

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Одеський державний екологічний університет

ЗАТВЕРДЖЕНО  
на засіданні групи забезпечення спеціальності  
від « 31 » 08 20 20 року  
протокол № 1  
Голова групи д.ф.-м.н., проф. Хецеліус О.Ю.

**СИЛАБУС**

навчальної дисципліни

<u>Фрактальна геометрія і теорія хаосу</u>			
(назва навчальної дисципліни)			
<u>113 – Прикладна математика</u>			
(шифр та назва спеціальності)			
<u>Прикладна математика класичних та квантових систем</u>			
(назва освітньої програми)			
<u>Третій</u>			<u>Денна</u>
(рівень вищої освіти)			(форма навчання)
<u>перший</u>	<u>2</u>	<u>5/150</u>	<u>Залік</u>
(рік навчання)	(семестр навчання)	(кількість кредитів ЄКТС/годин)	(форма контролю)
<u>кафедри вищої та прикладної математики</u>			
(кафедра)			

Одеса, 2020 р.

**Автори:**

завідувач кафедри вищої та прикладної математики, д.ф.-м.н., проф.

Глушков О.В.,

професор кафедри вищої та прикладної математики, д.ф.-м.н., проф.

Хецеліус О.Ю.,

доцент кафедри вищої та прикладної математики, к.ф.-м.н., доц.

Чернякова Ю.Г.

доцент кафедри вищої та прикладної математики, к.ф.-м.н., доц.

Буяджи В.В.

Поточна редакція розглянута на засіданні кафедри вищої та прикладної математики від « 31 » 08 20 20 року, протокол № 1 .

**Перелік попередніх редакцій**

Прізвища та ініціали авторів	Дата, № протоколу	Дата набуття чинності
Глушков О.В., Хецеліус О.Ю., Чернякова Ю.Г., Буяджи В.В.	31.08.2018 р., № 1	03.09.2018 р.
Глушков О.В., Хецеліус О.Ю., Свинаренко А.А.	09.06.2016 р., № 10	01.09.2016 р.

## ЗМІСТ

1. Глосарій .....	4
2. Опис навчальної дисципліни .....	5
3. Мета та завдання навчальної дисципліни .....	6
4. Схема навчальної дисципліни .....	7
5. Програма лекційних блоків .....	8
6. Програма практичних блоків .....	17
7. Програма блока наукової роботи .....	25
8. Організація самостійної роботи аспірантів .....	25
9. Індивідуальні завдання, курсові роботи .....	26
10. Організація поточного, семестрового та підсумкового контролю знань аспірантів .....	28
11. Література .....	31

## 1. ГЛОСАРІЙ

- І** – іспит
- З** – залік
- ІЗ** – індивідуальне завдання
- КР** – контрольна робота
- КуР** – курсова робота
- ЛЗ** – лекційне заняття
- УО** – усне опитування
- ВЗ** – перевірка виконання індивідуального завдання
- ОЗЕ** – кількісна оцінка (у відсотках від максимально можливої) заходів контролю СРС під час проведення аудиторних занять
- ВІЗ** – виконання індивідуального завдання
- ВКуР** – виконання курсової роботи
- ВЛБ** – вивчення певних тем лекційного блоку
- ПІЗ** – перевірка індивідуального завдання
- ПКР** – перевірка контрольної роботи
- ПКуР** – перевірка курсової роботи
- ПЛЗ** – підготовка до лекційних занять
- ПМКР** – підготовка до контрольної роботи
- ПУОП** – підготовка до усного опитування під час практичних занять
- ПО** – підсумкова оцінка

## 2. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Таблиця 1

Найменування показників	Галузь знань, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристики навчальної дисципліни	
		денна форма навчання	заочна форма навчання
Кількість кредитів ECTS 5	Галузь знань: 11. Математика та статистика	Нормативна	
	Рівень освіти: Третій		
Змістовних блоків: лекційних: 7 практичних: 4 3	Спеціальність: 113 – Прикладна математика	Рік підготовки	
		1	1
		Семестр	
		2	2
Індивідуальні завдання: денна форма - індивідуальне завдання - 1 курсова робота - 1  заочна форма - індивідуальне завдання - 1 курсова робота - 1	Освітньо-кваліфікаційний рівень: Доктор філософії	Лекційні заняття	
		45	10
		Практичні заняття	
		30	10
		Самостійна робота	
		75	130
		Індивідуальні завдання	
Загальна кількість годин: денна -150; заочна - 150		Форма підсумкового Контролю	
		3	3
Співвідношення годин (%):	аудиторні заняття самостійна індивідуальна робота	денна 50.0	заочна 13.0
		50.0	87.0

### **3. МЕТА ТА ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

Дисципліна «Фрактальна геометрія та теорія хаосу» є вибірковою дисципліною у циклі професійної підготовки аспірантів (третьій рівень освіти) за спеціальністю 113- Прикладна математика.

Вона спрямована на засвоєння (забезпечення) низки запланованих компетентностей, у т.ч., вивчення сучасного апарату фрактальної геометрії та теорії хаосу, а також нових методів та алгоритмів математичної фізики складних хаотичних систем з можливим узагальненням на різноманітні класи математичних, фізико-хімічних, кібернетичних, соціально-економічних та екологічних систем, використання сучасних наукових методів та досягнення наукових результатів, які створюють потенційно нові знання в теорії та практиці хаотичних явищ.

**Місце дисципліни у структурно-логічній схемі її викладання:** отримані знання при вивченні даної дисципліни використовуються при написанні дисертаційних робіт, тематика яких пов'язана із дослідженням фрактальних властивостей та регулярної та хаотичної динаміки різноманітні класів математичних, фізико-хімічних, кібернетичних, соціально-економічних та екологічних систем. Основні поняття дисципліни – це бажаний інструментарій досвідченого фахівця у галузі прикладної математики.

**Метою вивчення дисципліни** є засвоєння (забезпечення) низки компетентностей, зокрема, оволодіння сучасним апаратом фрактальної геометрії та теорії хаосу, здатність розвитку нових та удосконалення існуючих математичних методів аналізу, моделювання та прогнозування на основі фрактальної геометрії та елементів теорії хаосу регулярної і хаотичної динаміки (еволюції) складних систем.

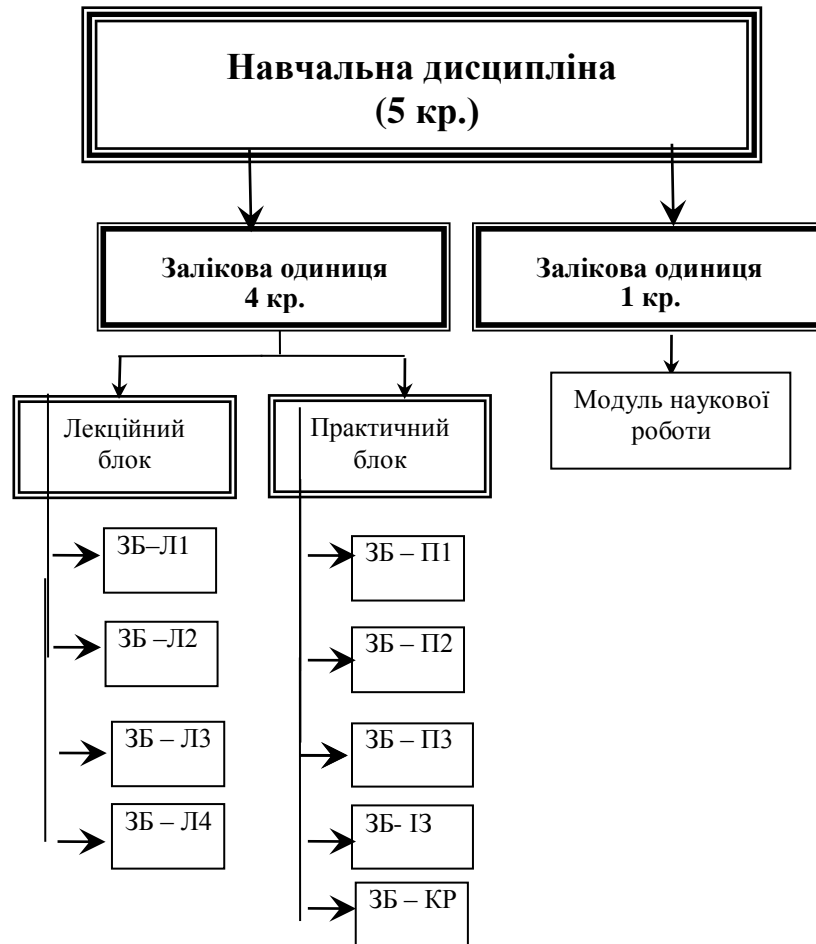
**Загальний обсяг навчального часу**, що припадає на вивчення дисципліни, становить **300** год. для денної форми навчання та **300** год. для заочної форми навчання.

**Після засвоєння цієї дисципліни аспірант повинен уміти** використовувати сучасні або розроблювати нові підходи, зокрема, на основі фрактальної геометрії та теорії хаосу, до аналізу, моделювання, прогнозування, програмування регулярної і хаотичної динаміки складних систем з постановкою комп'ютерних експериментів.

**Вивчення дисципліни «Фрактальна геометрія та теорія хаосу»** проводиться на першому році навчання (2 семестр; денна і заочна форми навчання) і передбачає лекційні та практичні заняття. Види контролю поточних знань – контрольні та курсова роботи, опитування, залік.

#### 4. СХЕМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

(Дисципліна містить навчальний курс загальним обсягом 300 годин, індивідуальне завдання міститься у практичному модулі)



## 5. ПРОГРАМА ЛЕКЦІЙНИХ БЛОКІВ

Таблиця 2

Змістовні модулі	Назва змістовного блока	Назва теми	Денна форма				Заочна форма			
			Кількість ауд. годин	Кількість годин СРС	Завдання на СРС	Форми поточного контр. СРС	Кількість аудиторних годин	Кількість годин СРС	Завдання на СРС	Форми поточного контр. СРС
ЗБ- Л1	Динаміка диференціальних рівнянь та елементи теорії катастроф	Якісна теорія диференціальних рівнянь. Динаміка диференціальних рівнянь. Інтегрування лінійних та нелінійних рівнянь другого порядку. Динаміка у фазовій площині. Фазовий портрет маятника та консервативних систем. Аналіз стійкості. Матриця стійкості. Класифікація нерухомих точок. Лімітні цикли. Елементи сучасної теорії нелінійних коливань. Елементи сучасної теорії динамічних систем. Класифікація та приклади динамічних систем. Елементи теорії катастроф. Катастрофи корозмірності. Динамічні системи та біфуркації. Питання структурної стійкості. Теорія локальних і гомоклінічних біфуркацій. Інваріантні тори. Теореми про центральне різноманіття. Біфуркації одновимірних потоків, Андронова-Хопфа, лімітних циклів, 1-Д, 2-Д, 3-Д параметричних одномірних відображень. Нестійкі та стійкі різноманіття. Біфуркації та синхронізації в системах типу Ван-дер-Поля.	5	4	ПЛЗ		2	12	ПЛЗ	
			5	4	ПУОП	УО			ПУОП	УО
ЗБ- Л2	Елементи теорії фракталів та мультифракталів	Введення в теорію фракталів. Природні приклади фракталів (мультифракталів). Канторові множини. Самоподібність та арифметичні властивості. Логістична парабола та подвоєння періо-	5	4	ПЛЗ		2	12	ПЛЗ	УО



		дів. Самоподібна логістична динаміка. Феноменн скейлінгу. Дотичні біфуркації, переміжаємість та $1/f$ шум. Множини Мандельброта. Множина Жюлі комплексного квадратичного відображення. Визначення фракталу (мультифракталу). Фрактальна розмірність. Масова розмірність. Кореляційна розмірність. Визначення фрактальної розмірності на основі узагальнених ентропій. Визначення кореляційної розмірності по часовим рядам. Мультифрактали на фракталах. Співвідношення між мультифрактальним спектром і показниками маси. Дивні атрактори як мультифрактали. Фрактали та комплексна аналітична динаміка.	5	4	ПУОП  ПЛЗ			ПУОП  ВЛБ	УО  УО
ЗБ- ЛЗ	Геометрія фазового простору. Теорія хаосу	Визначення хаосу. Хаос та його властивості. Геометрія дивних атракторів. Подвоєння періодів та теорія Файгенбаума. Переміжаємість. Квазіперіодичні явища. Критерії локального хаосу. Показники Ляпунова та спектр потужності. Критерії виникнення глобального хаосу. Метод перекриття резонансів. Метод Гріна. Тест Готтвуда і Мелбена. Геометрія фазового простору. Теорема Колмогорова-Арнольда-Мозера. Обчислення часової затримки $\tau$ за допомогою автокореляційної функції чи взаємної інформації. Визначення розмірності вкладення $d_E$ за методом кореляційної розмірності чи алгоритму хибних найближчих сусідніх точок. Розрахунок мультифрактальних спектрів. Метод кореляційного інтегралу. Метод показників Ляпунова. Вейвлет-аналіз. Визначення та обчислення глобальних розмірностей Ляпунова $\lambda_\alpha$ , розмірності Каплана-Йорка $d_L$ , ентропії Колмогорова, середньої межі передбачу-	8	4	ПЛЗ		3	12	ВЛБ  УО
			5	4	ПУОП  ПЛЗ	УО  УО	1	ВЛБ  УО	

		ваності $P_{r_{max}}$ . Хаос-геометричний підхід до аналізу, моделювання та прогнозування нелінійної динаміки хаотичних систем: визначення кількості найближчих сусідніх точок NN для найкращих результатів прогнозу. Методи нелінійного прогнозу еволюційної динаміки хаотичних систем. Теоретичні аспекти побудови моделей прогнозування. Нейромережевий алгоритм, алгоритм передбачених траєкторій.								
ЗБ- Л4	Хаотична динаміка дисипативних систем. Елементи теорії квантового хаосу	Хаотична динаміка дисипативних систем. Статистичні поняття сильно хаотичних систем. Ергодичність. Перемішування. Трансформації пекаря та системи Бернуллі. Ієрархія неупорядкованості. Дисипативні системи та турбулентність. Теорія Ландау-Хопфа. Теорія біфуркацій Хопфа. Теорія Рюеля-Текенса. Математичні моделі дивних атракторів. Модель Лоренца та відображення Хенона. Біфуркації подвоєння періоду та різні класи універсальності. Нелінійний аналіз та прогнозування еволюційної хаотичної динаміки економічних, екологічних, нейрофізіологічних та інших систем. Приклади тестування хаосу в часових рядах та нелінійних моделей прогнозування. Хаос та інтегруємість у квазікласичній механіці. Нелінійні хаотична динаміка квантових систем. Квазіперіодична квантова механіка. Інтегруємі системи. Метод ВКБ та умови квантування Бора-Зомерфельда. Квантовий хаос. Формула сліду Гутцвіллера. Внески у густину станів. Випадкові матриці. Гаусові ансамблі. Метод суперсиметрії. Гамільтоніан з пе-	5	5	ПЛЗ		3	14	ВЛМ	УО
			7	6	ПМКР (ПО)	УО КР			ПМКР (ПО)	КР (ПКР)

		<p>ріодичною залежністю від часу. Динамічна локалізація. Наближення сильного зв'язку. Спектральні кореляції. Спектральний аналіз, статистика енергетичного спектру, розподіл Вігнера, спектр потужності і «спектральна жорсткість». Спектр потужності та принцип відповідності. Розподіл відстань між рівнями. Критерії Чирикова. Хаотичні особливості динаміки атомних систем в постійному електричному, магнітному та електромагнітному полях. Хаос в динаміці молекулярних систем в електромагнітному полі.</p>									
Підготовка до заліку				<b>10</b>					<b>10</b>		
		Всього	<b>45</b>	<b>45</b>			<b>10</b>	<b>60</b>			

Після вивчення лекційних змістовних блоків студенти мають оволодіти наступними знаннями.

**ЗБ-Л1.** Якісна теорія диференціальних рівнянь. Динаміка диференціальних рівнянь. Інтегрування лінійних та нелінійних рівнянь другого порядку. Динаміка у фазовій площині. Фазовий портрет маятника та консервативних систем. Аналіз стійкості. Матриця стійкості. Класифікація нерухомих точок. Лімітні цикли. Елементи сучасної теорії нелінійних коливань. Елементи сучасної теорії динамічних систем. Класифікація та приклади динамічних систем. Елементи теорії катастроф. Катастрофи корозмірності. Динамічні системи та біфуркації. Питання структурної стійкості. Теорія локальних і гомоклінічних біфуркацій. Інваріантні тори. Теореми про центральне різноманіття. Біфуркації одновимірних потоків, Андронова-Хопфа, лімітних циклів, 1-Д, 2-Д, 3-Д параметричних одномірних відображень. Нестійкі та стійкі різноманіття. Біфуркації та синхронізації в системах типу Ван-дер-Поля.

Наявне навчально-методичне забезпечення:

1. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы.- Ижевск : ИКИ, 2010. — 656С.
2. Табор Х. Хаос и интегрируемость в нелинейной динамике.-М: Мир, 2009.-306С.
3. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Рыскин Н.Н., Исаева О.Б., Нелинейность: от колебаний к хаосу.-М-Ижевск: НИЦ РХД.-2006.-184С.
4. Ott E. Chaos in dynamical systems/ Ott E.; Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2002.- 490p.;
5. Gutzwiller M. Chaos in Classical and Quantum Mechanics/ Gutzwiller M.-N.-Y.:Springer-Verlag, 1990.-720p.
6. Штохман Х.-Ю. Квантовый хаос М: Физматлит, 2004. – 176С.
7. Гринченко В. Т., Мацыпура В. Т., Снарский А. А. Введение в нелинейную динамику: Хаос и фракталы. М. : URSS, 2010. — 280 с.
8. Glushkov A.V. , Khetselius O.Yu., Kruglyak Yu.A., Ternovsky V.B., Computational Methods in Quantum Geometry and Chaos theory, P.3 Lecture's Notes - Odessa: TEC, 2015.-180P.
9. Kruglyak Yu.A., Glushkov A.V., Prepelitsa G.P., Buyadzhi V.V., Computational Methods in Quantum Geometry and Chaos theory, P. 4. Lecture's Notes - Odessa: TEC, 2015.-180P.
10. Glushkov A.V., Kruglyak Yu.A., Khetselius O.Yu., Buyadzhi V.V., Numerical methods in Quantum Geometry and Chaos theory, Part 1: Theory of many-body systems, Lecture's Notes.- Odessa: OSENU, 2015.-164P.
11. Glushkov A.V., Khetselius O.Yu., Buyadzhi V.V., Serga I.N., Numerical methods in Quantum Geometry and Chaos theory, Part 2: New methods and algorithms, Lecture's Notes- Odessa: OSENU, 2015.- 130P.

12. Glushkov A.V., Khetselius O.Yu., Svinarenko A.A., Chernyakova Yu.G., Fractal Geometry and a Chaos Theory, part 2: New methods and algorithms of Nonlinear Analysis, Lecture's Notes- Odessa: OSENU.-92P.
13. Глушков А.В. Релятивистская квантовая теория. Квантовая механика атомных систем.-Одесса: Экология.-2008. –700С.
14. Глушков А.В., Новые методы математического моделирования в задачах конструктивной географии, гидрометеорологии и экологии.-Одесса: ТЕС.-2014.-405С.

**ЗБ-Л2.** Введення в теорію фракталів. Природні приклади фракталів (мультифракталів). Канторові множини. Самоподібність та арифметичні властивості. Логістична парабола та подвоєння періодів. Самоподібна логістична динаміка. Феномен скейлінгу. Дотичні біфуркації, переміжаємість та  $1/f$  шум. Множини Мандельброта. Множина Жюлі комплексного квадратичного відображення. Визначення фракталу (мільтіфракталу). Фрактальна розмірність. Масова розмірність. Кореляційна розмірність. Визначення фрактальної розмірності на основі узагальнених ентропій. Визначення кореляційної розмірності по часовим рядам. Мультифрактали на фракталах. Співвідношення між мультифрактальним спектром и показниками маси. Дивні атрактори як мультифрактали. Фрактали та комплексна аналітична динаміка.

Наявне навчально-методичне забезпечення:

1. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы.- Ижевск : ИКИ, 2010. — 656С.
2. Табор Х. Хаос и интегрируемость в нелинейной динамике.-М: Мир, 2009.-306С.
3. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Рыскин Н.Н., Исаева О.Б., Нелинейность: от колебаний к хаосу.-М-Ижевск: НИЦ РХД.-2006.-184С.
4. Ott E. Chaos in dynamical systems/ Ott E.; Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2002.- 490p.;
5. Gutzwiller M. Chaos in Classical and Quantum Mechanics/ Gutzwiller M.-N.-Y.:Springer-Verlag, 1990.-720p.
6. Штохман Х.-Ю. Квантовый хаос М: Физматлит, 2004. – 176С.
7. Гринченко В. Т., Мацыпура В. Т., Снарский А. А. Введение в нелинейную динамику: Хаос и фракталы. М. : URSS, 2010. — 280 с.
8. Glushkov A.V. , Khetselius O.Yu., Kruglyak Yu.A., Ternovsky V.B., Computational Methods in Quantum Geometry and Chaos theory, P.3 Lecture's Notes - Odessa: ТЕС, 2015.-180P.
9. Kruglyak Yu.A., Glushkov A.V., Prepelitsa G.P., Buyadzhi V.V., Computational Methods in Quantum Geometry and Chaos theory, P. 4. Lecture's Notes - Odessa: ТЕС, 2015.-180P.

10. Glushkov A.V., Kruglyak Yu.A., Khetselius O.Yu., Buyadzhi V.V., Numerical methods in Quantum Geometry and Chaos theory, Part 1: Theory of many-body systems, Lecture's Notes.- Odessa: OSENU, 2015.- 164P.
11. Glushkov A.V., Khetselius O.Yu., Buyadzhi V.V., Serga I.N., Numerical methods in Quantum Geometry and Chaos theory, Part 2: New methods and algorithms, Lecture's Notes- Odessa: OSENU, 2015.- 130P.
12. Glushkov A.V., Khetselius O.Yu., Svinarenko A.A., Chernyakova Yu.G., Fractal Geometry and a Chaos Theory, part 2: New methods and algorithms of Nonlinear Analysis, Lecture's Notes- Odessa: OSENU.- 92P.
13. Глушков А.В. Релятивистская квантовая теория. Квантовая механика атомных систем.-Одесса: Экология.-2008. –700С.
14. Глушков А.В., Новые методы математического моделирования в задачах конструктивной географии, гидрометеорологии и экологии.- Одесса: ТЕС.-2014.-405С.

**ЗБ-ЛЗ.** Визначення хаосу. Хаос та його властивості. Геометрія дивних атракторів. Подвоєння періодів та теорія Файгенбаума. Перемижаємість. Квазіперіодичні явища. Критерії локального хаосу. Показники Ляпунова та спектр потужності. Критерії виникнення глобального хаосу. Метод перекриття резонансів. Метод Гріна. Тест Готтвода і Мелбена. Геометрія фазового простору. Теорема Колмогорова-Арнольда-Мозера. Обчислення часової затримки  $\tau$  за допомогою автокореляційної функції чи взаємної інформації. Визначення розмірності вкладення  $d_E$  за методом кореляційної розмірності чи алгоритму хибних найближчих сусідніх точок. Розрахунок мультифрактальних спектрів. Метод кореляційного інтегралу. Метод показників Ляпунова. Вейвлет-аналіз. Визначення та обчислення глобальних розмірностей Ляпунова  $\lambda_\alpha$ , розмірності Каплана-Йорка  $d_L$ , ентропії Колмогорова, середньої межі передбачуваності  $Pr_{max}$ . Хаос-геометричний підхід до аналізу, моделювання та прогнозування нелінійної динаміки хаотичних систем: Визначення кількості найближчих сусідніх точок NN для найкращих результатів прогнозу. Методи нелінійного прогнозу еволюційної динаміки хаотичних систем. Теоретичні аспекти побудови моделей прогнозування. Нейромережевий алгоритм, алгоритм передбачених траєкторій.

Наявне навчально-методичне забезпечення:

1. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы.- Ижевск : ИКИ, 2010. — 656С.
2. Табор Х. Хаос и интегрируемость в нелинейной динамике.-М: Мир, 2009.-306С.
3. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Рыскин Н.Н., Исаева О.Б., Нелинейность: от колебаний к хаосу.-М-Ижевск: НИЦ РХД.-2006.-184С.

4. Ott E. Chaos in dynamical systems/ Ott E.; Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2002.- 490p.;
5. Gutzwiller M. Chaos in Classical and Quantum Mechanics/ Gutzwiller M.-N.-Y.:Springer-Verlag, 1990.-720p.
6. Штохман Х.-Ю. Квантовый хаос М: Физматлит, 2004. – 176С.
7. Гринченко В. Т., Мацыпура В. Т., Снарский А. А. Введение в нелинейную динамику: Хаос и фракталы. М. : URSS, 2010. — 280 с.
8. Glushkov A.V. , Khetselius O.Yu., Kruglyak Yu.A., Ternovsky V.B., Computational Methods in Quantum Geometry and Chaos theory, P.3 Lecture's Notes - Odessa: TEC, 2015.-180P.
9. Kruglyak Yu.A., Glushkov A.V., Prepelitsa G.P., Buyadzhi V.V., Computational Methods in Quantum Geometry and Chaos theory, P. 4. Lecture's Notes - Odessa: TEC, 2015.-180P.
- 10.Glushkov A.V., Kruglyak Yu.A., Khetselius O.Yu., Buyadzhi V.V., Numerical methods in Quantum Geometry and Chaos theory, Part 1: Theory of many-body systems, Lecture's Notes.- Odessa: OSENU, 2015.-164P.
- 11.Glushkov A.V., Khetselius O.Yu., Buyadzhi V.V., Serga I.N., Numerical methods in Quantum Geometry and Chaos theory, Part 2: New methods and algorithms, Lecture's Notes- Odessa: OSENU, 2015.- 130P.
- 12.Glushkov A.V., Khetselius O.Yu., Svinarenko A.A., Chernyakova Yu.G., Fractal Geometry and a Chaos Theory, part 2: New methods and algorithms of Nonlinear Analysis, Lecture's Notes- Odessa: OSENU.-92P.
- 13.Глушков А.В. Релятивистская квантовая теория. Квантовая механика атомных систем.-Одесса: Экология.-2008. –700С.
- 14.Глушков А.В., Новые методы математического моделирования в задачах конструктивной географии, гидрометеорологии и экологии.- Одесса: TEC.-2014.-405С.

**ЗБ-Л4.** Хаотична динаміка дисипативних систем. Статистичні понятті сильно хаотичних систем. Ергодичність. Перемішування. Трансформації пекаря та системи Бернуллі. Ієрархія неупорядкованості. Дисипативні системи та турбулентність. Теорія Ландау-Хопфа. Теорія біфуркацій Хопфа. Теорія Рюеля-Текенса. Математичні моделі дивних атракторів. Модель Лоренца та відображення Хенона. Біфуркації подвоєння періоду та різні класи універсальності. Нелінійний аналіз та прогнозування еволюційної хаотичної динаміки економічних, екологічних, нейрофізіологічних та інших систем. Приклади тестування хаосу в часових рядах та нелінійних моделей прогнозування. Хаос та інтегруємість у квазікласичній механіці. Нелінійні хаотична динаміка квантових систем. Квазіперіодична квантова механіка. Інтегруємі системи. Метод ВКБ та умови квантування Бора-

Зомерфельда. Квантовый хаос. Формула следа Гутцвиллера. Внески у густину станів. Випадкові матриці. Гаусови ансамблі. Метод суперсиметрії. Гамільтоніан з періодичною залежністю від часу. Динамічна локалізація. Наближення сильного зв'язку. Спектральні кореляції. Спектральний аналіз, статистика енергетичного спектру, розподіл Вігнера, спектр потужності і «спектральна жорсткість». Спектр потужності та принцип відповідності. Розподіл відстань між рівнями. Критерії Чирикова. Хаотичні особливості динаміки атомних систем в постійному електричному, магнітному та електромагнітному полях. Хаос в динаміці молекулярних систем в електромагнітному полі.

Наявне навчально-методичне забезпечення:

1. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы.- Ижевск : ИКИ, 2010. — 656С.
2. Табор Х. Хаос и интегрируемость в нелинейной динамике.-М: Мир, 2009.-306С.
3. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Рыскин Н.Н., Исаева О.Б., Нелинейность: от колебаний к хаосу.-М-Ижевск: НИЦ РХД.-2006.-184С.
4. Ott E. Chaos in dynamical systems/ Ott E.; Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2002.- 490p.;
5. Gutzwiller M. Chaos in Classical and Quantum Mechanics/ Gutzwiller M.-N.-Y.:Springer-Verlag, 1990.-720p.
6. Штохман Х.-Ю. Квантовый хаос М: Физматлит, 2004. – 176С.
7. Гринченко В. Т., Мацыпура В. Т., Снарский А. А. Введение в нелинейную динамику: Хаос и фракталы. М. : URSS, 2010. — 280 с.
8. Glushkov A.V. , Khetselius O.Yu., Kruglyak Yu.A., Ternovsky V.B., Computational Methods in Quantum Geometry and Chaos theory, P.3 Lecture's Notes - Odessa: TEC, 2015.-180P.
9. Kruglyak Yu.A., Glushkov A.V., Prepelitsa G.P., Buyadzhi V.V., Computational Methods in Quantum Geometry and Chaos theory, P. 4. Lecture's Notes - Odessa: TEC, 2015.-180P.
10. Glushkov A.V., Kruglyak Yu.A., Khetselius O.Yu., Buyadzhi V.V., Numerical methods in Quantum Geometry and Chaos theory, Part 1: Theory of many-body systems, Lecture's Notes.- Odessa: OSENU, 2015.-164P.
11. Glushkov A.V., Khetselius O.Yu., Buyadzhi V.V., Serga I.N., Numerical methods in Quantum Geometry and Chaos theory, Part 2: New methods and algorithms, Lecture's Notes- Odessa: OSENU, 2015.- 130P.
12. Glushkov A.V., Khetselius O.Yu., Svinarenko A.A., Chernyakova Yu.G., Fractal Geometry and a Chaos Theory, part 2: New methods and algorithms of Nonlinear Analysis, Lecture's Notes- Odessa: OSENU.- 92P.
13. Глушков А.В. Релятивистская квантовая теория. Квантовая механика атомных систем.-Одесса: Экология.-2008. –700С.
14. Глушков А.В., Новые методы математического моделирования в задачах конструктивной географии, гидрометеорологии и экологии.- Одесса: TEC.-2014.-405С.



## 6. ПРОГРАМА ПРАКТИЧНИХ БЛОКІВ

Таблиця 3

Змістовні модулі	Назва змістовного блока	Назва теми	Денна форма				Заочна форма			
			Кількість аудиторних годин	Кількість годин СРС	Завдання на СРС	Форми поточного контролю СРС	Кількість аудиторних годин	Кількість годин СРС	Завдання на СРС	Форми поточного контролю СРС
ЗБ- П1	Динаміка диференціальних рівнянь та елементи теорії катастроф. Елементи теорії фракталів та мультіфракталів	Динаміка диференціальних рівнянь. Інтегрування лінійних та нелінійних рівнянь другого порядку. Динаміка у фазовій площині. Фазовий портрет маятника та консервативних систем. Аналіз стійкості. Матриця стійкості. Класифікація нерухомих точок. Лімітні цикли. Приклади динамічних систем. Елементи теорії катастроф. Катастрофи корозмірності. Динамічні системи та біфуркації. Питання структурної стійкості. Теорія локальних і гомоклінічних біфуркацій. Інваріантні тори. Теорема про центральне різноманіття. Біфуркації одновимірних потоків, Андронова-Хопфа, лімітних циклів, 1-Д, 2-Д, 3-Д параметричних одномірних відображень. Нестійкі та стійкі різноманіття. Біфуркації та синхронізації в системах типу Ван-дер-Поля. Канторові множини. Самоподібність та арифметичні властивості. Логістична парабола та подвоєння періодів. Феноменн скейлінгу. Касательні біфуркації, переміжаємість та $1/f$ шум. Множини Мандельброта. Множина Жюлі комплексного квадратичного відображення. Визначення фракталу (мультіфракталу). Обчислення фрактальної розмірності. Кореляційна розмірність. Визначення фракталь	5	5	ПУОП	УО	1	8	ПУОП	УО
			5		ПУОП	УО	1	8	ПУОП	УО

		ної розмірності на основі узагальнених ентропій. Визначення кореляційної розмірності по часовим рядам. Мультифрактали на фракталах. Співвідношення між мультифрактальним спектром і показниками маси. Дивні атрактори як мультифрактали. Фрактали та комплексна аналітична динаміка, турбулентності, переносу енергії, маси.								
ЗБ- П2	Геометрія фазового простору. Теорія хаосу. Хаотична динаміка дисипативних систем	Визначення хаосу та його властивостей. Критерії локального хаосу. Показники Ляпунова та спектр потужності. Критерії виникнення глобального хаосу. Метод перекриття резонансів. Метод Гріна. Тест Готтвуда і Мелбена. Геометрія фазового простору. Обчислення часової затримки $\tau$ за допомогою автокореляційної функції чи взаємної інформації. Визначення розмірності вкладення $d_E$ за методом кореляційної розмірності чи алгоритму хибних найближчих сусідніх точок. Розрахунок мультифрактальних спектрів. Метод кореляційного інтегралу. Вейвлет-аналіз. Визначення та обчислення глобальних розмірностей Ляпунова $\lambda_\alpha$ , розмірності Каплана-Йорка $d_L$ , ентропії Колмогорова, середньої межі передбачуваності $P_{r_{max}}$ . Хаос-геометричний підхід до прогнозування нелінійної динаміки хаотичних систем: визначення кількості найближчих сусідніх точок NN для найкращих результатів прогнозу. Методи нелінійного прогнозу еволюційної динаміки хаотичних систем: нейромережевий алгоритм, алгоритм передбачених траєкторій. Хаотична динамі-	5	5	ПУОП	УО	2	8	ПУОП	УО
			5		ПУОП	КР	2	8	ПУОПР	УО

		ка дисипативних систем. Статистичні понятті сильно хаотичних систем. Дисипативні системи та турбулентність. Теорія Ландау-Хопфа. Теорія біфуркацій Хопфа. Теорія Рюеля-Текенса. Математичні моделі дивних атракторів. Модель Лоренца та відображення Хенона. Біфуркації подвоєння періоду та різні класи універсальності. Нелінійний аналіз та прогнозування еволюційної хаотичної динаміки економічних, екологічних, нейрофізіологічних та інших систем. Приклади тестування хаосу в часових рядах та нелінійних моделей прогнозування.								
ЗБ- ПЗ	Елементи теорії квантового хаоса. Хаос в квантових і лазерних системах	Хаос та інтегруємість у квазікласичній механіці. Нелінійні хаотична динаміка квантових систем. Квазіперіодична квантова механіка. Інтегруємі системи. Метод ВКБ та умови квантування Бора-Зомерфельда. Квантовий хаос. Формула сліду Гутцвіллера. Внески у густину станів. Випадкові матриці. Гаусови ансамблі. Метод суперсиметрії. Гамільтоніан з періодичною залежністю від часу. Динамічна локалізація. Наближення сильного зв'язку. Спектральні кореляції. Спектральний аналіз, статистика енергетичного спектру, розподіл Вігнера, спектр потужності і «спектральна жорсткість». Спектр потужності та принцип відповідності. Розподіл відстань між рівнями. Критерій Чирикова. Хаотичні особливості динаміки атомних систем в постійному електрично-	5	5	ПУОП	УО	2	8	ПУОП	УО
			5		ПМКР	КР	2	10	ПМКР	КР (ПО)

		му, магнітному та електромагнітному полях. Хаос в динаміці молекулярних систем в електромагнітному полі. Приклад динамічного хаосу. Нелінійний аналіз хаотичних коливань в сітці двох квантових генераторів. Аналіз генерації хаосу в напівпровідникових GaAs / GaAlAs лазерних системах із запізненим зворотнім зв'язком. Аналіз генерації хаосу в ербієвому однокільцевому волоконному лазері. Нелінійна динаміка релятивістських ламп зворотної хвилі (ЛЗХ) в самомодуляційному та хаотичного режимах та її опис на основі методів теорії хаосу. Спрощена якісна теорія та приклади її застосування до опису нелінійної динаміки релятивістських ЛЗХ. Нелінійна динаміка релятивістської ЛЗХ в автомодуляційному та хаотичному режимах у врахуванням ефектів відбиття хвиль, просторового поля заряду і дисипації.								
I31	Індивідуальне завдання		-	5	ПЗ	ВЗ	X	10	X	X
КуР1	Курсова (дослідницька ) робота КуР		-	10	ПКуР	ВКуР	X	10		
		<b>Всього</b>	<b>30</b>	<b>30</b>			<b>10</b>	<b>70</b>		

Після вивчення практичних змістовних блоків студенти мають оволодіти наступними **вміннями**.

**ЗМ-ПІ.** Динаміка диференціальних рівнянь. Інтегрування лінійних та нелінійних рівнянь другого порядку. Динаміка у фазовій площині. Фазовий портрет маятника та консервативних систем. Аналіз стійкості. Матриця стійкості. Класифікація нерухомих точок. Лімітні цикли. Приклади динамічних систем. Елементи теорії катастроф. Катастрофи корозмірності. Динамічні системи та біфуркації. Питання структурної стійкості. Теорія локальних і гомоклінічних біфуркацій. Інваріантні тори. Теорема про центральне різноманіття. Біфуркації одновимірних потоків, Андронова-Хопфа, лімітних циклів, 1-Д, 2-Д, 3-Д параметричних одномірних відображень. Нестійкі та стійкі різноманіття. Біфуркації та синхронізації в системах типа Ван-дер-Поля. Канторові множини. Самоподібність та арифметичні властивості. Логістична парабола та подвоєння періодів. Феномен скейлінгу. Касательні біфуркації, перемижаємість та  $1/f$  шум. Множини Мандельброта. Множина Жюлі комплексного квадратичного відображення. Визначення фракталу (мільтіфракталу). Обчислення фрактальної розмірності. Кореляційна розмірність. Визначення фрактальної розмірності на основі узагальнених ентропій. Визначення кореляційної розмірності по часовим рядам. Мультіфрактали на фракталах. Співвідношення між мультіфрактальним спектром и показниками маси. Дивні атрактори як мультіфрактали. Фрактали та комплексна аналітична динаміка.

Наявне навчально-методичне забезпечення:

1. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы.- Ижевск : ИКИ, 2010. — 656С.
2. Табор Х. Хаос и интегрируемость в нелинейной динамике.-М: Мир, 2009.-306С.
3. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Рыскин Н.Н., Исаева О.Б., Нелинейность: от колебаний к хаосу.-М-Ижевск: НИЦ РХД.-2006.-184С.
4. Ott E. Chaos in dynamical systems/ Ott E.; Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2002.- 490p.;
5. Gutzwiller M. Chaos in Classical and Quantum Mechanics/ Gutzwiller M.-N.-Y.:Springer-Verlag, 1990.-720p.
6. Штохман Х.-Ю. Квантовый хаос М: Физматлит, 2004. – 176С.
7. Гринченко В. Т., Мацыпура В. Т., Снарский А. А. Введение в нелинейную динамику: Хаос и фракталы. М. : URSS, 2010. — 280 с.
8. Glushkov A.V. , Khetselius O.Yu., Kruglyak Yu.A., Ternovsky V.B., Computational Methods in Quantum Geometry and Chaos theory, P.3 Lecture's Notes - Odessa: TEC, 2015.-180P.
9. Kruglyak Yu.A., Glushkov A.V., Prepelitsa G.P., Buyadzhi V.V., Computational Methods in Quantum Geometry and Chaos theory, P. 4. Lecture's Notes - Odessa: TEC, 2015.-180P.
10. Glushkov A.V., Kruglyak Yu.A., Khetselius O.Yu., Buyadzhi V.V., Numerical methods in Quantum Geometry and Chaos theory, Part 1: Theory of many-body systems, Lecture's Notes.- Odessa: OSENU, 2015.-164P.

11. Glushkov A.V., Khetselius O.Yu., Buyadzhi V.V., Serga I.N., Numerical methods in Quantum Geometry and Chaos theory, Part 2: New methods and algorithms, Lecture's Notes- Odessa: OSENU, 2015.- 130P.
12. Glushkov A.V., Khetselius O.Yu., Svinarenko A.A., Chernyakova Yu.G., Fractal Geometry and a Chaos Theory, part 2: New methods and algorithms of Nonlinear Analysis, Lecture's Notes- Odessa: OSENU.- 92P.
13. Глушков А.В. Релятивистская квантовая теория. Квантовая механика атомных систем.-Одесса: Экология.-2008. –700С.
14. Глушков А.В., Новые методы математического моделирования в задачах конструктивной географии, гидрометеорологии и экологии.- Одесса: ТЕС.-2014.-405С.

**ЗБ-П2.** Визначення хаосу та його властивостей. Критерії локального хаосу. Показники Ляпунова та спектр потужності. Критерії виникнення глобального хаосу. Метод перекриття резонансів. Метод Гріна. Тест Готтвода і Мелбена. Геометрія фазового простору. Обчислення часової затримки  $\tau$  за допомогою автокореляційної функції чи взаємної інформації. Визначення розмірності вкладення  $d_E$  за методом кореляційної розмірності чи алгоритму хибних найближчих сусідніх точок. Розрахунок мультифрактальних спектрів. Метод кореляційного інтегралу. Вейвлет-аналіз. Визначення та обчислення глобальних розмірностей Ляпунова  $\lambda_\alpha$ , розмірності Каплана-Йорка  $d_L$ , ентропії Колмогорова, середньої межі передбачуваності  $Pr_{\max}$ . Хаос-геометричний підхід до прогнозування нелінійної динаміки хаотичних систем: Визначення кількості найближчих сусідніх точок NN для найкращих результатів прогнозу. Методи нелінійного прогнозу еволюційної динаміки хаотичних систем: нейромережевий алгоритм, алгоритм передбачених траєкторій. Хаотична динаміка дисипативних систем. Статистичні поняття сильно хаотичних систем. Дисипативні системи та турбулентність. Теорія Ландау-Хопфа. Теорія біфуркацій Хопфа. Теорія Рюеля-Текенса. Математичні моделі дивних атракторів. Модель Лоренца та відображення Хенона. Біфуркації подвоєння періоду та різні класи універсальності. Нелінійний аналіз та прогнозування еволюційної хаотичної динаміки економічних, екологічних, нейрофізіологічних та інших систем. Приклади тестування хаосу в часових рядах та нелінійних моделях прогнозування.

Наявне навчально-методичне забезпечення:

1. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы.- Ижевск : ИКИ, 2010. — 656С.
2. Табор Х. Хаос и интегрируемость в нелинейной динамике.-М: Мир, 2009.-306С.
3. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Рыскин Н.Н., Исаева О.Б., Нелиней-

- ность: от колебаний к хаосу.-М-Ижевск: НИЦ РХД.-2006.-184С.
4. Ott E. Chaos in dynamical systems/ Ott E.; Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2002.- 490p.;
  5. Gutzwiller M. Chaos in Classical and Quantum Mechanics/ Gutzwiller M.-N.-Y.:Springer-Verlag, 1990.-720p.
  6. Штохман Х.-Ю. Квантовый хаос М: Физматлит, 2004. – 176С.
  7. Гринченко В. Т., Мацыпура В. Т., Снарский А. А. Введение в нелинейную динамику: Хаос и фракталы. М. : URSS, 2010. — 280 с.
  8. Glushkov A.V. , Khetselius O.Yu., Kruglyak Yu.A., Ternovsky V.B., Computational Methods in Quantum Geometry and Chaos theory, P.3 Lecture's Notes - Odessa: TEC, 2015.-180P.
  9. Kruglyak Yu.A., Glushkov A.V., Prepelitsa G.P., Buyadzhi V.V., Computational Methods in Quantum Geometry and Chaos theory, P. 4. Lecture's Notes - Odessa: TEC, 2015.-180P.
  - 10.Glushkov A.V., Kruglyak Yu.A., Khetselius O.Yu., Buyadzhi V.V., Numerical methods in Quantum Geometry and Chaos theory, Part 1: Theory of many-body systems, Lecture's Notes.- Odessa: OSENU, 2015.-164P.
  - 11.Glushkov A.V., Khetselius O.Yu., Buyadzhi V.V., Serga I.N., Numerical methods in Quantum Geometry and Chaos theory, Part 2: New methods and algorithms, Lecture's Notes- Odessa: OSENU, 2015.- 130P.
  - 12.Glushkov A.V., Khetselius O.Yu., Svinarenko A.A., Chernyakova Yu.G., Fractal Geometry and a Chaos Theory, part 2: New methods and algorithms of Nonlinear Analysis, Lecture's Notes- Odessa: OSENU.-92P.
  - 13.Глушков А.В. Релятивистская квантовая теория. Квантовая механика атомных систем.-Одесса: Экология.-2008. –700С.
  - 14.Глушков А.В., Новые методы математического моделирования в задачах конструктивной географии, гидрометеорологии и экологии.-Одесса: TEC.-2014.-405С.

**ЗБ-ПЗ.** Хаос та інтегруємість у квазікласичній механіці. Нелінійні хаотична динаміка квантових систем. Квазіперіодична квантова механіка. Інтегруємі системи. Метод ВКБ та умови квантування Бора-Зомерфельда. Квантовий хаос. Формула сліду Гутцвиллера. Внески у густину станів. Випадкові матриці. Гаусові ансамблі. Метод суперсиметрії. Гамільтоніан з періодичною залежністю від часу. Динамічна локалізація. Наближення сильного зв'язку. Спектральні кореляції. Спектральний аналіз, статистика енергетичного спектру, розподіл Вігнера, спектр потужності і «спектральна жорсткість». Спектр потужності та принцип відповідності. Розподіл відстань між рівнями. Критерії Чирикова. Хаотичні особливості динаміки атомних систем в постійному електричному, магнітному та електромагнітному полях. Хаос в динаміці молекулярних систем в електромагнітному

полі. Приклад динамічного хаосу. Нелінійний аналіз хаотичних коливань в сітці двох квантових генераторів. Аналіз генерації хаосу в напівпровідникових GaAs / GaAlAs лазерних системах із запізнілим зворотнім зв'язком. Аналіз генерації хаосу в ербієвому одно-кільцевому волоконному лазері. Нелінійна динаміка релятивістських ламп зворотної хвилі (ЛЗХ) в самоодуляційному та хаотичному режимах та її опис на основі методів теорії хаосу. Спрощена якісна теорія та приклади її застосування до опису нелінійної динаміки релятивістських ЛЗХ. Нелінійна динаміка релятивістської ЛЗХ в автоодуляційному та хаотичному режимах у врахуванням ефектів відбиття хвиль, просторового поля заряду і дисипації.

Наявне навчально-методичне забезпечення:

1. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы.- Ижевск : ИКИ, 2010. — 656С.
2. Табор Х. Хаос и интегрируемость в нелинейной динамике.-М: Мир, 2009.-306С.
3. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Рыскин Н.Н., Исаева О.Б., Нелинейность: от колебаний к хаосу.-М-Ижевск: НИЦ РХД.-2006.-184С.
4. Ott E. Chaos in dynamical systems/ Ott E.; Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2002.- 490p.;
5. Gutzwiller M. Chaos in Classical and Quantum Mechanics/ Gutzwiller M.- N.-Y.:Springer-Verlag, 1990.-720p.
6. Штохман Х.-Ю. Квантовый хаос М: Физматлит, 2004. – 176С.
7. Гринченко В. Т., Мацьпура В. Т., Снарский А. А. Введение в нелинейную динамику: Хаос и фракталы. М. : URSS, 2010. — 280 с.
8. Glushkov A.V. , Khetselius O.Yu., Kruglyak Yu.A., Ternovsky V.B., Computational Methods in Quantum Geometry and Chaos theory, P.3 Lecture's Notes - Odessa: TEC, 2015.-180P.
9. Kruglyak Yu.A., Glushkov A.V., Prepelitsa G.P., Buyadzhi V.V., Computational Methods in Quantum Geometry and Chaos theory, P. 4. Lecture's Notes - Odessa: TEC, 2015.-180P.
10. Glushkov A.V., Kruglyak Yu.A., Khetselius O.Yu., Buyadzhi V.V., Numerical methods in Quantum Geometry and Chaos theory, Part 1: Theory of many-body systems, Lecture's Notes.- Odessa: OSENU, 2015.-164P.
11. Glushkov A.V., Khetselius O.Yu., Buyadzhi V.V., Serga I.N., Numerical methods in Quantum Geometry and Chaos theory, Part 2: New methods and algorithms, Lecture's Notes- Odessa: OSENU, 2015.- 130P.
12. Glushkov A.V., Khetselius O.Yu., Svinarenko A.A., Chernyakova Yu.G., Fractal Geometry and a Chaos Theory, part 2: New methods and algorithms of Nonlinear Analysis, Lecture's Notes- Odessa: OSENU.- 92P.
13. Глушков А.В. Релятивистская квантовая теория. Квантовая механика атомных систем.-Одесса: Экология.-2008. –700С.
14. Глушков А.В., Новые методы математического моделирования в задачах конструктивной географии, гидрометеорологии и экологии.- Одесса: TEC.-2014.-405С.



## 7. ПРОГРАМА БЛОКІВ НАУКОВОЇ РОБОТИ

В умовах організації навчального процесу для аспірантів (третій рівень освіти) модуль «Наукова робота» є окремою принципово важливою заліковою одиницею. В рамках дисципліни «Фрактальна геометрія і теорія хаосу» пропонуються наступні види наукової роботи: участь у написанні і підготовці до друку наукових статей та тез доповідей на міжнародних, вітчизняних наукових конференціях; участь у науково-дослідних темах кафедри, у т.ч., НДР теми МОН України, написання відповідних підрозділів дисертаційної роботи.

## 8. ОРГАНІЗАЦІЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ АСПІРАНТІВ

Таблиця 4

Змістовні блоки	Денна форма				Заочна форма			
	Завдання на СРС	Кільк. годин СРС	Форми контр. СРС	Строки (тиждень)	Завдання на СРС	Кільк. годин СРС	Форми контр. СРС	Час проведення.
1	2	3	4	5	6	7	8	9
ЗБ-Л1	ПЛБ	8	УО	1-3 3	ПЛБ	12	УО	м/сес сесія
ЗБ-Л2	ПЛБ	8	УО	4-6 6	ПЛБ	12	УО	м/сес сесія
ЗБ-П1	ПУОП	5	УО	1-7 8	ПУОП	16	УО	Сесія
ЗБ-І3	ПІЗ	5	ПІЗ1	3-12 11	ПІЗ	10	ПІЗ	Сесія
ЗБ-Л3	ПЛБ	8	УО	7-10 10	ПЛБ	12	УО	м/сес сесія
ЗБ-П2	ПУОП	5	УО	8-12 12	ПУОП	16	УО	Сесія
ЗБ-Л4	ПМКР	11	ПКР	11-15 15	ПЛБ	14	УО	м/сес сесія
ЗБ-КуР	ПКуР	10	ПКуР	4-14 15	ВКуР	10	ПКуР	Сесія
ЗБ-П3	ПЛБ	5	УО	11-14 14	ПЛБ	18	УО	м/сес сесія
I (3)		10			ПІ	10		
	Разом:	<b>75</b>				<b>130</b>		

## 9. ІНДИВІДУАЛЬНЕ ЗАВДАННЯ ТА КУРСОВІ РОБОТИ

Індивідуальні завдання сприяють більш поглибленому вивченню аспірантом практичного матеріалу, формуванню вмінь використати знання для вирішення відповідних практичних завдань.

В рамках вивчення дисципліни «Фрактальна геометрія і теорія хаосу» для денної та заочної форм навчання індивідуальне завдання міститься у практичному модулі, яке представляє собою домашнє завдання з розв'язанням та письмовим оформленням задач.

Індивідуальне завдання виконується аспірантами самостійно у вільний від занять, зручний час, як правило, поза аудиторією, але із забезпеченням необхідних консультацій з окремих питань з боку викладача.

Звіт про виконання ІЗ подається аспірантом у вигляді текстового документа з титульною сторінкою на аркушах формату А4. Звіт повинен містити детальну інформацію про розв'язання задачі з обов'язковими поясненнями, що спираються на відповідний теоретичний матеріал або детальний переказ теоретичного матеріалу з наведенням прикладів. Не пізніше ніж за 2 тижні до семестрового підсумкового контролю звіт подається викладачу. Оцінка за ІЗ виставляється в інтегральну відомість окремим блоком і враховується в практичній частині контролю.

### Перелік тем індивідуальних завдань (ІЗ1. ІЗ2)

Тема індивідуального завдання, як правило, вибирається з урахуванням тематики дисертаційних досліджень аспірантів, а також може бути вибрана у наступному вигляді:

1. Якісна теорія диференціальних рівнянь. Динаміка диференціальних рівнянь. Інтегрування лінійних та нелінійних рівнянь другого порядку.
2. Динаміка у фазовій площині. Фазовий портрет маятника та консервативних систем. Аналіз стійкості. Матриця стійкості. Класифікація нерухомих точок. Лімітні цикли.
3. Елементи сучасної теорії нелінійних коливань. Елементи сучасної теорії динамічних систем. Класифікація та приклади динамічних систем.
4. Елементи теорії катастроф. Катастрофи корозмірності. Динамічні системи та біфуркації. Питання структурної стійкості. Теорія локальних і гомоклінічних біфуркацій. Інваріантні тори. Теореми про центральне різноманіття.
5. Біфуркації одновимірних потоків, Андронова-Хопфа, лімітних циклів, 1-Д, 2-Д, 3-Д параметричних одномірних відображень. Нестійкі та стійкі різноманіття. Біфуркації та синхронізації в системах типа Ван-дер-Поля.
6. Введення в теорію фракталів. Канторові множини. Самоподібність та арифметичні властивості. Самоподібна логістична динаміка.

## **Перелік тем курсових (дослідницьких) робіт (КуР1, КуР2)**

Тема курсової (дослідницької) роботи, як правило, вибирається з урахуванням тематики дисертаційних досліджень аспірантів, а також може бути вибрана у наступному вигляді:

- Моделювання еволюційної динаміки систем та приладів електроніки у хаотичних режимах;
- Чисельне моделювання хаотичної динаміки нелінійних квантово-інформаційних систем;
- Розробка теоретичних основ нових методів в задачах прикладної математики;
- Розробка нових методів та алгоритмів квантової механіки, геометрії та електродинаміки;
- Функція Гріна стохастичних рівнянь з комплексною енергією та не-сингулярним потенціалом;
- Нові релятивістські методи обчислення енергетичних та спектральних характеристик ридбергівських, автоіонізаційних резонансів в спектрах складних скінченних квантових систем;
- Нові релятивістські методи обчислення енергетичних та спектральних характеристик багатофотонних резонансів в спектрах складних скінченних квантових систем;
- Хаотична динаміка важких квантових систем в електромагнітному полі;
- Хаотичні особливості динаміки атомних систем в постійному електричному, магнітному та електромагнітному полях;
- Хаос в динаміці молекулярних систем в електромагнітному полі;
- Аналіз генерації хаосу в напівпровідникових GaAs / GaAlAs лазерних системах із запізнілим зворотнім зв'язком;
- Аналіз генерації хаосу в ербієвому 1-кільцевому волоконному лазері;
- Нелінійна динаміка релятивістських ламп зворотної хвилі в самомодуляційному та хаотичного режимах;
- Математичний аналіз, моделювання та прогнозування динаміки нелінійних хаотичних процесів в складних екологічних системах;
- Математичне моделювання нелінійних хаотичних процесів в макроекономічних системах.

## 10. Організація поточного, семестрового та підсумкового контролю знань аспірантів

Поточна та підсумкова оцінка рівня знань аспірантів здійснюється за блоковою системою.

**Теоретична частина** дисципліни розбита на 4 лекційних змістовних блоків, формою контролю кожного з них є контрольна робота, усне опитування (КР, УО).

**Практична частина** дисципліни розбита на 3 практичних змістовних блоки, 1 індивідуальне завдання ІЗ та 1 курсову (дослідницьку) роботу КуР. Формою контролю роботи аспіранта на практичних заняттях є усне опитування під час проведення занять (УО), контрольна робота (КР), виконання індивідуальних завдань (ВІЗ), курсової роботи (ВКуР),

*Для аспірантів денної та заочної форм навчання питання про допуск до заліку регламентується таким чином: аспірант вважається допущеним до підсумкового контролю з дисципліни, якщо він виконав усі види робіт, передбачені робочою навчальною програмою дисципліни.*

### **Критерії оцінювання письмового заліку**

Білеті (закритого типу) складаються з 10 питань.

Далі наведений перелік питань:

1. Якісна теорія диференціальних рівнянь. Динаміка диференціальних рівнянь. Інтегрування лінійних та нелінійних рівнянь другого порядку.
2. Динаміка у фазовій площині. Фазовий портрет маятника та консервативних систем. Аналіз стійкості. Матриця стійкості. Класифікація нерухомих точок. Лімітні цикли.
3. Елементи сучасної теорії нелінійних коливань. Елементи сучасної теорії динамічних систем. Класифікація та приклади динамічних систем.
4. Елементи теорії катастроф. Катастрофи корозмірності. Динамічні системи та біфуркації. Питання структурної стійкості. Теорія локальних і гомоклінічних біфуркацій. Інваріантні тори. Теореми про центральне різноманіття.
5. Біфуркації одновимірних потоків, Андронова-Хопфа, лімітних циклів, 1-Д, 2-Д, 3-Д параметричних одномірних відображень. Нестійкі та стійкі різноманіття. Біфуркації та синхронізації в системах типу Ван-дер-Поля.
6. Введення в теорію фракталів. Природні приклади фракталів (мультифракталів). Канторові множини. Самоподібність та арифметичні властивості. Логістична парабола та подвоєння періодів. Самоподібна логістична динаміка.
7. Феноменн скейлінгу. Касательні біфуркації, переміжаємість та  $1/f$  шум. Множини Мандельброта. Множина Жюлі комплексного квадратичного відображення. Визначення фракталу (мультифракталу).
8. Фрактальна розмірність. Масова розмірність. Кореляційна розмірність.

- Визначення фрактальної розмірності на основі узагальнених ентропій.  
Визначення кореляційної розмірності по часовим рядам.
9. Мультифрактали на фракталах. Співвідношення між мультифрактальним спектром и показниками маси.
  10. Дивні атрактори як мультифрактали. Фрактали та комплексна аналітична динаміка.
  11. Визначення хаосу. Хаос та його властивості. Геометрія дивних атракторів. Подвоєння періодів та теорія Файгенбаума. Перемижаємість. Квазіперіодичні явища.
  12. Критерії локального хаосу. Показники Ляпунова та спектр потужності.
  13. Критерії виникнення глобального хаосу. Метод перекриття резонансів. Метод Гріна. Т
  14. Тест Готтвода і Мелбена. Геометрія фазового простору. Обчислення часової затримки  $\tau$  за допомогою автокореляційної функції чи взаємної інформації. Визначення розмірності вкладення  $d_E$  за методом кореляційної розмірності чи алгоритму хибних найближчих сусідніх точок.
  15. Розрахунок мультифрактальних спектрів. Метод кореляційного інтегралу.
  16. Метод показників Ляпунова. Вейвлет-аналіз. Визначення та обчислення глобальних розмірностей Ляпунова  $\lambda_\alpha$ , розмірності Каплана-Йорка  $d_L$ , ентропії Колмогорова, середньої межі передбачуваності  $Pr_{\max}$ .
  17. Хаос-геометричний підхід до аналізу, моделювання та прогнозування нелінійної динаміки хаотичних систем: Визначення кількості найближчих сусідніх точок  $NN$  для найкращих результатів прогнозу.
  18. Методи нелінійного прогнозу еволюційної динаміки хаотичних систем. Теоретичні аспекти побудови моделей прогнозування. Нейромережевий алгоритм, алгоритм передбачених траєкторій.
  19. Хаотична динаміка дисипативних систем. Статистичні понятті сильно хаотичних систем. Ергодичність. Перемішування. Трансформації пекаря та системи Бернуллі.
  20. Ієрархія невпорядкованості. Дисипативні системи та турбулентність. Теорія Ландау-Хопфа.
  21. Теорія біфуркацій Хопфа. Теорія Рюеля-Текенса.
  22. Математичні моделі дивних атракторів. Модель Лоренца та відображення Хенона.
  23. Біфуркації подвоєння періоду та різні класи універсальності.
  24. Нелінійний аналіз та прогнозування еволюційної хаотичної динаміки економічних, екологічних, нейрофізіологічних та інших систем.
  25. Хаос та інтегруємість у квазікласичній механіці. Нелінійні хаотична динаміка квантових систем. Квазіперіодична квантова механіка. Інтегруємі системи.
  26. Метод ВКБ та умови квантування Бора-Зомерфельда.
  27. Квантовий хаос. Формула сліду Гутцвиллера. Внески у густину станів. Випадкові матриці. Гаусови ансамблі.
  28. Метод суперсиметрії. Гамільтоніан з періодичною залежністю від часу. Динамічна локалізація. Наближення сильного зв'язку.
  29. Спектральні кореляції. Спектральний аналіз, статистика енергетичного

- спектру, розподіл Вігнера, спектр потужності і «спектральна жорсткість».
30. Спектр потужності та принцип відповідності. Розподіл відстань між рівнями. Критерії Чирикова.
  31. Хаотичні особливості динаміки атомних систем в постійному електричному, магнітному та електромагнітному полях.
  32. Хаос в динаміці молекулярних систем в електромагнітному полі.
  33. Приклад динамічного хаосу. Нелінійний аналіз хаотичних коливань в сітці двох квантових генераторів.
  34. Аналіз генерації хаосу в напівпровідникових GaAs / GaAlAs лазерних системах із запізнілим зворотнім зв'язком.
  35. Аналіз генерації хаосу в ербієвому одно-кільцевому волоконному лазері.
  36. Нелінійна динаміка релятивістських ламп зворотної хвилі (ЛЗХ) в самомодуляційному та хаотичного режимах та її опис на основі методів теорії хаосу. Спрощена теорія.
  37. Нелінійна динаміка релятивістської ЛЗХ в автомодуляційному та хаотичному режимах у урахуванням ефектів відбиття хвиль, просторового поля заряду і дисипації.

Правильна відповідь на кожне питання оцінюється у 10 балів від максимально можливої суми (100). **Загальна залікова оцінка** (бал успішності) у цьому випадку є арифметичною сумою оцінок за кожне питання.

#### **Шкала оцінювання за системою ECTS та національною системою**

За шкалою ECTS	За національною системою	Бал успішності
	Для заліку	
A	зараховано	90-100
B	зараховано	82-89,9
C	зараховано	74-81,9
D	зараховано	64-73,9
E	зараховано	60-63,9
FX	не зараховано	35-59,9
F	не зараховано	1-34,9

## 11. Література

### Основна література

1. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы.- Ижевск : ИКИ, 2010. — 656С.
2. Табор Х. Хаос и интегрируемость в нелинейной динамике.-М: Мир, 2009.-306С.
3. Кузнецов А.П., Кузнецов С.П., Рыскин Н.Н., Исаева О.Б., Нелинейность: от колебаний к хаосу.-М-Ижевск: НИЦ РХД.-2006.-184С.
4. Ott E. Chaos in dynamical systems/ Ott E.; Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2002.- 490p.;
5. Gutzwiller M. Chaos in Classical and Quantum Mechanics/ Gutzwiller M.-N.-Y.:Springer-Verlag, 1990.-720p.
6. Штохман Х.-Ю. Квантовый хаос М: Физматлит, 2004. – 176С.
7. Гринченко В. Т., Мацыпура В. Т., Снарский А. А. Введение в нелинейную динамику: Хаос и фракталы. М. : URSS, 2010. — 280 с.
8. Glushkov A.V. , Khetselius O.Yu., Kruglyak Yu.A., Ternovsky V.B., Computational Methods in Quantum Geometry and Chaos theory, P.3 Lecture's Notes - Odessa: TEC, 2015.-180P.
9. Kruglyak Yu.A., Glushkov A.V., Prepelitsa G.P., Buyadzhi V.V., Computational Methods in Quantum Geometry and Chaos theory, P. 4. Lecture's Notes - Odessa: TEC, 2015.-180P.
10. Glushkov A.V., Kruglyak Yu.A., Khetselius O.Yu., Buyadzhi V.V., Numerical methods in Quantum Geometry and Chaos theory, Part 1: Theory of many-body systems, Lecture's Notes.- Odessa: OSENU, 2015.-164P.
11. Glushkov A.V., Khetselius O.Yu., Buyadzhi V.V., Serga I.N., Numerical methods in Quantum Geometry and Chaos theory, Part 2: New methods and algorithms, Lecture's Notes- Odessa: OSENU, 2015.- 130P.
12. Glushkov A.V., Khetselius O.Yu., Svinarenko A.A., Chernyakova Yu.G., Fractal Geometry and a Chaos Theory, part 2: New methods and algorithms of Nonlinear Analysis, Lecture's Notes- Odessa: OSENU.- 92P.
13. Глушков А.В. Релятивистская квантовая теория. Квантовая механика атомных систем.-Одесса: Экология.-2008. –700С.
14. Глушков А.В., Новые методы математического моделирования в задачах конструктивной географии, гидрометеорологии и экологии.- Одесса: TEC.-2014.-405С.

## Додаткова література

1. Wiggins S. Introduction to applied nonlinear dynamical systems and chaos.- New York: Springer-Verlag, 1997.-688 p.
2. Perelomov A.M.Generalized coherent states and their applicationsю- Berlin: Springer, 1986.-320P.
3. Глушков А.В. Атом в електромагнітному полі. Численні моделі.- Київ: ТНТ, 2006.-450С.
4. Глушков А.В., Хецелиус О.Ю., Свинаренко А.А., Буйаджи В.В., Спектроскопія автоіонізаційних станцій важких атомів і багатозарядних іонів: численні моделі.-Одеса: ТЕС, 2015.-236С.
5. Glushkov A.V., Nonlinear chaotic dynamics of Quantum systems: Molecules in an electromagnetic field and laser systems/ Glushkov A.V., Buyadzhi V.V., Kvasikova A.S., Ignatenko A.V., Kuznetsova A.A., Prepelitsa G.P., Ternovsky V.B.// Quantum Systems in Physics, Chemistry, and Biology. Series: Progress in Theoretical Chemistry and Physics, Eds. A.Tadger, R.Pavlov, J.Marvani, E.Brändas, G.Delgado-Barrio (Springer).- 2016-Vol.B30.-P.141-151.
6. Glushkov A.V., Khetselius O.Y., Brusentseva S.V., Zaichko P.A., Ternovsky V.B., Studying interaction dynamics of chaotic systems within a non-linear prediction method: application to neurophysiology// Advances in Neural Networks, Fuzzy Systems and Artificial Intelligence, Series: Recent Advances in Computer Engineering, Ed. J.Balicki.(Gdansk, WSEAS Pub.).- 2014.-Vol.21.-P.69-75.
7. Glushkov A.V., Svinarenko A.A., Buyadzhi V.V., Zaichko P.A., Ternovsky V.B., Chaos-geometric attractor and quantum neural networks approach to simulation chaotic evolutionary dynamics during perception process// Advances in Neural Networks, Fuzzy Systems and Artificial Intelligence, Series: Recent Advances in Computer Engineering, Ed. J.Balicki.(Gdansk, WSEAS Pub.).-2014.-Vol.21.-P.143-150.