МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ, МОЛОДЕЖИ И СПОРТА УКРАИНЫ
ОДЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Методические указания
и контрольные задания по курсу «Математика»
для слушателей-иностранцев подготовительного отделения
Раздел «Элементарные функции»

Одесса-2011

Методические указания и контрольные задания по курсу «Математика» для слушателей-иностранцев подготовительного отделения. Раздел «Элементарные функции»
/Аркатов Ю.Н., Расторгуева Т.Е., Павлиди Л.С. – Одесса, ОГЭКУ, 2011. - с.97/

Содержание

Введение

«Методические указания» предназначены для слушателей-иностранцев подготовительного, которые изучают дисциплину «Математика».

Методические указания содержат:
- теоретические тексты;
- контрольные вопросы и задания;
- новые слова, которые слушатель должен прочитать, записать и перевести на родной язык;
- лексико-терминологический словарь по математике (русско-украинско-английско-китайский).

Методические указания могут быть использованы для аудиторной работы под руководством преподавателя, а также для самостоятельной работы (домашнее задание).

Использование методических указаний облегчит изучение и усвоение иностранными учащимися учебного материала по математике на народном для обучаемых языке, что является необходимым не только во время обучения на подготовительном отделении, а и при обучении на первых курсах высших учебных заведений Украины.

1. Функция одной независимой переменной

1.1. Понятие функции

Определение 1. ***Постоянная и переменная величины.***

Постоянная величина – это величина, которая принимает (имеет) только одно числовое значение.

Переменная величина – это величина, которая принимает (имеет) много числовых значений.

Пояснения

1. Если $a = 2$, то a - это постоянная величина.
2. Если $x \in N$, то x – это переменная величина; $x \in N$ (читать: «икс» принадлежит «эн») – это значит, что переменная величина x может принимать разные натуральные числовые значения: $x = 1,\ x = 2,\ x = 3,\ \ldots$.
3. Если $x \in R$, то x – это переменная величина. $x \in R$ (читать: «икс» принадлежит «эр») – это значит, что переменная величина x может принимать любые числовые значения.

Замечания

1. Если над постоянной величиной (числом) выполнить действие, например, извлечение корня квадратного, то получится новое число. Например, $4 \xrightarrow{\sqrt{\ }} 2$ или $\sqrt{4} = 2$.
2. Если над переменной величиной x выполнить действие, например, извлечение корня квадратного: $x \xrightarrow{\sqrt{\ }} y$, то получится новая переменная величина y. Это можно написать так $\sqrt{x} = y$ или $y = \sqrt{x}$.

Определен 2. ***Функция.***

Функция – это переменная величина (например, y), которая получается из другой переменной величины (например, x). Переменная величина y получается из переменной величины x с помощью математических операций (действий) f:

$$x \xrightarrow{f} y \text{ или } y = f(x). \tag{1.1}$$

Читать:
$y = f(x)$ - «игрек» равно (равен) «эф» от «икс».
$y = 2x$ - «игрек» равно два «икс».
$y = 5x + 3$ - «игрек» равно пять «икс» плюс три.
$y = x^2$ - «игрек» равно «икс» в квадрате или
«игрек» равно «икс» во второй степени.
$y = x^3$ - «игрек» равно «икс» в кубе или
«игрек» равно «икс» в третей степени.
$y = x^5$ - «игрек» равно «икс» в пятой степени.
$y = 1 - 3x^2$ - «игрек» равно один минус «икс» в квадрате.

Пояснения.

1. Например, если $y = x^2$, то переменная величина y получается из переменной величины x с помощью операции (действия) возведение в квадрат.
2. Если $y = 5x + 3$, то переменная величина y получается из переменной величины x с помощью двух операций (действий): умножения и сложения.

Замечания.

1. Переменная величина x называется *независимой переменной* или *аргументом*; переменная величина y называется *зависимой переменной* или *функцией*.
2. Если аргумент $x = a$ – это значит, что переменная x имеет *числовое значение* равное постоянному числу a или аргумент задан в точке a. Например, числовое значение аргумента x равно $3{,}14$ - это значит, что $x = 3{,}14$; аргумент x задан в точке 2,071 - это значит, что $x = 2{,}071$.
3. $y = f(x)$ - эта *формула* показывает, что задана функция. Например, $y = 2x^3 - 1$, функция задана формулой: «игрек» равно два «икс» в кубе минус один; $y = x^2 - 5x^4$ - функция задана формулой: «игрек» равно «икс» в квадрате минус пять икс в четвёртой степени.
4. *Задать функцию* – это значит определить способ вычисления значений переменной величины y (функции). Если функция задана формулой $y = f(x)$, то значение функции, например, в точке $x = a$ записывается так: $y\big|_{x=a} = f(a)$.

Пример 1. Функция задана формулой $y = 2x^3 - 1$. Вычислите значение функции в точке четыре.
Решение. $y\big|_{x=4} = 2 \cdot 4^3 - 1 = 127$.

5. Задать функцию формулой – это значит, что функция определена *аналитически* или *задана аналитически*.

Контрольные вопросы и задания.

1. Напишите формулу:
 a. «игрек» равно пять минус три «икс» в квадрате;
 b. «игрек» равен корень квадратный из пяти «икс» в квадрате;
 c. «игрек» равен шесть целых и три сотых «икс» плюс корень
 d. кубический из пяти «икс» в пятой степени;
 e. «игрек» равно три плюс (открыть круглую скобку) пятнадцать «икс» в квадрате минус один (закрыть круглую скобку) в пятой степени.

2. Прочтите формулу:
 a. $y = 15x + 3$;
 b. $y = 5x^2 + 3x$;
 c. $y = \sqrt{x+3}$;
 d. $y = \sqrt[3]{x^2 + 5}$;
 e. $y = \dfrac{x}{1+3x^2}$.

3. Вычислите значение функции: «игрек» равно минус две целых и пять десятых, минус два «икс» в квадрате в точке икс равно пять.

4. Вычислите значение функции: «игрек» равен корень квадратный из пяти «икс» в квадрате плюс четыре в точке три.

Новые слова к теме 1.1

1.	аналитически	17.	обозначать
2.	аргумент	18.	открыть
3.	величина	19.	переменная величин
4.	возведение в квадрат	20.	получать
5.	выполнить	21.	постоянная величина
6.	другой	22.	пояснения
7.	зависимая переменная	23.	принадлежать
8.	задать	24.	принимать
9.	закрыть	25.	принимать значения
10.	значит	26.	разные
11.	извлечение корня квадратного	27.	с помощью
12.	любой, любые	28.	способ
13.	например	29.	формула
14.	натуральное число	30.	функция
15.	независимая переменная	31.	числовое значение

16.	новая		

1.2. Прямоугольная система координат

Определение 1. ***Числовая ось*** (рисунок 1).

Числовая ось – это прямая линия, у которой есть: направление, начало, масштаб.

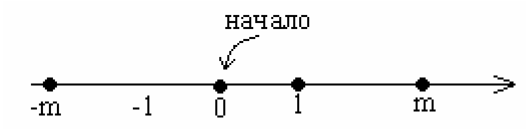


Рис. 1

Замечания

1. Точка на числовой оси – это изображение числа.
2. Положительные числа находятся справа от начала, отрицательные – слева.
3. Если число равно a и $a > 0$,то это число находится справа от начала, на расстоянии a от начала.
4. Если число равно b и $b < 0$,то это число находится слева от начала, на расстоянии b от начала.
5. Если число равно c и $c = 0$,то это число находится в начале числовой оси (точка O на рисунке 1).

Определение 2. ***Координата точки на числовой оси.***

Координата точки P на числовой оси – это одно число, например a (положительное, отрицательное или ноль). Если P - это имя точки, число a - это координата точки, то писать будем так: $P(a)$.

Пояснение. Координата точки определяет положение этой точки на числовой оси. Например, если $P(-3)$, то координата точки P равна «минус три». Чтобы нарисовать (изобразить) точку $P(-3)$ надо на числовой оси нарисовать (изобразить) число (-3) (читайте замечания 3,4,5 к определению 2.1.)

Пример 1. Изобразите на числовой оси точку с координатой:

1) $A(-1{,}5)$; 2) $B(5)$; 3) $C(0)$.

Определение 3. ***Прямоугольная система координат*** (рисунок 2)

Прямоугольная система координат – это две перпендикулярные числовые оси OX и OY, у которых общее начало (точка O на рис.2).

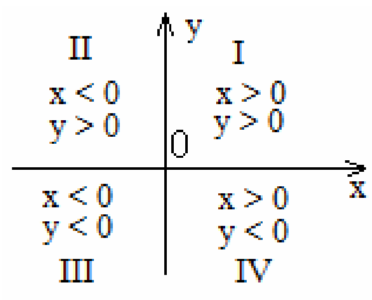


Рис.2

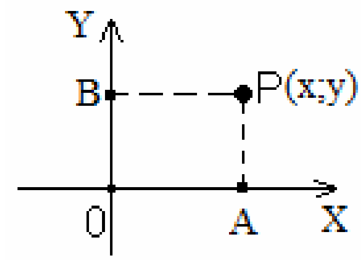


Рис. 3

Замечания

1.Числовые оси OX и OY называются *координатными осями.*

2.Координатная ось OX - это горизонтальная ось – называется *ось абсцисс*.

3.Координатная ось OY - это вертикальная ось – называется *ось ординат*.

4.*Координатная плоскость* – это плоскость, на которой находится система координат.

5.Координатные оси делят координатную плоскость на четыре части (*квадранта*): первый квадрант (I) $x>0,\ y>0$; второй квадрант (II) $x<0,\ y>0$; третий квадрант (III) $x<0,\ y<0$; четвёртый квадрант (IV) $x>0,\ y<0$.

Определение 4. ***Координаты точки на координатной плоскости.***

Координаты точки P на координатной плоскости – это два числа, например x_p и y_p: положительные, отрицательные или ноль. Если P - это имя точки, числа x_p и y_p - это координаты точки P, то писать будем так: $P(x_p;y_p)$.

Замечания.

1.Положение точки $P(x;y)$ на координатной плоскости определяется двумя координатами (числами) x и y. Координата x называется *абсциссой точки P*, координата y называется *ординатой точки P*.

2.Если абсцисса и ордината точки P положительные $(x>0 \text{ и } y>0)$, то точка P находится в I квадранте.

3. Если абсцисса точки P положительная и ордината точки P отрицательная $\left(x>0 \text{ и } y<0\right)$, то точка P находится во II квадранте.

4. Если абсцисса точки P отрицательная и ордината точки P положительная $\left(x<0 \text{ и } y>0\right)$, то точка P находится в III квадранте.

5. Если абсцисса и ордината точки P отрицательная $\left(x<0 \text{ и } y<0\right)$, то точка P находится в IV квадранте.

6. Если абсцисса точки P равна нулю и ордината точки P не равна нулю $\left(x=0 \text{ и } y\neq 0\right)$, то точка P находится на оси ординат (ось OY).

7. Если абсцисса точки P не равна нулю и ордината точки P равна нулю $\left(x\neq 0 \text{ и } y=0\right)$, то точка P находится на оси абсцисс (ось OX).

Алгоритм (правило) 1. ***Изображение точки*** $P\left(x_p;y_p\right)$ ***в прямоугольной системе координат.***

Чтобы нарисовать точку $P\left(x_p;y_p\right)$ в прямоугольной системе координат надо:

1. на оси абсцисс (ось OX) нарисовать точку $A\left(x_p\right)$;
2. на оси ординат (ось OY) нарисовать точку $B\left(y_p\right)$;
3. из точки A нарисовать перпендикуляр к оси абсцисс (ось OX);
4. из точки B нарисовать перпендикуляр к оси ординат (ось OY);
5. точка пересечения этих перпендикуляров – это точка $P\left(x_p;y_p\right)$.

Контрольные вопросы и задания.

1. Изобразите на числовой оси числа:
   a. три;
   b. три целых и восемь десятых;
   c. одна вторая;
   d. три вторых;
   e. минус две целых и пять десятых;
   f. минус две целых и пять сотых.
2. В каком квадранте находится точка P:
   a. $P\left(-2;7\right)$;
   b. $P\left(-4;-1\right)$;
   c. $P\left(12;34\right)$;
   d. $P\left(0,02;-1,4\right)$;
   e. $P\left(0,02;-1,4\right)$;
   f. $P\left(0;-0,08\right)$.

3. Нарисуйте точки P в прямоугольной системе координат:
   a. $P(-4;-1)$;
   b. $P(-2;-3)$;
   c. $P(2;3)$;
   d. $P(2;-4)$;
   e. $P(3;0)$;
   f. $P(0;-1)$.

Новые слова к теме 1.2

1.	абсцисса	19.	ордината
2.	вертикальная	20.	ось абсцисс
3.	геометрия	21.	ось ординат
4.	горизонтальная	22.	перпендикуляр,
5.	задать	23.	перпендикулярные
6.	записать (написать)	24.	плоскость
7.	изображение	25.	положение
8.	изобразить	26.	пояснение
9.	квадрант	27.	прямая
10.	координата точки	28.	прямоугольная система
11.	координатная плоскость	29.	расстояние
12.	линия	30.	рисунок
13.	масштаб	31.	слева
14.	направление	32.	справа
15.	нарисовать (изобразить)	33.	точка зрения
16.	начало	34.	точка пересечения
17.	находится	35.	числовая ось
18.	определить		

1.3. График функций. Таблица значений функции.

Определение 1. ***Таблица функции***

Таблица функции – это значения аргумента $x_1, x_2, ... x_n$ и значения функции $y_1 = f(x_1), y_2 = f(x_2), ... y_n = f(x_n)$, которые написаны так: первая строка таблицы это - значения аргумента x, вторая строка это - значения функции:

Таблица 1.

x	x_1	x_2	$\dots$	x_n
$y = f(x)$	y_1	y_2	$\dots$	y_n

Если y функции $y = f(x)$ есть таблица, то будет говорить, что функция задана таблично или таблицей.

Замечания

1. Будем говорить, что значение аргумента x_i и значение функции $y_i = f(x_i)$ определяют точку, имя которой, например A_i. Писать будем так: $A(x_i; y_i)$.
2. В таблице 1 $(x_1; y_1), (x_2; y_2), ..., (x_n, y_n)$ - это точки $A_1(x_1, y_1)$, $A_2(x_2, y_2), \ldots,$ $A_n(x_n, y_n)$; x_i - это абсцисса точки A_i; y_i - это ордината точки A_i.

Пример 1. Постройте таблицу значений функции $y = 3x^2 + 1$ в точках: $x_1 = -2;\ x_2 = -1;\ x_3 = 0;\ x_4 = 3;\ x_5 = 4$.

Решение. Вычислим значения функции в точках $x_1, ..., x_5$:

$$y_1 = 3 \cdot (-2)^2 + 1 = 13;\ y_2 = 4;\ y_3 = 1;\ y_4 = 28;\ y_5 = 49.$$

Построим таблицу значений этой функции (таблица 2):

Таблица 2.

x	-2	-1	0	3	4
y	13	4	1	28	49

Замечания.

1. Если функция задана аналитически (формулой), то всегда можно построить (создать) таблицу значений это функции.
2. Если функция задана таблицей, то написать формулу этой функции нельзя.

Определение 2. ***График функции, заданной таблицей.***

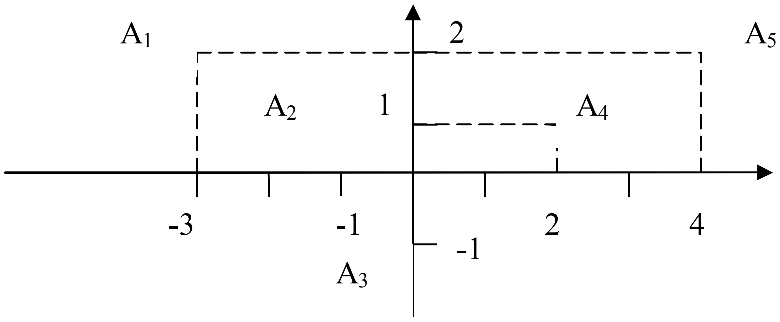
График функции y, которая задана таблицей (см. таблицу 1) – это точки $A_1(x_1; y_1), A_2(x_2; y_2), ..., A_n(x_n; y_n)$ на координатной плоскости.

Пример 2. Постройте график функции y, которая задана таблицей 3:

Таблица 3.

x	-3	-1	0	2	4
y	2	0	-1	1	2

Решение. Функция задана таблицей. На координатной плоскости нарисуем (изобразим) все точки: $A_1(-3;2); A_2(-1;0); A_3(0;-1); A_4(2;1); A_5(4;2)$.



Пять точек на координатной плоскости – это график функции, которая задана таблицей 3.

Замечание. Если точек $A_i(x_i;y_i)$ очень много $(i \to \infty)$ и расстояние d между точками очень маленькое $(d \to 0)$, то тогда получится линия.

Определение 3. ***График функции, заданной аналитически.***

Если функция y задана аналитически: $y = f(x)$, то график этой функции – линия на координатной плоскости.

Замечания.

1. Приближённо график функции $y = f(x)$ можно нарисовать так: $y = f(x) \Rightarrow$ таблица функции $\Rightarrow$ график таблицы.

Такой способ построения графика называется «по точкам». В графике таблицы точки можно соединить прямой линией.

2. Точно график функции $y = f(x)$ можно нарисовать, если исследовать функцию и узнать свойства этой функции.

3. Функция задана графически, если задан только график этой функции.

Пример 3. Функция задана формулой $y = f(x)$. Что надо сделать, чтобы узнать: точка $A(a_1;a_2)$ находится (принадлежит) на графику этой функция или нет?

Ответ. Надо подставить координаты точки A в формулу $y = f(x)$, тогда если $a_2 = f(a_1)$ - точка A находится (принадлежит) на графике этой функции; если $a_2 \neq f(a_1)$ - точки A не принадлежат графику функции.

Пример 4. Функция задана формулой $y = 5x + 2$. Найдите значения аргумента, при котором значение функции равно 12.

Решение. Подставим в формулу $y=5x+2$ вместо y число 12, получаем уравнение $5x+2=12$, откуда $x=2$. **Ответ:** 2.

Пример 5. Функция f задана таким образом: $f(x)=x+7$, если $x\le -1$, и $f(x)=2$,если $x>1$. Найдите значения функции f, соответствующие аргументам: 1) -2; 2) -1; 3) 1.

Решение. 1) Так как $-2\le -1$, то значение функции вычисляется по формуле $f(x)=x+7$. Следовательно, $f(-2)=-2+7=5$.

2) Так как $-1\le -1$, то $f(-1)=-1+7=6$.

3) Так как $1>-1$, то $f(1)=2$.

Заметим, что для задания данной функции используют форму записи с помощью фигурной скобки:

$$f(x)=\begin{cases} x+7, & \text{если } x\le -1, \\ 2, & \text{если } x>1. \end{cases}$$

Пример 6. Функции заданы формулами $y=4x+1$ и $y=2x-7$. При каком значении аргумента эти функции принимают равные значения?

Решение. Чтобы найти искомое значение аргумента, решим уравнение $4x+1=2x-7$.

Имеем: $4x-2x=-7-1;\ \Rightarrow\ x=-4$. **Ответ.** $x=-4$

Контрольные вопросы и задания.

Вопросы:

1. Что показывает формула $y=f(x)$?
2. Что такое координатная ось?
3. Как называется величина x в формуле $y=f(x)$?
4. Как называется величина y в формуле $y=f(x)$?
5. Что такое прямоугольная система координат?
6. Что такое координатная плоскость?
7. Что такое координаты точки на а) координатной оси; б) координатной плоскости.
8. Что такое график функции $y=f(x)$.
9. Какие способы задания функции вы знаете?
10. Постройте таблицу значений функции $y=4x-x_2$ в точках: $x_1=-1;\ x_2=0;\ x_3=2;\ x_4=3$.
11. Постройте приближенно («по точкам») график функции $y=\dfrac{1}{1+x^2}$. (Взять три точки с $x_i>0$ и $x=0$).

12. Проверьте точки *A*, *B*, *C*, *D* принадлежат графику функции $y = f(x)$ или нет, если: $y = \sqrt{25 - x^2}$; $A(3;0)$; $B(-3;4)$; $C(5;0)$; $D(0;5)$

Выполните задания:

1. Найдите координаты точки, если:

x – координата равна 5 и $y = \dfrac{2x}{x+5}$;

x – координата равна (-1) и $y = \dfrac{5x}{x^2 - 1}$;

x – координата равна 0 и $y = \dfrac{1}{x^2 + x - 1}$.

2. Прочитайте следующую запись, укажите аргумент функции и зависимую переменную:

1) $s(t) = 70t$; 3) $V(a) = a^3$;

2) $y(x) = -2x + 4$; 4) $f(x) = x^2 - 4$.

3. Функция задана формулой $y = 10x + 1$. Найдите значение y, если:

1) $x = -1$; 2) $x = 3$; 3) $x = -\dfrac{1}{5}$; 4) $x = 7$.

4. Функция задана формулой $y = -\dfrac{1}{6}x + 2$. Найдите:

   1) значение функции для значений аргумента, равных 12, 6, -6, 0, 1, 2, -4, -3;
   2) значение аргумента, при котором значение функции равно:
   а) 4; б) 3; в) 0; г) -1.

5. Функция задана формулой $f(x) = 3 - 4x$. Верно ли равенство:

1) $f(-2) = -5$; 3) $f(0) - 1$;

2) $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = 1$; 4) $f(-1) = 7$?

6. Функция задана формулой $f(x) = 2x - 1$.

   3) Найдите $f(3)$, $f(-4)$, $f(0)$, $f(-0{,}5)$, $f(3{,}2)$.
   4) Найдите значение *x*, при котором $f(x) = 7$, $f(x) = -9$, $f(x) = 0$, $f(x) = -2{,}4$.
   5) Верно ли равенство: $f(5) = 9$, $f(0{,}3) = 0{,}4$, $f(-3) = -7$?

7. Функция задана формулой $y = x(x+8)$. Заполните таблицу соответственных значений x и y:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3

y							

8. Задайте формулой функцию, если значения функции:
   6) противоположны соответственным значениям аргумента;
   7) равны утроенным соответственным значениям аргумента;
   8) на 4 больше квадратов соответственных значений аргумента.
9. Задайте формулой функцию, если значения функции:
   9) на 3 меньше соответственных значений аргумента;
   10) на 5 больше удвоенного значения соответственного аргумента.

10. Функция задана формулой $y = 0,2x - 5$. Заполните таблицу соответственных значений x и y:

x	4		-1,5		-3
y		2		-1,4	

11. Даны функции $g(x) = \dfrac{20}{x} - 3$ и $h(x) = 8 - 3x$. Сравните:

   1) $g(1)$ и $h(1)$; 2) $g(5)$ и $h(2)$; 3) $g(-2)$ и $h(6)$.

12. Найдите значения функции $y = \begin{cases} -2x + 4, \text{ если } x > 0, \\ 0,1x - 5, \text{ если x} \le 0; \end{cases}$ соответствующие аргументам:

   1) 3; 2) 0,001; 3) 0; 4) -8.

13. Функции заданы формулами $y = x^2 - 8x$ и $y = 4 - 8x$. При каких значениях аргумента эти функции принимают равные значения?

Слова к теме 1.3

1.	аналитический, -ая, -ое, -ие	10.	подставить
2.	график	11.	построить
3.	графический, -ая, -ое, -ие	12.	приближенно
4.	значение	13.	расстояние
5.	исследовать	14.	создать
6.	координатная плоскость	15.	способ
7.	координаты	16.	строка
8.	находиться	17.	таблица
9.	нельзя	18.	табличный, -ая, -ое, -ые

1.4. Свойства функций

Определение 1. ***Возрастающая функция, убывающая функция.***

Функция называется *возрастающей* на интервале $x \in (x_1; x_2)$, если на этом интервале аргумент x увеличивается $(x_2 > x_1)$ и значения функции $y = f(x)$ увеличиваются $(f(x_2) > f(x_1))$. Если аргумент увеличивается $(x_2 > x_1)$, а значения функция уменьшаются $(f(x_2) < f(x_1))$, то функция называется *убывающей*.

Пояснения. На рисунке 1, изображён график возрастающей функции $y = f(x)$, а на рисунке 2 график убывающей функции.

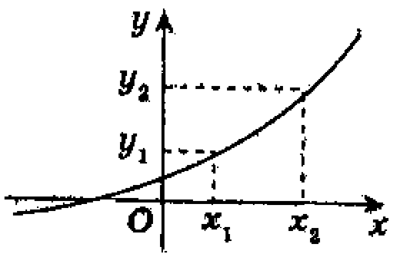


Рис.1

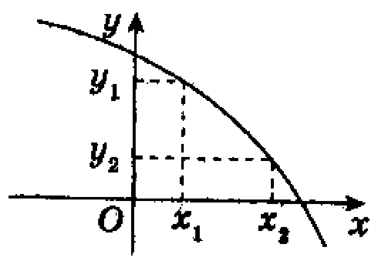


Рис. 2

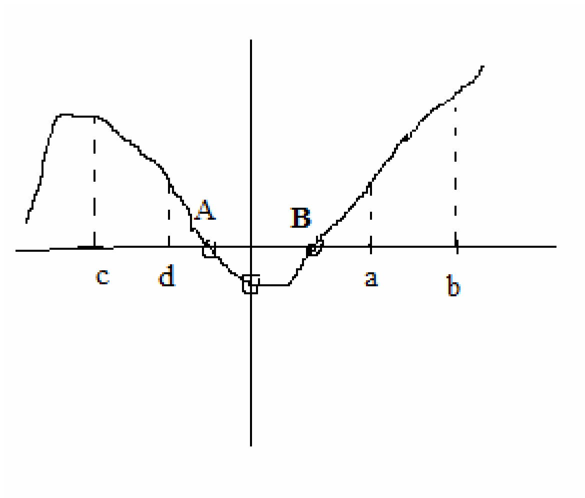


Рис 1.

Определение 2. ***Нули функции.***

Нули функции $y = f(x)$ - это значения аргумента x, при которых значение функции равно нулю: $y = 0$. Геометрически – это точки, в которых график функции $y = f(x)$ пересекает координатную ось OX (ось абсцисс).

Пояснение. На рисунке 1, нулями функции являются точки A, B.

Замечания

1. Если график функции $y = f(x)$ пересекает координатную ось OX (ось абсцисс) в точке A, то значение функции в этой точке равно нулю:
$$y = 0 \Rightarrow f(x) = 0 \tag{1}$$
2. Если график функции $\mathrm{y} = \mathrm{f(x)}$ пересекает координатную ось OY (ось ординат) в точке P, то значение аргумента в этой точке равно нулю:
$$y = 0 \Rightarrow y = f(0) \tag{2}$$

Определение 3. ***Знакопостоянная функция.***

Если на интервале $(a,\ b)$ функция не изменяет знака, то есть функция только больше нуля $(y > 0)$ или только меньше нуля $(y < 0)$, то на этом интервале *функция знакопостоянна* (имеет постоянный знак).

Пояснение. На рисунке 1 интервалами знакопостояннства являются, например, интервалы: $(a,\ b)$ и $(c,\ d)$.

Определение 4. ***Значение аргумента и значение функции.***

Если аргумент x функции $f(x)$ равен числу a: $x = a$, то число a называется значением аргумента. Число $f(a)$ - называется значением функции в точке $x = a$.

Пример 1. Найдите значение функции $y = 3x^2 + 1$, если значение аргумента $x = -2$.

Решение. Подставим в формулу $y = 3x^2 + 1$ значение аргумента $x = -2$: $f(-2) = 3 \cdot (-2)^2 + 1 = 13$.

Замечание.

1. Если для функции $f(x)$ написать $f(a)$, то будем говорить, что $f(a)$ - это значение функции «эф от икс» в точке a.
2. Если в точке $x = a$ существует значение функции (число $f(a)$), то a называется допустимым (с разрешенным) значением аргумента.
3. Если в точке $x = a$ не существует значения функции, то a называется запрещенным значением аргумента. Например, если $y = \dfrac{1}{x-1}$, то $x = 1$ - это запрещенное значение аргумента.

4. Если у функции $f(x)$ существует значение в точке $x=a$, т.е. существует число $f(a)$, то будем говорить, что функция $f(x)$ определена в точке $x=a$.

5. Если у функции $f(x)$ не существует значения в точке $x=a$, то будем говорить, что функция $f(x)$ неопределенна в точке $x=a$. Например, функция $y=\frac{1}{x-1}$ не определена в точке $x=1$ потому, что $f(1)=\frac{1}{0}$ - не существует.

Определение 5. ***Область определения функции (ООФ).***

Область определения функции $y=f(x)$ - это множество всех значений аргумента *x* (независимой переменной), для которых функция определена. Область определения функции обозначается так: $D(y)$ или $D(f)$.

Пример 2. Напишите ООФ:

A) $y=x^2+1$; B) $y=\frac{4x}{x-2}$; C) $y=\sqrt{x-3}$

Решение. A) $D(f)=R$ - все действительные числа или можно написать так: $x\in(-\infty;\infty)$;

B) $D(f):\left[\begin{array}{l} x\notin R; \\ x\neq 2; \end{array}\right.$ - все действительные числа кроме числа 2. Ответ можно написать так: $x\in(-\infty;2)\cup(2;\infty)$;

C) $D(f): x\geq 3$ или $x\in[3;\infty)$.

Определение 6. О*бласть значений функции (ОЗФ).*

Область значений функции $y=f(x)$ - это множество всех значений *y* (зависимой переменной). ОЗФ $y=f(x)$ обозначается так: $E(y)$ или $E(f)$.

Контрольные вопросы и задания.

1. Найдите значение функции $f(x)$ в точке $x=x_1$:

1.1. $f(x)=\frac{5x}{x^2+1}$, $x_1=0$.

Варианты ответов: A) 0; B) функция не определена в этой точке; C) 5; D) 1; E) 15.

1.2. $f(x)=\frac{5x}{x^2-1}$, $x_1=1$.

Варианты ответов: A) 0; B) функция не определена в этой точке; C) 5; D) 1; E) 15.

1.3. $f\left(x\right)=\dfrac{5x}{x^2-1}$, $x=-1$.

Варианты ответов: A) 0; B) функция не определена в этой точке; C) 5; D) 1; E) 15.

2. Найдите $D\left(f\right)$ для функции $f\left(x\right)$:

2.1. $f\left(x\right)=x-3$.

Варианты ответов: A) $x\in R$; B) $x\geq 3$; C) $x>3$; D) $x>\dfrac{1}{3}$; E) $\left[\begin{array}{l} x\in R \\ x\neq 3 \end{array}\right.$.

2.2. $f\left(x\right)=\dfrac{1}{x^2+3}$.

Варианты ответов: A) $x\in R$; B) $x\geq 3$; C) $x>3$; D) $x>\dfrac{1}{3}$; E) $\left[\begin{array}{l} x\in R \\ x\neq 3 \end{array}\right.$.

2.3. $f\left(x\right)=\dfrac{1}{x-3}$.

Варианты ответов: A) $x\in R$; B) $x\geq 3$; C) $x>3$; D) $x>\dfrac{1}{3}$; E) $\left[\begin{array}{l} x\in R \\ x\neq 3 \end{array}\right.$.

2.4. $f\left(x\right)=\sqrt{x-3}$.

Варианты ответов: A) $x\in R$; B) $x\geq 3$; C) $x>3$; D) $x>\dfrac{1}{3}$; E) $\left[\begin{array}{l} x\in R \\ x\neq 3 \end{array}\right.$.

2.5. $f\left(x\right)=\dfrac{1}{\sqrt{x-3}}$.

Варианты ответов: A) $x\in R$; B) $x\geq 3$; C) $x>3$; D) $x>\dfrac{1}{3}$; E) $\left[\begin{array}{l} x\in R \\ x\neq 3 \end{array}\right.$.

Слова к теме 1.4

1.	аргумент	10.	область
2.	бесконечно большая, -ой, -ое	11.	область значений функции
3.	бесконечность	12.	область определения функции
4.	допустимое (разрешенное)	13.	разрешить
5.	запретить	14.	рРисунок
6.	запрещенное	15.	существует
7.	значение	16.	функция не определена
8.	значение функции	17.	функция определена
9.	изображение		

1.5. Линейная функция

Определение 1. ***Линейная функция.***

Функция называется *линейной*, если она определяется формулой:

$$y = kx + b, \qquad (1)$$

где x - аргумент; k и b - коэффициенты (числа).

Замечания.

1. Коэффициент k - это угловой коэффициент; коэффициент b - это свободный член.
2. Область определения линейной функции:

$$D(y): x \in (-\infty, \infty), \qquad (2)$$

$D(y)$ линейной функции определяется формулой (2) потому, что значение функции y можно вычислить при любом значении аргумента x.

Определение 2. *График линейной функции.*

График линейной функции (1) – это всегда прямая линия (смотрите рис. 1).

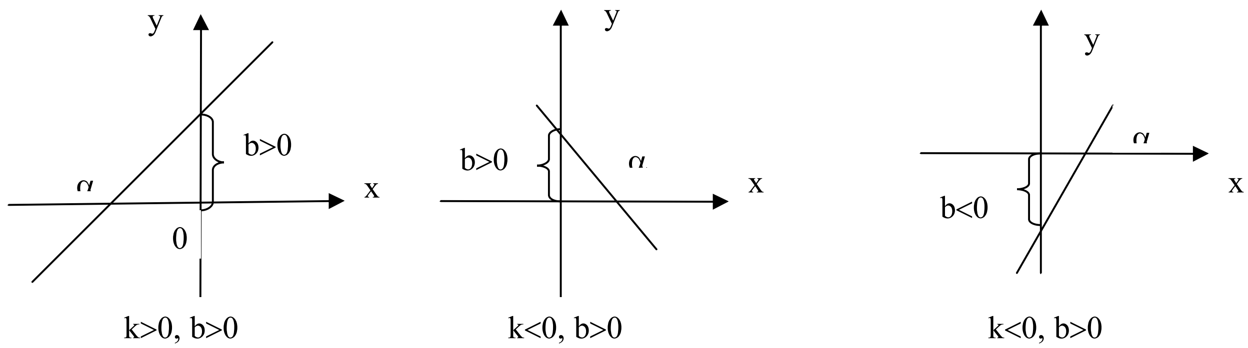


Рисунок 1.

Замечания.

1. α называется углом наклона прямой линии.
2. Через две точки можно провести (нарисовать) только одну прямую линию.

Алгоритм 1. *Построение графика линейной функции* $y = kx + b$.

Чтобы нарисовать график линейной функции $y = kx + b$ надо:

1. Вычислить значение функции в точке $x = x_1$:

$$y_1 = f(x_1) = kx_1 + b$$

Точка $A(x_1; y_1)$ - это точка на графике функции.

2. Вычислить значение функции в точке $x = x_2$:

$$y_2 = f(x_2) = kx_2 + b$$

Точка $B(x_2; y_2)$ - это точка на графике функции.

3. График функции $y = kx + b$ проходит через две точки *A* и *B*. Нарисовать точки *A* и *B* на координатной плоскости.
4. Провести прямую через эти две точки.

Пример 1. Нарисуйте график функции $y = 3x - 4$.

Решение.

1. Вычислим значение функции в точке $x = 1$:
$y_1 = f(1) = 3 \cdot 1 - 4 = -1$.
Первая точка *A* имеет координаты (1; -1).
2. Вычислим значение функции в точке $x = 3$:
$y_2 = f(3) = 3 \cdot 3 - 4 = 5$.
Вторая точка *B* имеет координаты (3; 5).
3. Нарисуем точки *A* и *B* (см. рис. 1а)
4. Проведем прямую через точки *A* и *B*.

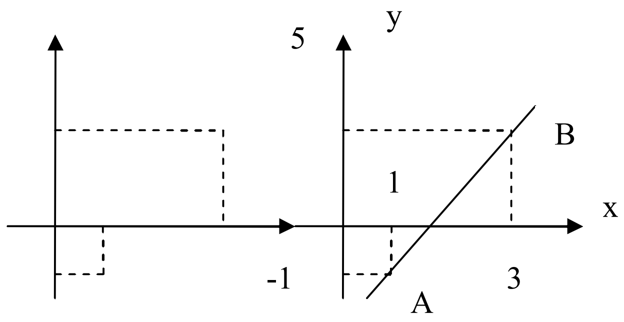


Рис. 1а Рис. 1б

Замечания.

1. Если $k = 0$, то уравнение прямой будет $y = b$.
2. График прямой линии (3) – это прямая параллельная оси абсцисс (OX).

Алгоритм 2. ***Определение координат точки пересечения прямой линии с осью OX.***

Чтобы найти координаты точки $A(x_A; y_A)$ - пересечения графика прямой линии

$$y = kx + b \qquad (4)$$

с осью *OX*, надо:

1. подставить (написать) $y = 0$ в форуме (4):

$$kx + b = 0; \qquad (5)$$

2. найти неизвестную величину x:

$$x = -\frac{b}{k}; \tag{6}$$

3.написать результат:

$$A\left(-\frac{b}{k};0\right). \tag{7}$$

Пример 2. Найдите координаты точки пересечения прямой линии $y = 8x - 16$ с осью *OX*.

Решение. $y = 0 \Rightarrow 8x - 16 = 0 \Rightarrow x = \frac{16}{8} = 2$.

Ответ: (2; 0).

Алгоритм 3. ***Определение координат точки пересечения прямой линии с осью OY***.

Чтобы найти координаты точки $B(x_B;y_B)$ - пересечение графика прямой линии (4) с осью OY надо:

1. в формуле (4) подставить *x=0*:

$$y = k \cdot 0 + b$$

2. записать результат: $B(0;b)$.

Замечания.

1. Если точка $A(x_A;y_A)$ - это точки пересечения с осью *OX*, тогда $y_A = 0$, то есть: $A(x_A;0)$.
2. Если точка $B(x_B;y_B)$ - это точка пересечения с осью *OY*, тогда $x_B = 0$, то есть: $B(0;y_B)$.

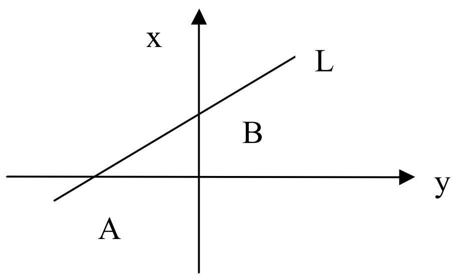


Рис. 2

Пример 3. Найдите координаты точки пересечения прямой линии $y = 8x - 16$ с осью OY.

Решение. $x=0 \Rightarrow y=8\cdot 0-16=16$.
Ответ: (0; 16)

Контрольные вопросы и задания.

1. Какие точки принадлежат графику функции $y=5x-3$?

A) $P(-2;16)$; B) $M(-3;12)$; C) $K(4;17)$.

2. Найдите угловой коэффициент прямой линии:

2.1. $2y=1-4x$

Варианты ответа: A) 2; B) 1; C) 4; D) -2; E) -4.

2.2. $3(y-1)=6(x+4)$

Варианты ответа: A) 6; B) 24; C) 2; D) 3; E) 0.

2.3. $2-8x=4(y+3)$

Варианты ответа: A) -8; B) 2; C) -2; D) 4; E) 0.

2.4. $3(y-2)=15$

Варианты ответа: A) 3; B) -2; C) -6; D) 0; E) 15.

3. Найдите координаты точки A на прямой $y=-2x+4$, если x – координата этой точки равна 5.

Варианты ответа: A) $A(5;4)$; B) $A(5;-6)$; C) $A(0;5)$; D) $A(5;-2)$; E) такой точки не существует.

4. Найдите координаты точки B на прямой $y=8x-1$, если y – координата этой точки равна 15.

Варианты ответа: A) $B(15;119)$; B) $B(2;15)$; C) $B(-1;15)$; D) $B(0;15)$; E) $B(8;15)$.

5. Функция $y=kx+b$ называется …
6. В формуле $y=2x+3$ число 2 называется …
7. В формуле $y=2x+3$ число 3 называется …
8. График линейной функции $y=kx+b$ - это …
9. Докажите, что точки $A(2;-4)$ принадлежит или неприналежит прямой линии $y=-3x+2$.
10. Найдите координаты точки B на прямой $y=4x-5$, если x координата этой точки равна 3.
11. Найдите координаты точки C на прямой $y=6x-2$, если y координата этой точки равна 0.
12. Нацдите угловой коэффциент и свободный член прямой линии $4y-3x=2(y-5x)$.
13. Найдите координаты точки пересечения прямой линии $y=-7x-21$ с осью OX.

Слова к теме 1.5

1.	коэффициент	10.	пересказать
2.	линия	11.	принадлежит (принадлежать)
3.	линейный, -ая, -ое, -ие	12.	прямая линия
4.	наклон	13.	существенный, -ая, -ое, -ые
5.	неизвестный	14.	существовать
6.	определение	15.	угловой
7.	определить	16.	угловой коэффициент
8.	параллельный, -ая, -ое, -ые	17.	угол
9.	пересечение	18.	угол наклона

1.6. Квадратичная функция

Определение 1. ***Аналитическое определение квадратичной функции.***

Квадратичная функция – это функция, которая определяется формулой:

$$y = ax^2 + bx + c, \tag{1}$$

где x – аргумент; a, b, c – параметры (постоянные числа) или коэффициенты квадратичной функции.

Замечание. Формула (1) – это стандартная форма записи квадратичной функции.

Пример 1. Запишите квадратичную функцию в стандартном виде:

А) $y = -5 + 3x^2 - x$; В) $y = -2 + x(x-3)$

Ответ: А) $y = 3x^2 - x - 5$; В) $y = x^2 - 3x - 2$

Пример 2. Запишите в стандартном виде и найдите параметры квадратичной функции:

А) $2 - x - 3x^2$; В) $y = -1 + x^2$

Ответы: А) $a = -3$; $b = -1$; $c = 2$; В) $a = 1$; $b = 0$; $c = -1$.

Определение 2. ***Парабола***

График квадратичной функции (1) – это линия, которая называется *параболой* (см. рис. 1, рис. 2)

Замечания.

1. Если $a > 0$, то ветви параболы направлены вверх, если $a < 0$ – вниз.
2. Точки A и B – это точки пересечения параболы с осью OX (осью абсцисс).

3. Точки C – это точка пересечения параболы с осью OY (ось ординат).
4. Область определения $D(y)$ квадратичной функции – все действительные числа: $x \in R$ или $x \in (-\infty;\infty)$.
5. Область значений $E(y)$ квадратичной функции:
   - если $a > 0$, то $y \in \left[-\dfrac{b^2-4ac}{4a};\infty \right)$;
   - если $a < 0$, то $y \in \left(-\infty;-\dfrac{b^2-4ac}{4a} \right]$
6. Если значения аргумента x увеличиваются от $(-\infty)$ до $\left(-\dfrac{b}{2a}\right)$ (точка S), то значения функции уменьшаются от $(+\infty)$ до $\left(-\dfrac{b^2-4ac}{4a}\right)$. Будем говорить, что от $(-\infty)$ до $\left(-\dfrac{b}{2a}\right)$ квадратичная функция – убывающая. Обозначается так: $(\searrow)$.
7. Если значения аргумента x увеличиваются от $\left(-\dfrac{b}{2a}\right)$ до $(+\infty)$, то значения функции увеличиваются от $\left(-\dfrac{b^2-4ac}{4a}\right)$ до $(+\infty)$. Будем говорить, что от $\left(-\dfrac{b}{2a}\right)$ до $(+\infty)$ квадратичная функция – возрастающая. Обозначается так: $(\nearrow)$.
8. Если a>0 и $x=-\dfrac{b}{2a}$, тогда $y=-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$ (точки D). Если $x \neq -\dfrac{b}{2a}$, тогда $y>-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$ (см. рис. 1).

Значение $y=-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$ - самое маленькое значение функции. Будем говорить, что точки D – это точка минимума квадратичной функции; $y=-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$ - это минимальное значение функции. Обозначать будем так: $x_{\min}=-\dfrac{b}{2a}$, $y_{\min}=-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$ (a>0).

9. Если a<0 и $x=-\frac{b}{2a}$, тогда $y=-\frac{b^2-4ac}{4a}$ (точка М). Если $x\neq-\frac{b}{2a}$, тогда $y<-\frac{b^2-4ac}{4a}$ (см. рис. 2). Значение $y=-\frac{b^2-4ac}{4a}$ - самое большое значение функции. Будем говорить, что точка M – это точка максимума; $y=-\frac{b^2-4ac}{4a}$ - это максимальное значение функции. Обозначать будем так:

$$x_{\min}=-\frac{b}{2a},\ y_{\min}=-\frac{b^2-4ac}{4a}\quad (a<0\ ).$$

Контрольные вопросы и задания:

1. Как называется функция:

А) $y=x^2+2x-1$; В) $y=x^2$; С) $y=x$.

2. Напишите параметры квадратичной функции:

А) $y=3x^2+5x-1$; В) $y=1-4x^2+x$; С) $y=5-x^2$.

3. Найдите координаты точки минимума или максимума параболы:

А) $y=2x^2-x+1$; В) $y=2x+3-4x^2$.

4. Найдите координаты точки пересечения параболы $y=-10x^2+5x-3$ с осью OY.

5. Напишите продолжение:

А) «Квадратичная функция $y=-4+3x^2-x$ будет возрастающей, когда x изменяется от … до …»

В) «Квадратичная функция $y=8x-x^2$ будет убывающей, когда x изменяется от … до …».

Слова к теме 1.6

1.	Вид, -ы
2.	Возрастать
3.	Возрастающий, -ая, -ее, - ие
4.	Квадратичный
5.	Квадратичная функция
6.	Максимальный, -ая, -ое, -ые
7.	Максимум ≠ минимум
8.	Минимальный, -ая, -ое, -ые
9.	Минимум ≠ максимум
10.	Парабола

11.	Параметр
12.	Стандарт
13.	Стандартная форма
14.	Стандартный вид
15.	Убывающий, -ая, -ее, -ые

1.7 Степенная функция

Определение 1. ***Степенная функция***.

Степенная функция – это функция, которая определяется формулой:

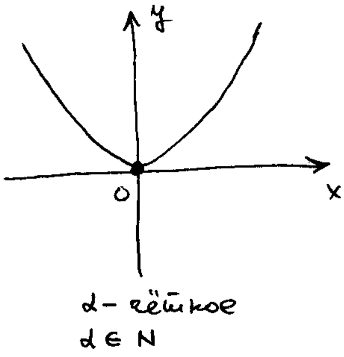
$$y = x^{\alpha}. \quad (1)$$

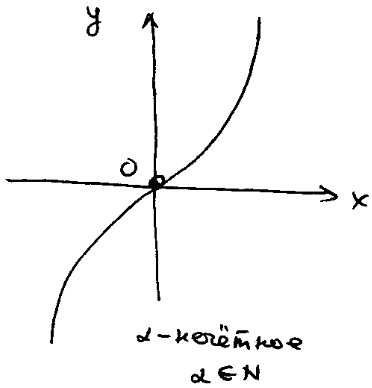
Над аргументом x выполняется операция возведения в степень α:

$$x \xrightarrow{\exp \alpha} x^{\alpha}.$$

Замечания:

1. Если $\alpha \in N$, то есть α - это натуральное число, то
   1.1. область определения: $D(y) = R$ или $x \in (-\infty; \infty)$.
   1.2. область значений:
   a) если α - четное ,то $E(y) = [0; \infty)$ или $0 \le y < \infty$.
   b) если α - нечетное, то $E(y) = (-\infty; \infty)$.
   1.3. график функции проходит через начало координат (см. рис. 1 и рис. 2):

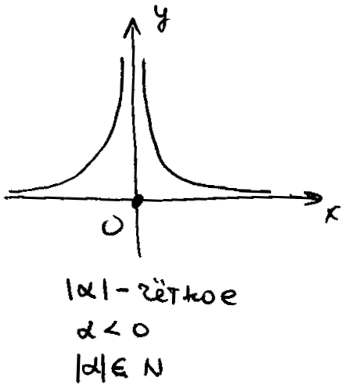


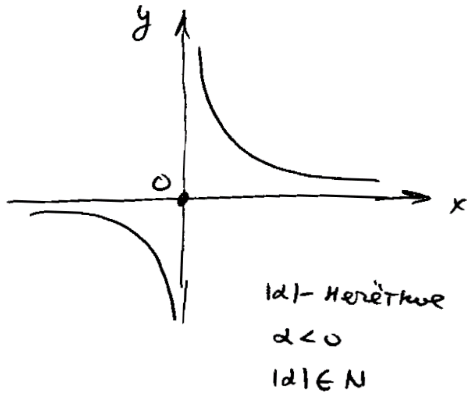


   1.4. если $\alpha \in N$ и четное – функция (1) убывает от $-\infty$ до 0, когда $x < 0$ и возрастает от 0 до ∞, когда $x > 0$; если $\alpha \in N$ и нечетная – функция (1) только возрастает от $-\infty$ до ∞.
2. Если $|\alpha| \in N$ и $\alpha < 0$, то
   2.1. область определения: $D(y) = (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$ - все числа кроме нуля $(x \ne 0)$.
   2.2. область значений:
   a) если $|\alpha|$ - четное: $E(y) = (0; \infty)$;

б) если $|\alpha|$ - нечетное: $D(y)=(-\infty;0)\cup(0;\infty)$.

2.3. график функции не пересекает координатные оси (см. рис. 3 и рис. 4)





2.4. если $|\alpha|$ - четное – функция возрастает при $x<0$ от 0 до ∞, и убывает при $x>0$ от ∞ до 0; если $|\alpha|$ - нечетное – функция убывает при всех значениях x.

2.5. если $\alpha=-1$, то степенная функция имеет вид $y=x^{-1}\Rightarrow y=\dfrac{1}{x}$ и называется обратно – пропорциональной.

Контрольные вопросы и задания.

1. Нарисуйте график функций:

A) $y=x^4$; B) $y=\dfrac{1}{x^4}$; C) $y=x^3$; D) $y=\dfrac{1}{x^3}$.

2. Определите интервалы возрастания и убывания функций:

A) $y=x^{-5}$; B) $y=x^8$.

3. Укажите область определения функций:

A) $y=x^{-1}$; B) $y=x^4$.

4. Укажите область значений функций:

A) $y=x^9$; B) $y=\dfrac{1}{x^9}$.

1.8.Преобразование графиков функций

Алгоритм 1. ***Построение графика функции*** $y=f(x)+a$.

Чтобы нарисовать график функции $y=f(x)+a$ надо:

1. нарисовать график функции $y=f(x)$;

2. сдвинуть график функции $y = f(x)$ (перенести параллельно вдоль оси OY) на a единиц в верх, если $a > 0$ и вниз, если $a < 0$.

Пример 1. Нарисуйте график функции $y = x^2 + 3$.

Решение. Нарисуем график функции $y = x^2$ (см. рисунок 1). Перенесём график функции $y = x^2$ параллельно вдоль оси OY на 3 единицы в верх.

Алгоритм 2. ***Построение графика функции*** $y = f(x + a)$**.**

Чтобы нарисовать график функции $y = f(x + a)$ надо:

1. нарисовать график функции $y = f(x)$;

2. сдвинуть график функции $y = f(x)$ (перенести параллельно вдоль оси OX) на a единиц влево, если $a > 0$ и вправо, если $a < 0$.

Пример 2. Нарисуйте график функции $y = (x + 3)^2$.

Решение. Нарисуем график функции $y = x^2$ (см. рисунок 1). Перенесём график функции $y = x^2$ параллельно вдоль оси OX на 3 единицы в влево.

Алгоритм 3. ***Построение графика функции*** $y = k \cdot f(x)$**.**

Чтобы нарисовать график функции $y = f(x + a)$ надо:

1. нарисовать график функции $y = f(x)$;

2. сжать график функции $y = f(x)$ вдоль оси OX в k раз, если $k > 1$ или растянуть вдоль оси OX в k раз, если $0 < k < 1$.

3. если $k > 0$, то график функции $y = f(x)$ надо «зеркально отобразить» относительно оси OX и сжать, если $|k| > 1$ или растянуть, если $|k| < 1$.

Пример 3. Нарисуйте график функции $y = -3x^2$.

Решение. Нарисуем график функции $y = x^2$ (см. рисунок 1). «Зеркально отобразим» относительно оси OX график функции $y = x^2$. Сожмём вдоль оси OX.

Контрольные вопросы и задания.

1. Нарисуйте графики функций:

A) $y = (x-1)^2$; B) $y = x^2 + 3$; C) $y = 2x^3 - 1$

2. Уравнения и неравенства

2.1. Понятие уравнения и неравенства.

Определение 1. ***Уравнение с одной неизвестной***

Уравнение с одной переменной или уравнение с одной неизвестной величиной – это равенство:

$$f(x)=\varphi(x), \tag{1}$$

в котором $f(x)$ и $\varphi(x)$ - функции от переменной *x*.

Замечания.

1. Уравнение (1) можно записать так:

$$g(x)=0 \ . \tag{2}$$

Такая форма записи называется стандартной.

2. Тип уравнения определяется типом действий g, которые выполняются над неизвестной величиной *x*. Например, если над величиной *x* выполняются действия: сложение (вычитание) и умножение (деление) на число, то уравнение называется линейным и его в стандартном виде его записывают так:

$$ax+b=0. \tag{3}$$

Определение 2. ***Решение уравнения***

Решение уравнения $g(x)=0$ – это числовое значение неизвестной величины: $\mathrm{x}=\mathrm{a}$, для которого выполняется равенство: $g(a)=0$.

Замечания.

1. Решение уравнения называется *корнем* этого уравнения.
2. Уравнение может иметь несколько корней.

Пример 1. Какое значение неизвестной величины, является решением уравнения: $\sqrt[3]{\mathrm{x}-1}-2\mathrm{x}+16=0$.

Варианты ответов: A) 0; B) 1; C) -7; D) 9; E) -1.

Решение. Проверим числовое значение 0, то есть $\mathrm{x}=0$:

$$\sqrt[3]{0-1}-2\cdot 0+16\overset{?}{=}0 \ \Rightarrow \ -1-0+16\overset{?}{=}0 \ \Rightarrow \ 15\neq 0.$$

Число 0 не является решением уравнения.

Проверим числовое значение 9, то есть $x=9$:

$$\sqrt[3]{9-1}-2\cdot 9+16\overset{?}{=}0 \ \Rightarrow \ 2-18+16\overset{?}{=}0 \ \Rightarrow \ 0=0.$$

Число 9 является решением уравнения.

Пример 2. Решите уравнение $2x-6=0$.
Решение. $2x=6 \Rightarrow x=3$ - это корень уравнения или решение уравнения.
Ответ: $x=3$.

Определение 3. ***Неравенство с одной неизвестной***

Неравенство с одной переменной или неравенство с одной неизвестной величиной – это математическое выражение:

$$f(x)>\varphi(x), \tag{4}$$

в котором $f(x)$ и $\varphi(x)$ - функции от переменной *x*.

Определение 4. ***Область допустимых значений (ОДЗ)***

Область допустимых значений уравнения или неравенства – это множество значений неизвестной, при которых уравнение (неравенство) имеет смысл (существует).

Замечания. Понятие ОДЗ для уравнения или неравенства означает то же, что область определения для функции. Для уравнений и неравенств вместо ОДЗ можно говорить «область определения». При нахождение ОДЗ для уравнений и неравенств и области определения функций нужно помнить, что:

1. Если уравнение или неравенство есть дробь $\frac{A}{B}$, то знаменатель этой дроби не должен быть равен нулю: $\frac{A}{B} \Rightarrow B \neq 0$.

2. Если уравнение или неравенство содержит корень четной степени, то подкоренное выражение должно быть неотрицательным: $\sqrt[2n]{A} \Rightarrow A \geq 0$.

Пример 2. Найдите ОДЗ уравнений и неравенства:
1) $\frac{2}{x-1}+3x=5$; 2) $3x^2-5x+4=0$; 3) $\sqrt{x-2}<5$.

Решение.
1) Знаменатель дроби не равен нулю: $x-1\neq 0$; $x\neq 1$. Следовательно, ОДЗ: $x\neq 1$ или $x \notin R\setminus\{1\}$.
2) Неизвестная величина *x* может принимать любые значения. Поэтому ОДЗ: $x\in R$.
3)Подкоренное выражение должно быть неотрицательным: $x-2\geq 0 \Rightarrow x\geq 2$. ОДЗ: $x\geq 2$.

Определение 5. ***Равносильность уравнений и неравенств.***

Уравнения (неравенства) называются *равносильными или эквивалентнми*, если множества их решений совпадают (одинаковые).

Пояснения. Например, уравнения $2x = 10$ и $3x = 15$ равносильные, потому что у них одинаковый корень $x = 5$. Уравнения $2x = 10$ и $2x^2 = 10x$ неравносильны потому, что первое уравнение имеет один корень $x = 5$, а второе два корня: $x_1 = 5,\ x_2 = 0$.

Замечания

1.Если левую и правую части уравнения (1) умножить на одно и тоже число $a \neq 0$, то получится уравнение равносильное уравнению (1):

$$f(x) = \varphi(x) \quad \Leftrightarrow \quad a \cdot f(x) = a \cdot \varphi(x).$$

2.Если к левой и правой частям уравнения (1) прибавить одно и тоже число a, то получится уравнение равносильное уравнению (1):

$$f(x) = \varphi(x) \quad \Leftrightarrow \quad a + f(x) = a + \varphi(x)$$

2.2. Линейные уравнения и неравенства.

Определение 1. ***Линейное уравнение***.

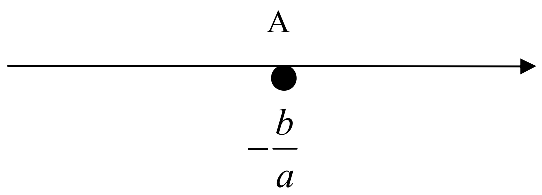
Линейное уравнение – это равенство:

$$ax + b = 0, \tag{1}$$

в котором x – это неизвестная величина, $a \neq 0$ и b – это параметры (коэффициенты) уравнения.

Замечания.

1. В линейном уравнении неизвестная величина имеет первую степень, то есть: $ax^1 + b = 0$. Например, уравнение $2x - 8 = 0$ - это линейное, а $2x^2 - 8 = 0$ - это нелинейное уравнение, потому что неизвестная величина x имеет вторую степень – x^2.
2. Формула (1) – это стандартная форма записи линейного уравнения. Например, уравнение $2x - 6 = 2$ - это линейное уравнение, которое написано в стандартной форме. Если это уравнение написать так: $2x - 6 = 2 \Rightarrow 2x - 8 = 0$,то это уравнение написано в стандартной форме.
3. Решить уравнение – это значит найти числовое значение неизвестной величины.
4. Решение линейного уравнения (1) можно найти по формуле:
$$ax + b = 0 \Rightarrow ax + b - b = -b \Rightarrow ax = -b \Rightarrow \frac{ax}{a} = -\frac{b}{a} \Rightarrow x = -\frac{b}{a}. \tag{2}$$
5. Геометрическое решение линейного уравнения - это точки на числовой оси.



Точка А – это изображение решения уравнения (1).

Пример 1. Найдите решение уравнения:
$2(x-1)+3=-x-5$

Решение. Напишем уравнение в стандартном виде (1):

$$2(x-1)+3=-x-5 \Rightarrow 2x-2+3=-x-5 \Rightarrow$$

$$2x+x+1+5=0 \Rightarrow 3x+6=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a=3; \\ b=6. \end{array}\right.$$

Используем формулу (2):

$$x=-\frac{6}{3} \Rightarrow x=-2$$

Замечание. Если решение правильное, то равенство должно быть правильным, когда $x=-2$:
$2(-2-1)+3=-(-2)-5 \Rightarrow -3=-3$.

Определение 1. ***Линейное неравенство***.

Линейное неравенство – это неравенства, которые в стандартном виде записываются так:

$$ax+b>0, \tag{3}$$

$$ax+b<0, \tag{4}$$

$$ax+b \geq 0, \tag{5}$$

$$ax+b \leq 0. \tag{6}$$

a и *b* - это параметры; *x* – неизвестная величина. (3) и (4) – это строгие линейные неравенства; (5) и (6) – это нестрогие линейные неравенства.

Замечания.

1. Решение линейного неравенства – это множество значений неизвестной величины.
2. Если $a > 0$, то решение неравенства (3) можно написать так:

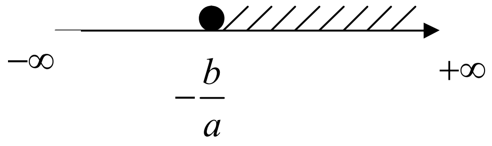
$$ax+b>0 \Rightarrow ax+b-b>0-b \Rightarrow ax>-b \Rightarrow \frac{ax}{a}>\frac{-b}{a} \Rightarrow x>-\frac{b}{a}. \tag{7}$$

Точка $x=-\frac{b}{a}$ - не принадлежит решению неравенства.

Пример 2. Решите неравенство: $3x+9>0$.

Решение. $3x+9>0 \Rightarrow 3x>-9 \Rightarrow x>-\dfrac{9}{3} \Rightarrow x>-3$.

3. Геометрически решение линейного неравенства (3) – это часть числовой оси.



● - это символ – точка $\left(-\dfrac{b}{a}\right)$ не принадлежит решению. Формулу (7) можно написать так:

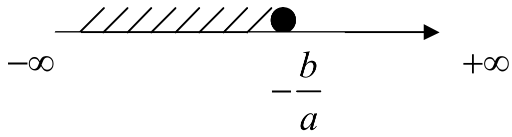
$x>-\dfrac{b}{a} \Leftrightarrow x \in \left(-\dfrac{b}{a};\infty\right)$

4. Если a<0, то решение неравенства (3) можно написать так:

$$ax+b>0 \Rightarrow ax+b-b>-b \Rightarrow ax>-b \Rightarrow \frac{ax}{a}<\frac{-b}{a} \Rightarrow x<-\frac{b}{a}. \qquad (8)$$

Знак неравенства надо изменить, если a<0.

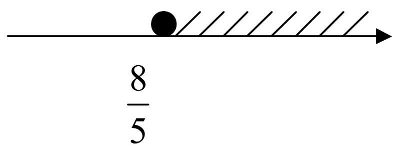
$x<-\dfrac{b}{a} \Rightarrow x \in \left(-\infty;-\dfrac{b}{a}\right)$



Пример 3. Решите неравенство: $-5x+8<0$.

Решение. $-5x+8<0 \Rightarrow -5x+\cancel{8}-\cancel{8}<-8 \Rightarrow -5x<-8 \Rightarrow \dfrac{-5x}{-5}>\dfrac{-8}{-5} \Rightarrow x>\dfrac{8}{5}$;

$x \in \left(\dfrac{8}{5};\infty\right)$



5. Если неравенство нестрогое, например (5), тогда его решение можно написать так:

$$ax + b \geq 0 \quad a>0 \Rightarrow x \geq -\frac{b}{a}$$

Точка $x = -\frac{b}{a}$ принадлежит решению неравенства.

$-\frac{b}{a}$

● - это символ – точка $\left(-\frac{b}{a}\right)$ принадлежит, решению неравенства.

Пример 4. Решите неравенство и изобразите его решение: $-4x + 3 > 2x - 7$

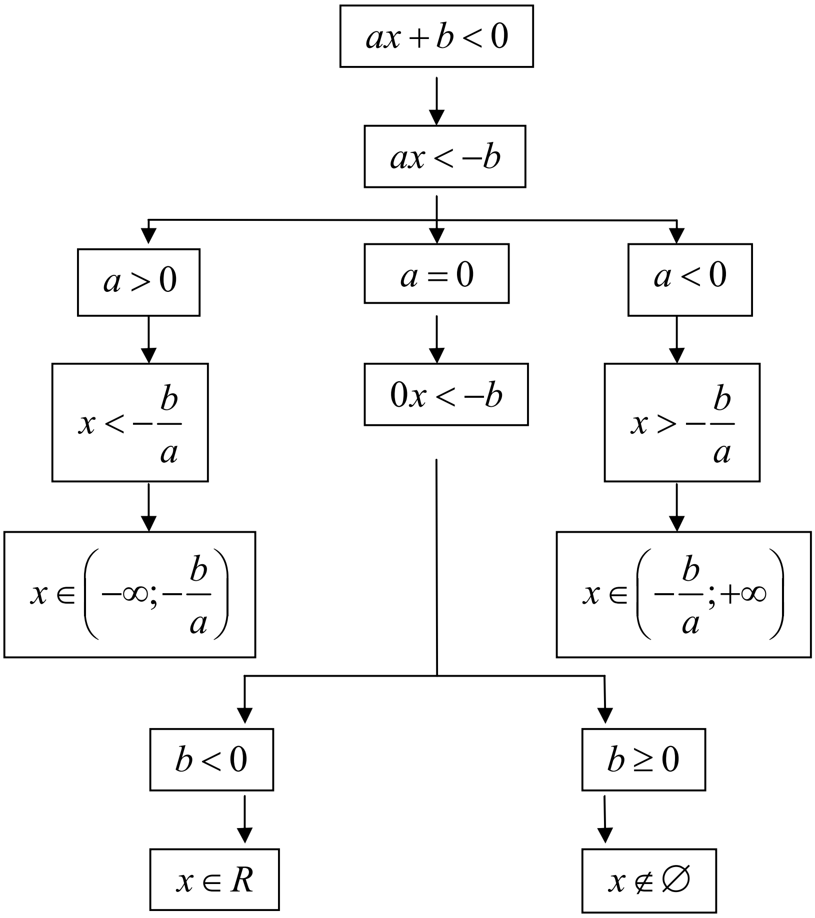
Решение. $-4x + 3 \geq 2x - 7 \Rightarrow -6x \geq -10 \Rightarrow x \leq \frac{-10}{-6} \Rightarrow x \leq \frac{10}{6} \Rightarrow x \leq \frac{5}{3}$.

Ответ: $x \in \left(-\infty; \frac{5}{3}\right)$

x

$\frac{5}{3}$

Схема решения линейного неравенства



Контрольные задания и вопросы

Решите уравнения:

1) $\frac{1}{5}x=3$; 2) $5x+4=0$; 3) $9x-2(x-3{,}5)=2x-1{,}5$; 4) $\frac{x-1}{5}-\frac{2x}{3}=4$;
5) $x(3+x)=0$; 6) $(x+2)(x-5)=0$; 7) $2x=3x^2$; 8) $8x+2ax-3a^2=0$;
9) $3(y+1)-\frac{10-y}{2}=\frac{4y+11}{5}+12$.

Решите неравенства:

1) $5x+4<0$; 2) $4(3+x)>10$; 3) $-4(x+2)<3(x-5)$; 4) $4x-7>0$;
5) $0{,}4x\geq 2$; 6) $3-2x<12-5x$; 7) $2x-3<7(1+x)$; 8) $5-4x\leq 0$;
9) $3x-5<2(1-x)$; 10) $x+4-\frac{x}{3}<\frac{2x}{3}$.

2.3. Квадратное уравнение.

Определение 1. ***Квадратное уравнение.***

Квадратное уравнение – это равенство:

$$ax^2 + bx + c = 0, \tag{1}$$

в котором x – это неизвестная величина; a, b, c – это параметры уравнения и $a \neq 0$.

Замечания.

1. Формула (1) – это стандартный вид квадратного уравнения. Например, уравнение $2x^2 - 3x = -2$ - квадратное, но записано не в стандартном виде; $2x^2 - 3x + 2 = 0$ - это стандартный вид квадратного уравнения.
2. Если разделить левую и правую части уравнения (1) на параметры a:

$$ax^2 + bx + c = 0 \left|\cdot\frac{1}{a}\right. \Rightarrow \frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a} = \frac{0}{a} \Rightarrow x^2 + \frac{b}{a}\cdot x + \frac{c}{a} = 0 \Rightarrow,$$

$$x^2 + px + q = 0 \tag{2}$$

$$p = \frac{b}{a},\ q = \frac{c}{a}, \tag{3}$$

то квадратное уравнение (2) называется *приведенным*.

Определение 2. ***Дискриминант квадратичного уравнения.***

Дискриминант – это характеристика квадратичного уравнения, которая для уравнения (1) определяется формулой:

$$D = b^2 - 4ac, \tag{4}$$

а для приведенного уравнения (2) формулой

$$D = p^2 - 4q. \tag{5}$$

Замечание. Дискриминант квадратного уравнения может быть положительным ($D > 0$), отрицательным ($D < 0$) и равным нулю ($D = 0$).

Определение 3. ***Формула для корней квадратного уравнения.***

Решение (корни) квадратного уравнения (1) можно найти с помощью формулы:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \tag{6}$$

где D – дискриминант уравнения (1) (формула (4)).

Замечания.

1. Если $D > 0$, то уравнение (1) имеет два разных корня:

$$x_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a},\ x_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}. \qquad (7)$$

2. Если $D = 0$, то уравнение (1) имеет два одинаковых корня:

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}. \qquad (8)$$

В этом случае ($D = 0$) будем говорить, что уравнение имеет один корень.

3. Если $D < 0$, то у уравнения (1) нет корней.
4. Если квадратное уравнение приведенное (формула(2)), то формулу для корней можно написать так:

$$x_{1,2} = \frac{-p \pm \sqrt{D}}{2}, \qquad (9)$$

где D – дискриминант уравнения (формула (5)).

Пример 1. Решите квадратное уравнение: $-4x^2 + 8x = 3$

Решение. Напишем уравнение в стандартном виде (1) и найдем параметры этого уравнения:

$$-4x^2 + 8x - 3 = 0 \Rightarrow a = -4;\ b = 8;\ c = -3.$$

Найдем дискриминант уравнения (формула (4)):

$$D = b^2 - 4ac = 8^2 - 4\cdot(-4)\cdot(-3) = 64 - 48 = 16 > 0.$$

Уравнение имеет два разных корня:

$$x_{1,2} = \frac{-8 \pm \sqrt{16}}{2\cdot(-4)} = \frac{-8 \pm 4}{-8} = \left[\begin{array}{l} x_1 = \dfrac{-8+4}{-8} = \dfrac{-4}{-8} = \dfrac{1}{2}; \\ x2 = \dfrac{-8-4}{-8} = \dfrac{-12}{-8} = \dfrac{3}{2}. \end{array}\right.$$

Теорема 1. Если квадратное уравнение (1) имеет два корня x_1 и x_2, то:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}, \\ x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a}. \end{cases} \qquad (10)$$

Замечания.

1. Если квадратное уравнение приведенное (формула (2)), то:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p, \\ x_1 \cdot x_2 = q. \end{cases} \qquad (11)$$

2. Теорема 1 называется теоремой Виетта.

Пример 2. Напишите приведенное квадратное уравнение, если его корни известны: $x_1 = -3$; $x_2 = 4$.

Решение. Надо написать уравнение: $x^2 + px + q = 0$, параметры p и q - неизвестны. Используем теорему Виета (формула (11)):

$$\begin{cases} -3 + 4 = -p \\ -3 \cdot 4 = q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = -1, \\ q = -12. \end{cases}$$

Ответ: $x^2 - x - 12 = 0\sqrt{b^2 - 4ac}$.

Проверим результат – найдем корни этого уравнения (формулы (5) и (9)):

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot (-12) = 49;\ x1,2 = \frac{-(-1) \pm \sqrt{49}}{2} = \frac{1 \pm 7}{2} = \left[\begin{array}{l} x_1 = -3; \\ x_2 = 4, \end{array} \right.$$

Контрольные вопросы и задания.

1. Напишите параметры квадратичных уравнений:
   1.1. $-3x + 5x^2 - 1 = 0$.
   1.2. $4x - 5 = x^2$.
   1.3. $1 - x^2 = x$.
   1.4. $x^2 = -7x$.
   1.5. $4x^2 = 5$.
2. Запишите квадратные уравнения в стандартном виде:
   2.1. $(x-2)(x+2) = 0$.
   2.2. $(1-3x)(-x+5) = 1$.
   2.3. $(x+2)(3-5x) = x(4-2x)$.
3. Запишите квадратичные уравнения в приведенном виде:
   3.1. $3x^2 - 9x + 15 = 0$.
   3.2. $-x^2 + x + 1 = 0$.
   3.3. $5x + 3 = -7x^2$.
4. Найдите дискриминант квадратного уравнения:
   4.1. $-3x^2 + 8x - 2 = 0$.
   4.2. $3x = 1 - x^2$.
   4.3. $-(3+2x)(x-1) = x^2 + 4x - 1$.
   4.4. $-x^2 = -2x(x-1) - 1$.
5. Найдите корни квадратного уравнения:
   5.1. $x^2 - 9x + 8 = 0$.

5.2. $4x^2 = 5x$.

5.3. $x^2 + 10x + 25 = 0$.

5.4. $x^2 + x + 1 = 0$.

6. Напишите приведенное квадратное уравнение, если известны корни этого уравнения:

   6.1. $x_1 = -5;\ x_2 = 5$.

   6.2. $x_1 = 0;\ x_2 = -3$.

   6.3. $x_1 = 4;\ x_2 = 4$.

Сделайте проверку.

Слова к теме 2.3

1.	дискриминант
2.	одинаковый
3.	приведенный, -ое, ые
4.	характеристика

2.4.Квадратные неравенства.

Определение 1. ***Стандартный вид квадратного неравенства.***

В стандартном виде (форме) квадратное неравенство записывается так:

$$ax^2 + bx + c \quad 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{ll} ax^2 + bx + c > 0, & (1) \\ ax^2 + bx + c \geq 0, & (2) \\ ax^2 + bx + c < 0, & (3) \\ ax^2 + bx + c \leq 0. & (4) \end{array}\right.$$

a, b, c – параметры; x – неизвестная величина; (1) и (3) – строгие неравенства; (2) и (4) – нестрогие неравенства.

Замечания.

1. Решение неравенств (1) – (4) удобно находить с помощью графика («графически») квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$.
2. Напомним, что

график квадратичной функции – это парабола;
если $a > 0$, то ветви параболы направлены вверх;
если $a < 0$, то ветви параболы направлены вниз;

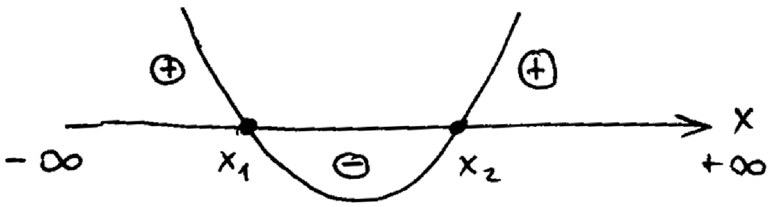
если $D > 0$, то парабола пересекает ось OX в двух точках с абсциссами $x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{D}}{2a}$ и $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{D}}{2a}$;

если $D < 0$, то парабола не пересекает ось OX;

если $D = 0$, то парабола касается оси OX в точке с абсциссой $x_1 = x_2 = -\dfrac{b}{2a}$.

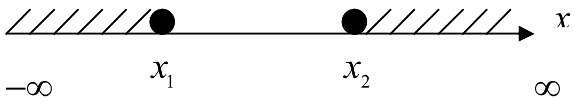
Графическое решение неравенств (1) – (4).

I. $a > 0,\ D > 0$

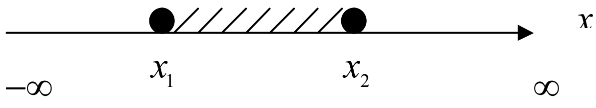


(1) $ax^2 + bx + c > 0 \Rightarrow x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; \infty)$

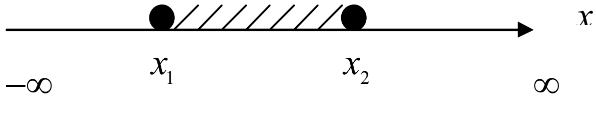
(2) $ax^2 + bx + c \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty; x_1] \cup [x_2; \infty)$



(3) $ax^2 + bx + c < 0 \Rightarrow x \in (x_1; x_2)$

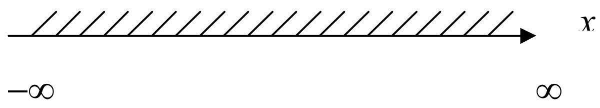


(4) $ax^2 + bx + c \leq 0 \Rightarrow x \in [x_1; x_2]$

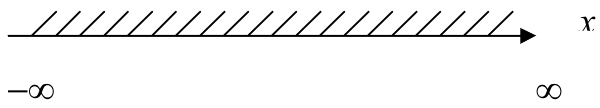


II. $a > 0,\ D < 0$

(1) $ax^2 + bx + c > 0 \Rightarrow x \in (-\infty;\infty)$ или $x \in R$



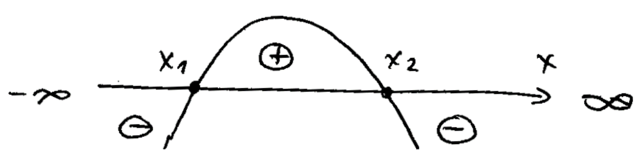
(2) $ax^2 + bx + c \geq 0 \Rightarrow x \in (-\infty;\infty)$ или $x \in R$



(3) $ax^2 + bx + c < 0,\ x \in \varnothing$ - решения нет.

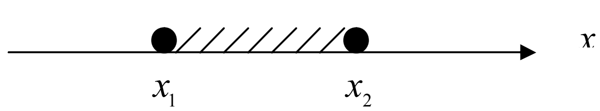
(4) $ax^2 + bx + c \leq 0,\ x \in \varnothing$ - решения нет.

III. $a < 0,\ D > 0$

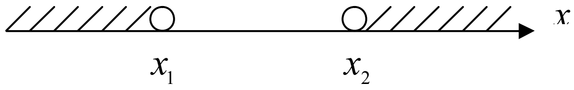


(1) $ax^2 + bx + c > 0 \Rightarrow x \in (x_1; x_2)$

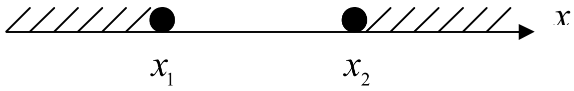
(2) $ax^2 + bx + c \geq 0 \Rightarrow x \in [x_1; x_2]$



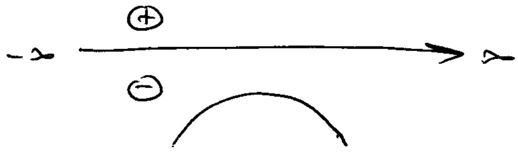
(3) $ax^2+bx+c<0 \Rightarrow x\in(-\infty;x_1)\cup(x_2;\infty)$



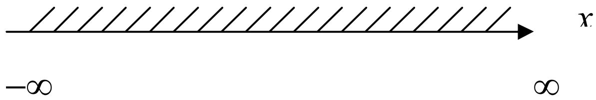
(4) $ax^2+bx+c\le 0 \Rightarrow x\in(-\infty;x_1]\cup[x_2;\infty)$



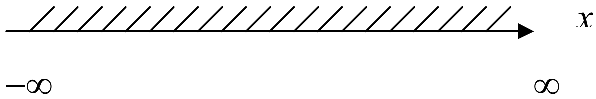
IV. $a<0$, $D<0$



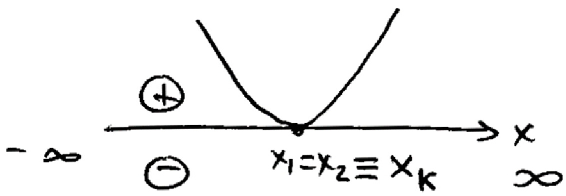
(1) $ax^2+bx+c>0$, $x\in\varnothing$ - решения нет.
(2) $ax^2+bx+c\ge 0$, $x\in\varnothing$ - решения нет.
(3) $ax^2+bx+c<0$, $x\in R$



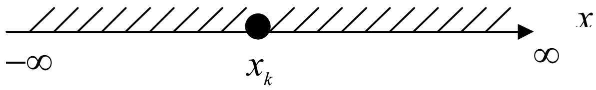
(4) $ax^2+bx+c\le 0$, $x\in R$



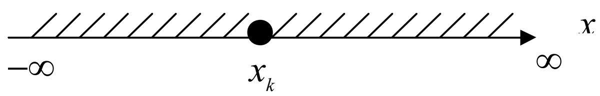
V. $a>0$, $D=0$



(1) $ax^2+bx+c>0 \Rightarrow x\in(-\infty;x_k)\cup(x_k;\infty)$

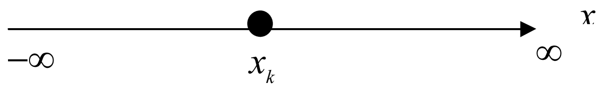


(2) $ax^2+bx+c\ge 0 \Rightarrow x\in(-\infty;\infty)$

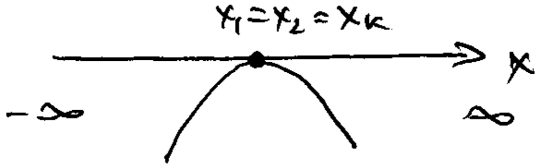


(3) $ax^2 + bx + c < 0$, $x \notin \varnothing$

(4) $ax^2 + bx + c \le 0$, $x = x_k$

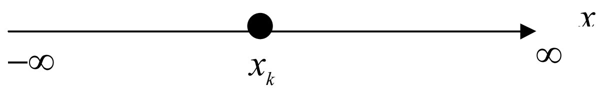


VI. $a < 0$, $D = 0$

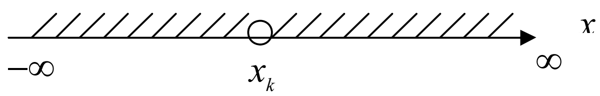


(1) $ax^2 + bx + c > 0 \Rightarrow x \notin \varnothing$

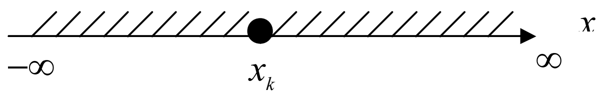
(2) $ax^2 + bx + c \ge 0 \Rightarrow x = x_k$



(3) $ax^2 + bx + c < 0 \Rightarrow x \in (-\infty; x_k) \cup (x_k; \infty)$



(4) $ax^2 + bx + c \le 0 \Rightarrow x \in (-\infty; \infty)$



Пример 1. Решите неравенство: $-2x^2 + 5x + 2 \le 0$

Решение. Найдем параметры и вычислим дискриминант (формула (4), занятие 24):

$$a = -2;\ b = 5;\ c = 2;$$

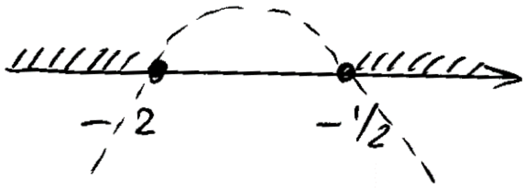
$$D = b^2 - 4ac = 5^2 - 4 \cdot (-2) \cdot 2 = 9$$

$a < 0,\ D > 0$ - смотрите III.

Ветви параболы $y = -2x^2 + 5x + 2$ направлены вниз и она пересекает ось OX в точках:

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}=\frac{-5\pm3}{-4}=\left[\begin{array}{l}x_1=-2;\\ x_2=-\frac{1}{2}.\end{array}\right.$$

Ответ можно написать, используя вариант III, уравнение (4):



$x\in(-\infty;-2]\cup\left[-\frac{1}{2};\infty\right)$

Пример 2. Решите неравенство: $-x^2+3x-10\le0$.

Решение. Рассмотрим функцию $y=-x^2+3x-10$, $D(y)=(-\infty;+\infty)$. Графиком данной функции является парабола, ветки которой направлены вниз. Найдем нули функции:

$-x^2+3x-10=0$; $\quad x^2-3x+10=0$. $\quad D=(-3)2-4\cdot1\cdot10=-40<0$.

Следовательно, функция $y=-x^2+3x-10$ нулей не имеет. Данная функция имеет отрицательные значения на всей числовой прямой. Следовательно, $-x^2+3x-10\le0$, если $x\in(-\infty;+\infty)$.

Ответ: $x\in(-\infty;+\infty)$.

Пример 3. Решите неравенство $x^2>4$.

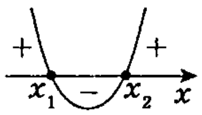
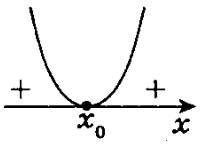
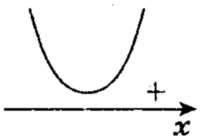
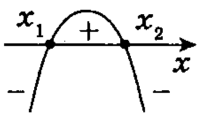
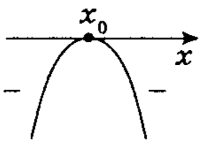
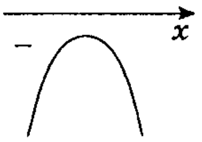
Решение: $x^2-4>0$.

Рассмотрим функцию $y=x^2-4$, $D(y)=(-\infty;+\infty)$. Графиком данной функции является парабола, ветки которой направлены вверх. Найдем нули функции: $x^2-4=0$;

$$\left[\begin{array}{l}x=-2,\\ x=2.\end{array}\right.$$

Следовательно, $x^2-4>0$, если $x\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

Ответ: $x\in(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

Схема	Квадратичное неравенство			
	$f(x)>0$	$f(x)<0$	$f(x)\geqslant 0$	$f(x)\leqslant 0$
$a>0,\ D>0$ 	$(-\infty;\ x_1)\cup$ $\cup(x_2;\ +\infty)$	$(x_1;\ x_2)$	$(-\infty;\ x_1]\cup$ $\cup[x_2;\ +\infty)$	$[x_1;\ x_2]$
$a>0,\ D=0$ 	$(-\infty;\ x_0)\cup$ $\cup(x_0;\ +\infty)$	$\varnothing$	$(-\infty;\ +\infty)$	x_0
$a>0,\ D<0$ 	$(-\infty;\ +\infty)$	$\varnothing$	$(-\infty;\ +\infty)$	$\varnothing$
$a<0,\ D>0$ 	$(x_1;\ x_2)$	$(-\infty;\ x_1)\cup$ $\cup(x_2;\ +\infty)$	$[x_1;\ x_2]$	$(-\infty;\ x_1]\cup$ $\cup[x_2;\ +\infty)$
$a<0,\ D=0$ 	$\varnothing$	$(-\infty;\ x_0)\cup$ $\cup(x_0;\ +\infty)$	x_0	$(-\infty;\ +\infty)$
$a<0,\ D<0$ 	$\varnothing$	$(-\infty;\ +\infty)$	$\varnothing$	$(-\infty;\ +\infty)$

Контрольные вопросы и задания.

1. Решите неравенство:
   1) $x^2-4x+3>0$; 4) $-3x^2+2x+1>0$;
   2) $x^2+x+1\geq 0$; 5) $x-x^2<0$;
   3) $x^2-x+1<0$; 6) $x^2+25x\geq 0$.
2. Найдите целые решения неравенства:

1) $-4x^2+3x+1\ge 0$.

3. Решите неравенства:

1) $(x-11)(x-3)<0$; 2) $x^2-2x-3>0$;

4) $9x^2-25>0$; 5) $2x-3<7(1+x)$;

6) $2x^2-3x-2>0$; 8) $x(x-1)(x-3)<0$; 10) $x(x-4)(x+4)<0$; 11) $x^2-4\le 0$; 12) $\dfrac{x+2}{x-5}<0$; 13) $x(3-x)>0$; 14) $\dfrac{2x-1}{x+2}\ge 0$; 16) $\dfrac{3x-1}{3x+1}+\dfrac{x-3}{x+3}\ge 2$; 19) $-\dfrac{1}{3}x^2+x+\dfrac{4}{3}\ge 0$; 20) $\dfrac{x-3}{x^2-5x+6}\ge 2$; 21) $0{,}1x^2-1{,}1x+1\ge 0$; 22) $\dfrac{3x}{x+1}+\dfrac{x+3}{x}\le 5$.

2.5. Системы линейных неравенств.

Определение 1. ***Системы линейных неравенств.***

Системы линейных неравенств – это системы вида:

$$\begin{cases} a_1x>b_1, \\ a_2x>b_2, \end{cases} \begin{cases} a_1x>b_1, \\ a_2x<b_2, \end{cases} \begin{cases} a_1x<b_1, \\ a_2x<b_2, \end{cases} \begin{cases} a_1x<b_1, \\ a_2x<b_2. \end{cases} \qquad (1)$$

Замечания:

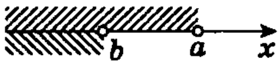
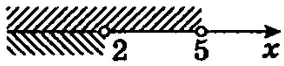
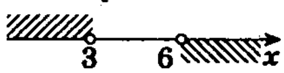
1. Системы неравенств (1) – это системы с одной неизвестной x.
2. Системы неравенств (1) – это строгие неравенства. На месте знаков > и < могут быть знаки ≥ и ≤. Тогда неравенства будут нестрогие.
3. Чтобы решить систему неравенств (1) надо:
   - решить каждое неравенство;
   - на одной числовой оси нарисовать их решения;
   - найти общее решение.
4. Общее решение системы – это часть числовой оси, где решения неравенств пересекаются («штриховки пересекаются»).

Системы линейных неравенств с одной переменной

Системы вида: $\begin{cases} a_1x > b_1, \\ a_2x > b_2, \end{cases}$ или $\begin{cases} a_1x > b_1, \\ a_2x < b_2, \end{cases}$ или $\begin{cases} a_1x < b_1, \\ a_2x < b_2, \end{cases}$ или $\begin{cases} a_1x < b_1, \\ a_2x > b_2 \end{cases}$ называются ***системами двух линейных уравнений с одной переменной***. (Вместо знаков >, < могут быть знаки $\geqslant$, $\leqslant$.)

Чтобы решить систему неравенств, надо каждое неравенство системы решить отдельно, а потом найти решение системы как пересечение множеств решений неравенств.

Возможные случаи решения систем линейных неравенств

Системы линейных неравенств $(a > b)$	**Решение и его геометрическая иллюстрация**	**Пример**
$\begin{cases} x > a, \\ x > b \end{cases}$	 $x \in (a; +\infty)$	$\begin{cases} x > 3, \\ x > 2 \end{cases}$  $x \in (3; +\infty)$
$\begin{cases} x < a, \\ x < b \end{cases}$	 $x \in (-\infty; b)$	$\begin{cases} x < 5, \\ x < 2 \end{cases}$  $x \in (-\infty; 2)$
$\begin{cases} x < a, \\ x > b \end{cases}$	 4 $x \in (b; a)$	$\begin{cases} x < 4, \\ x > 1 \end{cases}$  $x \in (1; 4)$
$\begin{cases} x > a, \\ x < b \end{cases}$	 Решений нет	$\begin{cases} x > 6, \\ x < 3 \end{cases}$  Решений нет

Пример 1. Найдите решение системы неравенств:

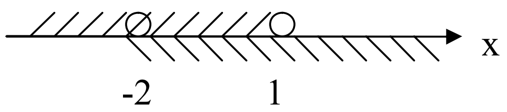
$$\begin{cases} 5x-4<x, \\ -2x-3<1. \end{cases}$$

Решение. Решим каждое неравенство:

$5x-4<x \Rightarrow 4x<4 \Rightarrow x<1,$

$-2x-3<1 \Rightarrow -2x<4 \Rightarrow x>-2.$

Нарисуем эти решения на одной числовой оси:



«Штриховки пересекаются», когда $\begin{cases} x<1, \\ x>-2 \end{cases}$ - это общее решение. Можно написать его так: $x \in (-2;1)$, или так $-2<x<1$.

Алгоритм 1. ***Решение неравенств вида*** $f(x)\cdot g(x)>0$.

Чтобы решить неравенство

$$f(x)\cdot g(x)>0 \qquad (2)$$

надо:

1. заменить его системами неравенств:

$$f(x)\cdot g(x)>0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} f(x)>0, \\ g(x)>0; \end{cases} \\ \begin{cases} f(x)<0, \\ g(x)<0; \end{cases} \end{array}\right. \qquad (3)$$

2. решить каждую систему;
3. объединить их решения.

Пример 2. Решите неравенство: $(2x-5)(4-x)>0$.

Решение. Заменим неравенство системами неравенств и решим их:

$$\begin{cases} 2x-5>0, \\ 4-x>0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x>5, \\ -x<-4, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>25, \\ x<4, \end{cases} \Rightarrow x>4$$

$$\begin{cases} 2x-5<0, \\ 4-x<0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x<5, \\ -x<-4, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<2,5, \\ x>4. \end{cases} \Rightarrow x \notin \varnothing$$

$$\left[\begin{array}{l} x>4, \\ x \in \varnothing, \end{array}\right. \Rightarrow x>4.$$

Определение 2. ***Двойное неравенство.***

Двойное неравенство – это неравенство вида:

$$f(x) < g(x) < h(x). \tag{4}$$

Алгоритм 2. ***Решение двойных неравенств*** (4).

Чтобы решить неравенство (4), надо:

1. Заменить его системой неравенств:
$$\begin{cases} g(x) < h(x), \\ g(x) > f(x). \end{cases}$$
2. Решить систему.

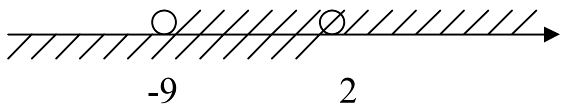
Пример 3. Решите двойное неравенство: $4x - 9 < 5x < 14 - 2x$

Решение. Заменим двойное неравенство системой неравенств:

$$\begin{cases} 5x > 4x - 9, \\ 5x < 14 - 2x. \end{cases}$$

Решим систему неравенств:

$$\begin{cases} 5x > 4x - 9, \\ 5x < 14 - 2x, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -9, \\ 7x < 14, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -9, \\ x < 2. \end{cases}$$



$x \in (-9; 2)$

Определение 3. ***Дробные неравенства.***

Дробные неравенства – это неравенства вида:

$$\frac{f(x)}{g(x)} > 0. \tag{5}$$

Замечания:

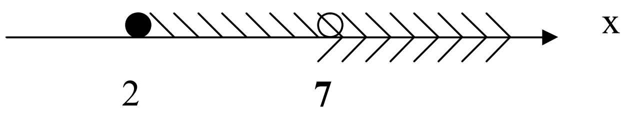
1. Неравенство (5) и неравенство (2) *равносильны*, то есть они имеют одинаковые решения.
2. Алгоритм решения неравенства (5) такой же, как алгоритм решения неравенства (2) (см. алгоритм 1).
3. Если неравенство (5) нестрогое, то есть:
$$\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0, \tag{6}$$

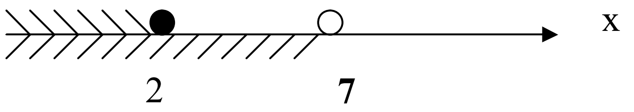
тогда $g(x) \neq 0$.

Пример 4. Решение неравенства $\dfrac{x-2}{x-7} \ge 0.$

Решение. Заменим дробное неравенство системами уравнений:

$$\left[\begin{aligned} &\begin{cases} x-2 \ge 0, \\ x-7 > 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \ge 2 \\ x > 7 \end{cases} \\ &\begin{cases} x-2 \le 0, \\ x-7 < 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \le 2 \\ x < 7 \end{cases} \end{aligned}\right.$$





Решение первой системы: $x > 7$ или $x \in (7;\infty)$; второй: $x \le 2$ или $x \in (-\infty;2]$.

Решение дробного неравенства можно записать так:

$\left[\begin{aligned} &x > 7 \\ &x \le 2 \end{aligned}\right.$ или $x \in (-\infty;2) \cup (7;\infty)$.

Контрольные вопросы и задания:

1. Решите систему неравенств:

1) $\begin{cases} x-3 < 2x-3, \\ 4x+5 > 10-x. \end{cases}$

2) $\begin{cases} 9+2x \le 3x+7, \\ x-2 > 2x-5. \end{cases}$

3) $\begin{cases} (x-5)^2 - 15 \ge (x-3)(x-4) - 50, \\ 4(x+7) - 16 \ge 2-x. \end{cases}$

4) $\begin{cases} \dfrac{x-1}{4} + \dfrac{x+1,7}{3} \ge \dfrac{3x+1}{5}, \\ \dfrac{x+2}{4} - \dfrac{x+8}{5} < \dfrac{3x-1}{10}. \end{cases}$

2. Найдите сумму целых решений системы неравенств:

1) $\begin{cases} 3x-5 < 23-4x, \\ 7x-9 \le 9x+1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2(3x-4) < 3(4x-5) + 28, \\ 4(x+1) \le 3x+5. \end{cases}$

3. Дана функция $f\left(x\right)=4x^2-9x+5$. Найдите все значения x, при которых:
а) $f\left(x\right)>0$; б) $f\left(x\right)\le 0$.

4. Найдите все значения a, при которых уравнения $x^2+2ax+3a+10=0$ не имеет корней.

5. Решите систему неравенств:

а) $\begin{cases} 3x\le 1-3\left(x+2\right), \\ 2x>4-\left(x+7\right). \end{cases}$ б) $\begin{cases} \dfrac{2x-5}{4}<\dfrac{x-1}{3}, \\ 3\left(x-5\right)+1>0. \end{cases}$

6. Решите систему неравенств:

1) $\begin{cases} 2\left(3x-1\right)<3\left(4x+1\right)+16, \\ 4\left(2+x\right)<3x+8; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x>3-\dfrac{13x-2}{11}, \\ \dfrac{x}{6}+\dfrac{2}{3}\left(x-7\right)<\dfrac{3x-20}{2}; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x-\dfrac{x+1}{2}-\dfrac{x+4}{3}\le\dfrac{x-1}{4}-2, \\ 1{,}5x-2{,}5\le x; \end{cases}$ 4) $-2<\left|\dfrac{x-2}{x+1}\right|<1.$

2.6. Системы уравнений

Определение 1. ***Уравнение с двумя неизвестными.***

Уравнение с двумя неизвестными – это уравнение, которое в общем виде записывается так: $f(x,y)=0$, где x и y - неизвестные величины.

Замечания

1. *Решением уравнения с двумя неизвестными* является пара чисел: $\mathrm{x}=\mathrm{a}$, $\mathrm{y}=\mathrm{b}$. Если числа a и b - это решение уравнения (1), то должно иметь место тождество:

$$f(a,b)=0 \quad\Rightarrow\quad 0=0.$$

Записывать решение уравнения (1) будем так: $\left(\mathrm{a},\mathrm{b}\right)$.

2. Общий вид линейного уравнения с двумя неизвестными имеет вид:

$$Ax+By+C=0\ , \qquad (1)$$

где A,B и C - это коэффициенты уравнения. Линейное уравнение с двумя неизвестными (1) имеет бесконечно много решений.

Пример 1. Найдите решение уравнения: $15\mathrm{x}+3\mathrm{y}=9$.

Решение. Выразим неизвестную y через x:

$$15x+3y=9 \;\Rightarrow\; y=3-5x.$$

Зададим произвольное значение велечины x. Например, $x=1$. Подставим это значение x в последнее равенство и найдём y: $y=3-5\cdot 1=-2$. Решение уравнения: $(1;-2)$.

Определение 2. ***Система двух уравнений с двумя неизвестными***

Система двух уравнений с двумя неизвестными – это два уравнения $f(x,y)=0$ и $g(x,y)=0$, которые объеденены вместе с помощью фигурной скобки и в общем виде эта система записывается так:

$$\begin{cases} f(x,y)=0, \\ g(x,y)=0, \end{cases} \tag{2}$$

где x и y - неизвестные величины.

Замечания

1. Решением системы (2) являются общие решения двух уравнений. Если общих решений нет, то система не имеет решения.
2. Если оба уравнения в системе (2) линейные, то система назывется линейной и записывается так:
$$\begin{cases} a_{11}\cdot x+a_{12}\cdot y=b_1, \\ a_{21}\cdot x+a_{22}\cdot y=b_2. \end{cases} \tag{3}$$
3. Линейная система (3) всегда имеет единственное решение, если выполняется условие:
$$a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}\neq 0.$$

Алгоритм 1. ***Решение системы уравнений (3) методом подстановки***

Если система (3) имеет решение, то, чтобы это решение найти, надо:

1. выбрать одно уравнение и выразить одну неизвестную величину через другую; например, из первого уравнения выразим переменную x через y:
$$a_{11}\cdot x+a_{12}\cdot y=b_1 \;\Rightarrow\; x=\frac{-a_{12}\cdot y+b_1}{a_{11}}.$$
2. подставить полученное выражение для x во второе уравнение.

Контрольные вопросы и задания.

Решите системы уравнений:

1) $\begin{cases} x+y=6, \\ 3x-5y=2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2-y=18, \\ x+2y=0; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 3x+2y=34{,}5, \\ 2x-2y=12{,}5; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2+y^2=34, \\ x-y=2; \end{cases}$

5) $\begin{cases} x+y=12, \\ xy=35; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x+y^2=16, \\ x+5y=10; \end{cases}$ 7) $\begin{cases} x^2-y=14, \\ 3x+y=4; \end{cases}$ 8) $\begin{cases} x^2+y^2=41, \\ x-y=1; \end{cases}$

9) $\begin{cases} \dfrac{5x+9y}{3}=\dfrac{2x+3y}{2}, \\ \dfrac{x-3y}{2}=\dfrac{2x-3y}{3}; \end{cases}$ 10) $\begin{cases} \dfrac{x-a}{y-a}=\dfrac{b}{c}, \\ \dfrac{x-b}{y-c}=\dfrac{a+b}{a+c}. \end{cases}$

3. Показательная функция

3.1. Свойства показательной функции

Определение 1. ***Показательная функция.***

Показательная функция – это функция, которая описывается формулой:

$$y=a^x. \tag{1}$$

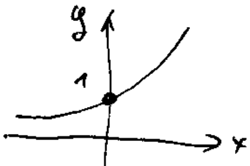
Над аргументом x выполняется операция потенцирования с основанием $a \neq 1$:

$$x \xrightarrow{\exp_a} a^x$$

Замечания.

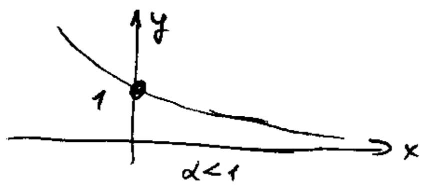
Свойства функции (1) зависят от величины параметра a.

1. Область определения функции (1):
   $D(y)=(-\infty;\infty)$ или $x \in (-\infty;\infty)$.
2. Область значений функции (1):
   $E(y)=(0;\infty)$ или $y \in (0;\infty)$.
3. График функции не пересекает оси OX и пересекает ось OY в точке с координатами (0;1).
4. Если $a>1$, то функция (1) возрастает при всех значениях x (см. рис. 1). Если $a<1$, то функция (1) убывает (см. рис. 2).



$a>1$

рис. 1



$a<1$

рис. 2

Контрольные вопросы и задания.

1. Постройте график функции:

A) $y=2^{x-1}$; B) $y=2^{x}-1$; C) $y=1-2^{-x}$;

2. Нарисуйте графики функций, найдите интервалы монотонности и координаты точки пересечения их графиков с осью ОУ:

A) $y=3+5^{-2x}$; B) $y=-4^{-x+3}$; C) $y=2^{-3x}$;

3.2 Показательные уравнения и неравенства

Определение 2. ***Показательное уравнение***

Показательное уравнение – это уравнение, в котором неизвестная величина находится в показатели степени.

Замечание. Далее будет рассматриваться только простейшее показательное уравнение вида:

$$a^{f(x)}=a^{g(x)},\ a>0. \tag{2}$$

Определение 3. ***Область допустимых значений неизвестной (переменной) величины в показательном уравнении (2).***

Область допустимых значений (ОДЗ) неизвестной величины в уравнении $a^{f(x)}=a^{g(x)}$ - это область определения функций $f(x)$ и $g(x)$: ОДЗ $=\begin{cases}\mathrm{D(f)}\\ \mathrm{D(g)}\end{cases}$

Пример 1. Найдите ОДЗ уравнения $3^{\frac{1}{x}}=3^{2x-4}$.

Решение. $f(x)=\dfrac{1}{x}$, $g(x)=2x-4$.

ОДЗ=$\begin{cases}\mathrm{D(f)}:\mathrm{x}\in(-\infty,\infty)/0, & (\mathrm{x}\neq 0),\\ \mathrm{D(g(x))}:\mathrm{x}\in(-\infty,\infty), & \end{cases}\Rightarrow \mathrm{x}\in(-\infty,\infty)/0$

Неизвестная величина x может принимать все числовые кроме нуля: $x\neq 0$. Потому, что при $x=0$ выражение $\dfrac{1}{x}$ не имеет смысла или неопределенно, то есть ОДЗ: $x\neq 0$.

Алгоритм 1. ***Решение показательного уравнения*** $a^{f(x)}=a^{g(x)}$.

Чтобы решить уравнение (2) надо:

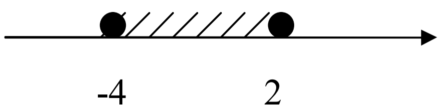
1. написать ОДЗ уравнения (2);

2. перейти от уравнения (2) к уравнению:
$$f(x)=g(x); \tag{3}$$
3. решить уравнение (3);
4. решение уравнения (3) – это решение и уравнения (1).

Замечание. Если $a=1$, то x – любое число из ОДЗ.

Алгоритм 2. ***Решение показательного неравенства***
$$a^{f(x)}>a^{g(x)}. \tag{4}$$
Чтобы решить неравенство (4) надо:
1. написать ОДЗ неравенства (4);
2. перейти от неравенства (4) к неравенству
$$f(x)>g(x), \tag{5}$$
если $a>1$, и
$$f(x)<g(x), \tag{6}$$
если $a<1$;
3. решить неравенство (5) или (6);
4. решение неравенства (5) или (6) – это решение и неравенства (4).

Пример 1. Решите уравнение: $3^{x^2-4x}=3^{x-6}$.
Решение. ОДЗ этого уравнения: $x\in R$.
$$3^{x^2-4x}=3^{x-6}\Rightarrow x^2-4x=x-6\Rightarrow x^2-5x+6=0.$$
Решим полученное квадратное уравнение:
$$x^2-5x+6=0\Rightarrow x_1=2;\ x_2=3.$$
Решением показательного уравнения будут эти же числа.

Пример 2. Решите неравенство: $0,7^{8-x^2}\le 0,7^{2x}$.
Решение. Найдем ОДЗ этого неравенства: $x\in R$.
$$0,7^{8-x^2}\le 0,7^{2x}\Rightarrow 8-x^2\ge 2x\ \left(0,7<1_6^D\right)$$
Решим полученное квадратное неравенство:
$$x^2+2x-8\le 0,\qquad x_1=-4;\ x_2=2$$


Ответ: $x\in[-4;2]$

Замечание. Если показательное уравнение не имеет вида (2), его надо записать (привести) к этому виду (если это возможно).

Пример 3. Решите уравнение: $3^{x+2}-3^{x}=72$.

Решение. Выносим за скобки общий множитель 3^{x}.

$3^{x}\left(3^{2}-1\right)=72$. При вынесении за скобки 3^{x} мы делим каждый член на 3^{x} по формуле $a^{m}:a^{n}=a^{m-n}$. Получаем $3^{x}\cdot 8=72 \quad\Rightarrow\quad 3^{x}=3^{2} \quad\Rightarrow\quad x=2$.

Пример 4. Решить уравнение: $2^{x-4}+2^{x-5}-2^{x-7}=704$.

Решение. $2^{x-7}\left(2^{3}+2^{2}-1\right)=704 \;\Rightarrow\; 2^{x-7}\cdot 11=704 \;\Rightarrow\; 2^{x-7}=704:11 \;\Rightarrow$

$2^{x-7}=64 \;\Rightarrow\; 2x-7=2^{6} \;\Rightarrow\; x-7=6 \;\Rightarrow\; x=13$.

Приклад 5. Решите уравнение: $5^{x+2}-5^{x+2}=3^{x+1}+3^{x+1}$.

Решение. $5^{x+2}-5^{x+1}=3^{x+1}+3^{x+2} \quad\Rightarrow\quad 5^{x+1}(5-1)=3^{x+1}(1+3) \quad\Rightarrow$

$4\cdot 5^{x+1}=3^{x+1}\cdot 4$; $\;5^{x+1}=3^{x+1} \quad\Rightarrow\quad \left(\dfrac{5}{3}\right)^{x+1}=1 \quad\Rightarrow\quad \left(\dfrac{5}{3}\right)^{x+1}=\left(\dfrac{5}{3}\right)^{0} \quad\Rightarrow$

$x+1=0;\; x=-1$.

Пример 6. Решите уравнение: $\left(\sqrt{3}\right)^{x^{2}-5x}=\left(\dfrac{1}{27}\right)^{\frac{2}{3}}$.

Решение. Приводим обе части уравнения к основанию 3:

$$\left(3^{0,5}\right)^{x^{2}-5x}=\left(3^{-3}\right)^{\frac{2}{3}} \Rightarrow 3^{0,5\left(x^{2}-5x\right)}=3^{-2}.$$

Получаем квадратное уравнение: $0,5\left(x^{2}-5x\right)=-2 \Rightarrow x^{2}-5x+4=0$.

Корни этого уравнения: $x_{1}=1,\; x_{2}=4$.

Пример 7. Решите неравенство: $\left(\sqrt{3}\right)x^{2}-5x<\left(\dfrac{1}{27}\right)^{\frac{2}{3}}$.

Решение. Используя решение примера 6, получаем квадратное неравенство $x^{2}-5x+4<0$ или $(x-1)(x-4)<0$ (основание $a=3>1$, поэтому знак неравенства не изменяется).

Ответ: $x\in(1;4)$.

Пример 8. Решите неравенство: $\left(\dfrac{3}{4}\right)^{x-1}\cdot\sqrt[x]{\dfrac{256}{81}}\geq\left(\dfrac{16}{9}\right)^{-1}$.

Решение. В этом неравенстве нужно найти ОДЗ: по определению корня $x\in N,\; x\neq 1$. Приводим степени к основанию $\dfrac{3}{4}$.

$\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1}\cdot\sqrt[x]{\left(\frac{4}{3}\right)^4}\geq\left(\frac{4}{3}\right)^{-2}\Rightarrow\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^{-\frac{4}{x}}\geq\left(\frac{3}{4}\right)^{2}\Rightarrow\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1-\frac{4}{x}}\geq\left(\frac{3}{4}\right)^{2}$. Основание $a=\frac{3}{4}<1$, поэтому знак неравенства нужно изменить: $x-1-\frac{4}{x}\leq 2$.

Решаем это неравенство: $x-1-\frac{4}{x}-2\leq 0\Rightarrow\frac{x^2-3x-4}{x}\leq 0$. Знаменатель неравенства можно не писать по ОДЗ: . Решение неравенства: $-1\leq x\leq 4$, но по ОДЗ: $x\in N,\ x\neq 1$. Значит, решениями могут быть только числа 2, 3, 4.
Ответ: $x_1=2,\ x_2=3,\ x_3=4$.

Контрольные вопросы и задания.

1. Какое уравнение (неравенство) называется показательным?
2. Какие вы знаете способы решения показательных уравнений и неравенств;

3. Решите уравнения:

1) $\left(\frac{3}{4}\right)^{x}=8$; 2) $\left(\frac{4}{7}\right)^{2-3x}=\left(\frac{49}{16}\right)^{-2}$; 3) $\left(\frac{16}{25}\right)^{x}\cdot\left(\frac{125}{64}\right)^{x-1}=\frac{4}{5}$;

4) $4\cdot 9^x-7\cdot 12^x+3\cdot 16^x=0$; 5) $6\cdot 3^{x+1}-5\cdot 3^x=39$;

6) $4^{x-3}-3\cdot 4^{x-4}+2\cdot 4^{x-5}=96$.

4. Решите неравенства:

а) $2x>4$; б) $2^{x+1}<2$; в) $2^{2x-3}\geq 2$; г) $4^x\leq 0{,}25$; д) $\left(\frac{1}{2}\right)^{x}>\frac{1}{8}$;

е) $0{,}1^x\leq 0{,}01$; ж) $0{,}01^{2x}>0{,}1$; з) $3^{x+1}<9$; и) $\left(\frac{1}{27}\right)<\left(\frac{1}{3}\right)^{x}$;

к) $\left(\frac{1}{3^x}\right)>\frac{1}{9}$; л) $2^{x+1}\leq 16$; м) $4^x\geq 8$.

4. Логарифмическая функция

4.1.Свойства логарифмической функции

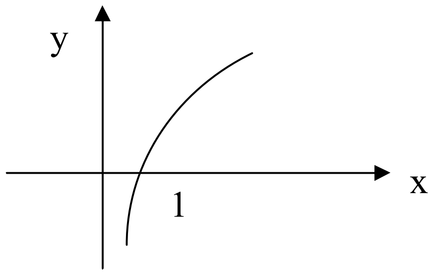
Определение 1. Логарифмическая функция.
Логарифмическая функция – это функция, которая определяется формулой:

$$y = \log_a x, \tag{1}$$

где x – это аргумент; a – основание логарифма, параметр функции.

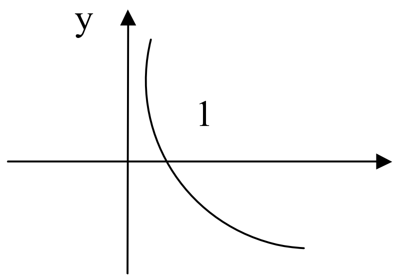
Замечания.

1. Область определения логарифмической функции:
$$D(y) = (0;\infty) \text{ или } x > 0. \tag{2}$$
2. Область значений логарифмической функции:
$$E(y) = (-\infty;\infty) \text{ или } y \in R. \tag{3}$$
3. Логарифмическая функция – монотонная, то есть: если $a > 1$, то функция – возрастающая $(\nearrow)$, если $a < 1$, то функция – убывающая (см. рис. 1, 2).



$a > 1$

Рис. 1



$a < 1$

Рис. 2

4. Логарифмическая функция пересекает ось OX в точке $x = 1$. Ось OY – она не пересекает.
5. В логарифмической функции над аргументом x выполняется операция логарифмирования.

Логарифмическая функция $y = \log_a x$, $a > 0$, $a \neq 1$.

График	1. Область определения - $(0;+\infty)$. 2. Область значения - R. 3. Функция ни четная, ни нечетная. 4. График функции пересекает ось OX в точке (1; 0), ось OY не пересекает.
График	5. Если $a > 1$, то функция возрастает на всей области определения (рис. 1); если $0 < a < 1$, то функция убывает на всей области определения (рис. 2). 6. Если $a > 1$, то $y > 0$ при $x > 1$;

	$y<0$ при $0<x<1$. Если $0<a<1$, то $y>0$ при $0<x<1$; $y<0$ при $x>1$.

Контрольные вопросы и задания.

1. Какое число больше?

A) $\log_3 5$ или $\log_3 7$;

B) $\log_{0,5} 4$ или $\log_{0,5} 5$;

C) $\log_3 7$ или $\log_5 7$;

D) $\log_{0,3} 5$ или $\log_{0,3} 5$.

2. Определить знак числа:

   A) $\log_{0,7} 2$; B) $\log_3 0,5$; C) $\log_{0,1} 0,5$; D) $\log_5 3$; E) $\log_2 1$.

3. Нарисуйте график функции:

   A) $y=\log_{0,2} x$; B) $y=\log_3 x$

4.2. Логарифмические уравнения и неравенства.

Определение 1. ***Логарифмическое уравнение (неравенство)***

Если над неизвестной величиной выполняется операция логарифмирования, то уравнение (неравенство) называется *логарифмическим*.

Замечания.

1. Над неизвестной величиной могут выполнятся и другие операции.
2. Неизвестная величина может находится и в основании логарифма.

Пример 1. Какие из уравнений являются логарифмическими?

A) $x+\log_2 5=10$; B) $\dfrac{(x+1)^2}{\log_3 4}=1$; C) $2\log_2(x+4)=3x^2+x+1$;

D) $4x+1=\log_x 5$.

Ответ. C и D.

Пример 2. Какие из неравенств являются логарифмическими?

A) $x^2-4>\log_3 7$; B) $\log_4 x>5$; C) $\log_{3x} 8>1+x$; D) $81<\log_x 3$.

Ответ. B, C и D.

Определение 2. ***Простейшие типы логарифмических уравнений и неравенств.***

Простейшими будем называть следующие типы уравнений (неравенств):

$$\log_{\alpha(x)} f(x)=\log_{\alpha(x)} g(x), \tag{1}$$

$$\log_{\alpha(x)} f(x) > \log_{\alpha(x)} g(x), \tag{1a}$$

$$\log_{\alpha(x)} f(x) = A, \tag{2}$$

$$\log_{\alpha(x)} f(x) > A, \tag{2a}$$

$$\log_a f(x) = \log_b h(x), \tag{3}$$

$$\log_a f(x) > \log_b h(x). \tag{3a}$$

Алгоритм 1. ***Решение уравнения*** $\log_{\alpha(x)} f(x) = \log_{\alpha(x)} g(x)$**.**

1. Найдите ОДЗ уравнение:

$$\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ \alpha(x) > 0, \\ \alpha(x) \neq 1. \end{cases} \tag{4}$$

2. Пропотенцируйте равенство (1) по основанию $\alpha(x)$:

$$\log_{\alpha(x)} f(x) = \log_{\alpha(x)} g(x) \Rightarrow \alpha(x)^{\log_{\alpha(x)} f(x)} = \alpha(x)^{\log_{\alpha(x)} g(x)} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow f(x) = g(x). \tag{5}$$

3. Решите уравнение (5).
4. Сравните решение уравнения (5) с решением системы (4) и запишите результат.

Замечания.

1. Уравнение (2) можно решить, если использовать определение логарифма, то есть:

$$\log_{\varphi(x)} f(x) = A \Rightarrow f(x) = \varphi(x)^A. \tag{6}$$

2. Уравнение (3) – это частный случай уравнение (1):

$$\log_a f(x) = \log_b h(x) \Rightarrow \log_a f(x) = \frac{\log_a h(x)}{\log_a b} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow \quad \log_a f(x) = \log_a h(x)^{\frac{1}{\log_a b}} \tag{7}$$

Если сравнить (7) с (1), то:

$a = \alpha(x);\ g(x) = h(x)^{\frac{1}{\log_a b}}$

3. При потенцировании неравенства по основанию меньше 1 надо изменить знак неравенства на противоположный, то есть:

$$\log_{\alpha(x)} f(x) > \log_{\alpha(x)} g(x) \Rightarrow \left[\begin{array}{l}\alpha(x) > 1, f(x) > g(x), \\ \alpha(x) < 1, f(x) < g(x).\end{array}\right. \quad (8)$$

4. Для решения логарифмических уравнений и неравенств используются определение логарифма $\log_a b = c \Rightarrow b = a^c$, свойства логарифмов и свойства логарифмической функции.

Уравнение	Неравенство	
$\log_a f(x) = \log_a \varphi(x)$	$\log_a f(x) > \log_a \varphi(x)$	
	$a > 1$	$0 < a < 1$
$\begin{cases} f(x) > 0, \\ \varphi(x) > 0 \\ f(x) = \varphi(x) \end{cases}$ ОДЗ	$\begin{cases} f(x) > 0, \\ \varphi(x) > 0 \\ f(x) > \varphi(x) \end{cases}$ ОДЗ	$\begin{cases} f(x) > 0, \\ \varphi(x) > 0 \\ f(x) < \varphi(x) \end{cases}$ ОДЗ
	Знак неравенства **не изменяется** (функция возрастает).	Знак неравенства **изменяется** (функция убывает).
$\log_2 x = \log_2 3$ $x = 3$. ОДЗ: $x > 0$	$\log_2 x < \log_2 3$ $\begin{cases} x > 0 \\ x < 3 \end{cases} \Rightarrow 0 < x < 3$	$\log_2 x < \log_2 3$ $\begin{cases} x > 0 \\ x > 3 \end{cases} \Rightarrow x > 3$

Пример 1. Решите уравнение: $\log_{\frac{1}{3}}(2x+1) = -1$.

Решение.

1. Найдём ОДЗ уравнения: $2x+1>0$; $2x>-1$; $x>-\frac{1}{2}$ - область допустимых значений переменной x.

2. Используем определение логарифма: $\log_{\frac{1}{3}}(2x+1) = -1 \Rightarrow$

$$2x+1 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} \Rightarrow 2x+1=3 \Rightarrow 2x = 3-1 \Rightarrow 2x=2 \Rightarrow x=1.$$

3. Сравним решение с ОДЗ: $x = 1 > -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 1 \in ОДЗ$.

Пример 2. Решите уравнение: $\log_2(x-1) + \log_2(3x-2) = 2$.

Решение. $\log_2(x-1)(3x-2) = 2$;

$$\begin{cases}(x-1)(3x-2)=4,\\ x-1>0,\\ 3x-2>0;\end{cases}\quad \begin{cases}3x^2-5x+2-4=0,\\ x>1,\\ x>\dfrac{2}{3};\end{cases}\quad \begin{cases}3x^2-5x-2=0,\\ x>1;\end{cases}$$

$D=25+24=49;$

$x_1=\dfrac{5+7}{6}=2;\ x_2=\dfrac{5-7}{6}=-\dfrac{1}{3}<1.$

Ответ. $\mathrm{x}=2$.

Примеры 3. Решите уравнение: $\log_x\left(x^2-3x+6\right)=2$.

Решение. В этом уравнении лучше сделать проверку решений, чем находить ОДЗ. Записываем уравнение без знака логарифма: $x^2-3x+6=x^2$; $-3x+6=0$; $x=2$. Проверка: $\log_2\left(2^2-3\cdot 2+6\right)=2$, $\log_2 4=2\Rightarrow 2=2$. Проверка дает верный результат. **Ответ**: $x=2$.

Контрольные вопросы и задания.

1. Какое уравнение (неравенство) называется логарифмическим?
2. Какие вы знаете способы решения логарифмических уравнений и неравенств?
6. Решите неравенства:

а) $\log_2 x>2$; б) $\log_2 2x\ge 3$; в) $\log_{0,5} x<2$; г) $\log_3 2x<1$;

д) $\log_{\frac{1}{3}} x>2$; е) $\log_{\frac{1}{3}} 3x\le -1$.

Приложение 1. Числа, дроби, действия над числами

Таблица 1

Числа		
Множества чисел	Виды чисел	
N - натуральные числа Z - целые числа Q - рациональные числа R - действительные числа	Чётные 2,4,6,… Положительные (больше нуля) Простые	Нечётные 1,3,5,… Отрицательные (меньше нуля) Составные

Таблица 2

Дроби			
Обыкновенные дроби $\frac{a}{b}$		Десятичные дроби $a_m a_{m-1} \ldots a_1 a_0, a_{-1} a_{-2} \ldots a_{-n} \ldots$	
Правильные $a > b$	Неправильные $a < b$	Конечные $a_m \ldots a_0, a_{-1} \ldots a_{-n} = \frac{m}{n}$	Бесконечные периодические $a_m \ldots a_0, a_{-1} \ldots a_{-n} \ldots = \frac{m}{n}$
Числитель $a \in Z$ Знаменатель $b \in N$		Целая часть десятичной дроби $a_m a_{m-1} \ldots a_1 a_0$ Дробная часть десятичной дроби $a_{-1} a_{-2} \ldots a_{-n}$	Бесконечные непериодические $a_m \ldots a_0, a_{-1} \ldots a_{-n} \ldots \neq \frac{m}{n}$

Таблица 3

<table>
<tr><th colspan="2">Действия над числами</th></tr>
<tr><td>Сложение

$a + b = c$
a и b - слагаемые
c - сумма</td><td rowspan="3">Возведение в степень

$x^a = b$
x - основание степени, b показатель степени; c - степень
$x^0 = 1, x^1 = x$
$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$,
$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$
$x^b = \frac{1}{x^{-b}}$, $\left(x^b\right)^a = x^{b \cdot a}$,
$\frac{x^a}{y^b} = \left(\frac{x}{y}\right)^a$,
$x^a \cdot y^a = (x \cdot y)^a$</td></tr>
<tr><td>Разность

$a - b = c$
a - это уменьшаемое,
b - это вычитаемое
c - разность</td></tr>
<tr><td>Произведение

$a \cdot b = c$
a и b - это сомножители
c - произведение</td></tr>
<tr><td>Деление

$a : b = c$ или
$\frac{a}{b} = c$
a - это делимое,
b - это делитель
c - частное</td><td>Извлечение корня

$\sqrt[n]{x} = c$
x - подкоренное выражение, n -показатель корня; c - корень или радикал
$\left(\sqrt[n]{a}\right)^m = \sqrt[n]{a^m}$, $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$</td></tr>
</table>

Приложение 2. Латинский алфавит

Написание	Чтение	Написание	Чтение
A a	а	N n	эн
B b	бэ	O o	о
C c	цэ	P p	пэ
D d	дэ	Q q	ку
E e	е	R r	эр
F f	эф	S s	эс
G g	же	T t	тэ
H h	аш	U u	у
I i	и	V v	вэ
J j	жи	W w	дубль вэ
K k	кА	X x	икс
L l	эль	Y y	игрек
M m	эм	Z z	зэд

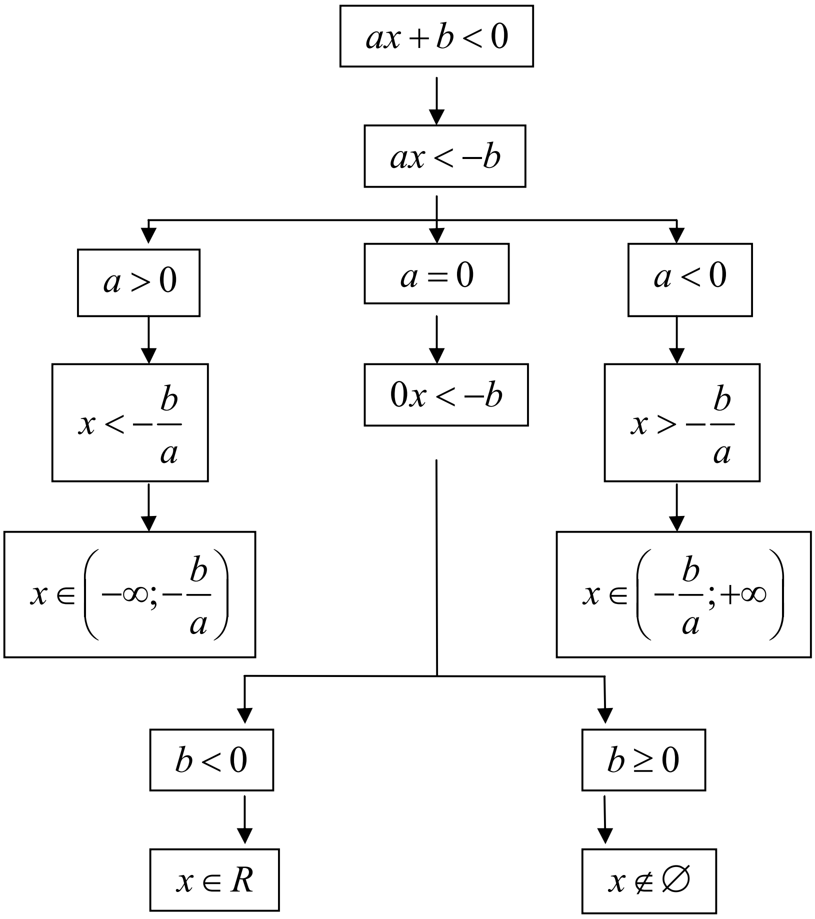
Греческий алфавит

Написание	Чтение	Написание	Чтение
Α α	альфа	Ν ν	ню
Β β	бэта	Ξ ζ	кси
Γ γ	гамма	Ο ο	омикрон
Δ δ	дельта	Π π	пи
Ε ε	эсилон	Ρ ρ	ро
Ζ ξ	дзета	Σ σ	сигма
Η η	эта	Τ τ	тау
Θ ϑ	тэта	ϒ ε	эпсилон
Ι ι	йота	Φ φ	фи
Κ κ	каппа	Χ χ	хи
Λ λ	лямбда	Ψ ψ	пси
Μ μ	мю	Ω ω	омега

Приложение 3 . Изображение некоторых числовых множеств на числовой (координатной) прямой

<table>
<tr><th>Название</th><th>Обозначение</th><th>Изображение</th><th>Запись в виде неравенства</th></tr>
<tr><td>Числовая прямая</td><td>$(-\infty + \infty)$, R</td><td></td><td>$-\infty < x < +\infty$</td></tr>
<tr><td>Закрытый промежуток (отрезок)</td><td>$[a;b]$</td><td></td><td>$a \le x \le b$</td></tr>
<tr><td>Открытый промежуток (интервал)</td><td>$(a;b)$</td><td></td><td>$a < x < b$</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Полуоткрытый промежуток</td><td>$[a;b)$</td><td></td><td>$a \le x < b$</td></tr>
<tr><td>$(a;b]$</td><td></td><td>$a < x \le b$</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Бесконечный промежуток (луч)</td><td>$(-\infty;a]$</td><td></td><td>$x \le a$</td></tr>
<tr><td>$(-\infty;a)$</td><td></td><td>$x < a$</td></tr>
<tr><td>$(a;+\infty)$</td><td></td><td>$x > a$</td></tr>
<tr><td>$[a;+\infty)$</td><td></td><td>$x \ge a$</td></tr>
</table>

Приложение 4 . Схемы решения линейных неравенств.



Приложение 5. Свойства показательной и логарифмической функций

Показательная функция	Логарифмическая функция
$y=a^x$ Основание $a>0$, $a\neq 1$	$y=\log_a x$ Основание $a>0$, $a\neq 1$
Степени $a^0=1$; $a^{-n}=\frac{1}{a^n}$; $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$; $a^n\cdot a^m=a^{n+m}$; $a^n:a^m=a^{n-m}$; $(ab)^m=a^m\cdot b^m$; $\left(a^m\right)^n=a^{mn}$; $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$.	Логарифмирование $x=\frac{5a^3}{b}$ $\ln x=\ln 5+3\ln a-\ln b$ Потенцирование

<table>
<tr>
<td>Определение логарифма:
$\log_a b = c \Leftrightarrow a^c = b$.
a - основание,
$a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$, $c \in R$.
Основное логарифмическое тождество
$a^{\log_a b} = b,\ a > 0,\ a \neq 1,\ b > 0$.</td>
<td>Свойства логарифмов:
$\log_a 1 = 0$; $\log_a a = 1$;
$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$;
$\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$;
$\log_a x^k = k \cdot \log_a x$.</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Формула перехода от одного основания логарифмов к другому

$$\boxed{\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}}$$
$$\boxed{\log_a b = \frac{1}{\log_b a}} \qquad \boxed{\log_a b = \log_{a^k} b^k} \qquad \boxed{\log_{a^k} b^n = \frac{n}{k}\log_a b}$$</td>
</tr>
</table>

Приложение 6. Пробразование графиков функции

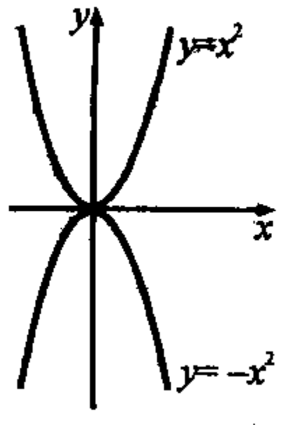
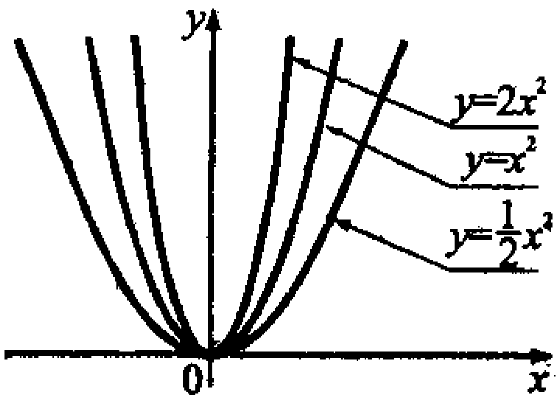
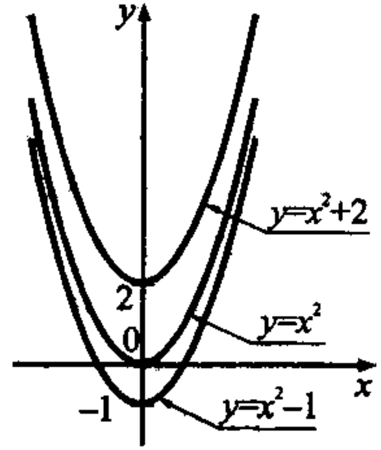
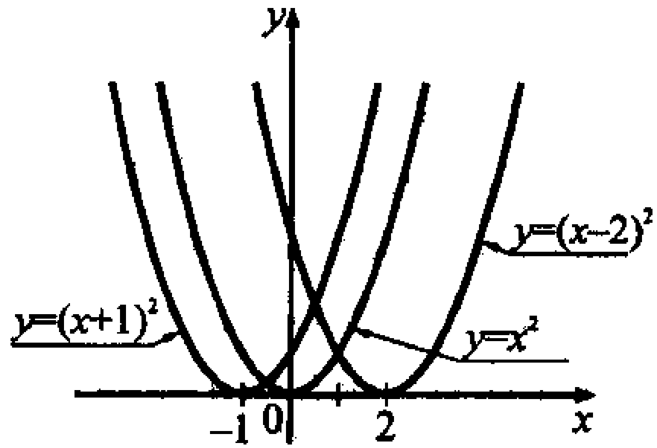
			

График функции $y=-f(x)$ симметричный графику функции $y=f(x)$ относительно оси x.	График функции $y=af(x)$, где $a>0$, получается из графика функции $y=f(x)$ путем растяжения или сжатия к оси x.	График функции $y=f(x)\pm n$ получается из графика функции $y=f(x)$ путем параллельного переноса вдоль оси y.	График функции $y=f(x\pm m)$ получается из графика функции $y=f(x)$ путем параллельного переноса вдоль оси x.

Преобразование графика функции $y = f(x)$ в график функции $y = -f(x)$.

График функции $y = -f(x)$ получают из графика функции $y = f(x)$ с помощью симметрии относительно оси *OX*. Пример преобразования приведен на рисунке. График график

Преобразование графика функции $y = f(x)$ в график функции $y = f(-x)$.

График функции $y = f(-x)$ получают из графика функции $y = f(x)$ с помощью симметрии относительно оси *OY*. Пример преобразования приведен на рисунке. График

Преобразование графика функции $y = f(x)$ в график функции $y = f(x) + b$. График функции $y = f(x) + b$ получают из графика функции $y = f(x)$ с помощью параллельного переноса вдоль оси OY на b единиц.

Пример преобразования приведен на рисунке.

График

Преобразование графика функции $y = f(x)$ в график функции $y = f(x - a)$. График функции $y = f(x - a)$ получают из графика функции $y = f(x)$ с помощью параллельного переноса вдоль оси OX на a единиц.

Пример преобразования приведен на рисунке.

График

Преобразование графика функции $y = f(x)$ в график функции $y = f(kx)$. График функции $y = f(kx)$, где $k > 0$, получают из графика функции $y = f(x)$: сжатием его вдоль оси OX в k раз, если $k > 1$; растягиванием его вдоль оси OX в $\frac{1}{k}$ раз, если $0 < k < 1$.

Пример преобразования – см. рис.   График

Преобразование графика функции $y = f(x)$ в график функции $y = kf(x)$. График функции $y = kf(x)$, где $k > 0$, получают из графика функции $y = f(x)$: растягиванием его вдоль оси OY в k раз, если $k > 1$; сжатием его вдоль оси OY в $\frac{1}{k}$ раз, если $0 < k < 1$.

Пример преобразования – см. рис.   График

Приложение 7. Свойства степенной функции

Функция	Область определения	Область значения	Нули функции	Парность	Возрастание, убывание	График
$y=kx+b,\ k\neq 0$	$(-\infty;+\infty)$	$(-\infty;+\infty)$	$x=-\frac{b}{k}$	Ни парная, ни непарная	При $k>0$ возрастающая, при $k<0$ убывающая	Прямая
$y=\frac{k}{x},\ k\neq 0$	$(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$	$(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$	нет	Непарная	При $k>0$ убывающая на промежутках $(-\infty;0)$ и $(0;+\infty)$; при $k<0$ возрастающая на промежутках $(-\infty;0)$ и $(0;+\infty)$	гипербола
$y=x^2$	$(-\infty;+\infty)$	$[0;+\infty)$	$x=0$	Парная	Убывающая в промежутке $(-\infty;0]$, возрастающая в промежутке $[0;+\infty)$	гипербола
$y=x^3$	$(-\infty;+\infty)$	$(-\infty;+\infty)$	$x=0$	Непарная	возрастающая	Кубическая гипербола
$y=\sqrt{x}$	$[0;+\infty)$	$[0;+\infty)$	$x=0$	Ни парная, ни непарная	возрастающая	Ветка параболы

Приложение 8. Лексико-терминологический словар по математике (русско-украинско-английско-китайский)

	Русский	*Украинский*	*Английский*	*Китайский*
1.	Абсцисса	Абсциса	Abscissa	横坐標
2.	Алгебра	Алгебра	Algebra	代数学; 代数; 〔阴〕代数(学)
3.	Алгоритм	Алгоритм	Algorithm	算法; 严密的计划或纲要
4.	Аргумент	Аргумент	Argument	理由; 根据
5.	Арифметика	Арифметика	Arithmetic	算術
6.	Арифметический, -ая, -ое, -ие	Арифметичний, -а, -е, -і	Arithmetic	算術
7.	Арккосинус	Арккосинус	Arkkosinus	餘弦
8.	Арккотангенс	Арккотангенс	Arkkotangens	電弧餘切
9.	Арксеканс	Арксеканс	Arksekans	
10.	Арксинус	Арксинус	Arksinus	反正弦
11.	Арктангенс	Арктангенс	Arctangent	反正切
12.	Бесконечное	Нескінченне	Endless	無限
13.	Бесконечность	Нескінченність	Endlessness	無限
14.	Больше ≠ меньше	Більше ≠ менше	Anymore less than	又少≠, 更多≠少
15.	Вариант, -ы	Варіант, -и	Variant, -s	变体，变形，方案，型式，变态，变异，迭更，交变，变量，变式，种类，方法，作法
16.	Величина, -ы	Величина, -и	Size, -s	大小，尺寸，数值，量，度，值，程度，强度，数，杰出的人，复-ины
17.	Верный, -ая, -ое, -ые	Вірний, -а, -е, -і	Faithful	变体，变形，方

				案，型式，变态，变异，迭更，交变，变量，变式，种类，方法，作法
18.	Вершина параболы	Вершина параболи	Top of parabola	抛物線頂點
19.	Вершина, -ы	Вершина, -и	Top	峰值，顶点，顶，顶部，巅，峰，巅值，高度
20.	Ветвь, -и параболы	Гілка, -и параболи	Branch parabolas	分局抛物線
21.	Взаимно перпендикулярные	Взаємно перпендикулярні	Mutually perpendicular	互相垂直
22.	Видно	Видно	Evidently	可以看到，显然，看来，大概
23.	Включение	Включення	Including	包含，包括，接入，接通，合闸，开动，搭合，搭接，夹杂，夹杂物，接线，接合，杂质
24.	Включить	Включити	To include	列入，编入，接通，开动
25.	Возведение в степень	Піднесення до ступеня	Involution	冪
26.	Возвести (возводить)	Звести (зводити)	To erect	建筑，建造，归咎于〔完〕
27.	Возможно	Можливо	Possibly	可能，也许
28.	Возрастать	Зростати	To increase	加强
29.	Всех	Всіх	All	
30.	Вывод (м.р.), -ы	Висновок (ч.р.), -вки	Conclusion, -s	输出，输出端，引线，引线头，抽头，电磁导管，结论，引出，

				导出，出口，出端，推论，论断
31.	Вынесение (ср.р.)	Винесення (сер.р.)	Taking away	
32.	Вынести за знак	Винести за знак	To take away for a sign	
33.	Вынести за скобки	Винести за дужки	To take away for brackets	
34.	Выполнить (выполнять)	Виконати (виконувати)	To execute	实现，履行，完成，执行，创造，制造
35.	Выражать (выразить)	Виражати (виразити)	To express	表现，表露出，表示，表达，表明
36.	Выражение	Вираз	Expression	表达，表现，表达式，式，表示，语汇，表情，神情，说法，语句，言辞
37.	Вычислить (вычислять)	Обчислити (обчислювати)	To calculate (to calculate)	计算，算出〔完〕
38.	Вычитаемое	Від'ємник	Subtrahend	減數
39.	Вычитать (вычесть)	Віднімати (відняти)	To subtract (to subtract)	读出，减去，减掉，扣除，减，扣去，〔未〕见 вычесть
40.	Геометрия	Геометрія	Geometry	几何学; 几何形状
41.	Горизонтальный, -ая, -ое, -ые	Горизонтальний, -а, -е, -i	Horizontal, th, th, th	水平的; 水平状态的; 卧式的; 地平的
42.	График	Графік	Graph	图表; 表格; 图象; 图形; 曲线图; 进度表; 表;

				工作计划
43.	Группа	Група	Group	组; 群; 基; 类; 联队; 机群; 编队
44.	Дан, -а, -о, -ы	Даний, -а, -о, -ы	Given, -a, -o, -ы	给; 交给; 给予; 让给; 奖赏; 授予; 使能够; 指定; 委派
45.	Двузначный, -ая, -ое, -ые	Двозначний, -а, -е, -і	Two-digit, th, th, th	兩位數
46.	Двучлен	Двочлен	Binomial	二項式
47.	Действие	Дія	Action	演算; 作用; 效应; 运行; 工作; 行动; 动作; 操作; 运算; 活动; 军事行动; 作战
48.	Действительный, -ая, -ое, -ых	Дійсний, -а, -е, -х	Actual, th, th, th	真实的; 实际的; 有效的
49.	Деление	Ділення	Division	分度; 读数; 除; 除法; 分; 分开; 划分; 刻度; 分裂; 度
50.	Делимое	Ділиме	Dividend	股息
51.	Делимость	Подільність	Divisibility	可分性
52.	Делитель (м.р.)	Дільник (м.р.)	Divizor (ì.ð.)	分頻器
53.	Делить (разделить) на (что?)	Ділити (розділити) на (що?)	To divide (to divide) on (that?)	
54.	Десятичный, -ая, -ое, -ые	Десятковий, -а, -е, -і	Decimal, th, th, th	十進制
55.	Десяток, -и, -ов	Десяток, -и, -ов	Ten, -и, -ов	十个; 十只; 十岁; 十位
56.	Десятые	Десяті	Tenth	十分之
57.	Длина	Довжина	Length	长度; 长; 长短
58.	Доказать (доказывать)	Довести (доводити)	To prove (to prove)	证实; 证明〔完〕

59.	Дополнительный, -ая, -ое, -ые	Додатковий, -а, -е, -і	Additional, th, th, th	附加的; 配属的; 补充的; 额外的; 补语的
60.	Дробный, -ая, -ое, -ые	Дріб, -а, -е, -і	Shot, th, th, th	碎屑的; 破碎的; 分数的; 部分的; 细小的; 细碎的; 急促的
61.	Дробь (ж.р.)	Дріб (ж.р.)	Shot (æ.ð.)	丸; 珠粒; 小数; 分数; 碎屑; 丸粒; 散弹; 敲击声
62.	Дробь алгебраическая	Дріб алгебра	A shot is algebraic	代數分數
63.	Дробь арифметическая	Дріб арифметичний	A shot is arithmetic	分數算術
64.	Дробь бесконечная	Дріб нескінченний	A shot is endless	無限分數
65.	Дробь десятичная	Дріб десятковий	A shot is decimal	分數小數
66.	Дробь конечная	Дріб кінцевий	A shot is eventual	分數有限
67.	Дробь неправильная	Дріб неправильний	A shot is wrong	假分數
68.	Дробь обратная	Дріб зворотний	A shot is reverse	分數的倒數
69.	Дробь обыкновенная	Дріб звичайний	A shot is usual	常見分數
70.	Дробь периодическая	Дріб періодичний	A shot is periodic	分數的定期
71.	Единица	Одиниця	Unit	单位; 单元
72.	Зависимость (ж.р.)	Залежність (ж.р.)	Dependence (æ.ð.)	依赖关系; 关系曲线; 关系式; 依赖性; 从属性
73.	Зависимость (от чего)	Залежність (від чого)	Dependence (from what)	依赖关系; 关系曲线; 关系式; 依赖性; 从属性
74.	Зависимый, -ая, -ое, -	Залежний, -а, -	Dependent, th,	从属的

	ые	е, -і	th, th	
75.	Задавать (задать)	Задавати (задати)	To set (to set)	提出; 指定; 给定; 上料; 布料; 给予; 举行; 安排; 使受到
76.	Задание (ср.р.)	Завдання (ср.р.)	Task (ñð.ð.)	任务; 任务书; 习题; 作业; 课题; 使命
77.	Заданный, -ая, -ое, -ые	Заданий, -а, -е, -і	Set, th, th, th	指定的; 规定的; 交给的; 提供的; 已知的; 给定的
78.	Задача	Завдання	Task	任务; 习题; 算题; 问题; 使命; 课目; 课题; 宗旨
79.	Закон (м.р.), -ы	Закон (м.р.), -ы	Law (ì.ð.), -ы	定律; 规律; 法则; 法律; 法令; 准则; 规则; 常规
80.	Замена (ж.р.), -ы	Заміна (ж.р.), -ы	Replacement (æ.ð.), -ы	更换; 取代; 代用; 更新; 替换; 代替者; 替身; 代用品
81.	Записать	Записати	To write down	记录下来; 做笔记; 录音; 列入; 登记
82.	Записывать, -ют	Записувати, -ют	To write down, -ют	记录下来; 做笔记; 录音; 列入; 登记
83.	Запятая	Кома	Comma	逗号; 逗点; 小数点; 障碍
84.	Знак	Знак	Sign	符号; 记号; 标记; 标志; 泥心头; 芯子
85.	Знаменатель дроби	Знаменник дро-	Denominator of	分母

		бу	shot	
86.	Знать	Знати	To know	知道; 了解; 懂得; 熟悉; 认识
87.	Значение	Значення	Value	意义; 作用; 数值; 值; 意思; 重要性
88.	Извлечение корня	Витягання ко-реня	Extraction of root	根提取物
89.	Изменение	Зміна	Change	变化; 改变; 变动; 变更; 更改; 更改单
90.	Изображение	Зображення	Image	象; 影象; 图形; 描绘; 画像; 塑像; 映像
91.	Иметь	Мати	To have	拥有; 保持有; 作为; 进行
92.	Интерпретация	Інтерпретація	Interpretation	注解; 解释; 说明
93.	Иррациональный	Ірраціональний	Irrational	无理的; 不合理的; 不尽根的; 根式的
94.	Исключать (исклю-чить)	Виключати (ви-ключити)	To eliminate (to eliminate)	除去; 取消; 排除; 不允许
95.	Исключение	Виключення	Exception	消元法; 除外; 例外; 开除; 取消; 排除
96.	Использовать	Використовува-ти	To utillize	利用; 使用
97.	Каждый, -ая, -ое, -ые	Кожен, -а, -е, -і	Each, th, th, th	代词 每; 每一; 每一个; 每个人
98.	Касательная	Дотична	Kasatel'naya	切線
99.	Квадрант (м.р.), -ы	Квадрант (м.р.), -ы	Quadrant (ì.ð.), -ы	象限
100.	Квадрат	Квадрат	Square	接线方柱; 正方; 平方; 方格; 方场;

				方; 方材; 方料; 方头
101.	Квадратный, -ая, -ое, -ые	Квадратний, -а, -е, -і	Square, th, th, th	方的; 平方的
102.	Количество	Кількість	Amount	量; 数量; 总量; 数目
103.	Конец	Кінець	End	终止; 终点; 末端; 端; 尖; 棉纱头; 碎布块; 末期; 末日
104.	Конечный, -ая, -ое, -ые	Кінцевий, -а, -е, -і	Eventual, th, th, th	有限的; 最后的; 终点的; 结局的
105.	Координата, -ы	Координата, -ы	Co-ordinate, -ы	坐标; 配位; 配价
106.	Корень	Корінь	Root	根; 根部; 根源
107.	Корень из числа	Корінь з числа	Root from a number	根數
108.	Корень квадратный	Корінь квадратний	A root is square	平方根
109.	Корень кубический	Корінь кубічний	A root is cube	立方根
110.	Косеканс	Косеканс	Cosecant	餘割
111.	Косинус	Косинус	Cosine	余弦
112.	Котангенс	Котангенс	Cotangent	餘切
113.	Коэффициент, -ы	Коефіцієнт, -ы	Coefficient, -ы	系数; 因数; 率; 比
114.	Кратный, -ая, -ое, -ые	Кратний, -а, -е, -і	Multiple, th, th, th	多
115.	Кривая	Крива	Curve	曲线
116.	Круглый, -ая, -ое, -ые	Круглий, -а, -е, -і	Round, th, th, th	圆的; 圆形的; 整的
117.	Куб	Куб	Cube	立方; 立方体; 立方米
118.	Кубический	Кубічний	Cube	立方体的; 立方的
119.	Линия	Лінія	Line	线; 线路; 路线;

				航线; 管线; 管路; 线条; 界线; 排; 列
120.	Линия кривая	Лінія крива	A line is a curve	線路曲線
121.	Линия перпендикуля-рная	Лінія перпен-дикулярна	A line is perpen-dicular	垂直線
122.	Линия прямая	Лінія пряма	A line is a line	直線
123.	Логарифм	Логарифм	Logarithm	对数
124.	Логарифм десяти-чный	Логарифм деся-тковий	Logarithm is decimal	十進制數
125.	Логарифм натураль-ный	Логарифм на-туральний	Logarithm is natural	自然對數
126.	Логарифмирование	Логарифмуван-ня	Taking the loga-rithm	對數
127.	Логарифмировать	Логарифмувати	To take the loga-rithm	對數
128.	Луч	Промінь	Ray	光线; 射线; 波束; 线份; 光束; 射束
129.	Любой, -ая, -ое, -ые	Будь-який, -а, -е, -і	Any, th, th, th	任何的; 随便的
130.	Максимальный	Максимальний	Maximal	最大的; 最高的;
131.	Максимум ≠ мини-мум	Максимум мі-німум	Maksimum - minimum	最大≠最低
132.	Мало ≠ много	Мало багато	Little - much	小≠許多
133.	Масштаб	Масштаб	Scale	规模; 最程; 比例; 比例尺; 刻度; 尺度; 刻度尺; 标度; 模; 范围
134.	Математика	Математика	Mathematics	数学
135.	Математика элемен-тарная	Математика елементарна	Mathematics is elementary	初等數學
136.	Меньше ≠ больше	Менше більше	Less than - any-more	
137.	Минимум ≠ макси-мум	Мінімум мак-симум	Minimum - мак-симум	
138.	Минус	Мінус	Minus	减; 负号; 负值; 零下; 负极; 减号;

				负数
139.	Много ≠ мало	Багато мало	Much - little	
140.	Множество, -а	Множина, -а	Great number, -a	很多; 极多; 集; 组; 许多; 大量
141.	Множитель (м.р.)	Множник (м.р.)	Multiplier (ì.ð.)	因子
142.	Множитель дополнительный	Множник додатковий	A multiplier is additional	另外一個因素
143.	Множитель общий	Множник загальний	A multiplier is general	共同因素
144.	Множитель простой	Множник простій	A multiplier is an outage	單因素
145.	Может иметь	Може мати	Can have	可能有
146.	Можно	Можна	It is possible	可以
147.	На сколько процентов	На скільки відсотків	On how many percents	這個百分比
148.	Название	Назва	Name	標題
149.	Наибольший общий делитель (НОД)	Найбільший загальний дільник (НОД)	Most general divizor (NOD)	最大公約數
150.	Наибольший, -ая, -ое, -ее, -ие	Найбільший, -а, -е, -ее, -ие	Most, th, th, -ee, -ие	最大的
151.	Наименьшее общее кратное (НОК)	Найменше загальне кратне (НОК)	Least common multiple (NOK)	最小公倍數
152.	Наименьший, -ая, -ое, -ее, -ие	Найменший, -а, -е, -ее, -ие	The least, th, th, -ee, -ие	最小的
153.	Наименьшим общий знаменатель	Найменшим спільний знаменник	The least common denominator	最小公分母
154.	Найти (находить)	Знайти (знаходити)	To find (to find)	找到; 发现; 看到; 抽出; 得到; 碰上; 撞上; 遮住
155.	Направление	Напрям	Direction	方向; 路线; 路由; 对准; 指导; 指引; 派遣; 化验单; 方位; 引导; 导向; 瞄准; 派别

156.	Например	Наприклад	For example	例如; 譬如
157.	Натуральный, -ая, -ое, -ые	Натуральний, -а, -е, -і	Natural	天然的; 本来的; 自然的; 真诚的
158.	Находиться	Знаходитися	To be	〔完〕
159.	Начало	Почало	Began	开始; 起源; 开始部分; 起点; 原理; 原则; 定律; 基础; 原点; 起因; 定理; 因素
160.	Неизвестный, -ая, -ое, -ые	Невідомий, -а, -е, -і	Unknown, th, th, th	陌生的; 无名的; 陌生人
161.	Нелинейный, -ая, -ое, -ые	Нелінійний, -а, -е, -і	Nonlinear, th, th, th	非線性
162.	Необходимый, -ая, -ое, -ые	Необхідний, -а, -е, -і	Necessary, th, th, th	必需的; 必然的
163.	Неопределенный	Невизначений	Indefinite	未确定的; 没有定义的; 没有定值的
164.	Неполный, -ая, -ое, -ые	Неповний, -а, -е, -і	Incomplete, th, th, th	不满的; 不全的; 不完备的
165.	Неправильный, -ая, -ое, -ые	Неправильний, -а, -е, -і	Wrong, th, th, th	不规则的; 错误的; 不合乎规则的; 不合乎标准的; 不正派的; 不正确的
166.	Непрерывный, -ая, -ое, -ые	Безперервний, -а, -е, -і	Continuous, th, th, th	不间断的; 不停顿的
167.	Неравенство (ср.р.)	Нерівність (ср.р.)	Inequality (ñð.ð.)	不等; 不相等; 不均; 不等式; 不平衡; 失去平衡; 不平等; 不均等
168.	Неравный, -ая, -ое, -	Нерівний, -а, -е,	Unequal, th, th,	不相等的;

	ые	-i	th	不同的; 力量不相等的; 地位不同的
169.	Нечётный, -ая, -ое, -ые	Непарний, -а, -е, -i	Odd, th, th, th	奇
170.	Нормаль	Нормаль	Normal'	正常
171.	Нуль (ноль)	Нуль (нуль)	Zero (zero)	航向偏差指示器; 左右方向指示器; 零; 零读数; 讧擐乍讧堙学洄 唰; 零位; 零相; 零点; 零度; 渺小的人 〔阳〕＝ноль
172.	Область (ж.р.)	Область (ж.р.)	Area (æ.ð.)	面积; 区域; 地区; 部分; 领域; 范围; 方面; 州; 地带
173.	Область определения	Область визна-чення	Range of defini-tion	域的
174.	Обозначать, -ить, -ют, -ется	Позначати, -ить, -ют, -ется	To designate, -ить, -ют, -ется	表明; 〔未〕见обозна чить
175.	Обратимость	Оборотність	Convertibility	可逆性
176.	Обратимый, -ая, -ое, -ые	Оборотний, -а, -е, -i	Convertible, th, th, th	可逆
177.	Обратнопропорцио-нальный, -ая, -ое, -ые	Зворотньопро-порційний, -а, -е, -i	Reverse, th, th, th	成反比
178.	Обратный, -ая, -ое, -ые	Зворотний, -а, -е, -i	Reverse, th, th, th	反的; 倒的; 逆的; 反回的; 相反的; 反向的; 反馈的; 返回的; 回来的; 反面的
179.	Общий множитель	Загальний множник	General multi-plier	公倍數
180.	Общий, -ая, -ое, -ие	Загальний, -а, -	General, th, th, -	总的; 普通的;

		е, -ие	ие	通用的; 共同的; 公共的; 综合的
181.	Обыкновенный, -ая, -ую, -ой	Звичайний, -а, -у, -ою	Usual, th, th, th	普通
182.	Однозначный, -ая, -ое, -ые	Однозначний, -а, -е, -і	Synonymous, th, th, th	獨特
183.	Одночлен, -ы	Одночлен, -ы	Monomial, -ы	單項
184.	Округлить (округлять)	Округляти (округляти)	To round off (to round off)	回合
185.	Окружить	Оточити	To surround	围住; 包围; 环绕; 对待; 平时接近的是
186.	Операция (действие) ж.р.	Операція (дія) ж.р.	Operation (action) of æ.ð.	作业; 操作; 手术; 工序; 手续; 运算; 外科手术; 作战; 战役; 业务
187.	Определение	Визначення	Determination	定义; 找出; 确定; 测定; 判断; 算出; 求出; 界定; 定语
188.	Оси координат	Осі координат	Axes of co-ordinates	坐標軸
189.	Основание	Підстава	Foundation	基础; 根据; 座; 底座; 基座; 地基; 碱; 底; 底边; 底面; 基线; 底脚; 根本; 理由
190.	Основание логарифма	Підстава логарифма	Foundation of logarithm	相應的對數
191.	Основной, -ая, -ое, -ые	Основний, -а, -е, -і	Basic, th, th, th	基本的; 主要的; 根本的; 主要之点
192.	Остаток	Залишок	Remain	余数; 余额; 库存量; 残渣; 残余物; 剩余; 滤渣; 基; 团;

				补长; 剩余部分; 结余; 残迹; 痕迹; 残余
193.	Отношение (соотно-шение)	Відношення (співвідношен-ня)	Relation (corre-lation)	比; 比率; 比例; 关系; 比值; 态度; 关联; 干系
194.	Отрезок	Відрізок	Segment	断片; 切片; 一段; 一块; 线段; 截距; 航线段; 程序段; 间隔; 距离; 段; 块; 扇形物
195.	Отрицательное число	Негативне чис-ло	Negative number	負數
196.	Отрицательный, -ая, -ое, -ые	Негативний, -а, -е, -і	Negative, th, th, th	否定的; 负的; 负面的; 不良的; 否认的; 反对的; 恶劣的; 反面的
197.	Ошибка	Помилка	Error	误差; 错误; 失调; 差错; 过错; 过失
198.	Парабола	Парабола	Parabola	抛物线; 〔阴〕〈数〉抛物线
199.	Первый, -ая, -ое, -ые	Перший, -а, -е, -і	First, th, th, th	第一; 最初的; 最先的
200.	Переменные, -ая, -ое, -ые	Змінні, -а, -е, -і	Variables, th, th, th	變量
201.	Переносить (перенес-ти)	Переносити (перенести)	To carry (to carry)	(拿过; 抱过; 提交; 音节移行; 〔未〕见перенести
202.	Пересекать (пересечь)	Перетинати (перетнути)	To cross (to cross)	(穿过; 贯穿; 布满; 截断
203.	Пересечение	Перетин	Crossing	交叉; 交点; 横穿; 越过; 交叉点

204.	Период функции	Період функції	Period of function	時代特色
205.	Периодический, -ая, -ое, -ие	Періодичний, -а, -е, -ие	Periodic, th, th, -ие	周期的; 定期的; 间歇的; 周期性的; 循环的
206.	Периодичность функции	Періодичність функції	Periodicity of function	週期性
207.	Плоскость	Площина	Plane	测量; 测定; 计量; 测试; 尺度; 长度; 度; 维
208.	Плюс	Плюс	Plus	加; 加号; 正; 有余; 正号; 正值
209.	Повторять	Повторювати	To repeat	重复; 温习; 复习
210.	Подкоренное выражение	Підкорінний вираз	Podkorennoe expression	開方
211.	Подмножество	Підмножина	Podmnozhestvo	子集
212.	Подчеркнуть	Підкреслити	To underline	應力
213.	Показатель корня	Показник кореня	Index of root	該指數根
214.	Показатель степени	Показник ступеня	Index of degree	指數
215.	Показательный, -ая, -ое, -ые	Показовий, -а, -е, -і	Model, th, th, th	典型的; 公开的; 示范的; 模范的
216.	Положительное число	Позитивне число	Positive number	一個正數
217.	Положительный, -ая, -ое, -ые	Позитивний, -а, -е, -і	Positive, th, th, th	肯定的; 认可的; 良好的; 正的; 零上的
218.	Порядок (м.р.)	Порядок (м.р.)	Order (ì.ð.)	訂購
219.	Порядок действий	Порядок дій	Order of actions	程序
220.	После	Після	After	後
221.	Последующий	Подальший	Subsequent	随后的; 后续的
222.	Правило	Правило	Governed	中〕〈专〉(1)抹灰板，直规，直

				尺. □弄直、绷直的 装置(如鞋楦
223.	Правильная дробь	Правильний дріб	Proper fraction	真分數
224.	Правильный	Правильний	Correct	有规律性的; 正确的; 切合实际的
225.	Предыдущий	Попередній	Previous	上一頁
226.	Приближение	Наближення	Approaching	逼近
227.	Приводить	Приводити	To lead	导致; 使具有; 引导; 带领; 领来; 带来; 引向; 使产生
228.	Пример	Приклад	Example	例子; 示例; 榜样; 样本; 实例; 范例; 模范; 例证; 例题
229.	Принадлежать (принадлежит)	Належати (належить)	To belong (belongs)	属于
230.	Продолжение	Продовження	Continuation	继续; 延长; 开拓; 延续部分; 续集; 续篇
231.	Проекция	Проекція	Projection	投影; 投影图; 投射; 投影法
232.	Произведение	Твір	Work	作品; 产品; 积; 乘积; 〔中〕(1)产物， 产品；创作
233.	Промежуток	Проміжок	Interval	间隙; 间隔; 时间间隔; 区间
234.	Пропорциональный, -ая, -ое, -ые	Пропорційний, -а, -е, -і	Proportional, th, th, th	比例的; 成比例的; 匀称的; 相称的
235.	Пропорция	Пропорція	Proportion	比例;

				〔阴〕⑴相称，匀称
236.	Простой, -ая, -ое, ые	Простій, -а, -е, ые	Outage, th, th, ые	简单的; 停工; 停顿; 停留; 停滞; 停歇时间; 单纯的; 朴实的; 朴素的
237.	Противоположный, -ая, -ое, -ые	Протилежний, -а, -е, -і	Opposite, th, th, th	对面的; 相向的; 对立的; 相反的
238.	Процент	Відсоток	Percent	百分比; 百分数; 利息; 提成; 百分率
239.	Прямая линия	Пряма лінія	Straight line	直線電話
240.	Прямолинейный	Прямолінійний	Rectilineal	直線
241.	Равняться	Дорівнювати	Evened	和 相等; 和 相比; 排齐; 赶上
242.	Равный, -ая, -ое, -ые	Рівний, -а, -е, -і	Equal, th, th, th	相等的; 相同的; 同样的; 等于; 的; 平等的
243.	Разделить	Розділити	To divide	分开; 划分; 分成; 分配; 除开; 使分离; 使分散
244.	Разложение	Розкладання	Decomposition	分解; 解体; 崩溃; 腐败; 展开; 扫描; 离解; 分置; 放开; 打开; 铺开; 分配; 使分担; 瓦解; 没落; 衰败
245.	Разложить (разлагать)	Розкласти (розкладати)	To decompose (to decompose)	分置; 放开; 打开; 铺开; 分配; 使分担
246.	Разность (ж.р.)	Різниця (ж.р.)	Difference (æ.ð.)	差别; 差; 差数; 差值

247.	Раскрывать (раскрыть)	Розкривати (розкрити)	To expose (to expose)	打开; 张开; 拆开; 露出; 告知; 说明
248.	Расположить, -ите (располагать)	Розташувати, -ите (розташовувати)	To dispose, -ите (to dispose)	支配; 调度; 布置; 配置; 排列; 部署; 使喜欢; 博得好感; 拥有; 具有; 使用; 处置; 打算; 想要
249.	Рациональный, -ая, -ое, -ые	Раціональний, -а, -е, -і	Rational, th, th, th	合理的; 有理的
250.	Результат (м.р.)	Результат (м.р.)	Result (ì.ð.)	成绩; 结果; 成果; 成效
251.	Решение	Рішення	Decision	决议; 解; 解答; 解决办法; 处理; 方案; 解法; 解题; 演算; 决定; 决断; 判决
252.	Свойство, -а	Властивість, -а	Property, -а	性能; 性质; 特性
253.	Секанс	Секанс	Secant	
254.	Символ	Символ	Character	符号; 码元; 代码; 标志; 代号; 象征; 记号
255.	Синус	Синус	Sine	竇
256.	Скобка, -и	Дужка, -и	Bracket, -и	小把手; 小拉手; 小环; 小柄; 括号
257.	Скобки квадратные	Дужки квадратні	Brackets are square	方括號
258.	Скобки круглые	Дужки круглі	Brackets are round	圓括號
259.	Скобки фигурные	Дужки фігурні	Brackets are figured	大括號
260.	Сколько	Скільки	How many	多少
261.	Слагаемое, -ые	Доданок, -і	Element, th	長期
262.	Слева	Зліва	On the left	从左边; 在左边

263.	Слева направо	Зліва направо	From left to right	左到右
264.	Сложение	Складання	Addition	构成; 合成; 构造; 加法; 加; 相加; 体格
265.	Смешанный, -ая, -ое, -ые	Змішаний, -а, -е, -і	Mixed, th, th, th	已混合的
266.	Сначала	Спочатку	At first	第一
267.	Сократить (сокращать)	Скоротити (скорочувати)	To shorten (to abbreviate)	缩短; 裁减; 减少; 紧缩; 精简; 解雇
268.	Сомножитель (м.р.)	Співмножник (м.р.)	Factor (і.ð.)	因子
269.	Соответствие	Відповідність	Accordance	对应; 适合; 符合; 相符合; 相适应; 协调; 一致
270.	Соседний, -ая, -ое, ие	Сусідній, -а, -е, ие	Nearby, th, th, ие	邻近的; 相邻的; 邻接的; 隔壁的
271.	Составной, -ая, -ое, -ые	Складений, -а, -е, -і	Component, th, th, th	组成的; 合成的
272.	Составить (составлять)	Скласти (складати)	To make (to make)	编制; 组成; 摆在一起; 排起来; 排成; 编辑成; 配制; 成立
273.	Сотня, -и, -ен	Сотня, -и, -ен	Hundred, -и, -ен	百; 一百; 许许多多
274.	Сотые	Соті	Hundredth	百分
275.	Справа	Справа	On the right	从右边; 在右边
276.	Степень	Ступінь	Degree	程度; 度; 幂; 乘方; 次; 次数; 率; 比; 级; 等级; 阶段; 比例; 比值; 等; 方次; 因数; 系数; 比率; 学位
277.	Степень корня	Ступінь кореня	Degree of root	根的程度

278.	Стрелка	Стрілка	Pointer	针; 指针; 箭头; 道岔
279.	Сумма (ж.р.)	Сума (ж.р.)	Sum (æ.ð.)	和; 总数; 总额; 金额; 一笔款子
280.	Существует	Існує	Exists	有
281.	Таблица	Таблиця	Table	表; 表格; 标牌; 牌; 铭牌; 统计表
282.	Тангенс	Тангенс	Tangent	切線
283.	Только	Тільки	Only	只有
284.	Точка	Крапка	Point	點
285.	Трехзначный, - ое	Тризначний, - ое	Three-digit, - oe	三位數
286.	Трехчлен	Тричлен	Trinomial	三叉
287.	Тысяча, -и, - ей	Тисяча, -и, - їй	Thousand, -и, - to it	一千; 一千个
288.	Тысячные	Тисячні	Thousandth	千分之一
289.	Увеличить (увеличи-вать)	Збільшити (збі-льшувати)	To increase (to increase)	增加; 增大; 放大; 增强
290.	Уменьшаемое	Зменшуване	Diminished	被減數
291.	Уменьшить (умень-шать)	Зменшити (зменшувати)	To decrease (to diminish)	使减少; 缩小; 降低
292.	Умножение, -ить, -ать	Множення, -ить, -ать	Increase, -ить, -ать	乘法; 乘; 倍增; 增加
293.	Условие	Умова	Condition	条件; 情况; 状况; 条件式; 规则; 规章; 条款; 办法
294.	Утверждать (утвер-дить)	Затверджувати (утвердить)	To assert (to confirm)	斷言
295.	Формула (ж.р.)	Формула (ж.р.)	Formula (æ.ð.)	公式; 式; 组成; 成分; 方程式
296.	Функции элементар-ные	Функції елеме-нтарні	Functions are elementary	初等函數
297.	Функциональный, -ая, -ое, -ые	Функціональ-ний, -а, -е, -і	Functional, th, th, th	[数]函数的; 职能的; 机能的

298.	Функция	Функція	Function	函数; 功能; 职能; 职责; 职务; 机能; 作用; 功用
299.	Характеристика	Характеристика	Description	特性; 特征; 特性曲线; 鉴定; 评定; 规格; 首数; 指标; 性能; 说明特性; 描述; 鉴定书; 说明书; 质量; 数据
300.	Характеристика логарифма	Характеристика логарифма	Description of logarithm	對數特性
301.	Целый, -ая, -ое, -ые	Цілий, -а, -е, -і	Whole, th, th, th	整的; 整体的; 完整的; 整体; 完好的; 未丢失的
302.	Цифра	Цифра	Number	数字; 数目字; 数码; 数位; 数; 数额; 数目; 数字指标
303.	Частное	Приватне	Private	私人
304.	Часть	Частина	Part	机件; 部件; 零件; 部分; 部门; 部队; 科; 处; 部; 卷; 篇; 册; 本; 集
305.	Черта дроби	Межа дробу	Line of shot	特徵的分數
306.	Чётный, -ая, -ое, -ые	Парний, -а, -е, -і	Even, th, th, th	即使
307.	Числитель	Чисельник	Numerator	分子
308.	Число, -а	Число	Number	数; 数目; 数值; 日; 号; 值; 比; 数量
309.	Число двузначное	Число двозначне	A number is two-digit	雙位數字
310.	Число дробное	Число дріб	A number is a	分數的數量

			shot	
311.	Число иррациональное	Число ірраціональне	A number is irrational	不合理的數量
312.	Число натуральное	Число натуральне	A number is natural	積極的數目
313.	Число нечетное	Число непарне	A number is odd	奇數
314.	Число отрицательное	Число негативне	A number is negative	負數
315.	Число положительное	Число позитивне	A number is positive	積極的數目
316.	Число простое	Число просте	A number is simple	簡單的數
317.	Число противоположное	Число протилежне	A number is opposite	相反數
318.	Число рациональное	Число раціональне	A number is rational	有理數
319.	Число смешанное	Число змішане	A number is mixed	這個數字混合
320.	Число составное	Число складене	A number is component	化合物的數量
321.	Число трехзначное	Число тризначне	A number is a three-digit	三位數
322.	Число целое	Число ціле	A number is unit	一個整數
323.	Число четное	Число парне	A number is even	偶數
324.	Числовой, -ая, -ое, -ые	Числовий, -а, -е, -і	Numerical, th, th, th	數字
325.	Член (м.р.)	Член (м.р.)	Member (ì.ð.)	项; 成员; 臂; 元件; 会员; 委员; 院士; 成分; 部分; 肢; 肢体
326.	Член многочлена	Член многочлена	Member of polynomial	長期的多項式
327.	Член отношения	Член відношення	Member of relation	成員關係
328.	Экстремум	Екстремум	Ekstremum	極值
329.	Экстремум функции	Екстремум функції	Ekstremum of function	函數極值
330.	Элемент	Елемент	Element	要素; 成分; 单元;

				零件; 元件; 构件; 附件; 电池; 机组; 分队; 小队; 原理; 基础; 因素; 元素; 基本原理; 入门; 部件
331.	Элемент множества	Елемент множини	Element of great number	元
332.	Элементарный, -ая, -ое, -ые	Елементарний, -а, -е, -і	Elementary, th, th, th	初级的; 初等的; 基础的; 肤浅的; 起码的

Литература

1. Саенко С.Л. Математика (для студентов-иностранцев). Одесса: ОПИ, 2001.Ч.1, 2-220 с.
2. Кравчук В., Підручна М., Янченко Г. Алгебра. Підручник для 8 класу./ За редакцією З.І. Слепкань. – Тернопіль: Підручник і посібник, 2006.-323 с.
3. Кравчук В., Підручна М., Янченко Г. Алгебра. Підручник для 8 класу./ За редакцією З.І. Слепкань. – Тернопіль: Підручник і посібник, 2005.-256 с.
4. Шкіль М.І., ті інші. Алгебра і початок аналізу? Підручник для 10 класу загальноосвіт. Навч. Закладів – К.: Зодіак – ЕКО, 2006. – 272 с.
5. Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С. Алгебра: Учебник для 8 классов общеобразовательных учебных заведений – Пер. с укр. – Х.: Гимназия 2008. – 256 с.
6. Мерзляк. Алгебра: підручник для 9 класів загальноосвітніх навчальних закладів – Х.: Гімназія – 2008.
7. Роганін О.М., Каплун О.І. Математика: Практичний довідник. - Харків ФОП Співак Т.К., 2009.-416 с.
8. Роганин А.Н. Алгебра и начало анализа в опрееленииях, таблицах и схемах. 7-11 классы – 5.е изд. – Харков: Веста: Издательство «Ранок», 2009. – 112 с.

Методические указания
и контрольные задания по курсу «Математика»
для слушателей-иностранцев подготовительного отделения
Раздел «Элементарные функции»

Составители:
доцент кафедры довузовской подготовки Аркатов Ю.Н.
доцент кафедры довузовской подготовки Расторгуева Т.Е.
ст. лаборант кафедры довузовской подготовки Павлиди Л.С.

Подп.к печати	Формат 60x84/16	Бумага офис.
Условн.печ.л.	Тираж	Зам №

Напечатано с готового оригинал-макета

Одесский государственный экологический университет
65016, Одесса, ул. Львовская, 15