МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Одеський державний екологічний університет

ЗАТВЕРДЖЕНО
на засіданні групи забезпечення спеціальності 103 «Науки про Землю»
від « 31 » серпня 2020 року
протокол № 1

Голова групи ________Шакірзанова Ж.Р.

УЗГОДЖЕНО
Директор гідрометеорологічного інституту

________________________Овчарук В.А.
(назва факультету, прізвище, ініціали)

СИЛЛАБУС

навчальної дисципліни
Методи аналізу випадкових метеорологічних процесів
(назва навчальної дисципліни)

103 «Науки про Землю»
(шифр та назва спеціальності)

«Метеорологія і кліматологія» («Кліматологія»)
(назва освітньої програми)

магістр	денна
(рівень вищої освіти)	(форма навчання)

І рік	2	4 кр./120 год.	іспит
(рік навчання)	(семестр навчання)	(кількість кредитів ЄКТС/годин)	(форма контролю)

Метеорології та кліматології
(кафедра)

Одеса, 2020 р.

Автор: Гончарова Л.Д., к.геогр.н., доц.
(прізвище, ініціали, посада, науковий ступінь, вчена звання)

Поточна редакція розглянута на засіданні кафедри метеорології та кліматології від « 28 » серпня 2020 року, протокол № 1 .

Викладач: Лекційні модулі, іспит – Гончарова Л.Д., к.геогр.н., доц.
(вид навчального заняття: прізвище, ініціали, посада, науковий ступінь, вчена звання)

Практичні модулі – Гончарова Л.Д., к.геогр.н., доц.
(вид навчального заняття: прізвище, ініціали, посада, науковий ступінь, вчена звання)

Перелік попередніх редакцій

Прізвища та ініціали авторів	Дата, № протоколу	Дата набуття чинності

1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Мета	**Мета навчальної дисципліни** полягає у тому, щоб магістри отримали систему теоретичних знань для дослідження статистичної структури випадкових процесів і навичок щодо використання відповідних алгоритмів для розв'язання прикладних задач в науках про Землю.
Компетентність	К17. Набуття та використання знань про методи дослідження випадкових процесів у часі та просторі.
Результат навчання	ПР19. Досліджувати, аналізувати випадкові процеси та виявляти особливості зв'язків між ними.
Базові знання	1. Поняття про випадкові функції, закони їх розподілу та ймовірнісні характеристики випадкових функцій. 2. Визначення стаціонарності випадкових функцій та ймовірнісні характеристики стаціонарних випадкових функцій. 3. Ергодична властивість стаціонарних випадкових функцій. 4. Властивості ймовірнісних характеристик випадкових функцій. 5. Спектральний аналіз стаціонарних випадкових процесів. 6. Застосування взаємного спектрального аналізу для дослідження статистичних зв'язків між двома стаціонарними випадковими процесами. 7. Методи дослідження нестаціонарних випадкових процесів. 8. Методи виявлення «прихованих» періодичностей у часових рядах випадкових процесів. 9. Методи згладжування часових послідовностей нестаціонарних випадкових процесів.
Базові вміння	1. Розраховувати ймовірнісні характеристики випадкової функції на основі множини її реалізацій. 2. Розраховувати ймовірнісні характеристики випадкових функцій, володіючих властивістю ергодичності. 3. Проводити статистичний аналіз нестаціонарних випадкових процесів. 4. Розраховувати спектральні щільності випадкових процесів та проводити їх аналіз. 5. Розраховувати характеристики взаємного спектрального аналізу й виявляти особливості взаємозв'язків між двома випадковими процесами. 6. Проводити комплексний аналіз отриманих результатів.

Базові навички	Застосування статистичного підходу до стаціонарних та нестаціонарних випадкових процесів для пояснення причин змін клімату в результаті дії внутрішніх та зовнішніх факторів.
Пов'язані силлабуси	
Попередні дисципліни	Спеціалізовані прогнози погоди
Наступна дисципліна	
Кількість годин	лекції: 30 практичні заняття: 30 лабораторні заняття: - семінарські заняття: - самостійна робота студентів: 60

2. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

2.1. Лекційні модулі

Код	Назва модуля та тем	Кількість годин	
		аудиторні	СРС
ЗМ-Л1	**Випадкові функції. Випадкові процеси. Спектральний аналіз стаціонарних випадкових процесів**.	**20**	**9,5**
	• *Тема 1.* Вступ. Особливості вихідної інформації для проведення статистичних досліджень. Поняття про випадкову функцію.	2	
	• *Тема 2.* Закони розподілу випадкового процесу. Імовірнісні характеристики випадкової функції.	2	1
	• *Тема 3.* Система випадкових процесів. Кореляційна функція зв'язку.	1	
	• *Тема 4.* Визначення стаціонарного випадкового процесу.	1	
	• *Тема 5.* Апроксимація кореляційних функцій стаціонарних випадкових процесів.	1	0,5
	• *Тема 6.* Ергодичність стаціонарних випадкових процесів.	1	
	• *Тема 7.* Структурна функція.	1	
	• *Тема 8.* Загальні теоретичні положення щодо спектрального розкладання стаціонарної випадкової функції. Основні властивості спектральної щільності.	2	0,5
	• *Тема 9.* Апроксимація коваріаційних функцій стаціонарних випадкових процесів.	1	0,5
	• *Тема 10.* Статистичні оцінки ймовірнісних характеристик стаціонарної випадкової функції.	1	
	• *Тема 11.* Оцінка спектральної щільності за експериментальними даними.	2	0,5
	• *Тема 12.* Елементи теорії взаємного спектрального аналізу.	2	0,5
	• *Тема 13.* Оцінка взаємної спектральної щільності за експериментальними даними.	3	1
	КР-1		5

ЗМ-Л2	**Особливості дослідження статистичної структури нестаціонарних випадкових процесів**. • *Тема 1*. Поняття про нестаціонарні випадкові процеси. • *Тема 2*. Виявлення періодичностей у випадковому процесі за допомогою інтегрального перетворення Фур'є. • *Тема 3*. Застосування інтегрального перетворення Фур'є до гідрометеорологічних процесів. • *Тема 4*. Методи згладжування нестаціонарних випадкових процесів. • *Тема 5*. Аналіз детермінованих складових нестаціонарних гідрометеорологічних процесів. КР-2	**10** 2 2 2 2 2	**7,5** 0,5 0,5 0,5 0,5 0,5 5
	Разом:	30	17

Консультації: Гончарова Л.Д., дні тижня та час за розкладом пар академічних годин. 2 рази на тиждень з 15:00 до 17:00.

2.2. Практичні модулі

Код	Назва модуля та тем	Кількість годин	
		аудиторні	СРС
ЗМ-П1	**Використання спектрального та взаємного спектрального аналізу для дослідження статистичної структури стаціонарних випадкових процесів.** ***Робота 1***: • *Завдання 1.* Провести дослідження стаціонарного випадкового процесу за допомогою автокореляційної функції та спектральної щільності однієї зі складових швидкості вітру (зональної чи меридіональної) тропо-стратосфери Північної півкулі. • *Завдання 2*. Статистично оцінити систему стаціонарних випадкових процесів за допомогою взаємного спектрального аналізу. Оформлення та захист ДЗ-1 (обов'язковий)	**20** 10 10	**14** 5 5 4

ЗМ-П2	**Дослідження статистичної структури нестаціонарних випадкових процесів.** ***Робота 2*:** • *Завдання 1.* За допомогою інтегрального перетворення Фур'є з заданою ймовірністю дослідити періодичну складову нестаціонарного випадкового процесу. • *Завдання 2.* Провести дослідження детермінованої основи нестаціонарного випадкового процесу, що отримана за допомогою ковзного осереднення (косинус-фільтра). Проаналізувати трендову та періодичну складові заданого нестаціонарного випадкового процесу. Оформлення та захист ДЗ-2 (обов'язковий)	**10** 5 5	**9** 3 2 4
	Разом:	30	23

Консультації: Гончарова Л.Д., дні тижня та час за розкладом пар академічних годин. 2 рази на тиждень з 15:00 до 17:00.

2.3. Самостійна робота студента та контрольні заходи

Код модуля	Завдання на СРС та контрольні заходи	Кількість годин	Строк проведення (тиждень)
ЗМ-Л1	• Підготовка до лекційних занять. • Підготовка до модульної тестової контрольної роботи (обов'язкова; КР-1).	4,5 5	1-9 8-9
ЗМ-Л2	• Підготовка до лекційних занять. • Підготовка до модульної тестової контрольної роботи (обов'язкова; КР-2).	2,5 5	10-15 14-15
ЗМ-П1	• Підготовка до усного опитування. • Усне опитування. • Захист ДЗ-1 (обов'язковий).	8 2 4	1-9 1-9 9
ЗМ-П2	• Підготовка до усного опитування. • Усне опитування. • Захист ДЗ-2 (обов'язковий).	3 2 4	10-15 10-15 15
	• Підготовка до іспиту.	20	
	Разом:	60	

Таблиця нарахування балів за опрацювання лекційних і практичних занять.

Код модуля	Види завдань	Максимальна кількість балів
ЗМ-Л1	Модульна тестова КР-1	30
ЗМ-Л2	Модульна тестова КР-2	20
ЗМ-П1	Практичне завдання ДЗ-1	30
ЗМ-П2	Практичне завдання ДЗ-2	20
	Разом:	100

Максимальна кількість балів поточного контролю, яку може отримати студент за виконання всіх завдань становить 100 балів.

1. *Методика проведення та оцінювання контрольного заходу для ЗМ-Л1, ЗМ-Л2.*

Теоретичний матеріал до ЗМ-Л1 та ЗМ-Л2 містить структуровані електронні версії конспекту лекцій з даної дисципліни та навчальний посібник і їх опанування оцінюється через відповіді на контрольні тестові питання модульних тестових контрольних робіт, які є обов'язковими для підсумкового контролю до ЗМ-Л1 (КР-1) та ЗМ-Л2 (КР-2), які складаються з 30 та 20 питань відповідно. Максимальна оцінка за виконання КР-1 дорівнює 30 балам та за КР-2 – 20 балам. Правильна відповідь на кожне з тестових завдань оцінюється в 1 бал. Задля уникнення ситуації хаотичного підбирання правильних відповідей, кількість можливих спроб обмежена однією. Максимальна кількість балів за теоретичну частину складає 50 балів.

2. *Методика проведення та оцінювання контрольного заходу для ЗМ-П1.*

Контроль виконання практичної роботи здійснюється через розв'язання двох завдань та усного опитування під час аудиторних занять. Максимальна кількість балів за виконання 1-го завдання 10 балів, 2-го – 20 балів. Виконання та оцінювання практичного модуля залежить від захисту ДЗ-1. Правильне розв'язання кожного завдання без захисту роботи складає 50% (тобто 1-го – 5 балів, 2-го – 10 балів).

3. *Методика проведення та оцінювання контрольного заходу для ЗМ-П2.*

Контроль виконання практичної роботи здійснюється через розв'язання двох завдань та усного опитування під час аудиторних занять. Максимальна кількість балів за виконання 1-го завдання – 10 балів та 2-го завдання – 10 балів. Виконання та оцінювання практичного модуля залежить від захисту ДЗ-2. Правильне розв'язання кожного завдання без захисту роботи складає 50% (тобто 1-го – 5 балів та 2-го – 5 балів).

4. *Методика проведення та оцінювання підсумкового заходу.*

Контроль поточних знань виконується на базі кредитно-модульної системи організації навчання. Підсумковим контролем рівня знань студентів *є іспит*.

Сума балів, яку отримав студент за всіма змістовними модулями дисципліни «Методи аналізу випадкових метеорологічних процесів», формує інтегральну оцінку поточного контролю студента з навчальної дисципліни. Вона є підставою для допуску студента до семестрового іспиту.

Для денної форми навчання питання про допуск до семестрового іспиту за підсумками модульного накопичувального контролю регламентуються п. 2.4 «Положення про проведення підсумкового контролю знань студентів» (наказ № 45 від 01.03.2013 р.), а саме *студент вважається допущеним до підсумкового семестрового контролю з навчальної дисципліни, якщо він виконав всі види робіт, передбачених силлабусом дисципліни «Методи аналізу випадкових метеорологічних процесів» і набрав за модульною системою суму балів не менше 25 від максимально можливої за практичну частину.*

При невиконанні хоча б однієї практичної роботи або коли сума балів за практичну частину курсу складає < 50%, вважається, що студент не виконав навчальний план і до іспиту за результатами модульного контролю не допускається. Допущення студента до іспиту проводиться за результатами виконання практичних робіт. Студент складає іспит у період екзаменаційної сесії. Цей іспит проводиться тільки у письмовій формі за білетами.

Студент, який немає на початок заліково-екзаменаційної сесії заборгованості складає письмовий іспит за затвердженим розкладом.

Згідно з *Інструкцією про «Порядок проведення та критерії оцінювання відповідей студентів під час письмових іспитів»,* бали успішності (у відсотках), які студент отримав за підсумками іспитів переносяться до заліково-екзаменаційної відомості.

Екзаменаційний білет включає 25 тестових завдань відкритого типу. Загальна екзаменаційна оцінка (бал успішності) еквівалентна відсотку правильних відповідей. Максимальна оцінка за виконання екзаменаційної роботи дорівнює 100 балам (100 %).

Згідно «*Положення про проведення підсумкового контролю знань студентів в ОДЕКУ*» загальна кількісна оцінка є **усередненою** між кількісною оцінкою поточних контролюючих заходів та кількісною оцінкою семестрового контролюючого заходу (іспиту).

Якщо студент за підсумками іспиту отримав загальну кількісну оцінку **менше 50%** (від максимально можливої на екзамені), то викладачем виставляється загальний бал успішності, який **дорівнює балу успішності на іспиті** .

3. РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ

3.1 Модуль ЗМ-Л1 «*Випадкові функції. Випадкові процеси. Спектральний аналіз стаціонарних випадкових процесів*».

3.1.1 Повчання

Самостійна робота студента денної форми навчання щодо засвоєння ЗМ-Л1 базується на вивченні тем цього лекційного модуля та підготовку до тестової контрольної роботи КР-1.

Вивчення тем лекційного модуля дисципліни, що наведені у п. 2.1 передбачає опрацювання лекційного матеріалу, вивчення основного і, за бажанням, додаткового навчально-методичного забезпечення зі списку літератури, відповіді на питання для самоперевірки знань та перевірку знань шляхом виконання студентами тестової модульної контрольної роботи (КР-1).

Після вивчення змістовного модуля ЗМ-Л1, за допомогою навчально-методичного забезпечення студент має оволодіти такими *знаннями*:

- особливостей вихідної інформації для проведення статистичних досліджень;
- визначення випадкової функції, випадкового процесу, випадкової послідовності;
- законів розподілу, якими підпорядковуються випадкові процеси;
- імовірнісних характеристик випадкових процесів та їх статистичних оцінок;
- властивостей стаціонарних випадкових процесів; ергодичність стаціонарного випадкового процесу;
- методів апроксимації кореляційних функцій стаціонарних випадкових процесів;
- методів визначення статистичних характеристик випадкового процесу за експериментальними даними;
- методів спектрального розкладання стаціонарної випадкової функції;
- властивостей спектральної щільності випадкового процесу;
- аналітичних виразів для спектральної щільності стаціонарного випадкового процесу в залежності від структури коваріаційних (кореляційних) функцій;
- оцінювання спектральної щільності за експериментальними даними;
- особливостей застосування взаємного спектрального аналізу до випадкових процесів;
- властивостей взаємної спектральної щільності та статистичне оцінювання взаємної спектральної щільності випадкового процесу.

Навчально-методичне забезпечення:
[1] С. 7-84.
[2] С. 271-320.
[3] С. 243-310.
[4] С. 73-101; С. 132-226.
[5] С. 4-80.

3.1.2 Питання для самоперевірки

1. Яким вимогам повинна відповідати статистична інформація?
2. Що називають «випадковою» величиною? Які випадкові величини (за типом) можуть використовуватися в статистичних дослідженнях?
3. Якими властивостями володіє гідрометеорологічна інформація?
4. Поясніть термін «дискретизація (квантування)» вихідної інформації?
5. Якими ознаками характеризується випадкова величина, до якої застосовуються методи математичної статистики?
6. Що є первинною формою зображення випадкової статистичної інформації?
7. Що називається законом розподілу та які з них найчастіше використовуються при статистичних дослідженнях властивостей випадкових величин?
8. За яких умов вважається, що випадкова величина повністю визначена?
9. Що виступає «інтегральним» та «диференціальним» законом розподілу?
10. Яким вимогам повинні відповідати статистичні оцінки параметрів генеральної сукупності, розраховані на основі вибірок?
11. Який сенс математичного сподівання (дисперсії) випадкової величини та з яким моментом розподілу воно (вона) має зв`язок?
12. Дати визначення випадкової функції, випадкового процесу, випадкової послідовності.
13. Як називається переріз випадкової функції, який відповідає фіксованому значенню аргументу?
14. В якому випадку система випадкових величин є визначеною?
15. Яка функція називається одновимірною (двовимірною) функцією розподілу? n-вимірною щільністю розподілу випадкового процесу?
16. Як можна замінити багатовимірні закони розподілу у практичному дослідженні випадкових функцій?
17. Якими ймовірнісними характеристиками описують випадкові функції?
18. За яких умов кореляційна функція переходить у дисперсію?
19. Який сенс математичного сподівання випадкової функції? дисперсії випадкової функції?
20. За яких умов розділ теорії випадкових функцій носить назву «Кореляційної теорії випадкових функцій»?
21. Який випадковий процес називається «нормально розподіленим»?
22. Чим виступає математичне сподівання, отримане осередненням за всіма реалізаціями випадкової функції, при дослідженні гідрометеорологічних процесів?
23. Який сенс «кореляційної функції зв`язку» системи випадкових процесів?

24. Яку кореляційну функцію називають «автокореляційною» функцією?
25. Які випадкові процеси називаються «незв`язними» («некорельованими»)?
26. Які процеси називають стаціонарними у «вузькому» та «широкому» сенсі?
27. Яку систему випадкових процесів називають «стаціонарною» та «стаціонарно пов`язаною»?
28. Який випадковий процес називається «центрованим випадковим процесом»? В якому випадку центрований випадковий процес можна вважати стаціонарним?
29. Що розуміють під апроксимацією кореляційних функцій стаціонарного випадкового процесу?
30. Що називають «декрементом затухання» кореляційної функції?
31. Якими ймовірнісними характеристиками описується стаціонарна випадкова функція?
32. Яка випадкова функція володіє ергодичною властивістю? У чому полягають математичні умови ергодичності стаціонарної випадкової функції?
33. Яку величину називають «часом кореляції» і за допомогою якого рівняння вона визначається?
34. Для розв`язання яких задач у теорії випадкових функцій використовують структурну функцію?
35. Яке значення називають «насичуючим значенням» структурної функції?
36. Що називають «спектральним розкладанням» стаціонарної випадкової функції?
37. Що називають «спектром функції» ? За яких умов спектр випадкової функції називається «дискретним»?
38. Дати визначення спектральної щільності випадкової функції та якими основними властивостями вона володіє?
39. Як отримати нормовану спектральну щільність випадкового процесу?
40. Які стаціонарні випадкові процеси називають «вузькосмуговими»? «широкосмуговими»?
41. Який випадковий процес називають «білим шумом» ? Чому дорівнює коваріаційна функція «білого шуму»? Якою умовою характеризується спектр «білого шуму»?
42. Які різновиди випадкових процесів, в залежності від кореляційної функції, вам відомі?
43. Якими ймовірнісними характеристиками описуються стаціонарні випадкові процеси? Як розрахувати статистичні оцінки цих характеристик?
44. Від чого залежить результат розрахування статистичної оцінки спектральної щільності стаціонарного випадкового процесу?
45. Якою умовою характеризується випадковий процес «червоного шуму»?
46. Як упевнитися в тому, що отримана на основі окремої реалізації статистична оцінка спектральної щільності стаціонарного випадкового процесу, є вірогідною?

47. Як визначити мінімальний період коливань, який може бути виявлений у стаціонарному випадковому процесі?
48. За яких умов можна використовувати взаємний спектральний аналіз при дослідженні статистичних зв'язків між двома випадковими процесами?
49. Який сенс взаємної спектральної щільності при дослідженні двох випадкових процесів?
50. Якими дійсними функціями може бути описана взаємна спектральна щільність?
51. Як визначити степінь взаємозв'язку спектральних компонент двох процесів?
52. Як отримати вірогідні статистичні оцінки взаємної спектральної щільності?

3.2 Модуль ЗМ-Л2 «*Особливості дослідження статистичної структури нестаціонарних випадкових процесів*».

3.2.1 Повчання

Самостійна робота студента денної форми навчання щодо засвоєння ЗМ-Л2 базується на вивченні тем цього лекційного модуля та підготовку до тестової контрольної роботи КР-2.

Вивчення тем лекційного модуля дисципліни, що наведені у п.2.1 передбачає опрацювання лекційного матеріалу, вивчення основного і, за бажанням, додаткового навчально-методичного забезпечення зі списку літератури, відповіді на питання для самоперевірки знань та перевірку знань шляхом виконання студентами тестової модульної контрольної роботи (КР-2).

Після вивчення змістовного модуля ЗМ-Л2, за допомогою навчально-методичного забезпечення студент має оволодіти такими *знаннями*:

- методів дослідження нестаціонарних випадкових процесів;
- переваг інтегрального перетворення Фур'є для дослідження «прихованих» періодичностей у випадковому процесі;
- методів згладжування нестаціонарних випадкових процесів;
- методів вилучення та структури детермінованої основи випадкового процесу;
- використання результатів дослідження нестаціонарних випадкових процесів для складання довгострокових прогнозів погоди.

Навчально-методичне забезпечення:

[1] С. 85-100.

[2] С. 336-344; С. 360-366.

[3] С. 310-330.

3.2.2 Питання для самоперевірки

1. Дати визначення випадкової функції, випадкового процесу, випадкової послідовності.
2. Чому гідрометеорологічні процеси вважаються нестаціонарними випадковими процесами?
3. Які методи використовуються при дослідженні періодичностей, що містяться в часових рядах?
4. Якими перевагами володіє інтегральне перетворення Фур'є для дослідження «прихованих» періодичностей у випадковому процесі?
5. З якою метою в перетворення Фур'є вводять «множники» («вікна»)?
6. В якому частотному інтервалі лежать мінімально і максимально можливі гармоніки, які можуть бути виявлені в нестаціонарному випадковому процесі за допомогою інтегрального перетворення Фур'є?
7. Як по амплітудно-частотній характеристиці визначити з заданою ймовірністю статистично значущі періодичності у випадковому процесі?
8. Які характеристики «прихованих» гармонік у випадковому процесі можна отримати за допомогою інтегрального перетворення Фур'є?
9. Що називають «статистичною гіпотезою» та в чому полягає основний принцип її перевірки?
10. Що називають «рівнем значущості» та «довірчою ймовірністю»?
11. Як розрахувати початкову фазу (в радіанах та в одиницях часу) періодичного коливання, що міститься у часовій послідовності?
12. Як отримати період гармонічного коливання, що міститься у випадковому процесі?
13. Як розрахувати амплітуду k-ої гармоніки, яка притаманна випадковому процесу?
14. За допомогою яких відомих методів можна отримати періодичні складові у нестаціонарному випадковому процесі?
15. Якими складовими можна представити нестаціонарний випадковий процес?
16. Як отримати детерміновану основу випадкового процесу $X(t)$?
17. Які «вагові множники» використовуються при фільтрації нестаціонарних часових рядів?
18. Від яких величин залежить результат фільтрації нестаціонарних випадкових процесів?
19. Як вибирають період згладжування нестаціонарної випадкової послідовності $X(t)$?

3.3 Модуль ЗМ-П1 «*Використання спектрального та взаємного спектрального аналізу для дослідження статистичної структури стаціонарних випадкових процесів*».

3.3.1 Повчання

Робота 1. *Завдання 1*. Згідно з номером варіанта, використовуючи наведені в задачах 7.1-7.15 ([2] с. 298-305) дані, побудувати, а потім проаналізувати графіки автокореляційної функції та спектральної щільності стаціонарного випадкового процесу, який досліджується.

Для розв'язання задач *завдання 1* використовуються заздалегідь розраховані на ПК для складових швидкості вітру статистичні оцінки автокореляційної функції ($R_x(\tau)$ за умови $\tau = \overline{0, \tau_{\max}}$) та спектральної щільності ($\hat{S}_x(\omega)$ за умови $\tau = k \cdot \Delta\tau$, де k=0, 1, 2, . . .). Вихідною інформацією для оцінювання цих функцій є дані радіо- та ракетного зондування тропосфери і стратосфери екваторіальних, субтропічних та помірних широт Північної півкулі. Дискретність часових рядів зональної та меридіональної компонент швидкості вітру складає один тиждень, а їх загальний об'єм (N) змінюється в залежності від періоду зондування атмосфери.

На рівні значущості α = 0.20 виявити статистично значущі періодичності в складових швидкості вітру та відповісти на ряд запитань викладача.

Після виконання першого завдання ЗМ-П1 студент має оволодіти такими *вміннями*:

- розраховувати ймовірнісні характеристики випадкової функції на основі множини її реалізацій;
- розраховувати ймовірнісні характеристики випадкової функції, яка володіє властивістю ергодичності;
- розраховувати та аналізувати автокореляційні функції та спектральні щільності стаціонарних випадкових процесів;
- застосовувати методи оцінювання спектральної щільності стаціонарного випадкового процесу за експериментальними даними.

Навчально-методичне забезпечення:
[1] С. 63-72.
[2] С. 286-305; С. 443-445 (Додаток М).
[3] С. 297-310; С. 586-589 (Додаток 6).

Робота 1. *Завдання 2.* Згідно з номером варіанта, використовуючи наведені в задачах 8.1-8.15 ([2] с. 320-335) результати реалізації алгоритму взаємного спектрального аналізу, провести дослідження міжширотних зв'язків між двома випадковими процесами за допомогою двох дійсних функцій.

Для розв'язання задач 8.1-8.15 використовуються заздалегідь розраховані на ПК оцінки взаємної спектральної щільності: ко-спектра, квадратурного спектра, когерентності та оцінки спектральних щільностей окремих процесів.

В задачах 8.1-8.10 вихідною інформацією послужили ряди середніх місячних значень атмосферного тиску за період 1868-2000 рр. на станціях Понта-Дельгада та Рейк'явік. Дискретність даних складає 1 рік, а їх об'єми N=133.

В задачах 8.11-8.15 вихідною інформацією послужили ряди середньої місячної кількості опадів на ст. Одеса та індекс Південного Коливання (SOI) за період 1901-2000 рр. (січень-травень).

На рівні значущості $\alpha = 0.05$ виявити статистично значущі періодичні компоненти в спектральних щільностях окремих випадкових процесів та відповісти на ряд запитань викладача.

Після виконання другого завдання ЗМ-П1 студент має оволодіти такими *вміннями*:

- розраховувати статистичні характеристики взаємного спектрального аналізу;
- аналізувати взаємні кореляційні та коваріаційні функції стаціонарних випадкових процесів;
- визначати вірогідні оцінки взаємної спектральної щільності для дослідження взаємозв'язків між двома випадковими процесами.

Навчально-методичне забезпечення:
[1] С. 78-84.
[2] С. 311-335; С. 443-445 (Додаток М).

Критерії оцінювання виконання ЗМ-П1:
1. Відповіді є повними та правильними – 30 балів.
2. Відповіді є правильними, але не повними – 18 балів.
3. Відповіді не завжди є правильними та повними – 15 балів.
4. Відповіді не правильні або відсутні – 0 балів.

3.3.2 Питання для самоперевірки

1. Які процеси називають стаціонарними у «вузькому» та «широкому» сенсі?
2. Яку систему випадкових процесів називають «стаціонарною» та «стаціонарно пов`язаною»?
3. Що розуміють під апроксимацією кореляційних функцій стаціонарного випадкового процесу?
4. Що називають «декрементом затухання» кореляційної функції?
5. Якими ймовірнісними характеристиками описується стаціонарна випадкова функція?
6. Яку величину називають «часом кореляції» і за допомогою якого рівняння вона визначається?
7. Що називають «спектральним розкладанням» стаціонарної випадкової функції?
8. Що називають «спектром функції» ? За яких умов спектр випадкової функції називається «дискретним»?
9. Дати визначення спектральної щільності випадкової функції та якими основними властивостями вона володіє?
10. Які стаціонарні випадкові процеси називають «вузькосмуговими»? «широкосмуговими»?
11. Який випадковий процес називають «білим шумом» ? Чому дорівнює коваріаційна функція «білого шуму»? Якою умовою характеризується спектр «білого шуму»?
12. Якими ймовірнісними характеристиками описуються стаціонарні випадкові процеси? Як розрахувати статистичні оцінки цих характеристик?
13. Від чого залежить результат розрахування статистичної оцінки спектральної щільності стаціонарного випадкового процесу?
14. Якою умовою характеризується випадковий процес «червоного шуму»?
15. Як упевнитися в тому, що отримана на основі окремої реалізації статистична оцінка спектральної щільності стаціонарного випадкового процесу, є вірогідною?
16. Як визначити мінімальний період коливань, який може бути виявлений у стаціонарному випадковому процесі?
17. Що називають «частотою Найквіста»?
18. Від чого залежить структура спектральної щільності стаціонарного випадкового процесу? Який зв’язок вона має з автокореляційною і автоковаріаційною функцією?
19. За яких умов можна використовувати взаємний спектральний аналіз при дослідженні статистичних зв’язків між двома випадковими процесами?

20. Який сенс взаємної спектральної щільності при дослідженні двох випадкових процесів?
21. Якими дійсними функціями може бути описана взаємна спектральна щільність?
22. Як визначити степінь взаємозв'язку спектральних компонент двох процесів?
23. Як отримати вірогідні статистичні оцінки взаємної спектральної щільності?

3.4 Модуль ЗМ-П2 «*Дослідження статистичної структури нестаціонарних випадкових процесів*».

3.4.1 Повчання

Робота 2. *Завдання 1.* Згідно з номером варіанта (задачі 9.1-9.15, [2] с. 345-359), за допомогою інтегрального перетворення Фур'є з заданою ймовірністю виявити статистично значущі періодичні компоненти випадкового процесу, що досліджується.

Заздалегідь до випадкових процесів, що підлягають вивченню, було впроваджено інтегральне перетворення Фур'є. Алгоритм дослідження нестаціонарних часових рядів було реалізовано за допомогою комп'ютерної програми «SKR» та отримані такі характеристики: амплітуда i-тої гармоніки (A_i), її частота (ω_i), початкова фаза (φ_i), косинус- та синус-перетворення Фур'є – $U(t)$ та $V(t)$.

В задачах 9.1-9.10 ([2] с. 345-354) вихідними даними послужили ряди середньомісячного атмосферного тиску на одній зі станцій Північної Атлантики (ст. Рейк'явік, ст. Понта-Дельгада) за період 1866-2000 рр.

В задачах 9.11-9.15 ([2] с. 355-359) вихідними даними виступають часові ряди індексу Північно-Атлантичного коливання (NAO) за період 1901-2000 рр.

Дискретність даних складає 1 рік.

Побудувати та проаналізувати амплітудно-частотну характеристику випадкового процесу, що розглядається (див. с. 342 [2]). Визначення статистично значущих періодичностей, характерних для даного процесу, основується на побудові верхньої довірчої межі для амплітуд з ймовірністю 68 та 95% за умови, що амплітуди підпорядковуються нормальному розподілу.

Представити у табличному вигляді характеристики статистично значущих періодичних компонент, що виявлені в процесі $X(t)$ за допомогою інтегрального перетворення Фур'є (див. с. 343 [2]).

Залучаючи знання з теорії загальної циркуляції атмосфери, спробувати фізично обґрунтувати отримані періодичні компоненти і відповісти на запитання: Як отримані результати можуть бути використані при прогнозуванні макромасштабних атмосферних процесів?

Після виконання першого завдання ЗМ-П2 студент має оволодіти такими *вміннями*:

- застосовувати методи дослідження нестаціонарних випадкових процесів до кліматичної інформації;
- застосовувати інтегральне перетворення Фур'є для дослідження «прихованих» періодичностей у випадковому метеорологічному процесі;
- по амплітудно-частотній характеристиці визначати (з заданою ймовірністю) статистично значущі періодичні компоненти у випадковому процесі;
- визначати статистичні характеристики «прихованих» гармонік у випадковому гідрометеорологічному процесі за допомогою перетворення Фур'є.

Навчально-методичне забезпечення:
[1] С. 85-92.
[2] С. 336-359.
[3] С. 310-319.

Робота 2. *Завдання 2.* Згідно з номером варіанта в цьому завданні треба визначити статистичну структуру детермінованої складової нестаціонарного випадкового процесу, що підлягає дослідженню. Для цього побудувати та проаналізувати вихідний та згладжений ряди. Останній було отримано в результаті ковзного осереднення за допомогою косинус-фільтра. Результати цієї процедури наведені в задачах 10.1-10.17 ([2] с. 367-378).

В задачах 10.1-10.10 ([2] с. 367-373) вихідними даними для виконання цієї вправи виступають ряди індексу Північно-Атлантичного коливання (NAO), а в задачах 10.11-10.17 ([2] с. 374-378) – часові ряди індексу Південного коливання (SOI) за період 1901-2000 рр. Дискретність даних складає 1 рік.

Визначити періодичну та трендову складові в детермінованій основі випадкового процесу, що підлягав дослідженню, і відповісти на ряд запитань викладача.

Після виконання 2-го завдання ЗМ-П2 студент має оволодіти такими *вміннями*:

- визначати статистичну структуру нестаціонарного випадкового процесу;
- отримувати детерміновану основу випадкового процесу;

- підбирати період згладжування випадкової послідовності;
- виявляти «приховані» періодичності у детермінованій складовій випадкового процесу;
- аналізувати статистичну структуру детермінованої основи випадкового процесу для складання довгострокових прогнозів погоди.

Навчально-методичне забезпечення:
[1] С. 93-100.
[2] С. 360-378.
[3] С. 318-328.

Критерії оцінювання виконання ЗМ-П2:
1. Відповіді є повними та правильними – 20 балів.
2. Відповіді є правильними, але не повними – 12 балів.
3. Відповіді не завжди є правильними та повними – 10 балів.
4. Відповіді не правильні або відсутні – 0 балів.

3.4.2 Питання для самоперевірки

1. Чому гідрометеорологічні процеси вважаються нестаціонарними випадковими процесами?
2. Якими перевагами володіє інтегральне перетворення Фур'є для дослідження «прихованих» періодичностей у випадковому процесі?
3. В якому частотному інтервалі лежать мінімально і максимально можливі гармоніки, які можуть бути виявлені в нестаціонарному випадковому процесі за допомогою інтегрального перетворення Фур'є?
4. Як по амплітудно-частотній характеристиці визначити із заданою ймовірністю статистично значущі періодичності у випадковому процесі?
5. Які характеристики «прихованих» гармонік у випадковому процесі можна отримати за допомогою інтегрального перетворення Фур'є?
6. Як розрахувати початкову фазу (в радіанах та в одиницях часу) періодичного коливання, що міститься у часовій послідовності?
7. Як отримати період гармонічного коливання, що міститься у випадковому процесі?
8. Як розрахувати амплітуду k -ої гармоніки, яка притаманна випадковому процесу?
9. Від яких величин залежить результат фільтрації нестаціонарних випадкових процесів?
10. Як використовують статистичну структуру детермінованої основи випадкового процесу для складання довгострокових прогнозів погоди?

4. ПИТАННЯ ДО ЗАХОДІВ ПОТОЧНОГО, ПІДСУМКОВОГО ТА СЕМЕСТРОВОГО КОНТРОЛЮ

4.1. Тестові завдання до модульної контрольної роботи модуля ЗМ-Л1 (обов'язковий; КР-1)

1. Функція, ординати якої для будь-яких фіксованих значень аргументу є випадковими величинами, називається........
   [1] С. 20-22; [2] С. 271-274.

2. Якщо аргумент t приймає будь-які дійсні значення у заданому інтервалі, це:
   [1] С. 20-22; [2] С. 271-274.

3. Якщо аргумент t приймає тільки визначені дискретні значення, то це:
   [1] С. 20-22; [2] С. 271-274.

4. Випадкова функція у загальному вигляді складається з ....
   [1] С. 20-22.

5. Функція, що отримана в результаті окремого експерименту називається…
   [1] С. 20-22.

6. В чому сенс статистичного підходу до вивчення статистичної структури випадкової функції (поля)?
   [1] С. 3-4.

7. Точки перетину випадкової функції, за умови фіксованих значень аргументу t, представляють собою значення випадкової величини, яку називають …………
   [1] С. 21-22.

8. Як можна замінити багатовимірні закони розподілу у практичному дослідженні гідрометеорологічних процесів?
   [1] С. 22-24.

9. Імовірнісними характеристиками випадкової функції, що визначають характер взаємозв'язку між різними перетинами випадкової функції, є:
   [1] С. 25-28; [2] С. 271-272.

10. Імовірнісні характеристики випадкового процесу є випадковими функціями?
    [1] С. 25-28; [2] С. 271-272.

11. Яка з імовірнісних характеристик випадкової функції при кожному фіксованому значені аргументу t визначає центр розподілу кожного перетину випадкового процесу?
[1] С. 25-28; [2] С. 271-272.

12. Яка з імовірнісних характеристик випадкової функції $X(t)$ при різних значеннях аргументів t_i та t_j характеризує степінь лінійної залежності між кожною парою перетинів випадкового процесу?
[1] С. 25-28; [2] С. 271-272.

13. За яких умов кореляційна функція випадкового процесу $X(t)$ характеризує розкид випадкових значень даного перетину біля свого центру розподілу?
[1] С. 26-27.

14. За яких значень аргументу t кореляційна функція випадкового процесу перетворюється у дисперсію?
[1] С. 26-27.

15. Для автокореляційної функції зв'язку максимальне значення досягається за умови $\tau = 0$ і дорівнює:
[1] С. 26-27.

16. Як позначається автокореляційна функція?
[1] С. 26-27; [2] С. 271-272.

17. Які випадкові процеси називаються «незв'язними» («некорельованими») ?
[1] С. 30-32.

18. Які випадкові процеси називають «стаціонарними» випадковими процесами у «широкому сенсі»?
[1] С. 36-38; [2] С. 271-273.

19. «Центрованим» випадковим процесом $\overset{0}{X}(t)$ називають процес, для якого виконується рівність ....
[1] С. 38-39.

20. В якому випадку центрований випадковий процес можна вважати стаціонарним ?
[1] С. 25-28; С. 39.

21. «Декремент затухання» коваріаційної функції має сенс:
[1] С. 40-42; [2] С. 279-281.

22. Термін «стаціонарність» виник при вивченні випадкових функцій часу чи простору?
[1] С. 36-37; [2] С. 271-272.

23. Термін «стаціонарність» прийнято відносити до випадкових функцій скількох змінних?
[1] С. 36-38; [2] С. 271-272.

24. Як називається випадковий процес, для якого всі його кінцевовимірні закони розподілу не змінюються при додаванні до всіх значень аргументу одного й того ж числа, тобто, якщо всі вони залежать від взаємного розташування значень аргументу, але не від самих цих значень?
[1] С. 36-38.

25. Чому дорівнює дисперсія стаціонарного випадкового процесу?
[1] С. 36-38; [2] С. 271-273.

26. Для стаціонарної випадкової функції, яка володіє властивістю ергодичності, операція осереднення за часом від будь-якої реалізації дорівнює осередненню по якій кількості реалізацій ?
[1] С. 43-45; [2] С. 273-274.

27. Умови $K_x(\tau) \to 0 \quad (\tau \to \infty)$ є ознакою якої властивості випадкового процесу?
[1] С.43-45; [2] С.273-274.

28. Яку ймовірнісну характеристику стаціонарної випадкової функції оцінюємо за даною формулою $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x(t_i) =$?
[1] С. 63-65; [2] С. 286-288.

29. Яку ймовірнісну характеристику стаціонарної випадкової функції оцінюємо за даною формулою $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[x(t_i) - \widehat{m}_x(t)\right]^2 =$?
[1] С. 63-65; [2] С. 286-288.

30. Яку ймовірнісну характеристику стаціонарної випадкової функції оцінюємо за даною формулою $\frac{1}{t-\tau}\sum_{i=1}^{t-\tau}\left[x(t_i) - \widehat{m}_x(t)\right]\cdot\left[x(t_{i+\tau}) - \widehat{m}_x(t)\right] =$?
[1] С. 63-65; [2] С. 286-288.

31. Яку ймовірнісну характеристику стаціонарної випадкової функції оцінюємо за даною формулою $\frac{\widehat{K}_x(\tau)}{\widehat{Д}_x(t)} = ?$
[1] С. 63-65; [2] С. 286-288.

32. Яку ймовірнісну характеристику стаціонарної випадкової функції оцінюємо за даною формулою $\frac{1}{2\pi}\int_{-\tau_{\max}}^{\tau_{\max}} e^{-i\omega\tau}\lambda\left(\tau\right)\widehat{K}\left(\tau\right)d\tau =$?
[1] С. 63-65; [2] С. 286-288.

33. Яку величину називають «часом кореляції» та за якою формулою вона визначається?
[1] С. 45-46.

34. Як називають залежність амплітуди гармонічних коливань від частоти?
[1] С.50-51; [2] С. 273-274.

35. Як називається зображення деякої функції сумою гармонічних коливань?
[1] С. 50-51; [2] С. 273-274.

36. Якщо випадкова функція розглядається на обмеженому інтервалі аргументів та частота приймає дискретні значення з проміжком $\Delta\omega$, спектр випадкової функції називається ....
[1] С. 50-52; [2] С. 276-277.

37. Яка характеристика стаціонарного випадкового процесу визначає щільність розподілу дисперсії гармонічних коливань у залежності від частоти?
[1] С. 52-54; [2] С. 277-279.

38. Яка властивість спектральної щільності стаціонарного випадкового процесу визначається рівнянням $S_x(\omega) = S_x(-\omega)$?
[1] С. 54-56; [2] С. 278-279.

39. Прокоментувати властивість спектральної щільності стаціонарної випадкової функції $\int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega)d\omega = D_x$.
[1] С. 54-56; [2] С. 278-279.

40. Яка характеристика стаціонарної випадкової функції виступає «енергетичним спектром» цієї функції?
[1] С. 54-56; [2] С. 278-279.

41. Як називається така спектральна щільність $S(\omega)=\dfrac{S_x(\omega)}{D_x}$?
[1] С. 54-56; [2] С. 278-279.

42. «Вузькосмуговому» випадковому процесу відповідає великий (малий) «час кореляції»?
[1] С.56-57; [2] С. 279-281.

43. «Широкосмуговому» випадковому процесу відповідає великий (малий) «час кореляції»?
[1] С. 56-57; [2] С. 279-281.

44. Які процеси характеризуються швидким падінням кореляційного зв'язку між перерізами випадкового процесу?
[1] С.56-57; [2] С. 279-281.

45. Які процеси характеризуються слабким падінням кореляційного зв'язку між перерізами випадкового процесу?
[1] С. 56-57; [2] С. 279-281.

46. Випадковий процес, для якого спектральна щільність є величиною незмінною на всьому інтервалі частот називають......... .
[1] С. 56-59; [2] С. 286-290.

47. Випадковий процес, що характеризується рівномірним розподілом енергії по всіх частотах, це:
[1] С. 56-59; [2] С. 286-290.

48. «Декремент затухання» коваріаційної функції має сенс:
[1] С. 56-59; [2] С. 279-286.

49. Який критерій використовується для перевірки гіпотези про значущість спектра часової послідовності?
[1] С. 63-66; [2] С. 289-290.

50. Як називають коливання з внутрішньорядовою зв'язністю ?
[1] С. 76-72; [2] С. 286-297.

51. Частота Найквіста – це:
[1] С. 67-69; [2] С. 290-293.

52. Від чого залежить «частота накладень»?
[1] С. 67-69; [2] С. 290-293.

53. За яких умов можливо застосування спектрального аналізу до часових послідовностей ?
[1] С. 43-46; [2] С. 273-274.

54. Яка функція визначає тісноту кореляційного зв’язку між двома випадковими процесам на фіксованих частотах?
[1] С. 73-78; [2] С. 306-311.

55. Яких значень може приймати когерентність $\gamma(\omega)$:
[1] С. 73-78; [2] С. 306-311.

56. Яка функція є мірою стійкості різниці фаз двох процесів?
[1] С. 73-78; [2] С. 306-311.

57. За яких умов різниця фаз двох процесів є стійкою?
[1] С. 73-78; [2] С. 306-311.

58. За яких умов різниця фаз двох процесів є нестійкою?
[1] С. 73-78; [2] С. 306-311.

59. За яких умов фазовий спектр $\psi_{xy}(\omega)$ є додатною величиною?
[1] С. 73-78; [2] С. 306-311.

60. За яких умов фазовий спектр $\psi_{xy}(\omega)$ є від’ємною величиною?
[1] С. 73-78; [2] С. 306-311.

61. За яких умов відбувається відставання по фазі процесу $Y(t)$ від процесу $X(t)$?
[1] С. 73-78; [2] С. 306-311.

62. За яких умов відбувається відставання по фазі процесу *X(t)* від процесу *Y(t)*?
[1] С. 73-78; [2] С. 306-311.

63. За яких умов відбувається випередження по фазі процесу *X(t)* від процесу *Y(t)*?
[1] С. 73-78; [2] С. 306-311.

64. За яких умов відбувається випередження по фазі процесу *Y(t)* від процесу *X(t)*?
[1] С. 73-78; [2] С. 306-311.

65. За яких умов два процеси *X(t)* та *Y(t)* є «у фазі»?
[1] С. 76-78; [2] С. 309-310.

66. За яких умов два процеси *X(t)* та *Y(t)* є «у протифазі»?
[1] С. 76-78; [2] С. 309-310.

67. За яких умов (значень) когерентності $\gamma(\omega)$ та нульової когерентності $\gamma_0(\omega)$ періоди (частоти) взаємодії двох процесів *X(t)* та *Y(t)* будуть статистично значущими?
[1] С. 82-83; [2] С. 318-319.

68. Який метод використовують для дослідження стаціонарних випадкових процесів?
[1] С. 50-54; [2] С. 273-278.

69. За яких умов реалізації випадкової функції відбивають результати окремих експериментів?
[1] С. 20-22.

70. Який вигляд приймає випадкова функція, що є результатом окремого експерименту?
[1] С. 20-22.

71. Яким набором по кількості реалізацій характеризується випадкова функція?
[1] С. 20-22.

72. За допомогою яких характеристик визначаються статистичні властивості випадкових функцій?
[1] С. 25-30.

73. Випадковим процесом одного безперервного аргументу називають…
[1] С. 20-22.

74. Імовірнісні характеристики випадкового процесу є випадковими функціями?
[1] С. 25-30.

75. Чому дорівнює математичне сподівання центрованого стаціонарного випадкового процесу $\overset{0}{X}(t)$?
[1] С. 38-39.

4.2. Тестові завдання до модульної контрольної роботи модуля ЗМ-Л2 (обов'язковий; КР-2)

1. Усіляку відповідність між можливими значеннями випадкової величини та їх імовірностями називають:
   [1] С.12-17, С. 22-24 ; [2] С. 36-38.

2. Як можна замінити багатовимірні закони розподілу у практичному дослідженні гідрометеорологічних процесів?
   [1] С.22-24.

3. Функція, ординати якої для будь-яких фіксованих значень аргументу є випадковими величинами, називається........
   [1] С. 20-22; [2] С. 271-274.

4. Якщо аргумент t приймає будь-які дійсні значення у заданому інтервалі, це:
   [1] С. 20-22; [2] С. 271-274.

5. Якщо аргумент t приймає тільки визначені дискретні значення, то це:
   [1] С. 20-22; [2] С. 271-274.

6. Випадкова функція у загальному вигляді складається з ....
   [1] С. 20-22.

7. Функція, що отримана в результаті окремого експерименту називається…
   [1] С. 20-22.

8. В чому сенс статистичного підходу до вивчення статистичної структури випадкової функції (поля)?
   [1] С. 3-4.

9. Імовірнісними характеристиками випадкової функції, що визначають характер взаємозв'язку між різними перетинами випадкової функції, є:
   [1] С. 25-28; [2] С. 271-272.

10. За яких значень аргументу t кореляційна функція випадкового процесу перетворюється у дисперсію?
    [1] С. 26-27.

11. Для автокореляційної функції зв'язку максимальне значення досягається за умови $\tau = 0$ і дорівнює:
    [1] С. 26-27.

12. Як позначається автокореляційна функція?
    [1] С. 26-27; [2] С. 271-272.

13. Які випадкові процеси називаються «незв’язними» («некорельованими») ?
    [1] С. 30-32.

14. Яку величину називають «часом кореляції» та за якою формулою вона визначається?
    [1] С. 45-46.

15. Частота Найквіста – це
    [1] С. 69; [2] С. 293.

16. Від чого залежить «частота накладень»?
    [1] С.69; [2] С. 293.

17. За допомогою яких характеристик визначаються статистичні властивості випадкових функцій?
    [1] С. 25-30.

18. Випадковим процесом одного безперервного аргументу називають…
    [1] С. 20-22.

19. Імовірнісні характеристики випадкового процесу є випадковими функціями?
    [1] С. 25-30.

20. Чому гідрометеорологічні процеси вважаються нестаціонарними випадковими процесами?
    [1] С. 36-37; [2] С. 271-272.

21. Які методи використовуються при дослідженні статистичної структури випадкових процесів?
    [1] С. 40, 73, 85; [2] С. 271, 306, 336.

22. Якими перевагами володіє інтегральне перетворення Фур’є для дослідження «прихованих» періодичностей у випадковому процесі?
    [1] С. 85-89; [2]С. 336-340.

23. Як по амплітудно-частотній характеристиці визначити з заданою ймовірністю статистично значущі періодичності у випадковому процесі?
    [1] С. 89-92; [2] С. 340-343.

24. Які характеристики «прихованих» гармонік у випадковому процесі можна отримати за допомогою інтегрального перетворення Фур’є?
    [1] С. 85-92; [2] С. 336-343.

25. Що називають «статистичною гіпотезою»?
    [2] С. 122-125.

26. Що називають «довірчою ймовірністю»?
    [2] С. 122-125.

27. Як розрахувати початкову фазу (в радіанах та в одиницях часу) періодичного коливання, що міститься у часовій послідовності?
    [1] С. 88-89; [2] С. 339-340.

28. Як отримати період гармонічного коливання, що міститься у випадковому процесі?
    [1] С. 88-89; [2] С. 339-340.

29. Як розрахувати амплітуду k-ї гармоніки, яка притаманна випадковому процесу?
    [1] С. 88-89; [2] С. 339-340.

30. За допомогою яких відомих методів можна отримати періодичні складові у нестаціонарному випадковому процесі?
    [1] С. 85-99; [2] С. 336-343, 360-366.

31. Якими складовими можна представити нестаціонарний випадковий процес?
    [1] С. 93; [2] С. 360.

32. Як отримати детерміновану основу випадкового процесу $X(t)$?
    [1] С. 93-97; [2] С. 360-364.

33. Які «вагові множники» використовуються при фільтрації нестаціонарних часових рядів?
    [1] С. 93-97; [2] С. 360-364.

34. Від яких величин залежить результат фільтрації нестаціонарних випадкових процесів?
    [1] С. 93-97; [2] С. 360-364.

35. Від яких величин залежить вибір періоду згладжування нестаціонарної випадкової послідовності $X(t)$?
    [1] С. 93-97; [2] С. 360-364.

36. «Рівень значущості» – це ймовірність:
    [2] С. 122-124

37. «Помилка 1-го роду» – це ймовірність:
[2] С. 122-124.

38. Який зв'язок між рівнем значущості α та довірчою ймовірністю P?
[2] С. 122-124.

39. У чому полягає основний принцип перевірки будь-якої статистичної гіпотези?
[2] С. 122-124.

40. Які методи використовують для дослідження «прихованих» періодичностей в нестаціонарних часових рядах ?
[1] С. 85-99; [2] С. 336-343, 360-366.

41. З якою метою в інтегральне перетворення Фур'є вводять «множники» («вікна»)?
[1] С.85-89; [2] С. 336-340.

42. Які «множники» використовують для поліпшення селективних якостей інтегральних перетворень Фур'є?
[1] С. 85-89; [2] С. 336-340.

43. Які «фільтри» використовують для «ліквідації» малозабезпечених піків на періодограмі?
[1] С. 85-89; [2] С. 336-340.

44. Яку розмірність має частота ω на амплітудно-частотній характеристиці випадкового процесу?
[1] С. 89-92; [2] С. 340-343.

45. Яке припущення висувається щодо закону розподілу амплітуд гармонік випадкового процесу для визначення статистично значущих періодичностей на періодограмі?
[1] С. 88-92; [2] С. 339-343.

46. За допомогою якого графіка можна отримати статистично значущі періодичності у нестаціонарному випадковому процесі?
[1] С.88-92; [2] С. 339-343.

47. Якщо амплітуди гармонічних коливань підпорядковані нормальному розподілу, то відхилення їх від середнього значення амплітуди $\overline{A}$ з ймовірністю $P = 0,68$ за абсолютною величиною не перевищує……
[2] С. 38-41.

48. Якщо амплітуди гармонічних коливань підпорядковані нормальному розподілу, то відхилення їх від середнього значення амплітуди $\overline{A}$ з ймовірністю $P = 0,95$ за абсолютною величиною не перевищує……:
[2] С. 38-41.

49. Якщо амплітуди гармонічних коливань підпорядковані нормальному розподілу, то відхилення їх від середнього значення амплітуди $\overline{A}$ з ймовірністю $P = 0,997$ за абсолютною величиною не перевищує………:
[2] С. 38-41.

50. Які значення частоти є межами можливих гармонік і можуть бути виявлені у нестаціонарному процесі за допомогою перетворення Фур'є?
[1] С. 85-89; [2] С. 336-340.

51. Як називається характеристика, що визначає однонаправлену зміну випадкового процесу протягом тривалого часу?
[1] С. 93-97; [2] С. 360-364.

52. Якою повинна бути дискретність для еквідістантних часових рядів?
[1] С. 7-11.

53. Детермінована основа випадкового процесу складається з………
[1] С. 93-97; [2] С. 360-364.

54. Детермінована основа випадкового процесу вилучається шляхом……..
[1] С. 93-97; [2] С. 360-364.

55. Ковзне осереднення є видом згладжування випадкового процесу?
[1] С. 93-97; [2] С. 360-364.

56. Крім простого ковзного осереднення для згладжування випадкової функції є ще й інші фільтри?
[1] С. 93-97; [2] С. 360-364.

57. Ваговий множник α_i у ковзному осереднені $\widehat{X}(t_k) = \frac{1}{n} \sum_{i=k-n/2}^{k+n/2} \alpha_i X(t_i)$

за умови $\alpha_i = 1 + \cos\frac{2\pi(k-i)}{n}$ є яким фільтром?
[1] С. 93-97; [2] С. 360-364.

58. Ваговий множник α_i у ковзному осереднені $\widehat{X}(t_k)=\frac{1}{n}\sum_{i=k-n/2}^{k+n/2}\alpha_i X\left(t_i\right)$

за умови $\alpha_i = \exp\left[-\frac{|k-i|}{n}\right]$ є яким фільтром?

[1] С. 93-97; [2] С. 360-364.

59. Як називають ковзне осереднення $\widehat{X}(t_k)=\frac{1}{n}\sum_{i=k-n/2}^{k+n/2}\alpha_i X\left(t_i\right)$, в якому

фільтр $\alpha_i = 1$?
[1] С. 93-97; [2] С. 360-364.

4.3 Завдання до іспиту. Питання для екзаменаційної роботи

1. Функція, ординати якої для будь-яких фіксованих значень аргументу є випадковими величинами, називається........
   [1] С. 20-22; [2] С. 271-274.

2. Якщо аргумент t приймає будь-які дійсні значення у заданому інтервалі, це:
   [1] С. 20-22; [2] С. 271-274.

3. Якщо аргумент t приймає тільки визначені дискретні значення, то це:
   [1] С. 20-22; [2] С. 271-274.

4. Випадкова функція у загальному вигляді складається з ....
   [1] С. 20-22.

5. Як можна замінити багатовимірні закони розподілу у практичному дослідженні гідрометеорологічних процесів?
   [1] С. 22-24.

6. Імовірнісними характеристиками випадкової функції, що визначають характер взаємозв’язку між різними перетинами випадкової функції, є:
   [1] С. 25-28; [2] С. 271-272.

7. Імовірнісні характеристики випадкового процесу є випадковими функціями?
   [1] С. 25-28; [2] С. 271-272.

8. Яка з імовірнісних характеристик випадкової функції при кожному фіксованому значені аргументу t визначає центр розподілу кожного перетину випадкового процесу?
   [1] С. 25-28; [2] С. 271-272.

9. Яка з імовірнісних характеристик випадкової функції $X(t)$ при різних значеннях аргументів t_i та t_j характеризує степінь лінійної залежності між кожною парою перетинів випадкового процесу?
   [1] С. 25-28; [2] С. 271-272.

10. Які випадкові процеси називаються «незв'язними» («некорельованими») ?
    [1] С. 30-32.

11. Які випадкові процеси називають «стаціонарними» випадковими процесами у «широкому сенсі»?
    [1] С. 36-38; [2] С. 271-273.

12. «Декремент затухання» коваріаційної функції має сенс:
    [1] С. 40-42; [2] С. 279-281.

13. Термін «стаціонарність» виник при вивченні випадкових функцій часу чи простору?
    [1] С. 36-37; [2] С. 271-272.

14. Для стаціонарної випадкової функції, яка володіє властивістю ергодичності, операція осереднення за часом від будь-якої реалізації дорівнює осередненню по якій кількості реалізацій ?
    [1] С. 43-45; [2] С. 273-274.

15. Яку ймовірнісну характеристику стаціонарної випадкової функції оцінюємо за даною формулою $\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\tau_{\max}}^{\tau_{\max}} e^{-i\omega\tau}\lambda(\tau)\widehat{K}(\tau)d\tau =$?
    [1] С. 63-65; [2] С. 286-288.

16. Яку величину називають «часом кореляції» та за якою формулою вона визначається?
    [1] С. 45-46.

17. Як називають залежність амплітуди гармонічних коливань від частоти?
    [1] С.50-51; [2] С. 273-274.

18. Як називається зображення деякої функції сумою гармонічних коливань?
    [1] С. 50-51; [2] С. 273-274.

19. Яка характеристика стаціонарної випадкової функції виступає «енергетичним спектром» цієї функції?
    [1] С. 54-56; [2] С. 278-279.

20. «Вузькосмуговому» випадковому процесу відповідає великий (малий) «час кореляції»?
    [1] С.56-57; [2] С. 279-281.

21. «Широкосмуговому» випадковому процесу відповідає великий (малий) «час кореляції»?
    [1] С. 56-57; [2] С. 279-281.

22. Які процеси характеризуються швидким падінням кореляційного зв'язку між перерізами випадкового процесу?
    [1] С.56-57; [2] С. 279-281.

23. Які процеси характеризуються слабким падінням кореляційного зв'язку між перерізами випадкового процесу?
    [1] С. 56-57; [2] С. 279-281.

24. Випадковий процес, що характеризується рівномірним розподілом енергії по всіх частотах, це:
    [1] С. 56-59; [2] С. 286-290.

25. «Декремент затухання» коваріаційної функції має сенс:
    [1] С. 56-59; [2] С. 279-286.

26. Як називають коливання з внутрішньорядовою зв'язністю ?
    [1] С. 76-72; [2] С. 286-297.

27. Від чого залежить «частота накладень» (частота Найквіста)?
    [1] С. 67-69; [2] С. 290-293.

28. За яких умов можливо застосування спектрального аналізу до часових послідовностей ?
    [1] С. 43-46; [2] С. 273-274.

29. Яка функція визначає тісноту кореляційного зв'язку між двома випадковими процесам на фіксованих частотах?
    [1] С. 73-78; [2] С. 306-311.

30. Яких значень може приймати когерентність $\gamma(\omega)$:
    [1] С. 73-78; [2] С. 306-311.

31. Яка функція є мірою стійкості різниці фаз двох процесів?
[1] С. 73-78; [2] С. 306-311.

32. За яких умов різниця фаз двох процесів є стійкою?
[1] С. 73-78; [2] С. 306-311.

33. За яких умов різниця фаз двох процесів є нестійкою?
[1] С. 73-78; [2] С. 306-311.

34. За яких умов фазовий спектр $\psi_{xy}(\omega)$ є додатною величиною?
[1] С. 73-78; [2] С. 306-311.

35. За яких умов фазовий спектр $\psi_{xy}(\omega)$ є від'ємною величиною?
[1] С. 73-78; [2] С. 306-311.

36. За яких умов відбувається відставання по фазі процесу $Y(t)$ від процесу $X(t)$?
[1] С. 73-78; [2] С. 306-311.

37. За яких умов відбувається відставання по фазі процесу *X(t)* від процесу *Y(t)*?
[1] С. 73-78; [2] С. 306-311.

38. За яких умов два процеси *X(t)* та *Y(t)* є «у фазі»?
[1] С. 76-78; [2] С. 309-310.

39. За яких умов два процеси *X(t)* та *Y(t)* є «у протифазі»?
[1] С. 76-78; [2] С. 309-310.

40. За яких умов (значень) когерентності $\gamma(\omega)$ та нульової когерентності $\gamma_0(\omega)$ періоди (частоти) взаємодії двох процесів *X(t)* та *Y(t)* будуть статистично значущими?
[1] С. 82-83; [2] С. 318-319.

41. Чому гідрометеорологічні процеси вважаються нестаціонарними випадковими процесами?
[1] С. 36-37; [2] С. 271-272.

42. Які методи використовуються при дослідженні статистичної структури випадкових процесів?
[1] С. 40, 73, 85; [2] С. 271, 306, 336.

43. Якими перевагами володіє інтегральне перетворення Фур’є для дослідження «прихованих» періодичностей у випадковому процесі?
[1] С. 85-89; [2]С. 336-340.

44. Як по амплітудно-частотній характеристиці визначити з заданою ймовірністю статистично значущі періодичності у випадковому процесі?
[1] С. 89-92; [2] С. 340-343.

45. Які характеристики «прихованих» гармонік у випадковому процесі можна отримати за допомогою інтегрального перетворення Фур’є?
[1] С. 85-92; [2] С. 336-343.

46. Як розрахувати початкову фазу (в радіанах та в одиницях часу) періодичного коливання, що міститься у часовій послідовності?
[1] С. 88-89; [2] С. 339-340.

47. Як отримати період гармонічного коливання, що міститься у випадковому процесі?
[1] С. 88-89; [2] С. 339-340.

48. Як розрахувати амплітуду k-ї гармоніки, яка притаманна випадковому процесу?
[1] С. 88-89; [2] С. 339-340.

49. Якими складовими можна представити нестаціонарний випадковий процес?
[1] С. 93; [2] С. 360.

50. Як отримати детерміновану основу випадкового процесу $X(t)$?
[1] С. 93-97; [2] С. 360-364.

51. Які вагові множники використовуються при фільтрації нестаціонарних часових рядів?
[1] С. 93-97; [2] С. 360-364.

52. Від яких величин залежить результат фільтрації нестаціонарних випадкових процесів?
[1] С. 93-97; [2] С. 360-364.

53. Від яких величин залежить вибір періоду згладжування нестаціонарної випадкової послідовності $X(t)$?
[1] С. 93-97; [2] С. 360-364.

54. З якою метою в інтегральне перетворення Фур'є вводять «множники» («вікна»)?
[1] С.85-89; [2] С. 336-340.

55. Які «множники» використовують для поліпшення селективних якостей інтегральних перетворень Фур'є?
[1] С. 85-89; [2] С. 336-340.

56. Які «фільтри» використовують для «ліквідації» малозабезпечених піків на періодограмі?
[1] С. 85-89; [2] С. 336-340.

57. Яку розмірність має частота ω на амплітудно-частотній характеристиці випадкового процесу?
[1] С. 89-92; [2] С. 340-343.

58. Яке припущення висувається щодо закону розподілу амплітуд гармонік випадкового процесу для визначення статистично значущих періодичностей на періодограмі?
[1] С. 88-92; [2] С. 339-343.

59. За допомогою якого графіка можна отримати статистично значущі періодичності у нестаціонарному випадковому процесі?
[1] С.88-92; [2] С. 339-343.

60. Якщо амплітуди гармонічних коливань підпорядковані нормальному розподілу, то відхилення їх від середнього значення амплітуди $\overline{A}$ з ймовірністю $P = 0,68$ за абсолютною величиною не перевищує……
[2] С. 38-41.

61. Якщо амплітуди гармонічних коливань підпорядковані нормальному розподілу, то відхилення їх від середнього значення амплітуди $\overline{A}$ з ймовірністю $P = 0,95$ за абсолютною величиною не перевищує……:
[2] С. 38-41.

62. Якщо амплітуди гармонічних коливань підпорядковані нормальному розподілу, то відхилення їх від середнього значення амплітуди $\overline{A}$ з ймовірністю $P = 0,997$ за абсолютною величиною не перевищує………:
[2] С. 38-41.

63. Які значення частоти є межами можливих гармонік і можуть бути виявлені у нестаціонарному процесі за допомогою перетворення Фур'є?
[1] С. 85-89; [2] С. 336-340.

64. Як називається характеристика, що визначає однонаправлену зміну випадкового процесу протягом тривалого часу?
[1] С. 93-97; [2] С. 360-364.

65. Якою повинна бути дискретність даних для еквідістантних часових рядів?
[1] С. 7-11.

66. Детермінована основа випадкового процесу складається з………
[1] С. 93-97; [2] С. 360-364.

67. Детермінована основа випадкового процесу вилучається шляхом……..
[1] С. 93-97; [2] С. 360-364.

68. Ковзне осереднення є видом згладжування випадкового процесу?
[1] С. 93-97; [2] С. 360-364.

69. Крім простого ковзного осереднення для згладжування випадкової функції є ще й інші фільтри?
[1] С. 93-97; [2] С. 360-364.

70. Ваговий множник α_i у ковзному осереднені $\widehat{X}(t_k)=\frac{1}{n}\sum\limits_{i=k-n/2}^{k+n/2}\alpha_i X\left(t_i\right)$

за умови $\alpha_i = 1+\cos\frac{2\pi(k-i)}{n}$ є яким фільтром?

[1] С. 93-97; [2] С. 360-364.

71. Ваговий множник α_i у ковзному осереднені $\widehat{X}(t_k)=\frac{1}{n}\sum\limits_{i=k-n/2}^{k+n/2}\alpha_i X\left(t_i\right)$

за умови $\alpha_i = \exp\left[-\frac{|k-i|}{n}\right]$ є яким фільтром?

[1] С. 93-97; [2] С. 360-364.

72. Як називають ковзне осереднення $\widehat{X}(t_k)=\frac{1}{n}\sum\limits_{i=k-n/2}^{k+n/2}\alpha_i X\left(t_i\right)$, в якому

фільтр $\alpha_i = 1$?
[1] С. 93-97; [2] С. 360-364.

5. ЛІТЕРАТУРА ДЛЯ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Основна література

1. Гончарова Л. Д. Методи аналізу випадкових метеорологічних процесів. Конспект лекцій. – ОДЕКУ, 2019. – 105 с.
2. Гончарова Л.Д., Школьний Є.П. Методи обробки та аналізу гідрометеорологічної інформації (збірник задач і вправ): Навчальний посібник. – Одеса: Екологія, 2007. – 464 с.
3. Школьний Є.П., Лоєва І.Д., Гончарова Л.Д. Обробка та аналіз гідрометеорологічної інформації. Підручник. – Одеса, ТЕС, 1999. – 600 с. (частина ІІ).

Додаткова література

4. Казакевич Д.И. Основы теории случайных функций и ее применение в гидрометеологии. – Л.: Гидрометеоиздат. – 1977. – 268 с.
5. Гандин Л.С., Каган Р.Л. Статистические методы интерпретации метеорологических данных. – Л.: Гидрометеоиздат. – 1976. – 360 с.

6. http://library.odeku.edu.ua/
7. http://eprints.library.odeku.edu.ua/