

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до практичних занять
та виконання контрольних робіт
з дисципліни „Метеорологія та кліматологія”
(частина III „Динамічна метеорологія”)
для студентів III курсу
денної форми навчання**

Напрямок підготовки „Гідрометеорологія”

“Затверджено”

на засіданні методичної комісії
гідрометеорологічного інституту
протокол №____ від _____ 2008 р.
Голова комісії _____ Єхніч М.П.

“Затверджено”

на засіданні кафедри
“Фізики атмосфери та кліматології”
протокол №____ від _____ 2009 р.
Зав. кафедрою _____ С.М.Степаненко

Одеса 2008

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до практичних занять
та виконання контрольних робіт
з дисципліни „Метеорологія та кліматологія”
(частина III „Динамічна метеорологія”)
для студентів III курсу
денної форми навчання

Напрямок підготовки „Гідрометеорологія”

Одеса 2009

Методичні вказівки до практичних занять та виконання контрольної роботи з дисципліни "Динамічна метеорологія" для студентів III курсу денної форми навчання за напрямом "Екологія", спеціальність „Екологія та охорона навколишнього середовища”/ Укладачі: доц. Казаков О.Л., ас. Хоменко І.А. – Одеса, ОДЕКУ, 2008. – 65 с.

Зміст

Передмова.....	4
1 Основні поняття динамічної метеорології.....	6
1.1 Поля метеорологічних величин і їхні кінематичні характеристики.....	6
1.1.1 Скалярне поле та його градієнт.....	6
1.1.2 Дивергенція швидкості.....	7
1.1.3 Вихор вектора швидкості.....	9
1.1.4 Апроксимація похідних скінченними різницями.....	12
1.1.5 Приклади розв'язання типових задач.....	13
1.1.6 Контрольні запитання до теми.....	17
1.2 Зміни метеорологічних величин у часі.....	17
1.2.1 Приклади розв'язання типових задач.....	18
1.2.2 Контрольні запитання до теми.....	25
2 Динаміка вільної атмосфери.....	26
2.1 Градієнтний вітер.....	26
2.1.1 Геоциклострофічний вітер.....	26
2.1.2 Геострофічний вітер.....	28
2.1.3 Зв'язок між швидкостями геострофічного та градієнтного вітрів.....	32
2.1.4 Приклади розв'язання типових задач.....	33
2.1.5 Контрольні запитання до теми.....	36
2.2 Термічний вітер.....	36
2.2.1 Приклади розв'язання типових задач.....	39
1.4.2 Контрольні запитання до теми.....	44
2.3 Геострофічна адвекція температури.....	44
2.3.1 Приклади розв'язання типових задач.....	45
2.3.2 Контрольні запитання до теми.....	46
Додаток А.....	47
Додаток Б.....	53
Додаток В.....	56
Додаток Г.....	60
Додаток Д.....	62
Література.....	64

ПЕРЕДМОВА

Динамічна метеорологія належить до циклу природничо–наукових дисциплін і є професійно–орієнтованою дисципліною спеціальності "Метеорологія". Курс "Динамічної метеорології" є продовженням курсів "Фізика атмосфери" та "Геофізична гідродинаміка". При вивченні цього курсу використовуються також отримані раніше знання з фізики та вищої математики.

Метою даних Методичних вказівок є оказання допомоги студентам у підготовці практичних модулів, які містять необхідні практичні навички. При виконанні практичних робіт студентами 3 курсу використовуються завдання типової програми з динамічної метеорології. Вкажемо коротко на її зміст та вимоги до вмінь студентів, що повинні бути засвоєними.

Практичний модуль 1: ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ДИНАМІЧНОЇ МЕТЕОРОЛОГІЇ.

Зміст модулю: Основні фізичні величини, що характеризують стан атмосфери. Метеорологічне поле та його градієнти. Зміни метеорологічних величин у часі. Потік вектора через поверхню. Дивергенція швидкості. Циркуляція та вихор швидкості, їх фізичний сенс. Диференціальні характеристики поля вітру, типи окремих видів руху та їх комбінації.

Студент повинен вміти:

- оцінювати просторові градієнти метеорологічних величин;
- оцінювати часові зміни метеорологічних величин у точці або в частинці, що рухається;
- визначати кількісно основні диференційні характеристики поля швидкості та аналізувати їх зміни у просторі за даними спостережень або об'єктивного аналізу.

Практичний модуль 2: ДИНАМІКА ВІЛЬНОЇ АТМОСФЕРИ.

Зміст модулю: Геострофічний вітер. Термічний вітер. Зміна геострофічного вітру з висотою в різних частинах баричних утворень. Рівняння руху для баричних утворень у вигляді кругових ізобар. Аналіз рішення рівнянь руху для кругових ізобар (особливості геострофічного вітру). Агеострофічні відхилення швидкості вітру. Геострофічний вихор та дивергенція. Вклад різних механізмів у формування вертикальних рухів.

Студент повинен вміти:

- розраховувати характеристики геострофічного та геострофічного вітру, агеострофічних відхилень, геострофічної адвекції, геострофічного вихору;

- отримувати відповідні робочі формули у різних системах координат,
- побудувати градієнтну лінійку;
- проаналізувати термодинамічні поля вільної атмосфери, які обумовлюють ті або інші зміни геострофічного вітру з висотою та прискорення агеострофічних відхилень;
- розраховувати зміни градієнтного вітру з висотою, у тому числі в різних частинах баричних утворень.

1 ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ДИНАМІЧНОЇ МЕТЕОРОЛОГІЇ

1.1 Поля метеорологічних величин і їхні кінематичні характеристики

Атмосферні рухи, процеси тепло– та вологообміну і пов'язані з ними зміни погоди визначаються просторовими розподілами метеорологічних величин: тиску, температури, вологості і вітру.

Частина простору, кожній точці якого відповідає визначене значення якої–небудь метеорологічної величини, називається полем цієї величини.

Поля підрозділяють на скалярні і векторні. До перших відносяться поля температури, вологості, тиску, густини, а до других – поля вітру, прискорення, сили тяжіння, тощо. Поля також підрозділяють на двовимірні та тривимірні.

1.1.1 Скалярне поле і його градієнт.

Поле деякої скалярної величини $f = f(x, y, z)$ в довільний момент t можна представити у вигляді сімейства поверхонь, кожна з яких проходить через точки поля, які мають однакові значення f . Поверхні з рівними значеннями f називаються ізоповірнями або еквіскалярними поверхнями. Прикладами таких ізоповірнь можуть бути ізобаричні поверхні – поверхні однакового тиску – 1000, 850, 700, 500 гПа тощо. Лінії перетину ізоповірні з якою–небудь площиною є лініями рівних значень (ізолінії f), що зображують двовимірне поле f на даній площині.

Вектор, що спрямований по нормалі до ізоповірні в полі скалярної величини f у бік її збільшення і що чисельно дорівнює похідній $\frac{\partial f}{\partial n}$ по нормалі до поверхні, називається градієнтом скалярної величини f :

$$|\text{grad } f| = \frac{\partial f}{\partial n}, \quad \text{grad } f = \vec{n} \frac{\partial f}{\partial n}$$

Аналогічно можна сформулювати подібне визначення і для градієнта на площині. Слід підкреслити, що f – скаляр і представляє скалярне поле, а $\text{grad } f$ – вектор і утворює векторне поле. Даний вектор, як будь–який інший вектор, може бути спроектований на координатні осі і представлений у вигляді векторної суми трьох його складових векторів:

$$\vec{G} = \text{grad } f = \vec{n} \frac{\partial f}{\partial n} = \vec{i} \frac{\partial f}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial f}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial f}{\partial z}, \quad (1.1)$$

де \vec{n} – вектор нормалі до ізоповерхні, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – одиничні вектори, x, y, z – декартові координати. Відповідно модуль цього вектора дорівнюватиме:

$$|\vec{G}| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial z}\right)^2}. \quad (1.2)$$

Для запису градієнта у векторній формі звичайно використовується вектор ∇ , т.зв. диференціальний оператор Гамільтона, що позначає векторну операцію утворення градієнта від будь-якої величини:

$$\nabla = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z}. \quad (1.4)$$

Тоді

$$\vec{G} = \text{grad } f = \vec{n} \frac{\partial f}{\partial n} = \nabla G. \quad (1.5)$$

1.1.2 Дивергенція швидкості

Для кількісної оцінки потужності повітряних течій у заданому напрямку \vec{n} прийнято користуватися поняттям потоку вектора швидкості через поверхню.

Потоком вектора швидкості \vec{V} через поверхню S називається скалярна величина, яка дорівнює об'єму повітря, що протікає через дану поверхню за одиницю часу (рис.1.1).

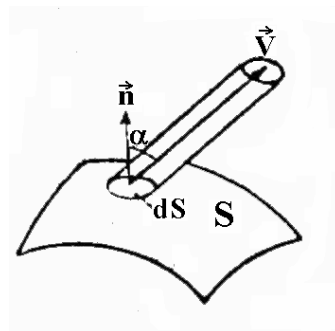


Рис.1.1 – Потік вектора швидкості крізь поверхню.

Елементарний потік вектора швидкості через нескінченно малий елемент поверхні dS дорівнює об'єму циліндра з основою dS і утворюючої, яка дорівнює модулю швидкості \vec{V}

Якщо елемент поверхні розглядати як вектор, спрямований по нормалі до неї, то $d\vec{S} = \vec{n} \cdot dS$. Елементарний потік вектора швидкості можна показати у вигляді скалярного добутку вектора швидкості \vec{V} на елемент поверхні $d\vec{S}$:

$$dP = (\vec{V} \cdot d\vec{S}) = |\vec{V}| \cdot |d\vec{S}| \cos \alpha = V_n \cdot dS, \quad (1.6)$$

де α – кут між напрямком нормалі і вектором швидкості.

Потік вектора швидкості через усю задану поверхню S дорівнює сумі потоків через всі елементарні поверхні dS і виражається інтегралом:

$$P = \iint_S (\vec{V} \cdot d\vec{S}) = \iint_S V_n \cdot dS. \quad (1.7)$$

Якщо S – замкнута поверхня, то $P = \oiint_S (\vec{V} \cdot d\vec{S}) = \oiint_S V_n \cdot dS$. Потік вектора швидкості буде позитивним, якщо з об'єму, обмеженого даною поверхнею, повітря виходить більше ніж приходить.

Повітря як стисливе середовище може в процесі свого руху стискуватися або розширюватися, що супроводжується збільшенням або зменшенням його питомого об'єму, а відносна зміна об'єму залежить від розподілу швидкості руху, тобто пов'язана з потоком вектора швидкості через поверхню, що обмежує даний об'єм.

Дивергенцією (розбіжністю) вектора швидкості називається скалярна величина, що виражає відносну зміну об'єму без зміни форми даної маси повітря за одиницю часу. Ця величина пов'язана з потоком вектора швидкості через замкнуту поверхню, що обмежує деякий об'єм у просторі.

Дивергенцією вектора швидкості в даній точці поля ще називають границю відношення потоку вектора швидкості через замкнену поверхню до величини об'єму, обмеженого цією поверхнею, при стягуванні його в точку:

$$\operatorname{div} \vec{V} = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\oiint_S V_n \cdot dS}{\tau}. \quad (1.8)$$

Хоча поняття дивергенції векторного поля, як і потоку, визначено незалежно від вибору системи координат, дана формула є непридатною для практичних обчислень. Відповідно до теореми Остроградського–Гаусса проводиться перехід від подвійного інтеграла по поверхні до потрійного інтеграла по об'єму, обмеженого цією поверхнею:

$$\operatorname{div} \vec{V} = \lim_{\tau \rightarrow 0} \frac{\iiint_{\tau} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) d\tau}{\tau}. \quad (1.9)$$

Використовуючи далі теорему про середнє і переходячи до границі, отримаємо вираз для дивергенції швидкості в декартових координатах:

$$\operatorname{div} \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \quad \text{або} \quad \operatorname{div} \vec{V} = (\nabla \cdot \vec{V}) \quad (1.10)$$

Таким чином, теорема Остроградського–Гаусса показує, що потік векторного поля швидкості через замкнену поверхню S дорівнює потрійному інтегралу від дивергенції цього поля по об'єму τ , обмеженому поверхнею S .

Відзначимо три принципово важливих випадки для поля швидкості:

$\operatorname{div} \vec{V} > 0$, коли потік швидкості, який витікає, перевищує той, що втікає. В горизонтальній площині така ситуація властива для антициклонального поля у нижній тропосфері.

$\operatorname{div} \vec{V} < 0$, коли потік швидкості, що втікає, перевищує той, що витікає. В горизонтальній площині ця ситуація властива для циклонічного поля у нижній тропосфері.

$\operatorname{div} \vec{V} = 0$; поле, для якого виконується така умова, називається соленоїдальним.

1.1.3 Вихор вектора швидкості

Розглянемо довільну замкнену геометричну криву, яка складається з частинок повітря, що рухаються. За позитивний напрямок будемо вважати напрямок обходу проти ходу годинникової стрілки. Тоді потік вектора швидкості уздовж цієї кривої буде мірою циркуляційного руху в деякий момент часу. Тому надалі під циркуляцією швидкості по замкненому контуру будемо розуміти криволінійний інтеграл від скалярного добутку $(\vec{V} \cdot d\vec{l})$ по цьому контуру:

$$C = \oint_l (\vec{V} \cdot d\vec{l}) = \oint_l V dl \cos(\vec{V}d\vec{l}) = \oint_l V_l dl, \quad (1.11)$$

де \vec{V} – вектор швидкості, $V_l = V \cos \alpha$, α – кут між вектором швидкості і напрямком дотичної, $d\vec{l}$ – спрямовані елементарні відрізки.

Представимо далі скалярний добуток $(\vec{V} \cdot d\vec{l})$ у координатній формі:

$$C = \oint_l (\vec{V}d\vec{l}) = \oint_l udx + vdy + wdz, \quad (1.12)$$

де u, v, w – проекції вектора швидкості, а dx, dy, dz – проекції елемента контуру $d\vec{l}$ на осі декартової системи координат.

Як видно з виписаних формул, *циркуляція швидкості являє собою скалярну величину, що характеризує кількісно міру руху частинок по замкнутому контуру l* . Нагадаємо, що в правій системі координат обхід виконується проти годинникової стрілки, тому $C > 0$. Це означає, що сумарна обертальна складова швидкості спрямована проти годинникової стрілки. Тоді при $C < 0$ сумарна складова обертального руху буде за годинниковою стрілкою. Очевидно, що в циклоні $C > 0$, а в антициклоні $C < 0$. Якщо циркуляція швидкості $C = 0$, то таке поле називається потенційним. Підінтегральний вираз буде дорівнювати повному диференціалу від потенціалу швидкості Φ : $d\Phi = u dx + v dy + w dz$, а складові відповідно:

$$u = \frac{d\Phi}{dx}, \quad v = \frac{d\Phi}{dy}, \quad w = \frac{d\Phi}{dz}. \quad (1.13)$$

Неважко показати, що циркуляція уздовж замкненої кривої дорівнює площині A , яку охоплює ця крива, помноженій на нормальну до цієї площини складову вихору. Це твердження відоме як теорема Стокса і може бути доведене для будь-якої кривої: плоскої чи просторової.

Позначивши через $\delta S = \delta x \cdot \delta y$ – площину прямокутника, а $\Omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$ – вихор у площині XOY як нормальну складову вихору, маємо остаточно

$$\delta C = \delta S \cdot \Omega_z \quad \text{чи} \quad \cdot \Omega_z = \frac{\delta C}{\delta A}. \quad (1.14)$$

Звідси може бути дана інтерпретація, що **вихор** – це циркуляція **уздовж одиничної площини**. Якщо тепер розглянути цей результат для кінцевої площини A , то сума вихорів усередині довільної замкненої кривої буде дорівнювати сумі циркуляцій уздовж елементарних, одиничних площадок, але, оскільки потоки уздовж загальних границь анулюються, взаємно знищуються, то решта сум потоків уздовж зовнішніх границь дорівнює циркуляції уздовж замкненої кривої, що охоплює дану площину S . Тоді маємо

$$C = \int_S \Omega_z \delta S. \quad (1.15)$$

Очевидно, що згідно з теоремою Стокса, криволінійний інтеграл по замкненому контуру можна перетворити через подвійний інтеграл по поверхні, обмеженій цим контуром. У загальному випадку

$$\begin{aligned} C &= \oint_l (\vec{V} d\vec{l}) = \oint_l (u dx + v dy + w dz) = \iint_A (\vec{\Omega} \vec{n}) dA, \\ &= \iint_A [\Omega_x \cos(\vec{n}, x) + \Omega_y \cos(\vec{n}, y) + \Omega_z \cos(\vec{n}, z)] dA = \iint_A (\vec{\Omega} \vec{n}) dA, \end{aligned} \quad (1.16)$$

де

$$\vec{\Omega} = [\nabla \vec{V}] = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \partial/\partial x & \partial/\partial y & \partial/\partial z \\ u & v & w \end{vmatrix} = \Omega_x \vec{i} + \Omega_y \vec{j} + \Omega_z \vec{k}, \quad (1.17)$$

– вихор швидкості, а

$$\Omega_x = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right), \quad \Omega_y = \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right), \quad \Omega_z = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad (1.18)$$

– його складові. Підінтегральний вираз праворуч є скалярний добуток вектора вихору швидкості на одиничний вектор нормалі до поверхні A . Таким чином, циркуляція швидкості по будь-якому замкненому контуру дорівнює потоку вихору швидкості крізь довільну поверхню, проведену через цей контур.

Щоб з'ясувати фізичний зміст вихору швидкості, неважко показати, що

$$\vec{\Omega} = 2\vec{\omega}, \quad (1.19)$$

а проєкції останнього рівняння на осі координат тобто проєкції складових вихору дорівнюють

$$\Omega_x = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) = 2\omega_x, \quad \Omega_y = \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) = 2\omega_y, \quad \Omega_z = \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) = 2\omega_z. \quad (1.20)$$

Таким чином, **вихор швидкості дорівнює подвоєній кутовій швидкості обертання частинок рідини або газу і є характеристикою обертальної здатності поля швидкості в даній точці.**

У метеорології найчастіше розглядається вертикальна складова вихору швидкості, що виражає вихрові властивості горизонтального поля вітру.

1.1.4 Апроксимація похідних скінченними різницями

В загальному випадку для будь-якої метеорологічної величини неможна визначити функціональної залежності від просторових координат в аналітичному вигляді. Тому для обчислення диференціальних характеристик метеорологічних полів використовують наближені скінченнорізницеві співвідношення за допомогою яких можна представити перші та другі похідні через значення метеорологічної величини в точках та крок за простором, r , (рис. 1.2).

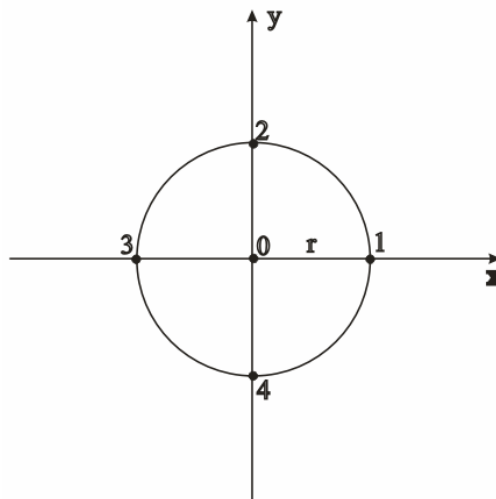


Рисунок 1.2. – Чотириточковий шаблон, що використовується для знаходження перших та других похідних

Скінченнорізницеві співвідношення можна представити через центральні різниці:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_0 \approx \frac{f_1 - f_3}{2r}, \quad \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_0 \approx \frac{f_2 - f_4}{2r}, \quad (1.21)$$

через односторонні різниці:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_0 \approx \frac{f_1 - f_0}{r}, \quad \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_0 \approx \frac{f_2 - f_0}{r}, \quad (1.22)$$

або

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_0 \approx \frac{f_0 - f_3}{r}, \quad \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_0 \approx \frac{f_0 - f_4}{r}, \quad (1.23)$$

Формули (1.22) є формулами для знаходження правосторонніх різниць, а (1.23) – для знаходження лівосторонніх різниць.

Другі похідні можна обчислити за формулами:

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_0 \approx \frac{f_1 + f_3 - 2f_0}{r^2}, \quad \left(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right)_0 \approx \frac{f_2 + f_4 - 2f_0}{r^2}. \quad (1.24)$$

1.1.5 Приклади розв'язання типових задач

Задача № 1.

Умова. Розрахувати горизонтальний градієнт тиску (модуль і напрямок) біля поверхні землі. У поверхні землі за допомогою спрямованих і центральних різниць, якщо $\Delta x \equiv \Delta y \equiv r = 50 \text{ км}$; $p_0 = 1015.6 \text{ гПа}$, $p_1 = 1014.7 \text{ гПа}$, $p_2 = 1016.6 \text{ гПа}$, $p_3 = 1016.4 \text{ гПа}$, $p_4 = 1014.7 \text{ гПа}$.

Розв'язання задачі:

Вираз для горизонтального градієнта тиску має вигляд:

$$\text{grad}_s p \equiv \frac{\overrightarrow{\partial p}}{\partial n} = \frac{\partial p}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial p}{\partial y} \vec{j}$$

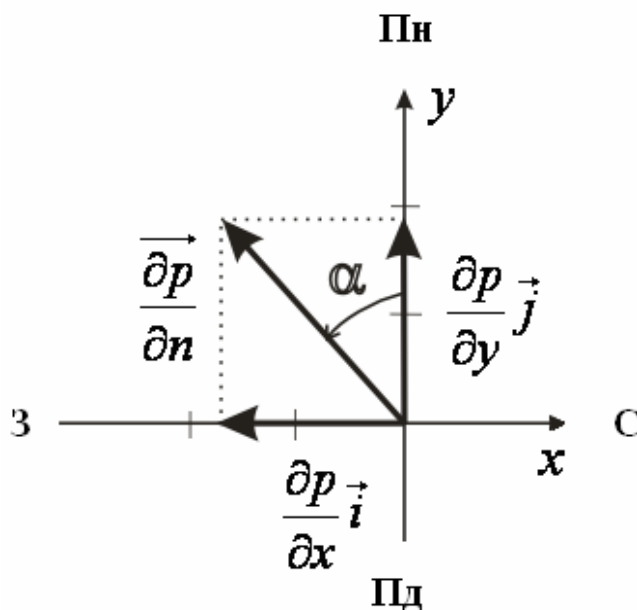
Обчислимо складові градієнта тиску $\frac{\partial p}{\partial x}$, $\frac{\partial p}{\partial y}$, апроксимуючи їх центральними різницями за формулами (1.21):

$$\frac{\partial p}{\partial x} \approx \frac{p_1 - p_3}{2r} = \frac{1014.7 \text{ гПа} - 1016.4 \text{ гПа}}{100 \text{ км}} = -\frac{1.7 \text{ гПа}}{100 \text{ км}},$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} \approx \frac{p_2 - p_4}{2r} = \frac{1016.6 \text{ гПа} - 1014.7 \text{ гПа}}{100 \text{ км}} = \frac{1.9 \text{ гПа}}{100 \text{ км}}.$$

Модуль градієнта тиску можна знайти через його складові:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)^2} = \sqrt{(-1.7)^2 + (1.9)^2} \frac{\text{гПа}}{100 \text{ км}} \cong 2.6 \frac{\text{гПа}}{100 \text{ км}}$$



Для того щоб визначити напрямок градієнта тиску скористаємось стандартною метеорологічною системою координат (нагадаємо, що в цій системі ось X спрямована уздовж широтного кола на схід, ось Y – уздовж кола меридіану на північ, ось Z – в точку zenіту).

Завдяки графічній побудові бачимо, що $\frac{\partial p}{\partial n}$ спрямований на північний захід. Для отримання точного

(числового) напрямку градієнта тиску необхідно обчислити кут α :

$$\alpha = \arctg \left(\frac{\frac{\partial p}{\partial x}}{\frac{\partial p}{\partial y}} \right) = \arctg \left(\frac{1.7}{1.9} \right) \cong 42^\circ.$$

Тобто градієнт тиску відхиляється від північного напрямку до заходу на 42° .

Можна також обчислити складові градієнта тиску $\frac{\partial p}{\partial x}$, $\frac{\partial p}{\partial y}$, апроксимуючи їх спрямованими різницями (скористуємось формулами (1.12) для правосторонніх різниць):

$$\frac{\partial p}{\partial x} \approx \frac{p_1 - p_0}{r} = \frac{1014.7 \text{ гПа} - 1015.6 \text{ гПа}}{50 \text{ км}} = -\frac{0.9 \text{ гПа}}{50 \text{ км}};$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} \approx \frac{p_2 - p_0}{r} = \frac{1016.6 \text{ гПа} - 1015.6 \text{ гПа}}{50 \text{ км}} = \frac{1.0 \text{ гПа}}{50 \text{ км}}.$$

Задача № 2.

Умова. Обчислити дивергенцію та вертикальну складову вихору за даними ($\Delta x \equiv \Delta y \equiv r = 50 \text{ км} = 5 \cdot 10^4 \text{ м}$).

Складова швидкості	Номер вузла			
	1	2	3	4
u	-2.00	-7.00	-0.63	4.13
v	-6.63	-8.13	-7.25	-7.13

Розв'язання задачі:

Запишемо вирази для плоскої дивергенції та вертикальної складової вихору швидкості:

$$\text{div} \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \quad \text{та} \quad \Omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$$

Перші похідні від складових швидкості апроксимуємо центральними різницями за формулами (1.11):

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_1 - u_3}{2r} = \frac{-2.00 \text{ м/с} + 0.63 \text{ м/с}}{2 \cdot 5 \cdot 10^4 \text{ м}} = -1.37 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{v_1 - v_3}{2r} = \frac{-6.63 \text{ м/с} + 7.25 \text{ м/с}}{2 \cdot 5 \cdot 10^4 \text{ м}} = 0.62 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{v_2 - v_4}{2r} = \frac{-8.13 \text{ М/с} + 7.13 \text{ М/с}}{2 \cdot 5 \cdot 10^4 \text{ м}} = -10^{-5} \text{ с}^{-1}$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{u_2 - u_4}{2r} = \frac{-7.00 \text{ М/с} - 4.13 \text{ М/с}}{2 \cdot 5 \cdot 10^4 \text{ м}} = -11.13 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$$

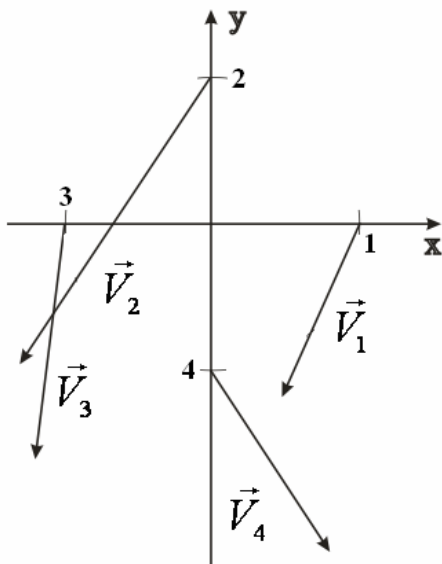
Зауваження. В будь-якій фізичній задачі необхідно привести одиниці вимірювання до однієї системи одиниць. Оскільки в метеорології найчастіше використовується система SI, то, знаходячи дивергенцію та вихор, обов'язково перевести крок сітки з км в метри, оскільки швидкість задано в м/с і одиниця вимірювання дивергенції та вихору буде 1/с.

Тоді

$$\text{div} \vec{V} = -1.37 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1} - 10^{-5} \text{ с}^{-1} = -2.37 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$$

$$\Omega_z = 0.62 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1} - (-11.13 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}) = 11.75 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$$

Додатна вертикальна складова вихору швидкості вказує на циклонічний рух повітряних мас. Якщо порівняти з порядком вихору швидкості в атмосфері ($0(\Omega_z) \sim 10^{-5} \text{ с}^{-1}$), то розрахований вихор досить інтенсивний; він в 10 разів більший за порядок вихору швидкості.



Від'ємна плоска дивергенція має сенс відносного зменшення з часом площі проекції повітряного об'єму у горизонтальній площині, або конвергенції повітряних мас, тобто потік швидкості, що втікає, перевищує той, що витікає.

На рисунку показано напрямок та модуль вектора швидкості, що були відновлені по його складових. З графічної побудови видно, що спостерігається конвергенція та циклонічний рух повітряних мас.

Рекомендована література по вивченню теми [1, 2, 4].

1.1.6 Контрольні питання до теми

1. Дайте визначення градієнта скалярної величини.
2. Градієнт є скалярною чи векторною величиною?
3. Дайте визначення дивергенції швидкості.
4. Дивергенція є скалярною чи векторною величиною?
5. Що характеризує додатна дивергенція?
6. Що характеризує від'ємна дивергенція?
7. Як називається поле, для якого дивергенція швидкості дорівнює нулю. Охарактеризуйте таке поле.
8. Яким чином можна розрахувати диференціальні характеристики метеорологічних полів, маючи значення метеорологічних величин в фіксованих точках простору?
9. Запишіть вирази для центральних та односторонніх різниць.

1.2 Зміни метеорологічних величин у часі

У загальному випадку будь-яка метеорологічна величина є функцією координат та часу, тобто $f = f(t, x, y, z)$. Якщо розглядається рух однієї частинки, то її координати змінюються в часі, і, отже: $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$. Тоді, за правилом диференціювання складної функції, маємо:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial f}{\partial z} \frac{dz}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} + v \frac{\partial f}{\partial y} + w \frac{\partial f}{\partial z}, \quad (1.25)$$

де $\frac{df}{dt}$ – представляє повну похідну або індивідуальну зміну в частинці

будь-якої величини f , $u = \frac{dx}{dt}$, $v = \frac{dy}{dt}$, $w = \frac{dz}{dt}$ – складові швидкості вітру.

Вираз

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{df}{dt} - \left(u \frac{\partial f}{\partial x} + v \frac{\partial f}{\partial y} + w \frac{\partial f}{\partial z} \right), \quad (1.26)$$

являє собою частинну похідну, що виражає зміну величини f при постійних значеннях координат x , y , z у, тобто локальну зміну величини f , викликану переміщенням у дану точку простору частинок повітря з інших місць з іншими значеннями f .

З формули (1.25) маємо, що зміна будь-якої скалярної величини у певній частинці рідини, що рухається, складається з локальної зміни та адвективної зміни, отже, індивідуальна похідна дорівнює локальній похідній плюс адвективна похідна. Остання залежить:

1. від напрямку руху та величини швидкості частинки, отже від вектора швидкості \vec{V} ,
2. від розподілу скалярної величини, тобто від її градієнта.

Сума адвективних добутоків, уздовж координатних осей, дорівнює скалярному добутку двох векторів:

$$u \frac{\partial f}{\partial x} + v \frac{\partial f}{\partial y} + w \frac{\partial f}{\partial z} \equiv \vec{V} \cdot \nabla f = |\vec{V}| \cdot |\nabla f| \cos \varepsilon, \quad (1.27)$$

де ε – кут між вектором швидкості і градієнтом скалярної величини f . Тоді у загальному випадку маємо:

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + (\vec{V} \nabla f). \quad (1.28)$$

З формули (1.28) маємо, що зміна будь-якої скалярної величини у фіксованій точці, складається з адвективної зміни та індивідуальних змін у частинці, що рухається. Якщо індивідуальна похідна дорівнює нулю, локальна зміна буде обумовлена тільки переміщеннями частинок повітря через дану точку простору. Причому, знак «мінус» буде вказувати на те, що при збільшенні величини f у напрямку руху в кожній точці поля значення даної величини f буде зменшуватися з часом.

Отже, зміни будь-якої скалярної метеорологічної величини можна розглядати з двох точок зору:

як зміну метеорологічної величини в частинці, що рухається, так звана індивідуальна зміна метеорологічної величини в часі;

як зміну величини f у деякій нерухомій точці простору щодо обраної системи відліку при проходженні через неї різних частинок, так званою локальна зміна метеорологічної величини.

1.2.1 Приклади розв'язання типових задач

Задача № 1.

Умова. Обчислити зміну температури повітря за 3 години, яке буде зареєстроване приладами на вільному врівноваженому аеростаті, що зсувається на північний схід зі швидкістю 11 м/с, якщо горизонтальний

градієнт температури чисельно дорівнює 2°C на 100 км та спрямований на південь, а підвищення температури за останні 3 години за даними станційних спостережень складають 0.5°C .

Пояснення до задачі. Вільний аеростат – це аеростат, яким не керують, і він рухається разом з повітряним потоком, тобто зі швидкістю повітря, а це означає, що прилади у такому аеростаті показуватимуть зміну фізичних величин з часом у об'ємі повітря, що рухається. За умовами задачі аеростат є врівноваженим, це означає, що він рухається суто у горизонтальній площині, тобто вертикальна компонента швидкості w відсутня.

Умову задачі скорочено можна записати наступним чином:

$\frac{\partial T}{\partial t} = 0.5^{\circ}\text{C}/3\text{год}$ $V_s = 11\text{м}/\text{с}$ $\frac{\partial T}{\partial n} = 2^{\circ}\text{C}/100\text{км}$ $\varepsilon = 135^{\circ}$	
$\frac{dT}{dt} = ?$	

Розв'язання задачі.

Для знаходження зміни температури скористуємось формулою (1.28) у наступному вигляді:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{dT}{dt} + V_s \frac{\partial T}{\partial n} \cos \varepsilon .$$

Підставляючи значення всіх величин у цей вираз, треба привести всі одиниці вимірювання до системи SI, тобто

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0.5^{\circ}\text{C}/3\text{год} = \frac{0.5^{\circ}\text{C}}{10800\text{с}} = 4.6 \cdot 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}/\text{с}$$

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 2^{\circ}\text{C}/100\text{км} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}/\text{м}$$

$$\cos \varepsilon = \cos 135^{\circ} \approx -0.707$$

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} &= 4.6 \cdot 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}/\text{с} + 11\text{м}/\text{с} \cdot 2 \cdot 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}/\text{м} (-0.707) = \\ &= -10.954 \cdot 10^{-5} \text{ }^{\circ}\text{C}/\text{с} \cdot \frac{10800\text{с}}{3\text{год}} \approx -1.2 \text{ }^{\circ}\text{C}/3\text{год} \end{aligned}$$

Відповідь: приладами на аеростаті за 3 години буде зареєстроване зменшення температури на 1.2°C .

Задача № 2.

Умова. Повітряна маса піднімається вертикально угору зі швидкістю $2 \text{ см}/\text{с}$. Обчислити зміну її температури за 3 години, якщо градієнт температури спрямований вертикально вниз, а його модуль дорівнює $0.6^{\circ}\text{C}/100\text{м}$, а у фіксованій точці простору температура зменшилась на 0.5°C за 1 годину.

Пояснення до задачі. Оскільки за умовою задачі частинка піднімається вертикально угору, то для неї горизонтальна складова швидкості відсутня.

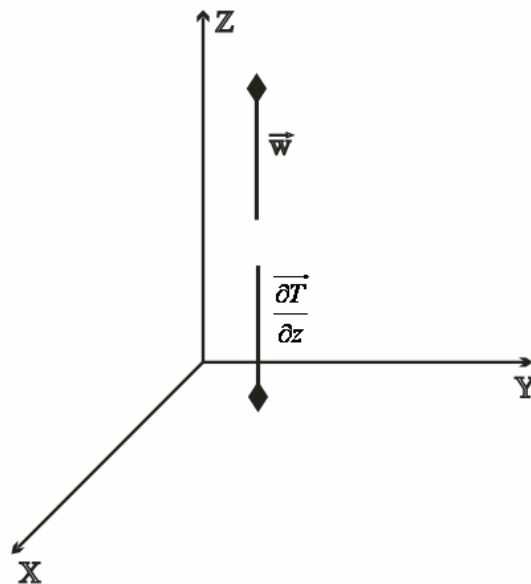
Умову задачі скорочено можна записати наступним чином:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -0.5^{\circ}\text{C}/\text{год}$$

$$w = 2 \text{ см}/\text{с}$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = -0.6^{\circ}\text{C}/100\text{м}$$

$$\frac{dT}{dt} = ?$$



Розв'язання задачі.

Для знаходження зміни температури скористуємось формулою (1.18) у наступному вигляді:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{dT}{dt} + w \frac{\partial T}{\partial z}$$

Підставляючи значення всіх величин у цей вираз, треба привести всі одиниці вимірювання до системи SI, тобто

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -0.5^\circ \text{C}/\text{ГОД} = -\frac{0.5^\circ \text{C}}{3600\text{с}} = -13.9 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ \text{C}/\text{с}$$

$$\frac{\partial T}{\partial z} = -0.6^\circ \text{C}/100\text{м} = -6 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ \text{C}/\text{м}$$

$$w = 2\text{см}/\text{с} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}/\text{с}$$

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} &= -13.9 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ \text{C}/\text{с} - 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}/\text{с} \cdot 6 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ \text{C}/\text{м} = \\ &= -25.9 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ \text{C}/\text{с} \cdot \frac{10800\text{с}}{3\text{год}} \approx -2.8^\circ \text{C}/3\text{год} \end{aligned}$$

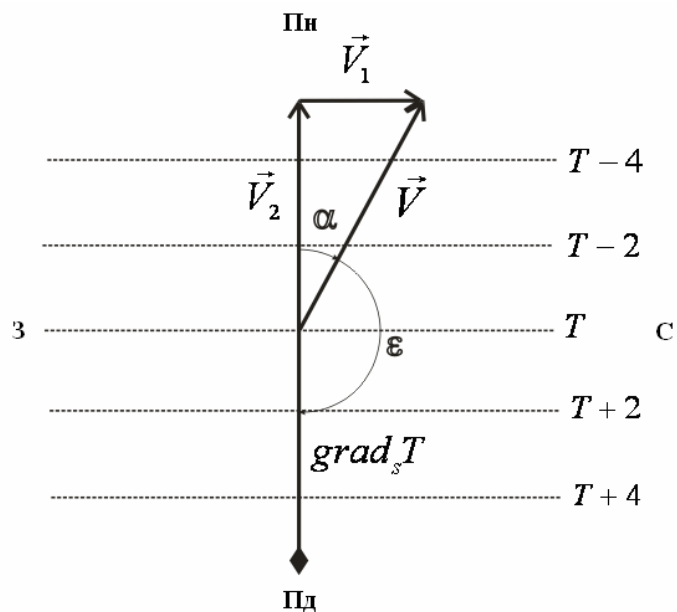
Відповідь: температура в повітряній масі за 3 години зменшиться на 2.8°C .

Задача № 3.

Умова. Визначити напрямок та швидкість руху вільного врівноваженого аеростату, якщо за 3 год. польоту він перемістився на 100 км східніше, його прилади за цей час зареєстрували зниження температури на $2,0^\circ \text{C}$, а за даними станційних вимірювань температура підвищилась на $3,0^\circ \text{C}/\text{год}$. Відмітимо, що горизонтальний градієнт температури дорівнює $1,5^\circ \text{C}/100\text{км}$ та спрямований на південь.

Умову задачі скорочено можна записати наступним чином:

$\frac{\partial T}{\partial t} = +0.3^\circ \text{C}/\text{год}$
$\frac{dT}{dt} = -2.0^\circ \text{C}/\text{год}$
$ \text{grad}_s T = 1.5^\circ \text{C}/100\text{км}$
$ \vec{V}_1 = \frac{100\text{км}}{3\text{ГОД}} \approx 9.3\text{м}/\text{с}$
$ \vec{V} = ?$



Розв'язання задачі:

Аеростат перемістився на 100 км східніше відносно свого початкового положення. Це означає, що він перемістився не строго на схід (у такому випадку $\frac{dT}{dt} = 0$, оскільки шлях аеростату пролягав би уздовж ізотерми), тобто його переміщення було або з північною, або з південною складовою. Оскільки прилади на аеростаті зареєстрували зниження температури, то рухався він у бік протилежний градієнтові температури, тобто з північною складовою (рисунок до задачі).

Отже, швидкість аеростату (\vec{V}) можна розкласти на дві складові:

$\vec{V}_1 = \frac{100\text{км}}{3\text{ год}} \approx 17.9 \frac{\text{м}}{\text{с}}$ – складова, яка не викликає зміни температури та \vec{V}_2 – складова, яка повністю відповідає за зміну температури. Тоді, скориставшись виразом (1.18), можна отримати значення для модуля швидкості \vec{V}_2 (кут між \vec{V}_2 та $\text{grad}_s T$ складає 180°):

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + |\vec{V}_2| |\text{grad}_s T| \cos \varepsilon$$

$$|\vec{V}_2| = \frac{\frac{dT}{dt} - \frac{\partial T}{\partial t}}{|\text{grad}_s T| \cos \varepsilon}$$

$$\begin{aligned} |\vec{V}_2| &= \frac{-2.0^\circ\text{C}/3\text{год} - 0.3^\circ\text{C}/\text{год}}{1.5^\circ\text{C}/100\text{км} \cdot \cos 180^\circ} = \frac{\frac{2.0^\circ\text{C}}{10800\text{с}} + \frac{0.3^\circ\text{C}}{3600\text{с}}}{1.5 \cdot 10^{-5} \frac{^\circ\text{C}}{\text{м}}} \approx \\ &\approx \frac{18.5 \cdot 10^{-5} \frac{^\circ\text{C}}{\text{с}} + 8.3 \cdot 10^{-5} \frac{^\circ\text{C}}{\text{с}}}{1.5 \cdot 10^{-5} \frac{^\circ\text{C}}{\text{м}}} \approx 17.9 \frac{\text{м}}{\text{с}} \end{aligned}$$

Тоді загальна швидкість:

$$|\vec{V}| = \sqrt{|\vec{V}_1|^2 + |\vec{V}_2|^2} = \sqrt{\left(17.9 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2 + \left(9.3 \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)^2} \approx \sqrt{406.9} \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 20.2 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Знайдемо напрямок швидкості, для цього обчислимо кут між напрямком на північ та вектором загальної швидкості, α :

$$\alpha = \operatorname{arctg} \left(\frac{|\vec{V}_1|}{|\vec{V}_2|} \right) = \operatorname{arctg} \left(\frac{9.3}{17.9} \right) \approx 27.4^\circ,$$

тобто аеростат переміщувався у північно–північно–східному напрямку.

Задача № 4.

Умова. Визначення баричної тенденції за даними судових спостережень. Отримати робочу формулу для визначення баричної тенденції в гПа/3 год, якщо швидкість корабля задано у вузлах, відстань між ізобарами визначається в см карти, зміна тиску на кораблі обчислюється в гПа/3 год. Прийняти масштаб карти 1:10⁷.

Пояснення до задачі. Вираз для індивідуальної похідної виявляється справедливим не тільки стосовно частинки даного середовища, що рухається, але і у тому випадку, коли потрібно записати зміну у часі характеристики середовища в якому–небудь об'єкті, що зміщується у середовищі довільним чином, наприклад в літаку, на кораблі тощо. В цьому випадку у формулі (1.28) \vec{V} є вектором швидкості об'єкту, що рухається, а у формулі (1.27) фігурують проекції цього вектора на осі координат. Таке узагальнення дозволяє застосувати ці формули до розв'язання практичної задачі, з якою зустрічаються при аналізі синоптичних матеріалів.

Баричною тенденцією називається зміна атмосферного тиску в даному пункті за 3 години, тобто локальна похідна тиску, при обчисленні якої за одиницю часу прийнято 3 години. Отже, відомими величинами є швидкість і напрям руху корабля, а також розподіл тиску на рівні моря (карта ізобар). Знаючи зміну тиску за 3 години, яку можна отримати за показаннями барометра на кораблі, треба визначити величину баричної тенденції у місці, де знаходиться корабель.

Розв'язання задачі.

Для визначення локальної похідної скористаємося рівністю

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{dp}{dt} - (\vec{V} \cdot \operatorname{grad} p).$$

Індивідуальна похідна дорівнює зміні тиску за одиницю часу, яка обчислюється за показаннями барометра на кораблі.

Адвективна похідна визначається наступним виразом:

$$\vec{V}_s \cdot grad_s p \equiv |\vec{V}_s| |grad_s p| \cos \varepsilon \equiv |\vec{V}_s| \frac{\partial p}{\partial n} \cos \varepsilon,$$

де $grad_s p$ — горизонтальний градієнт тиску; ε – кут між курсом корабля і напрямом градієнта тиску. Швидкість корабля звичайно вимірюється у вузлах ($1 \text{ вузол} = 1 \frac{\text{морська миля}}{\text{год}} = 1.85 \frac{\text{км}}{\text{год}}$). Модуль горизонтального градієнта тиску $|grad_s p|$, або $\frac{\partial p}{\partial n}$, визначається за допомогою синоптичної карти, де величина Δp відповідає різниці тиску двох сусідніх ізобар на приземній карті, тобто дорівнює 5 гПа, а Δn є відстанню між ізобарами в кілометрах, рівною відстані на карті в сантиметрах, помноженій на 100 для масштабу карти $1:10^7$ (масштаб карти $1:10^7$ означає, що в 1 см карти міститься 10^7 см, або 100 км).

Таким чином,

$$\vec{V}_s \cdot grad_s p = \frac{1.85 \frac{\text{км}}{\text{год}} |\vec{V}_s| \text{вузли}}{1 \text{ вузол}} \frac{5 \text{ гПа}}{\Delta n \text{ см} \cdot \frac{100 \text{ км}}{\text{см}}} \cos \varepsilon, \text{ або}$$

$$\vec{V}_s \cdot grad_s p \approx 0.093 \frac{|\vec{V}_s|}{\Delta n} \cos \varepsilon \frac{\text{гПа}}{\text{год}} \frac{3 \text{ год}}{3 \text{ год}} \approx 0.28 \frac{|\vec{V}_s|}{\Delta n} \cos \varepsilon \frac{\text{гПа}}{3 \text{ год}}.$$

і остаточно отримуємо робочу формулу:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{d p}{d t} - 0.28 \frac{|\vec{V}_s|}{\Delta n} \cos \varepsilon,$$

в яку підставляємо швидкість корабля, \vec{V}_s , задано у вузлах, відстань між ізобарами, Δn , визначається в см карти масштабу $1:10^7$, а зміна тиску, $\frac{dp}{dt}$, на кораблі обчислюється в гПа/3 год.

Рекомендована література по вивченню теми [1–4]

1.2.2 Контрольні запитання до теми

1. Фізичний сенс локальної похідної.
2. Фізичний сенс індивідуальної похідної.
3. Чим обумовлена зміна температури з часом у фіксованій точці?
4. Чим обумовлена зміна температури з часом у об'ємі повітря, що рухається?
5. Чим будуть обумовлені зміни величини f у частинці, що рухається, якщо локальна похідна $\frac{\partial f}{\partial t}$ дорівнює нулю?

2 ДИНАМІКА ВІЛЬНОЇ АТМОСФЕРИ

Вільною атмосферою називають частину тропосфери, що розташована над граничним шаром та в якій вплив підстильної поверхні не позначається на режимі метеорологічних величин.

2.1 Градієнтний вітер

В динамічній метеорології для вільної атмосфери досить поширеними є моделі, в яких швидкість та напрямок вітру напряму залежать від градієнта тиску. Такий вітер отримав назву градієнтного.

Розглянемо дві найпростіші моделі градієнтного вітру:

- 1) вітер при кругових ізобарах. Цей вітер називають або градієнтним, або геоциклострофічним;
- 2) вітер при прямолінійних ізобарах, так званий геострофічний вітер.

2.1.1 Геоциклострофічний вітер

Рівняння для визначення градієнтного вітру (V_{ep}):

$$\frac{V_{ep}^2}{r} + \ell V_{ep} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad (2.1)$$

де r – радіус–вектор повітряної частинки, ℓ – параметр Коріоліса, $\frac{\partial p}{\partial r}$ – градієнт тиску.

Рівняння (2.1) означає рівновагу трьох сил, що віднесені до одиниці маси: відцентрової ($\frac{V_{ep}^2}{r}$), Коріоліса (ℓV_{ep}) та градієнта тиску ($-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}$). Його розв'язок має вигляд:

$$V_{ep} = -\frac{\ell r}{2} + \sqrt{\left(\frac{\ell r}{2}\right)^2 + \frac{r}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}}, \quad (2.2)$$

або

$$V_{ep} = \frac{\ell r}{2} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{4}{\rho r \ell^2} \frac{\partial p}{\partial r}} \right], \quad (2.3)$$

Швидкість градієнтного вітру збільшується зі збільшенням градієнта тиску; напрямок співпадає з напрямком дотичної до ізобари. В північній півкулі, де $\ell > 0$, в циклоні ($\frac{\partial p}{\partial r} > 0$) V_{gp} – додатна величина, тобто швидкість спрямована проти годинникової стрілки таким чином, що область низького тиску залишається по ліву сторону від напрямку руху (рис. 2.1).

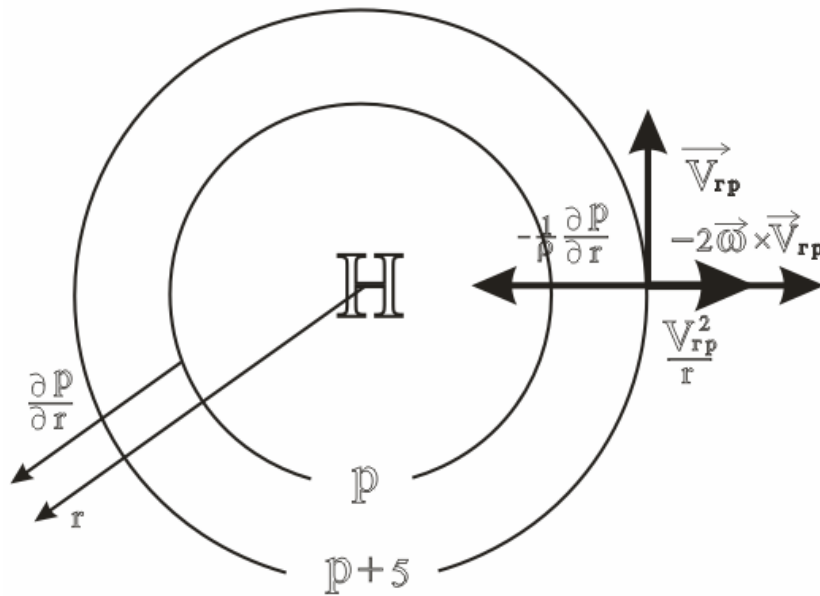


Рисунок 2.1. – Напрямок градієнтного вітру в циклоні в північній півкулі

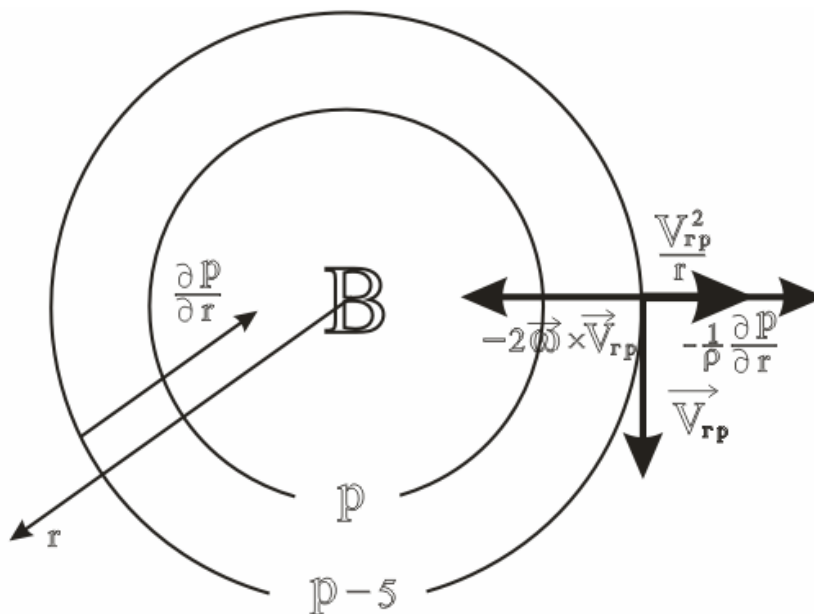


Рисунок 2.2. – Напрямок градієнтного вітру в антициклоні в північній півкулі.

В антициклонічному полі ($\frac{\partial p}{\partial r} < 0$), $V_{cp} < 0$, тобто рух здійснюється за годинниковою стрілкою та область низького тиску залишається також по ліву сторону (рис. 2.2).

Отже, в полі кругових ізобар швидкість руху залежить від величини баричного градієнта і спрямована по дотичній до ізобари таким чином, що область низького тиску залишається по ліву сторону від напрямку вітру.

2.1.2 Геострофічний вітер

В частому випадку, коли радіус кривизни ізобар настільки великий ($\rightarrow \infty$), що їх можна вважати прямолінійними, дією відцентрової сили можна знехтувати. Стаціонарний рух, швидкість якого визначається рівновагою двох сил – сили баричного градієнта і сили Коріоліса, називають геострофічний вітром.

Вирази для складових швидкості геострофічного вітру можна отримати з двох перших рівнянь руху, припускаючи, що рух є стаціонарним, та нехтуючи усіма силами, окрім сили Коріоліса та сили баричного градієнта. Третє рівняння вироджується в рівняння квазистатики, оскільки вертикальна складова швидкості дорівнює нулю ($w = 0$). Враховуючи всі припущення, дістанемо рівняння руху у вигляді:

$$0 = 2\omega_z v - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad 0 = -2\omega_z u - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (2.4)$$

Звідси знаходимо складові швидкості геострофічного вітру:

$$u_g = -\frac{1}{2\omega_z \rho} \frac{\partial p}{\partial y}, \quad v_g = \frac{1}{2\omega_z \rho} \frac{\partial p}{\partial x}. \quad (2.5)$$

За визначенням геострофічний вітер – це стаціонарна повітряна течія у прямолінійних ізобарах при відсутності сили тертя. Для модуля вектору геострофічного вітру, V_g , отримаємо вираз:

$$V_g = \frac{1}{l\rho} \frac{\partial p}{\partial n}, \quad u_g = -V_g \cos \alpha, \quad v_g = V_g \sin \alpha \quad (2.7)$$

де $\sin \alpha = \frac{\partial p / \partial y}{\partial p / \partial n}$, $\cos \alpha = \frac{\partial p / \partial x}{\partial p / \partial n}$, φ – широта, α – кут між вектором геострофічного вітру і віссю x , $l = 2\omega \sin \varphi$ – параметр Коріоліса.

Основні властивості геострофічного вітру.

1) Геострофічний вітер є прямо пропорційним горизонтальному градієнту тиску і обернено пропорційний густині та синусу широти місця. На екваторі поняття геострофічного вітру не має сенсу і тому практичне використання формул (3.3) і (3.4) можливо тільки для широт $|\varphi| > 5^\circ$.

2) Геострофічний спрямований уздовж ізобар. Доведемо це твердження. Розглянемо скалярний добуток швидкості геострофічного вітру на горизонтальний градієнт тиску:

$$(\vec{V}_g \cdot \text{grad } p) = u_g \frac{\partial p}{\partial x} + v_g \frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \quad (2.8)$$

Оскільки цей добуток виявився рівним нулю, то це означає, що вектор швидкості геострофічного вітру і градієнт тиску перпендикулярні. Проте градієнт тиску перпендикулярний ізобарам, і тому вітер повинен бути спрямований уздовж ізобар.

3) Відсутність прискорення визначає рівномірний і прямолінійний рух уздовж ізобар. Але швидкість геострофічного вітру буде стала, якщо градієнт тиску не буде змінюватися у напрямку руху. Це з іншого боку означає, що ізобари повинні бути рівнобіжні з постійним градієнтом.

4) Область низького тиску залишається ліворуч щодо руху в північній півкулі і праворуч – у південній. Це твердження відомо як баричний закон вітру.

Очевидно, що, якщо повітряна течія виникає внаслідок дії сили баричного градієнта, то відразу починає діяти сила Коріоліса, яка спрямована під прямим кутом вправо до вектора швидкості. В результаті встановлюється рівновага цих двох сил і вектор швидкості буде спрямований паралельно ізобарам під прямим кутом до сили баричного градієнта вправо (вліво до градієнта тиску), так, що низький тиск буде ліворуч (рис. 3.3).

Слід зазначити, що в природі ніколи не спостерігається сталий ламінарний рух та ще при строго прямолінійних ізобарах. У цьому розумінні можна було б стверджувати, що це чисто теоретичне поняття. Але, з іншого боку, численні дослідження показали, що вітер у вільній атмосфері дійсно близький до геострофічного. Щоб уникнути непорозумінь, вводять у розгляд так зване квазігеострофічне локальне наближення, яке повинне виконуватися в околі довільної точки з достатньою точністю і служити мірою оцінки характеристик швидкості повітряних течій. Очевидно, що у вільній атмосфері таке наближення буде цілком виправдано, а біля поверхні землі необхідно враховувати, що внаслідок тертя напрямок фактичного вітру буде відхилятися від напрямку

ізобар і геострофічного вітру у бік зниженого тиску на кут порядку декількох десятків градусів, а модуль швидкості буде занижений.

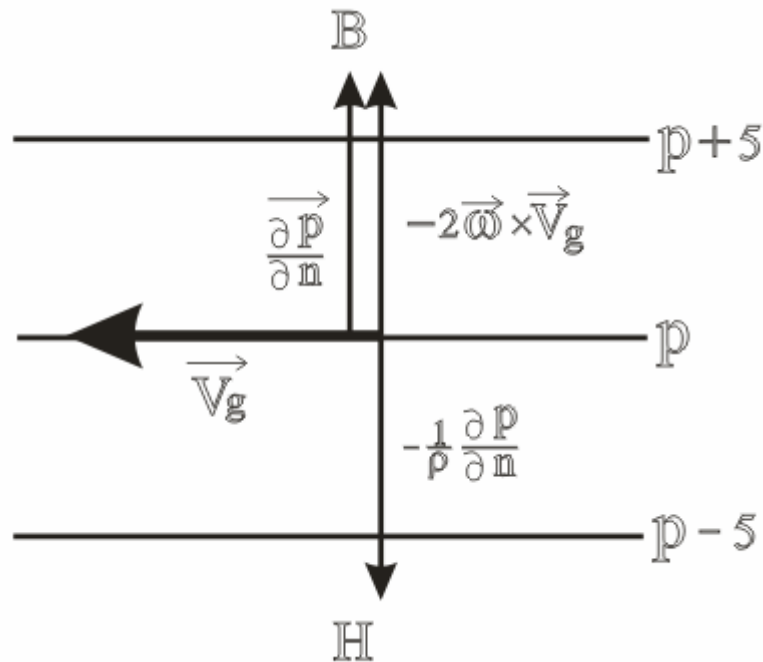


Рисунок 3.3 – Напрямок геострофічного вітру в північній півкулі.

Використання виведених співвідношень для вільної атмосфери вимагає переходу до ізобаричної системи координат, зокрема для карт баричної топографії варто перейти від тиску до геопотенціалу. Нагадаємо, що геопотенціалом або потенціалом сили ваги називається робота, яку необхідно зробити, щоб підняти одиницю маси від вихідного рівня до деякої висоти. Геопотенціал має вираз $\Phi = \int_0^z g dz$ і власне кажучи характеризує потенційну енергію повітряної частинки, що знаходиться на висоті z . При переміщенні частинки вздовж рівневої поверхні робота сили ваги дорівнює нулю. За нульову поверхню прийнято вважати поверхню моря. З рівнянь статики і стану маємо

$$d\Phi = g dz = -\frac{dp}{\rho} = -RT \frac{dp}{p}. \quad (2.9)$$

Виконуючи інтегрування цього рівняння від поверхні моря до рівня p і вводячи середню віртуальну температуру в шарі \bar{T}_v , знаходимо

$$\Phi_{abc} = RT_v \ln \frac{p_o}{p}. \quad (2.10)$$

Дана формула показує пряму залежність геопотенціала від середньої температури і тиску на рівні моря: чим вище температура і приземний тиск, тим більше значення має геопотенціал. Одиницею виміру геопотенціала довгий час служив динамічний метр $[\Phi] = 10 \text{ м}^2/\text{с}^2$, але в даний час використовується геопотенціальний метр (гп.м):

$$1 \text{ гп.м} = \frac{9.8}{g_{45}} \text{ м}, \quad (2.11)$$

де g_{45} – прискорення сили ваги на широті 45° і рівні моря. З цього співвідношення видно, що кількісно геопотенціальний і геометричний метри відрізняються незначно.

Оскільки тиск уздовж ізобаричної поверхні не змінюється $dp = \frac{\partial p}{\partial n} dn + \frac{\partial p}{\partial z} dz = 0$, то відповідно до рівняння статки і визначенню геопотенціалу маємо:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -\frac{\partial p}{\partial z} \frac{dz}{dn} = \rho \frac{\partial \Phi}{\partial n}, \quad (2.12)$$

Підстановка в (2.7) дає:

$$V_g = \frac{1}{l} \frac{\partial \Phi}{\partial n} = \frac{g}{l} \frac{\partial H}{\partial n}, \quad (2.13)$$

де H – висота ізобаричної поверхні в гп.м.

Із зв'язку між Φ и p випливає, що вектор геострофічного вітру перпендикулярний градієнту абсолютного геопотенціала і спрямований у північній півкулі так, що низькі значення геопотенціалу залишаються ліворуч (у південній півкулі – праворуч). Відповідно формула для практичного застосування перетворюється до вигляду:

$$V_g = \frac{27}{\Delta n_1 \sin \varphi}, \quad (2.14)$$

де Δh_1 – відстань між двома сусідніми ізогіпсами, кратними 4, яка дана в сотнях км.

Із порівняння формули оцінки геострофічного вітру по полю тиску і геопотенціалу, видно, що при однаковому масштабі синоптичних карт (приземних і висотних) відстань між ізобарами еквівалентна відстані між ізогіпсами, проведеними відповідно через 5 гПа і 4 дам, що дозволяє використовувати ту ж саму градієнтну лінійку для висотних і приземних карт.

2.1.3 Зв'язок між швидкостями геострофічного та градієнтного вітрів

Швидкості геострофічного та градієнтного вітрів можна пов'язати між собою певними співвідношеннями, які виявляються дуже корисними на практиці.

Швидкість градієнтного вітру V_{gp} в циклоні пов'язана зі швидкістю геострофічного вітру V_g , коріолісовим параметром ℓ і радіусом кривизни ізобари r співвідношенням:

$$V_{gp} = \frac{\ell r}{2} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{4V_g}{\ell r}} \right], \quad (2.15)$$

Для антициклона формула має вигляд:

$$V_{gp} = \frac{\ell r}{2} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4V_g}{\ell r}} \right], \quad (2.16)$$

У випадку малих значень співвідношення $\frac{V_g}{\ell r}$ доцільно користуватись формулою

$$V_{gp} = V_g \left[1 \mp \frac{V_g}{\ell r} \right], \quad (2.17)$$

де верхній знак відноситься до циклону, а нижній – до антициклона.

2.1.4 Приклади розв'язання типових задач

Задача № 1.

Умова. Вивести робочу формулу для визначення швидкості вітру в м/с на деякій широті, якщо відомий горизонтальний градієнт тиску в гПа/100 км. Прийняти, що густина повітря дорівнює 1.3 кг/м^3 .

Розв'язання задачі.

Робочі формули отримують для полегшення розрахунків, найчастіше їх отримують для формул, в яких розмірності вхідних та вихідних величин представлено в різних системах одиниць вимірювання. Наприклад, градієнт тиску зазвичай ми отримуємо в гПа на 100, 150 або 200 км (загальноживані масштаби синоптичних карт), а швидкість геострофічного вітру мусимо одержати в м/с. Тому має сенс мати формули, в які можна підставити градієнт тиску, наприклад, в гПа/100 км, і не переводячи в систему SI, отримати швидкість в м/с, яку і називають робочою формулою для геострофічного вітру. Окрім того, будь-яка формула включає незмінні величини, які зручно звести до постійного коефіцієнту.

$$\left[\frac{\partial p}{\partial n} \right] = \frac{\text{гПа}}{100\text{км}} = \frac{100\text{Па}}{10^5\text{м}}$$

$$\begin{aligned} V_g &= \frac{1}{2\rho\omega\sin(\varphi)} \frac{\partial p}{\partial n} = \\ &= \frac{1}{2 \cdot 1.3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 7.29 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{с}} \sin(\varphi)} \frac{\partial p}{\partial n} \frac{100\text{Па}}{10^5\text{м}} \approx \frac{5.3}{\sin(\varphi)} \frac{\partial p}{\partial n} \end{aligned}$$

Тобто робоча формула має вигляд $V_g = \frac{5.3}{\sin(\varphi)} \frac{\partial p}{\partial n}$, в яку підставляємо зміну тиску на 100 км та широту місця.

Задача № 2.

Умова. Обчислити відстань між ізобарами на карті масштабу $1:1.5 \cdot 10^7$, якщо швидкість геострофічного вітру дорівнює 17 м/с, температура повітря 20°C , тиск 995 гПа, широта 50° .

Дано:

$$V_g = 17 \text{ м/с}$$

$$T = 20^\circ \text{C} = 293 \text{ К}$$

$$p = 995 \text{ гПа} = 995 \cdot 10^2 \text{ Па}$$

$$\varphi = 50^\circ$$

$$M: 1:1.5 \cdot 10^7$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = ?$$

Розв'язання задачі.

Перш ніж обчислити відстань між ізобарами, необхідно розрахувати горизонтальний градієнт тиску $\frac{\partial p}{\partial n}$:

$$V_g = \frac{1}{2\rho\omega \sin(\varphi)} \frac{\partial p}{\partial n} \rightarrow \frac{\partial p}{\partial n} = 2\rho\omega \sin(\varphi) V_g.$$

Замінімо густину, ρ , з рівняння стану $p = \rho RT \rightarrow \rho = \frac{p}{RT}$.

$$\text{Тоді } \frac{\partial p}{\partial n} = 2\omega \sin(\varphi) \frac{V_g p}{RT}.$$

Знайдемо розмірність градієнту тиску:

$$\left[\frac{\partial p}{\partial n} \right] = \frac{\frac{\text{М}}{\text{с}} \cdot \text{Па}}{\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot \text{К}} \frac{1}{\text{с}} = \frac{\text{Па}}{\text{м}}.$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial n} &= \frac{17 \frac{\text{М}}{\text{с}} 995 \cdot 10^2 \text{ Па}}{287 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} 293 \text{ К}} \cdot 2 \cdot 7.29 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{с}} \sin(\varphi) \approx \\ &\approx 224.6 \frac{\text{Па}}{\text{м}} \cdot \frac{\text{гПа}}{10^2 \text{ Па}} \frac{1.5 \cdot 10^5 \text{ м}}{150 \text{ км}} \approx 3.3 \frac{\text{гПа}}{150 \text{ км}}. \end{aligned}$$

Масштаб карти $1:1.5 \cdot 10^7$ означає, що в 1 см карти міститься $1.5 \cdot 10^7$ см, або 150 км.

Ми отримали, що тиск змінюється на 3.3 гПа на 150 км, нам потрібно визначити на яку відстань (Δn) тиск змінюється на 5 гПа, оскільки саме через 5 гПа проводять ізобари. Тоді

$$\Delta n = \frac{150 \text{ км} \cdot 5 \text{ гПа}}{3.3 \text{ гПа}} \approx 227 \text{ км}.$$

Відстань між ізобарами 227 км, або $\frac{227 \text{ км} \cdot 1 \text{ см}}{150 \text{ км}} \approx 1.5 \text{ см}$.

Задача № 3.

Умова. Обчислити швидкість геострофічного вітру на рівні моря, якщо відстань між ізобарами на карті масштабу $1:10^7$ дорівнює 2.5 см. Температура повітря 10^0C , тиск в точці 1025 гПа, широта 45^0 .

Дано:

$$V_g = 17 \text{ м/с}$$

$$T = 10^0\text{C} = 283 \text{ К}$$

$$p = 1025 \text{ гПа} = 1025 \cdot 10^2 \text{ Па}$$

$$\varphi = 45^0$$

$$M: 1:10^7$$

$$V_g - ?$$

Розв'язання задачі.

Масштаб карти $1:10^7$ означає, що в 1 см карти міститься 10^7 см, або 100 км. Оскільки відстань між ізобарами (вважається, що їх проведено через 5 гПа) дорівнює 2.5 см, то

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \frac{5 \text{ гПа}}{150 \text{ км}}$$

Запишемо формулу для геострофічного вітру: $V_g = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n}$, замінимо

густину, ρ , з рівняння стану $p = \rho RT \rightarrow \rho = \frac{p}{RT}$, тобто $V_g = \frac{RT}{p} \frac{\partial p}{\partial n}$, причому, використовуючи цю формулу можна не переводити p з гПа в Па, оскільки вони скорочуються.

$$V_g = \frac{287 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 283 \text{ К}}{1025 \text{ гПа} \cdot 2 \cdot 7.29 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{с}} \sin 45^0} \cdot \frac{2.5 \text{ гПа}}{1.5 \cdot 10^5 \text{ м}} \approx 12.8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Задача № 4.

Умова. Визначити градієнтний вітер в точці, що знаходиться на відстані 700 км від центру циклону та розташована на широті 60^0 , якщо відстань між сусідніми ізобарами на приземній карті дорівнює 2.5 см. Масштаб карти $1:2 \cdot 10^7$. Прийняти, що густина повітря дорівнює 1.3 кг/м^3 .

Розв'язання задачі.

Знайдемо баричний градієнт. З умови видно, що зміна тиску на 5 гПа відбувається на 2.5 см карти. Масштаб карти $1:2 \cdot 10^7$ означає, що в 1 см карти міститься $2 \cdot 10^7$ см, або 200 км, тобто в 2.5 см карти міститься 500 км, звідси випливає, що баричний градієнт

$$\frac{\partial p}{\partial n} \approx \frac{5 \text{ гПа}}{500 \text{ км}} = \frac{1 \text{ гПа}}{100 \text{ км}}.$$

Радіус–вектор точки, r , дорівнює 700 км, або $7 \cdot 10^5$ м.

Скористуємось формулою (2.3), враховуючі, що $\ell = 2\omega \sin \varphi$:

$$V_{zp} = r\omega \sin \varphi \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{1}{\rho r \omega^2 \sin^2 \varphi} \frac{\partial p}{\partial r}} \right]$$

$$V_{zp} = 7 \cdot 10^5 \text{ м} \cdot 7.29 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{с}} \sin 60^\circ \times$$

$$\times \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{1}{1.3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} (7 \cdot 10^5)^2 \text{ м} \cdot (7.29 \cdot 10^{-5})^2 \frac{1}{\text{с}^2}} \frac{100 \text{ Па}}{10^5 \text{ м}}} \right] \approx 5.7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Рекомендована література по вивченню теми [1–4]

2.1.5 Контрольні питання до теми

1. Дайте визначення градієнтного вітру.
2. Від яких величин є залежним градієнтний вітер?
3. При рівновазі яких сил спостерігається градієнтний вітер?
4. Дайте визначення геострофічного вітру.
5. Перелічить властивості геострофічного вітру.
6. Від яких величин є залежним геострофічний вітер?
7. При рівновазі яких сил спостерігається геострофічний вітер?

2.2 Термічний вітер

Зміну геострофічного вітру в шарі $z_1 \dots z_2$, причому $z_1 < z_2$ пов'язану з горизонтальним градієнтом температури, називають *термічним вітром*:

$$\vec{V}_T = \vec{V}_g(z_2) - \vec{V}_g(z_1), \quad (2.18)$$

або інакше,

$$\vec{V}_g(z_2) = \vec{V}_g(z_1) + \vec{V}_T, \quad (2.19)$$

Щоб далі продовжити інтегрування, треба визначитися з формою зміни температури з висотою. Розглянемо два варіанти:

- 1) температура замінюється її середнім значенням \bar{T} у шарі від z_1 до z_2 ;
- 2) температура змінюється за лінійним законом $T = T_o - \gamma z$, де T_o – значення температури на рівні z_1 , γ – вертикальний градієнт температури в шарі від z_1 до z_2 .

Розглянемо послідовно результати інтегрування в обох випадках.

Випадок 1.

$$u_g(z_2) - u_g(z_1) = \frac{g\bar{T}}{l} \int_{z_1}^{z_2} \left(-\frac{1}{\bar{T}^2} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \right) dz = -\frac{g}{l\bar{T}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} (z_2 - z_1). \quad (2.20)$$

Аналогічно для іншої складової геострофічного вітру:

$$v_g(z_2) - v_g(z_1) = -\frac{g\bar{T}}{l} \int_{z_1}^{z_2} \left(-\frac{1}{\bar{T}^2} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \right) dz = \frac{g}{l\bar{T}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} (z_2 - z_1). \quad (2.21)$$

Вводячи позначення $\lambda = \frac{g}{\bar{T}}$ – параметр плавучості і $\Delta z = (z_2 - z_1)$ – товщина шару, остаточно отримаємо вирази для складових термічного вітру:

$$u_T = u_g(z_2) - u_g(z_1) = -\frac{\lambda}{l} \frac{\partial \bar{T}}{\partial y} \Delta z, \quad (2.22)$$

$$v_T = v_g(z_2) - v_g(z_1) = \frac{\lambda}{l} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \Delta z, \quad (2.23)$$

або для модуля вектору термічного вітру

$$V_T = V_g(z_2) - V_g(z_1) = \frac{\lambda}{l} \frac{\partial \bar{T}}{\partial n} \Delta z, \quad (2.24)$$

з яких випливає, що термічний вітер (або зміна геострофічного вітру з висотою) прямо пропорційний горизонтальному градієнту температури в шарі і його товщині, і обернено пропорційний синусу широті місця.

Випадок 2.

Переставляючи операції інтегрування по z і диференціювання по горизонтальній координаті, знайдемо спочатку інтеграл

$$\begin{aligned} \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{T} &= \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{T_o - \gamma z} = \frac{1}{\gamma} [\ln(T_o - \gamma z_1) - \ln(T_o - \gamma z_2)] = \\ &= \frac{1}{\gamma} \left[\ln T_o - \frac{\gamma z_1}{T_o} - \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma z_1}{T_o} \right)^2 - \ln T_o + \frac{\gamma z_2}{T_o} + \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma z_2}{T_o} \right)^2 \right] = \quad (2.25) \\ &= \frac{1}{\gamma} \left[\frac{\gamma(z_2 - z_1)}{T_o} + \frac{\gamma^2(z_2^2 - z_1^2)}{T_o^2} \right] = \frac{\gamma(z_2 - z_1)}{\gamma T_o} \left[1 + \frac{\gamma(z_2 + z_1)}{T_o} \right] \approx \frac{(z_2 - z_1)}{T_o}. \end{aligned}$$

Тут були використані наступні перетворення:

$$\ln(T_o - \gamma z) = \ln \left[T_o \left(1 - \frac{\gamma z}{T_o} \right) \right] = \ln T_o + \ln \left(1 - \frac{\gamma z}{T_o} \right) \cong \ln T_o - \frac{\gamma z}{T_o} - \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma z}{T_o} \right)^2, \quad (2.26)$$

У результаті підстановки отриманих результатів інтегрування знаходимо:

$$\frac{\partial}{\partial y} \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{T} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{z_2 - z_1}{T_o} \right] = - \frac{z_2 - z_1}{T_o^2} \frac{\partial T_o}{\partial y} = - \frac{\Delta z}{T_o^2} \frac{\partial T_o}{\partial y}, \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{T} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{z_2 - z_1}{T_o} \right] = \frac{z_2 - z_1}{T_o^2} \frac{\partial T_o}{\partial x} = \frac{\Delta z}{T_o^2} \frac{\partial T_o}{\partial x}. \quad (2.28)$$

Остаточно маємо:

$$u_T = u_g(z_2) - u_g(z_1) \frac{T_2}{T_1} = - \frac{g}{l} \frac{T_2}{T_o^2} \frac{\partial T_o}{\partial y} \Delta z \cong - \frac{\lambda}{l} \frac{\partial T_o}{\partial y} \Delta z, \quad (2.29)$$

$$v_T = v_g(z_2) - v_g(z_1) \frac{T_2}{T_1} = -\frac{g}{l} \left(-\frac{T_2}{T_0^2} \frac{\partial T_0}{\partial x} \Delta z \right) \cong \frac{\lambda}{l} \frac{\partial T_0}{\partial x} \Delta z. \quad (2.30)$$

Ці вирази також означають, що зміна геострофічного вітру з висотою також прямо пов'язана з горизонтальним градієнтом температури. По мірі віддалення від вихідного рівня роль термічної добавки зростає і геострофічний вітер наближається до термічного. Ізобари перебудовуються і стають паралельними ізотермам. Як показують спостереження, області підвищеного тиску у вільній атмосфері на великих висотах збігаються з областями підвищених температур, а циклонічні зони – з очагами холоду.

Оскільки в північній півкулі термічний градієнт спрямований від полюса до екватора, це припускає, що термічний вітер повинен бути спрямований перпендикулярно йому і вліво від нього, тобто з заходу на схід. І спостереження дійсно показують стійкий західно–східний перенос у тропосфері і посилення вітру з висотою: максимум швидкості відзначається на осі планетарної струминної течії.

На підставі отриманих виразів можна представити вертикальні градієнти складових геострофічного вітру (зсув геострофічного вітру):

$$\frac{\partial u_g}{\partial z} = -\frac{\lambda}{l} \frac{\partial T_0}{\partial y} \Delta z, \quad \frac{\partial v_g}{\partial z} = \frac{\lambda}{l} \frac{\partial T_0}{\partial x} \Delta z, \quad (2.31)$$

або для модуля вектора геострофічного вітру

$$\frac{\partial |\vec{V}_g|}{\partial z} = \frac{\lambda}{l} \frac{\partial T_0}{\partial n} \Delta z, \quad (2.32)$$

де n – напрямок нормалі до ізотерм у даній точці площини.

Формула (2.32) є формулою С.І. Троїцького для обчислення складових термічного вітру або вертикального зсуву геострофічного вітру.

2.2.1 Приклади розв'язання типових задач

Задача № 1.

Умова. Отримати робочу формулу для визначення термічного вітру в м/с на деякій широті, якщо відомі градієнт температури в К/200 км і товщина шару в км. Прийняти середню температуру $\bar{T} = 273\text{ К}$.

Дано:

$$\bar{T} = 273 \text{ К}$$

$$\left[\frac{\partial T}{\partial n} \right] = \frac{\text{К}}{200 \text{ км}} = \frac{\text{К}}{2 \cdot 10^5 \text{ м}}$$

$$\Delta z = \text{км} = 10^3 \text{ м}$$

$$g = 9.8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$$

Розв'язання задачі.

Формула для термічного вітру:

$$V_T = \frac{g}{\bar{T} 2 \omega \sin(\varphi)} \frac{\partial T}{\partial n} \Delta z.$$

$$V_T = \frac{9.8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{2 \cdot 273 \text{ К} \cdot 7.29 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{с}} \sin(\varphi)} \frac{\partial T}{\partial n} \frac{\text{К}}{2 \cdot 10^5 \text{ м}} \Delta z \cdot 10^3 \text{ м}$$

$$V_T \approx \frac{1.23}{\sin(\varphi)} \frac{\partial T}{\partial n} \Delta z.$$

Отримуємо робочу формулу для термічного вітру $V_T = \frac{1.23}{\sin(\varphi)} \frac{\partial T}{\partial n} \Delta z$, в

яку підставляємо замість градієнту температури різницю температур на 200 км, товщину шару в км та широту.

Задача № 2.

Умова. Знайти висоту обертання геострофічного вітру у вільній атмосфері, якщо відомо, що на висоті 1 км збільшення тиску на 5 гПа відбувається на тій самій відстані, що і зменшення температури на 3 К, середня температура в шарі дорівнює 273 К.

Умову задачі скорочено можна записати наступним чином:

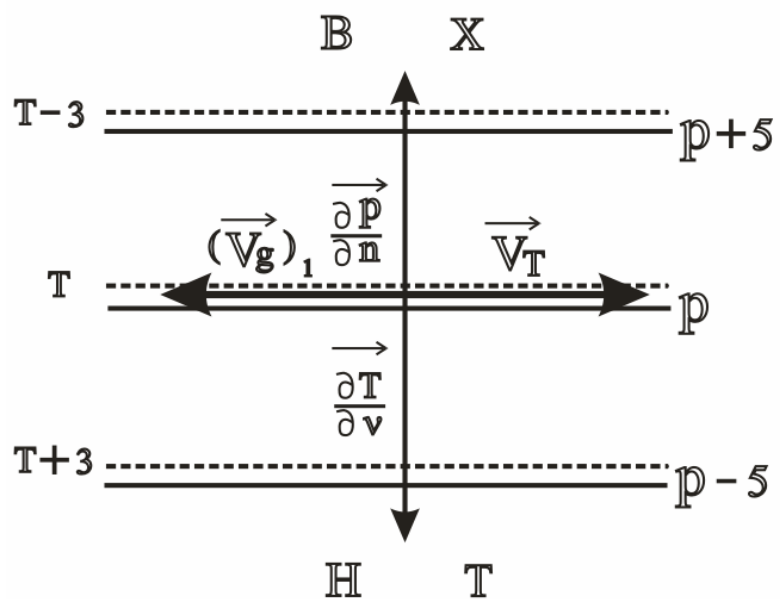
$$\bar{T} = 273 \text{ К}$$

$$\frac{\partial T}{\partial v} = \frac{3 \text{ К}}{\Delta v}$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \frac{5 \text{ гПа}}{\Delta n}$$

$$z_1 = 1 \text{ км} = 10^3 \text{ м}$$

$$z_{\text{обертання}} - ?$$



Розв'язання задачі.

Висотою обертання геострофічного вітру називають висоту, на якій геострофічний вітер обертається на нуль, тобто $\left|(\vec{V}_g)_2\right|=0$. З визначення термічного вітру випливає $\vec{V}_T = -(\vec{V}_g)_1$, або $|\vec{V}_T| = |(\vec{V}_g)_1|$ (рисунок).

Розпишемо цей вираз, використовуючи формули для термічного та геострофічного вітру:

$$\frac{g}{\ell \bar{T}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \nu} \Delta z = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n}; \rightarrow \Delta z = \frac{\bar{T}}{g \rho} \frac{\frac{\partial p}{\partial n}}{\frac{\partial \nu}{\partial T}}$$

$$\text{Звідси } z_{\text{обертання}} = z_1 + \frac{\bar{T}}{g \rho} \frac{\frac{\partial p}{\partial n}}{\frac{\partial \nu}{\partial T}}$$

З умов задачі випливає, що $\frac{\partial p}{\partial n} = \frac{5 \text{ гПа}}{\Delta n}$, $\frac{\partial \bar{T}}{\partial \nu} = \frac{3^{\circ} \text{ C}}{\Delta \nu}$, причому $\Delta \nu = \Delta n$,
тоді $\frac{\partial p}{\partial n} = \frac{5 \text{ гПа}}{\Delta n}$, $\frac{\partial \bar{T}}{\partial \nu} = \frac{3^{\circ} \text{ C}}{\Delta n}$.

Тоді маємо

$$z_{\text{обертання}} = 1000 \text{ м} + \frac{273 \text{ К}}{9.8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 1.3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} \frac{500 \text{ гПа}}{\frac{3 \text{ К}}{\Delta n}} \approx 1000 \text{ м} + 3571 \text{ м} \approx 4570 \text{ м}.$$

Задача № 3.

Умова. Визначити швидкість та напрямок геострофічного вітру на висоті 3 км, якщо на приземній синоптичній карті ізобари проходять паралельно широтному колу на відстані 2 см одна від одної, а ізотерми відхиляються на 30° вліво від ізобар. Тиск зростає з півночі на південь. Відстань між одиничними ізотермами дорівнює 1 см. Температура зменшується з південного–південного сходу на північний–північний захід. Горизонтальний градієнт температури не змінюється з висотою. Широта місця 50° . Масштаб карти $1:1.5 \cdot 10^7$. Прийняти $\bar{T} = 273 \text{ К}$, $\rho = 1.3 \text{ кг/м}^3$.

Умову задачі скорочено можна записати наступним чином:

Дано:

на 1 см (150 км) зміна температури складає 1 К;
на 2 см (300 км) зміна тиску складає 5 гПа;

$$z_1 = 0 \text{ м}$$

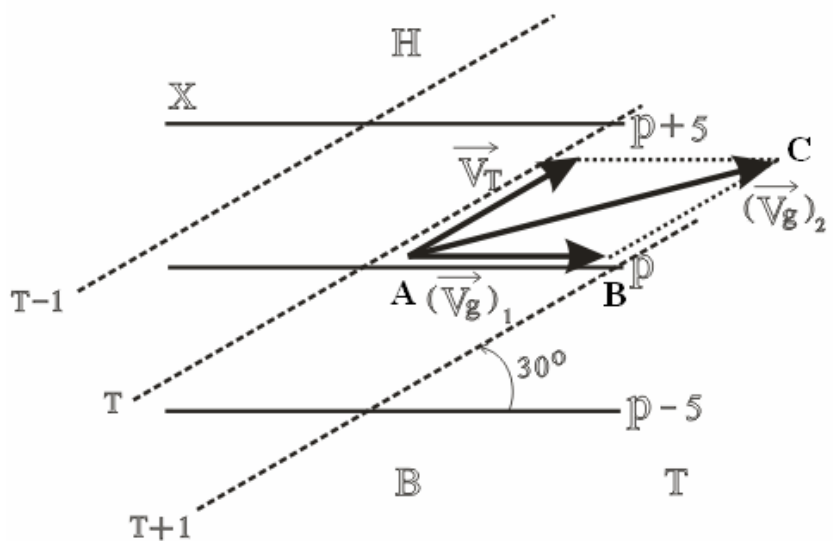
$$\bar{T} = 273 \text{ К}$$

$$\rho = 1.3 \text{ кг/м}^3$$

$$M: 1:1.5 \cdot 10^7$$

$$\varphi = 50^\circ$$

$$\left| (\vec{V}_g)_2 \right| - ?$$



Розв'язання задачі.

Оскільки є відомими відстані між ізобарами та одиничними ізотермами, можна обчислити градієнти тиску та температури, по яких можна отримати модулі геострофічного та термічного вітрів відповідно:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \frac{5 \text{ гПа}}{300 \text{ км}} = \frac{2.5 \text{ гПа}}{150 \text{ км}}, \quad \frac{\partial T}{\partial n} = \frac{1 \text{ К}}{150 \text{ км}}$$

Всі величини задано для стандартних умов ($\bar{T} = 273 \text{ К}$, $\rho = 1.29 \text{ кг/м}^3$), тому можна скористатись робочими формулами:

для $\frac{\partial p}{\partial n}$, заданого на 150 км, вона матиме вигляд:

$$V_g = \frac{3.6}{\sin \varphi} \frac{\partial p}{\partial n}, \quad V_g = \frac{3.6}{\sin 50^\circ} 2.5 \approx 11.8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

для $\frac{\partial T}{\partial n}$, заданого на 150 км, вона матиме вигляд:

$$V_T = \frac{1.64}{\sin \varphi} \frac{\partial T}{\partial n} \Delta z, \quad V_T = \frac{1.64}{\sin 50^\circ} \cdot 3 \approx 6.4 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Геострофічний вітер на рівні 3 км, $(\vec{V}_g)_2$, представляє собою (за визначенням термічного вітру) векторну суму геострофічного вітру біля поверхні землі $(\vec{V}_g)_1$ та термічного вітру \vec{V}_T у трикілометровому шарі. На рисунку показано напрямки термічного вітру та геострофічного вітрів біля поверхні землі та на трикілометровому рівні. Геострофічний вітер на рівні 3 км можна знайти з трикутника ABC , який утворено векторами \vec{V}_T , $(\vec{V}_g)_1$ та $(\vec{V}_g)_2$, якщо перенести вектор \vec{V}_T паралельно самому собі, сполучивши його початок з кінцем вектору $(\vec{V}_g)_1$, а його кінець – з кінцем вектору $(\vec{V}_g)_2$. У трикутнику ABC кут \hat{B} дорівнює 150° , оскільки $\hat{B} = 180^\circ - 30^\circ$, де 30° – це кут між ізобарою та ізотермою (за умовою задачі), або між ізобарою та вектором \vec{V}_T . Таким чином. У трикутника ABC є відомими дві сторони та кут між ними, що дозволяє скористатись теоремою косинусів, щоб знайти сторону AC , або вектор $(\vec{V}_g)_2$:

$$AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \hat{B}} = \\ = \sqrt{(11.8)^2 + (6.4)^2 - 2 \cdot (11.8) \cdot (6.4) \cdot \cos 150^\circ} \approx 17.6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Спрямований вектор $(\vec{V}_g)_2$ приблизно на схід–північний–схід за побудовою, тобто геострофічний вітер захід–південно–західний. Отримати більш точне значення напрямку можна за допомогою теореми синусів:

$$\frac{BC}{\sin \hat{A}} = \frac{AC}{\sin \hat{B}} \rightarrow \sin \hat{A} = \frac{\sin \hat{B}}{AC} \cdot BC;$$

$$\hat{A} = \arcsin\left(\frac{\sin \hat{B}}{AC} \cdot BC\right) = \arcsin\left(\frac{\sin 150^\circ}{17.6} \cdot 6.4\right) \approx 10.5^\circ.$$

Тобто вектор геострофічного вітру відхиляється від західного напрямку лише на 10° вліво.

Рекомендована література по вивченню теми [1–4].

2.2.1 Контрольні питання до теми

1. Дайте визначення термічного вітру.
2. Від яких величин є залежним термічний вітер?
3. Як спрямований вектор термічного вітру?
4. Доведіть, що вектори термічного вітру та градієнта температури є перпендикулярними.
5. Як можна знайти геострофічний вітер на верхньому рівні, якщо відомі геострофічний вітер на нижньому рівні та термічний вітер у шарі?
6. Що таке висота обертання геострофічного вітру?

2.3 Геострофічна адвекція температури

Виявлені вище закономірності дозволяють оцінювати локальні зміни температури у вільній атмосфері, обумовлені адвекцією, за допомогою спостережень зміни геострофічного вітру з висотою. Припустимо, що повітряна маса рухається адіабатично, тобто її температура при зміщенні не змінюється $\left(\frac{dT}{dt} = 0\right)$, а вертикальні складові малі. Тоді локальна зміна температури буде обумовлена тільки її адвективними змінами

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{adv} = -\left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y}\right), \quad (2.33)$$

Якщо рух вважати геострофічним, то

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{adv} &= -\left(u_g \frac{\partial T}{\partial x} + v_g \frac{\partial T}{\partial y}\right) = -\left(-\frac{1}{l\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{l\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y}\right) = \\ &= -\frac{1}{l\rho} \left(\frac{1}{l\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{1}{l\rho} \frac{\partial p}{\partial y} \frac{\partial T}{\partial x}\right) = -\frac{1}{l\rho} \frac{\partial p}{\partial n} \frac{\partial T}{\partial n} \sin \alpha, \end{aligned} \quad (2.34)$$

де α – кут між горизонтальними градієнтами тиску і температури. Додатним вважається напрямок проти годинникової стрілки.

З цих співвідношень випливає, що в північній півкулі додатна геострофічна адвекція («геострофічна адвекція тепла») має місце при правому повороті геострофічного вітру з висотою, а від'ємна («геострофічна адвекція холоду») – при лівому.

2.3.1 Приклади розв'язання типових задач

Задача № 1.

Умова. Вивести робочу формулу для визначення геострофічної адвекції (в $^{\circ}\text{C}/\text{год}$) на деякій широті, якщо відомі значення горизонтальних градієнтів тиску (в $\text{гПа}/100 \text{ км}$), температури (в $^{\circ}\text{C}/100 \text{ км}$) та кут між ними. Густина повітря $1.3 \text{ кг}/\text{м}^3$.

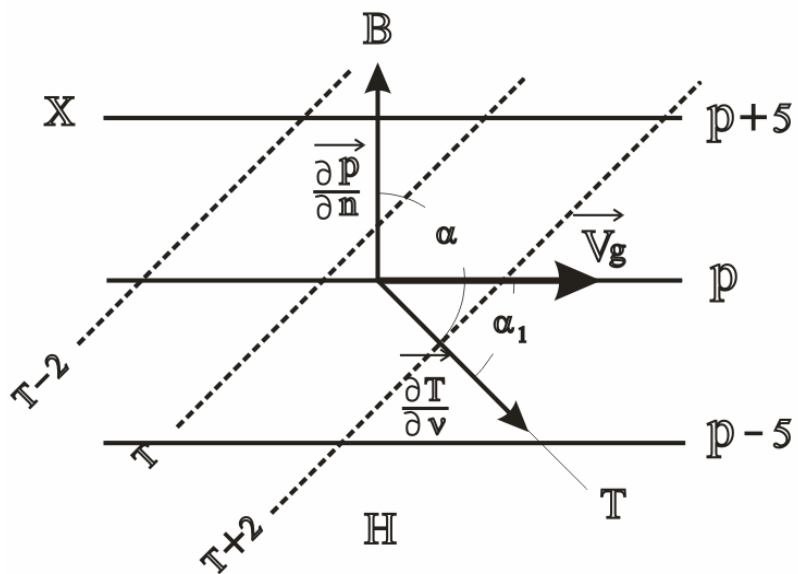
Умову задачі скорочено можна записати наступним чином:

Дано:

$$\left[\frac{\partial T}{\partial n} \right] = \frac{\text{К}}{100 \text{ км}} = \frac{\text{К}}{10^5 \text{ м}}$$

$$\left[\frac{\partial p}{\partial n} \right] = \frac{\text{гПа}}{100 \text{ км}} = \frac{10^2 \text{ Па}}{10^5 \text{ м}}$$

$$\rho = 1.3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$



Розв'язання задачі.

Формула для геострофічної адвекції температури має вигляд:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = - \left(u_g \frac{\partial T}{\partial x} + v_g \frac{\partial T}{\partial y} \right),$$

або, якщо записати цю формули через скалярний добуток між векторами геострофічного вітру \vec{V}_g та градієнта температури $\frac{\partial T}{\partial v}$, вона матиме вигляд:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = - |\vec{V}_g| \cdot \frac{\partial T}{\partial v} \cdot \cos \alpha_1,$$

де α_1 – кут між векторами \vec{V}_g та $\frac{\partial T}{\partial v}$.

Перепишемо цей вираз з урахуванням формули для геострофічного вітру:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{2\rho\omega \sin \varphi} \frac{\partial p}{\partial n} \frac{\partial T}{\partial \nu} \cos \alpha_1.$$

Необхідно виразити кут α_1 через кут між горизонтальними градієнтами температури та тиску, α , враховуючи, що задано саме його. З графічної побудови видно, що $\alpha_1 = \alpha - 90^\circ$:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{2\rho\omega \sin \varphi} \frac{\partial p}{\partial n} \frac{\partial T}{\partial \nu} \cos(\alpha - 90^\circ) = -\frac{1}{2\rho\omega \sin \varphi} \frac{\partial p}{\partial n} \frac{\partial T}{\partial \nu} \sin \alpha.$$

Знайдемо розмірність геострофічної адвекції температури:

$$\left[\frac{\partial T}{\partial t} \right] = \left[\frac{1}{2\rho\omega \sin \varphi} \frac{\partial p}{\partial n} \frac{\partial T}{\partial \nu} \sin \alpha \right] = \frac{1}{\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \frac{1}{\text{с}}} \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}^2} \frac{^\circ\text{C}}{\text{м}} \frac{^\circ\text{C}}{\text{м}} = \frac{^\circ\text{C}}{\text{с}}.$$

Підставимо всі відомі величини:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{2 \cdot 1.3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 7.29 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{с}} \sin \varphi} \frac{\partial p}{\partial n} \frac{10^2 \text{Па}}{10^5 \text{м}} \frac{\partial T}{\partial \nu} \frac{^\circ\text{C}}{10^5 \text{м}} \sin \alpha;$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} \approx -5.3 \frac{\partial p}{\partial n} \frac{\partial T}{\partial \nu} \frac{\sin \alpha}{\sin \varphi} 10^{-5} \frac{^\circ\text{C}}{\text{с}} \frac{3600 \text{с}}{1 \text{год}} \approx -0.19 \frac{\partial p}{\partial n} \frac{\partial T}{\partial \nu} \frac{\sin \alpha}{\sin \varphi}.$$

Рекомендована література по вивченню теми [1–4].

2.3.2 Контрольні питання до теми

1. Дайте визначення адвекції температури.
2. Дайте визначення геострофічній адвекції температури?
3. В якому випадку має місце додатна геострофічна адвекція в північній півкулі?
4. В якому випадку має місце від'ємна геострофічна адвекція в північній півкулі?

Додаток А

Дані об'єктивного аналізу полів метеорологічних величин у окремих вузлах сітки, отримані від Британської метеослужби за 00 ГСЧ 28.08.2000

Варіант 1. $\lambda = 30.42^\circ$ в.д., $\varphi = 47.50^\circ$ с.ш. $\Delta x=62,4$ км, $\Delta y=62,3$ км					
Вузли	0	1	2	3	4
Ps	1015.6	1014,7	1016,6	1016,4	1014,7
Ts	14.6				
H925		784	801	798	782
H850		1490	1508	1503	1486
H700		3063	3081	3079	3061
H500		5685	5699	5696	5682
H300		9345	9355	9349	9338

Примітки: Ps, Ts - значення тиску на середньому рівні моря та температури повітря (гПа, (C),) у приземному шарі, H925, H850, H700, H500, H300 - значення висот ізобаричних поверхонь (м). $\Delta\lambda = 0.83^\circ$, $\Delta\varphi = 0.56^\circ$.

Варіант 2. $\lambda = 32.08^\circ$ в.д., $\varphi = 47.50^\circ$ с.ш. $\Delta x=62,4$ км, $\Delta y=62,3$ км					
Вузли	0	1	2	3	4
Ps	1013.9	1013,1	1014,9	1014,7	1013,0
Ts	15.1				
H925		771	788	784	768
H850		1476	1496	1490	1471
H700		3047	3068	3063	3043
H500		5678	5690	5685	5673
H300		9345	9350	9345	9338

Варіант 3. $\lambda = 33.75^\circ$ в.д., $\varphi = 47.50^\circ$ с.ш. $\Delta x=62,4$ км, $\Delta y=62,3$ км					
Вузли	0	1	2	3	4
Ps	1012.4	1011,7	1013,4	1013,1	1011,4
Ts	15.6				
H925		759	776	771	753
H850		1463	1484	1476	1455
H700		3036	3056	3047	3028
H500		5672	5684	5678	5667
H300		9342	9351	9345	9337

Варіант 4. $\lambda = 37.08^\circ$ в.д., $\varphi = 47.50^\circ$ с.ш. $\Delta x=62,4$ км, $\Delta y=62,3$ км					
Вузли	0	1		3	4
Ps	1010.7	1010,8	1011,9	1010,7	1009,0
Ts	15.5				
H925		750	762	751	736
H850		1455	1468	1454	1440
H700		3035	3043	3030	3026
H500		5665	5676	5667	5657
H300		9316	9337	9331	9313

Варіант 5. $\lambda = 38.75^\circ$ в.д., $\varphi = 47.50^\circ$ с.ш. $\Delta x=62,4$ км, $\Delta y=62,3$ км					
Вузли	0	1	2	3	4
Ps	1011.1	1011,6	1012,3	1010,8	1009,9
Ts	15.7				
H925		758	765	750	743
H850		1464	1472	1455	1449
H700		3046	3048	3035	3035
H500		5670	5676	5665	5657
H300		9313	9329	9316	9296

Варіант 6. $\lambda = 40.42^\circ$ в.д., $\varphi = 47.50^\circ$ с.ш. $\Delta x=62,4$ км, $\Delta y=62,3$ км					
Вузли	0	1	2	3	4
Ps	1012.0	1012,3	1012,8	1011,6	1011,2
Ts	16.1				
H925		766	771	758	756
H850		1473	1479	1464	1463
H700		3059	3057	3046	3051
H500		5683	5682	5670	5670
H300		9332	9333	9313	9309

Варіант 7. $\lambda = 30.42^\circ$ в.д., $\varphi = 46.39^\circ$ с.ш. $\Delta x=63,7$ км, $\Delta y=62,3$ км					
Вузли	0	1	2	3	4
Ps	1013.4	1012,7	1014,7	1014,5	1012,6
Ts	16.5				
H925		766	782	782	767
H850		1468	1486	1486	1471
H700		3044	3061	3063	3049
H500		5670	5682	5684	5672
H300		9331	9338	9334	9326

Варіант 8. $\lambda = 32.08^\circ$ в.д., $\varphi = 46.39^\circ$ с.ш. $\Delta x=63,7$ км, $\Delta y=62,3$ км					
Вузли	0	1	2	3	4
Ps	1011.9	1011,0	1013,0	1012,7	1010,8
Ts	16.5				
H925		749	768	766	751
H850		1451	1471	1468	1454
H700		3027	3043	3044	3031
H500		5663	5673	5670	5661
H300		9331	9338	9331	9324

Варіант 9. $\lambda = 33.75^\circ$ в.д., $\varphi = 46.39^\circ$ с.ш. $\Delta x=63,7$ км, $\Delta y=62,3$ км					
Вузли	0	1	2	3	4
Ps	1010.0	1009,0	1011,4	1011,0	1009,0
Ts	15.2				
H925		734	753	749	734
H850		1437	1455	1451	1438
H700		3018	3028	3027	3019
H500		5655	5667	5663	5653
H300		9326	9337	9331	9319

Варіант 10. $\lambda = 37.08^\circ$ в.д., $\varphi = 46.39^\circ$ с.ш. $\Delta x=63,7$ км, $\Delta y=62,3$ км					
Вузли	0	1		3	4
Ps	1007.5	1008,0	1009,0	1007,5	1006,7
Ts	19.2				
H925		730	736	725	721
H850		1437	1440	1431	1429
H700		3024	3026	3018	3015
H500		5646	5657	5649	5639
H300		9287	9313	9313	9286

Варіант 11. $\lambda = 38.75^\circ$ в.д., $\varphi = 46.39^\circ$ с.ш. $\Delta x=63,7$ км, $\Delta y=62,3$ км					
Вузли	0	1	2	3	4
Ps	1008.9	1009,8	1009,9	1008,0	1008,3
Ts	17.0				
H925		745	743	730	734
H850		1453	1449	1437	1443
H700		3040	3035	3024	3029
H500		5654	5657	5646	5642
H300		9286	9296	9287	9270

Варіант 12. $\lambda = 40.42^\circ$ в.д., $\varphi = 46.39^\circ$ с.ш. $\Delta x=63,7$ км, $\Delta y=62,3$ км					
Вузли	0	1	2	3	4
Ps	1010.7	1011,3	1011,2	1009,8	1010,3
Ts	17.0				
H925		759	756	745	752
H850		1468	1463	1453	1462
H700		3057	3051	3040	3050
H500		5675	5670	5654	5661
H300		9321	9309	9286	9299

Варіант 13. $\lambda = 30.42^\circ$ в.д., $\varphi = 45.28^\circ$ с.ш. $\Delta x=65$ км, $\Delta y=62,3$ км					
Вузли	0	1	2	3	4
Ps	1011.9	1010,9	1012,6	1013,0	1011,8
Ts	19.2				
H925		754	767	770	761
H850		1459	1471	1475	1466
H700		3037	3049	3054	3046
H500		5662	5672	5675	5664
H300		9315	9326	9317	9301

Варіант 14. $\lambda = 32.08^\circ$ в.д., $\varphi = 45.28^\circ$ с.ш. $\Delta x=65$ км, $\Delta y=62,3$ км					
Вузли	0	1	2	3	4
Ps	1010.1	1009,2	1010,8	1010,9	1010,1
Ts	19.1				
H925		739	751	754	748
H850		1443	1454	1459	1452
H700		3022	3031	3037	3031
H500		5650	5661	5662	5652
H300		9308	9324	9315	9294

Варіант 15. $\lambda = 33.75^\circ$ в.д., $\varphi = 45.28^\circ$ с.ш. $\Delta x=65$ км, $\Delta y=62,3$ км					
Вузли	0	1	2	3	4
Ps	1008.5	1007,8	1009,0	1009,2	1008,7
Ts	16.5				
H925		727	734	739	736
H850		1432	1438	1443	1440
H700		3014	3019	3022	3020
H500		5639	5653	5650	5639
H300		9294	9319	9308	9281

Варіант 16. $\lambda = 37.08^\circ$ в.д., $\varphi = 45.28^\circ$ с.ш. $\Delta x=65$ км, $\Delta y=62,3$ км					
Вузли	0	1		3	4
Ps	1006.7	1007,5	1006,7	1006,4	1007,6
Ts	19.3				
H925		729	721	719	730
H850		1438	1429	1426	1438
H700		3022	3015	3010	3021
H500		5635	5639	5632	5633
H300		9264	9286	9276	9260

Варіант 17. $\lambda = 38.75^\circ$ в.д., $\varphi = 45.28^\circ$ с.ш. $\Delta x=65$ км, $\Delta y=62,3$ км					
Вузли	0	1	2	3	4
Ps	1008.4	1009,4	1008,3	1007,5	1009,4
Ts	17.1				
H925		745	734	729	744
H850		1455	1443	1438	1453
H700		3042	3029	3022	3036
H500		5649	5642	5635	5641
H300		9284	9270	9264	9272

Варіант 18. $\lambda = 40.42^\circ$ в.д., $\varphi = 45.28^\circ$ с.ш. $\Delta x=65$ км, $\Delta y=62,3$ км					
Вузли	0	1	2	3	4
Ps	1010.2	1010,7	1010,3	1009,4	1010,4
Ts	16.7				
H925		759	752	745	756
H850		1471	1462	1455	1467
H700		3061	3050	3042	3056
H500		5674	5661	5679	5664
H300		9333	9299	9284	9323

Варіант 19. $\lambda = 30.42^\circ$ в.д., $\varphi = 43.06^\circ$ с.ш. $\Delta x=67,5$ км, $\Delta y=62,3$ км					
Вузли	0	1	2	3	4
Ps	1013.2	1010,7	1012,7	1013,9	1013,8
Ts	20.5				
H925		771	769	781	782
H850		1475	1473	1484	1487
H700		3049	3050	3060	3061
H500		5655	5662	5671	5665
H300		9259	9277	9285	9276

Варіант 20. $\lambda = 32.08^\circ$ в.д., $\varphi = 43.06^\circ$ с.ш. $\Delta x = 67,5$ км, $\Delta y = 62,3$ км					
Вузли	0	1	2	3	4
P _s	1012.3	1012,0	1011,4	1012,7	1013,2
T _s	20.7				
H925		765	760	771	776
H850		1469	1464	1475	1480
H700		3044	3041	3049	3051
H500		5645	5649	5655	5649
H300		9244	9260	9259	9248

Додаток Б

Задачі по визначенню індивідуальної або локальної зміни метеорологічних величин у часі.

1. Ізобари на синоптичній карті являють собою паралельні лінії, розташовані в меридіональному напрямі на відстані 1,7 см один від одного. Тиск росте із заходу на схід. Корабель рухається в північно-східному напрямі зі швидкістю 12,5 вузла, барометр на ньому показує тенденцію зростання тиску на 1,8 гПа за три години. Визначити величину барометричної тенденції.

2. Розрахуйте зміну температури за 4 години в рухомому аеростаті, якщо він переміщається в горизонтальній площині на схід з швидкістю 8 м/с, а в фіксованій точці на станції за цей час температура підвищилася на $0,72^{\circ}\text{K}$. Горизонтальний градієнт температури направлений на схід, його величина дорівнює $0,8^{\circ}\text{K}/100$ км.

3. Аеростат зміщується на південь, прилади на ньому зафіксували зміну температури, яка перевищує відповідну зміну температури на станції за годину на $1,5^{\circ}\text{K}$. Горизонтальний градієнт температури направлений на південь і його модуль рівний $0,5^{\circ}\text{K}/100$ км. Обчислити швидкість руху частинки.

4. Обчислити складові швидкості повітряної частки, яка рухається в горизонтальній площині на північний схід, якщо її температура згодом не міняється, а в фіксованій точці температура знижується на $0,36^{\circ}\text{K}$ за годину. Горизонтальний градієнт температури направлений по вектору швидкості і його модуль дорівнює $1^{\circ}\text{K}/100$ км.

5. Ізобари на синоптичній карті являють собою паралельні лінії, розташовані в меридіональному напрямі на відстані 1,5 см одна від одної. Тиск росте із заходу на схід. Корабель рухається в північно-західному напрямі зі швидкістю 16 вузлів, барометр на ньому показує тенденцію падіння тиску на 1,5 гПа за три години. Визначити величину барометричної тенденції.

6. Ізобари на синоптичній карті являють собою паралельні лінії, розташовані в меридіональному напрямі на відстані 3 см один від одного. Тиск росте з сходу на захід. Корабель рухається в північно-західному напрямі зі швидкістю 14 вузлів, барометр на ньому показує тенденцію зростання тиску на 1,8 гПа за три години. Визначити величину барометричної тенденції.

7. Обчислити зміну температури за 2 години в аеростаті, який рухається на північний захід зі швидкістю 10 м/с, якщо ізотерми (лінії рівних значень температури) проведені з півдня на північ через 1° паралельно меридіану і відстоять одна від одної на 100 км, а локальна

зміна температури не відмічається. Рух відбувається в горизонтальній площині.

8.Ізобари на синоптичній карті являють собою паралельні лінії, розташовані в широтному напрямі на відстані 2 см одна від одної. Тиск росте з півдня на північ. Корабель рухається в північно-західному напрямі з швидкістю 13 вузлів, барометр на ньому показує тенденцію зростання тиску на 3 гПа за три години. Визначити величину барометричної тенденції.

9.Ізобари на синоптичній карті являють собою паралельні лінії, розташовані в меридіональному напрямі на відстані 3 см одна від одної. Тиск росте з сходу на захід. Корабель рухається в північно-західному напрямі з швидкістю 14 вузлів, барометр на ньому показує тенденцію зростання тиску на 1,8 гПа за три години. Визначити величину барометричної тенденції.

10.Обчислити зміну температури за 2 години в аеростаті, який рухається на схід зі швидкістю 10 м/с, якщо ізотерми проведені через 1°K паралельно меридіану і відстоять одна від одної на 100 км і ростуть із заходу на схід, а локальна зміна температури $+0.8^\circ\text{K/годину}$. Рух відбувається в горизонтальній площині.

11.Ізобари на синоптичній карті являють собою паралельні лінії, розташовані в широтному напрямі на відстані 2,5 см одна від одної. Тиск росте з півдня на північ. Корабель рухається в північно-західному напрямі з швидкістю 15 вузлів, барометр на ньому показує тенденцію зростання тиску на 2 гПа за три години. Визначити величину барометричної тенденції.

12.Визначити швидкість переміщення урівноваженого аеростата, якщо температура в ньому при його русі не змінюється, а в фіксованій точці спостерігається пониження температури, яке дорівнює $0,3^\circ\text{C/годину}$. Відомо, що модуль вектора горизонтального градієнта температури рівний $0,01^\circ\text{C/км}$ і його напрям складає кут 60° (з напрямом руху аеростата).

13.Ізобари на синоптичній карті являють собою паралельні лінії, розташовані в меридіональному напрямі на відстані 3 см один від одного. Тиск росте із заходу на схід. Корабель рухається в північно-західному напрямі з швидкістю 18 вузлів, барометр на ньому показує тенденцію падіння тиску на 1,8 гПа за три години. Визначити величину барометричної тенденції.

14.Повітряна маса адіабатично підіймається з швидкістю 2,5 см/с. Наскільки градусів і як зміниться температура на фіксованому рівні за 6 годин, якщо вертикальний градієнт рівний $0,65$ град/100 м. Температура убуває з висотою.

15.Ізобари на синоптичній карті являють собою паралельні лінії, розташовані в широтному напрямі на відстані 2 см одна від одної. Тиск

росте з півночі на південь. Корабель рухається в північно-західному напрямі з швидкістю 14 вузлів, барометр на ньому показує тенденцію падіння тиску на 2 гПа за три години. Визначити величину барометричної тенденції.

16. На скільки зміниться за 1 годину температура частки, що зміщається в горизонтальній площині на північний схід зі швидкістю 10 м/с, якщо в цьому ж районі температура в нерухомій точці знизилася за 1 годину на $0,2^{\circ}\text{K}$, а горизонтальний градієнт температури, рівний $2^{\circ}\text{C}/100$ км, направлений на південь?

17. Ізобари на синоптичній карті являють собою паралельні лінії, розташовані в широтному напрямі на відстані 1,5 см один від одного. Тиск росте з півночі на південь. Корабель рухається в північно-східному напрямі з швидкістю 14 вузлів, барометр на ньому показує падіння тиску на 1,4 гПа за три години. Визначити величину барометричної тенденції.

18. Частка підіймається вертикально вгору зі швидкістю 1 см/с. Обчислити зміну її температури за 3 години, якщо градієнт температури направлений вертикально вниз і його модуль рівний $0,5^{\circ}\text{C}/100$ м, а в фіксованій точці простору за вказаний час температура зросла на 1°C .

19. Ізобари на синоптичній карті являють собою паралельні лінії, розташовані в меридіональному напрямі на відстані 2,7 см один від одного. Тиск росте із заходу на схід. Корабель рухається в північно-східному напрямі з швидкістю 13,5 вузла, барометр на ньому показує тенденцію зростання тиску на 1,5 гПа за три години. Визначити величину барометричної тенденції.

20. Розрахуйте зміну температури за 6 годин в аеростаті, який рухається в горизонтальній площині на схід зі швидкістю 10 м/с, а в фіксованій точці на станції за цей час температура знизилася на $0,7^{\circ}\text{K}$. Горизонтальний градієнт температури направлений на захід, його величина рівна $1,8^{\circ}\text{K}/100$ км.

Додаток В

Таблиця В.1 - Дані об'єктивного аналізу полів вітру, отримані від Британської метеослужби за 00ГСЧ 28.08.2000

1 варіант: 29.58, 47.5 DX=62.4						2 варіант: 30.42, 45.28 DX=65 KM					
АТ	u,v	1	2	3	4	АТ	u,v	1	2	3	4
980	u	-1.0	-0,65	-1,13	-1,63	980	u	-2,0	-7,0	-0,63	4,13
	v	-4,63	-4,13	-3,75	-4,63		v	-6,63	-8,13	-7,25	-7,13
925	u	-10.25	-9.38	-9.38	-10.63	925	u	-0.63	-6.63	-0.58	4.13
	v	-6.0	-5.0	-4.38	-5.75		v	-7.38	-8.38	-9.88	-8.13
850	u	-14.25	-13.63	-13.5	-12.75	850	u	1.25	-5.0	-1.0	3.63
	v	-6.63	-5.0	-5.5	-7.63		v	-8.13	-10.0	-10.5	-7.88
700	u	-15.25	-13.5	-12.5	-12.63	700	u	3.38	-3.75	-1.0	3.38
	v	-8.88	-7.75	-7.25	-8.75		v	-8.63	-10.38	-10.38	-8.13
500	u	-6.75	-6.5	-6.5	-6.25	500	u	-0.63	-4.0	-2.63	-0.38
	v	-7.75	-7.0	-6.75	-8.0		v	-7.0	-7.63	-8.25	-7.25
300	u	-10.25	-10.0	-9.75	-10.0	300	u	-10.88	-9.25	-11.13	-13.38
	v	-6.5	-5.38	-4.13	-6.13		v	-6.5	-5.25	-6.13	-7.63

Примітки: перші цифри позначають східну довготу, другі - північну широту, треті - крок сітки у км в залежності від широти. Всюди DY=62.3 км

3 варіант: 30.42, 46,39..DX=63.7						4 варіант: 30.42, 44.17..DX=66.3					
АТ	u,v	1	2	3	4	АТ	u,v	1	2	3	4
980	u	-6.75	-0.88	-2.50	-5.13	980	u	7.63	4.63	6.25	7.38
	v	-7.5	-4.88	-5.5	-8.13		v	-4.5	-7.13	-7.25	-5.13
925	u	-11.63	-11.38	-9.63	-6.63	925	u	8.5	4.13	5.0	7.88
	v	-7.63	-6.25	-7.13	-8.38		v	-6.63	-9.63	-10.0	-7.25
850	u	-10.63	-13.63	-9.38	-5.0	850	u	8.5	3.63	3.5	7.5
	v	-9.63	-8.13	-9.25	-10.0		v	-4.63	-7.88	-7.88	-4.63
700	u	-8.13	-13.25	-9.13	-3.75	700	u	7.0	3.38	0.88	4.25
	v	-9.63	-9.25	-9.75	-10.38		v	-5.13	-8.13	-8.25	-5.25
500	u	-5.50	-6.25	-5.63	-4.0	500	u	1.13	-0.38	-0.25	0.75
	v	-7.88	-8.0	-8.25	-7.63		v	-5.38	-7.25	-8.50	-6.75
300	u	-9.13	-9.63	-9.50	-9.25	300	u	-16.25	-13.38	-12.25	-11.38
	v	-5.25	-6.38	-5.50	-5.25		v	-7.38	-7.63	-6.38	-5.88

5 варіант: 30.42, 44.72..DX=65.75						6 варіант: 30.42, 43.06..DX=67.5					
АТ	u,v	1	2	3	4	АТ	u,v	1	2	3	4
980	u	4.13	-0.63	4.75	7.13	980	u	8.50	7.38	6.25	8.0
	v	-5.63	-7.63	-7.38	-6.0		v	-2.0	-5.13	-5.63	-2.50
925	u	5.13	-0.75	3.0	6.88	925	u	10.13	7.88	7.13	9.25
	v	-6.63	-8.75	-9.63	-6.63		v	-1.88	-5.38	-5.38	-2.0
850	u	5.75	-0.13	1.63	6.0	850	u	10.88	7.50	7.50	10.0
	v	-6.63	-9.38	-9.38	-6.0		v	-1.88	-4.63	-5.75	-2.63
700	u	6.38	1.13	0.38	3.88	700	u	7.50	4.25	4.0	7.50
	v	-6.75	-9.50	-9.25	-6.63		v	-2.25	-5.25	-7.0	-4.75
500	u	0.88	-1.63	-1.38	0.38	500	u	1.50	0.75	2.63	4.25
	v	-6.25	-7.38	-8.25	-6.75		v	-4.75	-6.75	-10.38	-8.88
300	u	-14.0	-10.63	-12.88	-15.13	300	u	-4.13	-11.38	5.13	11.88
	v	-7.75	-6.63	-6.75	-7.0		v	-5.25	-5.88	-10.75	-11.0

7 варіант: 32.08, 46.39..DX=63.7						8 варіант: 32.08, 43.61..DX=66.9					
АТ	u,v	1	2	3	4	АТ	u,v	1	2	3	4
980	u	-5.0	-1.88	-6.75	-7.0	980	u	11.0	8.50	8.63	9.63
	v	-7.88	-4.88	-7.50	-8.13		v	0.0	-3.0	-3.50	0.38
925	u	-12.0	-12.63	-11.63	-7.25	925	u	13.50	10.38	9.75	11.75
	v	-9.0	-7.38	-7.63	-7.50		v	-0.38	-3.75	-3.75	0.13
850	u	-9.50	-14.63	-10.63	-3.50	850	u	14.63	11.38	10.0	12.88
	v	-9.50	-9.63	-9.63	-8.63		v	-1.0	-3.50	-3.13	0.63
700	u	-5.25	-13.13	-8.13	0.0	700	u	12.13	10.25	6.88	9.63
	v	-7.88	-10.0	-9.63	-9.0		v	-1.38	-3.88	-3.88	-0.88
500	u	-6.13	-7.38	-5.50	-3.0	500	u	2.13	2.0	1.13	1.50
	v	-8.38	-7.75	-7.88	-7.50		v	-3.25	-4.50	-4.63	-3.13
300	u	-11.63	-10.0	-9.13	-10.88	300	u	-13.0	-17.0	-13.50	-5.13
	v	-5.88	-5.55	-5.25	-5.0		v	-6.75	-7.88	-5.88	-4.50

9 варіант: 33.75, 44.17..DX=66.3						10 варіант: 33.75, 46.39..DX=63.7					
АТ	u,v	1	2	3	4	АТ	u,v	1	2	3	4
980	u	12.63	6.0	9.63	12.0	980	u	-4.75	-2.25	-5.0	-2.50
	v	0.13	-1.88	-1.75	1.25		v	-8.13	-5.38	-7.88	-6.25
925	u	15.38	8.75	12.0	13.13	925	u	-11.63	-13.50	-12.0	-5.63
	v	0.13	-2.63	-2.25	0.75		v	-8.13	-8.13	-9.0	-7.13
850	u	17.38	12.0	13.63	16.50	850	u	-8.38	-14.88	-9.50	-0.38
	v	-0.50	-3.0	-2.50	-0.25		v	-5.0	-9.0	-9.50	-6.0
700	u	16.25	13.88	13.0	14.13	700	u	-3.63	-12.25	-5.25	3.63
	v	-1.25	-3.88	-3.0	-0.75		v	-3.38	-7.25	-7.88	-6.25
500	u	4.75	4.38	2.75	3.0	500	u	-7.0	-10.13	-6.13	-1.38
	v	-3.75	-5.13	-4.25	-3.13		v	-8.0	-7.88	-8.38	-7.50
300	u	-13.88	-18.0	-16.88	-10.38	300	u	-14.0	-12.25	-11.63	-15.50
	v	-8.88	-11.50	-9.13	-6.13		v	-8.88	-6.63	-5.88	-8.75

11 варіант: 35.42, 48.06 DX=61.8						12 варіант: 35.42, 45.83 DX=64.4					
АТ	u,v	1	2	3	4	АТ	u,v	1	2	3	4
980	u	-3,5	-5,0	-3,75	-3,38	980	u	-2,75	-7,25	2,38	4,5
	v	-1,88	-3,88	-3,5	-3,38		v	1,25	-6,88	-5,63	-0,25
925	u	-11,88	-13,75	-11,75	-14,0	925	u	-1,13	-11,75	-3,88	7,63
	v	-0,13	-1,75	-2,63	-4,13		v	2,75	-5,25	-5,75	-0,5
850	u	-16,75	-14,63	-15,0	-18,13	850	u	2,75	-8,13	1,0	10,38
	v	-2,63	-2,88	-4,88	-5,25		v	3,88	-1,5	-3,75	0,0
700	u	-20,63	-18,38	-19,75	-17,63	700	u	4,5	-3,38	4,75	11,5
	v	-4,75	-6,63	-9,0	-3,5		v	1,88	-0,63	-4,13	-0,63
500	u	-15,25	-13,88	-13,25	-13,75	500	u	-2,13	-7,38	-1,25	2,75
	v	-4,5	-4,63	-5,5	-5,88		v	-4,0	-6,75	-6,5	-4,5
300	u	-15,75	-13,75	-13,13	-15,13	300	u	-11,0	-13,25	-15,5	-14,88
	v	-6,0	-4,0	-5,38	-7,5		v	-14,13	-9,88	-11,5	-15,5

13 варіант: 35.42, 41.94 DX=68.7						14 варіант: 37.08, 48.06 DX=61.8					
АТ	u,v	1	2	3	4	АТ	u,v	1	2	3	4
980	u	7.13	11.5	6.25	2.88	980	u	-4.25	-4.63	-3.5	-4.63
	v	-0.63	1.13	3.63	0.63		v	0.38	-2.13	-1.88	-2.13
925	u	7.88	13.63	8.38	3.75	925	u	-12.0	-13.25	-11.88	-14.75
	v	-0.88	0.88	0.88	0.63		v	2.25	1.25	-0.13	-1.38
850	u	9,38	14,0	12,38	6,88	850	u	-16,75	-15,0	-16,75	-18,5
	v	0,38	0,88	-0,38	0,38		v	0,38	-0,25	-2,63	-0,25
700	u	9,5	10,75	9,88	9,5	700	u	-18,25	-18,75	-2,63	-15,38
	v	3,63	2,88	2,75	3,75		v	1,0	-4,25	-4,75	3,88
500	u	6,88	2,5	5,5	11,0	500	u	-15,25	-15,38	-15,25	-14,13
	v	1,13	-2,25	-1,0	1,13		v	-1,75	-3,38	-4,5	-3,75
300	u	28,5	16,63	21,13	32,25	300	u	-17,38	-15,88	-15,75	-17,13
	v	18,63	10,25	7,13	14,25		v	-2,5	-3,0	-6,0	-7,0

15 варіант: 37.08, 45.83 DX=64.4						16 варіант: 37.08, 43.61 DX=66.9					
АТ	u,v	1	2	3	4	АТ	u,v	1	2	3	4
980	u	-1.75	-10.25	-2.75	5.38	980	u	12.25	13.5	13.88	12.75
	v	6.5	1.63	1.25	6.13		v	3.13	4.13	2.88	1.5
925	u	1.63	-10.38	-1.13	8.63	925	u	13.88	15.75	17.38	15.38
	v	11.0	4.13	2.75	7.88		v	3.75	5.0	3.0	1.63
850	u	5.0	-5.63	2.75	10.0	850	u	14.0	16.0	17.75	15.0
	v	11.38	7.38	3.88	8.25		v	4.0	5.0	2.13	1.75
700	u	4.5	-1.75	4.5	9.88	700	u	13.13	14.38	14.88	12.63
	v	8.38	5.0	1.88	6.0		v	5.5	4.13	2.25	4.13
500	u	-2.75	-7.75	-2.13	2.13	500	u	7.0	5.5	4.38	5.0
	v	-0.75	-3.5	-4.0	-1.88		v	4.88	0.13	-1.38	1.88
300	u	-7.0	-12.13	-11.0	-6.5	300	u	19.13	6.0	6.13	19.75
	v	-5.5	-10.25	-14.13	-9.75		v	17.88	4.75	5.13	16.75

17 варіант: 37.08, 41.94 DX=68.7						18 варіант: 38.75, 47.5 DX=62.4					
АТ	u,v	1	2	3	4	АТ	u,v	1	2	3	4
980	u	7.63	10.5	7.13	4.25	980	u	-4.75	-3.75	-5.25	-6.88
	v	-2.0	-0.38	-0.63	0.13		v	-0.63	1.0	-1.88	0.0
925	u	8.25	12.38	7.88	4.75	925	u	-13.13	-11.88	-14.75	-13.13
	v	-2.25	0.0	-0.88	-0.75		v	3.13	3.38	0.75	5.5
850	u	8.25	12.38	9.38	5.38	850	u	-14.5	-16.0	-17.63	-9.75
	v	-0.38	1.13	0.38	0.13		v	5.0	1.38	2.25	9.38
700	u	8.63	10.75	9.5	8.5	700	u	-9.63	-16.5	-13.25	-4.38
	v	4.63	4.25	3.63	4.25		v	9.88	3.25	6.75	9.38
500	u	9.0	5.63	6.88	11.88	500	u	-12.88	-14.63	-13.88	-11.63
	v	9.0	2.88	1.13	6.25		v	2.38	0.0	-2.25	0.5
300	u	33.38	26.38	28.5	35.38	300	u	-15.13	-17.13	-17.5	-15.5
	v	25.25	20.88	18.63	21.75		v	4.63	0.88	-4.5	-0.88

19 варіант: 38.75, 45.83 DX=64.4						20 варіант: 38.75, 42.5 DX=68.1					
АТ	u,v	1	2	3	4	АТ	u,v	1	2	3	4
980	u	-1.88	-5.5	-1.75	1.38	980	u	6.88	9.75	10.5	7.13
	v	3.88	2.88	6.5	5.38		v	-2.88	0.5	-1.13	-3.38
925	u	3.25	-6.63	1.63	9.38	925	u	7.0	10.63	11.63	7.88
	v	11.63	10.25	11.0	12.13		v	-3.0	0.63	-1.0	-3.75
850	u	7.0	-0.63	5.0	9.88	850	u	6.88	10.63	11.13	7.25
	v	11.88	12.5	11.38	12.5		v	-1.38	1.75	0.63	-2.0
700	u	5.13	0.63	4.5	8.63	700	u	8.25	11.13	10.13	7.5
	v	10.75	8.75	8.385	9.88		v	4.38	5.38	4.63	4.75
500	u	-1.25	-7.75	-2.75	2.88	500	u	9.75	8.38	7.0	10.13
	v	5.75	1.5	-0.75	3.38		v	14.25	10.5	7.5	12.25
300	u	3.63	-10.88	-7.0	6.38	300	u	31.13	28.0	29.75	33.5
	v	13.75	0.63	-5.5	9.0		v	26.75	25.75	24.63	25.63

Додаток Г

Задачі по визначенню характеристик геострофічного вітру у тропосфері.

1. Обчисліть швидкість геострофічного вітру на рівні моря, якщо відстань між сусідніми ізобарами на карті масштабу $1:10^7$ дорівнює 4,5 см. Температура повітря 10°C , тиск в точці 1025 гПа, широта 45° півн.ш.
2. На широті 60° ізобари розташовані вдвічі густіше, ніж на широті 30° . Яке співвідношення в швидкостях вітру при інших рівних умовах.
3. Оцінити зміну геострофічного вітру зі зміною широти та температури:
1) $\varphi = 90^\circ, T = 250^\circ\text{K}, p = 1015\text{gPa}$,
2) $\varphi = 60^\circ, T = 273^\circ\text{K}, p = 1015\text{gPa}$,
3) $\varphi = 30^\circ, T = 300^\circ\text{K}, p = 1015\text{gPa}$
при незмінному градієнту тиску, який дорівнює 1,5 гПа/100 км.
4. Визначити швидкість і напрям геострофічного вітру, якщо широтна і меридіональна складові горизонтального градієнта тиску дорівнюють відповідно 2 і 1 гПа/100 км. Широта місця 45° . Прийняти густину повітря $1,3\text{ кг/м}^3$.
5. Вивести робочу формулу для визначення швидкості геострофічного вітру в м/с на деякій широті, якщо відомий горизонтальний градієнт тиску в гПа/100 км. Прийняти густину повітря $1,27 \cdot 10^{-3}\text{ т/м}^3$.
6. Вивести робочу формулу для визначення швидкості геострофічного вітру в м/с на деякій широті, якщо відомий горизонтальний градієнт тиску в гПа/150 км. Прийняти густину повітря $1,27 \cdot 10^{-3}\text{ т/м}^3$.
7. Вивести робочу формулу для визначення швидкості геострофічного вітру в м/с, якщо відомі широта місця φ , абсолютна температура $T^\circ\text{K}$, тиск P в гПа та розстань Δp між ізобарами, що проведені через 5 гПа.
8. Вивести робочу формулу для визначення швидкості геострофічного вітру в м/с на деякій широті, якщо відомий горизонтальний градієнт геопотенціала в гп.дкм/100 км.
9. Вивести робочу формулу для визначення швидкості геострофічного вітру в м/с на деякій широті, якщо відомий горизонтальний градієнт геопотенціала в гп.дкм/150 км.
10. Розрахувати швидкості геострофічного вітру в залежності від відстані між ізобарами (1, 2, 3, 4 і 5 см) на карті масштабу $1:10^7$ для широти 60° . Прийняти густину повітря $1,27 \cdot 10^{-3}\text{ т/м}^3$.
11. Обчисліть швидкість геострофічного вітру на рівні моря, якщо відстань між сусідніми ізобарами на карті масштабу $1:10^7$ дорівнює 3 см для широти 60° при стандартному значенні густини повітря $1,27 \cdot 10^{-3}\text{ т/м}^3$

12. Обчислити відстань між ізобарами на карті масштабу $1:1,5 \cdot 10^7$, якщо швидкість геострофічного вітру рівна 7 м/с , температура повітря 20°C , тиск 995 гПа , широта 54° .
13. Як повинна бути відстань між ізобарами на карті масштабу $1:10^7$ на широтах $30, 60$ і 80° , якщо швидкість геострофічного вітру дорівнює $20, 15, 10$ і 5 м/с , при стандартній густині $1,27 \cdot 10^{-3} \text{ т/м}^3$.
14. Якою повинна бути відстань між ізобарами на карті масштабу $1:10^7$ на широтах 30 і 70° , щоб швидкість геострофічного вітру дорівнювала 10 м/с .
15. На карті абсолютної топографії 700 гПа при зміщенні вздовж меридіана від широти $47,5$ до $42,5^\circ$ геопотенціал поменшав на 3 гп.дкм . Який по величині і напрямку є зональний геострофічний вітер?
16. Визначити швидкість геострофічного вітру на ізобаричній поверхні 700 гПа , якщо відстань між сусідніми ізогіпсами дорівнює $2,5 \text{ см}$. Широта місця 50° , масштаб карти $1:2 \cdot 10^7$.
17. Визначити швидкість геострофічного вітру на поверхні 500 гПа , якщо відстань між сусідніми ізогіпсами на карті масштабу $1:2 \cdot 10^7$ дорівнює $3,5 \text{ см}$ для широти 60° .
18. При зміщенні вздовж меридіана від широти $57,5$ до широти $52,5^\circ$ тиск зріс на 1% . Який по величині і напрямку широтний геострофічний вітер, якщо температура дорівнює 7°C ?
19. Розрахувати градієнтну лінійку швидкості геострофічного вітру в перерахунку на відстань, яку пройде повітряна частка за 12 годин для широти 30° півн.ш. і карти масштабу $1:10^7$.
20. Розрахувати градієнтну лінійку швидкості геострофічного вітру в перерахунку на відстань, яку пройде повітряна частка за 12 годин, для широти 45° с.ш. і карти масштабу $1:10^7$.

Додаток Д

Задачі по визначенню характеристик термічного вітру у тропосфері.

1. Знайти висоту обертання вітру у вільній атмосфері, якщо відомо, що на висоті 1 км збільшення тиску на 5 гПа відбувається на тій же відстані, що і зменшення температури на 3°C .
2. Знайти висоту обертання вітру, якщо горизонтальний градієнт температури дорівнює $1,5^{\circ}\text{K}/100\text{ км}$, а геострофічний вітер дорівнює 8 м/с на висоті 1,5 км. Прийняти $\varphi=45^{\circ}$ півд.ш.
3. Визначити середній горизонтальний градієнт температури у шарі 1-4 км, якщо на нижній границі шаруа баричний градієнт направлений на північ і дорівнює $5\text{ гПа}/100\text{ км}$, а на верхній границі направлений на схід і дорівнює $5\text{ гПа}/600\text{ км}$. Прийняти $\bar{T} = 300^{\circ}\text{K}$, $\rho = 1,22\text{кг}/\text{м}^3$, $\varphi = 30^{\circ}$ півн.ш.
4. Знайти швидкість термічного вітру в шарі товщиною 2 км на широті 45° , якщо горизонтальний градієнт температури дорівнює $2,5^{\circ}\text{K}/150\text{ км}$ і середня температура шару становить 273°K .
5. Отримати робочу формулу для визначення термічного вітру в м/с на деякій широті, якщо відомі середній горизонтальний градієнт температури в град/100 км і товщина шару в кілометрах. Прийняти середню температуру шару $\bar{T} = 273^{\circ}\text{C}$
6. Отримати робочу формулу для визначення термічного вітру в м/с на деякій широті, якщо відомі середній горизонтальний градієнт температури в град/150 км і товщина шару в кілометрах. Прийняти середню температуру шару $\bar{T} = 273^{\circ}\text{C}$
7. Отримати робочу формулу для визначення термічного вітру в м/с на деякій широті, якщо відомий градієнт відносного геопотенціалу в $\text{гп.дкм}/200\text{ км}$.
8. Отримати робочу формулу для визначення термічного вітру в м/с на деякій широті, якщо відомий градієнт відносного геопотенціалу в $\text{гп.дкм}/150\text{ км}$.
9. Визначити геострофічний вітер на висоті 2 км і широті 55° , якщо вітер на рівні 1 км направлений з півдня на північ дорівнює 8 м/с, а середній горизонтальний градієнт температури дорівнює $2\text{ град}/100\text{ км}$ і направлений з півночі на південь
10. Визначити геострофічний вітер на висоті 1800 м і широті 60° , якщо вітер на рівні 1000 м західний і дорівнює 6 м/с, а середній горизонтальний градієнт температури дорівнює $2,5\text{ град}/100\text{ км}$ і направлений з півдні на північ.

11. Де більше термічний вітер: на полюсі або на широті 45° при інших рівних умовах?
12. Знайти середній горизонтальний градієнт температури і його напрям в шарі від 1 до 3 км, якщо вітер на висоті 3 км північний і дорівнює 10 м/с, а на висоті 3 км північно-західний 8 м/с. Широта місця 60° і $\bar{T} = 300^\circ K$.
13. Як направлений і чому дорівнює градієнт температури на рівні 1 км, якщо на тому ж рівні тиск росте із заходу на схід на 7 гПа на кожний 500 км, а на висоті 4 км має місце обертання геострофічного вітру?
14. Як направлений і чому рівний геострофічний вітер у землі, якщо на поверхні 500 гПа він північний і дорівнює 17 м/с, а геопотенціал росте з півночі на південь на 1 гп.дкм/100 км. Широта 60° .
15. Як спрямований і чому дорівнює геострофічний вітер на поверхні 500 гПа, якщо він у землі південний зі швидкістю 10 м/с, а ізогіпси H_{1000}^{500} розташовані уздовж широт і віддалені одна від одної на 1,5 см для карти масштабу $1:1,5 \cdot 10^7$?
16. Геопотенціал росте з півночі на південь. Широта 60° . Вивести робочу формулу для визначення геострофічної адвекції в град/годину у землі на деякій широті, якщо відомі горизонтальні градієнти тиску в гПа/100 км, температури в град/100 км і кут між ними. Прийняти густину повітря $1,27 \cdot 10^{-3} \text{ т/м}^3$.
17. Вивести робочу формулу для визначення геострофічної адвекції в град/годину у землі на деякій широті, якщо відомі горизонтальні градієнти тиску в гПа/150 км, температури в град/150 км і кут між ними. Прийняти густину повітря $1,27 \cdot 10^{-3} \text{ т/м}^3$.
18. Вивести робочу формулу для визначення геострофічної адвекції в град/годину на ізобаричній поверхні на деякій широті, якщо відомі горизонтальні градієнти геопотенціала в гп.дкм/100 км, температури в град/100 км і кут між ними.
19. Вивести робочу формулу для визначення геострофічної адвекції в град/годину на ізобарической поверхні на деякій широті, якщо відомі горизонтальні градієнти геопотенціала в гп.дкм/150 км, температури в град/150 км і кут між ними.
20. Вивести робочу формулу для визначення геострофічної адвекції в град/год у шарі між поверхнями 1000 та 700 гПа, якщо відомі горизонтальні градієнти геопотенціалу на АТ-700 і H_{1000}^{500} в гп.дкм/100 км, кут між ними та широта місця.

Література

Основна

1. Динамическая метеорология (под ред. Д.Л. Лайхтмана). – Л.: Гидрометеиздат, 1976.
2. Динамічна метеорологія. Конспект лекцій //Казаков О.Л.. Одеса: ОДЕКУ, 2003.
3. Степаненко С.Н. Конспект лекцій по курсу «Метеорологія і кліматологія» (частина II «Динамическая метеорологія»). – Одеса, 2003 г.
4. Задачник по динамической метеорологии – Л.: Гидрометеиздат. 1984.

Додаткова

1. Задачник по динамической метеорологии. //Под ред. Д.Л.Лайхтмана и Л.С.Гандина -Л.: Гидрометеиздат, 1967. –218 с.
2. Тарнопольський А.Г. Фізика граничного шару атмосфери. Одеса: Бахва, 2001. –152 с.

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до практичних занять
та виконання контрольних робіт
з дисципліни „Метеорологія та кліматологія”
(частина III „Динамічна метеорологія”)
для студентів III курсу
денної форми навчання**

Напрямок підготовки „Гідрометеорологія”

Укладачі: доц. Казаков О.Л., ас. Хоменко І.А.

Підп. до друку
Умовн. друк. арк.

Формат
Тираж

Папір
Зам. №

Надруковано з готового оригінал-макета

Одеський державний екологічний університет
65016, Одеса, вул.Львівська, 15
