

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет природоохоронний
Кафедра загальної та
теоретичної фізики

Кваліфікаційна робота бакалавра

на тему: Бі-дисперсні мікро механічні (гранульовані) суміші із
маніпулюємими властивостями в задачах захисту довкілля

Виконав студент групи ТЗ-42і
спеціальності 183 «Технології
захисту навколишнього
середовища»

Головко Олександр Васильович

Керівник д.ф.-м. н., професор
Герасимов Олег Іванович

Рецензент д.ф.-м.н., професор

Калінчак Валерій Володимирович

Одеса 2021

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет природоохоронний

Кафедра загальної та теоретичної фізики

Рівень вищої освіти бакалавр

Спеціальність Напрямок підготовки 183 «Технології захисту навколишнього середовища» (шифр і назва)

ЗАТВЕРДЖУЮ

**Завідувач кафедри загальної та теоретичної фізики,
професор Герасимов О.І.**

“05”_травня_2021_року

З А В Д А Н Н Я

НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ БАКАЛАВРА

студенту(ці) Головко Олександр Васильовичу

(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи Бі-дисперсні мікро механічні (гранульовані) суміші із маніпулюємими властивостями в задачах захисту довкілля

керівник роботи Герасимов Олег Іванович д.ф-м.н, проф.

(прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)

затверджені наказом ОДЕКУ від “_18_” грудня 2020 року №_254 – «С»_

2.Строк подання студентом роботи 14.06.2021

3. Вихідні дані до роботи _____

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити)

1. Детально проаналізувати властивості гранульованих матеріалів, експериментальні дослідження та їх застосування у захисті навколишнього середовища.

2. Провести аналіз впливу примусової сегрегації в дво компонентних сумішах

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень)

Рис.1.1 – Величина парціального структурного фактора $S_{12}(0)$ бінарної суміші, в залежності від об'ємної частки дрібної компоненти (f), розрахованого за формулою (11) із використанням експериментальних даних отриманих в [6].

Рис.1.2 – Параметр впакування (η) для суміші, як функція (f): (-) – теоретична апроксимація в рамках побудованого теоретичного підходу; (o) – експериментальні дані. Рис. 2.1. Приклади гранульованих сумішей з примусово сегрегацією. Великі частинки показані рожевим кольором, а дрібні - жовтим. Для сегрегованого випадку спостерігається більший уявний об'єм, ніж для однорідного (1). Великі частинки можуть бути поміщені в верхню частину (2,3) гранульовані купи або дрібні частинки в нижню частину (4), щоб змусити існувати сегрегованого фазу. На малюнках 2 і 3 використовуються символи для відрізнення різних випадків.

Рис. 2.2. Три типові криві ущільнення для $\alpha \approx 9$ і $f = 0,5$. Чорні криві відповідають підгонці з використанням логарифмічного закону

Рис. 2.3. Асимптотична частка упаковки η_{∞} як функція об'ємної частки дрібних частинок f для різних раметрів p і b .

6. Консультанти розділів роботи

7. Дата видачі завдання _____ 05.05.2021_р. _____

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів кваліфікаційної роботи	Термін виконання етапів роботи	Оцінка виконання етапу	
			у %	за 4-х бальною шкалою
1	Огляд базових літературних джерел за темою дипломного проекту	04.05.- 06.05.21	90	5 (відмінно)
2	Узагальнення основних теоретичних положень проекту	07.05.- 10.05.21	90	5 (відмінно)
3	Рубіжна атестація	11- 15.05.21р	90	5 (відмінно)
4	Узагальнення отриманих результатів. Оформлення електронної версії роботи. Перевірка на плагіат. Складання протоколу та авторського договору	16.05- 31.05.21	90	5 (відмінно)
		01.06.21		
5	Підготовка паперової версії і презентаційного матеріалу до процедури предзахисту. Внесення коректив. Рецензування роботи. Підготовка до публічного захисту.	02.06- 17.06.21	90	5 (відмінно)
	Інтегральна оцінка виконання етапів календарного плану (як середня по етапам)		90	5 (відмінно)

Студент _____ Головко О.В.

(підпис)

(прізвище та ініціали)

Керівник роботи _____ Герасимов О.І.

(підпис)

(прізвище та ініціали)

АНОТАЦІЯ

Головко О. В. Бі-дисперсні мікро механічні (гранульовані) суміші із маніпулюємими властивостями в задачах захисту довкілля

Мета Спираючись на апарат теорії Кірквуда-Баффа, модельні рівняння стану та данні аналізу експериментальних даних з вивчення макроскопічних параметрів бі-дисперсної мікро-механічної суміші збудувати теоретичний алгоритм опису та параметризації їх фізико-механічних характеристик в термінах зв'язків її макроскопічних та парціальних властивостей в залежності від об'ємної (або молярної) фракції одного з компонентів.

Запропонувати збудований підхід до використання у практиці для параметризації властивостей двохкомпонентних гранульованих матеріалів з метою оптимізації технологічних процесів в яких вони використовуються (зокрема, в конструкціях гранульованих захисних екранів, в конструкціях будівельних споруд, тощо).

Об'єкт дослідження. В роботі вивчається модель для опису стисливості і компактизації бі-компонентної гранульованої суміші із використанням елементів статистичної та молекулярної фізики. На цьому шляху вдається сконструювати рівняння для визначення стисливості у замкненому вигляді із самоузгодженим визначенням парціальних параметрів в термінах компактизації. Такий підхід дозволяє не тільки описати залежність стисливості від мольної фракції, але й оцінити роль яку в розчині відіграє фактор компактизації (впакування). Отримані теоретичні результати у застосуванні до конкретних бінарних розчинів добре узгоджуються із відповідними експериментальними дослідженнями при довільних значеннях мольної, чи об'ємної фракції виділеного компонента. Запропоновано поширити такий підхід на системи, в яких практично відсутня далеко діюча взаємодія проміж частинками, такими наприклад, є конгломерації мікро-механічних частинок .

Методи дослідження. Моделі гранульованих бі-компонентних сумішей. Методи теоретичної статистичної фізики, зокрема теорія Кірквуда-Баффа. Модельні рівняння стану для модельних сумішей твердих кульок типу Карнахана-Старлінга. Феноменологічна інформація про динаміку ущільнення простих гранульованих сумішей.

Робота містить:

Сторінок- 37

Рисунків- 5

Літературних посилань- 52

Ключові слова: гранульовані матеріали, вібростенд, частота, захисні гранульовані екрани, гранульована бі-компонентна суміш, теорія Кірквуда-Баффа, впакування, ущільнення, модель Карнахана-Старлінга, сегерація.

ЗМІСТ

ВСТУП	8
1 МЕТОД ДОСЛІДЖЕННЯ, ГРАНУЛЬОВАНИХ МАТЕРІАЛІВ ЇХ ВЛАСТИВОСТІ ТА ПОННЯТТЯ СЕГРИГАЦІЇ	15
2 СЕГРЕГАЦІЯ В БІНАРНИХ ГРАНУЛЬОВАНИХ СУМІШАХ	27
ВИСНОВКИ	31
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ.....	33

ВСТУП

Гранульовані і порошкові системи повсюдно зустрічаються в природі. Їх особливості поведінки тісно пов'язані з часткою упаковки η , яка представляє собою відношення між істинним об'ємом V і уявним об'ємом V гранульованого агрегату. Дійсно, порожнечі, залишені зернами, дозволяють перебудувати структуру таким чином, що η викликає як плинність, так і застреваніє. Тому збільшення частки упаковки в гранульованій середовищі представляє великий інтерес в декількох областях застосування, таких як будівництво, фармацевтична промисловість і багато інших області, де порошками маніпулюють. Гранульовані матеріали є нерівноважними системами. Отже, якщо насипати гранульований матеріал в приймач, виміряна частка упаковки відповідає метастабільному стану.

Одна з традиційно актуальних проблем теоретичного базису виробництва і технологій - це опис, параметризація та прогнозування властивостей суміші в залежності від параметрів компонентів, які утворюють суміш. Та сама проблема належить також і до актуальних напрямів досліджень із статистичної фізики. Останнім часом методи статистичної фізики почали застосовувати до опису та моделювання окремих властивостей мікро-механічних систем – гранульованих матеріалів (ГМ), які використовуються в багатьох технологічних галузях. Однією із найсуттєвіших проблем, які заважають ефективному використанню ГМ, наприклад у будівельній промисловості є складність забезпечення їх максимального ущільнення для підвищення ефективності їх практичного застосування. На цьому шляху вивчення властивостей бінарних гранульованих систем, яке полягає у дослідженні динаміки їх ущільнення та впливу на цей процес співвідношення розмірів компонентів і парціальних параметрів має стати помітним інноваційним кроком у розвитку відповідних технологій у виробництві. З цією метою, ми пропонуємо використати апарат

теорії Кірквуда-Баффа у поєднанні із модельними рівняннями стану та відповідними феноменологічними відомостями.

Гранули - комбіновані сухі сипучі речовини і суміші або окремі тверді дозовані і недозовані субстрати, спресовані у вигляді крупинок кулястої, неправильно кубічної або циліндричної форми. Ці матеріали вже давно використовуються людиною в побуті, в промисловості, в технології. Прикладом може служити звичайний пісок з його різноманітним застосуванням. І що вражає, незважаючи на величезне прикладне значення властивості гранульованих матеріалів до недавнього часу практично не вивчалися. Років 10-15 тому фізики усвідомили, що звичайний пісок є абсолютно вражаючим матеріалом. При відповідних умовах він може вести себе і як тверде тіло, і як рідина, і як газ. Причому кожна "фаза" має унікальні властивості, що відрізняють гранульовані матеріали від всіх інших речовин. Фізика гранульованих матеріалів стосується в основному макроскопічних об'єктів. Термін «макроскопічний» означає те, що об'єкти, з яких складається такий матеріал, повинні бути видимі оком. Властивості гранульованих матеріалів в першу чергу залежить від характеру взаємодії між самими частинками, та також між частинками та навколишнім середовищем. Як вже відмічалось, гранульований матеріал складається з дискретних твердих тіл, які в багатьох випадках знаходяться в контакті. Параметр, відомий як вміст твердої речовини в гранульованому середовищі, визначається як відношення об'ємної щільності фактичного гранульованого компонента до істинної внутрішньої щільності твердого компоненту. Порошок представляє собою гранульоване середовище, до якого входять частинки менші за 100 мкм в діаметрі. Гранульовану тверду речовину виготовляють з гранул в діапазоні від 100 до 3000 мкм. А 15 розбита тверда речовина представляє собою гранульований матеріал, в котрому більша кількість частинок більша за 3мм. Матеріали, з якими ми стикаємося в нашому повсякденному житті, ми зазвичай класифікуємо з точки зору їх агрегатного стану як газу, рідини або

тверді тіла. А до якого з перерахованих станів конденсованої матерії можна віднести гранульовану середу? Адже вона може «текти» з похилій площині як лавина або приймати форму посудини, куди ми її поміщаємо (насипаємо) подібно рідині. кожна, окремо взята гранула, скажімо пісок, безумовно - тверде тіло, однак конгломерація гранул вже показує властивості абсолютно нетипові для звичайних агрегатних станів (і для твердих тіл зокрема)

Використання матеріалів у твердому (мікромеханічному) стані полягає у багатьох галузях промисловості та технологіях. Наприклад, гранульовані матеріали складають перевагу продуктів, що виробляються, споживаються або використовуються в будівництві, легкій та харчовій промисловості, гірничодобувній, хімічній та фармацевтичній промисловості, металургії та деяких інших галузях промисловості. Різноманітність та мінливість таких матеріалів вимагає здатності надійно параметризувати їх макроскопічні властивості з урахуванням зовнішніх впливів, що виникають під час їх маніпуляцій. Взаємозв'язок між макроскопічними властивостями твердих частинок (наприклад, сортування у формі кристалізації) та його макроскопічними параметрами, які просто визначають здатність підтримувати нормальний режим роботи та необхідні маніпуляції (наприклад, затримку або передачу випромінювання різної природи), також відіграє важливу роль. навантаження через дугу або уникнення агрегації під час змішування). Одним із прикладів, коли існує суттєва потреба в алгоритмах цілеспрямованого маніпулювання макроскопічними параметрами зовнішніми впливами, є конструкції, що використовують захисні модулі, що містять тверді частинки. Такі "тверді частинки" мають можливість виконувати свої звичайні функції досить надійно, водночас маючи очевидні переваги перед монолітними системами. Так зокрема:

- a) уникають радіаційного окрихчування;
- b) прості в маніпулюванні;
- c) припускають ущільнення та розпушення;

- d) легкі у заміні та транспортуванні;
- e) економічні (у сенсі отримання та експлуатації).

Загалом проблеми із сумішами посідають чільне місце в інженерних моделях, необхідних для прогнозування стану навколишнього середовища. Наприклад, робота присвячена прогнозуванню переносу осадів та морфодинаміці річок (що є складним завданням у річках з гравійним покривом, де розмір частинок осадових сумішей різний). Автори показують, що проблема бінарної упаковки важлива для правильного розрахунку пористості шару гравію. На практиці це можна поєднувати з розрахунком динамічних моделей транспортування осадів для прогнозування морфодинаміки в гравійних річках.

Теоретичні моделі гранульованих матеріалів, які дозволяють описувати та прогнозувати їх властивості, розробляються досить ретельно з урахуванням конкретних умов їх створення та використання, зокрема розміру, щільності упаковки та характеру зовнішніх впливів. На жаль, досі не існує універсальної теорії твердих частинок, яка враховувала б усі спостережувані властивості. Але в багатьох конкретних випадках для опису спостережуваних властивостей можуть бути запропоновані більш-менш відповідні моделі.

Матеріали, які застосовуються, наприклад, в атомних реакторах, відчувають вплив інтенсивних потоків іонізуючого випромінювання, головним чином, швидких нейтронів, що є продуктами поділу ядерного палива. Нейтрони, взаємодіючи з речовиною, передають свою енергію атомам за допомогою пружних зіткнень, а також служать джерелом утворення швидких заряджених частинок (електронів, протонів, α -частинок). Кінцевий підсумок цих процесів зводиться до руйнування впорядкованого розташування атомів у кристалічній ґратці металу й утворенню сторонніх атомів, наприклад, гелію й водню. Сукупність внесених опроміненням змін структури матеріалу прийнято називати радіаційним ушкодженням.

Характерним явищем, яке може супроводжувати радіаційне ушкодження матеріалу є зсув атомів з вузлів кристалічної решітки й утворення точкових дефектів - вакансій і міжвузельних атомів. Типовою рисою опромінення швидкими нейтронами є виникнення в опромінюваному матеріалі, каскадів атомних зіткнень, що призводять до утворення мікроскопічних областей структурного ушкодження з високою концентрацією точкових дефектів. Під впливом температури початковий стан ушкодження змінюється в результаті термічно активованої міграції точкових дефектів, що супроводжується їхньою взаємною рекомбінацією, анігіляцією на стоках, утворенням або дисоціацією скупчень.

У радіаційній промисловості відомо, що крихке руйнування металів на практиці відбувається при дотриманні критерію міцності 500-600 МПа. Ми виявили, що опромінений метал містить концентратори напружень у вигляді крихких тріщин, які також можуть бути викликані пластичною деформацією.

Зрозуміло, що такого роду процеси протікають за абсолютно іншими сценаріями у гранульованій речовині, будь-якого ступеню впакування. Така речовина, так би мовити, вже є повністю охрупченою. Тому використання мікро-механічних систем в якості захисних модулів, які знаходяться у безпосередньому контакті із радіаційним опроміненням виглядає привабливою інноваційною ідеєю. Безумовно, що найбільш ефективним буде такий матеріал в якому разом із розупорядкуванням вдається відносно простим способом досягнути і максимального ущільнення (компактизації).

В запропонованій роботі, ми зосередимося на розгляді питання про засоби досягнення максимального ущільнення у бі-компонентній гранульованій системі, як за абсолютною величиною, так і за швидкістю досягнення такого стану.

Дослідження фізичних властивостей простих бікомпонентних сумішей за допомогою методів статистичної механіки є однією із традиційно актуальних і водночас складних задач статистичної фізики розчинів.

Загально відомим теоретичним підходом у цій області, який має статистичне обґрунтування, є підхід Кірквуда–Баффа (КБ), який дозволяє записати основні термодинамічні величини в термінах кореляційних інтегралів.

Як відомо, гранульовані суміші (наприклад, двох-компонентні) показують різні за ступенем впакування стани в залежності від асиметрії (співвідношення мольних фракцій та розмірів їх компонент). Хоча граничну фракцію впакування можна параметризувати за допомогою лише геометричних побудов (Вороного-Делоне), динаміка гранул у конгломераціях, які знаходяться під впливом зовнішніх невеликих струсів, залишається достатньо складним для опису, мульти-параметричним процесом. Метод геометричних побудов Вороного завдяки своїй, суто геометричній природі, дозволяє описувати структуру досить широкого класу систем. Для їх побудови для даного набору точок необхідно навколо кожної точки системи виділити простір, в якому знаходяться усі точки, які є найближчими до неї, з трансляцією цієї умови на решту точок системи. Таким чином кожна точка (координата якої визначається положенням центру мас частинки-гранули) асоціюється із власним характерним об'ємом (або площею). Більше того, об'єми фігур є адитивними і повністю покривають об'єм системи. Це є важливою рисою саме для застосування підходу у випадку гранульованих суміші. Важливо зауважити, що характер взаємодії проміж частинками безпосередньо не впливає на процедуру розбиття. Експериментальні дослідження гранульованих сумішей дозволяють отримати інформацію про розподіл центрів частинок у певний момент часу і, таким чином, параметризувати структуру за допомогою методу Вороного. Дослідження структури за допомогою геометричних побудов Вороного базується на аналітичному аналізі розподілів площ усіх частинок системи. Очевидно, такий підхід дозволяє отримати інформацію не лише про порядок (симетрію), чи розупорядкування системи, але й про розподіл вільного об'єму та його зміни, які відбуваються завдяки зовнішнім збуренням.

Вільний об'єм виступає головним параметром, який контролює поведінку гранульованих сумішей. Експериментально спостерігалось, що характерний час ущільнення може розходитися за умов наближення співвідношення розмірів частинок-компонентів до деякого критичного значення. При цьому рухливість гранул в упаковці є найнижчою у околі порога просочення (коли дрібні частинки ще можуть проходити через порожнечі, залишені проміж великими). Також з'явилися повідомлення про пришвидшення динаміки ущільнення, при достатньо великих значеннях відношення розмірів компонентів.

1 МЕТОД ДОСЛІДЖЕННЯ, ГРАНУЛЬОВАНИХ МАТЕРІАЛІВ ЇХ ВЛАСТИВОСТІ ТА ПОНЯТТЯ СЕГРИГАЦІЇ

Гранули - комбіновані сухі сипучі речовини і суміші або окремі тверді дозовані і недозовані субстрати, спресовані у вигляді крупинок кулястої, неправильно кубічної або циліндричної форми [7]. Ці матеріали вже давно використовуються людиною в побуті, в промисловості, в технології. Прикладом може служити звичайний пісок з його різноманітним застосуванням. І що вражає, незважаючи на величезне прикладне значення властивості гранульованих матеріалів до недавнього часу практично не вивчалися. Років 10-15 тому фізики усвідомили, що звичайний пісок є абсолютно вражаючим матеріалом. При відповідних умовах він може вести себе і як тверде тіло, і як рідина, і як газ. Причому кожна "фаза" має унікальні властивості, що відрізняють гранульовані матеріали від всіх інших речовин. Фізика гранульованих матеріалів стосується в основному макроскопічних об'єктів. Термін «макроскопічний» означає те, що об'єкти, з яких складається такий матеріал, повинні бути видимі оком. Властивості гранульованих матеріалів в першу чергу залежить від характеру взаємодії між самими частинками, та також між частинками та навколишнім середовищем. Як вже відмічалось, гранульований матеріал складається з дискретних твердих тіл, які в багатьох випадках знаходяться в контакті. Параметр, відомий як вміст твердої речовини в гранульованому середовищі, визначається як відношення об'ємної щільності фактичного гранульованого компонента до істинної внутрішньої щільності твердого компоненту. Порошок представляє собою гранульоване середовище, до якого входять частинки менші за 100 мкм в діаметрі. Гранульовану тверду речовину виготовляють з гранул в діапазоні від 100 до 3000 мкм. А 15 розбита тверда речовина представляє собою гранульований матеріал, в котрому більша кількість частинок більша за 3мм.

Матеріали, з якими ми стикаємося в нашому повсякденному житті, ми зазвичай класифікуємо з точки зору їх агрегатного стану як газу, рідини або тверді тіла. А до якого з перерахованих станів конденсованої матерії можна віднести гранульовану середу? Адже вона може «текти» з похилій площині як лавина або приймати форму посудини, куди ми її поміщаємо (насипаємо) подібно рідині. кожна, окремо взята гранула, скажімо пісок, безумовно - тверде тіло, однак конгломерація гранул вже показує властивості абсолютно нетипові для звичайних агрегатних станів (і для твердих тіл зокрема). Незвичайні властивості сипучих матеріалів як твердих тіл проявляються вже в стані спокою. Якщо на достатньо товстий шар матеріалу (піску на пляжі) покласти груз, то він, звичайно, викликає напругу та додатковий тиск у потік піщинок. Однак, як показали експерименти, величина цих напруг дуже швидко зменшується з глибиною. Крім того, експериментатори чітко бачили, що області найбільших напруг мають гіллясту структуру. Другими словами, вага вантажу утримується не всією площиною, а рідкими вузькими "стовбури" напруг. Інша подібна поява була відзначена ще 100 років тому Янссеном: тиск стовпа піску в високій вертикальній трубі спочатку починає рости з глибини, а починаючи з деякого значення, перестає від неї залежити - весь зайвий тиск передається на стінки посудини. Насправді, саме завдяки такому явищу швидкість ходу пісочних годинників практично не залежить від того, скільки ще піску залишилося. Гранульовані речовини ведуть себе при певних умовах і як рідина. Всім відомо, що якщо кут нахилу піщаної насипи стане досить крутим - 16 утворюється лавина, пісок починає стікати. Те, що швидкість потоку залежить від кута нахилу - не дивно, це справедливо і для рідини. Однак, було великим здивуванням виявити, що тече всього лише тонкий шар піску, товщиною 3-4 діаметра піщинки. На більших глибинах ніякі рухи не відбувається взагалі. Якщо посудини з піском почати не сильно трясти, то тим самим можна заставити піщинки рухатися, стикатися. Рух всього піску починає походити при цьому на рух рідини. Такі

експерименти проводили ще Фарадей в 1831 році. Їм були відзначені незвичайні локальні утворення, іноді досить стійкі, які з'являються на поверхні гранульованих матеріалів. Ці утворення були вивчені лише в останні роки. Виявлені локалізовані коливання - осцилони - одиничні скупчення товщиною в 10-30 діаметрів піщинок. Будучи незвичайно стабільними, вони не тільки не вскользяють, і не руйнуються, а можуть навіть мігрувати вздовж поверхні, взаємодіючи з другом, утворюючи певного роду, пов'язані стани і навіть кристали! Крім таких поверхневих явищ, багато цікавого спостерігається і в самому об'ємі гранульованого матеріалу, а саме - конвекція. В циліндричному посуді вона відбувається повністю певним чином: в центрі судини йде потік вгору, а по краях, вздовж стінки, в тонкому шарі - вниз. Цікаво, що при такій конвекції вже не важлива маса часток у суміші різноманітних гранульованих матеріалів, важливий тільки розмір часток. Саме завдяки цьому частинки більшого розміру вибухають на поверхню і більше не опускаються: вони просто не можуть рухатися за тонким конвективним потоком вздовж стінки. Цей ефект також відомий як ефект «бразильського горіха» (про це більш детально написано нижче). Потрібно відзначити, що характер конвективного руху сильно залежить від форм посудини - в конічному посуді, наприклад, конвективний рух буде як раз протилежним. Друге незвичайне явище в суміші різнорідних гранульованих матеріалів - це саморозщеплення фракцій (сегрегація) при наявності температурного градієнта в системі. Виявилося, що більш крупні частинки прагнуть збиратися в самих холодних районах, максимально далеких від джерела тепла. Якщо ж помістити в такі умови суміш однакових за розміром, але різних за масою часток, то залежно від конкретного положення джерела тепла дві фракції або повністю розділяються, або однорідно змішуються. І те, і інше - дуже важливі процеси в промисловості. Безумовно, в найближчий час те, що зараз є переднім краєм науки, буде використовувати в промисловості. В останній час виявилося багато спільного

між поведінкою вібраційної маси гранульованої речовини та суспензій - під впливом дрібних твердих частинок у рідині. Хоча на рівні окремих часток ці дві системи ведуть себе абсолютно по-різному, їх поведінка в цілому виявилася схожою. Зокрема, спостерігались такі ж осцилони з дуже схожою поведінкою. Можливо, це говорить про те, що нелінійна динаміка, тобто характер математичних законів, керуючих рухом обох систем, однаковий. Природа висипання піску, як і витікання рідини, має багато загального, але є й свої особливості. Швидкість витікання рідини і піску (сипучої речовини) через отвір в дні посудини визначається величиною тиску на дно посудини. Тиск рідини на дно посудини зростає пропорційно висоті її рівня, причому ніякими факторами, крім висоти стовпа рідини, це зростання не обмежене. Така закономірність призводить залежність швидкості витікання з отвору від висоти $v = \sqrt{gh}$, де h - висота рівня рідини над отвором. Тиск же піску на дно циліндричної посудини зі збільшенням висоти шару піску спочатку зростає, але потім на висоті радіуса циліндричної труби практично виходить на стаціонарне значення, тобто досягнувши деякого значення, далі залишається незмінним. Дуже актуальним є питання руху сипучого матеріалу в різних середовищах. У процесі руху частинки сипкого матеріалу можуть знаходитись в різних станах. У зв'язку з цим при аналізі руху сипучого матеріалу виділяють три режими: зв'язний, перехідний і незв'язний. Зв'язний стан характеризується наявністю стійких зв'язків між частинками сипучого середовища. Для опису зв'язного стану використовують моделі механіки ґрунтів. Багато авторів для опису поведінки сипучих матеріалів використовують гідромеханічну модель, в якій зернисте середовище розглядається з позиції механіки суцільного середовища. Незв'язний стан характеризується короткочасними контактами частинок, швидким порушенням зв'язку між ними, наявністю інтенсивного переміщення відносно один одного. Зв'язно-текучий стан є проміжним між пружно-пластичним (зв'язним) і рідино-текучим. Російські вчені вивчали зв'язний

режим стікання сипучих матеріалів з отвору. У цьому випадку існують області, де частки мають гідравлічний характер руху. Ними було теоретично показано і експериментально підтверджено, що на відміну від рідини швидкість витікання сипучих матеріалів не залежить від висоти стовпа, а залишається постійною величиною. Відхилення від такої закономірності починає проявлятися тільки на висоті кількох радіусів отвору. Також вони провели такий самий експеримент, але з додаванням ваги на поверхню розділу двох середовищ, і було виявлено, що це також ніяк не вплило на швидкість витікання речовини, вона так і залишилася стаціонарною. Нарешті, при відсутності сили тяжіння (що можна досягти, наприклад, вивченням двомірних горизонтальних зразків на гладкій поверхні), гранульовані матеріали ведуть себе подібно газу. Однак, на відміну від атомних зіткнень, зіткнення піщинок є непружним, тому без зовнішнього джерела енергії рух такого газу припиняється. Це призводить до ще одного несподіваного явища - так званого "непружного колапсу". У такому "піщаному газі" відбувається приблизно наступне: якщо при кожному зіткненні втрачається мала доля енергії, то весь газ остигає практично рівномірно і залишається майже однорідним. Якщо ж зіткнення становляться сильно непружними - то утворюються "кластери", області абсолютно застиглих частинок, які не рухаються відносно одна одної. Цікаво, що ці кластери виглядають як тонкі довгі нитки, вздовж яких збираються всі піщинки після великої кількості зіткнень. Не виключено, що ця поведінка має зв'язок з великомасштабною структурою нашого Всесвіту (астрономічні дані говорять про те, що основна частка накопичених галактик у спостереженій частині Всесвіту концентрується як би на поверхні величезних "пузирів", а не розсіяна в просторі рівномірно). Нарешті, при великій концентрації піщинок ці кластери можуть утворювати упорядковані структури, подібні до кристала. Так що тут спостерігається щось подібне до самого справжнього фазового переходу. Розглянемо більш детально поведінку гранульованої матерії під

дією вібрації. Є контейнер з піском, який дрібно тремтить, трясеться. Енергія цього руху передається і окремим піщинкам. В результаті при досить сильному тремтінні настає фазовий перехід: вся маса гранульованого матеріалу приходить в рух, починає текти, поводитья як якась "гранульована рідина". Чим же вона відрізняється від звичайної рідини? Відмінність одна, але важлива: взаємодії піщинок дуже несхожі на взаємодію молекул. А саме:

- 1) між піщинками немає сил тяжіння (притягання),
- 2) зіткнення піщинок є непружним,
- 3) між піщинками існує тертя.

Це призводить до виникнення двох пов'язаних один з одним явищ: нестійкості щодо кластеризації і спонтанного народження вихорів.

формула двокомпонентної суміші Кірквуда - Бафа має вигляд:

$$\beta_T^{(12)} = \frac{1}{k_B T} \cdot \frac{1 + n_1 G_{11} + n_2 G_{22} + n_1 n_2 (G_{11} G_{22} - G_{12}^2)}{n_1 + n_2 + n_1 n_2 (G_{11} + G_{22} - 2G_{12})}, \quad (1.1)$$

де $\beta_T^{(12)}$ - ізотермічна стисливість суміші, компоненти якої нумеруються як 1 і 2; $n_1 = \frac{N_1}{V}$ та $n_2 = \frac{N_2}{V}$ - парціальні щільності кількості частинок, відповідно; G_{11} , G_{22} та G_{12} - так звані кореляційні інтеграли; $k_B T$ - масштаб енергії.

Кореляційні інтеграли $G_{\alpha\beta}$ пов'язані із парціальними структурними факторами $S_{\alpha\beta}(0)$ наступним співвідношенням:

$$S_{\alpha\beta}(0) = x_\alpha \delta_{\alpha\beta} + x_\alpha x_\beta n_{12} G_{\alpha\beta}, \quad (1.2)$$

де x_α , x_β - мольні частки компонент суміші; $\delta_{\alpha\beta}$ - дельта символ Кронекера;

$n_{12} = \frac{N}{V} = \frac{N_1 + N_2}{V} = n_1 + n_2$ - щільність кількості частинок для суміші.

Користуючись формулою (2) отримати :

$$S_{11}(0) = (1 - x) + (1 - x)^2 n_{12} G_{11}, \quad (1.3)$$

$$S_{22}(0) = x + x^2 n_{12} G_{22}, \quad (1.4)$$

$$S_{12}(0) = x(1-x)n_{12}G_{12}, \quad (1.5)$$

де x – мольна частка 2-ї компоненти суміші.

Підставляючи співвідношення (3)-(5) до формули Кірквуда–Баффа (1), знаходимо зв'язок проміж ізотермічною стисливістю бі-компонентної суміші та парціальними структурними факторами у наступному вигляді:

$$\beta_T^{(12)} = \frac{1}{n_{12}k_B T} \cdot \frac{S_{11}(0)S_{22}(0) - S_{12}^2(0)}{x^2 S_{11}(0) - 2x(1-x)S_{12}(0) + (1-x)^2 S_{22}(0)}. \quad (1.6)$$

Зважаючи на те що структурний фактор монодисперсної системи визначається як:

$$S(0) = 1 + nG = nk_B T \beta_T, \quad (1.7)$$

та враховуючи (1.3) та (1.4), знаходимо, вирази для парціальних структурних факторів монодисперсних фаз $S_{11}(0)$ та $S_{22}(0)$ із парціальними ізотермічними стисливістями $\beta_T^{(1)}$ та $\beta_T^{(2)}$:

$$S_{11}(0) = (1-x) \cdot n_1 k_B T \beta_T^{(1)}, \quad (1.8)$$

$$S_{22}(0) = x \cdot n_2 k_B T \beta_T^{(2)}. \quad (1.9)$$

Парціальні ізотермічні стисливості $\beta_T^{(1)}$ та $\beta_T^{(2)}$ можуть бути визначені, із використанням модельних рівнянь стану. Наприклад, користуючись рівнянням стану Карнахана-Старлінга може бути знайдений наступний вираз для стисливості [32]:

$$\beta_T^{(i)} = \frac{1}{n_i k_B T} \cdot \frac{(1-\eta_i)^4}{1 + 4\eta_i + 4\eta_i^2 - 4\eta_i^3 + \eta_i^4}, \quad i = 1; 2, \quad (1.10)$$

де $\eta_i = \frac{1}{6} \pi \sigma_i^3 n_i$ - парціальний параметр, який характеризує ступінь компактизації i -ї компоненти суміші.

Використовуючи дані про ізотермічну стисливість суміші $\beta_T^{(12)}$, отримані із альтернативних джерел, наприклад, з експерименту, або шляхом чисельного моделювання, розв'язуючи (6) відносно структурного фактора $S_{12}(0)$ отримуємо:

$$S_{12}(0) = x(1-x)f_{12} \pm \sqrt{x^2(1-x)^2 f_{12}^2 + S_{11}S_{22} - f_{12} \{x^2 S_{11} + (1-x)^2 S_{22}\}}, \quad (1.11)$$

де $f_{12} = n_{12}k_B T \beta_T^{(12)}$ – величина, яка у свою чергу, може бути визначена за допомогою рівняння стану бінарної суміші сферичних частинок [33], за формулою:

$$\beta_T^{(12)} = \frac{1}{n_{12}k_B T} \cdot \frac{(1-\eta)^4}{1+a\eta+b\eta^2+c\eta^3+d\eta^4}, \quad (1.12)$$

де a, b, c, d - залежать (відомим чином) від x (або $f = \eta_2 / \eta$), та від $\alpha = \sigma_1 / \sigma_2$ (де σ_1 та σ_2 - діаметри 1-ї та 2-ї компонент суміші, відповідно). Наведемо також корисні співвідношення:

$$f = \frac{x}{\alpha^3 - (\alpha^3 - 1) \cdot x}, \quad x = \frac{\alpha^3 \cdot f}{1 + (\alpha^3 - 1) \cdot f}. \quad (1.13)$$

В роботі [6] отримані експериментальні данні для компактизації бінарної суміші сферичних частинок із різною ступінню розбіжності у розмірах $\alpha = 2 \div 35$. Параметризація отриманих даних фактично здійснюється за двома характерними межами (станами) суміші, в одному з яких переважає вміст більших частинок (гравій), а в інших менших (пудинг). У роботі [34] зроблена спроба описати отримані експериментальні дані в кожному проміжному стані за допомогою вагових функцій, які відіграють певну роль у підгонці параметрів і суворо спрямовані на однакові граничні стани. Таким чином, незважаючи на попередні результати, теоретичний опис макроскопічних властивостей бінарної суміші (включаючи стиснення) в рамках однієї теорії залишається актуальним завданням.

та моделювання рівнянь стану. Отримані результати порівнюються з даними прямих експериментальних вимірювань, проведених у [6].

А саме, враховуючи формули (1.3) - (1.4), (1.8) - (1.10) та (1.12), ми спочатку знаходимо (формула (1.11)). На рисунку 1 представлені результати відповідних чисельних розрахунків значень, виконаних з використанням експериментальних даних, отриманих у [6]. А саме, із урахуванням формул (1.3)-(1.4), (1.8)-(1.10), та (1.12), знайдемо спочатку $S_{12}(0)$ (формула (1.11)). На Рис.1.1 наведені результати відповідних чисельних розрахунків величини

$S_{12}(0)$ проведених із використанням експериментальних даних отриманих в [6].

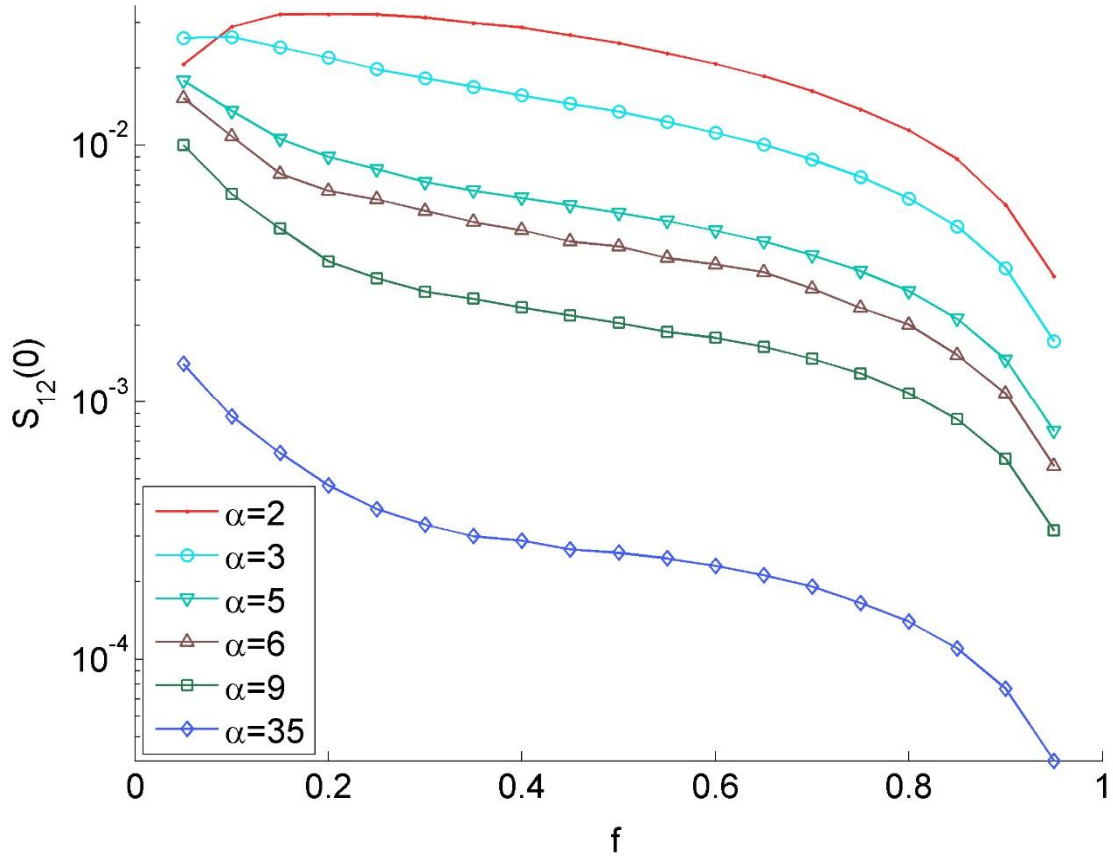


Рис.1.1

Рис. 1.1 – Величина парціального структурного фактора $S_{12}(0)$ бінарної суміші, в залежності від об'ємної частки дрібної компоненти (f), розрахованого за формулою (11) із використанням експериментальних даних отриманих в [6]. Розбіжність у розмірах частинок компонентів суміші параметрично змінюється у межах $\alpha = 2 \div 35$.

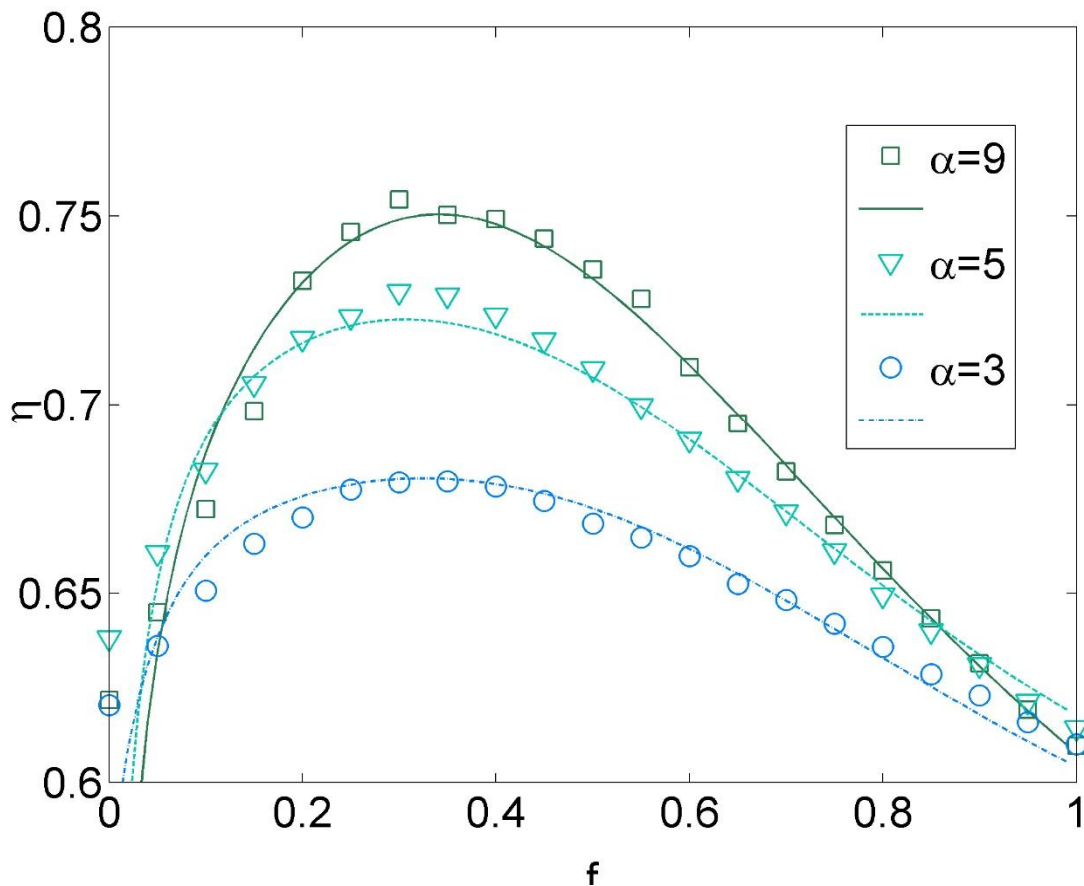


Рис.1.2 – Параметр упаковки (η) для суміші, як функція (f): (-) – теоретична апроксимація в рамках побудованого теоретичного підходу; (o) – експериментальні дані [6].

Оскільки визначити якісний склад локальної структури у випадку суміші практично неможливо [28], ми встановили значення $s_{12}(0)$ параметра, яке визначається порівнянням теоретично отриманого виразу з експериментальними спостереженнями. Таким чином, використовуючи формулу Кірквуда-Баффа (1.1), беручи до уваги формули (1.10) та (1.12), отримані з рівнянь Карнахана-Старлінга, можна отримати 12-градусне алгебраїчне рівняння для параметра упаковки (η). На рис. 1.2 наведені числові рішення цього рівняння порівняно з відповідними експериментальними даними.

Як показано на Рис. 1.2, ми отримали хорошу узгодженість теоретичного підходу з даними експериментальних спостережень у всьому діапазоні можливих значень об'ємної частки. Зазначається, що задіяні теоретичні моделі, на відміну від попередніх підходів, не містять обмежень на частку компонентів. [6] визначити потенціал аномального зростання. Враховуючи, що упаковка твердих частинок описується відомим логарифмічним законом, отриманим у [19], ця обставина, мабуть, відповідає оцінкам типового часу пакування. $\tau \sim \exp\left\{\frac{\eta\eta_\infty}{\eta_\infty - \eta}\right\}$ (де η_∞ – асимптотична упаковка), що є результатом моделі вільного обсягу [29] за умов. Слід зазначити, $\eta \rightarrow \eta_\infty$. однак, що формула оцінки визначена τ для монодисперсної системи, і, строго кажучи, її застосування до гранульованої суміші вимагає більш суттєвого обґрунтування, чого в даний час бракує.

Залучені моделі використовують концепцію частинок у вигляді твердих сфер, хоча і з різним діаметром, що, звичайно, є ідеалізацією для реальних систем. Вивчено вплив морфології частинок на їх структурну агломерацію [35]. Зокрема, було встановлено, що морфологія частинок суттєво впливає на динаміку ущільнення. Анізотропні частинки ведуть до двох різних систем ущільнення, які «розбиваються» частинами упаковки. Наявність тертя також змінює порядок укладання частинок. Ці спостереження підтверджуються чисельним моделюванням. Можлива поява когезійних сил між частинками може призвести до герметизації ущільнення та зменшити значення фракції упаковки.

Розроблений підхід може бути застосований до деяких найпростіших рідких сумішей, в яких ефект упаковки (ущільнення) відіграє значну роль. Наприклад, використовуючи модель Карнахана-Старлінга та експериментальні дані [36], ми можемо показати, що залежність надмірного коефіцієнта ущільнення та стисливості від молярної (або об'ємної) частки одного компонента описується та демонструється немонотонними законами.

наявність крайнощів. Рис. 3). Встановлені закономірності дозволяють застосовувати запропонований підхід до принципово різних фізичних властивостей систем, як мікромеханічних, так і рідин (взаємодія між частинками принципово відрізняється за своєю природою), щоб розвивати їх прогнозовані властивості відповідно до потреб та умов їх роботи в технологічних процесах.

2 СЕГРЕГАЦІЯ В БІНАРНИХ ГРАНУЛЬОВАНИХ СУМІШАХ

Гранульовані бінарні суміші широко вивчені через велику панель властивостей, що спостерігаються в таких системах [37-44]. Основна кількість, що описує ці суміші, - це фракція упаковки η , яка відповідає співвідношенню між справжнім об'ємом частинок V та очевидним об'ємом V_a купи. Залежно від відносного складу обох видів, фракція упаковки може бути сильно іншою.

У таких системах контрольні параметри є об'ємною часткою дрібних частинок [44], визначених як

$$f = \frac{V_s}{V_s + V_l}, \quad (2.1)$$

де V_s , і V_l відповідно є справжнім обсягом малих і великих частинок у суміші, а також співвідношення розміру

$$\alpha = \frac{R_l}{R_s}, \quad (2.2)$$

де R і R_s є радіусами великих і дрібних частинок. Враховуючи визначення V_s , і V_l , отже, має вигляд $V = V_s + V_l$.

Однак, в залежності від історії гранульованої суміші, фракція упаковки може бути різною. Дійсно, під час змішування або інших маніпуляцій часто відбувається сегрегація, яка призводить до неоднорідності суміші. Ця неоднорідність, як відомо, знижує частку упаковки [45, 46].

Ми запропонували модель, що залежить від f і α , яка враховувала розподіл великих і дрібних частинок. У даній роботі ми пропонуємо конкретний погляд на найпростіший випадок, коли в суміші присутній сегрегований монодисперсний фаза великих або дрібних частинок. Ми покажемо, як ця модель може бути спрощена для отримання аналітичних

рішень. Ми представляємо ці рішення і описуємо їх вплив на криві частки упаковки.

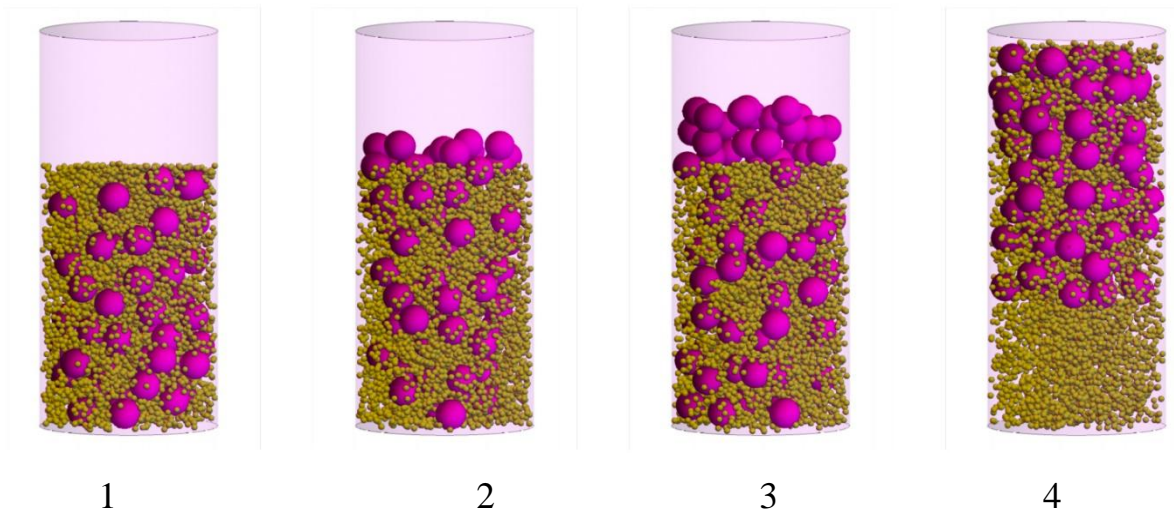


Рис. 2.1. Приклади гранульованих сумішей з примусово сегрегацією. Великі частинки показані рожевим кольором, а дрібні - жовтим. Для сегрегованого випадку спостерігається більший уявний об'єм, ніж для однорідного (1). Великі частинки можуть бути поміщені в верхню частину (2, 3) гранульовані купи або дрібні частинки в нижню частини (4), щоб змусити існувати сегрегованого фази. На малюнках 2 і 3 використовуються символи для відрізнення різних випадків змусити існувати сегрегованого фази.

Кілька сумішей, варіюючи f з співвідношенням розмірів співвідношення $\alpha \approx 9$, для якого ми примусово проводили сегрегацію. Ми позначили p і b , два параметра сегрегації. Параметр p відповідає частці незмішаних дрібних частинок, які знаходяться в нижній частині гранульованої купи, в той час як b являє собою частку незмішаних великих частинок, які знаходяться у верхній частині купи. Ескізи таких сумішей представлені на Рисунку 2.1.

Експериментально гранульовані суміші рідко бувають однорідними. Дійсно, коли між частинками існує різниця в розмірах, механічні маніпуляції, такі як коливання або протягом, призводять до сегрегації. Причиною можуть бути різні ефекти, такі як добре відомий "ефект бразильських горіхів

Примусовий фазовий поділ частинок забезпечує контроль сегрегації. Для кожної суміші із заданими f , b і p , ми виміряли щільність відведення за допомогою приладу GranuPack [47]. Цей прилад складається зі сталеві трубки діаметром $D = 26$ мм і $L = 100$ мм, в яку засипається порошок. Більш вузька трубка, вставлена в вимірювальну трубку, потім виймається для відтворення ініціалізації гранульованої купи. Рух більш вузької трубки здійснюється з низькою і постійною швидкістю $v = 1$ мм / с. Вимірювальна трубка виробляє частку упаковки $\eta(t)$ реєструється після кожного вільного падіння до $t = 500$ торкань. Крива ущільнення будується за логарифмічною закону [48].

$$\eta(t) = \eta_{\infty} - \frac{\eta_{\infty} - \eta_i}{1 + \ln(1 + t/\tau)}, \quad (2.3)$$

де η_i - початкова частка упаковки, а η_{∞} і τ - вільні параметри, відповідні, відповідно, асимптотическою частці упаковки, що досягається після типового часу ущільнення. Ми порівнюємо η_{∞} для різних сумішей, оскільки він відповідає найщільнішою фракції упаковки, досяжною для кожної системи.

На Рисунку 2.2 представлені три типові криві ущільнення для $a \approx 9$ і $f = 0,5$, для яких були змушені використовувати різні схеми сегрегації. Можна помітити, що найвища частка упаковки досягається для гомогенного випадку $b = p = 0$. Дійсно, в цьому випадку дрібні частинки можуть заповнити порожнечу між великими порами, залишеними великими частками. Навпаки, змішування дрібних і великих частинок зменшує частку упаковки. Дійсно, монодисперсна фаза може досягти тільки $\eta_{\infty} \approx 0,64$, що є фракцією випадкової тісного упаковки [49, 50], в той час як змішана частина перевищує це значення. Глобальна фракція упаковки являє собою середньозважене значення обох фракцій упаковки. Тому вона зменшується через цю незмішану частину у зв'язку з деякими мелкими частинками

неможливо заповнити пустоти між найбільшими при сегрегації одного з видів.

На Рисунку 2.3 представлена фракція упаковки як функція f для сумішей з незмішуваними частинками. Видно, що більш високі частки упаковки виходять для однорідних сумішей. Коли $b \neq 0$ і $p = 0$, спостерігається зменшення правої частини кривої в той час як ліва частина залишається незмінною. Права частина зменшується при збільшенні b , що можна спостерігати на чорних кривих квадратів і ромбів. Навпаки, ліва частина зменшується при $b \neq 0$ і $p = 0$, а права частина залишається незмінною.

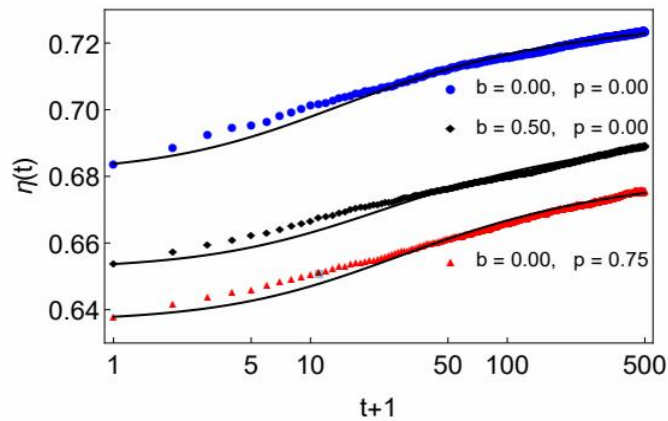


Рис. 2.2. Три типові криві ущільнення для $\alpha \approx 9$ і $f = 0,5$. Чорні криві відповідають підгонці з використанням логарифмічного закону eq. (2.3).

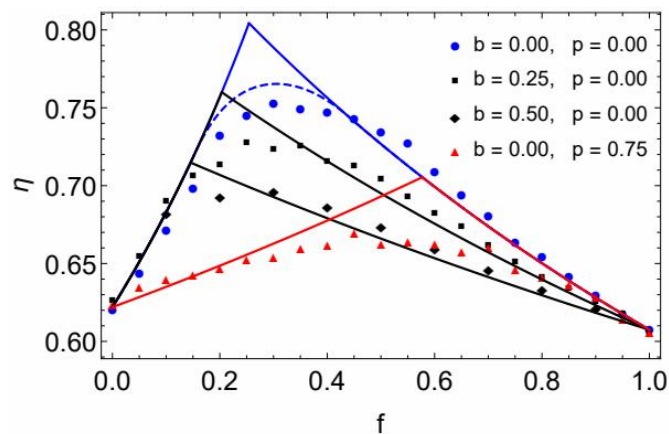


Рис. 2.3. Асимптотична частка упаковки η_{∞} як функція об'ємної частки дрібних частинок f для різних раметрів p і b .

ВИСНОВКИ

На основі аналізу експериментальних даних по динаміці бінарних гранульованих систем, що складаються з вимірів їх ущільнення і згущення, і впливу розмірів компонентів і співвідношення розмірів частинок на ці процеси, робляться висновки про принципову можливість збільшення ступеня і швидкості упаковки, що є важливим елементом їх практичного використання. Для теоретичного опису та підтримки емпіричних даних використовується апарат теорії Кирквуда-Баффа в поєднанні з такими моделями, як тверді сфери Карнахана-Старлінг, а також відповідні феноменологічні дані в усьому діапазоні значень об'ємної (або молярної) частки. Теоретичні результати добре узгоджуються з експериментальними результатами. Отримані дані можуть бути використані для розгляду ефекту мультідисперсності і розробки інноваційних підходів до оптимізації маніпуляційної динаміки ущільнення (денсіфікації) дискретних мікромеханічних матеріалів, тобто для управління здатністю гранульованої суміші змінювати свою локальну структуру, темп і швидкість упаковки, і деякі інші параметри, які є важливими для їх практичного застосування у відповідних технологіях захисту.

Ми досліджували вплив часткової сегрегації на фракцію упаковки. Ми готували суміші з порцією малих або великих частинок, відокремлених від решти в монодисперсній фазі. Зменшення фракції упаковки була чітко спостережувана, оскільки збільшується проголошення сегрегованих частинок. Ми спостерігали, що глобальна фракція упаковки зменшується різним чином, якщо ця монодисперсна фаза виготовлена з великих або дрібних частинок.

З цих спостережень ми запропонували тут дисципліну щодо найпростішого випадку нашої попередньої моделі для неоднорідних бінарних гранульованих сумішей. У справі, коли сегрегація виникає шляхом

існування монодисперсної фази, розподіл Ψ_1 і Ψ_s , з великими та малими частинками можуть бути визначені кроковими функціями. Згідно з моделлю, і ці розподіл можна видалити інтеграцію та спростити експресію очевидного об'єму. Таким чином, одне одержує функцію η_ψ , яка дозволяє безпосередньо інтерпретувати зниження схилу правої або лівої частини кривої. Залежно від характеру монодисперсної фази, виготовленої з великих або малих частинок, правильно або ліва частина кривої буде постраждати.

Ми показали, що ця модель адаптована для дослідження гранульованих бінарних сумішей. Дійсно, він враховує неоднорідність системи, а також загальні контрольні параметри, такі як об'ємна фракція дрібних частинок f та співвідношення розміру a . Оскільки сегрегація часто зустрічається у гранульованих середовищах, ця модель може бути корисною для розробки та вдосконалення гранульованих сумішей. Більш того, нові чисельні дослідження про бінарні суміші можуть бути виконані з примусовою градієнтною сегрегацією, щоб перевірити якість нашої моделі.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Uchida T., Kawahara Y., Hayashi Y., Tateishi A. Eulerian Deposition Model for Sediment Mixture in Gravel-Bed Rivers with Broad Particle Size Distributions. *Journal of Hydraulic Engineering*. 2020. V. 146, no. 10, 04020071. doi: 10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0001783.
2. Нотт Дж.Ф. Основы механики разрушения. Москва: Металлургия, 1978. 256 с.
3. Герасимов О.І., Худинцев М.М., Андрианова І.С., Співак А.Я. Гранульовані матеріали в технологіях утилізації радіаційно шкідливих речовин. Матеріали Національного форуму «Поводження з відходами в Україні: законодавство, економіка, технології». Проблеми та перспективи формування Стратегії поводження з небезпечними відходами в Україні (22-23 лист. 2016, м. Київ). С.40-42.
4. Герасимов О.І., Сомов М.М. Статистичний опис надлишкових властивостей бікомпонентних систем. *Український фізичний журнал*. 2015. Т. 60. № 4. С. 326-330.
5. Герасимов О.І., Загородній А.Г., Сомов М.М. Щодо аналізу структури гранульованих матеріалів. *Український фізичний журнал*. 2013. Т. 58. № 1. С. 32-39.
6. Pillitteri S., Lumay G., Opsomer E., Vandewalle N. From jamming to fast compaction dynamics in granular binary mixtures. *Scientific Reports*. 2019. V. 9, no. 1, 7281. doi: 10.1038/s41598-019-43519-6.
7. Jaeger H.M., Nagel S.R. Physics of the granular state. *Science*. 1992. V. 255, no. 5051. P. 1523-1531. doi: 10.1126/science.255.5051.1523.
8. Aste T., Weaire D. *The Pursuit of Perfect Packing*. Bristol: IOP, 2000. 136 p. doi: 10.1887/0750306483.

9. Weitz D.A. Packing in the spheres. *Science*, 2004. V. 303, no. 5660. P. 968-969. doi: 10.1126/science.1094581.
10. Torquato S. Perspective: Basic understanding of condensed phases of matter via packing models. *The Journal of chemical physics*. 2018. V. 149, no. 2, 020901. doi: 10.1063/1.5036657.
11. Torquato S., Stillinger F.H. Jammed hard-particle packings: From Kepler to Bernal and beyond. *Reviews of modern physics*. 2010. V. 82, no. 3. P. 2633-2672. doi: 10.1103/RevModPhys.82.2633.
12. Berryman J.G. Random close packing of hard spheres and disks. *Physical Review A*. 1983. V. 27, no. 2. P. 1053-1061. doi: 10.1103/PhysRevA.27.1053.
13. Onoda G.Y., Liniger E.G. Random loose packings of uniform spheres and the dilatancy onset. *Physical review letters*. 1990. V. 64, no. 22. P.2727-2730. doi: 10.1103/PhysRevLett.64.2727.
14. Song C., Wang P., Makse H.A. A phase diagram for jammed matter. *Nature*. 2008. V. 453, no. 7195. P. 629-632. doi: 10.1038/nature06981.
15. Noirhomme M., Ludewig F., Vandewalle N., Opsomer E. Cluster growth in driven granular gases. *Physical Review E*. 2017. V. 95, no. 2. 022905. doi:10.1103/PhysRevE.95.022905.
16. Lumay G., Vandewalle N. Experimental study of granular compaction dynamics at different scales: grain mobility, hexagonal domains, and packing fraction. *Physical review letters*. 2005. V. 95, no. 2. 028002. doi: 10.1103/PhysRevLett.95.028002.
17. Carvente O., Ruiz-Suarez J. Crystallization of confined non-brownian spheres by vibrational annealing. *Physical review letters*. 2005. V. 95, no. 1. 018001. doi: 10.1103/PhysRevLett.95.018001.
18. Panaitescu A., Reddy K.A., Kudrolli A. Nucleation and crystal growth in sheared granular sphere packings. *Physical review letters*. 2012. V. 108, no. 10. 108001. doi: 10.1103/PhysRevLett.108.108001.

19. Knight J.B., Fandrich C.G., Lau C.N., Jaeger H.M., Nagel S.R. Density relaxation in a vibrated granular material. *Physical Review E*. 1995. V. 51, no. 5. P. 3957-3963. doi:10.1103/PhysRevE.51.3957.
20. de Richter S.K., Hanotin C., Marchal P., Leclerc S., Demeurie F., Louvet N. Vibration-induced compaction of granular suspensions. *The European Physical Journal E*. 2015. V. 38, no. 7, 74. doi: 10.1140/epje/i2015-15074-7.
21. Nicolas M., Duru P., Pouliquen O. Compaction of a granular material under cyclic shear. *The European Physical Journal E*. 2000. V. 3, no. 4. P. 309-314. doi:10.1007/s101890070001.
22. Roquier G. The 4-parameter compressible packing model (cpm) including a new theory about wall effect and loosening effect for spheres. *Powder Technology*. 2016. V. 302. P. 247-253. doi: 10.1016/j.powtec.2016.08.031.
23. Farr R.S., Groot R.D. Close packing density of polydisperse hard spheres. *The Journal of chemical physics*. 2009. V. 131, no. 24. 244104. doi: 10.1063/1.3276799.
24. Danisch M., Jin Y., Makse H.A. Model of random packings of different size balls. *Physical Review E*. 2010. V. 81, no. 5. 051303. doi:10.1103/PhysRevE.81.051303.
25. Chen D., Torquato S. Confined disordered strictly jammed binary sphere packings. *Physical Review E*. 2015. V. 92, no. 6. 062207. doi:10.1103/PhysRevE.92.062207.
26. Hopkins A.B., Jiao Y., Stillinger F.H., Torquato S. Phase diagram and structural diversity of the densest binary sphere packings. *Physical Review Letters*. 2011. V. 107, no. 12. 125501. doi:10.1103/PhysRevLett.107.125501.
27. Behringer R.P., Chakraborty B. The physics of jamming for granular materials: a review. *Reports on Progress in Physics*. 2018. V. 82, no. 1. 012601. doi: 10.1088/1361-6633/aadc3c.

28. Boutreux T., de Gennes P.G. Compaction of granular mixtures: a free volume model. *Physica A*. 1997. V. 244, no. 1-4. P. 59-67. doi: 10.1016/S0378-4371(97)00236-7.
29. Gerasymov O.I., Khudyntsev N.N., Klymenkov O.A., Spivak A.Ya. The kinetics of processes occurring in granular materials in the field of vibroaccelerations. *Український фізичний журнал*. 2005. Т. 50. № 6. С. 624-632.
30. Герасимов О.І., Ванделвалле Н., Співак А. Я., Худинцев М.М., Люме Г., Дорболо С., Клименков О.А. Стационарні стани у 1D системі непружних частинок. *Український фізичний журнал*. 2008. Т. 53. № 11. С. 1129-1137.
31. Kirkwood J.G., Buff F.P. The statistical mechanical theory of solutions. I. *The Journal of chemical physics*. 1951. V. 19, no. 6. P. 774-777. doi:10.1063/1.1748352.
32. Carnahan N.F., Starling K.E. Equation of state for nonattracting rigid spheres. *The Journal of chemical physics*. 1969. V. 51, no. 2. P. 635-636. doi:10.1063/1.1672048.
33. Mansoori G.A., Carnahan N.F., Starling K.E., Leland Jr. T.W. Equilibrium Thermodynamic Properties of the Mixture of Hard Spheres. *The Journal of Chemical Physics*. 1971. V. 54, no. 4. P. 1523-1525. doi:10.1063/1.1675048.
34. Pillitteri S., Opsomer E., Lumay G., Vandewalle N. How size ratio and segregation affect the packing of binary granular mixtures. *Soft Matter*. 2020. V. 16, no. 39. P. 9094-9100. doi: 10.1039/D0SM00939C.
35. Vandewalle N., Lumay G., Gerasimov O., Ludewig F. The influence of grain shape, friction and cohesion on granular compaction dynamics. *The European Physical Journal E*. 2007. V. 22, no. 3. P. 241-248. doi:10.1140/epje/e2007-00031-0.
36. Aliotta F., Gapiński J., Pochylski M., Ponterio R.C., Saija F., Salvato G. Excess compressibility in binary liquid mixtures. *The Journal of chemical physics*. 2007. V. 126, no. 22. 224508. doi:10.1063/1.2745292.

- 37.Y. Hara. H. Mizuno. A. Ikeda, (preprint) arXiv:2009.01563 (2020)
- 38.I. Prasad, C. Santangelo, G. Grason, Phys. Rev. E 96, 052905 (2017)
- 39.A. Tripathi. D.V. Khakhar, Phys. Fluids 23, 113302 (2011)
- 40.E. Linares-Guerrero, C. Goujon. R. Zenit, J. Fluid Mech. 593, 475-504 (2007)
- 41.M. Degaetano, L. Lacaze, J.C. Phillips, Eur. Phys. J. E 36, 1-9 (2013)
- 42.T. Ueda, T. Matsushima, Y. Yamada, Granul. Matter 13, 731-742 (2011)
- 43.L. Meng, P. Lu. S. Li, Particuology 16, 155-166 (2014)
- 44.S. Pillitteri. G. Lumay, E. Opsomer. N. Vandewalle, Sci. Rep. 9 , 7281 (2019)
- 45.L.C. Woollacott, Miner. Eng. 131, 98-110 (2019)
- 46.Z.R. Liu. W.M. Ye, Z. Zhang, Q. Wang, Y.G. Chen, Y.J. Cui. Powder Technol. 351. 92-101 (2019)
- 47.S. Pillitteri, E. Opsomer, G. Lumay, N. Vandewalle, Soft Matter 16, 9094-9100 (2020)
- 48.G. Lumay, F. Boschini, K. Traina, S. Bontempi. J.C. Remy, R. Cloots. N. Vandewalle, Powder Technol. 224. 19-27 (2012)
- 49.J.B. Knight, C.G. Fandrich, C.N. Lau, H.M. Jaeger, S.R. Nagel, Phys. Rev. E 51, 3957 (1995)
- 50.J.G. Berryman, Phys. Rev. A. 27, 1053 (1983)
- 51.D. Weaire, T. Aste, *The pursuit of perfect packing* (CRC Press, New York, 2008)
- 52.C. Furnas, Ind. Eng. Chem. 23, 1052-1058 (1931)