

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

Факультет природоохоронний  
 Кафедра загальної та теоретичної фізики

**Кваліфікаційна робота бакалавра**

на тему: Недеструктивні методи діагностики шкідливих компонентів  
(домішок) в екологічних системах (теоретичні моделі)

Виконав студент 4 року навчання  
групи ТЗ-42i  
спеціальності 183 «Технології  
захисту навколишнього  
середовища»  
Бондаренко Владислав  
Костянтинович  
Керівник д.ф-м. н., професор  
Герасимов Олег Іванович

Рецензент д.тех. н. професор  
Софронков Олександр Наумович

Одеса 2021

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ  
ODEСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Факультет природоохоронний  
 Кафедра загальної та теоретичної фізики  
 Рівень вищої освіти бакалавр  
 Спеціальність 183 «Технології захисту навколошнього середовища»  
(шифр і назва)

**ЗАТВЕРДЖОЮ**  
**Завідувач кафедри загальної**  
**та теоретичної фізики,**  
**професор Герасимов О.І.**

“05” травня 2021 року

**З А В Д А Н Н Я**  
**НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ БАКАЛАВРА**

студенту(ці) Бондаренко Владиславу Костянтиновичу  
(прізвище, ім'я, по батькові)

1. Тема роботи Недеструктивні методи діагностики шкідливих компонентів (домішок) в екологічних системах (теоретичні моделі)  
 керівник роботи Герасимов Олег Іванович д.ф-м.н, проф.

( прізвище, ім'я, по батькові, науковий ступінь, вчене звання)  
 затверджені наказом закладу вищої освіти від “18” грудня 2020 року  
№ 254 – «С»

2. Строк подання студентом роботи 14.06.2021  
 3. Вихідні дані до роботи \_\_\_\_\_

4. Зміст розрахунково-пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити)

1. Детально проаналізувати техніку обрахунку параметрів розсіяння хвиль на безструктурних силових центрах сконфігуртованих у низько вимірні ланцюги.
2. Знайти розвязки керуючих рівнянь розсіяння на одновимірних ланцюгах силових центрів, які містять одне, або бінарне включення (домішки) у вигляді коефіцієнтів проходження та відбиття і проаналізувати їх поведінку в залежності від хвильового числа та параметру асиметрії (відношення розмірів частинок ланцюга і домішок).

3. Кваліфікувати знайдене явище існування полоси пропускання системи з двома домішками при завданях значеннях хвильового числа і параметра асиметрії(ефект типу Рамзауера-Таунсенда).

4. Запропонувати технологію хвильового моніторингу неоднорідностей та дефектів,а також сенсорного захисту,які базуються на закономірностях знайденого явища.

5. Перелік графічного матеріалу (з точним зазначенням обов'язкових креслень)

## 6. Консультанти розділів роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада Консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
	Немає		

7. Дата видачі завдання \_\_\_\_\_ 05.05.2021\_р. \_\_\_\_\_

## КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів кваліфікаційної роботи	Термін виконання етапів роботи	Оцінка виконання етапу	
			у %	за 4-х бальною шкалою
1	Огляд базових літературних джерел за темою дипломного проекту	04.05.-06.05.21	95	5 (відмінно)
2	Узагальнення основних теоретичних положень проекту	07.05.-10.05.21	95	5 (відмінно)
3	Рубіжна атестація	11-15.05.21р	95	5 (відмінно)
4	Узагальнення отриманих результатів. Оформлення електронної версії роботи. Перевірка на plagiat. Складання протоколу та авторського договору	16.05-31.05.21 01.06.21	95	5 (відмінно)
5	Підготовка паперової версії і презентаційного матеріалу до процедури предзахисту. Внесення корректив. Рецензування роботи. Підготовка до публічного захисту.	02.06-19.06.21 18.06.2021	95	5 (відмінно)
	<b>Інтегральна оцінка виконання етапів календарного плану (як середня по етапам)</b>		95	5 (відмінно)

Студент \_\_\_\_\_ **Бондаренко В.К.**  
( підпис ) (прізвище та ініціали)

Керівник роботи \_\_\_\_\_ **Герасимов О.І.**  
( підпис ) (прізвище та ініціали)

## АНОТАЦІЯ

**Бондаренко В.К.\_Недеструктивні методи діагностики шкідливих компонентів (домішок) в екологічних системах (теоретичні моделі)**

В кваліфікаційній роботі ми зосередимося на вивченні розсіювання хвиль на домішках у попередньо сильно стиснених гранульованих ланцюгах. З цією метою, перше за все знайдемо вирази для коефіцієнтів відбиття та пропускання для розсіювання хвиль на системі, яка містить одну, чи дві домішки(дефекта) у замкненій формі. Для ланцюгів з однією домішкою покажемо, що в межах смуги пропускання високочастотні хвилі сильно ослаблюються (так, що коефіцієнт пропускання практично прямує до нуля, коли хвильове число  $k \rightarrow \pm \pi$ ), тоді як низькочастотні хвилі практично повністю передаються через домішку. У випадку ланцюгів із двома домішками отримані співвідношення для коефіцієнтів відбиття і пропускання показують наявність резонансів , в режимі яких має місце повне проходження на визначеній частоті, у засіб, аналогічний резонансу Рамзауера – Таунсенда (RT) з квантової фізики. Ми також демонструємо, що можна налаштувати частоту резонансу RT на будь-яке значення в смузі пропускання спектра ланцюга . Наші теоретичні прогнози потребують у. Отримані результати пропонується узагальнити з метою доказу існування безрефлексійних режимів в гранульованих ланцюгах (включаючи і топологічно невпорядковані) із детермінованими розподілами подвійних домішок.

**Метою** роботи є розбудова теоретичного базису нового явища в розсіянні плоских хвиль на неоднорідних системах, яке полягає у існуванні в структурованій неоднорідній системі полоси(зони) прозорості із нульовим коефіцієнтом відбиття параметри якої маніпулюють ся вибіром резонансних частот.

## **Задачі дослідження.**

- Проаналізувати зміст та актуальність не деструктивних методів моніторингу неоднорідних систем;
- Розробити одновимірну модель розсіяння плоської хвилі на домішках в одновимірних ланцюгах, які містять одне та бінарне включення та знайти аналітичні вирази для відповідних коефіцієнтів проходження та відбиття.
- Проаналізувати отримані результати та порівняти їх із даними чисельних та безпосередніх фізичних експериментів та визначити існування специфічного ефекту прозорості неоднорідної системи(прототип ефекту Рамзауера-Таунсенда) ;
- Проаналізувати вірогідність існування знайденого явища в ланцюгах із множинними(або виродженими )дефектами
- Запропонувати використання знайденого ефекту в технологіях хвильового моніторингу неоднорідностей та в якості сенсора дефектоутворень.

Науковий керівник: завідувач кафедри загальної та теоретичної фізики д.ф-м.н, проф. Герасимов О.І.

### **Робота містить:**

Сторінок - 28

Рисунків - 4

Літературних посилань - 57

**Ключові слова:** хвильовий моніторинг,розсіяння плоських хвиль,одновимірна гратка з домішками,коефіцієнти пропускання та відбиття,ефект Рамзауера-Таунсенда

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	7
1 ГРАНУЛЬОВАНІ КРИСТАЛИ(ЛАНЦЮГИ).....	10
2 РОЗСЯННЯ ЛІНІЙНИХ ХВИЛЬ НА ДОМІШКАХ.ЕФЕКТ ТИПУ РАМЗАУЕРА-ТАУНСЕНДА.....	12
3 ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ТЕОРЕТИЧНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ ІЗ ДАНИМИ ЧИСЕЛЬНИХ ТА БЕЗПОСЕРЕДНІХ ФІЗИЧНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ.....	18
4 РОЗСЯННЯ НА ВИРОДЖЕНИХ ДОМІШКОВИХ ВКЛЮЧЕННЯХ.....	20
ВИСНОВКИ.....	23
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ.....	24

## ВСТУП

Одновимірні (1D) гранульовані кристали (гранульовані ланцюги) складаються з щільно упакованих пружно зіткаючихся частинок .Вони можуть бути використані в якості дослідного зразка для вивчення хвильових явищ у ланцюгах суттєво нелінійних осциляторів, а взаємодія між нелінійністю та дискретністю в ланцюгових ланцюгах обумовлює дослідження різноманітної низки когерентних структур, включаючи мігруючі хвилі, сапуни та дисперсійні ударні хвилі [1–3]. Гранульовані кристали можуть бути сконструйовані з найрізноманітніших матеріалів різного типу та розмірів, тому їх властивості ефективно регулюються, і вони забезпечують різnobічний функціональний тип метаматеріалів фундаментальні фізичні явища та ефекти [1,2,4,5].

Гранульовані кристали можуть бути використувані для дослідження ефектів впливу різноманітних структурних та матеріальних неоднорідностей (домішок, дефектів) на нелінійну хвильову динаміку [6–11], розсіювання на інтерфейсах між двома різними типами частинок [12–14]; розповсюдження хвилі в умовах конфайнменту [15,16], ланцюгах, що містять двохчастинкові та багаточастинкові включення [17–24], квазіперіодичні та флюктуаційні конфігурації [25–31]; та у багатьох інших випадках . Можна кваліфікувати сильно стиснуті гранульовані ланцюги, як тип гратки Фермі – Паста – Улама (FPU), і використовувати для вивчення специфічних явищ ( див., наприклад, посилання [32,33]). Гранульовані ланцюги також надають прототипи для численних потенційних інженерних застосувань[34]. Кілька прикладів включають удари та енергопоглинаючі шари [13,27,35], звуко- фокусуючі пристрої та лінії затримки [36], роботизуючи механізми [37], шари поглинання вібрацій [19], скремблери звуку [12,38], а також акустичні перемикачі та логічні затвори [39]. Дослідження невпорядкованих зернистих кристалів також стає все більш популярним. Важливими темами таких

досліджень були транспортні властивості хвильових пакетів та одиночних хвиль та взаємодія між розладом (особливо в контексті локалізації Андерсона), дискретністю та нелінійністю [28–31]. Ці теми також актуальні для широкого кола нелінійних моделей граток [40,41]. Щоб отримати уявлення про невпорядковані гранульовані ланцюги, треба почати з більш простої системи, в якій один або декілька дефектів виникають всередині однорідної гратки [9]. У цьому контексті розсіювання на неоднорідностях є фундаментальним фактором при вивчені поширення хвилі в складних середовищах [42,43]. Це особливо важливо, коли масштаби хвиль та неоднорідностей (тобто домішок або дефектів) порівнянні, оскільки взаємодія в таких ситуаціях може привести до вкрай специфічної динаміки. До відповідних явищ належать утворення локалізованих мод [44,45], резонансів Фано [46,47], маскування [48,49] та інших явищ, що представляють широкий інтерес для багатьох галузей фізики. Ми запропонуємо теорію і порівняємо її висновки з результатами чисельних та фізичних експериментів в лінеаризованих і слабо нелінійних режимах, щоб дослідити розсіювання плоскої хвилі від однієї домішки та подвійної домішки в гранульованому ланцюжку. Ключовим висновком є те, що аналог добре відомого ефекту Рамзауера – Таунсенда (RT) може мати місце в гранульованих ланцюгах. RT-резонанс - прототипний механізм, що забезпечує прозорість розсіювання (тобто повну передачу) в квантовій механіці [50]. У найвідомішій формі він полягає у наявності різкого мінімуму в перерізі розсіювання електронів при низьких енергіях для розсіювання рідкісними газами. Ефект RT має експериментально спостерігaloся в багатьох сценаріях, що включають квантове тунелювання, включаючи розсіювання  $e - Ar$  [51], позитрон - розсіювання  $Ar$  [52], розсіяння  $e - метану$  [53] та інші. У контексті механічних систем наслідки ефекту RT однаково важливі. Одним із можливих додатків є будовування сторонніх об'єктів, таких як датчики, в системи, щоб вони створювали мінімальні перешкоди для

існуючих структур. Це може бути дуже корисним для програм у структурному моніторингу здоров'я.

Решта презентуємої роботи організована таким чином. Ми виводимо основні рівняння, що регулюють динаміку мікромеханічних кристалів. І вирішуємо в замкненій формі проблему лінійного розсіяння однієї домішки та подвійної домішки, вкладеної в однорідний гранульований ланцюг. Щодо подвійних домішок, ми демонструємо, що ефект, аналогічний резонансу RT, виникає у певній області параметрів. Ми використовуємо альтернативні дані чисельного моделювання і лабораторних експериментів, щоб підтвердити наші теоретичні результати. Ми обговорюємо та порівнюємо результати нашої теорії, з даними обчислень та фізичних експериментів.

## 1 ГРАНУЛЬОВАНІ КРИСТАЛИ

Можна описати 1D-кристал  $2N + 1$  сферичних частинок, як ланцюжок нелінійно зв'язаних осциляторів з силовими (наприклад, герцевськими) взаємодіями між кожною парою частинок [1–3]. Таким чином, система моделюється з використанням таких рівнянь руху:

$$\ddot{u}_n = \frac{A_n}{m_n} [\Delta_n + u_{n-1} - u_n]_+^{\frac{3}{2}} - \frac{A_{n+1}}{m_n} [\Delta_{n+1} + u_n - u_{n+1}]_+^{\frac{3}{2}} \quad (1.1)$$

де  $m_n$  - маса  $n$ -ї частинки ( $n \in \{-N, -N+1, \dots, N\}$ ),  $u_n$  - зміщення  $n$ -частинки,

вимірює , з положення рівноваги, амплітуда взаємодії  $A_n$  залежить від геометрії та пружності частинок у  $n$ -му та  $(n - 1)$ -му положеннях [1] ,

$$\Delta_n = \left( \frac{F_0}{A_n} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (1.2)$$

- це зміна переміщення між центрами сусідніх частинок в термінах статичного навантаження  $F_0$  , а дужка  $[x]_+$  визначається, як

$$[x]_+ = \begin{cases} x, & \text{if } x > 0 \\ 0, & \text{if } x \leq 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

Ми розглядаємо ланцюг, який стискається спочатку двома пластиналами, розміщеними з боку обох обмежуючих границь. Це відповідає наступним граничним умовам :

$$u_{-(N+1)} = \psi_l(t). \quad (4)$$

$$u_{(N+1)} = \psi_r(t). \quad (1.4)$$

Ми зосереджуємося на ситуації, коли хвиля в ланцюзі періодично рухається з одного боку. Тобто  $\psi_r(t) = 0$  та  $\psi_l(t) = d \sin(2\pi f t)$ , де  $d$  та  $f$ , відповідно, є амплітудою та частотою зовнішнього збурення. Нас цікавлять неоднорідні (збурені домішками) ланцюги. Ми розглянемо в основному два випадки: (i) одиночну домішку та (ii) подвійну домішку. Параметр взаємодії може приймати одне з чотирьох можливих значень (залежно від типу гранул, які контактирують). Ці значення є

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{11} \equiv \frac{E_1(2r_1)^{\frac{1}{2}}}{3(1-v_1^2)}, \\ A_{12} \equiv \frac{4E_1E_2\left(\frac{r_1r_2}{r_1+r_2}\right)^{\frac{1}{2}}}{3\left[E_1(1-v_2^2)+E_2(1-v_1^2)\right]}, \\ A_{22} \equiv \frac{E_2(2r_2)^{\frac{1}{2}}}{3(1-v_1^2)}, \\ A_{1\omega} \equiv \frac{2E_1r_1^{\frac{1}{2}}}{3(1-v_1^2)}, \end{array} \right. \quad (1.5)$$

де  $E_{1,2}$ ,  $v_{1,2}$  та  $r_{1,2}$  - відповідно модуль пружності, коефіцієнт Пуассона та радіуси частинок типу 1 та типу 2. Маси частинок складають  $m_1$  і  $m_2$ . Ми вважаємо, що механічні властивості пружних пластин на межі такі ж, як і для частинок типу 1. Радіус частинки домішки дорівнює  $r_2 = \alpha r_1$ , де  $\alpha > 0$  - відношення між радіусами двох типів частинок. Якщо припустити, що частинки типу 1 та типу 2 мають однакову щільність (тобто  $\rho_1 = \rho_2$ ), то  $\alpha < 1$  означає, що домішки легші за частинки в гомогенному ланцюзі, тоді як  $\alpha > 1$  означає, що домішки важчі.

## 2 РОЗСІЯННЯ ЛІНІЙНИХ ХВИЛЬ НА ДОМІШКАХ. ЕФЕКТ ТИПУ РАМЗАУЕРА-ТАУНСЕНДА

Залежно від відносних величин  $n$  та  $|u_n - u_{n+1}|$ , ефективна нелінійність у рівнянні (2.1) може бути сильною або слабкою. Зокрема, для досить сильної статичної попередньої компресії, або достатньо малих амплітудних коливань у кристалі  $n |u_n - u_{n+1}|$ , нелінійність слабка. Якщо повністю ігнорувати нелінійність, між частинками існує гармонічна взаємодія, і в цьому випадку динаміку можна описати достатньо простим відомим рівнянням

$$m_n \ddot{u}_n = B_n u_{n-1} + B_{n+1} u_{n+1} - (B_n + B_{n+1}) u_n . \quad (2.1)$$

що відповідає рівнянню (2.1) лінеаризованому поблизу стану рівноваги.

Отже,

$$B_n = \frac{3}{2} A_n \Delta n^{\frac{1}{2}} = \frac{3}{2} A_n^{\frac{2}{3}} F_0^{\frac{1}{3}} \quad (2.2)$$

Можна виразити розв'язок рівняння (2.1) в термінах повного набору власних функцій виду  $u_n = v_n e^{i\omega t}$ , де  $\omega$  - власна частота. Загальновідомо, що без домішок (тобто для повністю однорідного кристала, для якого  $m_n = m$  та  $B_n = B$ ),  $v_n = e^{ikn}$ , існує одна, так звана, акустична гілка розвязків з власною частотою

$$\omega = \sqrt{\frac{2B}{m[1 - \cos(k)]}} \in [0, \Omega] \quad (2.3)$$

де  $m$  - маса,  $k$  - хвильове число,  $\Omega = \sqrt{\frac{4B}{m}}$ .

Коли домішки вводяться в хост-ланцюг, можуть виникати локалізовані або резонансні лінійні режими (залежно від характеристик домішок [9]). Для легких домішок (тобто  $\alpha < 1$ ) слід очікувати локалізовані режими, частоти яких перевищують верхню межу лінійного спектра. Для важких домішок

(тобто  $\alpha > 1$ ), навпаки, очікується низка додаткових режимів з частотами в лінійному спектрі, тобто, резонансні моди.

Ми сфокусуємося на вивченні процесів розсіювання плоської хвилі  $e^i(kn - \omega t)$  на одиничних домішках, і подвійних домішках в лінійному режимі. На Рис. 2.1 показані схеми ланцюгів з одинарними та подвійними домішками.

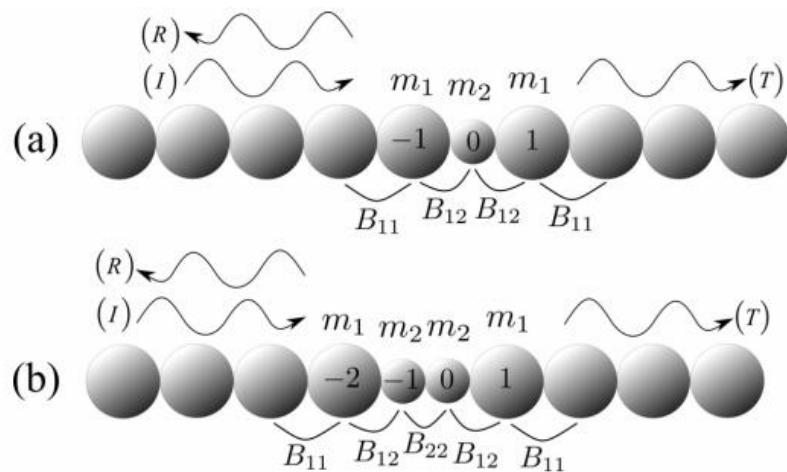


Рис. 2.1. Схеми ланцюгів а)-з одиничною і б)-з подвійною домішками

Ми розглядаємо частинку домішку, як збурення системи: частинка домішки має радіус  $r_2 = \alpha r_1$ , де  $r_1$  - радіус частинки в ланцюзі. Щодо подвійних домішок, ми розглядаємо лише «симетричний» випадок, коли обидві домішки мають одинаковий тип частинок (і, отже, мають одинаковий радіус). Для вирішення проблеми розсіювання в лінійному режимі зручно використовувати складені величини типу координат положень у гратці ([43]).

Запишемо

$$u_n = \begin{cases} e^{i(kn - \omega t)} + R e^{-i(kn + \omega t)}, \\ T e^{i(kn - \omega t)}. \end{cases} \quad n \leq 0, n > 0 \quad (2.4)$$

Рівняння (2.4) представляє падаючу плоську хвилю, яка створює відбиті та передані хвилі за рахунок взаємодії з домішкою. Таким чином, ми можемо визначити коефіцієнт пропускання  $|T|$  та коефіцієнт відбиття  $|R|$ . Звернемо увагу, що  $|R|^2 + |T|^2$  не обов'язково повинні дорівнювати 1,

оскільки  $|T| \geq 2, |R| \geq 2$  базуються на нормуванні переміщення, яке не є інтегралом рівняння (1.1) або рівняння (2.1). Інтуїтивно  $|T| \geq 2$  та  $|R| \geq 2$  є деякими «доповнюючими» величинами, оскільки зменшення однієї супроводжується збільшенням іншої (і навпаки). Щоб мати  $|R| \geq 2 + |T| \geq 1$  для всіх значень параметрів, потрібно було б натомість визначити  $|R| \geq 2$  і  $|T| \geq 2$  з точки зору густини енергії. Загальна енергія зберігається при завданій динаміці, хоча її є набагато складніше вимірюти експериментально, ніж інші величини (наприклад, швидкість). Враховуючи рівняння (2.4), швидкість  $u_n = -\omega u_p$ . Отже, якби ми визначили  $|T| \geq 2$  та  $|R| \geq 2$  в термінах  $u_n$ , а не  $u_p$ , ми отримали б однакові результати оскільки  $u_n$  та  $u_p$  відрізняються лише постійним коефіцієнтом  $\omega$ . Тому ми визначаємо коефіцієнти відбиття та проходження в термінах переміщення, що дозволяє нам безпосередньо порівнювати аналітичні результати з не лише обчисленнями, але й лабораторними експериментами, для яких ми і визначаємо коефіцієнти за допомогою швидкості. Підставляємо рівняння (2.4) у рівняння (2.1) у околі домішок і отримуємо лінійну систему рівнянь для  $T$  і  $R$ :

$$\begin{pmatrix} \beta_{(i)(ii)} & \delta_{(i)(ii)} \\ \eta_{(i)(ii)} & \gamma_{(i)(ii)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{(i)(ii)} \\ R_{(i)(ii)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_{(i)(ii)} \\ \zeta_{(i)(ii)} \end{pmatrix}, \quad (2.5)$$

де індекси (i) та (ii) відповідно позначають ланцюжки з одинарними та подвійними домішками. Для одно-домішкових ланцюгів, параметри в рівнянні (2.5) визначаються співвідношеннями:

$$\beta_{(i)} = \bar{\Omega} + B_{12}(2 - e^{ik}),$$

$$\delta_{(i)} = B_{12}e^{-ik},$$

$$\eta_{(i)} = B_{12},$$

$$\gamma_{(i)} = -B_{12}e^{ik},$$

$$\epsilon_{(i)} = B_{11}e^{2ik} - (B_{11} + B_{12} + \bar{\Omega})e^{ik},$$

$$\zeta_{(i)} = -B_{11}e^{-2ik} + (B_{11} + B_{12} + \bar{\Omega})e^{-ik}.$$

$$\text{де } \bar{\Omega} = -\frac{2B_{11}m_2}{m_1}[1 - \cos(k)]$$

Розв'язуючи рівняння (2.5) отримуємо вирази для коефіцієнтів відбиття та пропускання

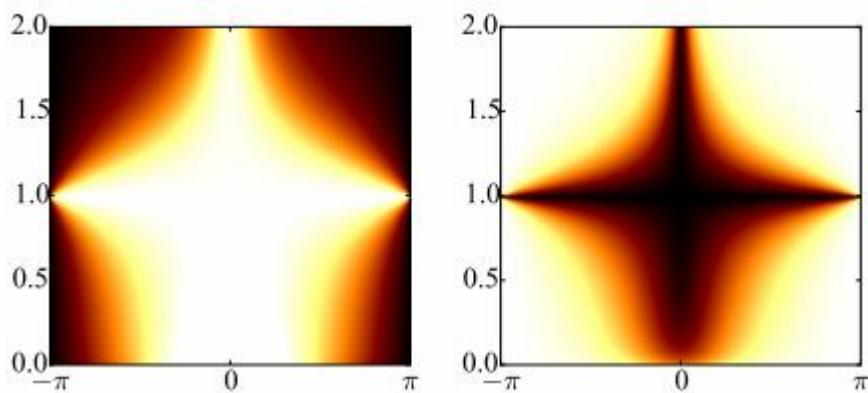
$$|T_{(ii)}|^2 = \left| \frac{B_{11}B_{12}m_1(1 + e^{ik})}{B_{11}^2m_2 + (B_{11} - B_{12})(B_{11}m_2 - B_{12}m_1)e^{2ik} - B_{11}(2B_{11}m_2 - 2B_{12}m_1 - B_{12}m_2)e^{ik}} \right|^2$$

$$\begin{aligned} \beta_{(ii)} &= \bar{\Omega} + B_{12}(1) - e^{ik} + B_{22}, \delta_{(ii)} = B_{22}e^{-ik}, \eta_{(ii)} = B_{22}, \\ \epsilon_{(ii)} &= B_{12}e^{2ik} - (B_{12} + B_{22} + \bar{\Omega})e^{ik}, \zeta_{(ii)} = -B_{12}e^{-2ik} + (B_{12} + B_{22} + \bar{\Omega})e^{-ik} \end{aligned} \quad (2.6)$$

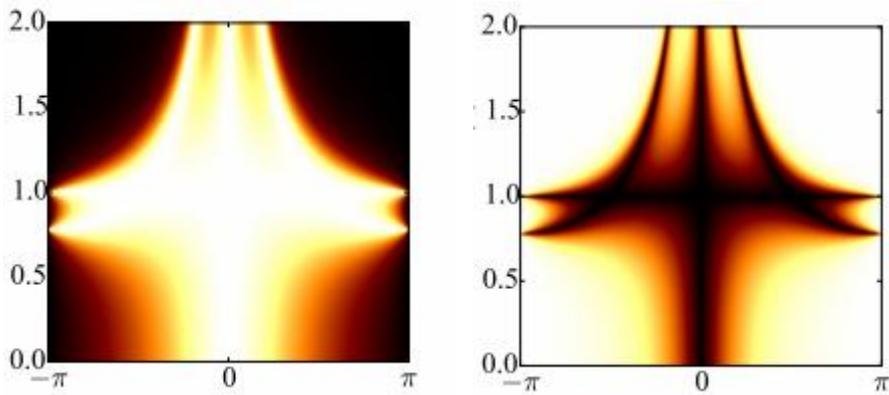
Для ланцюга з подвійною домішкою ми дотримуємося тієї ж процедури та використовуємо відповідні параметри, отримаємо:

$$|T_{(ii)}|^2 = \left| \frac{B_{12}B_{22}m_1^2(1 - e^{-2ik})}{[(B_{11}m_1(e^{ik} - 1) + 2B_{11}m_2 - 2B_{11}m_2 \cos(k))(B_{12}m_1(e^{ik} - 1) - 2B_{22}m_1 + 2B_{11}m_2 - 2B_{11}m_2 \cos(k))]} \right|^2 \quad (2.7)$$

На рис. 2 продемонстровані результати дослідів визначеної проблеми параметризовані в режимах відбиття та пропускання, як функції від  $k$  та  $\alpha$  у вісі  $\alpha$ , та  $k$ , відповідно).



А)Проходження(одна домішка)      Б) Відбиття (одна домішка)



С)Проходження(одна домішка) Д)Відбиття (бінарна домішка)

Рис. 2.2 -Коефіцієнти проходження та відбиття для розсіяння плоської хвилі на ланцюжку із одиничною та бінарною домішками ,як функції хвильового числа та відношення розмірів частинок.

Як свідчать наведені на Рис. 2.2 (Б) та Рис.2.2 (Д) дані , існує “чорна” область безрефлексійних режимів, в якій плоська хвилля може пройти або одну домішку, або подвійну домішку майже без змін. Для одиночних домішок коефіцієнт відбиття  $|R|/2$  зникає лише тоді, коли  $\alpha = 1$  або  $k = 0$ . На відміну від для подвійної домішки  $|R|/2$ , яка зникає не тільки тоді, коли  $\alpha = 1$  та  $k = 0$ , але й коли  $k = \pm kr = 0$  для  $\alpha$ , більшої , ніж деяке критичне значення  $\alpha s$ . При цих резонансних значеннях хвиля може повністю передаватися через домішки (тобто немає розсіювання), відчуваючи лише фазовий зсув. Гранульовані кристали таким чином допускають аналог відомого ефекту Рамзауера – Таунсенд (RT) [50], який у своїй традиційній формі складається з наявності різкого мінімуму в поперечному перерізі розсіяння електронів при низьких енергіях на рідкісних газах (таких як Xe, Kr та Ar). Далі ми використовуємо термін «РТ-резонанс» для опису резонансу при  $k = \pm kr$ . У нашому випадку можна явно записати  $kr$  , з точки зору фізичних параметрів системи, як

$$k_r = \arccos(\phi) \quad (2.8)$$

де  $\phi = \frac{B_{12}B_{22}m_1^2 - 2B_{11}B_{22}m_1m_2}{2B_{11}m_2[B_{11}m_2 - B_{12}m_1]} + \frac{B_{11}[m_1^2 - 2m_1m_2 + 2m_2^2]}{2m_2[B_{11}m_2 - B_{12}m_1]}$ .

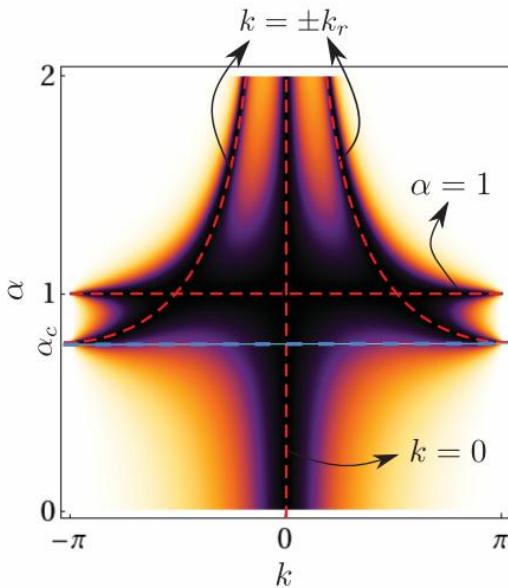


Рис.2.3-Диаграма розсіяння на ланцюжку з подвійними домішками в термінах параметра асиметрії та хвильового числа.

Червоний пунктир визначає стани в яких коефіцієнт відбиття дорівнює нулю. Блактиний- критичні значення параметра співвідношення розмірів частинок ланцюжка і дефекта. Резонанс Рамзауера-Таунсенда має місце за умов  $k = \pm k_r$  for  $\alpha > \alpha_c$

Зокрема, бачимо , що  $k_r = \pi$  при  $\alpha = \alpha_c$  та  $k_r \rightarrow 0$  при  $\alpha \rightarrow \infty$ . Отже, можна налаштовувати частоту резонансу RT на будь-яке значення в полосі пропускання .

### 3 ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ТЕОРЕТИЧНИХ РЕЗУЛЬТАТІВ ІЗ ДАНИМИ ЧИСЕЛЬНИХ ТА БЕЗПОСЕРДНІХ ФІЗИЧНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ

У наступному викладенні ми порівняємо наші теоретичні результати з даними чисельних і безпосередніх фізичних експериментів. Виберемо для цього співвідношення радіусів частинок домішок та ланцюга  $\alpha = 0,7$  та  $\alpha = 1,5$ . На Рис. 3.1 (a) та 3.1 (b), показані результати чисельних розрахунків коефіцієнтів передачі в залежності від частоти для однодомішкового ланцюга. На Рис. 3.1 (c) та 3.1 (d), представлені результати такі ж результати для ланцюга з подвійною домішкою.

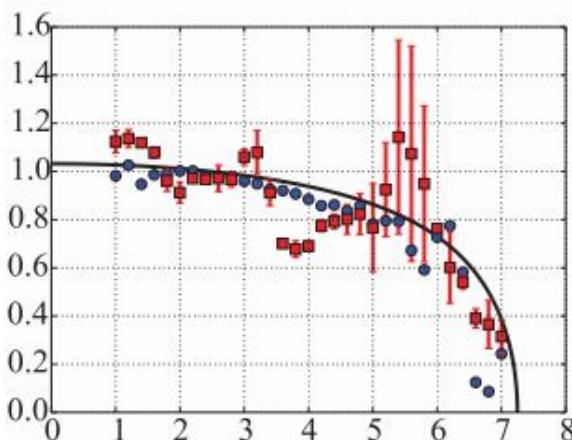


Рис.3.1а

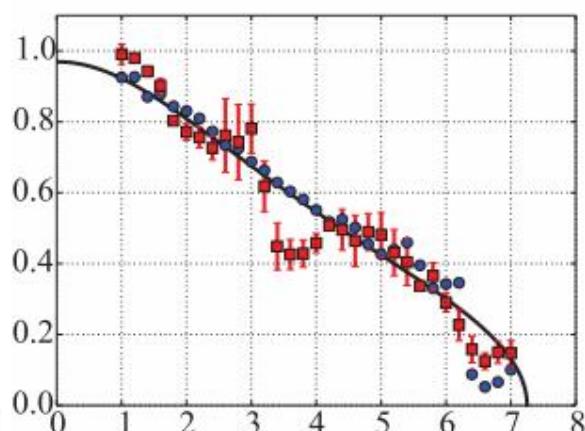


Рис.3.1б

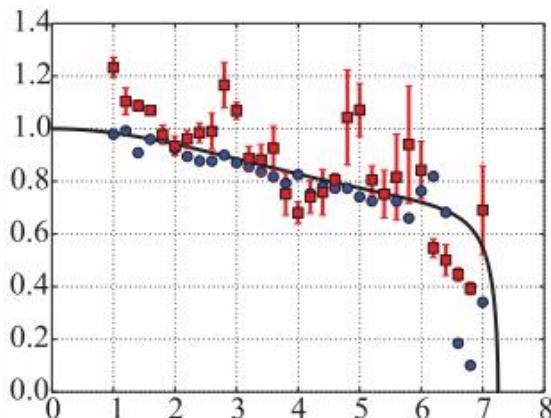


Рис.3.1с

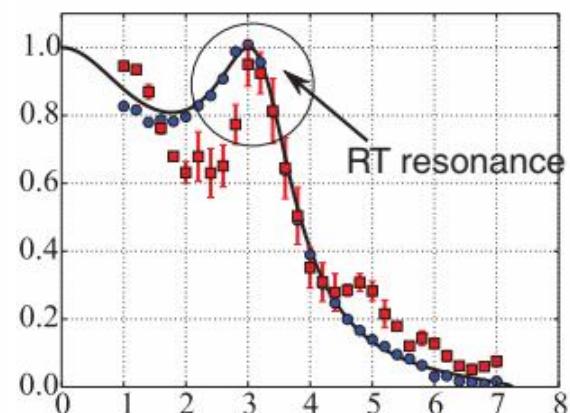


Рис.3.1д

Для ланцюга з одною домішкою коефіцієнт пропускання має тенденцію до зменшення, коли ми збільшуємо частоту збудження. Нахил зменшення залежить від коефіцієнта, який характеризує асиметрію. Коли  $\alpha = 0,7$ , тенденція до зменшення спочатку повільна, але спостерігається швидке падіння поблизу частоти відсічення 7,25 кГц. Для  $\alpha = 1,5$  зменшення має майже лінійний сценарій у всьому діапазоні частот. На Рис. 4 (а) та 4 (б), показані тенденції, які спостерігаються у чисельних розрахунках, в експериментах у порівнянні із теоретичними прогнозами нашої моделі. Коротко обговоримо, деякі відмінності в експериментах у порівнянні з чисельним моделюванням та теоретичними прогнозами.

Для ланцюга з бінарними домішками ми отримуємо специфічні ефекти. Коли  $\alpha = 0,7$ , ми спостерігаємо зменшення ефективності проходження із збільшенням частоти (як в ланцюзі з одиничною домішкою). В той час, як для коефіцієнта асиметрії  $\alpha = 1,5$  коефіцієнт прозорості має виражену форму подвійного піку в смузі пропускання частоти. Аналітичні результати для прогнозування передачі у резонансному режимі із частотою збудження близько 3,0 кГц. показують можливість повної передачі плоских хвиль, незважаючи на існування подвійних домішок. Цей режим "маскування" є достатньо контрастним, і ми спостерігаємо його, як в фізичних експериментах, так і при чисельному моделюванні (див. Рис. 6 (d)). Як ми щойно обговорювали, наш аналітичний прогноз збігається досить добре із результатами чисельного моделювання та експериментів, особливо в полосі частот між 1,0 та 4,0 кГц. В полосі між 3,0 та 4,0 кГц, спостерігаються деякі розбіжності, при порівнянні аналітичних та числових розрахунків. Вони можуть мати місце внаслідок експериментальних помилок (внаслідок внутрішніх частотних характеристик п'язопривода в експериментальних стендах).

## 4 РОЗСІЯННЯ НАВИРОДЖЕНИХ ДОМІШКОВИХ ВКЛЮЧЕННЯХ

Цікаве (і практично важливе!) використання РТ-резонансу, яке ми обговорювали вище для розсіювання на ланцюгу із подвійною домішкою - це його узагальнення на випадок систем із множинними подвійними домішками (вироджені системи). Зокрема, цікаво дослідити системи в яких численні домішки періодично або випадково розподілені в межах однорідного ланцюга (див.Рис.4.1).

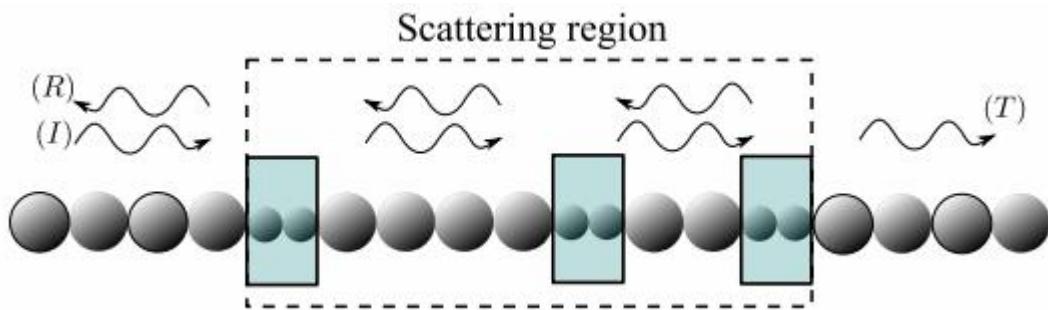


Рис.4.1 - Схема початково однорідного ланцюга неоднорідно збуреного розподіленими парними домішками.

Виникає логічне запитання: чи можуть і в таких системах траплятися безрефлексійні режими, тобто мати місце ефект Рамзауера-Таунсенда? При розгляді кількох домішок у ланцюжку гранульованого хоста формалізм матриць переносу дає можливість описати переніс хвилі скрізь всю систему забезпечуючи корисну структуру вивчити передачу хвиль через всю систему ([57]). Знову, як і у попередніх випадках, розглянемо стаціонарні плоскі хвилі  $u_n(t) = w_n e^{i\omega t}$ . Рівняння (2.1) тепер приймає вигляд:

$$\omega_{n+1} = \frac{[(B_n + B_{n+1}) - m_n \omega^2]}{B_{n+1}} \omega_n - \frac{B_n}{B_{n+1}} \omega_{n-1}, \quad (4.1)$$

що генерує режими із заданим початковим значенням для

$\omega_1(-N), \omega_1(-N+1)\}$  Для  $\omega = 0$ , рівняння (4.1) скорочується до

$$\omega_{n+1} = \frac{B_n}{B_{n+1}} (\omega_n - \omega_{n-1}) + \omega_n . \quad (4.2)$$

Отже, для будь-якого розподілу частинок у ланцюжку за умов  $\omega_1(-N), \omega_1(-N+1)\}$ ,  $\omega_n = \omega_{-N}$  для всіх  $n$ . Останнє пояснює чому коефіцієнти відбиття дорівнюють 0 при  $\omega = k = 0$ , як у випадку одинарних, так і подвійних домішок. Для обмеженої області розповсюдження має місце лише для хвильових чисел, що відповідають конкретним визначенням значення та пов'язаним з ними частотам. Після того, як ми додаємо домішки, ітераційний процес генерування таких біжучих хвиль формально одинаковий, доки ми не досягнемо „областю розсіювання”. У цій області відбувається багаторазове розсіювання, оскільки присутність домішок порушує дискретну симетрію трансляції, і послідовні дефекти можуть привести до ускладненої динаміки, яка залежить від розподілу домішок. Конкретний приклад такого явища був нещодавно досліджений у невпорядкованих гранульованих ланцюгах [29]. Коли розподіл домішок такий, що домішки добре відокремлюються між собою, можна переформулювати проблему передачі [задану формулою (14)] через всю область розсіювання, як послідовність матриць  $t$  передачи з кожного сегмента гранульованого ланцюга через домішку на наступний сегмент. Таким чином, падаюча плоска хвиля  $w_n = I e^{ik_r n}$  з хвильовим номером  $k = kr$  і амплітуда  $I$  перетворюється в  $T(1) e^{ik_r n}$  після події розсіювання, оскільки під час розсіювання при  $k = kr$  не створюються відбиті хвилі. Розглядаючи цей процес на кожій у домішці, ми отримуємо послідовність  $I e^{ik_r n} \rightarrow T^{(1)} e^{ik_r n} \rightarrow T^{(2)} e^{ik_r n} \rightarrow \dots \rightarrow T^{(L)} e^{ik_r n}$  де стрілки

позначають передачу хвилі через домішки і  $T(j)$ , при  $j \in \{1, 2, \dots, L\}$ ,

позначає амплітуди переданої хвилі, які (з масштабуванням, щоб  $I = 1$ ) задані рівнянням. Отже, безрефлексійні режими можуть підтримуватися ланцюжком за умов

$$\omega_n = \begin{cases} I e^{ik_r n}, & \text{if } n \leq n_1 \\ T^{(1)} e^{ik_r n}, & \text{if } n_1 < n \leq n_2 \\ \vdots & \vdots \\ T^{(L)} e^{ik_r n}, & \text{if } n_L < n \end{cases} \quad (4.3)$$

Таким чином ми очікуємо існування ефекту типу Рамзауера-Таунсенда резонанс RT навіть у гранульованих ланцюгах із множинними подвійними домішками.

## ВИСНОВКИ

Користуючись моделлю розсіяння плоської хвилі на ланцюжку із одиничною та бінарною домішками ми отримали теоретичні вирази для коефіцієнтів проходження і відбиття. Ми порівняли наші аналітичні результати з чисельними обчисленнями та лабораторними експериментами , і спостерігали добре узгодження . В експериментах, які аналізувалися використовувалася безконтактна лазерна допплерівська віброметрія, щоб отримати візуалізацію повного поля плоских хвиль , що поширюються в гранульованому ланцюзі. Це дозволило спостерігати резонанс RT саме у випадку подвійних домішок у гранульованому ланцюзі, безпосередньо вимірюючи коефіцієнт пропускання. Знайдений режим РТ-резонансу створює можливість без рефлексійного розсіяння також підтверджують результати чисельного моделювання. Дослідження відкриває шлях до систематичного вивчення та застосування властивостей резонансів Рамзауера – Таунсенда в зернистих кристалах . Особливий інтерес представляють такі резонанси, коли кількість домішок велика і для різних (упорядкованих чи невпорядкованих) розподілів домішок. Одним із можливих застосувань резонансів RT у зернистих кристалах є вбудовування сторонніх об'єктів, таких, як датчики, в системи, з метою моніторингу мінімальних границь збурення структур. Також значний інтерес представляє дослідження невпорядкованих зернистих кристалів, а не просто розміщення невпорядкованого сегмента в однорідних ланцюгах. В 1D невпорядкованих зернистих кристалах останні чисельні прогнози супердифузійного транспорту та інші особливості [29,30] особливо цікаві для подальшого вивчення у сенсі їх відношення до резонансних мод..

## ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

- [1] V. F. Nesterenko, Dynamics of Heterogeneous Materials (Springer-Verlag, New York, 2001).
- [2] S. Sen, J. Hong, J. Bang, E. Avalos, and R. Doney, Solitary waves in the granular chain, *Phys. Rep.* 462, 21 (2008).
- [3] P. G. Kevrekidis, Non-linear waves in lattices: Past, present, future, *IMA J. Appl. Math.* 76, 389 (2011).
- [4] C. Daraio, V. F. Nesterenko, E. B. Herbold, and S. Jin, Tunability of solitary wave properties in one-dimensional strongly nonlinear photonic crystals, *Phys. Rev. E* 73, 026610 (2006).
- [5] C. Coste, E. Falcon, and S. Fauve, Solitary waves in a chain of beads under Hertz contact, *Phys. Rev. E* 56, 6104 (1997).
- [6] S. Sen, M. Manciu, and J. D. Wright, Solitonlike pulses in perturbed and driven Hertzian chains and their possible applications in detecting buried impurities, *Phys. Rev. E* 57, 2386 (1998).
- [7] E. Hascoet and H. J. Herrmann, Shocks in non-loaded bead chains with impurities, *Eur. Phys. J. B* 14, 183 (2000).
- [8] J. Hong and A. Xu, Nondestructive identification of impurities in granular medium, *Appl. Phys. Lett.* 81, 4868 (2002).
- [9] G. Theocharis, M. Kavousanakis, P. G. Kevrekidis, C. Daraio, M. A. Porter, and I. G. Kevrekidis, Localized breathing modes in granular crystals with defects, *Phys. Rev. E* 80, 066601 (2009).
- [10] S. Job, F. Santibanez, F. Tapia, and F. Melo, Wave localization in strongly nonlinear Hertzian chains with mass defect, *Phys. Rev. E* 80, 025602(R) (2009).
- [11] Y. Man, N. Boechler, G. Theocharis, P. G. Kevrekidis, and C. Daraio, Defect modes in one-dimensional granular crystals, *Phys. Rev. E* 85, 037601 (2012).

- [12] V. F. Nesterenko, C. Daraio, E. B. Herbold, and S. Jin, Anomalous Wave Reflection at the Interface of Two Strongly Nonlinear Granular Media, *Phys. Rev. Lett.* 95, 158702 (2005).
- [13] C. Daraio, V. F. Nesterenko, E. B. Herbold, and S. Jin, Energy Trapping and Shock Disintegration in a Composite Granular Medium, *Phys. Rev. Lett.* 96, 058002 (2006).
- [14] C. Hoogeboom, G. Theocharis, and P. G. Kevrekidis, Discrete breathers at the interface between a diatomic and a monoatomic granular chain, *Phys. Rev. E* 82, 061303 (2010).
- [15] R. Doney and S. Sen, Decorated, Tapered, and Highly Nonlinear Granular Chain, *Phys. Rev. Lett.* 97, 155502 (2006).
- [16] U. Harbola, A. Rosas, A. H. Romero, M. Esposito, and K. Lindenberg, Pulse propagation in decorated granular chains: An analytical approach, *Phys. Rev. E* 80, 051302 (2009). 052224-10
- [17] M. A. Porter, C. Daraio, E. B. Herbold, I. Szelengowicz, and P. G. Kevrekidis, Highly nonlinear solitary waves in periodic dimer granular chains, *Phys. Rev. E* 77, 015601(R) (2008). [18] M. A. Porter, C. Daraio, I. Szelengowicz, E. B. Herbold, and P. G. Kevrekidis, Highly nonlinear solitary waves in heterogeneous periodic granular media, *Physica D* 238, 666 (2009). [19] E. B. Herbold, J. Kim, V. F. Nesterenko, S. Y. Wang, and C. Daraio, Pulse propagation in a linear and nonlinear diatomic periodic chain: Effects of acoustic frequency band-gap, *Acta Mech.* 205, 85 (2009).
- [20] A. Molinari and C. Daraio, Stationary shocks in periodic highly nonlinear granular chains, *Phys. Rev. E* 80, 056602 (2009).
- [21] K. R. Jayaprakash, Y. Starosvetsky, and A. F. Vakakis, New family of solitary waves in granular dimer chains with no precompression, *Phys. Rev. E* 83, 036606 (2011).
- [22] K. R. Jayaprakash, A. F. Vakakis, and Y. Starosvetsky, Solitary waves in a general class of granular dimer chains, *J. Appl. Phys.* 112, 034908 (2012).

- [23] K. R. Jayaprakash, Y. Starosvetsky, A. F. Vakakis, and O. V. Gendelman, Nonlinear resonances leading to strong pulse attenuation in granular dimer chains, *J. Nonlin. Sci.* 23, 363 (2013).
- [24] N. Boechler, J. Yang, G. Theocharis, P. G. Kevrekidis, and C. Daraio, Tunable vibrational band gaps in one-dimensional diatomic granular crystals with three-particle unit cells, *J. Appl. Phys.* 109, 074906 (2011).
- [25] A. Sokolow and S. Sen, Exact solution to the problem of nonlinear pulse propagation through random layered media and its connection with number triangles, *Ann. Phys.* 322, 2104 (2007).
- [26] A.-L. Chen and Y.-S. Wang, Study on band gaps of elastic waves propagating in one-dimensional disordered phononic crystals, *Physica B* 392, 369 (2007).
- [27] F. Fraternali, M. A. Porter, and C. Daraio, Optimal design of composite granular protectors, *Mech. Adv. Mater. Struct.* 17, 1 (2010).
- [28] L. Ponson, N. Boechler, Y. M. Lai, M. A. Porter, P. G. Kevrekidis, and C. Daraio, Nonlinear waves in disordered diatomic granular chains, *Phys. Rev. E* 82, 021301 (2010).
- [29] A. J. Martínez, P. G. Kevrekidis, and M. A. Porter, Superdiffusive transport and energy localization in disordered granular crystals, *Phys. Rev. E* 93, 022902 (2016).
- [30] V. Achilleos, G. Theocharis, and Ch. Skokos, Energy transport in one-dimensional disordered granular solids, *Phys. Rev. E* 93, 022903 (2016).
- [31] B. Yousefzadeh and A. S. Phani, Supratransmission in a disordered nonlinear periodic structure, arXiv:1510.00058v1 (2015).
- [32] I. Szelengowicz, M. A. Hasan, Y. Starosvetsky, A. Vakakis, and C. Daraio, Energy equipartition in two-dimensional granular systems with spherical intruders, *Phys. Rev. E* 87, 032204 (2013).
- [33] Y. Zhang, M. A. Hasan, Y. Starosvetsky, D. M. McFarland, and A. F. Vakakis, Nonlinear mixed solitary–shear waves and pulse equi-partition in a granular network, *Physica D* 291, 45 (2015).

- [34] M. A. Porter, P. G. Kevrekidis, and C. Daraio, Granular crystals: Nonlinear dynamics meets materials engineering, *Phys. Today* 68(11), 44 (2015).
- [35] J. Hong, Universal Power-Law Decay of the Impulse Energy in Granular Protectors, *Phys. Rev. Lett.* 94, 108001 (2005).
- [36] A. Spadoni and C. Daraio, Generation and control of sound bullets with a nonlinear acoustic lens, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* 107, 7230 (2010).
- [37] D. Khatri, C. Daraio, and P. Rizzo, Highly nonlinear waves' sensor technology for highway infrastructures, in *Nondestructive Characterization for Composite Materials, Aerospace Engineering, Civil Infrastructure, and Homeland Security 2008*, Proc. SPIE 6934, 69340U (2008).
- [38] C. Daraio, V. F. Nesterenko, and S. Jin, Strongly nonlinear waves in a chain of Teflon beads, *Phys. Rev. E* 72, 016603 (2005).
- [39] F. Li, P. Anzel, J. Yang, P. G. Kevrekidis, and C. Daraio, Granular acoustic switches and logic elements, *Nat. Commun.* 5, 5311 (2014).
- [40] S. Flach, Nonlinear lattice waves in random potentials, in *Nonlinear Optical and Atomic Systems*, edited by C. Besse and J. C. Garreau, Vol. 2146 of *Lecture Notes in Mathematics* (Springer, Berlin, 2015), pp. 1–48.
- [41] T. V. Laptyeva, M. V. Ivanchenko, and S. Flach, Nonlinear lattice waves in heterogeneous media, *J. Phys. A: Math. Theor.* 47, 493001 (2014).
- [42] Roger G. Newton, *Scattering Theory of Waves and Particles*, 2nd ed. (Dover Publications Inc., USA, 2013).
- [43] A. E. Miroshnichenko, S. Flach, and Yu. S. Kivshar, Fano resonances in nanoscale structures, *Rev. Mod. Phys.* 82, 2257 (2010).
- [44] S. Flach and A. Gorbach, Discrete breathers: Advances in theory and applications, *Phys. Rep.* 467, 1 (2008).
- [45] F. Lederer, G. I. Stegeman, D. N. Christodoulides, G. Assanto, M. Segev, and Y. Silberberg, Discrete solitons in optics, *Phys. Rep.* 463, 1 (2008).
- [46] B. Luk'yanchuk, N. I. Zheludev, S. A. Maier, N. J. Halas, P. Nordlander, H. Giessen, and C. T. Chong, The Fano resonance in plasmonic nanostructures and metamaterials, *Nat. Mater.* 9, 707 (2010).

- [47] A. E. Miroshnichenko and Y. S. Kivshar, Fano resonances in all-dielectric oligomers, *Nano Lett.* 12, 6459 (2012).
- [48] W. Cai, U. K. Chettiar, A. V. Kildishev, and V. M. Shalaev, Optical cloaking with metamaterials, *Nat. Photon.* 1, 224 (2007).
- [49] H. Chen and C. T. Chan, Acoustic cloaking in three dimensions using acoustic metamaterials, *Appl. Phys. Lett.* 91, 183518 (2007).
- [50] J. J. Sakurai, *Modern Quantum Mechanics* (Addison Wesley, Boston, 1994).
- [51] D. E. Golden and H. W. Bandel, Low-energy e—Ar total scattering cross sections: The Ramsauer–Townsend effect, *Phys. Rev.* 149, 58 (1966).
- [52] W. E. Kauppila, T. S. Stein, and G. Jesion, Direct Observation of a Ramsauer–Townsend Effect in Positron–Argon Collisions, *Phys. Rev. Lett.* 36, 580 (1976).
- [53] F. A. Gianturco and D. G. Thompson, The Ramsauer–Townsend effect in methane, *J. Phys. B: Atom. Molec. Phys.* 9, L383 (1976).
- [54] F. Li, L. Zhao, Z. Tian, L. Yu, and J. Yang, Visualization of solitary waves via laser doppler vibrometry for heavy impurity identification in a granular chain, *Smart Mater. Struc.* 22, 035016 (2013). 052224-11 ALEJANDRO J. MARTINEZ et al. PHYSICA
- [55] C. Chong, F. Li, J. Yang, M. O. Williams, I. G. Kevrekidis, P. G. Kevrekidis, and C. Daraio, Dampeddriven granular chains: An ideal playground for dark breathers and multibreathers, *Phys. Rev. E* 89, 032924 (2014). [56] A. Crisanti, G. Paladin, and A. Vulpiani, *Products of Random Matrices* (Springer, Berlin, 1993).
- [57] S. S. Zakeri, S. Lepri, and D. S. Wiersma, Localization in onedimensional chains with Levy-type disorder, *Phys. Rev. E* 91, 032112 (2015).