac{a^2 \cdot a^6}{a^5}$.
2. $\begin{cases} 2x + 5y = 9, \\ 3x - 5y = 1. \end{cases}$ 3. Розв'язати рівняння $x^2 - 4x + 21 = 0$.
4. Спростити $\frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 - 25}$; 5. $\sin(-x) + \cos(-x) \cdot \operatorname{tg}(-x)$.
6. Знайти область визначення функції $y = \frac{5}{\sqrt{9-x}}$.
7. Обчислити $\log_5 45 - \log_5 9$.

Варіант 12

1. Спростити $\frac{b^5 \cdot b^4}{b^6}$.
2. $\begin{cases} 5x - 4y = 11, \\ 2x + 4y = 10. \end{cases}$ 3. Розв'язати рівняння $x^2 + 4x - 21 = 0$.
4. Спростити $\frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 - 4x - 12}$; 5. $\operatorname{ctg}(-x) \cdot \operatorname{tg}(-x) - \sin^2(-x)$.
6. Знайти область визначення функції $y = \lg(5x - 10)$.
7. Обчислити $\lg 40 - \lg 4$.

Варіант 13

1. Спростити $m^5 \cdot (m^2)^6$.
2. $\begin{cases} x - y = 2, \\ 2x + 3y = 19. \end{cases}$ 3. Розв'язати рівняння $6x^2 + x - 7 = 0$.
4. Спростити $\frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 - 9}$; 5. $\frac{(1 + \cos 2\alpha) \cdot \cos \alpha}{\sin \alpha}$.
6. Знайти область визначення функції $y = \sqrt{2x - 8}$.
7. Обчислити $\log_2 9 + \log_2 4$.

Варіант 14

1. Спростити $b^4 \cdot (b^3)^4$.
2.
$$\begin{cases} x + y = 6, \\ 3x - 2y = 8. \end{cases}$$
3. Розв'язати рівняння $5x^2 - x - 6 = 0$.
4. Спростити $\frac{x^2 - 8x + 16}{x^2 + x - 20}$;
5. $\frac{(1 + \cos 2\alpha) \cdot \sin \alpha}{\cos \alpha}$.
6. Знайти область визначення функції $y = \ln(4x)$.
7. Обчислити $\log_3 2 - \log_3 54$.

Варіант 15

1. Спростити $(6^4)^3 \div 6^{10}$.
2.
$$\begin{cases} x - y = 2, \\ 3x + 2y = 31. \end{cases}$$
3. Розв'язати рівняння $3x^2 - 7x - 6 = 0$.
4. Спростити $\frac{x^2 - 3x - 10}{x^2 + 4x + 4}$;
5. $\frac{\sin 4\alpha}{2 \sin 2\alpha}$.
6. Знайти область визначення функції $y = \sqrt{-2x + 4}$.
7. Обчислити $\log_5 175 - \log_5 7$.

Варіант 16

1. Спростити $(4^3)^5 \div 4^{12}$.
2.
$$\begin{cases} x - y = 3, \\ 2x + 3y = 21. \end{cases}$$
3. Розв'язати рівняння $2x^2 - x - 6 = 0$.
4. Спростити $\frac{x^2 - 5x - 14}{x^2 - 49}$;
5. $\frac{1}{\sin^2 \alpha} - \operatorname{ctg} \alpha$.
6. Знайти область визначення функції $y = \frac{1}{\sqrt{10x + 2}}$.
7. Обчислити $\lg 25 + \lg 4$.

Варіант 17

1. Спростити $n^3 \cdot (n^2)^6$.

2.
$$\begin{cases} x - y = 1, \\ 2x + 3y = 12. \end{cases}$$
 3. Розв'язати рівняння $2x^2 - 5x + 2 = 0$.

4. Спростити $\frac{x^2 + 6x + 5}{x^2 - 25}$; 5. $\operatorname{tg} \alpha \cdot (1 - \sin^2 \alpha)$.

6. Знайти область визначення функції $y = \frac{1}{x+2} + \sqrt{x+2}$.

7. Обчислити $\log_7 196 - 2 \log_7 2$.

Варіант 18

1. Спростити $(m^3)^4 \cdot m^5$.

2.
$$\begin{cases} x + y = 1, \\ 3x - 2y = 8. \end{cases}$$
 3. Розв'язати рівняння $3x^2 - 10x + 3 = 0$.

4. Спростити $\frac{x^2 - 5x - 6}{x^2 - 12x + 36}$; 5. $1 + \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$.

6. Знайти область визначення функції $y = \log_3 (6 - 2x)$.

7. Обчислити $\log_2 24 - \log_2 3$.

Варіант 19

1. Спростити $\frac{a^3 \cdot a^4}{a^5}$.

2.
$$\begin{cases} x + y = 5, \\ 3x - y = 11. \end{cases}$$
 3. Розв'язати рівняння $7x^2 - 9x + 2 = 0$.

4. Спростити $\frac{x^2 - 16}{x^2 - x - 12}$; 5. $\operatorname{ctg} \alpha \cdot (1 - \cos^2 \alpha)$.

6. Знайти область визначення функції $y = \frac{1}{\sqrt{5-x}}$.

7. Обчислити $\log_6 3 + \log_6 12$.

Варіант 20

1. Спростити $\frac{b^4 \cdot b^7}{b^6}$.
2. $\begin{cases} x - y = 4, \\ 5x + y = 14. \end{cases}$ 3. Розв'язати рівняння $5x^2 - 7x + 2 = 0$.
4. Спростити $\frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 8x + 16}$; 5. $1 - \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$.
6. Знайти область визначення функції $y = \ln(2 - 2x)$.
7. Обчислити $\log_6 60 - \log_6 10$.

Варіант 21

1. Спростити $\frac{12x^5 \cdot y^2}{6x^4 y^8}$.
2. $\begin{cases} 5x - y = 1, \\ x + 3y = 5. \end{cases}$ 3. Розв'язати рівняння $2x^2 + 9x - 5 = 0$.
4. Спростити $\frac{x^2 + 7x + 6}{x^2 - 1}$; 5. $\cos^2 \alpha \cdot \operatorname{tg}^2 \alpha + \sin^2 \alpha \cdot \operatorname{ctg}^2 \alpha$.
6. Знайти область визначення функції $y = \sqrt{7 - x}$.
7. Обчислити $\log_3 18 + \log_3 \frac{1}{18}$.

Варіант 22

1. Спростити $\frac{4a^3 \cdot b^7}{8a^5 b^2}$.
2. $\begin{cases} 3y + x = 7, \\ y - 5x = 5. \end{cases}$ 3. Розв'язати рівняння $3x^2 - 11x - 4 = 0$.
4. Спростити $\frac{x^2 - 6x + 9}{x^2 - 7x + 12}$; 5. $\sin \beta \cdot \operatorname{ctg} \beta - \cos \beta$.
6. Знайти область визначення функції $y = \log_5(8 - 2x)$.
7. Обчислити $\log_2 5 + \log_2 \frac{8}{5}$.

Варіант 23

1. Спростити $\frac{7^4 \cdot 7^5}{7^7}$.

2.
$$\begin{cases} x + y = 7, \\ 5x - 2y = 14. \end{cases}$$

3. Розв'язати рівняння $4x^2 - 5x + 1 = 0$.

4. Спростити $\frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 16}$; 5. $\frac{1 - \cos^2 \alpha}{1 - \sin^2 \alpha}$.

6. Знайти область визначення функції $y = \frac{3}{\sqrt{x-2}}$.

7. Обчислити $\log_3 2 + \log_3 \frac{9}{2}$.

Варіант 24

1. Спростити $\frac{9^6 \cdot 9^4}{9^8}$.

2.
$$\begin{cases} x - y = 3, \\ 3x - 2y = 11. \end{cases}$$

3. Розв'язати рівняння $4x^2 - 3x - 1 = 0$.

4. Спростити $\frac{x^2 - 4x + 4}{x^2 + 3x - 10}$.

5. $(1 - \sin \beta) \cdot (1 + \sin \beta) + (1 + \cos \beta) \cdot (1 - \cos \beta)$.

6. Знайти область визначення функції $y = \sqrt{x} + \frac{1}{x}$.

7. Обчислити $\log_5 45 - \log_5 9$.