

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ГІДРОМЕТЕОРОЛОГІЧНИЙ ІНСТИТУТ**

**Є.Д. ГОПЧЕНКО
Н.С. ЛОБОДА
В.А. ОВЧАРУК**

ГІДРОЛОГІЧНІ РОЗРАХУНКИ

Підручник

**Затверджено
Міністерством освіти і науки України
як підручник
для студентів вищих навчальних закладів
(№1/11-16792 від 04.11.13)**

Одеса - 2014

ББК 26.22
Г-66
УДК 556.1

Рецензенти:

*Хіільчевський В.К. – зав. кафедри гідрології та гідроекології
Київського національного університету ім. Тараса Шевченка, д.г.н.,
професор.*

*Світличний О.О. – д.г.н., професор кафедри фізичної географії і
раціонального природокористування Одеського національного
університету ім. І.Мечнікова.*

*Ющенко Ю.С. – зав. кафедри гідроекології, водопостачання та
водовідведення Чернівецького національного університету
ім. Ю.Федьковича, д.г.н., професор.*

*Гриф надано Міністерством освіти і науки України
(лист № 1/11-16792 від 04.11.13)*

Г-66 Гідрологічні розрахунки: підручник / Є.Д. Гопченко, Н.С. Лобода,
В.А. Овчарук. – Одеса: ТЕС, 2014. – 484 с.

У книзі з використанням методів математичної статистики і теорії випадкових величин викладаються принципові основи розрахунку різноманітних гідрологічних характеристик річок: середнього річного стоку, його часової мінливості та внутрішньорічного розподілу, мінімального і максимального стоку весняної повені і дощових паводків.

При підготовці рукопису автори узагальнили як свій, так і попередників багаторічний досвід викладання лекційних курсів в Одеському державному екологічному університеті (до 2002 р. – Одеський гідрометеорологічний інститут).

У такому форматі книга є першим в Україні підручником з гідрологічних розрахунків, що видається державною мовою і призначена для студентів – гідрологів гідрометеорологічних і географічних факультетів університетів.

Вона може бути корисним теоретичним керівництвом для гідротехніків й інших спеціалістів, практична діяльність яких пов'язана з проектуванням, будівництвом та експлуатацією водогосподарських об'єктів.

ЗМІСТ

Вступ.....	3
Розділ 1	
1. Статистичні методи в гідрологічних розрахунках.....	8
1.1. Обґрунтування можливостей застосування методів математичної статистики до визначення характеристик стоку річок.....	8
1.2. Основні положення теорії ймовірностей.....	12
1.2.1. Поняття ймовірності. Випадкова подія.....	12
1.2.2. Випадкові величини та закони їх розподілу.....	14
1.2.2.1. Інтегральний закон розподілу безперервних випадкових величин.....	16
1.2.2.2. Диференціальний закон розподілу безперервної випадкової величини.....	19
1.3. Статистичні характеристики стокових величин, методи їх визначення та особливості практичного застосування.....	21
1.3.1. Характеристики положення.....	23
1.3.2. Метод моментів. Статистичні моменти як характеристики кривих розподілу.....	27
1.3.3. Точність розрахунків статистичних параметрів за вибірковими даними.....	32
1.3.3.1. Вимоги до оцінок статистичних параметрів.....	32
1.3.3.2. Поняття про систематичні та випадкові похибки визначення статистичних параметрів	34
1.3.3.3. Метод Монте-Карло.....	34
1.3.3.4. Метод статистичних випробувань.....	39
1.3.3.5. Похибки визначення оцінок статистичних параметрів при розрахунках за методом моментів.....	41
1.3.4. Метод найбільшої правдоподібності.....	44
1.3.4.1. Функція правдоподібності.....	44
1.3.4.2. Застосування функції правдоподібності до визначення статистичних параметрів нормального закону розподілу.....	45
1.3.4.3. Визначення статистичних параметрів за методом найбільшої правдоподібності.....	48
1.3.4.4. Похибки визначення оцінок статистичних параметрів при розрахунках за методом найбільшої правдоподібності.....	49
1.3.5. Графо-аналітичний метод.....	51
1.3.5.1. Емпірична функція забезпеченості.....	52
1.3.5.2. Застосування графо-аналітичного методу до розподілу Пірсона	

III.....	53
1.3.6. Теоретичні криві розподілу, їх особливості та межі застосування.....	57
1.3.6.1. Диференціальне рівняння кривих щільності ймовірностей К.Пірсона.....	57
1.3.6.2. Нормальний закон розподілу.....	60
1.3.6.3. Розподіл Пірсона III.....	64
1.3.6.4. Логарифмічно-нормальний закон розподілу.....	66
1.3.6.5. Крива трипараметричного гама-розподілу С.М. Крицького та М.Ф. Менкеля.....	68
1.3.6.6. Клітчатка ймовірностей, їх призначення.....	71
1.3.6.7. Розрахунки характеристик стоку заданої забезпеченості за теоретичними законами розподілу.....	71
1.4. Основи теорії кореляції.....	72
1.4.1. Залежні та незалежні події. Теорема множення ймовірностей..	72
1.4.2. Закони розподілу системи випадкових величин.....	74
1.4.3. Умовні закони розподілу випадкових величин.....	77
1.4.4. Залежні і незалежні випадкові величини, кореляційний момент, коефіцієнт кореляції.....	79
1.4.5. Нормальний закон розподілу для системи двох випадкових величин, рівняння лінійної регресії.....	81
1.4.6. Рівняння парної лінійної регресії, оцінка їх параметрів за вибірковими даними.....	86
1.4.6.1. Оцінка параметрів рівняння лінійної регресії за даними спостережень.....	87
1.4.6.2. Оцінка вірогідності моделі лінійної регресії.....	89
1.4.6.3. Визначення довірчих інтервалів для коефіцієнтів рівняння лінійної регресії.....	90
1.4.6.4. Визначення довірчого інтервалу для коефіцієнта кореляції в рівнянні лінійної регресії.....	92
1.4.6.5. Перевірка гіпотези про статистичну значущість коефіцієнта кореляції і коефіцієнтів рівняння регресії.....	95
1.4.6.6. Кореляційне відношення.....	96
1.5. Загальні уявлення про теорію випадкових процесів.....	100
1.5.1. Поняття про випадкову функцію.....	100
1.5.2. Закон розподілу випадкової функції.....	102
1.5.3. Характеристики випадкових функцій та їх визначення.....	103
1.5.4. Стаціонарність випадкових процесів.....	110
1.5.5. Ергодичність стаціонарних випадкових процесів.....	114
1.5.6. Автокореляційна функція, коефіцієнт автокореляції, простий ланцюг Маркова.....	117

Розділ 2

2. Розрахунки річного стоку.....	122
2.1. Характеристики річного стоку.....	122
2.2. Циклічність коливань річного стоку.....	124
2.2.1. Центри дії атмосфери та їх показники.....	125
2.2.2. Дослідження впливу великомасштабних атмосферних процесів на річний стік.....	127
2.2.3. Норма стоку.....	130
2.2.3.1. Згладжування часових рядів річного стоку методами ковзного осереднення.....	130
2.2.3.2. Виділення циклів водності на основі різницевого інтегрального кривих.....	135
2.2.3.3. Синхронність коливань річного стоку.....	138
2.3. Розрахунки характеристик річного стоку при тривалих рядах спостережень.....	141
2.4. Розрахунки характеристик стоку при недостатності спостережень.....	144
2.4.1. Приведення коротких рядів до довгого періоду графічним методом.....	145
2.4.2. Приведення коротких рядів до довгого періоду за методом лінійної парної регресії.....	147
2.4.3. Приведення коротких рядів до довгого періоду графо-аналітичним методом.....	152
2.5. Розрахунки річного стоку при відсутності даних спостережень.....	154
2.5.1. Чинники формування стоку.....	154
2.5.2. Метод географічних узагальнень.....	157
2.5.3. Рівняння водного балансу.....	158
2.5.4. Картування характеристик річного стоку.....	160
2.5.5. Визначення характеристик стоку за картою.....	163
2.5.6. Мінливість річного стоку.....	165
2.5.7. Генетичний метод розрахунків річного стоку.....	168
2.5.8. Обґрунтування способу просторового узагальнення гідрологічної інформації на основі методу сумісного аналізу.....	173

Розділ 3

3. Розрахунки характеристик природного річного стоку за метеорологічними даними.....	181
3.1. Метод водно-теплогового балансу.....	182
3.2. Теплоенергетичні ресурси клімату.....	188
3.3. Ресурси зволоження.....	191
3.4. Кліматичний стік.....	191

3.5. Оцінка впливу на норму річного стоку підстильної поверхні.....	193
3.6. Методика розрахунків характеристик річного стоку за моделлю «клімат-стік».....	197

Розділ 4

4. Розрахунки річного стоку в умовах водогосподарських перетворень.....	199
4.1. Стохастичні моделі річного стоку.....	199
4.2. Стохастичні моделі побутового стоку.....	204
4.2.1. Обґрунтування стохастичної моделі побутового річного стоку при наявності штучних водойм.....	208
4.2.2. Обґрунтування стохастичної моделі побутового річного стоку при наявності зрошувальних меліорацій.....	211
4.2.3. Обґрунтування стохастичної моделі побутового річного стоку при наявності осушувальних меліорацій.....	216
4.3. Функції антропогенного впливу.....	223
4.4 Приклад визначення характеристик річного стоку у природних та порушених водогосподарською діяльністю умовах.....	228

Розділ 5

5. Розрахунки річного стоку в умовах змін клімату.....	232
5.1. Глобальне потепління та його наслідки.....	232
5.2. Розрахунки характеристик стоку за сценаріями змін глобального клімату.....	233
5.3. Можливі зміни поверхневих водних ресурсів України за сценаріями глобального потепління з урахуванням впливу водогосподарської діяльності.....	238

Розділ 6

6. Внутрішньорічний розподіл стоку.....	242
6.1. Основні фактори формування.....	242
6.2. Типовий внутрішньорічний розподіл стоку.....	243
6.3. Розрахунковий внутрішньорічний розподіл стоку річок.....	255
6.3.1. Метод компонування.....	255
6.3.2. Метод реального року.....	257
6.3.3. Метод середніх розподілів стоку за водогосподарський рік заданої градації водності.....	258
6.4. Крива тривалості добових витрат води.....	271
6.5. Розрахунки внутрішньорічного розподілу стоку при недостатності та відсутності даних спостережень.....	273

Розділ 7

7. Мінімальний стік річок.....	274
7.1. Характеристики мінімального стоку річок.....	274
7.2. Розрахунок характеристик мінімального стоку при наявності, недостатності та відсутності даних спостережень.....	277

Розділ 8

8. Максимальний стік річок.....	299
8.1. Катастрофічні паводки на річках України та земної кулі, їх класифікація за генетичними типами.....	299
8.2. Максимальний стік річок та методи його розрахунку.....	318
8.3. Поверхневий зливовий стік.....	319
8.4. Поверхневий підпертий схиловий стік.....	329
8.5. Підповерхневий дренажний тип схилового стоку.....	332
Література.....	433
Предметний покажчик.....	444
Іменний покажчик.....	446
Додатки.....	448

ВСТУП

Гідрологічні розрахунки – це частина загальної гідрології або так звана інженерна гідрологія, яка поєднує вчення про стік з вирішенням прикладних задач для потреб водного господарства, гідротехніки, гідроенергетики, дорожнього будівництва та інших галузей.

У повному обсязі гідрологічні розрахунки включають до себе: розрахунки характеристик стоку води, головних гідрометеорологічних складових, водного балансу, стоку наносів, термічного режиму, динаміки водних мас, а також гідрохімічних характеристик та розбавлення стічних вод. З розвитком гідрологічної науки гідрологічні розрахунки стали висвітлювати різні аспекти розрахунків витрат та рівнів води річок і озер, а також інших характеристик, пов'язаних з річним стоком.

Гідрологічні розрахунки досліджують закономірності виникнення та розвитку стоку річок у різні фази його формування, які зумовлені процесами, що відбуваються в атмосфері та літосфері й піддаються антропогенному впливу. Результати досліджень представляються у вигляді математичних моделей, що описують зв'язки між характеристиками стоку та кількісними показниками процесів його формування.

Об'єкт дослідження – поверхневі водні ресурси, тобто води постійних водотоків та водойм.

Предмет дослідження – кількісні характеристики стоку річок у різні фази його формування.

Головна задача гідрологічних розрахунків полягає у визначенні кількісних характеристик гідрологічних явищ та процесів, які утримуються на основі аналізу минулого та теперішнього стану водних об'єктів, щоб описати їх стан у майбутньому.

Таким чином, **гідрологічні розрахунки** - це головний розділ інженерної гідрології, який поєднує теоретичні та експериментальні дослідження в галузі гідрології суші з інженерно-будівельною та водогосподарською практикою.

Гідрологічні розрахунки як науковий розділ гідрології суші почав формуватися у XIX сторіччі й подальший його розвиток пов'язаний із зростанням потреб у воді різних галузей водоспоживання. У 1929 році була створена єдина гідрологічна служба колишнього СРСР, що забезпечило розвиток гідрологічних розрахунків як окремого розділу гідрології суші.

Значний внесок в започаткування та подальший розвиток інженерної гідрології внесли наукові праці Д.І. Кочеріна, Д.Л.Соколовського, О.І. Чеботарьова, Г.А. Алексєєва, А.М. Бефані, М.А. Веліканова, А.В.Огієвського. Удосконалення існуючих та створення нових методів розрахунків характеристик стоку на основі сучасних наукових досягнень належать К.П. Воскресенському, А.Ш. Резніковському, К.П. Клібашеву, І.Ф. Горошкову, А.М.Володимирову, А.В. Рождественському, Д.Я. Ратковичу, С.Н. Крицькому, М.Ф. Менкелю, В.І.Мокляку, П.Ф.Вишневському, Й.А.Железняку, Г.І. Швєбсу, О.Г. Іваненку, М.В. та ін. Велику роль у розвитку гідрологічних розрахунків відігравали Всесоюзні гідрологічні з'їзди, після утворення незалежної України – з'їзди Географічного товариства, всеукраїнські наукові гідрологічні конференції, що організуються, головним чином, на базі університетів України.

За період існування України як самостійної та незалежної держави слід відзначити таких українських вчених, що зробили свій значний внесок у галузь гідрологічних розрахунків, як А.В. Яцик та М.Д. Будзь (Український державний університет природокористування, м.Київ), М.І.Кирилук (Чернівецький національний університет імені Федьковича, м.Чернівці), Я.О.Мольчак (м. Рівне, Луцький державний технічний університет), В.М.Тімченко (Інститут гідробіології НАН України, м.Київ), В.І.Вишневський (м.Київ), О.О.Світличний (Одеський національний університет імені Мечникова). Чільне місце у розвитку гідрологічної науки в цілому та гідрологічних розрахунків як її складової займає Київський національний університет імені Тараса Шевченка, який представлений роботами В.К. Хільчевського, О.Г. Ободовського, С.І. Сніжка, В.В. Гребіня, В.М.Самойленка й ін.

При гідрологічних розрахунках використовують такі характеристики стоку:

- **витрата води** Q , м³/с – об'єм стоку, який проходить через переріз русла річки в одиницю часу;
- **модуль стоку** q , л/(с·км²) або q , м³/(с·км²) визначається як об'єм води, що стікає у одиницю часу з одиниці площі водозбору;
- **шар стоку** Y , мм – середній об'єм води, який стікає з водозбору за будь-який проміжок часу, рівномірно розподілений по площі водозбору;
- **об'єм стоку** W , км³ або м³ за розрахунковий проміжок часу t .

Ці характеристики об'єднуються поняттям **стік води**. Вони пов'язані одна з одною і можуть бути перераховані одна в іншу.

До самостійних розділів дисципліни “Гідрологічні розрахунки” належать:

- **статистичні методи** дослідження характеристик стоку;
- **методи визначення характеристик річного стоку** як інтегрального показника водних ресурсів;

- *методи визначення характеристик мінімального стоку;*
- *методи визначення характеристик внутрішньорічного розподілу стоку;*
- *методи визначення характеристик максимального стоку.*

В залежності від обсягу вихідної інформації ці методи поділяються на методи визначення характеристик стоку при **наявності, нестачі та відсутності даних спостережень**.

Отримані за результатами гідрологічних розрахунків дані використовуються при обґрунтуванні програм комунально-побутового та промислового водопостачання, для забезпечення водою сільського господарства, енергетики, в гідротехнічному будівництві, гірничій та нафтогазовій промисловості, при розробці проектів із захисту навколишнього середовища. Водне господарство, для потреб якого виконуються гідрологічні розрахунки, об'єднує групу галузей, задачею яких є розробка та використання поверхневих та підземних вод. До цих галузей належать: гідроенергетика, водний транспорт, меліорація, водопостачання та каналізація, обводнення, охорона водних джерел від забруднення, забезпеченість раціонального використання водних ресурсів. Боротьба з повеннями та засухами також потребує глибоких знань гідрологічних явищ та процесів, тому розробка й практичне застосування методів та методик розрахунків максимального та мінімального стоку річок займають одне з головних місць у гідрологічних розрахунках.

Водні ресурси неоднаково розподіляються у часі і просторі, а це потребує організації різного роду заходів щодо їх збереження та перерозподілу: створення штучних водойм з метою регулювання стоку, осушування боліт та заболочених земель, зрошування сільськогосподарських угідь за рахунок місцевого стоку або річок-донорів, перекидання стоку з басейну однієї річки до басейну іншої. В результаті водогосподарської діяльності відбувається трансформація природного (непорушеного водогосподарськими перетвореннями) стоку й відповідно змінюються характеристики стоку. На території України практично не залишилось територій, де стік річок не зазнавав би водогосподарського втручання. Таке становище зумовило розвиток “антропогенного” напрямку в гідрологічних розрахунках, головні задачі якого полягають у розробці методів та методик, що дозволяють оцінювати характеристики стоку при наявності різного виду та масштабу водогосподарських перетворень на водозборах річок. Наприкінці двадцятого сторіччя до проблеми оцінки впливу водогосподарських перетворень на стік річок додалася проблема вивчення наслідків змін глобального клімату Землі. Глобальне потепління, зумовлене, насамперед, діяльністю людини, спричиняє певні регіональні зміни кліматичних факторів формування стоку. У цих умовах змінюється не тільки природний водний баланс території і розрахункові величини стоку, але й ступінь впливу на них водогосподарських заходів. На більшій

частині території України, де можливості забезпечення водою усіх споживачів за рахунок природних водних ресурсів обмежені й водозбори річок перевантажені водогосподарськими комплексами, кількісна оцінка наслідків глобального потепління має особливу значущість при вирішенні проблем управління водними ресурсами у майбутньому, розробці тактики і стратегії водного господарства з метою оптимального використання існуючих водних ресурсів.

“Антропогенний” напрямок розвитку гідрологічних розрахунків у часи СРСР найбільш повно був представлений у роботах І.А.Шикломанова та Д.Я. Ратковича.

У зв’язку із посиленням антропогенного навантаження на річки України результати гідрологічних розрахунків набули особливого значення при оцінках якості вод, визначенні гідроекологічного стану водних об’єктів.

У сучасний період широкомасштабні наукові роботи, пов’язані із дослідженням водних ресурсів в умовах антропогенного впливу та оцінкою їх гідроекологічного стану, виконуються в Українському науково-дослідному гідрометеорологічному інституті (УкрНДГМІ, м.Київ); в Українському науково-дослідному інституті екологічних проблем (УкрНДІЕП, м.Харків); в Інституті гідротехніки і меліорації УААН (ІГім, м.Київ), в Українському державному університеті водного господарства та природокористування, Київському національному університеті імені Тараса Шевченка; в Одеському державному екологічному університеті та інших науково-дослідних, проектних установах і навчальних закладах України.

В Одеському державному екологічному університеті в області подальшого науково-методичного розвитку розділу гідрології суші, що дістав назву “Гідрологічні розрахунки”, за останні роки опубліковані монографії: “Формирование максимального стока весеннего половодья в условиях юга Украины” (Е.Д. Гопченко, В.А. Овчарук, 2002); “Расчеты и обобщения характеристик годового стока рек Украины в условиях антропогенного влияния” (Н.С.Лобода, 2005); “Водные ресурсы Северо-Западного Причерноморья (в естественных и нарушенных антропогенной деятельностью условиях)” (Е.Д. Гопченко, Н.С. Лобода, 2005); “Нормирование характеристик максимального стока весеннего половодья на реках Причерноморской низменности” (Е.Д. Гопченко, М.Е. Романчук, 2005); “Розрахунки та довгострокові прогнози характеристик максимального стоку весняного водопілля в басейні р. Прип’ять” (Є.Д. Гопченко, В.А. Овчарук, Ж.Р. Шакирзанова, 2011); навчальний посібник “Стохастичні моделі у гідрологічних розрахунках” (Н.С. Лобода, Є.Д. Гопченко, 2006).

У підручнику використані результати наукових досліджень, які виконувалися в Одеському державному екологічному університеті

впродовж тязі багатьох десятиріч такими провідними радянськими і українськими вченими-гідрологами як А.М. Бефані, Н.Ф. Бефані, Д.І. Грінвальд, Є.В.Терентьев, О.Г. Іваненко, Є.Д. Гопченко, Н.С. Лобода. Окремі розділи підручника написали: Є.Д. Гопченко (8.2-8.10), Н.С.Лобода (вступ, 1-5), В.А. Овчарук (6, 7, 8.1).

Автори висловлюють щирі подяку колективам кафедр гідрології суші, гідроекології та водних досліджень, інформаційних технологій, без творчої діяльності яких було б неможливо підготування цього підручника.

РОЗДІЛ 1

1 СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ В ГІДРОЛОГІЧНИХ РОЗРАХУНКАХ

1.1 Обґрунтування можливостей застосування методів математичної статистики до визначення характеристик стоку річок

Гідрологічні спостереження є спостереженнями за елементами гідрологічного режиму, які можуть виконуватися без будь-яких вимірювань (пасивний експеримент) або супроводжуватися діями, пов'язаними із виконанням кількісних оцінок (вимірювань) характеристик гідрологічних явищ та процесів (активний експеримент). Кожна гідрологічна подія (весняне водопілля, дощовий паводок, межінь, льодові явища та інші) описується кількісними характеристиками елементів гідрологічного режиму, які визначаються в результаті вимірювань (характерні витрати та рівні води, швидкості течії, ухили водної поверхні та інше).

В науках про землю, особливо гідрометеорологічних, можливості проведення активного експерименту з природними об'єктами дуже обмежені. Таким чином, накопичення експериментальних даних та їх просторово-часове узагальнення стає головним джерелом для виявлення законів природи. З іншого боку, експериментальна база використовується для перевірки теоретичних узагальнень (моделей), які описують закономірності, характерні для досліджуваного гідрометеорологічного явища.

Гідрологічні спостереження виконуються на гідрологічних станціях і постах, які діють у відповідності з офіційними настановами (наставлення, керівництво до дії, методичні вказівки).

У загальному випадку основні гідрологічні характеристики є неперервними і існують прилади для реєстрації значень тих або інших фізичних величин, наприклад, самописці рівнів води. Але в більшості випадків гідрологічні величини вимірюються на мережі гідрологічних станцій і постів через деякі проміжки часу.

Дискретні сукупності вимірювань при проведенні гідрологічних спостережень величин або отриманих в результаті узагальнення первинного вимірювання утворюють гідрологічні ряди спостережень.

Математична статистика є розділом математики, присвяченим математичним методам систематизації, обробки та дослідження статистичних даних з метою отримання наукових та практичних висновків.

Методи математичної статистики базуються на теорії ймовірностей, яка спирається на експериментальні дані. Математичні закони теорії ймовірностей описують реальні закономірності, що існують у масових випадкових явищах природи (Е.С. Вентцель, 1969). Прийняття гіпотези про випадковий характер гідрологічних рядів дозволяє використовувати методи математичної статистики у гідрологічних розрахунках.

Задача математичної статистики полягає у тому, щоб на основі властивостей деякої підмножини (*вибірки*) зробити висновки про властивості усієї множини в цілому. Уся множина в цілому має назву *генеральної сукупності*.

У гідрологічних розрахунках гідрологічні ряди розглядаються як вибірки із генеральних сукупностей. При цьому постає питання: чи можливо застосовувати методи математичної статистики до гідрологічних величин, серед яких провідну роль відіграють характеристики стоку? Поставлене запитання можна сформулювати й таким чином: чи допустимо розглядати величини стоку як випадкові?

Хід гідрологічних явищ та процесів у просторі й часі має ймовірнісний характер. Випадковість обумовлюється наявністю багатьох чинників появи та розвитку гідрологічних явищ, які неможливо врахувати, не звертаючись до теорії ймовірностей.

Теоретичним обґрунтуванням можливості застосування статистичних методів до розрахунків величин стоку є **закон великих чисел** та **центральна гранична теорема**, які також мають назву граничних теорем теорії ймовірностей (А.В. Рождественський, А.І. Чеботарьов, 1974).

У широкому розумінні **закон великих чисел** констатує, що **конкретні властивості кожного окремого випадкового явища не впливають на результат маси таких явищ, а випадкові відхилення нівелюються** (Е.С. Вентцель, 1969). Це означає, що при великій кількості випадкових явищ їх середній результат перестає бути випадковим й передсказується із великим ступенем визначеності.

У вузькому розумінні під законом великих чисел розуміють декілька теорем, у кожній з яких установлюється факт наближення середніх характеристик великої кількості випробувань до деяких сталих. Закон великих чисел є законом сталості середніх величин. На його основі можна зробити такі висновки: при достатньо великій кількості спостережень, отримані за вибірками ймовірнісні характеристики стоку, достатні для опису генеральної сукупності у цілому. Відомі теореми, що відносяться до закону великих чисел, - це теореми Чебишева, Бернуллі.

Виходячи з того, що більшість осереднених характеристик стоку набуває сталості при довжині рядів більше 50 елементів і не змінюється при її подальшому зростанні, свідчить про те, що ряди стоку підлягають дії закону великих чисел.

Центральну граничну теорему називають “кількісною формою закону великих чисел”. *Під центральною граничною теоремою розуміють групу теорем, зміст яких полягає у такому: подія, що відбувається у результаті підсумовування або визначення добутку великої кількості незалежних або малозалежних подій, є випадковою і підлягає нормальному закону розподілу.* Усі форми центральної граничної теореми присвячені умовам, при яких виникає нормальний закон розподілу. Ці умови полягають у наступному: випадкова величина має бути представленною як сума достатньо великої кількості незалежних або слабкозалежних елементарних доданків, кожне з яких дуже мало впливає на суму.

Якщо величини стоку розглядати як результат додавання випадкових незалежних подій, то легко прийти до ствердження, що вони також є випадковими, а, отже, характеристики стоку задовільно описуються нормальним законом розподілу. Але аналіз емпіричних розподілів величин стоку показав, що вони не відповідають цьому закону. Справа у тому, що події, які формують процес стоку, залежні одна від одної, тобто між чинниками формування стоку у більшості випадків існує зв’язок. В результаті виникає зв’язок між членами рядів стоку. Статистична структура таких часових рядів стоку описується за допомогою так званих автокореляційних функцій.

Окрім зазначених існує ще декілька особливостей рядів спостережень за стоком та характеристик їх ймовірнісного розподілу, які мають бути ураховані при застосуванні методів математичної статистики у гідрологічних розрахунках. Ці особливості можна представити таким чином.

Першою особливістю застосування методів математичної статистики у гідрологічних розрахунках *є обмежена за часом інформація.* Ряди величин стоку для річок України короткі, їх середня тривалість визначається спостереженнями, які розпочалися у 50-ті роки минулого сторіччя, становить у середньому по Україні менше 60 років. У зв’язку з цим особлива увага у гідрологічних розрахунках приділяється вибору методів розрахунків статистичних параметрів за даними спостережень. Окрім того, у гідрологічних розрахунках через нестачу даних не використовуються згруповані ряди. Особливої ваги набувають питання приведення коротких рядів стоку або їх статистичних параметрів до тривалого періоду спостережень, екстраполяції емпіричних кривих розподілу стоку за межі вимірювань.

Другою особливістю застосування методів математичної статистики у гідрологічних розрахунках *є статистична неоднорідність рядів стоку.*

Статистична неоднорідність часто виникає внаслідок антропогенного впливу, під яким слід розуміти насамперед водогосподарські перетворення та вплив змін глобального клімату. Проте, прояв статистичної неоднорідності може виникнути через недостатню тривалість ряду. Велике значення у гідрологічних розрахунках мають методи прийняття чи відхилення гіпотез про статистичну однорідність рядів, наявність “викидів” у рядах тощо. Постійний вплив водогосподарських заходів або змін клімату на формування процесів стоку приводить до появи тенденцій (трендів) монотонної зміни осереднених характеристик стоку.

Третя особливість полягає у тому, що значення стоку завжди додатні. Область визначення величин стоку знаходиться у межах від 0 до нескінченності, у той час як випадкова величина, розподілена за нормальним законом розподілу ймовірностей, змінюється від $-\infty$ до $+\infty$. Окрім того, емпіричний розподіл величин стоку має додатну асиметрію, на відміну від нормально розподілених випадкових величин, для яких асиметрія дорівнює нулю. Виражена відмінність розподілів величин стоку від нормального закону спонукала до пошуку інших теоретичних законів розподілу випадкових величин, які б задовільно описували емпіричні розподіли. Початок такого роду робіт належить О.В. Сарманову та Є.Г. Блохінову. Найчастіше у гідрологічних розрахунках, як теоретичні, використовуються закони розподілу Пірсона III і трипараметричний гама-розподіл С.М. Крицького та М.Ф. Менкеля.

Наявність статистично значущих кореляційних зв'язків між суміжними членами рядів стоку (насамперед, річного) обумовлює наступну особливість застосування методів математичної статистики у гідрологічних розрахунках. Для описування рядів стоку із кореляційними зв'язками між його членами у гідрологічних розрахунках використовують теорію випадкових функцій. Наявність внутрішньорядних зв'язків порушує принцип випадковості, зменшує об'єм незалежної інформації, тому у гідрологічних розрахунках були розроблені методики врахування впливу кореляції між членами гідрологічних рядів на оцінки статистичних параметрів, отриманих відомими у математичній статистиці методами.

На основі вищесказаного, у першій половині XX сторіччя було прийнято розглядати гідрологічні ряди як послідовності випадкових величин, між суміжними членами яких існує кореляційний зв'язок. Статистичні сукупності (ряди) гідрологічних величин вважалися випадковими вибірками обмеженого об'єму із генеральної сукупності і методи математичної статистики набули значного розвитку (К.П. Клібашев, І.Ф. Горошков, 1970).

У другій половині минулого сторіччя було доведено, що річковий стік є не простою сукупністю випадкових величин, а ймовірнісним процесом, для описування якого застосовується теорія випадкових функцій. Математичною моделлю коливань стоку на новому теоретичному рівні стає

ланцюг *Маркова*, який використовує математичний апарат закону двовимірного розподілу випадкових величин (Д.Я. Ратковия, М.В. Болгов, 1995).

Слід зазначити, що *задачі гідрологічних розрахунків по визначенню характеристик стоку є ретроспективно-описувальними та прогностичними*. На початку досліджень необхідно на матеріалах минулих років виявити закономірності формування явища, побудувати математичну (теоретичну) модель і вже потім за створеною математичною моделлю розраховувати майбутній гідрологічний режим водних об'єктів. Для вирішення прогностичних задач у гідрологічних розрахунках найчастіше використовується статистична модель стоку, за якою надаються сталі статистичні характеристики та величини стоку заданої ймовірності їх появи.

1.2 Основні положення теорії ймовірностей

1.2.1 Поняття ймовірності. Випадкова подія

Як зазначалося, процес, відображенням якого є гідрологічні ряди, може бути описаний за допомогою методів математичної статистики. Перед тим, як перейти до визначення ймовірності, введемо поняття випадкової події (Е.С. Вентцель, 1969).

Випадкова подія є фактом, який в результаті експерименту (випробування) може відбутись, а може й не відбутись. Випадковою подією можуть бути такі характеристики:

A – число сонячних днів за тиждень;

B – тривалість пересихання річок за період спостережень;

C – кількість дощових паводків на протязі року.

Розглядаючи ці події, приходимо до висновку, що кожна з них має ту або іншу можливість своєї появи: одна – більшу, друга – меншу. Для того, щоб кількісно порівняти між собою події за ступенем можливості їх появи, необхідно з кожною подією зв'язати відповідне число, яке тим більше, чим більш ймовірна подія. Таке число має назву ймовірності події. Тобто, **ймовірність події – чисельна міра ступеня об'єктивної можливості її здійснення**.

Для оцінки різних подій за ступенем можливості їхньої появи встановлюють одиницю вимірювання. Ймовірність достовірної події (**достовірна подія – подія, яка в результаті експерименту обов'язково має відбутися**) приймається рівною одиниці, ймовірність недостовірної події (**недостовірна подія** - така подія, яка в даному досліді ніяк не може відбутися) дорівнює нулю 0.

Наприклад, ймовірність такої події як наявність протягом тижня не більше семи сонячних днів дорівнює одиниці. У свою чергу, наявність в календарному тижні більше семи сонячних днів має ймовірність, що дорівнює нулю. Ймовірності інших подій знаходяться у інтервалі від 0 до 1.

Якщо у результаті випробування обов'язково повинна відбутися хоч одна із групи розглядуваних подій, то таку групу називають *повною групою подій*. Декілька подій називаються *несумісними* у даному випробуванні, якщо ніякі два з них не можуть з'явитися разом. Декілька подій у даному випробуванні називаються *рівноможливими*, якщо ні одна з них не є більш можливою, ніж інша. Група подій яка має усі три перелічених властивості формує “випадок”.

Якщо випробування зводиться до схеми випадків, то ймовірність події A розраховується як відношення кількості подій, які сприяють появі події A , до загальної кількості випадків:

$$p(A) = \frac{m}{N}, \quad (1.1)$$

де $p(A)$ - ймовірність події A ;

N - загальна кількість випадків;

m - кількість подій, які сприяють появі події A .

Випадок називається сприятливим для події A , коли його поява викликає появу події A .

Наприклад, при грі “у кості” можливі шість випадків таких очок: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Якщо подія A розглядається як поява парних очок, то сприяють цій події три випадки (у вигляді появи чисел 2, 4, 6). Отже, ймовірність події A дорівнює $\frac{1}{2}$.

Формула (1.1) має назву “класичної” для визначення ймовірностей (Е.С. Вентцель, 1969).

При виконанні серії з n випробувань, у кожному з яких могла б з'явитися або не з'явитися деяка подія A , частотою події A називається відношення числа випробувань, у яких з'явилася подія A , до загального числа проведених випробувань:

$$p^*(A) = \frac{m}{n}, \quad (1.2)$$

де p^* - ймовірність появи випадкової події A в n випробуваннях;

m - кількість подій, коли подія A відбувалася;

n - загальна кількість випробувань.

Частота p_i^* , визначена за результатами випробувань, має назву *статистичної ймовірності або частоти*, на відміну від математичної ймовірності в (1.1).

Теорема Я.Бернуллі, яка є наслідком закону великих чисел, стверджує, що при необмеженій кількості випробувань n частота події p^* збігається по ймовірності до її ймовірності p^* і записується наступним чином

$$p(p^* - p < \varepsilon) > 1 - \delta, \quad (1.3)$$

де ε, δ - скільки завгодно малі додатні числа.

1.2.2 Випадкові величини та закони їх розподілу

Якщо в результаті випробувань розглядається не сама подія, а її кількісна характеристика, то в теорії ймовірностей використовується поняття випадкової величини. **Випадковою називається величина, яка внаслідок випробування набуває того чи іншого значення, наперед невідомо, якого саме.** Якщо можливі значення випадкової величини можна перерахувати, то випадкова величина відноситься до **дискретної**. Дискретна випадкова величина описується кінцевим числом значень. Приклади дискретних випадкових величин: 1) число випадків пересихання річки за меженний період; 2) кількість дощових паводків на протязі року; 3) число днів у році з витратами води більше або менше будь-якої фіксованої величини. Дискретна випадкова величина X , із можливими значеннями $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$, з ймовірнісної точки зору буде повністю описана, якщо кожному значенню випадкової величини поставити у відповідність значення ймовірності його появи у випробуванні. Наприклад, дискретна випадкова величина X має можливі значення $x_1, x_2, x_3, \dots, x_N$ з відповідними ймовірностями - $p_1, p_2, p_3, \dots, p_N$. **Законом розподілу випадкової дискретної величини називається співвідношення, яке установлює зв'язок між можливими значеннями випадкових величин та їх ймовірностями.** Закон розподілу дискретної випадкової величини X представляється *таблицею розподілу*, яка має наступний вигляд

$$x_i : x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad \dots \quad x_N;$$

$$p_i : p_1 \quad p_2 \quad p_3 \quad \dots \quad p_N$$

Таблицю розподілу називають також *рядом розподілу* випадкової величини X . Про випадкову величину X говорять, що вона підкорюється заданому закону розподілу.

Сума ймовірностей усіх значень дискретної випадкової величини дорівнює одиниці, тобто $\sum_{i=1}^N p_i = 1$.

Якщо таблицю розподілу представити у графічному вигляді (рис.1.1), то отримаємо багатокутник розподілу. Багатокутник розподілу є графічним зображенням ряду розподілу: на вісь абсцис наносяться значення випадкової величини, на вісь ординат – ймовірності цих значень. Багатокутник розподілу також як і ряд розподілу повністю характеризує випадкову величину. Закон розподілу, представлений у вигляді таблиці або багатокутника, є вичерпною ймовірнісною характеристикою дискретної випадкової величини.

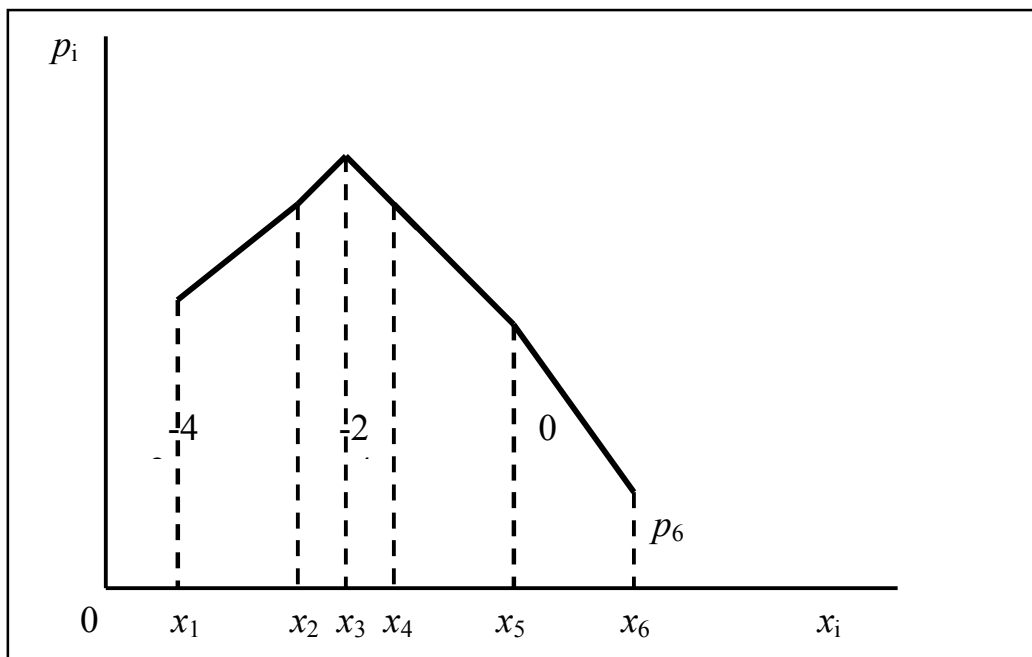


Рисунок 1.1 – Багатокутник розподілу

У гідрологічних розрахунках використовуються випадкові величини, які отримуються в результаті випробувань (гідрологічних спостережень), тобто розглядаються не генеральні сукупності, а вибірки з них ($n \ll N$).

Якщо йдеться мова йде про випадкову величину, то **частотою появи значення випадкової дискретної величини X називається відношення числа випадків, коли розглядуване значення величини спостерігалось m , до загальної кількості значень, які випадкова величина X приймала в результаті n випробувань:**

$$p_i^* = \frac{m}{n}, \quad (1.4)$$

де p_i^* - частота появи випадкової величини;

i - номер випробування;

m - число випадків, коли величина спостерігалася у результаті проведення випробувань n ;

n - загальна кількість випробувань.

Поряд з дискретними випадковими величинами існують і безперервні. **Випадкові величини, які заповнюють деякий проміжок на осі x , називають безперервними.** Кожне окреме значення безперервної випадкової величини не володіє ніякою, відмінною від нуля, ймовірністю. Для того, щоб задати закон розподілу безперервної випадкової величини, вводиться поняття функції розподілу

$$F(x) = p(X < x), \quad (1.5)$$

де $F(x)$ - ймовірність події $X = x$, а ймовірність того, що $X < x$, де x - деяка поточна змінна.

1.2.2.1 Інтегральний закон розподілу безперервних випадкових величин

Функція розподілу випадкової величини є самою універсальною характеристикою випадкової величини. Вона установлюється як для безперервних, так і перервних величин. Вона повністю характеризує випадкову величину з ймовірнісної точки зору і є однією з форм законів розподілу.

Функцію розподілу $F(x)$ також називають інтегральною функцією розподілу або інтегральним законом розподілу.

Функція розподілу $F(x)$ має такі властивості:

1. Вона монотонно неспадна, тобто при $x_2 > x_1$, $F(x_2) > F(x_1)$ (рис.1.2).
2. На мінус нескінченності інтегральна функція розподілу дорівнює нулю:

$$\text{коли } x \rightarrow -\infty, \text{ то } F(-\infty) = 0. \quad (1.6)$$

3. На плюс нескінченності інтегральна функція розподілу дорівнює одиниці:

$$\text{коли } x \rightarrow +\infty, \text{ то } F(+\infty) = 1. \quad (1.7)$$

Інтегральна функція розподілу дискретної випадкової величини устанавлюється на основі таблиці розподілу

$$F(x) = p(x < X) = \sum_{x_i < x} p_i(X = x_i), \quad (1.8)$$

де нерівність $x_i < x$ указує на те, що підсумовування відбувалося не для усіх x_i , а лише для тих, які менше x .

Коли змінна x проходить через будь-яке із можливих значень перервної величини X , функція розподілу змінюється стрибкоподібно, причому величина стрибка дорівнює ймовірності цього значення (рис.1.2).

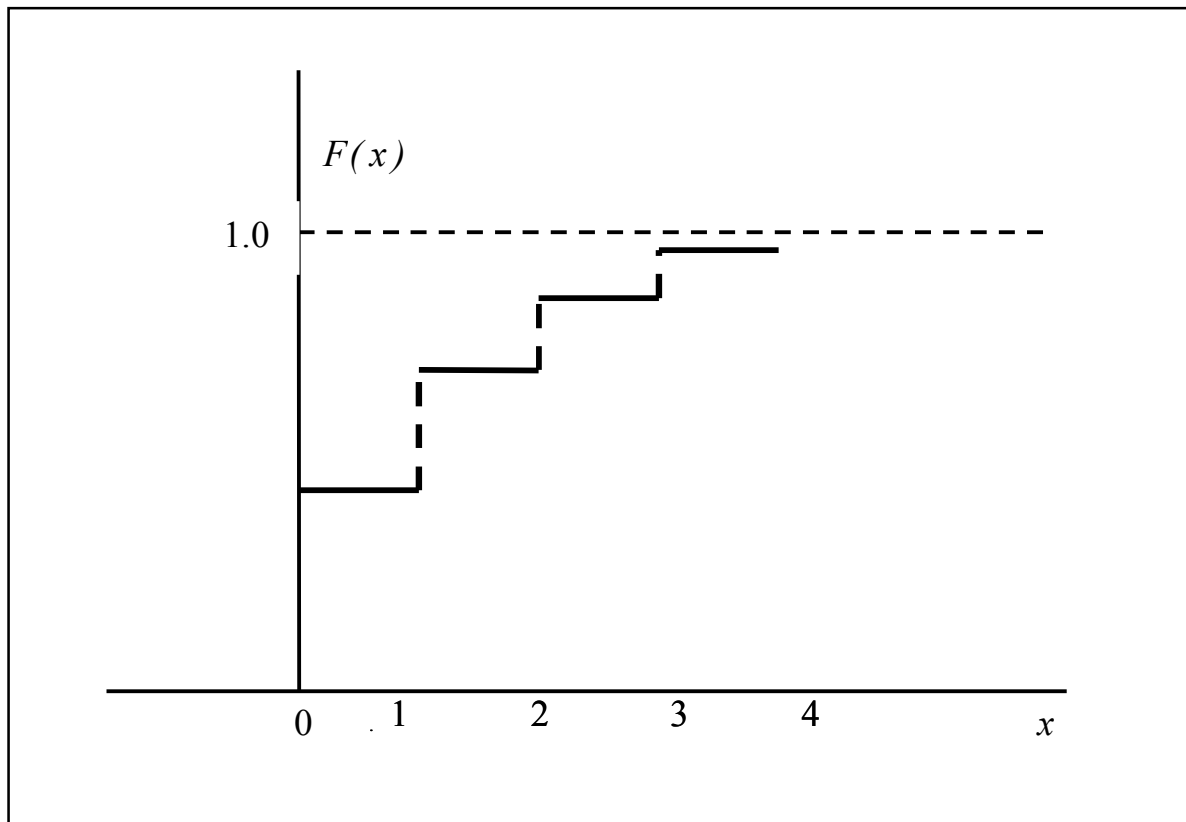


Рисунок 1.2 - Інтегральна функція розподілу $F(x)$ випадкової величини x , визначена за дискретними даними

При збільшенні числа можливих значень випадкової величини та зменшенні інтервалів між ними число стрибків стає більшим, а самі стрибки меншими, тобто випадкова величина наближається до безпервної, а її функція розподілу до безпервної функції (рис.1.3).

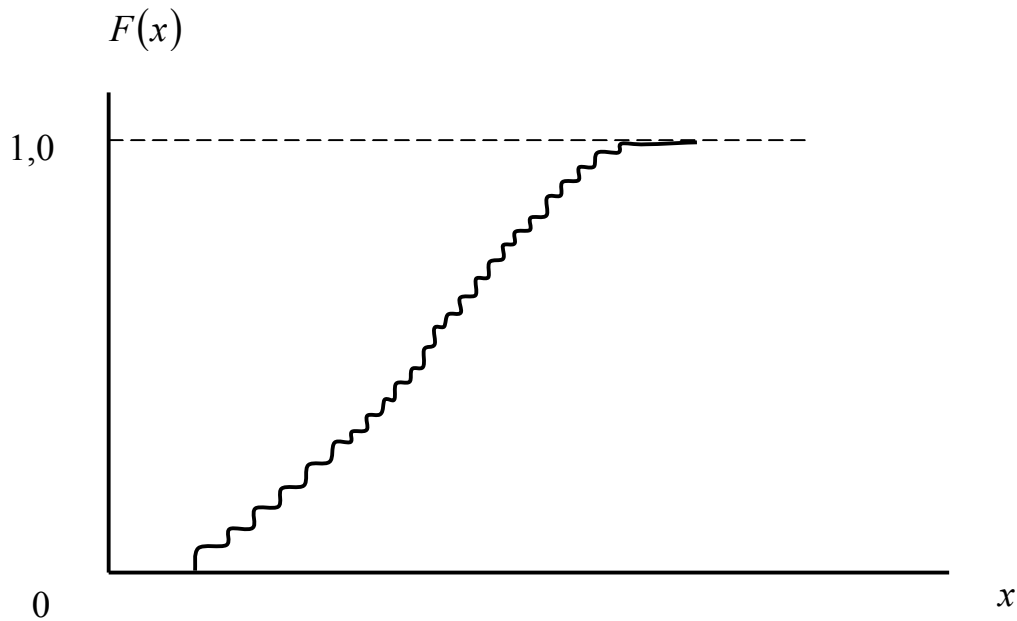


Рисунок 1.3 - Інтегральна функція розподілу $F(x)$ випадкової величини x , визначена за дискретними даними при збільшенні числа значень випадкової величини

У гідрологічних розрахунках (СНіП 2.01.14-83) здебільшого використовується не інтегральна функція розподілу $F(x)$, а функція забезпеченості $P(x)$, яка пов'язана з інтегральною функцією співвідношенням

$$P(x) = 1 - F(x) . \quad (1.9)$$

Забезпеченість випадкової величини X – це ймовірність того, що випадкова величина X більше деякого заданого значення x , тобто $P(x) = p(X > x)$.

Для дискретних випадкових величин функція забезпеченості може бути представленою у вигляді

$$P(x) = p(X > x) = \sum_{x_i > x} p_i(X = x_i), \quad (1.10)$$

де нерівність $x_i > x$ указує на те, що підсумовування відбувалося не для усіх x_i , а лише для тих, які більші x .

Інтегральна функція $F(x)$, яка представлена у графічному вигляді, має назву інтегральної кривої розподілу, а функція з $P(x)$ називається кривою забезпеченості (рис.1.4).

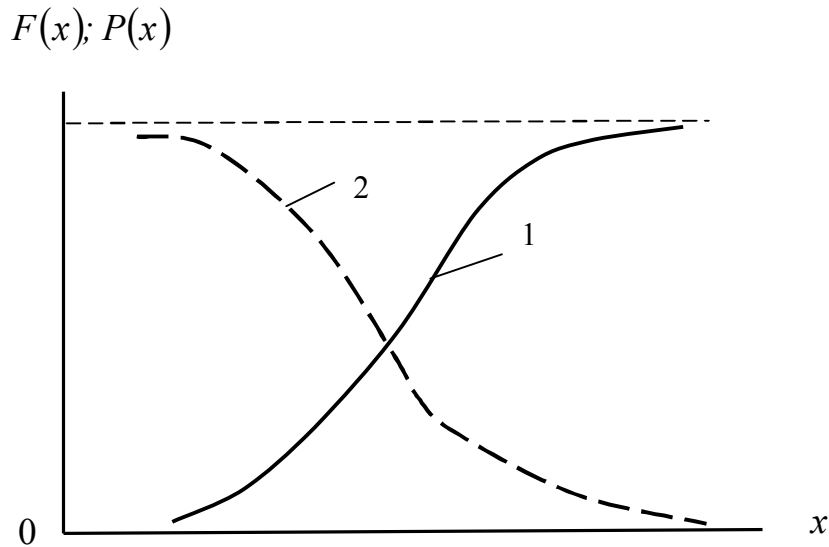


Рисунок 1.4 – Інтегральна функція розподілу $F(x)$ випадкової величини x (1) та функція забезпеченості $P(x)$ (2)

1.2.2.2 Диференціальний закон розподілу безперервної випадкової величини

Розглянемо безперервну випадкову величину X , яка має властивість монотонності. Ймовірність попадання безперервної випадкової величини на ділянку від x до $x + \Delta x$ на осі x становить

$$p(x < X < x + \Delta x) = F(x + \Delta x) - F(x), \quad (1.11)$$

де права частина є приріст інтегральної функції розподілу на ділянці довжиною Δx . Якщо (1.11) розділити на Δx , то отримаємо середню ймовірність, яка припадає на одиницю довжини цієї ділянки. При наближенні Δx до нуля перейдемо до похідної від функції розподілу в точці x

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(x + \Delta x) - F(x)}{\Delta x} = F'(x) = f(x). \quad (1.12)$$

Похідна $F'(x) = f(x)$ характеризує щільність ймовірності безперервної випадкової величини X у точці x і носить назву щільності розподілу безперервної випадкової величини або диференціального закону розподілу випадкової безперервної величини. Ця форма закону розподілу існує тільки для безперервних випадкових величин.

Добуток $f(x)dx$ називають елементом ймовірності, який характеризує ймовірність попадання випадкової величини X на елементарну ділянку Δx . Ймовірність попадання на відрізок від α до β має дорівнювати сумі елементів ймовірності, тобто інтегралу

$$p(\alpha < X < \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} f(x)dx. \quad (1.13)$$

Інтегральна функція розподілу $F(x)$ представляється через щільність розподілу $f(x)$ наступним чином

$$F(x) = p(X < x) = p(-\infty < X < x) \quad (1.14)$$

або

$$F(x) = \int_{-\infty}^{+x} f(x)dx. \quad (1.15)$$

Геометрично $F(x)$ є площею під кривою розподілу, яка розташовується зліва від точки x (рис.1.5).

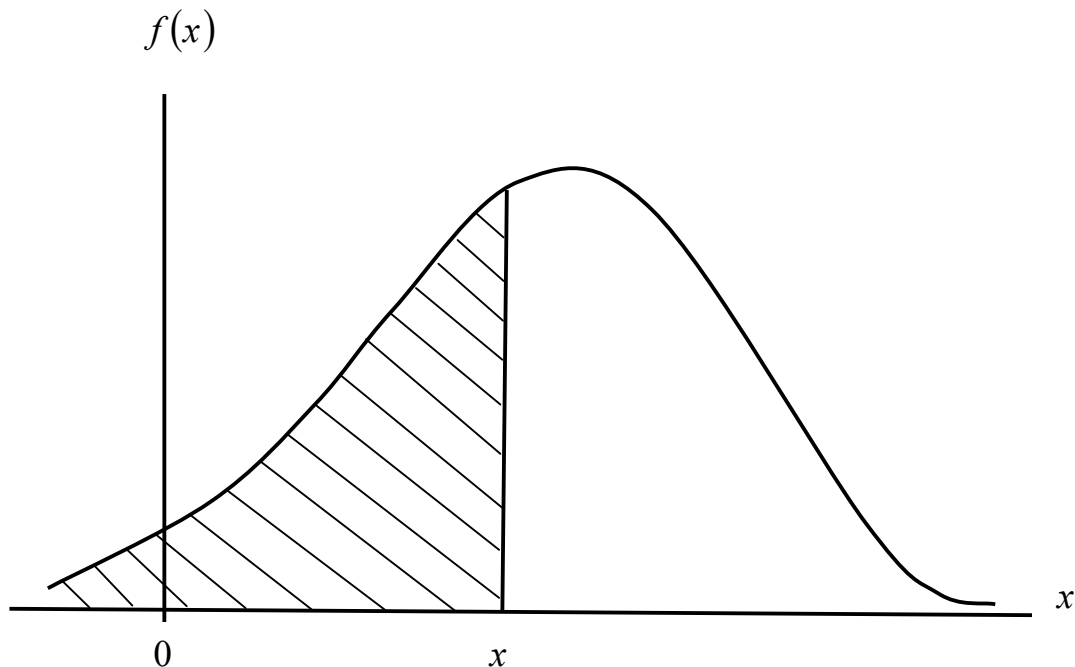


Рисунок 1.5 – Крива щільності $f(x)$ випадкової величини X . Площа під кривою, що лежить лівіше перетину x , є функцією розподілу $F(x)$. Загальна площа під кривою розподілу дорівнює одиниці.

Диференціальна функція розподілу безперервної випадкової величини x має такі властивості:

1. Щільність розподілу завжди невід'ємна, тобто

$$f(x) \geq 0. \quad (1.16)$$

2. Інтеграл від щільності розподілу у межах від $-\infty$ до ∞ дорівнює одиниці

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1. \quad (1.17)$$

3. Щільність розподілу є розмірною величиною і її розмірність зворотна розмірності величини x .

З геометричної точки зору перераховані властивості указують на те, що крива щільності розподілу лежить не нижче осі абсцис та повна площа, обмежена кривою $f(x)$ і віссю абсцис, дорівнює 1.

Між інтегральною, диференціальною функціями та функцією забезпеченості існують певні співвідношення, які записуються таким чином

$$p(\alpha < X < \beta) = F(\beta) - F(\alpha), \quad (1.18)$$

$$p(\alpha < X < \beta) = \int_{\alpha}^{\beta} f(x) dx, \quad (1.19)$$

$$P(x) = 1 - \int_{-\infty}^x f(x) dx = 1 - F(x) = \int_x^{\infty} f(x) dx. \quad (1.20)$$

З (1.20) витікає, що через одну форму закону розподілу можна перейти до іншої.

1.3 Статистичні характеристики стокових величин, методи їх визначення та особливості практичного застосування

При виконанні гідрологічних розрахунків однією з основних задач є установлення ймовірнісних властивостей випадкової величини на основі законів розподілу. Кожен закон розподілу випадкової величини являє собою математичну функцію, яка повністю описує випадкову величину з ймовірнісної точки зору. На практиці не обов'язково розглядати закон

розподілу як математичний вираз, достатньо указати окремі числові характеристики, які відображають його головні риси.

Числові характеристики випадкової величини, які виражають у стислій формі особливості закону розподілу, називаються статистичними параметрами.

Статистичні параметри, визначені по рядах спостережень (вибірках), відрізняються від відповідних параметрів генеральної сукупності і називаються ***оцінками статистичних параметрів***.

Ряди стоку отримують в результаті узагальнень даних спостережень за стоком у окремі фази водного режиму (весняне водопілля, літня та осіння межінь, дощові паводки, зимова межень) або за рік у цілому. Річний стік розглядається як інтегральна характеристика. Термін “максимальний стік” використовується як узагальнююче поняття таких характеристик як максимальна витрата води, максимальний модуль стоку, шар або об’єм стоку за паводок чи водопілля. Термін “мінімальний стік” означає характеристики стоку у межінь і включає до себе такі показники як добовий мінімум, середньомісячний мінімум, 30-добовий мінімум стоку із розділенням цих величин на зимові та літні.

Для оцінок статистичних параметрів на основі вибірок розроблені спеціальні статистичні методи. Найбільш універсальним є метод статистичних моментів, якій не зв’язаний ні з яким теоретичним законом розподілу. У гідрологічних розрахунках застосовуються також методи визначення статистичних параметрів, які базуються на певних законах розподілу. До таких методів відноситься метод найбільшої правдоподібності, розрахункові формули якого отримані з трипараметричного гама – розподілу, та графо-аналітичний метод, у якому використовуються теоретичні закони розподілу (найчастіше Пирсона III та логарифмічно-нормальний).

До теоретичних законів розподілу, які описують ймовірнісний розподіл величин стоку, висуваються певні вимоги.

Величини стоку завжди додатні, а верхня границя їх значень не обмежена, отже, областю визначення теоретичного закону розподілу величин стоку повинна бути область від нуля 0 до безкінечності ∞ .

Кількість статистичних параметрів, які використовуються в теоретичному законі розподілу, не повинна бути великою. Світовий досвід показує, що при розрахунках стоку найбільш оптимальними для практичного застосування є такі теоретичні закони розподілу, для описування яких достатньо двох або трьох статистичних параметрів – математичного сподівання, дисперсії та залежного від неї коефіцієнта варіації, характеристики асиметрії розподілу.

Коефіцієнт асиметрії законів розподілу має бути додатнім, що є особливістю емпіричних розподілів величин стоку.

У сучасній гідрології, як правило, використовуються три найбільш поширені методи визначення статистичних параметрів – моментів, найбільшої правдоподібності, графо-аналітичний. Розрахунки виконуються на основі гідрологічних рядів.

При відсутності чи недостатності даних спостережень для визначення статистичних параметрів розроблено додаткові спеціальні методи, які викладаються у наступних розділах.

У гідрологічних розрахунках формою представлення закону розподілу є функція забезпеченості, де забезпеченість є ймовірністю перевищення заданої випадкової величини.

Кожен із законів розподілу випадкової величини являє собою певний математичний вираз, за яким розраховуються величини стоку заданої забезпеченості при заданих статистичних параметрах розподілу.

З метою прискорення розрахунків використовують не теоретичні вирази, а спеціально розроблені таблиці ординат законів розподілу.

1.3.1 Характеристики положення

Серед статистичних параметрів виділяють ті, що характеризують положення випадкової величини на числовій осі. Ці статистичні характеристики легко устанавлюються при розгляді кривої щільності розподілу випадкової величини.

Математичне сподівання характеризує положення випадкової величини на числовій осі з урахуванням того, що всі значення мають різні ймовірності появи.

Математичне сподівання випадкової величини m_x є центром статистичного розподілу випадкової величини X , відносно якого групуються члени сукупності та являє собою середнє зважене по ймовірності значення випадкової величини X , тобто

$$m_x = \frac{x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_N p_N}{p_1 + p_2 + \dots + p_N} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i p_i}{\sum_{i=1}^N p_i}. \quad (1.21)$$

У (1.21) кожне значення x_i має ваговий коефіцієнт, пропорційний ймовірності цього значення.

Враховуючи, що для дискретних випадкових величин $\sum_{i=1}^N p_i = 1$, з (1.21) отримаємо

$$m_x = \sum_{i=1}^N x_i p_i . \quad (1.22)$$

Математичне сподівання може також позначатися як $M[X]$.

Таким чином, **математичне сподівання випадкової величини є сумою добутків усіх можливих значень випадкової величини на ймовірності цих значень.**

Геометрична інтерпретація цього математичного поняття є наступною.

Нехай на числовій осі розташовані точки із абсцисами x_1, x_2, \dots, x_N , які мають маси p_1, p_2, \dots, p_N , і $\sum_{i=1}^N p_i = 1$. Тоді математичне сподівання, яке визначається за (1.22), є нічим іншим як абсцисою центра тяжіння даної системи матеріальних точок.

Математичне сподівання для безперервної випадкової величини записується через інтеграл

$$m_x = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx , \quad (1.23)$$

де $f(x)dx$ - елемент ймовірності, який несе теж саме смислове навантаження, що й p_i для дискретних випадкових величин.

Як вже зазначалося, гідрологічні ряди представляють собою вибірки, для яких $n \ll N$. Таким чином, замість ймовірності p використовують частоту $p_i^* = \frac{m_i}{n}$. **Оцінкою або емпіричним еквівалентом математичного сподівання, розрахованого за вибіркою, є середнє арифметичне значення \bar{x}**

$$m_x^* = \bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i p_i^* = \sum_{i=1}^n x_i \frac{m_i}{n} , \quad (1.24)$$

де n - загальне число незалежних випробувань (спостережень);

$$\sum_{i=1}^n m_i = n ;$$

p_i^* - частота або емпірична ймовірність.

Якщо n прагне до N , то p_i^* прагне до свого теоретичного значення p_i , а \bar{x} - до математичного сподівання m_x . За теоремою Чебишева, яка входить до закону великих чисел, “ при достатньо великій кількості неза-

лежних випробувань середнє арифметичне спостережених величин випадкової величини збігається по ймовірності до її математичного сподівання”:

$$p(|\bar{x} - m_x| < \varepsilon) > 1 - \delta, \quad (1.25)$$

де ε, δ - скільки завгодно малі додатні числа.

Якщо число появи кожного значення випадкової величини дорівнює одиниці ($m_1, m_2, \dots, m_n=1$), тобто кожне значення випадкової величини повторюється в досліді один раз, то $p_i^* = \frac{1}{n}$. Відповідно,

$$m_x^* = \hat{m}_x = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i. \quad (1.26)$$

Середнє арифметичне значення має ту саму розмірність, що й величина, по якій воно розраховано.

Модою випадкової величини Mo (m_0) називають найбільш ймовірне її значення. На графіку - це найбільша ордината кривої розподілу. Розрізняють одно- та багатомодальні розподілення. Якщо багатокутник розподілу або крива розподілу мають більше одного максимуму, то розподіл називається полімодальним (рис. 1.6) (Е.С. Вентцель, 1969)

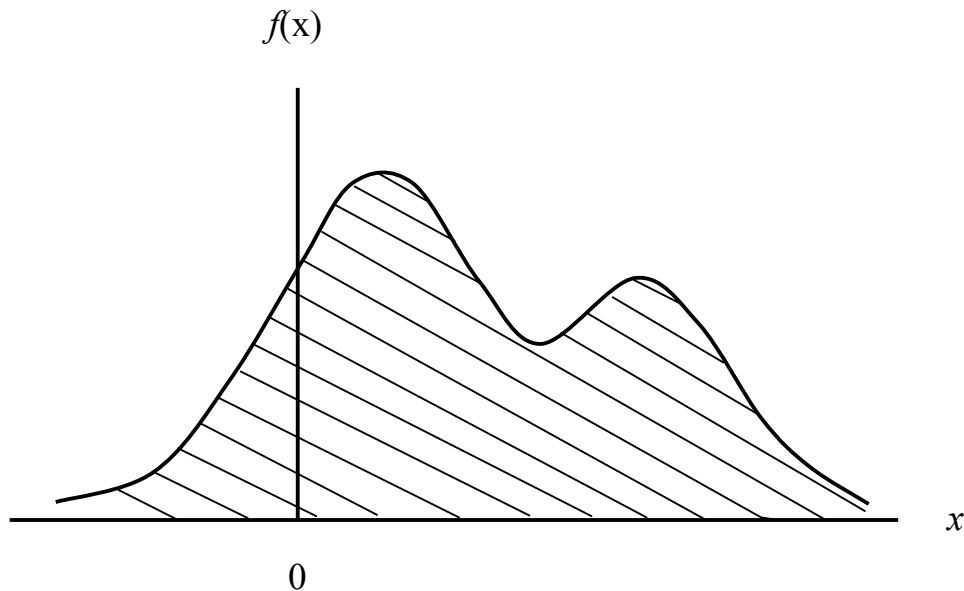


Рисунок 1.6 - Багатокутник розподілу з двома максимумами

Для безперервної випадкової величини мода є випадковою величиною з найбільшою щільністю ймовірності, для дискретної - з найбільшою ймовірністю. **Медіаною випадкової величини** називається таке її значення Me або m_e , для якого

$$p(X < Me) = p(X > Me), \quad (1.27)$$

тобто однаково ймовірне те, буде випадкова величина більше чи менше Me . Геометрично медіана представляється як абсциса точки, в якій площа обмежена кривою розподілу ділиться навпіл (рис.1.7) (Е.С. Вентцель, 1969)

$$\int_{-\infty}^{Me} f(x) dx = \int_{Me}^{+\infty} f(x) dx. \quad (1.28)$$

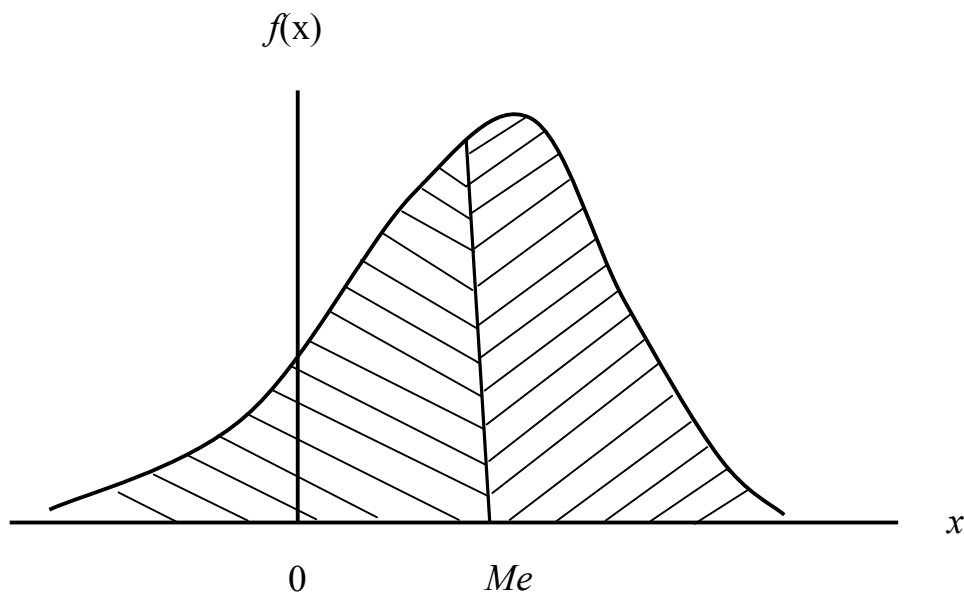


Рисунок 1.7 – Положення медіани на осі абсцис під кривою розподілу

Для дискретних випадкових величин береться таке правило, що коли число членів ряду x_i непарне та дорівнює $2m + 1$, то медіана ряду буде дорівнювати значенню x_{m+1} , яке є середнім членом ранжованого ряду, тобто $Me = x_{m+1}$. Якщо число членів ряду парне, тобто дорівнює $2m$, то за медіану береться середнє значення між центральними величинами ранжованого ряду (В.А. шелутко, 1991).

1.3.2 Метод моментів. Статистичні моменти як характеристики кривих розподілу

Поняття моментів перенесено в математичну статистику із розділу фізики “Механіка”, де момент являє собою добуток сили на плече. Плече – відстань від точки, у якій прикладена сила, до точки опори. Значення дискретної випадкової величини розглядається як матеріальна точка на числовій осі з масою, пропорційною ймовірності появи цієї випадкової величини. Якщо плечем є відстань від нуля числової осі до матеріальної точки, то такі статистичні моменти називаються початковими. Коли ж для визначення статистичного моменту береться відстань від математичного сподівання до розглядуваної матеріальної точки, то статистичний момент отримує назву центрального.

Для описування властивостей кривих розподілу широко використовують початкові та центральні статистичні моменти.

Початкові моменти s -го порядку дискретної величини X являють собою суму

$$\alpha_s = \sum_{i=1}^N x_i^s p_i, \quad (1.29)$$

де α_s - початковий момент s -го порядку.

Для безперервної випадкової величини сума записується через інтеграл

$$\alpha_s = \int_{-\infty}^{\infty} x^s f(x) dx. \quad (1.30)$$

Таким чином, для дискретних випадкових величин оцінка початкових моментів s -того порядку розраховується за формулою

$$\hat{\alpha}_s = \sum_{i=1}^n x_i^s p_i^*, \text{ де } p_i^* = \frac{1}{n}. \quad (1.31)$$

Перший початковий момент ($s=1$) представляє собою математичне сподівання

$$\alpha_1 = m_x = \sum_{i=1}^N x_i p_i, \quad (1.32)$$

а його оцінка – середнє арифметичне значення \bar{x}

$$\hat{\alpha}_1 = \hat{m}_x = \bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i p_i^* = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}. \quad (1.33)$$

Центральні моменти s -го порядку β_s дискретних випадкових величин описуються наступним виразом

$$\beta_s = \sum_{i=1}^N (x_i - m_x)^s p_i; \quad (1.34)$$

відповідно для безперервних випадкових величин -

$$\beta_s = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^s f(x) dx. \quad (1.35)$$

Для будь-якої випадкової величини центральний момент першого порядку дорівнює нулю.

Оцінка центрального моменту s -го порядку на основі вибірки довжиною n виконується в такий спосіб

$$\hat{\beta}_s = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^s. \quad (1.36)$$

При $s=1$

$$\beta_{s=1} = \sum_{i=1}^n (x_i - m_x) p_i = \sum_{i=1}^n x_i p_i - m_x \sum_{i=1}^n p_i = m_x - m_x = 0, \quad (1.37)$$

або

$$\hat{\beta}_{s=1} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \bar{x} = 0. \quad (1.38)$$

Таким чином, перший центральний момент дорівнює нулю.
При $s = 2$

$$\beta_2 = \sum_{i=1}^N (x_i - m_x)^2 p_i \quad (1.39)$$

або

$$\hat{\beta}_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2. \quad (1.40)$$

Другий центральний момент характеризує розсіювання випадкової величини відносно її центра розподілу і носить назву дисперсії D_x

$$\beta_2 = D_x = \sigma_x^2. \quad (1.41)$$

Квадратний корінь із дисперсії називається середнім квадратичним відхиленням σ_x . Оцінка середнього квадратичного відхилення розраховується наступним чином

$$\hat{\sigma}_x = \sqrt{D_x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}. \quad (1.42)$$

Оцінки другого центрального моменту мають від'ємні зміщення (заниження). Для їх усунення в (1.42) вводиться поправковий коефіцієнт $\sqrt{n/(n-1)}$, з урахуванням якого (1.42) набуває вигляду

$$\hat{\sigma}_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}. \quad (1.43)$$

З метою порівняння мінливості різномасштабних випадкових величин використовують безрозмірну характеристику $C_V = \sigma_x / m_x$, яка має назву коефіцієнта варіації і за даними спостережень оцінюється таким чином

$$\hat{C}_V = \frac{\hat{\sigma}_x}{\bar{x}}. \quad (1.44)$$

У більш загальному вигляді оцінка коефіцієнта варіації знаходиться за виразом

$$\hat{C}_V = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{\bar{x}^2 (n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (k_i - 1)^2}{n-1}}, \quad (1.45)$$

де $k_i = x_i / \bar{x}$ - модульний коефіцієнт.

При $s = 3$ з використанням (1.34) та (1.35) отримаємо вирази для розрахунків третього центрального моменту для генеральної сукупності та вибірки

$$\beta_3 = \sum_{i=1}^N (x_i - m_x)^3 p_i, \quad (1.46)$$

$$\hat{\beta}_3 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3. \quad (1.47)$$

Третій центральний момент характеризує несиметричність (асиметричність) розподілу випадкової величини відносно математичного сподівання і може бути як від'ємним, так і додатнім.

Нормування β_s по σ_x^3 дозволяє отримати безрозмірний параметр статистичного розподілу, названий коефіцієнтом асиметрії C_S

$$C_S = \frac{\beta_3}{\sigma_x^3}, \quad (1.48)$$

який при розрахунках за вибірками представляється у вигляді

$$\hat{C}_S = \hat{\beta}_3 / \hat{\sigma}_x^3 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{n \hat{\sigma}_x^3}. \quad (1.49)$$

Вираз (1.49) при використанні модульних коефіцієнтів $k_i = x_i / \bar{x}$ набуває вигляду

$$\hat{C}_S = \frac{\sum_{i=1}^n (k_i - 1)^3}{n \hat{C}_V^3}. \quad (1.50)$$

Як і оцінка параметра C_V , оцінка коефіцієнта асиметрії за виразами (1.49) і (1.50) є зміщеною відносно відповідного параметра генеральної сукупності. Від'ємна зміщеність може бути усунена шляхом введення поправкового коефіцієнта $n^2 / ((n-1)(n-2))$, запропонованого Блохіновим Є.Г.

Таким чином, кінцевий вигляд формули для розрахунків коефіцієнта асиметрії має наступний вигляд

$$\hat{C}_S = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \frac{\sum_{i=1}^n (k_i - 1)^3}{\hat{C}_V^3}. \quad (1.51)$$

Для випадкової величини, яка підлягає нормальному закону розподілу, $C_S = 0$, тобто крива щільності ймовірностей симетрична відносно математичного сподівання.

Четвертий центральний момент ($s = 4$), покладений в основу характеристики гостровершинності кривої розподілу випадкової величини, має назву ексцесу. Формула для визначення четвертого центрального моменту за вибіркою набуває вигляду

$$\hat{\beta}_4 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4. \quad (1.52)$$

Четвертий центральний момент характеризує сплюснутість або витягнутість кривої розподілу випадкової величини у порівнянні з кривою нормального розподілу. Для випадкової величини з нормальним законом розподілу співвідношення β_4 / σ_x^4 завжди дорівнює 3. Таким чином, норму-

вання β_4 по σ_x^4 дозволяє отримати безрозмірний статистичний параметр, названий ексцесом

$$E = \frac{\beta_4}{\sigma_x^4} - 3 \quad (1.53)$$

або

$$\hat{E} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{n \hat{\sigma}_x^4} - 3. \quad (1.54)$$

Якщо $E > 0$, то крива розподілу витягнута відносно нормального закону розподілу, для якого $E = 0$. Коли ж $E < 0$, крива розподілу приплюснута по відношенню до кривої нормального розподілу (рис.1.8).

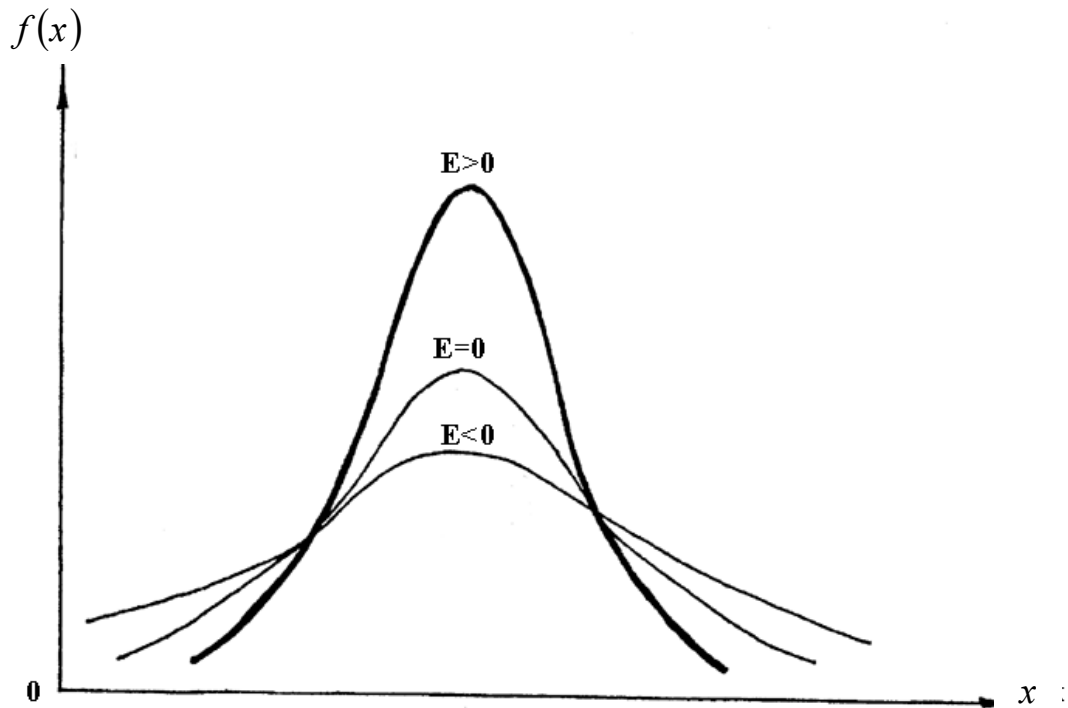


Рисунок 1.8 - Криві розподілу з різними значеннями ексцесу E .

1.3.3 Точність розрахунків статистичних параметрів за вибірковими даними

1.3.3.1 Вимоги до оцінок статистичних параметрів

Статистичні параметри, розраховані за вибірками, називаються вибірковими оцінками статистичних параметрів. Значення вибірових оцінок відрізняються від значень відповідних параметрів генеральної сукупності.

Для того, щоб по оцінках статистичних параметрів достатньо вірогідно характеризувати параметри генеральної сукупності, ці оцінки повинні задовольняти вимогам незміщеності, ефективності та умотивованості.

Припустимо, що з генеральної сукупності взяті m вибірок, за якими розраховані m оцінок параметрів.

Оцінка статистичного параметра називається **незміщеною**, якщо її математичне сподівання дорівнює параметру генеральної сукупності

$$M[\hat{\theta}_m] = \theta, \quad (1.55)$$

де M - позначка математичного сподівання;

$\hat{\theta}_m$ - оцінка статистичного параметра, яка є випадковою величиною, що змінюється від вибірки до вибірки;

θ - значення параметра генеральної сукупності.

Вимога незміщеності гарантує відсутність систематичних похибок при оцінках параметрів.

Незміщена оцінка, яка має найменшу дисперсію серед усіх можливих незміщених оцінок параметра, розрахованих по вибірках одного й того ж об'єму, називається **ефективною**, тобто повинна виконуватись умова

$$D[\hat{\theta}_m] \rightarrow 0 \text{ при } m \rightarrow \infty, \quad (1.56)$$

де $D[\hat{\theta}_m]$ - дисперсія, тобто розсіювання випадкової величини $\hat{\theta}_m$ відносно математичного сподівання θ .

Оцінка параметра $\hat{\theta}_m$ називається **умотивованою**, якщо вона по ймовірності збігається до параметра генеральної сукупності θ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (p|\hat{\theta}_m - \theta| < \varepsilon) = 1, \quad (1.57)$$

де ε - дуже мале додатне число;

$\hat{\theta}_m$ - вибіркова оцінка параметра;

θ - значення параметра генеральної сукупності.

У методі моментів вимогам незміщеності, ефективності та умотивованості відповідає тільки середнє арифметичне значення.

Як було зазначено вище, для усунення систематичних похибок при розрахунках параметрів σ_x , C_V , C_S за вибірками вводилися відповідні поправкові коефіцієнти: $\sqrt{n/(n-1)}$ - при обчисленні середньоквадратичного відхилення та коефіцієнта варіації, а також $n^2/[(n-1)(n-2)]$ - при обчисленні коефіцієнта асиметрії C_S .

У зв'язку із установленим зміщенням параметрів C_V та C_S при значній мінливості гідрологічних рядів, метод моментів рекомендовано вживати при $C_S < 0.5$ (В.Г. Сорокін, 1974).

Особливістю методу моментів є той факт, що при розрахунках за цим методом збільшується внесок значних відхилень від центра розподілу.

1.3.3.2 Поняття про систематичні та випадкові похибки визначення статистичних параметрів

Похибки оцінок статистичних параметрів за вибірками можна поділити на систематичні та випадкові (А.В. Рождественський, А.В. Єжов, А.В.Сахарюк, 1990). **Систематичні похибки** виникають за рахунок чинників, які однаково впливають на результат при багатократному повторенні вимірювань. **Випадкові похибки** виникають внаслідок впливу комплексу чинників, кожний з яких урахувати неможливо, що приводить при кожному вимірюванні до різних похибок як за числовим значенням, так і за знаком. Систематичні похибки не можуть бути вилучені або зменшені при багатократному вимірюванні. У той же час випадкові похибки зменшуються при збільшенні числа вимірювань однієї і тієї ж величини. Як відомо, середнє арифметичне значення при збільшенні числа вимірювань наближається до значення математичного сподівання генеральної сукупності. Систематичні похибки, коли вони відомі, можуть бути усунені або шляхом зміни методу вимірювань (розрахунків), або шляхом введення у розрахункові формули відповідних поправкових коефіцієнтів. Випадкові ж похибки можна лише оцінити. При цьому постає питання про те, як саме виконується оцінка випадкових похибок.

1.3.3.3 Метод Монте-Карло

Загальне представлення про метод

Метод Монте-Карло – це чисельний метод вирішення математичних задач за допомогою моделювання випадкових величин.

Походження методу Монте-Карло. Датою появи методу Монте-Карло прийнято вважати 1949 рік, коли з'явилася стаття за назвою «The Monte Carlo method». Творцями цього методу вважають американських математиків Дж. Неймана та С. Улама.

Цікаво, що теоретична основа методу була відома вже давно. Більш того, деякі задачі статистики розраховувалися іноді за допомогою випадкових вибірок, тобто фактично за методом Монте-Карло. Однак до появи електронно-обчислювальних машин (ЕОМ) цей метод не міг знайти скільки-небудь широкого застосування, тому що моделювати випадкові величини – дуже трудомістка робота. Таким чином, виникнення методу Монте-Карло як універсального чисельного методу стало можливим тільки завдяки появі ЕОМ.

Сама назва «Монте-Карло» походить від міста Монте-Карло в князівстві Монако, знаменитого своїми ігорними будинками. Справа в тім, що

одним з найпростіших механічних приладів для одержання випадкових величин є ... рулетка.

Приклад. Для того, щоб було більш зрозуміло, про що піде мова, розглянемо дуже простий приклад. Припустимо, що потрібно обчислити площу плоскої фігури S . Це може бути зовсім довільна фігура з криволінійною межею, задана графічно чи аналітично. Нехай це буде фігура, зображена на рис. 1.9. Припустимо, що вона вся розташована усередині одиничного квадрата.

Виберемо в квадраті N випадкових точок. Позначимо через N' число точок, які потрапили при цьому всередину S . Геометрично очевидно, що площа S приблизно дорівнює відношенню N'/N . Чим більше буде N , тим більше буде точність цієї оцінки.

У прикладі, зображеному на рис. 1.9, представлено $N=40$ точок. З них $N'=12$ точок виявилися всередині S . Відношення $N'/N=12/40=0,30$, у той час як площа S дорівнює 0,35.

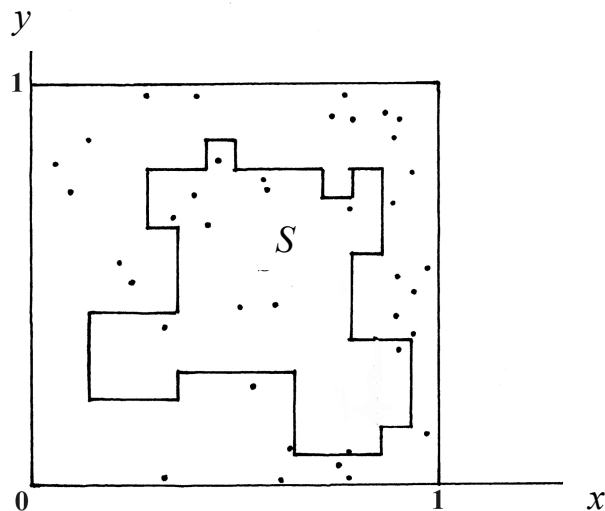


Рисунок 1.9 – Фігура S

Дві особливості методу Монте-Карло. Перша особливість методу полягає у простій структурі обчислювального алгоритму. Як правило, складається програма для здійснення одного випадкового випробування (у прикладі потрібно вибрати випадкову точку в квадраті і перевірити, чи належить вона S). Потім це випробування повторюється N раз, причому кожне випробування не залежить від всіх інших і результати всіх випробувань осереднюються. Тому іноді метод Монте-Карло називають *методом статистичних випробувань*.

Друга особливість методу: похибка обчислень, як правило, пропорційна $\sqrt{D/N}$, де D - деяка постійна, а N - число випробувань. З цієї формули видно, що для того, щоб зменшити похибку в 10 разів (інакше кажу-

чи, щоб одержати у відповіді ще один вірний десятковий знак), потрібно збільшити N (тобто обсяг вибірки) у 100 разів.

Ясно, що домогтися високої точності таким шляхом неможливо. Тому звичайно говорять, що метод Монте-Карло особливо ефективний при вирішенні тих задач, які мають результат з точністю 5 - 10 %.

Однак, ту ж саму задачу можна вирішувати різними варіантами методу Монте-Карло, яким відповідають різні значення D . У багатьох задачах вдається значно збільшити точність, вибравши спосіб розрахунку, якому відповідає значно менше значення D .

Задачі, розв'язувані методом Монте-Карло. По-перше, метод Монте-Карло дозволяє моделювати будь-який процес, на протікання якого впливають випадкові фактори. По-друге, для багатьох математичних задач, не зв'язаних з якими-небудь випадками, можна штучно придумати ймовірнісну модель (і навіть не одну), яка дозволяє вирішувати ці задачі.

Таким чином, можна говорити про метод Монте-Карло як про універсальний спосіб вирішення математичних задач.

Одержання випадкових величин на ЕОМ

Сама постановка питання «одержання випадкових величин на ЕОМ» іноді викликає здивування: адже все, що робить машина, повинно бути заздалегідь запрограмованим; відкіля ж може з'явитися випадковість?

У цьому питанні і справді є деякі труднощі, але вони відносяться скоріше до філософії, так що зупинятися на них немає необхідності.

Про всякий випадок відмітимо тільки, що випадкові величини – це ідеальні математичні поняття. Питання про те, чи можна з їхньою допомогою описати яке-небудь явище природи, зважається досвідом. Такий опис завжди є наближенням. Більш того, випадкова величина, яка цілком задовільно описує якусь фізичну величину в одному колі явищ, може виявитися поганою характеристикою цієї ж величини при дослідженні інших явищ. Точно так дорога, яку на карті країни можна вважати прямою (ідеальною математичною прямою «без ширини»), постає смугою з вигинами на великомасштабному плані населеного пункту.

Звичайно розрізняють три способи одержання випадкових величин: таблиці випадкових чисел, генератори випадкових чисел і метод псевдовипадкових чисел.

1. *Таблиці випадкових чисел.* Проробимо наступний дослід. Напишемо на десятих однакових папірцях цифри 0, 1, 2, ..., 9... Покладемо ці папірці в шапку, перемішаємо і будемо витягати відтіля по одному папірцю, щораз повертаючи його назад і знову перемішуючи всі папірці. Отримані в такий спосіб цифри запишемо у вигляді таблиці.

Така таблиця називається *таблицею випадкових чисел*, хоча вірніше було б назвати її таблицею випадкових цифр. І в ході розрахунку, коли знадобиться значення випадкової величини з розподілом

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & \dots & 9 \\ 0,1 & 0,1 & 0,1 & \dots & 0,1 \end{pmatrix}, \quad (1.58)$$

будемо брати чергову цифру з цієї таблиці.

Найбільша з опублікованих таблиць випадкових чисел містить 1000000 цифр. Звичайно, вона складалася за допомогою більш сучасної техніки, чим шапка: була сконструйована спеціальна рулетка з використанням електроніки. Найпростіша схема такої рулетки приведена на рис.1.10 (обертювий диск різко зупиняється і вибирається та цифра, на яку вказує нерухома стрілка).

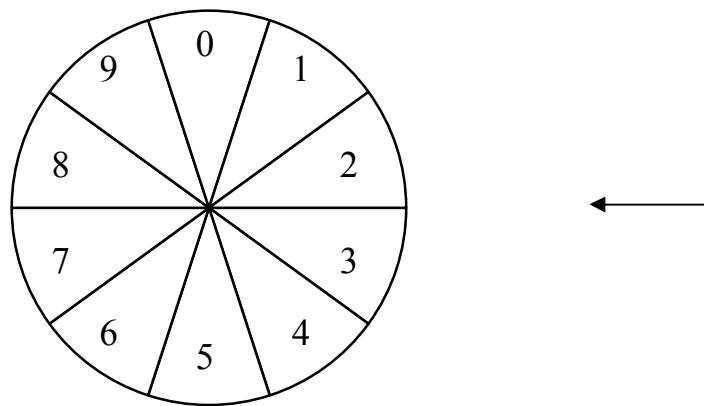


Рисунок 1.10 – Схема рулетки

Необхідно відмітити, що скласти таблицю випадкових чисел не так просто, як може здатися. Будь-який реальний фізичний прилад виробляє випадкові величини з розподілом, що трохи відрізняється від ідеального (1.58). До того ж у ході експерименту можливі помилки. Тому складені таблиці ретельно перевіряються за допомогою спеціальних статистичних тестів: чи не суперечать ті чи інші властивості групи чисел гіпотезі про те, що ці числа - значення випадкової величини (1.58).

Наведемо один з найпростіших тестів. Розглянемо таблицю, що містить N цифр. Нехай число нулів у цій таблиці ν_0 , число одиниць - ν_1 , число двійок - ν_2 і т.д. Обчислимо суму

$$\sum_{i=0}^9 (v_i - 0,1N)^2 . \quad (1.59)$$

Теорія ймовірностей дозволяє передбачити, у яких межах може лежати ця сума: вона не повинна бути занадто великою (тому що математичне сподівання кожного з v_i дорівнює $0,1N$), але не повинна бути і занадто малою (тому що це означало б «занадто закономірний» розподіл значень).

Таблиці випадкових чисел (додаток А) використовуються тільки при розрахунках за методом Монте-Карло вручну.

2. *Генератори випадкових чисел.* Здавалося б, що згадувану рулетку можна приєднати до обчислювальної машини й у міру потреби виробляти випадкові числа. Однак будь-який механічний прилад буде занадто повільним у порівнянні з ЕОМ. Тому, як генератори випадкових величин, найчастіше використовують шуми в електронних лампах: якщо за деякий фіксований проміжок часу Δt рівень шуму перевищив заданий поріг парне число раз, то записується нуль, а якщо непарне число раз, то записується одиниця.

На перший погляд це дуже зручний спосіб. Нехай m таких генераторів працюють паралельно, працюють увесь час і засилають випадкові нулі й одиниці в усі двоїчні розряди спеціального осередку. Кожен такт – одне з m -розрядних чисел. У будь-який момент рахунку можна звернутися до цього осередку й узяти відтіля значення випадкової величини γ , рівномірно розподіленої в інтервалі $(0, 1)$. Звичайно, значення наближене, записане у формі m -розрядного двоїчного дробу $0, \alpha_{(1)}, \alpha_{(2)}, \dots, \alpha_{(m)}$, де кожна з величин $\alpha_{(t)}$ імітує випадкову величину з розподілом

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}.$$

Однак і цей метод не вільний від недоліків. По-перше, важко перевірити «якість» вироблюваних чисел. Перевірки приходить робити періодично, тому що через які-небудь несправності може виникнути так званий «дрейф розподілу» (тобто нулі й одиниці в якому-небудь з розрядів стануть з'являтися неоднаково часто). По-друге, звичайно всі розрахунки на ЕОМ проводять двічі, щоб виключити можливість випадкового збою. Але відтворити ті ж випадкові числа неможливо, якщо їх по ходу рахунку не запам'ятовувати. А якщо їх запам'ятовувати, то ми знову приходимо до випадку таблиць.

3. *Псевдовипадкові числа.* Оскільки «якість» використаних випадкових чисел перевіряється за допомогою спеціальних тестів, можна не ціка-

витися тим, як ці числа отримані: аби вони задовольняли прийнятій системі тестів. Можна навіть спробувати обчислювати їх за заданою формулою.

Числа, які розраховуються за допомогою якої-небудь формули, і значення випадкової величини, що імітують γ , називаються *псевдовипадковими* числами. Під словом «імітуючі» мається на увазі, що ці числа задовольняють низці тестів так, ніби вони були значеннями цієї випадкової величини.

Перший алгоритм для одержання псевдовипадкових чисел був запропонований Дж. Нейманом. Він називається *методом середини квадратів*. Пояснимо його на прикладі.

Нехай задане 4-значне число $\gamma_0 = 0,9876$. Зведемо його в квадрат. Одержимо 8-значне число $\gamma_0^2 = 0,97535376$. Виберемо чотири середні цифри цього числа і покладемо $\gamma_1 = 0,5353$.

Потім зведемо γ_1 в квадрат ($\gamma_1^2 = 0,28654609$) і знову витягнемо чотири середні цифри. Одержимо $\gamma_2 = 0,6546$.

Далі, $\gamma_2^2 = 0,42850116$, $\gamma_3 = 0,8501$; $\gamma_3^2 = 0,72267001$, $\gamma_4 = 0,2670$; $\gamma_4^2 = 0,07128900$, $\gamma_5 = 0,1289$ і т.д.

Перевага методу псевдовипадкових чисел досить очевидна.

По-перше, на одержання кожного числа витрачається усього декілька простих операцій. По-друге, програма займає усього декілька блоків пам'яті. По-третє, кожне з чисел γ_k може бути легко відтворено. По-четверте, потрібно лише один раз перевірити «якість» такої послідовності, потім її можна багато разів використовувати при вирішенні подібних задач.

Єдиний недолік методу – обмеженість «запасу» псевдовипадкових чисел. Однак існують способи, які дозволяють одержувати набагато більше чисел. Зокрема, можна змінювати початкові числа γ_0 .

Переважає більшість розрахунків за методом Монте-Карло в цей час здійснюється з використанням псевдовипадкових чисел.

1.3.3.4 Метод статистичних випробувань

Мірою точності обчислення статистичного параметра є середнє квадратичне відхилення його оцінки від відповідного параметра генеральної сукупності або випадкова похибка оцінки цього параметра.

Формули для обчислення випадкових похибок визначення статистичних параметрів, які наведені у нормативній літературі, були отримані на основі методу статистичних випробувань або методу Монте – Карло (А.В.Рождественський, А.І. Чеботарьов, 1974). Цей метод дозволяє моде-

лювати процеси, на розвиток яких суттєво впливає випадковий чинник. **Залежність математичних об'єктів від випадку називається стохастичністю.** Розглянуте нижче моделювання випадкової величини є стохастичним і виконується наступним чином.

1. Задається ряд випадкових чисел δ_i , наприклад, за спеціально розробленою таблицею випадкових чисел, де числа змінюються в інтервалі від 0 до 1, тобто $0 < \delta_i < 1$.

2. Отримані випадкові числа приймаються за забезпеченості $\delta_i = n_i$.

3. Величина стоку заданої забезпеченості визначається за вибраним законом розподілу, тобто

$$n(x) = \int_x^{\infty} f(x) dx. \quad (1.60)$$

За (1.60) або за таблицею ординат вибраного закону розподілу установлюється шукане x . При цьому приймається, що задані статистичні параметри відповідають параметрам генеральної сукупності.

Для використання цього закону розподілу необхідно задати три параметри – математичне сподівання m_x , коефіцієнт варіації C_V , коефіцієнт асиметрії C_S .

Для виконання гідрологічних розрахунків в нормативній літературі (СНіП 2.01.14-83) крива забезпеченості випадкової величини, яка підкоряється закону Пірсона III, представляється у вигляді чисел Форстера (Φ_P)

$$\Phi_P(P, C_S) = \frac{x_P - m_x}{\sigma_x} = \frac{k_P - 1}{C_V}, \quad (1.61)$$

звідки

$$x_P = m_x + \Phi_P \sigma_x = m_x (1 + \Phi_P C_V), \quad (1.62)$$

де P - забезпеченість.

За виразом (1.62) можна генерувати ряди випадкової величини довжиною в декілька тисяч членів.

4. Після генерації довгого ряду величин стоку різної забезпеченості, який розглядається як генеральна сукупність, відбувається його розбиття на вибірки меншої довжини. Наприклад, якщо ряд довжиною 5000 членів розбити на вибірки довжиною в 100 елементів кожна, то буде отримано 50 вибірок, а отже і 50 значень оцінок статистичних параметрів.

5. Середня квадратична похибка визначення середнього арифметичного значення при довжині виборки $n = 100$ буде визначатися за формулою

$$\sigma_{\bar{x}, n=100} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (\bar{x}_j - m_x)^2}{m-1}}, \quad (1.63)$$

де $\sigma_{\bar{x}, n=100}$ - середня квадратична похибка визначення середнього арифметичного значення при довжині вибірки $n = 100$;

\bar{x}_j - середнє арифметичне значення, розраховане для j -тої вибірки;

m - число вибірок.

Середнє квадратичне відхилення коефіцієнтів варіації, визначених по 200 вибірках довжиною в 20 елементів, розраховується таким чином

$$\sigma_{C_V, n=20} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (C_{V_j} - C_V)^2}{m-1}}, \quad (1.64)$$

де $\sigma_{C_V, n=20}$ - середня квадратична похибка визначення коефіцієнта варіації при довжині вибірки $n = 20$;

C_{V_j} - значення коефіцієнта варіації, розрахованого за j -тою вибіркою;

m - число вибірок.

Середньоквадратичні відхилення вибірових статистичних параметрів від відповідних параметрів генеральної сукупності або так звані **випадкові похибки** розраховувалися на базі методу статистичних випробувань для вибірок різної довжини. У подальшому було установлене математичне співвідношення між похибками визначення статистичного параметру (позначимо його через A) та довжиною розглянутих вибірок n , наприклад, $\sigma_A = f(n)$ або між похибками та мінливістю, наприклад, $\sigma_A = f(C_V)$. Саме за допомогою методу статистичних випробувань й були отримані формули для розрахунків випадкових похибок визначення статистичних параметрів за гідрологічними рядами (СН - 435-72, СНіП 2.01.14-83).

1.3.3.5 Похибки визначення оцінок статистичних параметрів при розрахунках за методом моментів

Формула середньоквадратичного відхилення середніх арифметичних значень від математичного сподівання отримана не на основі статистичних

випробувань, а аналітичним шляхом, дотримуючись при цьому припущення, що нормальний закон розподілу вибірових середніх зберігається і для вибірок, які відхиляються від нормального закону розподілу:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}, \quad (1.65)$$

де $\sigma_{\bar{x}}$ - середнє квадратичне відхилення вибіркової середньої арифметичної величини від математичного сподівання генеральної сукупності;

σ_x - середнє квадратичне відхилення випадкової величини для гідрологічного ряду довжиною n , яке визначається за формулою (1.43).

Середнє квадратичне відхилення коефіцієнтів варіації σ_{C_V} рекомендується обчислювати за формулою СН – 435-72

$$\sigma_{C_V} = C_V \sqrt{(1 + C_V^2) / 2n} \quad (1.66)$$

або за формулою Є. Г. Блохінова

$$\sigma_{C_V} = \frac{C_V}{n + 4C_V^2} \sqrt{\frac{n}{2}(1 + C_V^2)}. \quad (1.67)$$

Середня квадратична похибка коефіцієнта асиметрії σ_{C_S} визначається за формулою С.М.Крицького та М.Ф.Менкеля

$$\sigma_{C_S} = \sqrt{\frac{6}{n}(1 + 6C_V^2 + 5C_V^4)} \quad (1.68)$$

Середня квадратична похибка відношення C_S/C_V визначається за формулою А.Ш. Резніковського

$$\sigma_{C_S/C_V} = \frac{1}{C_V} \sqrt{\frac{6}{n}}. \quad (1.69)$$

Для визначення якості розрахунків статистичних параметрів за даними спостережень необхідно ввести критерій якості, а саме – допустиму похибку розрахунків. Допустиму похибку краще представляти у частках або відсотках від значення параметра, точність визначення якого оцінюється. Наприклад, відносне середнє квадратичне відхилення середньої арифметичної величини \bar{x} , визначеною за вибіркою довжиною n , від ма-

тематичного сподівання m_x генеральної сукупності розраховується наступним чином

$$\varepsilon_{\bar{x}} = \frac{\sigma_{\bar{x}}}{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\bar{x}\sqrt{n}} = \frac{C_V}{\sqrt{n}} \cdot 100\%. \quad (1.70)$$

Із виразу (1.70) видно, що відносна випадкова похибка визначення середнього арифметичного значення пропорційна коефіцієнту C_V та зворотна довжині вибірки n . Із збільшенням довжини гідрологічного ряду відносна похибка $\varepsilon_{\bar{x}}$ зменшується.

Для середніх арифметичних значень допустимою похибкою приймається 10 % (СНіП 2.01.14-83). Якщо фактична випадкова похибка розрахунку \bar{x} , визначена за формулою (1.70), перевищує 10 %, то гідрологічний ряд вважається коротким, а визначений статистичний параметр (у даному випадку – середнє арифметичне) потребує уточнення. Уточнення може бути виконано із залученням даних по річці з подібними умовами формування стоку та тривалішим періодом спостережень (так званий метод гідрологічної аналогії, який буде розглядатись у наступних розділах). Методи уточнення параметрів розрахункового ряду з використанням даних по річці – аналогу називаються методами приведення статистичних параметрів коротких рядів до довгого періоду. Відносна випадкова похибка визначення коефіцієнта варіації по вибірковим даним визначається таким чином

$$\varepsilon_{C_V} = \frac{\sigma_{C_V}}{C_V} \cdot 100\%. \quad (1.71)$$

Допустимою похибкою при визначенні коефіцієнта варіації за вибіркою прийнята величина, що дорівнює 15 %.

Відносні випадкові похибки визначення коефіцієнта асиметрії або відношення C_S/C_V по ряду спостережень розраховуються за виразами

$$\varepsilon_{C_S} = \frac{\sigma_{C_S}}{C_S} \cdot 100\% ; \quad \varepsilon_{C_S/C_V} = \frac{\sigma_{C_S/C_V}}{C_S/C_V} \cdot 100\% . \quad (1.72)$$

Використовуючи формули (1.65) – (1.69) можна знайти довжину рядів, які забезпечують необхідну точність визначення статистичних параметрів. Так, при $C_V=0,6$ та заданій допустимій похибці $\varepsilon_{C_V}=15\%$, згідно із формулою (1.66), необхідною довжиною гідрологічного ряду є $n=30$, а при $C_V=1,5$ необхідною кількістю спостережень обчислюється величиною 144.

Зазначимо, що гідрологічні ряди найчастіше мають довжину 50-60 років і лише окремі з них досягають довжини в 100 років і більше.

У зв'язку з тим, що при високій мінливості ($C_V > 0.5$) гідрологічних величин усунути зміщеність статистичних параметрів C_V та C_S , розрахованих за методом моментів не вдається, застосування цього методу у гідрологічних розрахунках при $C_V > 0.5$ не рекомендується.

У зв'язку з великою похибкою визначення коефіцієнта асиметрії за даними спостережень його нормують за співвідношенням C_S / C_V у межах окремих районів.

Що стосується такого статистичного параметра як ексцес E , то ця характеристика практично не використовується у гідрологічних розрахунках через низьку точність її визначення по гідрологічних рядах.

1.3.4 Метод найбільшої правдоподібності

1.3.4.1 Функція правдоподібності

Суть методу найбільшої правдоподібності полягає в тому, щоб застосувати функцію правдоподібності до вибраного теоретичного закону розподілу випадкової величини з метою оптимізації оцінок статистичних параметрів розподілу.

Функція правдоподібності представляє собою ймовірність сумісної появи подій. Сумісна поява декількох подій утворює подію, яка називається добутком.

Ймовірність добутку незалежних подій дорівнює добутку ймовірностей (Е.С. Вентцель, 1969)

$$p(A_1 A_2 \dots A_n) = p(A_1) p(A_2) \dots p(A_n), \quad (1.73)$$

де A_1, A_2, \dots, A_n - незалежні події.

Тут важливо звернути увагу на те, що події є незалежними. *Дві події називаються незалежними, коли поява однієї з них не впливає на ймовірність появи другої.* У випадку залежних подій результат буде відрізнятися від (1.73).

Нехай задана вибірка спостережених значень випадкової величини: x_1, x_2, \dots, x_n . Знайти функцію правдоподібності для цієї вибірки означає обчислити ймовірність сумісної появи значень x_1, x_2, \dots, x_n в результаті проведення n випробувань.

Метод найбільшої правдоподібності відноситься до методів математичної статистики, у яких за оцінку невідомого значення пара-

метру щільності розподілу береться те його значення, при якому функція правдоподібності досягає свого максимуму для даної вибірки випадкових величин.

Математичний вираз для функції правдоподібності з невідомим параметром a має такий вигляд:

$$L(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n, a) = f(x_1, a) f(x_2, a) \dots f(x_n, a) \quad (1.74)$$

Функція правдоподібності задає ймовірність появи вибірки x_1, x_2, \dots, x_n . Чим більше значення функції L , тим більша ймовірність появи цієї вибірки. Звідси і походить назва методу найбільшої правдоподібності.

Якщо в залежності від параметра a величина L значно змінюється, то можна з ймовірністю, близькою до 1, отримати значення a . І, навпаки, якщо L не змінюється в залежності від a , то немає підстав робити висновки про a взагалі.

Вираз для визначення параметру a знаходять з умови, що похідна від функції правдоподібності, коли вона досягає максимального значення, має дорівнювати нулю. Відповідно до правил диференціального обчислення для знаходження оцінки параметру a необхідно розв'язати рівняння

$$\frac{\partial L}{\partial a} = 0. \quad (1.75)$$

З метою спрощення обчислень при визначенні функції правдоподібності до рівняння (1.74) вводять логарифм і розглядають рівняння виду

$$\frac{1}{L} \frac{\partial L}{\partial a} = \frac{\partial(\ln L)}{\partial a} = 0. \quad (1.76)$$

1.3.4.2 Застосування функції правдоподібності до визначення статистичних параметрів нормального закону розподілу

Розглянемо нормальний закон розподілу, який записується у вигляді

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2}}, \quad (1.77)$$

де $f(x)$ - щільність ймовірності;
 m_x - математичне сподівання;

σ_x - середнє квадратичне відхилення.

Функція правдоподібності дорівнює ймовірності отримати значення вибірки x_1, x_2, \dots, x_n при заданих \bar{x} та σ_x , вона має визначатися як добуток ймовірностей окремих величин x_i ($i=1,2,3,\dots,n$). Ймовірність появи кожного значення обчислюється на основі виразу (1.77) (В.А. Шелутко, 1991)

$$p_i = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_i - \bar{x})^2}{2\sigma_x^2}}, \quad (1.78)$$

наприклад,

$$p_1 = \frac{1}{\hat{\sigma}_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_1 - \bar{x})^2}{2\hat{\sigma}_x^2}}; \quad (1.80)$$

$$p_2 = \frac{1}{\hat{\sigma}_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_2 - \bar{x})^2}{2\hat{\sigma}_x^2}}; \quad (1.81)$$

$$p_n = \frac{1}{\hat{\sigma}_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_n - \bar{x})^2}{2\hat{\sigma}_x^2}}. \quad (1.82)$$

У такому випадку функція правдоподібності має вигляд

$$L = p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_i \cdot \dots \cdot p_n, \quad (1.83)$$

або

$$L = \frac{1}{\hat{\sigma}_x^n (2\pi)^{n/2}} e^{-\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{2\hat{\sigma}_x^2}}, \quad (1.84)$$

Представимо функцію L у логарифмічному вигляді

$$\ln L = \ln 1 - \frac{n}{2} \ln 2\pi - \frac{n}{2} \ln(\hat{\sigma}_x^2) - \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{2(\hat{\sigma}_x^2)} \quad (1.85)$$

Для пошуку оптимального виразу для визначення статистичного параметра \bar{x} обчислюється похідна

$$\frac{\partial(\ln \bar{x})}{\partial \bar{x}} = 0. \quad (1.86)$$

З (1.86) отримуємо:

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \bar{x}} = \frac{2}{2(\hat{\sigma}_x^2)} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0; \quad (1.87)$$

звідки

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) = 0; \quad (1.88)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i - \bar{x} \cdot n = 0; \quad (1.89)$$

отже,

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}. \quad (1.90)$$

Аналогічно відбувається пошук оптимального виразу для визначення статистичного параметра $\hat{\sigma}_x^2$ (дисперсії)

$$\frac{\partial \ln L}{\partial (\hat{\sigma}_x^2)} = -\frac{n}{2} \frac{1}{(\hat{\sigma}_x^2)} - \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{2} \cdot (-1) \frac{1}{(\hat{\sigma}_x^2)^2} = 0; \quad (1.91)$$

$$\frac{n}{\hat{\sigma}_x^2} - \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{\hat{\sigma}_x^4} = 0; \quad (1.92)$$

$$\frac{1}{\hat{\sigma}_x^2} \left(n - \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{\hat{\sigma}_x^2} \right) = 0. \quad (1.93)$$

Оскільки $\hat{\sigma}_x^2$ завжди додатня величина, дорівнюється нулю другий множник, звідки отримуємо

$$\hat{\sigma}_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}. \quad (1.94)$$

Таким чином, у результаті застосування функції правдоподібності до нормального закону розподілу були отримані математичні вирази для визначення статистичних параметрів $\hat{\sigma}_x^2, \bar{x}$, які збігаються з відповідними виразами методу моментів.

1.3.4.3 Визначення статистичних параметрів за методом найбільшої правдоподібності

Метод найбільшої правдоподібності приводить до обґрунтованих оцінок з незначним зміщенням. Але вигляд розрахункових формул статистичних параметрів залежить від обраного закону розподілу випадкової величини. Є.Г.Блохінєв застосував метод найбільшої правдоподібності до трипараметричного гама-розподілу С.М.Крицького та М.Ф.Менкеля. Строге вирішення приводить до складних трансцендентних рівнянь. У зв'язку з цим був запропонований спрощений спосіб оцінки параметрів. У результаті отримані такі допоміжні статистики

$$\hat{\lambda}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}; \quad (1.95)$$

$$\hat{\lambda}_2 = \frac{\sum_{i=1}^n \lg \frac{x_i}{\bar{x}}}{n}; \quad (1.96)$$

$$\hat{\lambda}_3 = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{x_i}{\bar{x}} \lg \frac{x_i}{\bar{x}}}{n}. \quad (1.97)$$

Перша із статистик $\hat{\lambda}_1$ дорівнює середньому арифметичному значенню випадкової величини X (1.33).

Дві другі (λ_2, λ_3) функціонально зв'язані з коефіцієнтом варіації C_V та співвідношенням C_S / C_V .

Деяка зміщеність (систематична похибка) параметрів $\hat{\lambda}_2$ та $\hat{\lambda}_3$ усувається за рахунок поправкового множника виду $\frac{n}{n-1}$, тоді

$$\hat{\lambda}_2 = \frac{\sum_{i=1}^n \lg k_i}{n-1} ; \quad (1.98)$$

$$\hat{\lambda}_3 = \frac{\sum_{i=1}^n k_i \lg k_i}{n-1} , \quad (1.99)$$

де k_i - модульний коефіцієнт.

Для переходу від $\hat{\lambda}_2$ та $\hat{\lambda}_3$ до C_V та C_S/C_V побудовані спеціальні номограми (СНіП 2.01.14-83).

По осі абсцис номограм відкладене значення $\hat{\lambda}_3$, по осі ординат – значення $\hat{\lambda}_2$. Точка перетину значень $\hat{\lambda}_3$ та $\hat{\lambda}_2$ визначає шукані величини параметрів C_S та C_V .

Метод найбільшої правдоподібності рекомендується застосовувати для визначення статистичних параметрів гідрологічних рядів при $C_V > 0.5$.

При $C_V \leq 0.5$ методи найбільшої правдоподібності та моментів дають практично однакові результати.

1.3.4.4 Похибки визначення оцінок статистичних параметрів при розрахунках за методом найбільшої правдоподібності

Середня квадратична похибка обчислення середніх арифметичних значень гідрологічних рядів $\sigma_{\bar{x}}$ обчислюється за тією ж формулою, що й в методі моментів

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} . \quad (1.100)$$

Середня квадратична похибка розрахунку коефіцієнта варіації C_V , отримана на основі статистичних випробувань, для умови $(C_S/C_V)=2$, становить:

$$\sigma_{C_V} = \frac{C_V}{\sqrt{2n}} \sqrt{\frac{3}{3+C_V^2}}. \quad (1.101)$$

Якщо $C_S / C_V \neq 2.0$, середнє квадратичне відхилення вибіркової оцінки C_V , визначеної за методом найбільшої правдоподібності, корегується за допомогою поправкового коефіцієнта виду

$$K_{C_V} = \frac{\varphi_{C_V} (\text{при } C_S = mC_V)}{\varphi_{C_V} (\text{при } C_S = 2C_V)}, \quad (1.102)$$

який знімається з графіка залежності K_{C_V} для вибірових оцінок C_V та співвідношення C_S / C_V (рис.1.11).

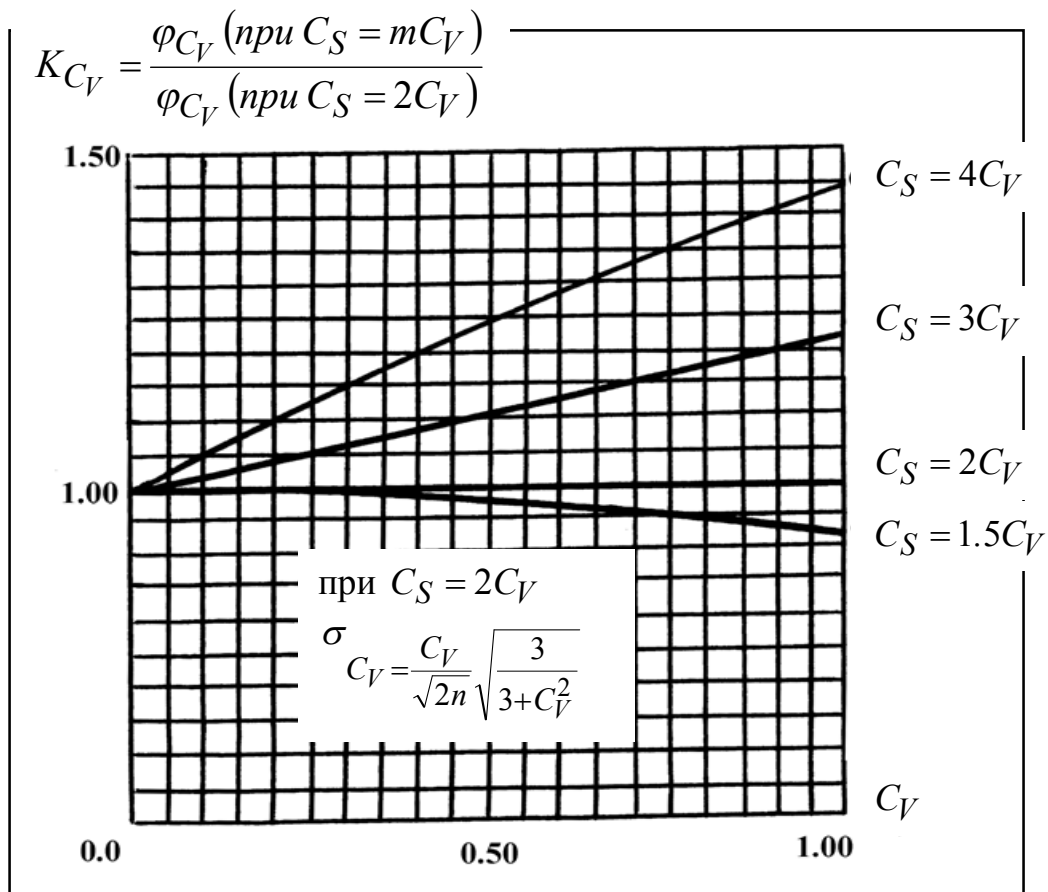


Рисунок 1.11 – Графік для визначення коефіцієнта K_{C_V}
(С.М. Крицький, М.Ф. Менкель, 1970)

Середнє квадратичне відхилення C_S/C_V , визначеного за вибіркою по методу найбільшої правдоподібності, установлюється за графічними залежностями σ_{C_S/C_V} і C_V (рис.1.12).

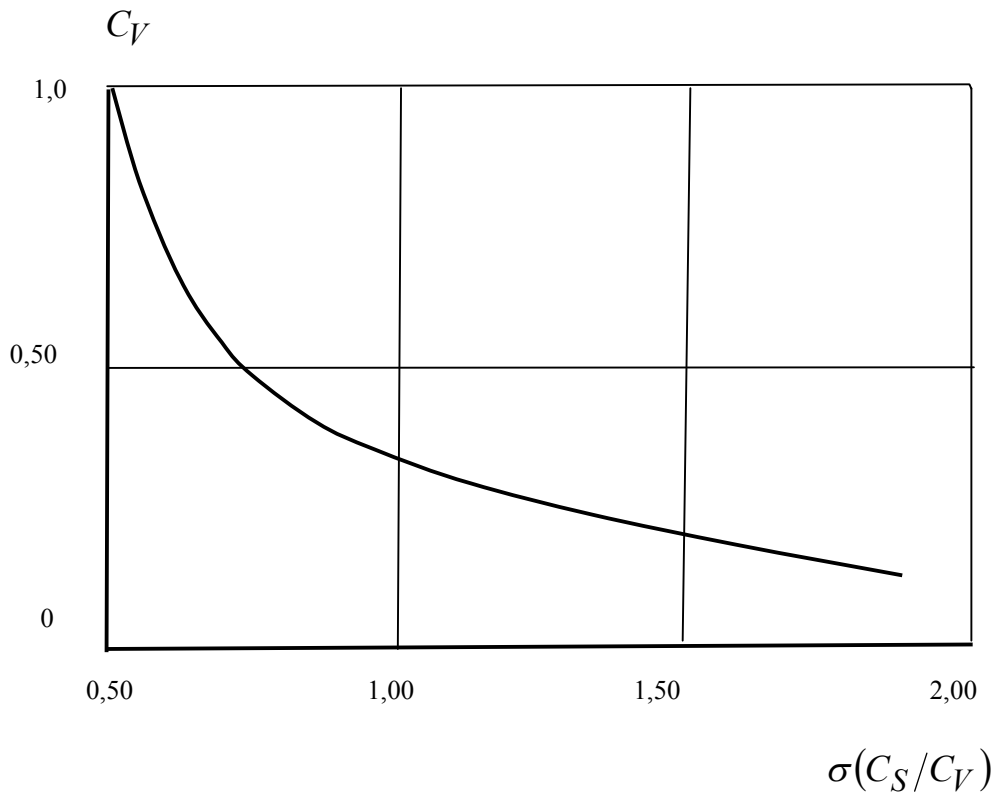


Рисунок 1.12 - Графік для визначення σ_{C_S/C_V}
(С.М. Крицький, М.Ф. Менкель, 1970)

1.3.5 Графо-аналітичний метод

Графо-аналітичний метод або метод квантілей запропонований в 1960 році Г.А. Алексєєвим і являє собою спрощений спосіб розрахунків статистичних параметрів. В ньому використовується згладжена емпірична крива забезпеченостей і аналітичний (теоретичний) закон розподілу. При його застосуванні приймається умова збіжності теоретичної кривої розподілу з емпіричною хоча б у трьох точках. Цей метод дозволяє оцінити статистичні параметри по рядах стоку безпосередньо для того теоретичного розподілу ймовірностей, який в більшій мірі відповідає емпіричному.

1.3.5.1 Емпірична функція забезпеченості

У гідрологічних розрахунках закон розподілу випадкової величини задається у вигляді функції забезпеченості. Для обчислення використовується формула (1.10), записана через емпіричну частоту, тобто

$$P^*(x) = p^*(X \geq x). \quad (1.103),$$

Для розрахунків емпіричної функції забезпеченості необхідно для кожного x_i ($i = 1, 2, \dots, n$) визначити число випробувань, у яких випадкова величина X прийняла значення більше або рівне x_i і поділити знайдене m на загальну кількість випробувань n .

З цією метою гідрологічний ряд розташовується в регресному порядку (ранжирується). При цьому приймається, що кожне значення ряду спостерігається один раз, тобто

$$p^*(X = x_i) = \frac{1}{n}. \quad (1.104)$$

Емпірична забезпеченість визначається шляхом послідовного підсумовування $p^*(X = x_i)$ от найбільшого члена до відповідного m -того значення ранжированого ряду

$$P^* = \sum_{i=1}^m p^* = \sum_{i=1}^m \frac{1}{n} = \frac{m}{n}, \quad (1.105),$$

Формула (1.105) справедлива лише для випадку, коли всі значення X представлені в одній вибірці.

У протилежному випадку отримуємо, що забезпеченість першого члена ранжированої вибірки дорівнює $P_1^* = \frac{1}{n}$, а останнього $P_n^* = \frac{n}{n} = 1$.

Таким чином, виходить, що значення випадкової величини, більші або менші тих, що увійшли до однієї виборки, стають неможливими. Це суперечить досвіду практики, з якого витікає, що які б значення не увійшли до вибірки, завжди можливі значення більші або менші спостережених. Цей недолік виключається шляхом застосування таких формул:

- формула Хазена

$$P^* = \frac{m - 0.5}{n}; \quad (1.106)$$

- формула С.М. Крицького та М.Ф. Менкеля

$$P^* = \frac{m}{n+1}; \quad (1.107)$$

- формула М.М. Чегодаєва

$$P^* = \frac{m-0.3}{n+0.4}. \quad (1.108)$$

У нормативній літературі (СНіП 2.01.14-83) рекомендується до застосування формула (1.107).

1.3.5.2 Застосування графо-аналітичного методу до розподілу Пірсона III

Розглянемо випадок, коли як теоретичний використовується закон Пірсона III. За графіком емпіричної кривої забезпеченості визначаються величини стоку в характерних точках з забезпеченістю 5, 50 та 95 відсотків (%). Виходячи з припущення, що в цих точках емпірична крива забезпеченості співпадає з теоретичною, звернемося до закону розподілу Пірсона III. Цей теоретичний закон розподілу випадкової величини надається в СНіП 2.01.14-83 таблицею нормованих відхилень $\Phi_P(C_S)$, які залежать від забезпеченості P і коефіцієнта асиметрії C_S :

$$\Phi_P(C_S) = \frac{x_P - \bar{x}}{\hat{\sigma}_x}. \quad (1.109)$$

Для трьох характерних точок ($P=5\%$, 50% , 95%) з формули (1.109) визначаються випадкові величини x_P :

$$x_5 = \bar{x} + \hat{\sigma}_x \Phi_5; \quad (1.110)$$

$$x_{50} = \bar{x} + \hat{\sigma}_x \Phi_{50}; \quad (1.111)$$

$$x_{95} = \bar{x} + \hat{\sigma}_x \Phi_{95} \quad (1.112)$$

з трьома невизначеними параметрами: \bar{x} , $\hat{\sigma}_x$ та \hat{C}_S . Параметр \hat{C}_S входить у рівняння (1.109) в силу того, що $\Phi_P(C_S)$ є функцією C_S .

Для визначення коефіцієнта асиметрії використовується коефіцієнт скісності S , який функціонально пов'язаний з C_S .

Коефіцієнт скісності розраховується за такою формулою

$$\hat{S} = \frac{x_5 + x_{95} - 2x_{50}}{x_5 - x_{95}} = \frac{\Phi_5 + \Phi_{95} - 2\Phi_{50}}{\Phi_5 - \Phi_{95}}. \quad (1.113)$$

За табл.1.1 відповідно визначеному за гідрологічним рядом \hat{S} встановлюється коефіцієнт \hat{C}_S та нормовані ординати Φ_5 , Φ_{50} , Φ_{95} .

Таблиця 1.1 – Значення коефіцієнта асиметрії C_S та скісності S для біноміальної кривої розподілу Персона III

C_S	$\frac{x_p - \bar{x}}{\sigma_x} = \frac{k_p - 1}{C_V} = \Phi(P, C_S)$						$\Phi_5 - \Phi_{95}$	\hat{S}
	Φ_1	Φ_2	Φ_5	Φ_{10}	Φ_{50}	Φ_{95}		
0.0	2.33	2.02	1.64	1.28	0.00	-1.64	3.28	0.00
0.1	2.40	2.11	1.67	1.29	-0.02	-1.61	3.28	0.03
0.2	2.47	2.16	1.70	1.30	-0.03	-1.58	3.28	0.06
0.3	2.54	2.21	1.72	1.31	-0.05	-1.52	3.27	0.09
0.4	2.61	2.26	1.75	1.32	-0.07	-1.52	3.27	0.11
0.5	2.68	2.31	1.77	1.32	-0.08	-1.49	3.26	0.16
0.6	2.75	2.35	1.80	1.33	-0.10	-1.45	3.25	0.17
0.7	2.82	2.40	1.82	1.33	-0.12	-1.42	3.24	0.20
0.8	2.89	2.45	1.84	1.34	-0.13	-1.38	3.22	0.22
0.9	2.96	2.50	1.86	1.34	-0.15	-1.35	3.21	0.25
1.0	3.02	2.54	1.88	1.34	-0.16	-1.32	3.20	0.28
1.1	3.09	2.58	1.89	1.34	-0.18	-1.28	3.17	0.31
1.2	3.15	2.62	1.92	1.34	-0.19	-1.24	3.16	0.34
1.3	3.21	2.57	1.94	1.34	-0.21	-1.20	3.14	0.37
1.4	3.27	2.71	1.95	1.34	-0.22	-1.17	3.12	0.39
1.5	3.33	2.74	1.96	1.33	-0.24	-1.13	3.09	0.42
1.6	3.39	2.78	1.97	1.33	-0.25	-1.10	3.07	0.45
1.7	3.44	2.82	1.98	1.32	-0.27	-1.06	3.04	0.49
1.8	3.50	2.85	1.99	1.32	-0.28	-1.02	3.01	0.51
1.9	3.55	2.88	2.00	1.31	-0.29	-0.98	2.98	0.54
2.0	3.60	2.91	2.00	1.30	-0.31	-0.95	2.95	0.57
2.1	3.65	2.94	2.01	1.29	-0.32	-0.91	2.92	0.59
2.2	3.68	2.95	2.02	1.27	-0.33	-0.88	2.90	0.63

Продовження таблиці 1.1

C_S	$\frac{x_p - \bar{x}}{\sigma_x} = \frac{k_p - 1}{C_V} = \Phi(P, C_S)$						$\Phi_5 - \Phi_{95}$	\hat{S}
	Φ_1	Φ_2	Φ_5	Φ_{10}	Φ_{50}	Φ_{95}		
2.3	3.73	2.98	2.01	1.26	-0.34	-0.85	2.86	0.64
2.4	3.78	3.02	2.00	1.25	-0.35	-0.82	2.82	0.68
2.5	3.82	3.05	2.00	1.23	-0.36	-0.79	2.79	0.69
2.6	3.85	3.05	2.00	1.21	-0.37	-0.76	2.76	0.72
2.7	3.92	3.10	2.00	1.19	-0.38	-0.74	2.74	0.74
2.8	3.96	3.12	2.00	1.18	-0.39	-0.71	2.71	0.76
2.9	4.01	3.12	1.99	1.15	-0.39	-0.69	2.68	0.78
3.0	4.05	3.14	1.97	1.13	-0.40	-0.66	2.63	0.80
3.1	4.09	3.14	1.97	1.11	-0.40	-0.64	2.62	0.81
3.2	4.11	3.14	1.96	1.09	-0.41	-0.62	2.59	0.83
3.3	4.15	3.14	1.95	1.08	-0.41	-0.60	2.56	0.85
3.4	4.18	3.15	1.94	1.08	-0.41	-0.59	2.53	0.86
3.5	4.21	3.16	1.93	1.04	-0.41	-0.57	2.50	0.87
3.6	4.24	3.17	1.93	1.03	-0.42	-0.56	2.48	0.89
3.7	4.26	3.18	1.91	1.01	-0.42	-0.54	2.45	0.90
3.8	4.29	3.18	1.90	1.00	-0.42	-0.53	2.43	0.91
3.9	4.32	3.20	1.90	0.98	-0.41	-0.51	2.41	0.92
4.0	4.34	3.20	1.90	0.96	-0.41	-0.50	2.40	0.92
4.1	4.36	3.22	1.89	0.95	-0.41	-0.49	2.38	0.93
4.2	4.39	3.21	1.88	0.93	-0.41	-0.48	2.36	0.94
4.6	4.46	3.27	1.84	0.87	-0.40	-0.44	2.28	0.97
4.7	4.49	3.28	1.83	0.85	-0.40	-0.43	2.26	0.97
4.8	4.50	3.29	1.81	0.82	-0.39	-0.42	2.23	0.98
4.9	4.51	3.30	1.80	0.80	-0.39	-0.41	2.21	0.98
5.0	4.54	3.32	1.78	0.78	-0.38	-0.40	2.18	0.98
5.1	4.57	3.32	1.76	0.76	-0.38	-0.39	2.15	0.98
5.2	4.59	3.33	1.74	0.73	-0.37	-0.38	2.15	0.98

Для отримання математичного виразу, який буде визначати середньоквадратичне відхилення, віднімаємо з лівої та правої частин рівняння (1.110) відповідні частини рівняння (1.112):

$$x_5 - x_{95} = \hat{\sigma}_x (\Phi_5 - \Phi_{95}), \quad (1.114)$$

звідки

$$\hat{\sigma}_x = \frac{x_5 - x_{95}}{\Phi_5 - \Phi_{95}}. \quad (1.115)$$

Середнє арифметичне значення знаходять з рівняння (1.111)

$$\bar{x} = x_{50} - \hat{\sigma}_x \Phi_{50}. \quad (1.116)$$

Коефіцієнт варіації розраховується за відношенням

$$\hat{C}_V = \frac{\hat{\sigma}_x}{\bar{x}}. \quad (1.117)$$

Якщо коефіцієнт скісності S від'ємний, то це свідчить про від'ємну асиметрію ($C_S < 0$) розподілу.

У таких випадках наведені в таблиці ординат кривої забезпеченості Пірсона III величини беруться з протилежним знаком:

$$\frac{x_P - \bar{x}}{\hat{\sigma}_x} = -\Phi_{P'}, \quad (1.118)$$

для значень забезпеченості $P' = 100 - P$ (у відсотках) і при додатному значенні коефіцієнта асиметрії $C_S^* = |C_S|$. Ординати кривої розраховуються за формулою

$$x_P = \bar{x} - \hat{\sigma}_x \Phi_{P'}; \quad (1.119)$$

Для трьох характерних точок отримуємо значення

$$x_5 = \bar{x} - \hat{\sigma}_x \Phi_5; \quad (1.120)$$

$$x_{50} = \bar{x} - \hat{\sigma}_x \Phi_{50}; \quad (1.121)$$

$$x_{95} = \bar{x} - \hat{\sigma}_x \Phi_{95}. \quad (1.122)$$

Тоді

$$S' = -S = \frac{2x_{50} - x_5 - x_{95}}{x_5 - x_{95}} = \frac{\Phi_5 + \Phi_{95} - 2\Phi_{50}}{\Phi_5 - \Phi_{95}}; \quad (1.123)$$

$$\hat{\sigma}_x = \frac{x_5 - x_{95}}{\Phi_5 - \Phi_{95}}; \quad (1.124)$$

$$\bar{x} = x_{50} + \hat{\sigma}_x \Phi_{50}. \quad (1.125)$$

Зрозуміло, що хоч у графо-аналітичному методі розрахунків статистичних параметрів і використовується теоретичний закон розподілу, отримані статистичні характеристики є все ж таки тільки оцінками статистичних параметрів генеральної сукупності, бо вони спираються на емпіричну криву забезпеченості, побудовану за даними вибірки.

Випадкові похибки обчислення статистичних параметрів на основі графо-аналітичного методу визначаються за тими ж формулами, що і в методі моментів.

Графо-аналітичний метод також застосовується при такому теоретичному законі як логарифмічно-нормальний. Вид розрахункових формул (1.113-1.117) залишається тим же, але нормовані відхилення $\Phi_P(C_S)$ вибираються із табличного представлення цього закону.

Похибки визначення статистичних параметрів за вибірками установлюються по тим же формулам, що й в методі моментів (1.65 -1.69).

1.3.6 Теоретичні криві розподілу, їх особливості та межі застосування

Теоретичні закони розподілу ймовірностей базуються або на визначених теоретичних схемах, або є узагальненням емпіричних розподілів.

Вимоги до теоретичних кривих розподілу величин:

1. У рівнянні кривої повинно бути якнайменше параметрів, які чисельно визначаються за вибірковими даними.
2. Через те, що значення стоку завжди додатні, крива розподілу не повинна знаходитися в області від'ємних значень.
3. Верхня межа кривої розподілу необмежена.
4. Теоретичні криві розподілу повинні бути одномодальними, що витікає з умови однорідності і незалежності стокових величин.

1.3.6.1 Диференціальне рівняння кривих щільності ймовірностей К.Пірсона

Розподіл ймовірностей $y = f(z)$ повинен задовольняти таким умовам: на початку та на кінці графіка щільності ймовірностей $y = 0$ та між початком і кінцем досягає максимального значення.

Отже, перша похідна $\frac{dy}{dz}$ повинна дорівнювати нулю у трьох точках: на початку, в кінці та у точці, яка відповідає моді.

Величина z представляє собою центровану і нормовану вихідну величину x , тобто

$$z = \frac{x - m_x}{m_x} = k - 1, \quad (1.126)$$

де k - модульний коефіцієнт.

Сукупність теоретичних кривих розподілу випадкових величин Пірсона можна отримати в результаті вирішення диференціального рівняння (В.А. Шелутко, 1991)

$$\frac{dy}{dz} = \frac{y(z + d)}{\varphi(z)}, \quad (1.127)$$

де d - відстань між модою та математичним сподіванням на графіку кривої розподілу (рис.1.13);

$y = f(x)$ - щільність ймовірності;

$\varphi(z)$ - ряд Маклорена, який має вигляд

$$\varphi(z) = b_0 + b_1 z + b_2 z^2 + \dots + b_n z^n. \quad (1.128)$$

Рівняння (1.127) відповідає усім висунутим раніше вимогам. Дійсно, на кінцях розподілу при $y = 0$, $\frac{dy}{dz} = 0$; при $z = -d$, тобто в точці максимуму (m_o) значення $\frac{dy}{dz}$ також дорівнює нулю.

Для побудови кривих розподілу Пірсон використовував тільки три перших члена ряду Маклорена, тобто

$$\varphi(z) = b_0 + b_1 z + b_2 z^2, \quad (1.129)$$

звідки

$$\frac{dy}{dz} = \frac{y(z + d)}{b_0 + b_1 z + b_2 z^2}. \quad (1.130)$$

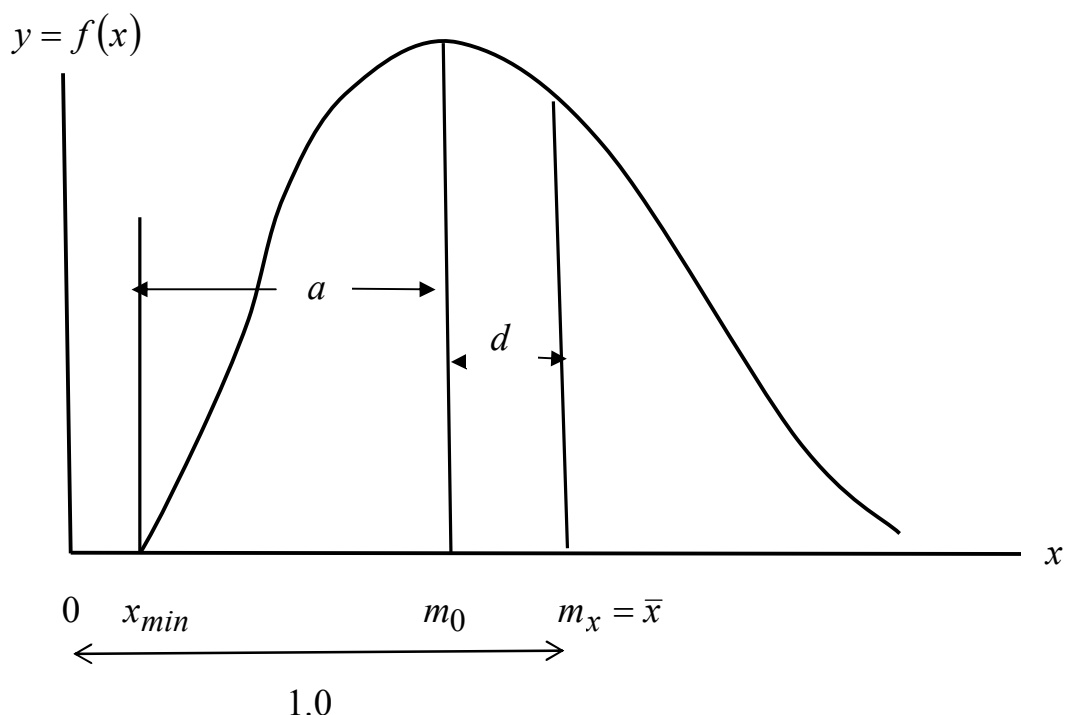


Рисунок 1.13 - Крива Пірсона III ($C_S > 0$)

Значення z та d вважаються відомими. Для розрахунків щільності ймовірності необхідно знайти значення b . Після інтегрування (1.130) приходимо до рівняння

$$-nb_0\beta_{n-1} - b_1(n+1)\beta_n - b_2(n+2)\beta_{n+1} = \beta_{n+1} + d\beta_n, \quad (1.131)$$

де β_n - центральні моменти порядку n .

Розглянувши цей вираз при різних n ($n = 0, 1, 2$) та враховуючи, що $\beta_0 = 1$ і $\beta_1 = 0$, отримуємо систему рівнянь

$$\begin{cases} -b_1 = d \\ -b_0 - 3b_2\beta_2 = \beta_2 \\ -3b_1\beta_2 - 4b_2\beta_3 = \beta_3 + d\beta_2 \end{cases}, \quad (1.132)$$

яка дозволяє виразити b_0 , b_1 , b_2 через центральні моменти другого та третього порядків.

З системи рівнянь (1.132) витікає, що для розрахунків перших трьох параметрів ряду Маклорена, необхідно використовувати третій центральний момент, який визначається за експериментальними даними з великими

похибками. Отже подальше збільшення числа членів Маклорена немає сенсу.

В залежності від числових значень коефіцієнтів b_0, b_1, b_2 з вихідного рівняння можна отримати сім різних типів кривих забезпеченостей. В гідрологічних розрахунках використовуються два з них: нормальний та біноміальний асиметричний (Пірсона III).

1.3.6.2 Нормальний закон розподілу

Нормальний закон розподілу є частковим випадком розподілу Пірсона. Для знаходження відповідної функції щільності ймовірностей Пірсон використав лише перший член ряду Маклорена b_0 , приймаючи, що інші його члени дорівнюють нулю, тобто

$$\frac{dy}{dz} = \frac{y(z+d)}{b_0}. \quad (1.133)$$

Звернемося до загального розв'язку системи рівнянь (1.132).

1. Оскільки $b_1=0$, математичне сподівання і мода співпадають, тобто $m_x = m_0$.

2. Параметр $-b_0$ дорівнює дисперсії випадкової величини.

3. Оскільки $\beta_3=0$, то $C_S=0$, тобто розподіл симетричний.

Розв'язання диференціального рівняння (1.133) зводиться до такого

$$\frac{dy}{dz} = \frac{yz}{b_0}; \quad (1.134)$$

$$\int \frac{dy}{y} = \int -\frac{z}{\sigma_z^2} dz; \quad (1.135)$$

$$\ln|y| = -\frac{1}{\sigma_z^2} \frac{z^2}{2} + c \quad (1.136)$$

Але ж $y = f(x) \geq 0$, тоді $|y| = y$ та $\ln|y| = \ln y$, тобто

$$\ln y = -\frac{1}{\sigma_z^2} \frac{z^2}{2} + c. \quad (1.137)$$

У точці $z = 0$ величина $c = \ln y$. Позначимо її як y_0 . Це значення буде максимальним через те, що для всіх інших z виконується нерівність $\ln y < \ln y_0$. Крім того, якщо $d=0$, то значення k , відносно якого ведуться розрахунки, буде співпадати з модою, тобто мати найбільшу щільність ймовірності. З урахуванням цього прийдемо до виразу

$$y = y_0 e^{-\frac{z^2}{2\sigma_z^2}}. \quad (1.138)$$

З властивостей щільності ймовірності витікає, що

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(z) dz = 1. \quad (1.139)$$

Отже,

$$y_0 \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{z^2}{2\sigma_z^2}} dz = 1. \quad (1.140)$$

Після деяких перетворень ($t = \frac{z}{\sigma_z \sqrt{2}} = \frac{z}{\sigma_z \sqrt{2}}$; $dz = \sigma_z \sqrt{2} dt$) отримаємо

мо

$$y_0 = \frac{1}{\sigma_z \sqrt{2\pi}}. \quad (1.141)$$

Загальний вигляд рівняння кривої нормального розподілу такий

$$f(z) = \frac{1}{\sigma_z \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2\sigma_z^2}}. \quad (1.142)$$

Для вихідного ряду x

$$f(x) = y = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2}}. \quad (1.143)$$

Якщо замість значень x використати центровані та нормовані значення випадкової величини X , представлені у вигляді

$$t = \frac{x - m_x}{\sigma_x} = \frac{k - 1}{C_V}, \quad (1.144)$$

і, ураховуючи, що $\sigma_t = 1$, отримаємо

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}. \quad (1.145)$$

Вираз (1.145) задається у вигляді таблиці для практичного використання (табл.1.2).

Таблиця 1.2 – Значення функції $y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$

(t)	y	(t)	y	(t)	y	(t)	y
0,0	0,399	1,0	0,242	2,0	0,054	3,0	0,004
0,1	0,397	1,1	0,218	2,1	0,044	3,2	0,0024
0,2	0,391	1,2	0,194	2,2	0,036	3,4	0,0012
0,3	0,381	1,3	0,171	2,3	0,028	3,6	0,0009
0,4	0,368	1,4	0,150	2,4	0,022	3,7	0,0004
0,5	0,352	1,5	0,130	2,5	0,018	3,8	0,0003
0,6	0,333	1,6	0,111	2,6	0,014	3,9	0,0002
0,7	0,312	1,7	0,094	2,7	0,010	4,0	0,0001
0,8	0,290	1,8	0,079	2,8	0,008		
0,9	0,266	1,9	0,066	2,9	0,006		

Нормальний розподіл має декілька особливостей.

1. У зв'язку з тим, що функція (1.143) має дійсні значення при будь-яких значеннях незалежної змінної X , область її визначення така: $-\infty < X < +\infty$.

2. Функція $f(x)$ є парною, тобто $f(-X) = f(+X)$, а нормальна крива розподілу симетрична відносно осі ординат.

3. Нормальна крива не перетинає осі x .

4. Крива щільності розподілу симетрична відносно моди.

5. Нормальний закон розподілу випадкової величини є двопараметричним, тобто в ньому використовуються два параметри – математичне сподівання m_x та дисперсія σ_x^2 .

6. Параметр σ_x є характеристикою форми кривої розподілу: чим більше σ_x , тим максимальна ордината менше, а крива сплющується (рис.1.14)

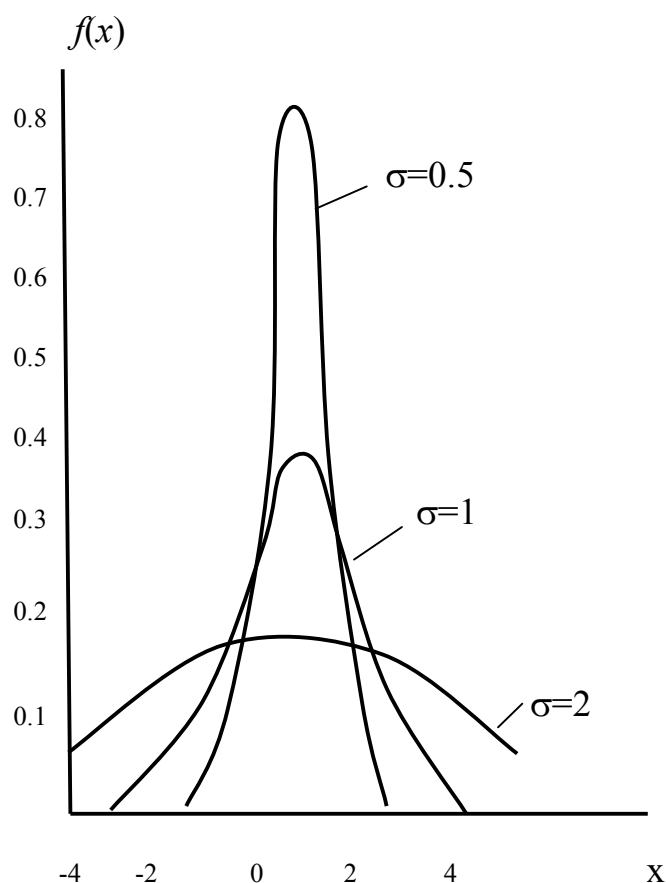


Рисунок 1.14 – Графік щільності ймовірностей нормального закону розподілу при різних середніх квадратичних відхиленнях σ_x

7. Якщо змінювати m_x , то крива щільності розподілу буде переміщуватися уздовж осі x , зберігаючи свою форму.

Вперше нормальний закон розподілу випадкових величин був розроблений для аналізу похибок вимірювань. На цій основі він і отримав розповсюдження у багатьох галузях науки і техніки, в тому числі і в гідрології, де широко використовується для оцінки точності розрахунків, визначення довірчих інтервалів і таке інше. У практичних дослідженнях іноді допускається використовувати його до деяких рядів з асиметричним розподілом. Однак, похибка прийнятого припущення про нормальність розподілу може привести до неправильних рішень гідрологічних задач.

1.3.6.3 Розподіл Пірсона III

Диференціальне рівняння Пірсона III (1.127) може бути розписаним для перших двох членів ряду Маклорена. Для нормального закону розподілу була прийнята жорстка умова про те, що розподіл симетричний, тобто мода розподілу співпадає з математичним сподіванням і радіус асиметрії $d=0$.

Припустимо, що випадкова величина X додатна, отже $x_{min} \geq 0$. Позначимо через a відстань від m_x до моди (рис. 1.13). Тоді сума $a + d$ є відстанню від математичного сподівання m_x до x_{min} , звідки

$$a + d = m_x - x_{min}. \quad (1.146)$$

Якщо замість x використовувати модуль стоку, то отримаємо

$$a + d = 1 - k_{min}, \quad (1.147)$$

оскільки $k_{min} \geq 0$, то $a + d \leq 1$.

Загальний вигляд кривої Пірсона III при $C_v > 0$ (додатній асиметрії) показаний на рис.1.13.

Рівняння біноміального розподілу Пірсона III типу може бути знайдено, якщо розглянути два перших члени ряду Маклорена (b_0 та b_1), тобто

$$\frac{dy}{dz} = \frac{y(z + d)}{b_0 + b_1 z}. \quad (1.148)$$

За умови $b_2 = b_3 \dots = 0$, система рівнянь (1.132) приймає вигляд

$$\begin{cases} -b_1 = d \\ -b_0 = \beta_2 \\ -3b_1\beta_2 = \beta_3 + d\beta_2 \end{cases}. \quad (1.149)$$

З системи рівнянь (1.149) витікає, що

$$d = \frac{\beta_3}{2\beta_2}. \quad (1.150)$$

Після інтегрування (1.148) отримаємо наступний вираз

$$f(z) = ce^{\frac{z}{b_1}} (b_0 + b_1 z)^{\frac{1}{b_1} \left(d - \frac{b_0}{b_1} \right)}. \quad (1.151)$$

При мінімальному значенні z маємо $f(z) = 0$ і так, як $b_1 \neq 0$ (асиметричний розподіл), то

$$b_0 + b_1 z_{\min} = 0, \quad (1.152)$$

звідки

$$z_{\min} = -\frac{b_0}{b_1}, \quad (1.153)$$

Оскільки відстань від z_{\min} до центру розподілу дорівнює $a + d$ можна установити зв'язок між параметрами рівняння (1.151) та графічними характеристиками розподілу, що знайшло своє відображення у рівнянні виду (В.А. Шелутко, 1984, 1991)

$$f(z) = y = y_0 e^{-z/d} (1 + z/a)^{a/d}, \quad (1.154)$$

де z відраховується від моди (m_o);

a - відстань від мінімального значення до моди ;

y_0 - модальна ордината.

Параметри рівняння b_0, b_1 знаходять за допомогою методу моментів.

Установлено, що параметри рівняння (1.154) зв'язані з центральними моментами розподілу наступним чином

$$a + d = 2\beta_2^2 / \beta_3. \quad (1.155)$$

Для практичного застосування в (1.155) β_2 та β_3 замінюють на статистичні параметри m_x , C_V , C_S . Знаючи, що $\beta_2 = \sigma_x^2$, а $C_V = \sigma_x / \bar{x}$, запишемо

$$\beta_2 = C_V^2 m_x^2. \quad (1.156)$$

Третій центральний момент, як було показано, зв'язаний з коефіцієнтом асиметрії C_S та середнім квадратичним відхиленням в такому вигляді

$$\beta_3 = C_S \sigma_x^3 = C_S C_V^3 m_x^3. \quad (1.157)$$

Підставляючи (1.155) та (1.156) в (1.154), отримуємо

$$a + d = 2C_V^4 m_x^4 / (C_S C_V^3 m_x^3) = 2C_V m_x / C_S. \quad (1.158)$$

В загальному вигляді співвідношення між x_{min} та іншими статистичними параметрами розподілу записується у вигляді

$$m_x - x_{min} = 2C_V m_x / C_S, \quad (1.159)$$

або при використанні модульних коефіцієнтів

$$1 - k_{min} = 2C_V / C_S. \quad (1.160)$$

де $k_{min} = x_{min} / m_x$ - модульний коефіцієнт мінімального значення ряду.

На основі (1.160) розглянемо три можливих варіанти для k_{min} :

1) якщо $k_{min} = 0$, то $a + d = 1 - k_{min} = \frac{2C_V}{C_S} = 1$, тобто $C_S = 2C_V$;

2) якщо $k_{min} > 0$, то $C_S = \frac{2C_V}{1 - k_{min}}$, звідки $C_S > 2C_V$;

3) якщо $k_{min} < 0$, $C_S < 2C_V$.

Третій варіант суперечить природі рядів стоку, які завжди додатні, отже крива розподілу Пірсона III може використовуватись тільки тоді, коли $C_S \geq 2C_V$.

Головні властивості розподілу Пірсона III наступні: крива розподілу обмежена нижньою ($x=0$) і не обмежена верхньою границями. При $x \rightarrow \infty$ крива наближається до осі абсцис та описується трьома статистичними параметрами: m_x, C_V, C_S , а при $x_{min} = 0$, коли $C_S = 2C_V$, є двопараметричним розподілом.

1.3.6.4 Логарифмічно-нормальний закон розподілу

Нормальний закон розподілу використовується для випадкових величин, які змінюються в межах від $-\infty$ до $+\infty$. Для застосування нормального закону розподілу до рядів стоку, область визначення яких змінюється від 0 до $+\infty$, необхідно перетворити вихідну змінну (А.В. Рождественський, А.І. Чеботарьов, 1974).

У нашому розпорядженні є суттєво додатня випадкова величина X з областю визначення $0 \leq x < \infty$, несиметрично розподілена відносно центру розподілу. Перетворимо її у нову, яка підлягає нормальному закону розподілу. З цією метою введемо нову змінну $u = \ln x$. Якщо $0 \leq x < +\infty$, то $-\infty < \ln x < +\infty$. Тоді рівняння (1.143) набере вигляду

$$y = f(u) = \frac{1}{\sigma_u \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(u-m_u)^2}{2\sigma_u^2}}. \quad (1.161)$$

Статистичні параметри випадкової величини u оцінюються за даними ряду стоку наступним чином

$$\hat{m}_u = \frac{\sum_{i=1}^n \ln x_i}{n} = \hat{m}_{\ln x}; \quad (1.162)$$

$$\hat{\sigma}_{\ln u} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\ln(x_i - \hat{m}_{\ln x}))^2}{n-1}}. \quad (1.163)$$

Для визначення ординат кривої розподілу використовують таблицю нормального закону розподілу (табл.1.2).

Можливий інший варіант розрахунків, за яким на базі нормального розподілу отримується новий закон, який можна застосовувати до величин стоку.

Нехай нам відомий закон розподілу деякої величини u . Необхідно отримати закон розподілу величини x , розподіл якої невідомий, але x функціонально зв'язана з u , тобто

$$x = \varphi(u), \text{ а } u = \psi(x). \quad (1.164)$$

Тоді новий закон розподілу представляється у вигляді

$$f(x) = f(u) \frac{du}{dx}. \quad (1.165)$$

Якщо $u = \ln x$ підлягає нормальному закону розподілу, то

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{x}, \quad (1.166)$$

отже

$$f(x) = f(u) \frac{1}{x}. \quad (1.167)$$

Звідки рівняння логарифмічно-нормального закону розподілу запишеться у вигляді

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_{\ln x} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - m_{\ln x})^2}{2\sigma_{\ln x}^2}} \frac{1}{x}. \quad (1.168)$$

Логарифмічно-нормальний закон розподілу використовується для рядів з високим коефіцієнтом асиметрії, а саме

$$C_S = C_V(3 + C_V). \quad (1.169)$$

1.3.6.5 Крива трипараметричного гама-розподілу С.М. Крицького та М.Ф. Менкеля

Крива розподілу Пірсона III, яка широко використовується у гідрологічних розрахунках, має суттєвий недолік: при $C_S < 2C_V$ крива розподілу попадає у область від'ємних значень, що складає протиріччя із фізичною суттю стоку, який завжди додатний.

С.М. Крицький та М.Ф. Менкель вирішили задачу трансформації закону Пірсона III наступним чином: рівняння кривої щільності розподілу Пірсона III за умови $C_S = 2C_V$ представлене через гама-функцію

$$f(z) = \frac{\alpha^\alpha}{\Gamma(\alpha)} e^{-\alpha z} z^{\alpha-1}, \quad (1.170)$$

де z - значення випадкової величини, для якої виконується умова $C_{S_z} = 2C_{V_z}$ та $m_z = 1$;

$\Gamma(\alpha)$ - гама-функція;

α параметр, який за умови $C_{S_z} = 2C_{V_z}$ дорівнює $\frac{1}{C_{V_z}^2}$.

Щоб перейти до випадкових величин з співвідношенням $C_S \neq 2C_V$, виконуємо заміну змінної z

$$x = bz^h \text{ та } z = \left(\frac{x}{b}\right)^{1/h}. \quad (1.171)$$

Параметри b та h підбираються. Параметр b забезпечує рівність математичного сподівання трансформованої величини z^h одиниці (тому що $m_z = 1$). Зміни параметра h забезпечують зміни мінливості нової величини, а отже, і зв'язаного з нею коефіцієнта асиметрії. При різних правильно підібраних b та h формуються різні співвідношення між C_S та C_V , які відрізняються від $C_S = 2C_V$.

Ураховуючи теорему заміни змінних, коли $x = \varphi(z)$ та $z = \psi(x)$, отримаємо, що

$$f(x) = f(z) \frac{dz}{dx}. \quad (1.172)$$

Похідна $\frac{dz}{dx}$ визначається таким чином

$$\frac{dz}{dx} = \frac{1}{h} \left(\frac{1}{b}\right)^{1/h} x^{1/h-1}. \quad (1.173)$$

Новий закон розподілу, який має назву трипараметричного гамма-розподілу С.М. Крицького та М.Ф. Менкеля, згідно із (1.171) прийме вигляд

$$f(x) = \frac{\alpha^\alpha}{\Gamma(\alpha)} e^{-\alpha z} z^{\alpha-1} \frac{1}{h} \left(\frac{1}{b}\right)^{1/h} x^{1/h-1}. \quad (1.174)$$

Приймаючи до уваги $z = \left(\frac{x}{b}\right)^{1/h}$, отримаємо

$$f(x) = \frac{\alpha^\alpha}{\Gamma(\alpha)} e^{-\alpha \left(\frac{x}{b}\right)^{1/h}} \left(\frac{x}{b}\right)^{\frac{\alpha-1}{h}} \frac{1}{h} \left(\frac{1}{b}\right)^{1/h} x^{1/h-1}, \quad (1.175)$$

або

$$f(x) = \frac{\alpha^\alpha}{\Gamma(\alpha)} \cdot \frac{1}{b^{\alpha/h}} \cdot \frac{1}{h} e^{-\alpha \left(\frac{x}{b}\right)^{1/h}} x^{\frac{\alpha}{h}-1}. \quad (1.176)$$

До розподілу щільностей (1.176) можна застосувати метод моментів і отримати вирази для першого початкового моменту (математичного сподівання) та другого і третього центральних моментів А.В. Рождественський, А.І. Чеботарьов, 1974). Перший початковий момент цього розподілу або математичне сподівання має вигляд

$$m_x = \frac{\Gamma(\alpha + h)b}{\Gamma(\alpha)\alpha^h}. \quad (1.177)$$

У відповідності з раніше прийнятими умовами $m_x = 1$ (тобто мова йде про модульні коефіцієнти), звідки

$$b = \frac{\Gamma(\alpha)\alpha^h}{\Gamma(\alpha + h)}. \quad (1.178)$$

На основі другого та третього центральних моментів можливо отримати значення α, b, h лише підбором.

Як вже було показано (див.1.3.4.3), до трипараметричного гама-розподілу з метою визначення його статистичних параметрів Є.Г. Блохіновим була застосована функція правдоподібності й отримані спрощені рішення у вигляді статистик $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$. Для практичного застосування побудовані номограми (СНІП 2.01.14-83): $C_V, C_S/C_V = f(\lambda_2, \lambda_3)$.

Головна перевага кривих розподілу Крицького-Менкеля полягає у тому, що при будь-яких співвідношеннях між C_S та C_V нижня границя ознаки розподілу завжди дорівнює нулю.

При застосуванні трипараметричного гама-розподілу слід пам'ятати, що як статистичні параметри, можна використовувати тільки параметри, визначені за методом найбільшої правдоподібності.

1.3.6.6 Клітчатка ймовірностей, їх призначення

Криві розподілу, побудовані в декартових шкалах координат мають вигнутий або опукло-вгнутий вигляд. Через це виникають проблеми екстраполяції емпіричних кривих забезпеченостей в області малих та великих забезпеченостей. Для усунення цих недоліків використовують клітчатку ймовірностей, які значною мірою вирівнюють емпіричні залежності. Вирівнювання досягається за рахунок трансформації шкали забезпеченостей таким чином, щоб у системі координат крива забезпеченості розглядалася як пряма лінія. Як правило, трансформація відбувається за допомогою графічних методів. Стосовно до закону нормального розподілу, використовується клітчатка з помірною асиметрією. При додатній асиметрії крива має дещо вгнуту форму, при від'ємній - опуклу.

При використанні логарифмічно-нормального закону розподілу застосовують клітчатку значної асиметрії. Вони можуть бути побудовані на основі клітчатки нормального закону, якщо вісь ординат виразити у вигляді логарифмічної шкали.

Спеціально розроблені клітчатка ймовірностей, які вирівнюють трипараметричний гама-розподіл.

1.3.6.7 Розрахунки характеристик стоку заданої забезпеченості за теоретичними законами розподілу

Емпіричні криві забезпеченості не дають можливості визначити величини стоку за межами вихідної інформації з необхідною точністю. Безпосередньо графічна екстраполяція емпіричної кривої забезпеченості в області невеликих ($p < 5\%$) та великих ($p > 95\%$) забезпеченостей має суб'єктивний характер й може призвести до значних похибок у розрахунках.

Застосування теоретичних законів розподілу випадкових величин надає можливість розраховувати величини стоку заданої забезпеченості на основі статистичних параметрів, визначених за гідрологічними рядами.

Найчастіше у гідрологічних розрахунках застосовують закон розподілу Пірсона III та трипараметричний гама-розподіл С.М.Крицького та М.Ф.Менкеля. В СНіП 2.01.14-83 рекомендується використовувати закон Пірсона III при $C_V \leq 0.5$ та $C_S \geq 2C_V$, а при $C_V > 0.5$ та $C_S < 2C_V$ - трипараметричний гама-розподіл.

Теоретичні розподіли представляються у вигляді спеціально розроблених таблиць. Наприклад, ординати теоретичної кривої забезпеченості Пірсона III подаються у вигляді нормованих відхилень від середньої величини стоку (дод. 1)

$$\Phi(P, C_S) = \frac{x_P - \bar{x}}{\sigma_x} = \frac{k_P - 1}{C_V}, \quad (1.179)$$

а ординати трипараметричного гама-розподілу - у вигляді модульних коефіцієнтів

$$k(P, C_V) = \frac{x_P}{\bar{x}} \quad (1.180)$$

при заданому співвідношенні C_S/C_V .

Щоб скористатися таблицями теоретичних розподілів, спочатку необхідно визначити оцінки статистичних параметрів по матеріалах спостережень за стоком. Слід зазначити, що при використанні методу найбільшої правдоподібності для розрахунків вибірових значень статистичних параметрів за теоретичний розподіл можна взяти тільки трипараметричний гама-розподіл, тому що формули методу найбільшої правдоподібності виведені саме з цього закону. Стосовно закону розподілу Пірсона III, то при $C_S < 2C_V$ та при $P > 90\%$ ординати теоретичної кривої забезпеченості можуть мати від'ємні значення, а це суперечить фізичній суті величин стоку.

Розрахунки характеристик стоку за теоретичним розподілом Персона-III виконуються за виразом

$$x_P = (\Phi_{P, C_S} C_V + 1) \bar{x}, \quad (1.181)$$

а при застосуванні трипараметричного гама-розподілу -

$$x_P = k_P \bar{x}. \quad (1.182)$$

Таблиці k_P наводяться у дод. 2.

1.4 Основи теорії кореляції

1.4.1 Залежні та незалежні події. Теорема множення ймовірностей

Подія A називається незалежною від події B , якщо ймовірність події A не залежить від того, відбулася подія B чи ні (О.С. Вентцель, 1969).

Подія A називається залежною від події B , якщо ймовірність події A змінюється в залежності від того, відбулася подія B чи ні. **Ймовірність події A , обчисленої за умови, що мала місце інша подія B , називається умовною ймовірністю події A та позначається як $p(A/B)$.**

Ймовірність добутку двох подій дорівнює добутку ймовірності однієї з них на умовну ймовірність другої, визначеної за умови, що перша мала місце

$$p(AB) = p(A)p(B/A); \quad (1.183)$$

або

$$p(AB) = p(B)p(A/B). \quad (1.184)$$

Доведемо теорему множення для схеми випадків. Нехай можливі результати випробувань становлять n випадків. Припустимо, що події A сприяють m випадків, а події B - k випадків. Існують випадки, які сприяють події A та події B одночасно, кількість таких випадків становить L (рис. 1.15).

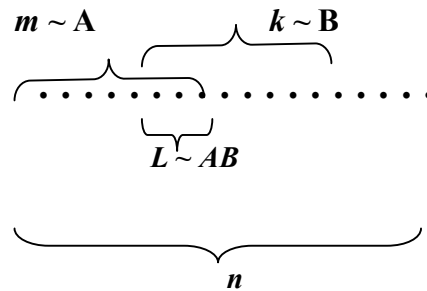


Рисунок 1.15 – Схема випадків для доведення теореми множення

Ймовірність сумісної появи подій A та B становить

$$p(AB) = \frac{L}{n}; \quad (1.185)$$

а ймовірності появи кожної з подій дорівнюють

$$p(A) = \frac{m}{n}; p(B) = \frac{k}{n}. \quad (1.186)$$

Обчислимо $p(B/A)$, тобто умовну ймовірність події B , припускаючи, що подія A мала місце. Якщо відомо, що подія A відбулася, то з усіх раніше можливих n випадків залишаються можливими тільки ті m , які сприяли події A . З них L випадків сприяють події B . Отже,

$$p(B/A) = \frac{L}{m}. \quad (1.187)$$

Підставляючи вираз $p(AB)$, $p(A)$ та $p(B/A)$ в формулу (1.183), отримаємо тотожність

$$\frac{L}{n} \equiv \frac{m}{n} \cdot \frac{L}{m}. \quad (1.188)$$

Наслідки теореми множення такі.

Декілька подій називаються незалежними, коли будь-яка з них не залежить від будь-якої сукупності решти подій.

Ймовірність добутку двох незалежних подій дорівнює добутку ймовірностей цих подій.

1.4.2 Закони розподілу системи випадкових величин

У гідрологічних розрахунках оперують поняттям “випадкові величини”. Якщо результат випробування описується не однією випадковою величиною, а декількома, то говорять, що вони утворюють систему випадкових величин.

В процесі узагальнення результатів гідрометеорологічних спостережень при вирішенні інженерно-гідрологічних задач часто доводиться мати справу з декількома (двома чи більше) випадковими величинами, що утворюють систему. Наприклад, зливові опади описуються не однією, а як мінімум двома випадковими величинами: тривалістю дощу та його інтенсивністю. Течія води характеризується швидкістю і напрямком. Гідрологічний режим річкової системи може описуватися показниками стоку декількох річок та ін.

При вивченні системи випадкових величин вже не можна обмежитися дослідженням властивостей окремих складових: необхідно враховувати залежності між цими складовими.

Системи випадкових величин, як і просто випадкова величина, описуються законами розподілу: інтегральним, диференціальним.

Як і для незалежних випадкових величин, можливий повний опис ймовірнісних властивостей системи шляхом побудови її закону розподілу і частковий, заснований на обчисленні окремих числових характеристик.

Інтегральна функція розподілу системи двох випадкових величин X і Y є ймовірністю сумісного виконання двох нерівностей: $X < x, Y < y$; тобто

$$F(x, y) = p((X < x), (Y < y)). \quad (1.189)$$

Основні властивості функції розподілу системи двох випадкових величин $F(x, y)$ такі:

$F(x, y)$ є неспадною функцією обох аргументів, тобто

$$\text{- при } x_2 > x_1 \quad F(x_2, y) \geq F(x_1, y); \quad (1.190)$$

$$\text{- при } y_2 > y_1 \quad F(x, y_2) \geq F(x, y_1). \quad (1.191)$$

При $x \rightarrow -\infty$ або $y \rightarrow -\infty$ інтегральна функція розподілу дорівнює нулю

$$F(x, -\infty) = F(-\infty, y) = F(-\infty, -\infty) = 0. \quad (1.192)$$

При одному з аргументів, який дорівнює $+\infty$, функція розподілу системи перетворюється на функцію розподілу випадкової величини, що відповідає іншому аргументу

$$F(x, +\infty) = F_1(x), \quad F(+\infty, y) = F_2(y), \quad (1.193)$$

де $F_1(x)$ і $F_2(y)$ - відповідно функції розподілу випадкових величин X та Y .

Якщо обидва аргументи відповідають $+\infty$, то функція розподілу системи дорівнює одиниці

$$F(+\infty, +\infty) = 1. \quad (1.194)$$

Розподіл системи безперервних випадкових величин можна охарактеризувати не тільки інтегральною функцією розподілу, але й *щільністю розподілу*, яка розглядається як приріст інтегральної функції на відрізках Δx та Δy

$$\lim_{\substack{\Delta x \rightarrow 0 \\ \Delta y \rightarrow 0}} \frac{F(x + \Delta x, y + \Delta y) - F(x + \Delta x, y) - F(x, y + \Delta y) + F(x, y)}{\Delta x \Delta y}. \quad (1.195)$$

Якщо $F(x, y)$ не тільки безперервна, але й диференціюється, то вираз (1.195) являє собою другу змішану частинну похідну функції $F(x, y)$ по x та по y . Позначимо цю похідну як $f(x, y)$

$$f(x,y) = \frac{\partial^2 F(x,y)}{\partial x \partial y} \quad (1.196)$$

і назвемо щільністю розподілу системи.

Для $f(x,y)$ можлива геометрична інтерпретація у вигляді деякої поверхні, яка називається *поверхнею розподілу* (рис. 1.16).

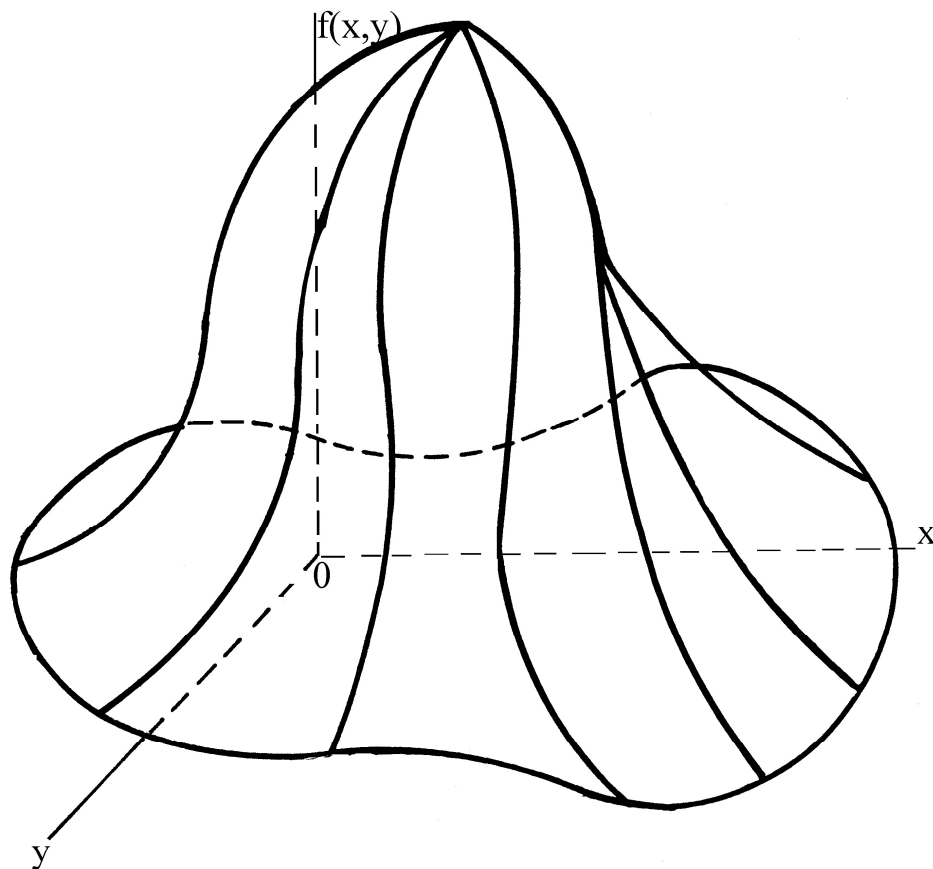


Рисунок 1.16 – Поверхня розподілу двох випадкових величин

Між інтегральною функцією системи двох випадкових величин та диференціальною існує зв'язок

$$F(x,y) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^y f(x,y) dx dy. \quad (1.197)$$

Звернемо увагу на дві властивості щільності розподілу системи випадкових величин:

1. Щільність розподілу системи є функцією невід'ємною

$$f(x, y) \geq 0 . \quad (1.198)$$

2. Подвійний інтеграл у нескінченних границях від щільності розподілу системи дорівнює одиниці

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dx dy = 1 . \quad (1.199)$$

1.4.3 Умовні закони розподілу випадкових величин

Як відзначалося в попередньому розділі, за законом розподілу системи двох випадкових величин можна визначити розподіл окремих величин, що входять до системи

$$F_1(x) = F(x, \infty); \quad F_2(y) = F(\infty, y) \quad (1.200)$$

чи інакше

$$F_1(x) = F(x, \infty) = \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx dy . \quad (1.201)$$

Після диференціювання (1.201) по x , одержимо вираз для щільності розподілу величини X :

$$f_1(x) = F_1'(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dy . \quad (1.202)$$

Щільність розподілу величини Y запишемо аналогічно:

$$f_2(y) = F_2'(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx . \quad (1.203)$$

Формули (1.202) та (1.203) показують, що для того, щоб одержати розподіл окремої величини, яка входить до системи, необхідно проінтегру-

вати щільність розподілу системи по всій області визначення аргументу, який відповідає іншій випадковій величині.

Обернену задачу в загальному випадку вирішити неможна: знаючи розподіл окремих величин, що входять до системи, не завжди можна знайти закон розподілу системи.

При цьому недостатньо знати розподіл кожної з величин, потрібно знати залежність між ними, яку можна охарактеризувати за допомогою умовних законів розподілу.

Умовним законом розподілу величини X , яка входить до системи (X, Y) , називається закон її розподілу, обчислений за умови, що інша випадкова величина Y набула визначеного значення y .

Умовним законом розподілу величини Y , яка входить до системи (X, Y) , називається закон її розподілу, обчислений за умови, що інша випадкова величина X набула визначеного значення x .

Умовний закон розподілу, який можна задати інтегральною функцією розподілу або щільністю, позначається в такий спосіб:

$$F(x/y) \text{ чи } f(x/y). \quad (1.204)$$

Теорема множення для системи двох випадкових величин записується наступним чином

$$f(x, y) = f_1(x) \cdot f(y/x) \quad (1.205)$$

або

$$f(x, y) = f_2(y) \cdot f(x/y). \quad (1.206)$$

Умовний закон розподілу кожної з випадкових величин представляється у вигляді

$$f(y/x) = \frac{f(x, y)}{f_1(x)}, \quad (1.207)$$

$$f(x/y) = \frac{f(x, y)}{f_2(y)}. \quad (1.208)$$

Зміст формул (1.205) та (1.206) описується таким чином: **щільність розподілу системи двох випадкових величин дорівнює щільності роз-**

поділу однієї з них, помноженої на умовну щільність іншої, обчисленої за умови, що перша величина набула конкретного значення.

1.4.4 Залежні і незалежні випадкові величини, кореляційний момент, коефіцієнт кореляції

Характер залежності випадкових величин, що утворюють систему, може бути різним. У деяких випадках залежність може бути настільки тісною, що, знаючи значення однієї випадкової величини, можна точно вказати значення іншої. Така надійна залежність близька до функціональної. **Якщо ж, знаючи значення випадкової величини X , не можна точно вказати значення випадкової величини Y , а тільки закон її розподілу в залежності від значення, якого набула величина X , то така залежність називається ймовірнісною чи стохастичною.** Іншими словами, у стохастичній залежності зміна випадкової величини X зумовлює зміну розподілу випадкової величини Y . Цей розподіл можна описати рівнянням умовного закону розподілу вигляду (1.207). Функціональна залежність розглядається при цьому як крайній, граничний випадок ймовірнісної залежності. В іншому крайньому випадку залежність між випадковими величинами може бути слабкою настільки, що розглядувані величини можна вважати незалежними.

Сформулюємо найважливіше для подальшого викладення поняття про незалежні випадкові величини. **Випадкова величина Y називається незалежною від випадкової величини X , якщо закон розподілу Y не залежить від того, якого значення набула величина X**

$$f(y/x) = f_2(y). \quad (1.209)$$

Якщо Y залежить від X , то

$$f(y/x) \neq f_2(y). \quad (1.210)$$

Для незалежних випадкових величин теорема множення законів розподілу набуває вигляду:

$$f(x, y) = f_1(x) \cdot f_2(y). \quad (1.211)$$

Ймовірнісна залежність між випадковими величинами може бути більш-менш тісною.

Числовою характеристикою тісноти зв'язку в системі двох випадкових величин є коваріаційний момент, який описується співвідношенням

$$K_{xy} = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)(y - m_y) f(x, y) dx dy. \quad (1.212)$$

Оскільки для незалежних випадкових величин щільність ймовірності системи випадкових величин дорівнює добутку безумовних ймовірностей кожної з цих величин (1.211), інтеграл (1.212) можна представити як добуток двох інтегралів

$$K_{xy} = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x) f_1(x) dx \int_{-\infty}^{\infty} (y - m_y) f_2(y) dy, \quad (1.213)$$

де інтеграл

$$\int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x) f_1(x) dx \quad (1.214)$$

являє собою ніщо інше, як перший центральний момент, який дорівнює нулю. З тієї ж причини дорівнює нулю і другий співмножник, звідки можна зробити висновок, що **для незалежних випадкових величин** $K_{xy} = 0$.

Таким чином, якщо кореляційний момент двох випадкових величин відмінний від нуля, то це є ознакою наявності залежності між ними. На практиці зазвичай використовується не сам кореляційний момент, для якого також вживають термін **коваріація** $cov(x, y)$, а його нормоване (безрозмірне) значення, яке називають **коефіцієнтом кореляції**

$$r_{xy} = \frac{K_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}, \quad (1.215)$$

причому

$$-1 \leq r_{xy} \leq 1, \quad (1.216)$$

де σ_x, σ_y - середні квадратичні відхилення величин X, Y .

При $K_{xy} = 0$ величина r_{xy} також дорівнює 0, тобто **для незалежних випадкових величин коефіцієнт кореляції дорівнює нулю**. У той же час,

для функціонально зв'язаних величин $|r_{xy}| = 1.0$. Випадкові величини, для яких коваріація і коефіцієнт кореляції дорівнюють нулю, називаються *некорельованими*. Однак поняття некорельованості та незалежності випадкових величин не є еквівалентними. З незалежності випадкових величин випливає їхня некорельованість, але з некорельованості не випливає їхня незалежність. Умова незалежності випадкових величин більш жорстка, ніж умова некорельованості, оскільки коефіцієнт кореляції цілком характеризує не будь-яку залежність, а тільки так звану лінійну. Лінійна стохастична залежність випадкових величин полягає в тім, що при зростанні однієї випадкової величини інша теж має тенденцію до зростання чи убуття за лінійним законом

$$M[Y / X = x] = \varphi(x), \quad (1.216)$$

де $\varphi(x)$ - лінійна функція x .

Коефіцієнт кореляції характеризує ступінь наближення кореляційного зв'язку між випадковими величинами X та Y до функціональної залежності. Зв'язок між випадковими величинами тим тісніший, чим більший за абсолютною величиною коефіцієнт кореляції. Наявність додатного значення коефіцієнта кореляції між двома випадковими величинами означає, що при зростанні однієї з них інша має тенденцію в середньому зростати ($0 < r_{xy} < 1$); від'ємного - що при зростанні однієї з випадкових величин інша має тенденцію в середньому убувати ($-1 < r_{xy} < 0$). Кореляційний зв'язок між двома випадковими величинами X та Y при $0 < r_{xy} < 1$ називають прямим, а при $-1 < r_{xy} < 0$ - оберненим.

1.4.5 Нормальний закон розподілу для системи двох випадкових величин, рівняння лінійної регресії

Найбільше поширення в практичному використанні має так званий класичний нормальний закон розподілу системи двох нормально-розподілених випадкових величин. У загальному випадку щільність нормального розподілу двох випадкових величин виражається формулою:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-r_n^2}} e^{-\frac{1}{2(1-r_n^2)} \left[\frac{(x-m_x)^2}{\sigma_x^2} - \frac{2r_n(x-m_x)(y-m_y)}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{(y-m_y)^2}{\sigma_y^2} \right]}, \quad (1.217)$$

де r_H - коефіцієнт кореляції між двома випадковими, нормально розподіленими величинами.

Цей закон залежить від п'яти параметрів: $m_x, m_y, \sigma_x, \sigma_y, r_H$.

Припустимо, що випадкові величини X і Y підлягають нормальному закону і некорельовані, тобто $r_H=0$. Тоді вираз (2.217) набере вигляду:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2} - \frac{(y-m_y)^2}{2\sigma_y^2}}. \quad (1.218)$$

Легко переконатися в тім, що випадкові величини X і Y , підпорядковані закону розподілу зі щільністю (1.218), не тільки некорельовані, але й незалежні. Дійсно, (1.218) можна представити як добуток щільностей розподілу окремих величин, що входять до системи

$$f(x, y) = \frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m_x)^2}{2\sigma_x^2}} \cdot \frac{1}{\sigma_y\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-m_y)^2}{2\sigma_y^2}}, \quad (1.219)$$

яка відповідає теоремі множення законів розподілу (1.211), що розглядається як необхідна і достатня умова незалежності випадкових величин.

Таким чином, для системи двох випадкових величин, підпорядкованих нормальному закону, з некорельованості величин випливає їхня незалежність.

Визначаючи умовний закон розподілу величини Y при $r_H \neq 0$ відповідно до виразу (1.207), одержимо:

$$f(y/x) = \frac{1}{\sigma_y\sqrt{1-r_H^2}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2(1-r_H^2)}\left[\frac{y-m_y}{\sigma_y} - r_H \frac{x-m_x}{\sigma_x}\right]^2}. \quad (1.220)$$

Приведемо вираз (2.220) до вигляду:

$$f(y/x) = \frac{1}{\sigma_y\sqrt{1-r_H^2}\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma_y^2(1-r_H^2)}\left[y-m_y - r_H \frac{\sigma_y}{\sigma_x}(x-m_x)\right]^2}. \quad (1.221)$$

Очевидно, що це є щільність розподілу нормального закону з центром розсіювання

$$m_{y/x} = m_y + r_n \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - m_x) \quad (1.222)$$

і середнім квадратичним відхиленням

$$\sigma_{y/x} = \sigma_y \sqrt{1 - r_n^2} . \quad (1.223)$$

З формул (1.222) і (1.223) випливає, що умовний закон розподілу величини Y характеризується тільки зміною математичного сподівання при зміні x , а її умовна дисперсія від x не залежить.

Величина $m_{y/x}$ називається умовним математичним сподіванням величини Y при даному x . Залежність (1.222) можна зобразити на площині xOy , відкладаючи умовне математичне сподівання по осі ординат. У відповідності з (1.222), вийде пряма лінія, яка називається лінією регресії Y по X (рис. 1.17).

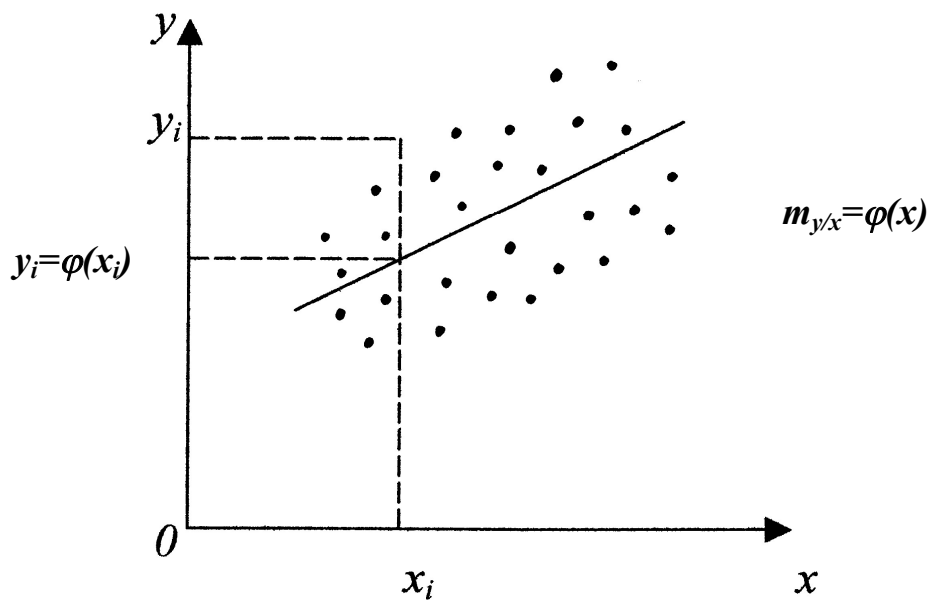


Рисунок 1.17 – Графічний вигляд рівняння лінійної регресії $m_{y/x} = \varphi(x)$

Рівняння умовного математичного сподівання (1.222) називають рівнянням регресії Y по X .

Рівняння регресії X по Y можна представити у вигляді

$$m_{x/y} = m_x + r_H \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - m_y). \quad (1.224)$$

Рівняння (1.222) та (1.224) можна привести до вигляду рівнянь, які описують прямі

$$m_{y/x} = \alpha_1 x + \beta_1, \quad (1.225)$$

$$m_{x/y} = \alpha_2 y + \beta_2, \quad (1.226)$$

де $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$ - коефіцієнти рівнянь прямих, причому

$$\alpha_1 = r_H \frac{\sigma_y}{\sigma_x}; \quad \beta_1 = m_y - \alpha_1 m_x; \quad (1.227)$$

$$\alpha_2 = r_H \frac{\sigma_x}{\sigma_y}; \quad \beta_2 = m_x - \alpha_2 m_y, \quad (1.228)$$

де величини m_x, m_y - це безумовні математичні сподівання випадкових величин X і Y , тобто центри їх розподілу без урахування залежності між X та Y .

Лінії регресії (1.225) та (1.228) співпадають тільки у випадку існування лінійної функціональної залежності між величинами Y та X . Для незалежних X і Y лінії регресії паралельні осям координат. Якщо б величини Y та X були пов'язані одна з одною функціональною залежністю, то кожному фіксованому $X = x$ відповідало б тільки одне значення $Y = y$. Але у випадку не функціонального зв'язку кожному значенню $X = x$ відповідають значення y , що з'являються сумісно для заданого x і групуються навколо центра m_y . Тобто кожна точка на лінії (рис. 1.17) є центром розподілу залежної змінної y при заданому x . Коли змінюється x , то змінюються за умовним законом розподілу і значення y , але ці зміни лише частково відображають зміни x . Теж саме відбувається і під час розгляду регресії X по Y . Кожному $Y = y$ відповідає змінна X , значення якої групуються навколо величини m_x .

Якщо ми будемо змінювати y , то зміниться й x , та ця зміна знов таки буде лише частково реагувати на відхилення y . Отже, реакція y на зміну x та реакція x на зміну y не однакова, тому і лінії регресії (1.225) та (1.226) не співпадають.

Стохастичну залежність можна представити графічно у вигляді еліпса розсіювання корелятивно зв'язаних випадкових величин Y та X (рис.1.18).

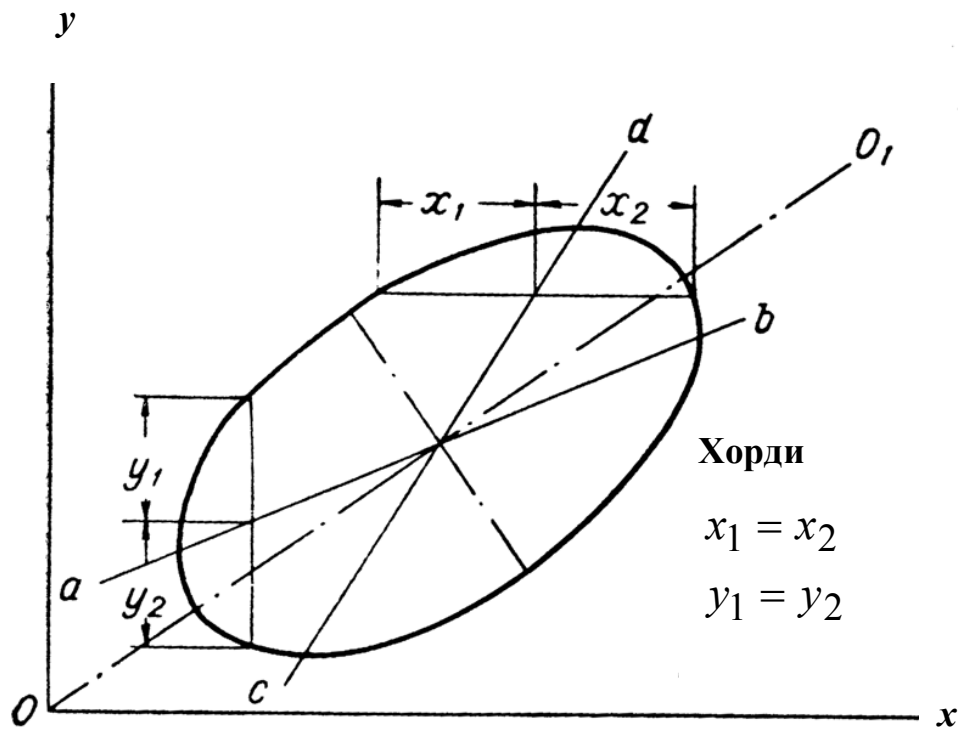


Рисунок 1.18 – Еліпс розсіювання та лінії регресії

Пряма ab є лінія регресії Y по X . Лінія ab ділить навпіл вертикальні хорди еліпса, який відображає розсіювання змінної y при заданому x . Лінія cd ділить навпіл хорди, паралельні осі x .

Проміжна лінія – вісь еліпса $O O_1$, має кутовий коефіцієнт σ_y / σ_x , який дорівнює відношенню середньоквадратичних відхилень випадкових величин Y та X . Коли б величини Y та X були пов'язані між собою функціональною залежністю, то лінія регресії Y по X , також як і X по Y , проходила б під кутом до осі x з тангенсом σ_y / σ_x . У випадку не функціонального зв'язку зміни $X = x$ лише частково проявляються у коливаннях

змінної y . Тому лінія регресії Y по X пройде під меншим кутом до осі x ніж вісь еліпса $\emptyset\emptyset_1$, тобто й кутовий коефіцієнт буде менший за співвідношення σ_y / σ_x . Коли ж за аргумент береться y , то залежна від $Y = y$ змінна x теж лише частково реагує на відхилення аргументу. Відповідно лінія регресії X по Y пройде під меншим кутом до осі y (або під більшим кутом до осі x), ніж вісь $\emptyset\emptyset_1$. Ступінь неспівпадання коливань, тобто ступінь розходження ліній регресії вимірюється коефіцієнтом кореляції.

1.4.6 Рівняння парної лінійної регресії, оцінка їх параметрів за вибірковими даними

Отримані рівняння парної лінійної регресії (1.222), (1.224), представлені у вигляді рівнянь умовного математичного сподівання для системи випадкових величин, широко застосовуються у гідрологічних розрахунках як математична модель, що описує стохастичну залежність між двома випадковими величинами.

Пошук рівнянь парної лінійної регресії може відбуватися для опису стохастичних залежностей між величинами стоку з різних водозборів (метод приведення коротких рядів стоку до довгого періоду), між величинами стоку і чинниками їх формування (при розробці методик розрахунків стоку для умов, коли спостереження за стоком відсутності або величини стоку трансформовані водогосподарською діяльністю), між значеннями стоку у ряду спостережень (при визначенні ординат емпіричної автокореляційної функції).

Взята до розрахунку математична модель (лінійна парна регресія) описує зв'язок генеральних сукупностей залежних випадкових величин X та Y . Задача користувача полягає в тому, щоб за обмеженими у часі даними спостережень (вибірками), зробити висновки про характер зв'язку та оцінити статистичні параметри рівняння регресії.

Для вибірових даних рівняння умовного математичного сподівання представляється у вигляді

$$\tilde{y}_i = \tilde{y}(x_i) = \hat{m}_{y/x} = ax_i + b, \quad (1.229)$$

де x_i - дискретні значення випадкової величини X ;

y - дискретні значення випадкової величини Y ;

\tilde{y}_i - значення випадкової величини Y , розраховані за рівнянням регресії;

a, b - шукані параметри рівняння.

1.4.6.1 Оцінка параметрів рівняння лінійної регресії за даними спостережень

Для отримання розрахункових параметрів a і b використовується метод найменших квадратів. Оскільки йдеться про рівняння умовного математичного сподівання, то можна сказати, що функція регресії $\tilde{y}(x) = m_{y/x}$ є функцією, яка мінімізує середню квадратичну похибку визначення $\tilde{y}(x)$ при обчисленні \tilde{y}_i по величині x_i . Це означає, що для довільної функції $U(x)$ справедлива нерівність

$$M[Y - U(X)]^2 \geq M[Y - \tilde{y}(x)]. \quad (1.230)$$

Для того, щоб виконувалася нерівність (1.230), оцінки параметрів, які входять до рівняння регресії, обчислюються за **методом найменших квадратів**. Це метод обробки емпіричного числового матеріалу, вимога якого полягає в тому, щоб сума квадратів відхилень даних спостережень y_i від лінії регресії $\tilde{y}(x)$ була найменшою, тобто

$$\Delta = \sum_{i=1}^n [y_i - \tilde{y}(x_i)]^2 = \min, \quad (1.231)$$

де y_i - спостережені значення випадкової величини Y ;

$\tilde{y}(x_i)$ - значення випадкової величини Y , розраховані за рівняннями регресії для заданих x_i ;

n - число спільно спостережених значень y_i та x_i .

Припустимо, що за математичну модель, яка описує стохастичний кореляційний зв'язок між випадковими величинами Y і X , обране рівняння лінійної регресії вигляду (1.225). На основі вихідних даних за спільний період спостережень необхідно оцінити коефіцієнти a й b та одержати тим самим можливість розрахунку («передбачення») значень випадкової величини Y при заданих x_i . Запис рівняння набуває вигляду

$$\tilde{y}(x_i) = ax_i + b, \quad (1.232)$$

де $a = \hat{\alpha}_1$; $b = \hat{\beta}_1$; тобто a і b є оцінками параметрів моделі (1.225).

Відповідно до методу найменших квадратів a і b повинні бути такими, щоб сума Δ досягала свого мінімуму. Вимога екстремуму означає, що частинні похідні Δ , узяті по a і b , дорівнюють нулю

$$\frac{\partial \Delta(a,b)}{\partial a} = \frac{\partial \left[\left(\sum_{i=1}^n y_i - ax_i - b \right)^2 \right]}{\partial a} = 0 ; \quad (1.233)$$

$$\frac{\partial \Delta(a,b)}{\partial b} = \frac{\partial \left[\left(\sum_{i=1}^n y_i - ax_i - b \right)^2 \right]}{\partial b} = 0. \quad (1.234)$$

Розв'язуючи рівняння (1.233) і (1.234) відносно a і b , одержуємо

$$a = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\overline{x^2} - \bar{x}^2}; \quad (1.235)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}. \quad (1.236)$$

Чисельник дробу, який знаходиться в правій частині рівняння (1.235) є оцінкою коваріаційного моменту \hat{K}_{xy} , розрахованого за дискретною вибіркою завдовжки n

$$\hat{K}_{x,y} = \text{cov}(x,y) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}), \quad (1.237)$$

а знаменник – оцінкою дисперсії випадкової величини X

$$\hat{\sigma}_x^2 = S_x^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2. \quad (1.238)$$

Оцінка коефіцієнта кореляції, яка відображає тісноту лінійного зв'язку між розглядуваними рядами спостережень за випадковими величинами X та Y , записується у вигляді

$$\hat{r}_{x,y} = r = \frac{\hat{K}_{x,y}}{S_x S_y} = \frac{\text{cov}(x,y)}{S_x S_y} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (1.239)$$

де S_y - оцінка середнього квадратичного відхилення випадкової величини Y .

Оцінка дисперсії S_y^2 випадкової величини Y виконується за формулою

$$\hat{\sigma}_y^2 = S_y^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \overline{y^2} - \bar{y}^2. \quad (1.240)$$

Оцінка параметра a рівняння лінійної парної регресії виражається через коефіцієнт кореляції $\hat{r}_{x,y} = \hat{r}$ та середнє квадратичне відхилення випадкових величин Y та X , розрахованих за даними спостережень й позначеними як S_y та S_x

$$a = \hat{r}_{x,y} \frac{S_y}{S_x} = r \frac{S_y}{S_x}. \quad (1.241)$$

З урахуванням отриманих результатів можна зазначити, що вони відповідають складовим рівняння умовного математичного сподівання для системи нормально розподілених величин.

1.4.6.2 Оцінка вірогідності моделі лінійної регресії

Оцінка вірогідності моделі передбачає установлення ступеня відповідності між реальним стохастичним зв'язком випадкових величин X та Y й математичною моделлю, яка описує цей зв'язок. Основою такої оцінки може служити величина Δ (1.231), яка є сумою квадратів нев'язок ε_i між спостереженими і розрахованими за рівнянням лінійної регресії значеннями випадкової величини Y

$$\Delta = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^n [y_i - (ax_i + b)]^2. \quad (1.242)$$

Критерієм якості розрахунку є середнє квадратичне відхилення спостережених y_i і розрахованих $\tilde{y}_i = ax_i + b$ значень

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n [y_i - (ax_i + b)]^2}{n}}. \quad (1.243)$$

Величина S носить також назву *похибки апроксимації*.

Рівняння (1.243) легко перетворюється до вигляду

$$S^2 = \overline{y^2} - \bar{y}^2 - 2a \cdot \widehat{\text{cov}}(x, y) + a^2 [\overline{x^2} - \bar{x}^2]. \quad (1.244)$$

З урахуванням (1.239)-(1.241) похибка апроксимації S записується у вигляді

$$S^2 = S_y^2 (1 - r^2) \quad (1.245)$$

або

$$S = S_y \sqrt{1 - r^2}. \quad (1.246)$$

Однак середня квадратична похибка апроксимації S не є досить інформативною оцінкою, оскільки нев'язка розрахунку визначається в першу чергу вірогідністю визначення коефіцієнтів регресії. Щоб переконатися у вірогідності побудованої моделі, необхідно оцінити вірогідність коефіцієнтів a та b , для чого будуються довірчі інтервали.

1.4.6.3 Визначення довірчих інтервалів для коефіцієнтів рівняння лінійної регресії

Обчислюючи на основі наявних вибірових даних оцінку $\hat{\theta}$ деякого параметра θ , ми усвідомлюємо, що насправді величина $\hat{\theta}$ є лише наближеним значенням параметра генеральної сукупності θ , навіть у тому випадку, коли ця оцінка обґрунтована, незміщена й умотивована. Виникає питання, як сильно може відхилятися це наближене вибірове значення (оцінка) від відповідного значення генеральної сукупності? Вирішення цього питання досягається шляхом установаження довірчих інтервалів.

Щоб отримати уявлення про точність оцінки $\hat{\theta}$, треба визначити можливу похибку. Призначимо досить велику ймовірність β (наприклад, $\beta=0,95$), щоб подію з ймовірністю β можна було б вважати достовірною, і знайдемо таке значення ε , для якого виконується така умова (О.С. Вентцель, 1969)

$$p(|\hat{\theta} - \theta| < \varepsilon) = \beta. \quad (1.247)$$

Тоді діапазон можливої похибки при заміні θ на $\hat{\theta}$ буде дорівнювати $\pm \varepsilon$; великі за абсолютною величиною похибки можливі з малою ймовірністю $1 - \beta$, яка має назву рівня значущості.

Перепишемо (1.247) у вигляді

$$p(\hat{\theta} - \varepsilon < \theta < \hat{\theta} + \varepsilon) = \beta. \quad (1.248)$$

Рівність (1.248) означає, що із ймовірністю β значення параметра θ потрапляє в інтервал

$$I_\beta = (\hat{\theta} - \varepsilon; \hat{\theta} + \varepsilon), \quad (1.249)$$

який має назву довірчого.

Чим менше для вибраної ймовірності є довірчий інтервал, тим точнішу оцінку θ отримаємо.

Величина θ не є випадковою, проте випадковим є сам інтервал та його положення на числовій осі відносно центра $\hat{\theta}$. Через це величина β розглядається не як ймовірність попадання точки θ в інтервал, а ймовірність того, що визначений інтервал “накриє” точку θ .

Якщо розподіл оцінки параметра близький до нормального, довірчий інтервал має вигляд

$$[\hat{\theta} - t_{v,q} \sigma_{\hat{\theta}}; \hat{\theta} + t_{v,q} \sigma_{\hat{\theta}}], \quad (1.250)$$

де $t_{v,q}$ - статистика Стюдента при рівні значущості q й числі степенів вільності v (додаток Б);

$\sigma_{\hat{\theta}}$ - середнє квадратичне відхилення вибіркової оцінки $\hat{\theta}$.

Так, наприклад, довірчий інтервал для математичного сподівання визначається співвідношенням

$$\bar{x} - t_{v,q} \sigma_{\bar{x}} < m_x < \bar{x} + t_{v,q} \sigma_{\bar{x}}, \quad (1.251)$$

де

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}. \quad (1.252)$$

Якщо випадкова величина Y розподілена нормально, то не тільки оцінки математичного сподівання цієї величини, а й оцінки коефіцієнтів

регресії розподілені нормально (Є.П. Школьний, І.Д. Лоева, Л.Д. Гончарова, 1999; Є.П. Школьний, Л.Д. Гончарова, Н.К. Миротворська, 2000).

Довірчі інтервали коефіцієнтів регресії можна побудувати в такий спосіб

$$a - t_{v,q}\sigma_a < m_a < a + t_{v,q}\sigma_a, \text{ або } [a - t_{v,q}\sigma_a; a + t_{v,q}\sigma_a]; \quad (1.253)$$

$$b - t_{v,q}\sigma_b < m_b < b + t_{v,q}\sigma_b, \text{ або } [b - t_{v,q}\sigma_b; b + t_{v,q}\sigma_b], \quad (1.254)$$

де m_a та m_b - математичні сподівання параметрів a та b . Якщо звернутися до рівняння (1.225), яке є моделлю, то $\hat{m}_a = \hat{\alpha}_1 = a$, а $\hat{m}_b = \hat{\beta}_1 = b$.

Оцінки a та b є незміщеними, ефективними та умотивованими оцінками параметрів рівняння лінійної регресії (Є.П. Школьний, І.Д. Лоева, Л.Д. Гончарова, 1999; Є.П. Школьний, Л.Д. Гончарова, Н.К. Миротворська, 2000)

$$\sigma_a = \frac{S_y}{nS_x}, \quad (1.255)$$

$$\sigma_b = \frac{S_y}{\sqrt{n}} \left[1 + \frac{1}{C_V^2} \right]^{\frac{1}{2}} = \frac{S_y}{\sqrt{n}} \left[1 + \frac{\bar{x}^2}{S_x^2} \right] = \frac{S_y}{\sqrt{n}} \frac{(S_x^2 + \bar{x}^2)}{S_x^2}. \quad (1.256)$$

Довірчі інтервали для математичних сподівань α_1 та β_1 , які входять у модель лінійної регресії (1.225), визначаються таким чином

$$a - t_{v,q}\sigma_a \frac{S_y}{nS_x} \leq \alpha_1 \leq a + t_{v,q}\sigma_a \frac{S_y}{nS_x}; \quad (1.257)$$

$$b - t_{v,q}\sigma_b \frac{S_y}{\sqrt{n}} \left[1 + \frac{1}{C_V^2} \right]^{\frac{1}{2}} \leq \beta_1 \leq b + t_{v,q}\sigma_b \frac{S_y}{\sqrt{n}} \left[1 + \frac{1}{C_V^2} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (1.258)$$

1.4.6.4 Визначення довірчого інтервалу для коефіцієнта кореляції в рівнянні лінійної регресії

Якщо величини X та Y мають розподіл, близький до нормального, а обсяг вибірки великий ($n > 30$), то розподіл коефіцієнта кореляції буде

близький до нормального. Середня квадратична похибка визначення \hat{r}_{xy} за спостереженими даними у цьому випадку визначається за формулою

$$\hat{\sigma}_r = S_r = \frac{1 - \hat{r}_{x,y}^2}{\sqrt{n-1}}. \quad (1.259)$$

Довірчий інтервал коефіцієнта кореляції записується у вигляді

$$\hat{r}_{x,y} - t_{v,q} \frac{1 - r^2}{\sqrt{n-1}} < r_H < \hat{r}_{x,y} + t_{v,q} \frac{1 - \hat{r}_{xy}^2}{\sqrt{n-1}}. \quad (1.260)$$

Якщо ж довжина ряду невелика ($n < 30 \dots 40$), а коефіцієнт кореляції значний ($r > 0,3$), то розподіл вибірових значень \hat{r}_{xy} істотно відрізняється від нормального. При значеннях \hat{r}_{xy} , що наближаються до 1, крива розподілу вибірових оцінок коефіцієнта кореляції стає усе більш асиметричною. Тому, для оцінки точності розрахунку значення коефіцієнта кореляції використовують z -перетворення Фішера

$$z = \frac{1}{2} \ln \left[\frac{1 + r_{x,y}}{1 - r_{x,y}} \right]. \quad (1.261)$$

Закон розподілу оцінок z близький до нормального із параметрами

$$\bar{z} = \ln \left[\frac{1 + r_{x,y}}{2(1 - r_{x,y})} + \frac{r_{x,y}}{2(n-1)} \right] \quad (1.262)$$

та

$$\sigma_z^2 = 1/(n-3). \quad (1.263)$$

Розрахунки довірчого інтервалу для коефіцієнта кореляції виконуються таким чином:

- надаються оцінки параметрів

$$\hat{z} = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \hat{r}_{x,y}}{1 - \hat{r}_{x,y}}, \quad (1.264)$$

$$\hat{\sigma}_z^2 = \frac{1}{\sqrt{(n-3)}}; \quad (1.265)$$

- будується довірчий інтервал для z

$$\hat{z} - t_{v,q} \sigma_z < z < \hat{z} + t_{v,q} \sigma_z, \quad (1.266)$$

тобто

$$z_1 < z < z_2;$$

- відбувається зворотний перехід від z_1 та z_2 до \hat{r}_{1xy} та \hat{r}_{2xy} за допомогою оберненого перетворення:

$$r_{x,y} = \frac{e^{2z} - 1}{e^{2z} + 1}, \quad (1.267)$$

$$\hat{z} = \frac{1}{2} \ln \frac{1 + \hat{r}_{x,y}}{1 - \hat{r}_{x,y}}; \frac{1 + \hat{r}_{x,y}}{1 - \hat{r}_{x,y}} = \exp\{2\hat{z}\}, \quad (1.268)$$

$$1 + \hat{r}_{xy} = \exp 2\hat{z} - \hat{r}_{xy} \cdot \exp 2\hat{z}, \quad (1.269)$$

$$\hat{r}_{x,y} (1 + \exp 2\hat{z}) = \exp 2\hat{z} - 1, \quad (1.270)$$

звідки

$$\hat{r}_{x,y} = \frac{\exp 2\hat{z} - 1}{\exp 2\hat{z} + 1}. \quad (1.271)$$

Використовуючи границі довірчих інтервалів для статистики z , за допомогою рівняння (1.271), одержуємо границі довірчого інтервалу коефіцієнта кореляції:

$$\eta_1 = \frac{\exp 2\hat{z}_1 - 1}{\exp 2\hat{z}_1 + 1} \quad (1.272)$$

та

$$r_2 = \frac{\exp 2\hat{z}_2 - 1}{\exp 2\hat{z}_2 + 1}. \quad (1.273)$$

Тоді

$$r_1 < m_{r_{xy}} < r_2. \quad (1.274)$$

1.4.6.5 Перевірка гіпотези про статистичну значущість коефіцієнта кореляції і коефіцієнтів рівняння регресії

Часто у гідрологічних дослідженнях постає питання про реальність установлених на основі спостережених даних зв'язків, тому що можливо, що встановлені значення $\hat{r}_{x,y}$, a й b зумовлені випадковістю вибірок. Вирішення такого питання називають оцінкою статистичної значущості параметрів і воно зв'язане з перевіркою статистичних гіпотез.

Висунемо нульову гіпотезу щодо тісноти розглянутого зв'язку

$$H_0 : r_{xy} = 0, \quad (1.275)$$

тобто коефіцієнт кореляції є статистично незначущим.

Альтернативна гіпотеза є такою

$$H_1 : r_{xy} \neq 0, \quad (1.276)$$

тобто коефіцієнт кореляції є статистично значущим.

Якщо розподіл вибірових оцінок r_{xy} відповідає нормальному закону розподілу (що справедливо при великих n), то для перевірки нульової гіпотези як критерій можна використовувати статистику

$$t = \frac{r_{xy}}{\sqrt{\sigma_{r_{xy}}^2}}, \quad (1.277)$$

розподіл якої підлягає розподілу Стюдента.

Значення t визначається за вибіровими оцінками коефіцієнта кореляції $\hat{r}_{x,y}$ і його стандарту $\sqrt{\sigma_r^2} = S_r$

$$\hat{t} = \frac{|\hat{r}_{xy}|}{S_r} \quad (1.278)$$

і порівнюється з критичним $t_{кр}$, котре залежить від числа степенів вільності $\nu = n - 1$ й рівня значущості q .

При $t < t_{кр}$ нульова гіпотеза приймається, а при $t > t_{кр}$ - відхиляється, тобто значення коефіцієнта кореляції визнається статистично значущим.

При невеликих n і високих значеннях $\hat{r}_{x,y}$ оцінка статистичної значущості $\hat{r}_{x,y}$ виконується за допомогою z -перетворення Фішера, тобто оцінюється не величина $\hat{r}_{x,y}$ безпосередньо, а статистика \hat{z} . Якщо z значуще, то і коефіцієнт кореляції є статистично значущою величиною.

Оцінка значущості коефіцієнтів рівняння регресії a і b виконується аналогічним чином.

Як вже відзначалося, розподіл вибірових оцінок a і b вважається нормальним. Тоді у відповідності до теорем математичної статистики для перевірки гіпотези про a і b можна використовувати статистику t , яка підлягає розподілу Стюдента

$$\hat{t}_a = \frac{|a|}{S_a} \text{ и } \hat{t}_b = \frac{|b|}{S_b} \quad (1.279)$$

Якщо $\hat{t} > t_{кр}(\nu, q)$, то коефіцієнти регресії вважаються значущими.

1.4.6.6 Кореляційне відношення

За вибіровими даними повну або загальну дисперсію змінної Y можна розрахувати за формулою (Є.П. Школьник, І.Д. Лоева, Л.Д. Гончарова, 1999; Є.П. Школьник, Л.Д. Гончарова, Н.К. Миротворська, 2000)

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n - 1}. \quad (1.280)$$

В основі формули (1.280) лежить відхилення спостереженої величини y_i від середнього арифметичного значення (рис. 1.19).

Запишемо $(y - \bar{y})$ у вигляді складових

$$y_i - \bar{y} = (y_i - \tilde{y}_i) + (\tilde{y}_i - \bar{y}), \text{ або } y_i - \bar{y} = (\tilde{y}_i - \bar{y}) + (y_i - \tilde{y}) \quad (1.281)$$

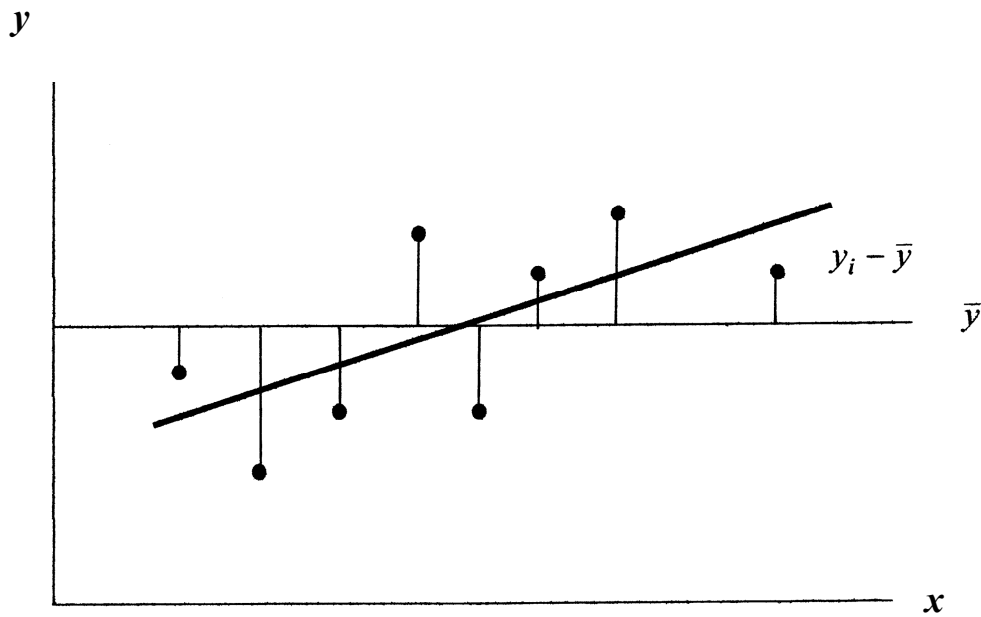


Рисунок 1.19. – Ілюстрація розсіювання спостережених значень y_i від \bar{y}

Тобто відхилення $(y_i - \bar{y})$ складається з відхилення значень \tilde{y}_i , обчислених за регресійним рівнянням, від середнього \bar{y} та з відхилення розрахованих значень \tilde{y}_i від спостережених y_i .

Обидві частини рівняння піднесемо до квадрата

$$(y_i - \bar{y})^2 = [(\tilde{y}_i - \bar{y}) + (y_i - \tilde{y}_i)]^2. \quad (1.282)$$

Після підсумовування відхилень $(y_i - \bar{y})$ отримаємо

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = \sum_{i=1}^n (\tilde{y}_i - \bar{y})^2 + 2 \sum_{i=1}^n (\tilde{y}_i - \bar{y})(y_i - \tilde{y}_i) + \sum_{i=1}^n (y_i - \tilde{y}_i)^2. \quad (1.283)$$

Складова $2 \sum_{i=1}^n (\tilde{y}_i - \bar{y})(y_i - \tilde{y}_i)$ дорівнює нулю у випадку, коли $(\tilde{y}_i - \bar{y})(y_i - \tilde{y}_i)$ некорельовані, що справедливо для нормально розподілених величин (А.В. Рождественський, А.І. Чеботарьов, 1974)

Отже можна записати, що

$$\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n (\tilde{y}_i - \bar{y})^2}{n-1} + \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \tilde{y}_i)^2}{n-1}. \quad (1.284)$$

Рівняння (1.284) представляє собою суму дисперсій

$$\sigma_y^2 = \sigma_p^2 + \sigma_{\text{зал}}^2. \quad (1.285)$$

Величина σ_p^2 має назву поясненої дисперсії, оскільки вона показує, яка частина загальної дисперсії зумовлена залежністю Y від X .

Величина $\sigma_{\text{зал}}^2$ показує ту частину дисперсії величини Y , яка не описується залежністю Y від X , і має назву залишкової.

Відхилення лінії регресії (\tilde{y}_i) від \bar{y} графічно представлене на рис.1.20.

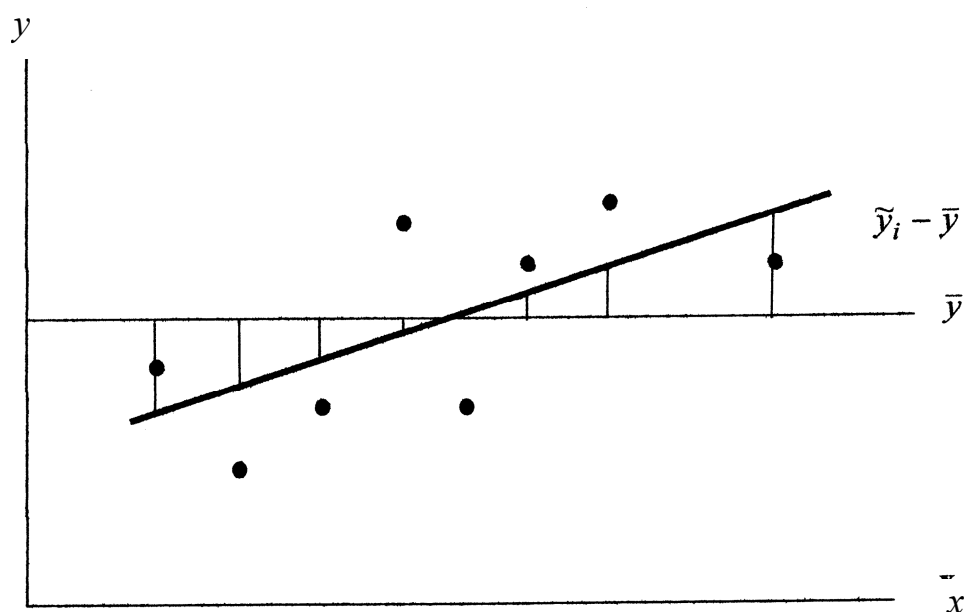


Рисунок 1.20 – Ілюстрація відхилення лінії регресії від \bar{y}

Величина $(y_i - \tilde{y}_i)$ характеризує розсіювання точок, які відповідають даним спостережень, від значень, розрахованих за рівнянням лінійної регресії (рис. 1.21).

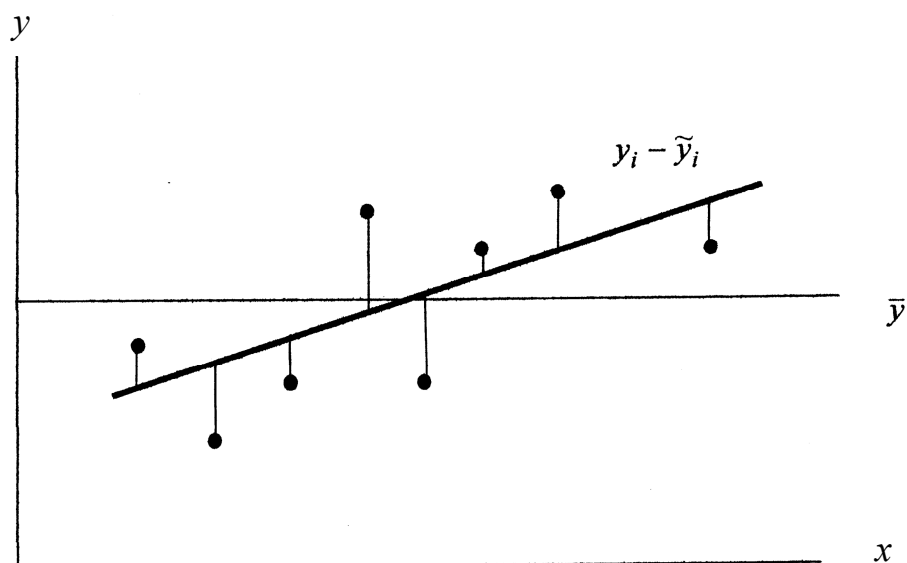


Рисунок 1.21 – Ілюстрація відхилення спостережених даних від лінії регресії

Якщо розрахунковою моделлю є рівняння лінійної парної регресії, то гіпотеза про адекватність обраної моделі перевіряється за критерієм Фішера, який формується таким чином

$$F = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 / n - 1}{\sum_{i=1}^n (y_i - \tilde{y}_i)^2 / n - 1} = \frac{\sigma_y^2}{\sigma_{\text{зал}}^2}. \quad (1.286)$$

Гіпотеза H_0 про те, що залишкова дисперсія незначуще відрізняється від загальної дисперсії, не відхиляється, коли

$$F < F_{\text{кр}}(\alpha, \nu_1, \nu_2), \quad (1.287)$$

де $\nu_1 = n - 1$; $\nu_2 = n - 2$; α - заданий рівень значущості.

Відношення

$$\eta_{y/x}^2 = \frac{\sigma_p^2}{\sigma_y^2} \quad (1.289)$$

є мірою впливу випадкової величини X на випадкову величину Y або мірою кореляційного зв'язку між ними і називається **кореляційним відношенням**. Кореляційне відношення дорівнює нулю тоді, коли на випадкову величину Y величина X не впливає, а діють тільки інші випадкові величини. Кореляційне відношення дорівнює одиниці, коли між X та Y існує функціональна залежність

$$0 \leq \eta_{y/x}^2 \leq 1. \quad (1.290)$$

Кореляційне відношення є мірою зв'язку як лінійної, так і нелінійної залежності між випадковими величинами X та Y . **На відміну від кореляційного відношення коефіцієнт кореляції характеризує лише лінійний зв'язок, коли**

$$\eta_{y/x}^2 = r_{x,y}. \quad (1.291)$$

1.5 Загальні уявлення про теорію випадкових процесів

1.5.1 Поняття про випадкову функцію

На практиці доводиться оперувати величинами, які змінюються у процесі проведення випробувань. Такі величини одержали назву випадкових функцій. Вивченням подібних випадкових явищ, в яких випадковість набуває форми процесу, займається спеціалізований розділ теорії ймовірностей – теорія випадкових функцій або стохастичних процесів.

Випадкова функція – це функція, значення якої встановлюються за допомогою випробувань і можуть бути різними в залежності від ходу випробувань. **Випадковою функцією називається функція, яка в разі випробувань може набрати того чи іншого конкретного вигляду, наперед невідомо, якого саме. Конкретний вигляд, якого набуває випадкова функція в результаті випробувань, називається реалізацією випадкової функції.**

Зустрічаються випадкові функції, які залежать не від одного аргументу, а від декількох. У гідрологічних розрахунках найчастіше розглядаються функції тільки одного аргументу. Якщо аргументом випадкової функції є час, то для її позначення використовується термін «випадковий процес».

Випадковою функцією аргументу t називається функція, ординати якої для будь-яких фіксованих значень t є випадковими величинами. У загальному випадку випадкова функція складається з системи реалізацій $x_i(t)$ ($i = \overline{1, n}$), які відбивають результати окремих експериментів.

Випадкові функції при $t = t_j$ при їх перетині утворюють сукупність точок, які є випадковими величинами.

Випадкову функцію вивчають аналітичним способом, заснованим на визначенні багатовимірного закону її розподілу, і статистичним, заснованим на визначенні тільки числових характеристик такої функції. Перший спосіб застосовують у теоретичних дослідженнях. Другий спосіб широко використовують для вирішення різних прикладних задач у теорії випадкових функцій.

Розглянемо випадкову функцію $X(t)$, над якою проведено n незалежних випробувань і отримано n реалізацій. Кожна реалізація є звичайною, тобто не випадковою функцією.

Сімейство реалізацій функції, яка відповідає ймовірнісному процесу з безперервною зміною функції в залежності від аргументу, наведене на рис.1.22.

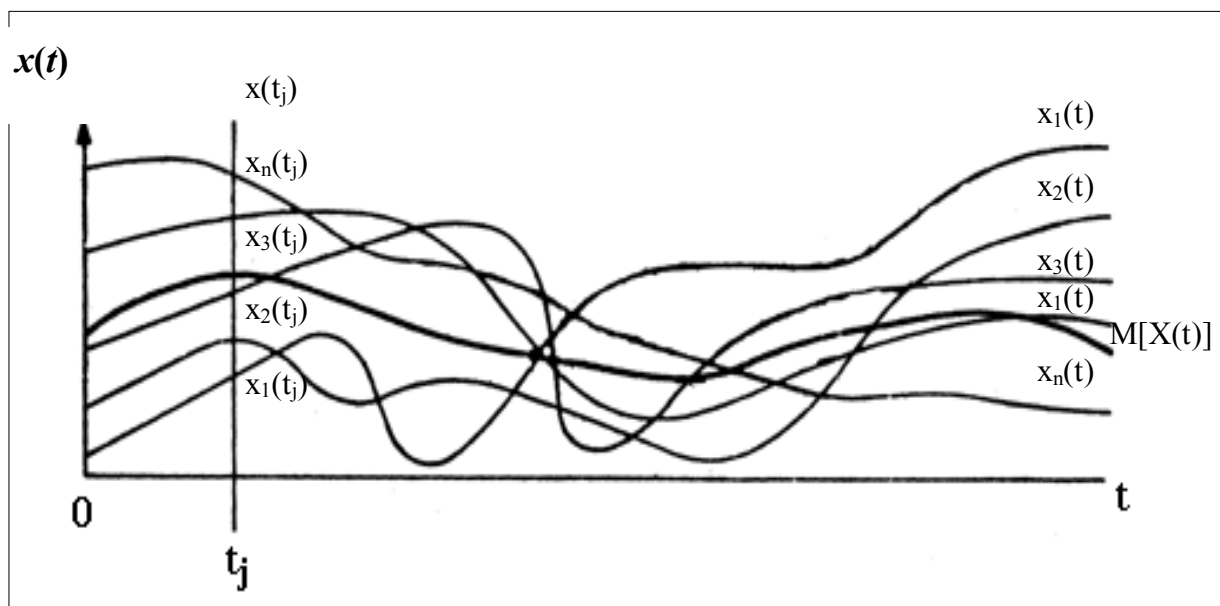


Рисунок 1.22 - Сімейство реалізацій випадкової функції

Реалізації випадкової функції можна отримати за допомогою самописного приладу, осцилограми запису змін процесу в часі, кінозйомки, періодичної фотозйомки та ін.

1.5.2 Закон розподілу випадкової функції

Закон розподілу однієї випадкової величини є функція одного аргументу, закон розподілу системи двох величин є функцією двох аргументів і т.п. Закон розподілу випадкової функції може представляти собою функцію безлічі аргументів, яку чисто формально можна записати в символічній формі.

Якщо зафіксувати деяке значення аргументу t_j , то при заданому значенні аргументу t_j (рис.221) випадкова функція перетворюється на випадкову величину $X(t_j)$, яка називається перетином випадкової функції, що відповідає моменту t_j . Значеннями цієї випадкової величини будуть значення $x_1(t_j), x_2(t_j), \dots, x_n(t_j)$, де n - кількість реалізацій.

Таким чином, випадкова функція суміщує у собі риси випадкової величини і функції. Якщо зафіксувати значення аргументу, то отримуємо випадкову величину. В результаті кожного випробування випадкова функція, у свою чергу, перетворюється на звичайну не випадкову функцію.

Розглянемо випадкову величину $X(t)$ - перетин випадкової функції в момент часу t . Ця випадкова величина має закон розподілу, який у загальному випадку залежить від t і позначається як $f(x, t)$. Функція $f(x, t)$ називається одновимірним законом розподілу випадкової функції $X(t)$. Функція $f(x, t)$ не є повною вичерпною характеристикою випадкової функції $X(t)$. Дійсно, ця функція характеризує тільки закон розподілу $X(t)$ для заданого, хоча й довільного t ; вона не відповідає на питання про взаємозв'язок випадкових величин $X(t)$ при різних t . З цього погляду більш повною характеристикою випадкової функції $X(t)$ є так званий двовимірний закон розподілу

$$f(x_1, x_2; t_1, t_2), \quad (1.292)$$

який описує систему двох випадкових величин $X(t_1), X(t_2)$, тобто є законом розподілу для двох довільно взятих перетинів випадкової функції $X(t)$. Однак і ця характеристика не є вичерпною, ще більш повним описом випадкової функції був би тривимірний закон:

$$f(x_1, x_2, x_3; t_1, t_2, t_3). \quad (1.293)$$

Теоретично можна необмежено збільшувати число аргументів, але оперувати ними вкрай незручно. У зв'язку з цим на практиці розглядають

не закони розподілу, а найпростіші характеристики випадкових функцій, аналогічні числовим характеристикам випадкових величин.

1.5.3 Характеристики випадкових функцій та їх визначення

Основними числовими характеристиками випадкового процесу є: **математичне сподівання** $m_x(t)$, яке визначає таку функцію, навколо якої групуються реалізації випадкової функції; **дисперсія** $D_x(t)$, що показує ступінь розсіювання цих реалізацій відносно математичного сподівання, **коваріаційна** $K_{xx}(t_i, t_j)$ та **кореляційна** $r_{xx}(t_i, t_j)$ **функції**, що визначають внутрішню структуру випадкового процесу і характеризують ступінь взаємного зв'язку між перетинами випадкової функції $X(t)$.

Якщо стоїть задача дослідження взаємозв'язку між двома випадковими функціями $X(t)$ та $Y(t)$, то його характер визначають взаємна коваріаційна $K_{xy}(t_i, t_j)$ та взаємна кореляційна функції $r_{xy}(t_i, t_j)$.

На відміну від числових характеристик випадкових величин, характеристики випадкових функцій яляють собою не числа, а функції.

Математичне сподівання випадкової величини визначається в такий спосіб. Розглянемо перетин випадкової функції $X(t)$ при фіксованому t . У цьому перетині матимемо звичайну випадкову величину; визначимо її математичне сподівання. Очевидно, у загальному випадку воно залежить від t , тобто являє собою деяку функцію t :

$$m_x(t) = M[X(t)]. \quad (1.294)$$

Таким чином, математичним сподіванням випадкової функції $X(t)$ називається не випадкова функція $m_x(t)$, яка при кожному значенні аргументу t дорівнює математичному сподіванню відповідного перетину випадкової функції. На рис.1.22 більш тонкими лініями показані реалізації випадкової функції, а жирною лінією – її математичне сподівання.

Дисперсією випадкової функції $X(t)$ називається не випадкова функція $D_x(t)$, значення якої для кожного аргументу t дорівнюють дисперсії відповідного перетину випадкової функції

$$D_x(t) = D[X(t)]. \quad (1.295)$$

Дисперсія $D_x(t)$ є невід'ємною функцією. Добуваючи з неї квадратний корінь, одержимо функцію $\sigma_x(t)$ - середнє квадратичне відхилення випадкової функції

$$\sigma_x(t) = \sigma[X(t)] = \sqrt{D[X(t)]}. \quad (1.296)$$

Досить часто користуються центрованою характеристикою випадкової функції

$$\delta[X(t)] = X(t) - M[X(t)]. \quad (1.297)$$

Очевидно, що

$$M\delta[X(t)] = 0. \quad (1.298)$$

Нормована випадкова функція представляється у вигляді

$$X_0(t) = \delta[X(t)] / \sigma[X(t)], \quad (1.299)$$

для якої справедливі рівняння

$$M[X_0(t)] = 0; \quad D[X_0(t)] = 1. \quad (1.300)$$

Дисперсія випадкової функції характеризує розсіювання реалізацій відносно функції математичного сподівання. Не виключена можливість однакової дисперсії для всіх значень аргументу t , тобто $D[X(t)] = D(X)$. Якщо така дисперсія дорівнює нулю, то можна вважати, що випадкова функція $X(t) = M[X(t)]$ має ймовірність появи, яка дорівнює одиниці.

Бувають випадки, коли математичні сподівання випадкових функцій однакові, а їхні дисперсії різні. Наприклад, на рис. 1.23 показані реалізації випадкових функцій $X(t), Y(t), Z(t)$, що мають однакові математичні сподівання, але різні дисперсії.

Математичне сподівання і дисперсія визначають тільки смугу можливих реалізацій випадкової функції, але не поведження реалізацій усередині такої смуги.

На рис. 1.24 наведені сімейства реалізацій (а) випадкових функцій, скедастичні криві (б), що показують зміну дисперсій, і кореляційні еліпси (в), які характеризують взаємний зв'язок випадкових ординат по перетинах t_1 і t_2 . Зв'язок між випадковими величинами $X(t_i)$ і $X(t_j)$ можна виразити за допомогою коваріаційного моменту чи коефіцієнта кореляції. Ступінь залежності між перетинами випадкової функції у різних аргументах t характеризується коваріаційною або кореляційною функціями.

Коваріаційним моментом випадкової функції називається не випадкова функція двох аргументів $K_{xx} = K_{xx}(t_i, t_j) = K_x$, яка для кожної пари

перетинів випадкової функції відповідних аргументів t_i і t_j дорівнює коваріаційному моменту між випадковими величинами у двох перетинах

$$K_x = K[X(t_i), X(t_j)] = M\{\delta[X(t_i)] \cdot \delta[X(t_j)]\}. \quad (1.301)$$

Розглянемо два випадкових процеси $X_1(t)$ і $X_2(t)$ з однаковими математичними сподіваннями та дисперсіями (рис. 1.25, 1.26).

Коваріаційна функція випадкової функції $X_1(t)$ повільно убуває в міру збільшення проміжку t, t' . Навпаки, коваріаційна функція випадкової функції $X_2(t)$ убуває швидко. Ці особливості випадкових процесів характеризуються саме коваріаційними моментами.

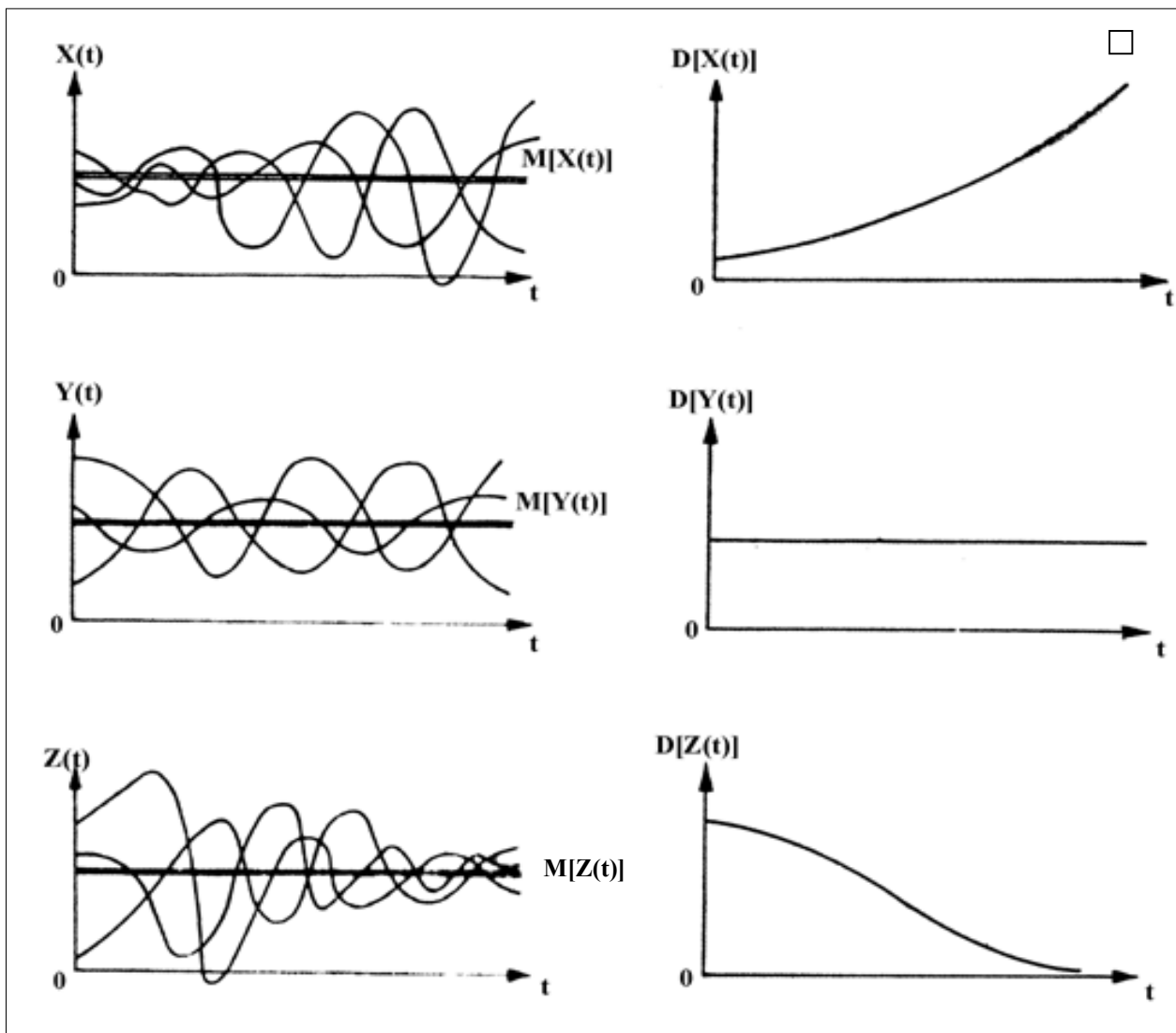


Рисунок 1.23 - Зміна дисперсії у часі для різних випадкових процесів (Н.Н. Кузьменко, Ю.В. Поліщук, Л.А. Шаповалова, 1958)

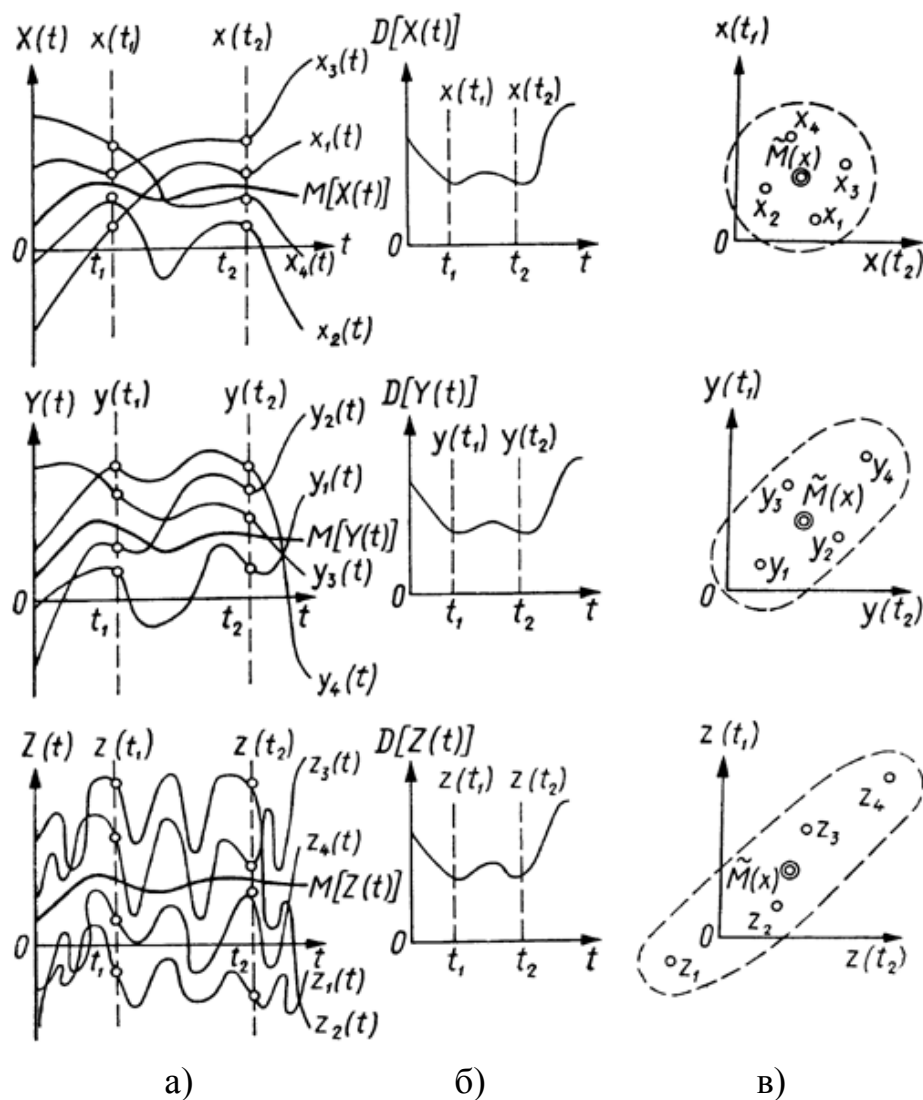


Рисунок 1.24 - Випадкові функції, їх дисперсії та еліпси розсіювання [56]

На практиці також використовують кореляційну функцію випадкової функції, яка являє собою нормований кореляційний момент

$$r_x = r[X(t_i), X(t_j)] = \frac{K[X(t_i), X(t_j)]}{\sigma(t_i) \cdot \sigma(t_j)}. \quad (1.302)$$

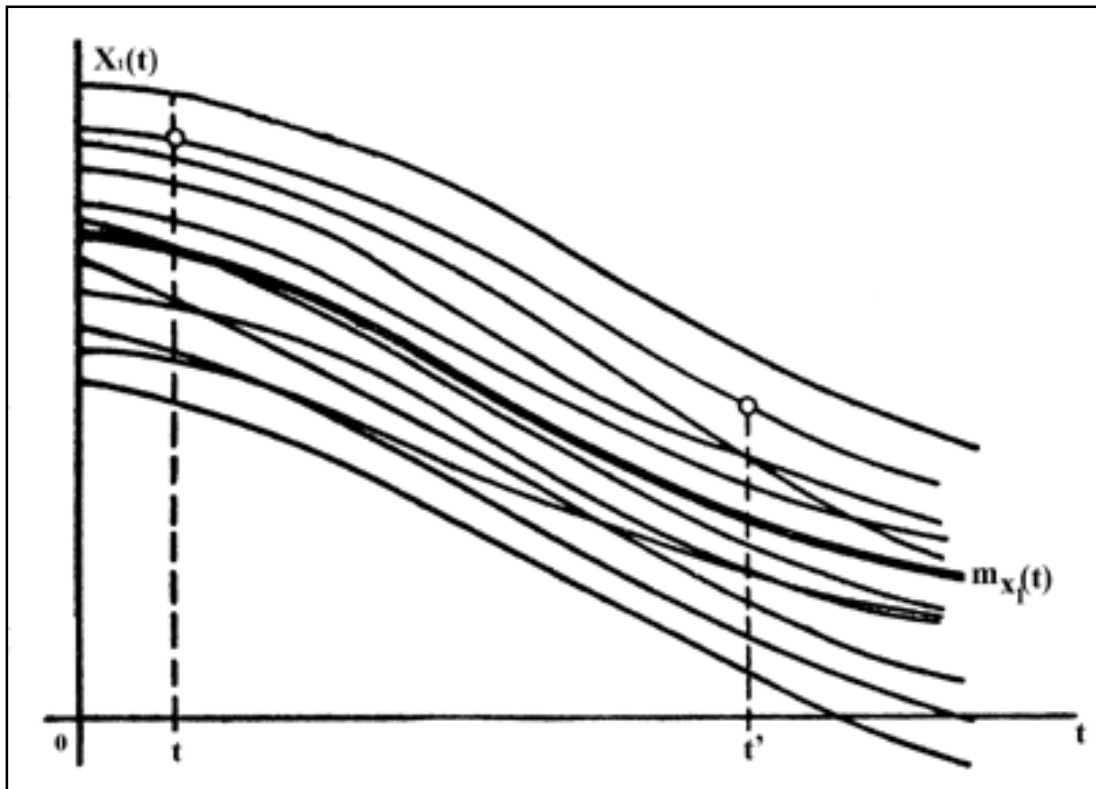


Рисунок 1.25 - Реалізації випадкової функції $X_1(t)$

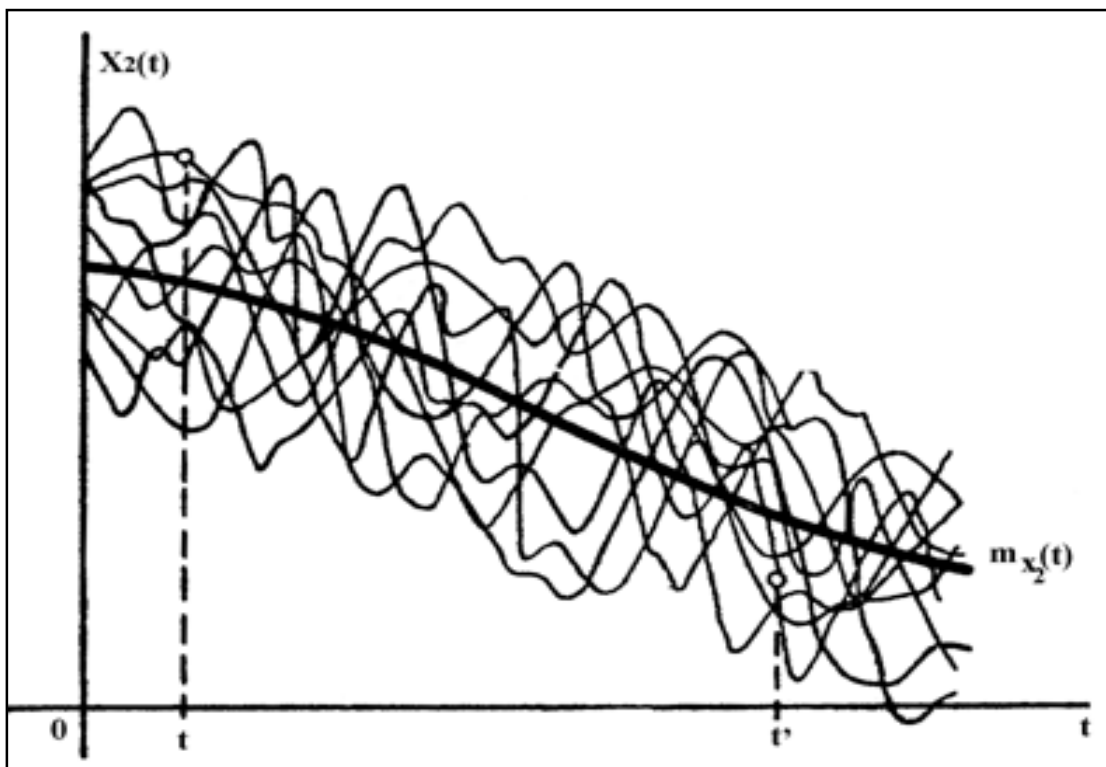


Рисунок 1.26 - Реалізації випадкової функції $X_2(t)$

Кореляційну функцію випадкового процесу часто називають **автокореляційною**, що означає кореляцію процесу із самим собою.

При $t_i = t_j = t$ одержимо

$$K[X(t), X(t)] = M[\delta^2(t)] = D_x(t); \quad (1.303)$$

$$r_x = r[X(t), X(t)] = \frac{K[X(t), X(t)]}{\sigma(t) \cdot \sigma(t)} = \frac{D_x(t)}{D_x(t)} = 1, \quad (1.304)$$

тобто при $t_i = t_j$ коваріаційна функція стає дисперсією випадкової функції, а кореляційна функція дорівнює 1.

Таким чином, при $t_i = t_j$ необхідність в дисперсії, як в окремій характеристиці випадкової функції, відпадає: як основну характеристику випадкової функції достатньо розглядати її математичне сподівання й кореляційну функцію.

Коваріаційний момент двох випадкових величин $X(t)$ і $X(t')$ не залежить від послідовності, при якій ці величини розглядаються, отже, коваріаційна функція симетрична відносно своїх аргументів, тобто не змінюється при зміні аргументів місцями

$$K_x(t, t') = K_x(t', t). \quad (1.305)$$

Інтервал $(t_i - t_j)$ називають «запізнюванням» чи «зсувом».

Очевидно, що значення коваріаційної і автокореляційної функцій залежать від інтервалу між t_i і t_j . Вони зменшуються із збільшенням цього інтервалу. При одних і тих же математичних сподіваннях і дисперсіях дві випадкові функції можуть мати різні автокореляційні функції. Автокореляційна функція може бути залежною не від окремих значень t_i і t_j , а від різниць $t_i - t_j$. Якщо при одному із значень t_i чи t_j випадкова функція $X(t)$ стає не випадковою величиною, то $K[X(t_i), X(t_j)] = 0$ при будь-якому значенні іншого аргументу.

Коваріаційна (кореляційна) функція симетрична щодо своїх аргументів. Вона зображується в тривимірній системі прямокутних координат t_i , t_j і $K[X(t_i), X(t_j)]$ у вигляді поверхні, симетричної щодо вертикальної площини Q, яка проходить через бісектрису кута $t_i O t_j$ (рис.1.27).

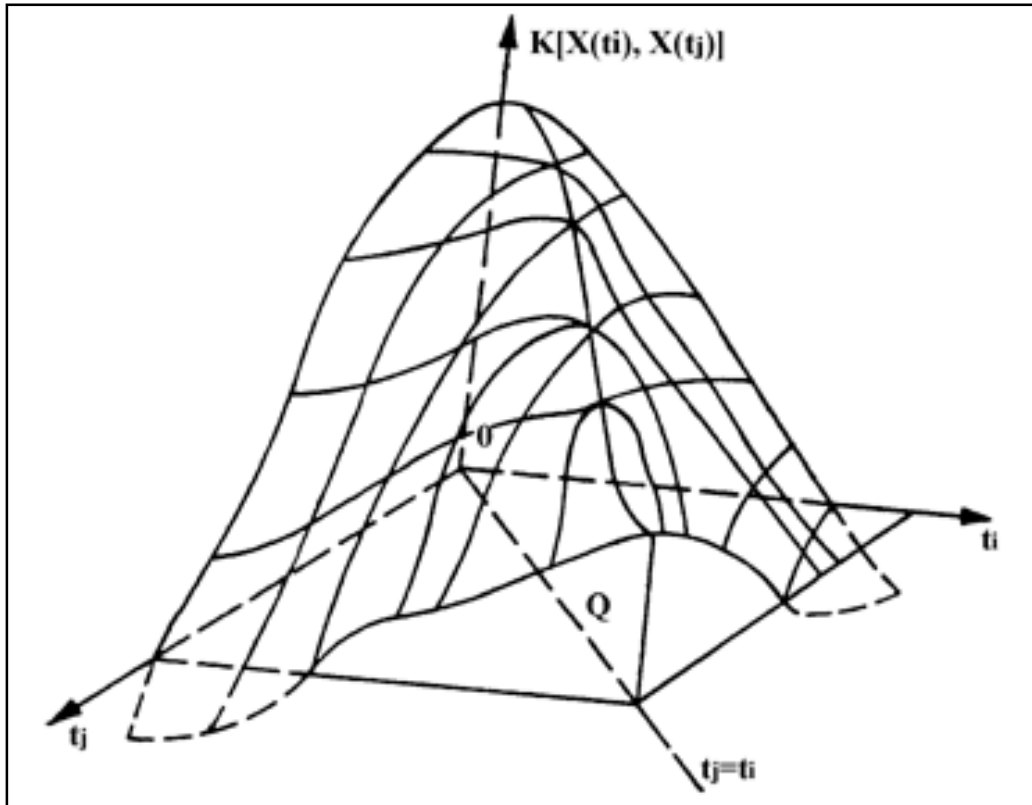


Рис. 1.27 - Коваріаційна функція у вигляді поверхні

Нехай над випадковою функцією $X(t)$ зроблено n незалежних випробувань (спостережень), у результаті отримано n реалізацій випадкової функції. Якщо число реалізацій дорівнює m , то для кожного перетину t_i можна обчислити емпіричні (статистичні) оцінки характеристик випадкової функції $X(t)$.

Так, оцінкою математичного сподівання в перетині t_i є просте середнє арифметичне

$$\bar{x}(t_i) = \frac{\sum_{j=1}^m x(t_i)}{m}; \quad (1.306)$$

оцінкою дисперсії -

$$\hat{\sigma}_x^2(t_i) = S_x^2(t_i) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \{\delta[X(t_i)]\} = \frac{\sum_{j=1}^m [x(t_i) - \bar{x}(t_i)]^2}{m-1}. \quad (1.307)$$

Для коваріаційних і кореляційних функцій розрахунок виконується за такими формулами:

$$\hat{K}_x(t_i, t_k) = \frac{\sum_{j=1}^m [x(t_i) - \bar{x}(t_i)] \cdot [x(t_k) - \bar{x}(t_k)]}{(m-1)}; \quad (1.308)$$

$$\hat{r}_x(t_i, t_k) = \frac{\sum_{j=1}^m [x(t_i) - \bar{x}(t_i)] \cdot [x(t_k) - \bar{x}(t_k)]}{(m-1)S_x(t_i)S_x(t_k)}. \quad (1.308)$$

Після того, як характеристики обчислені, можна побудувати залежності середніх арифметичних \bar{x} і дисперсії S_x^2 від часу. Функції двох аргументів $\hat{r}_x(t_i, t_k)$ і $\hat{K}_x(t_i, t_k)$ також відтворюються в прямокутній сітці точок. За необхідністю всі ці функції апроксимуються аналітичними виразами.

1.5.4 Стаціонарність випадкових процесів

Випадкові процеси, що протікають у часі приблизно однорідно, називають стаціонарними. Вони мають вигляд безперервних коливань відносно деякого середнього значення. Реалізації таких процесів знаходяться ніби-то у стані статистичної рівноваги. З часом середня амплітуда і характер коливань істотно не змінюються.

У строгому розумінні слова, випадковий процес називають стаціонарним, якщо всі його закони розподілу не змінюються при додаванні до всіх значень аргументу одного й того ж числа, тобто якщо усі вони залежать тільки від взаємного розташування значень аргументу одного й того ж числа або якщо усі вони залежать тільки від взаємного розташування значень аргументу, але не від самих цих значень.

Таким чином, випадковий процес $X(t)$ є стаціонарним, якщо при будь-якому n і будь-якому t_0 будуть виконуватися рівності

$$f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1 + t_0, t_2 + t_0, \dots, t_n + t_0). \quad (1.309)$$

Отже, щільності розподілу інваріантні стосовно зсуву початку відліку аргументу t .

Зокрема, для одновимірної щільності розподілу $f_1(x, t)$ стаціонарного випадкового процесу, беручи $t_0 = -t$, отримуємо

$$f_1(x, t) = f_1(x; t - t) = f_1(x; 0) = f_1(x). \quad (1.310)$$

Таким чином, одновимірна щільність розподілу стаціонарного процесу не залежить від t , вона є однією і тією ж для усіх перетинів випадкового процесу. Двовимірна щільність розподілу при $t_0 = -t_1$ представляється у вигляді

$$f_2(x_1, x_2; t_1, t_2) = f_2(x_1, x_2; 0; t_2 - t_1) = f_2(x_1, x_2; t_2 - t_1) = f_2(x_1, x_2; \tau), \quad (1.311)$$

тобто двовимірна щільність розподілу залежить не від двох аргументів t_1, t_2 , а тільки від одного аргументу – їхньої різниці $\tau = t_2 - t_1$. Звідси для стаціонарного випадкового процесу, згідно з (1.310), одержуємо

$$m_x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_1(x) dx = m_x = \text{const}, \quad (1.312)$$

тобто математичне сподівання стаціонарного випадкового процесу не залежить від аргументу t і є постійною величиною.

Згідно з (1.311) вираз для коваріаційного моменту буде такий

$$K_x(t_1, t_2) = \iint_{-\infty}^{\infty} (x_1 - m_x)(x_2 - m_x) \cdot f_2(x_1, x_2; \tau) dx_1 dx_2 = K_x(\tau). \quad (1.313)$$

Таким чином, коваріаційна функція стаціонарного випадкового процесу є функцією тільки одного аргументу $\tau = t_2 - t_1$. Умови (1.312) і (1.313) виконуються для будь-якого стаціонарного процесу. Однак вони не є достатніми для визнання стаціонарності, тобто їхнє виконання не гарантує виконання умов (1.309). Таке розуміння стаціонарності випадкових функцій називають стаціонарністю у вузькому розумінні.

У прикладній теорії стаціонарних випадкових функцій користуються поняттям “стаціонарність” у широкому розумінні (Д.І. Казакевич, 1971). За звичай припускають, що стаціонарний випадковий процес повинен задовольняти три умови:

$$M[X(t_s)] = \text{const}, D[X(t_s)] = \text{const}; K_X[X(t_s), (t_k)] = K(t_i - t_j) = K_\tau. \quad (1.314)$$

Таким чином, *випадкова функція називається стаціонарною, якщо усі її статистичні характеристики не залежать від t , точніше, не змінюються при будь-якому зсуві аргументів, від яких вони залежать.*

Однак не всі ці умови рівноцінні. Не можна вважати сталість математичного сподівання істотною вимогою до стаціонарної випадкової функції. При переході до центрованої випадкової функції відразу ж виконується рівність $M\{\delta[X(t)]\} = 0$, тобто перша умова з (1.314). Отже у випадку змінного математичного сподівання $M[X(t)]$ досить перейти до центрування для того, щоб виконати одну з вимог до стаціонарного випадкового процесу.

Виконання другої умови з (1.314) є частинним випадком третьої. Для стаціонарного випадкового процесу характерна незалежність значень коваріаційної функції від положення відрізка τ на осі t . Коваріаційна функція повинна залежати тільки від довжини проміжку τ (1.313). Покладемо $t_s = t; t_k = t + \tau$. Якщо $\tau = 0$, то згідно (1.303)

$$D_x(t) = K_X[X(t), X(t + 0)] = K_X(\tau = 0) = \text{const}. \quad (1.315)$$

Іншими словами, у випадку стаціонарного випадкового процесу його дисперсія є ніщо інше, як значення коваріаційної функції при $\tau = 0$, тобто вона не є функцією аргументу. Слід зазначити, що з властивості симетричності коваріаційної і кореляційної функцій

$$K_x(\tau) = K_x(-\tau); \quad (1.316)$$

$$r_x(\tau) = r_x(-\tau) \quad (1.317)$$

впливає незалежність цих функцій від знака величини τ , тобто можна вважати $\tau = |t_2 - t_1|$. Тому коваріаційну і кореляційну функції знаходять тільки для додатного аргументу.

Найчастіше зустрічаються стаціонарні випадкові процеси, коваріаційні функції яких апроксимуються функціями таких типів (рис. 1.28)

$$K_X(\tau) = \sigma^2 e^{-a|\tau|}, \quad a > 0; \quad (1.318)$$

$$K_X(\tau) = \sigma^2 e^{-a\tau^2}, \quad a > 0; \quad (1.319)$$

$$K_X(\tau) = \sigma^2 e^{-a|\tau|} \cdot \cos \beta \tau, \quad a > 0; \quad (1.320)$$

$$K_X(\tau) = \sigma^2 e^{-a\tau^2} \cdot \cos \beta \tau, \quad a > 0; \quad (1.321)$$

$$K_X(\tau) = \sigma^2 e^{-a|\tau|} \left(\cos \beta \tau + \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta |\tau| \right), \quad a > 0, \beta > 0; \quad (1.322)$$

$$K_X(\tau) = \begin{cases} \sigma \left(1 - \frac{\tau}{\tau_0} \right) & \text{при } |\tau| \leq \tau_0 \\ 0 & \text{при } |\tau| > \tau_0 \end{cases} \quad (3.33)$$

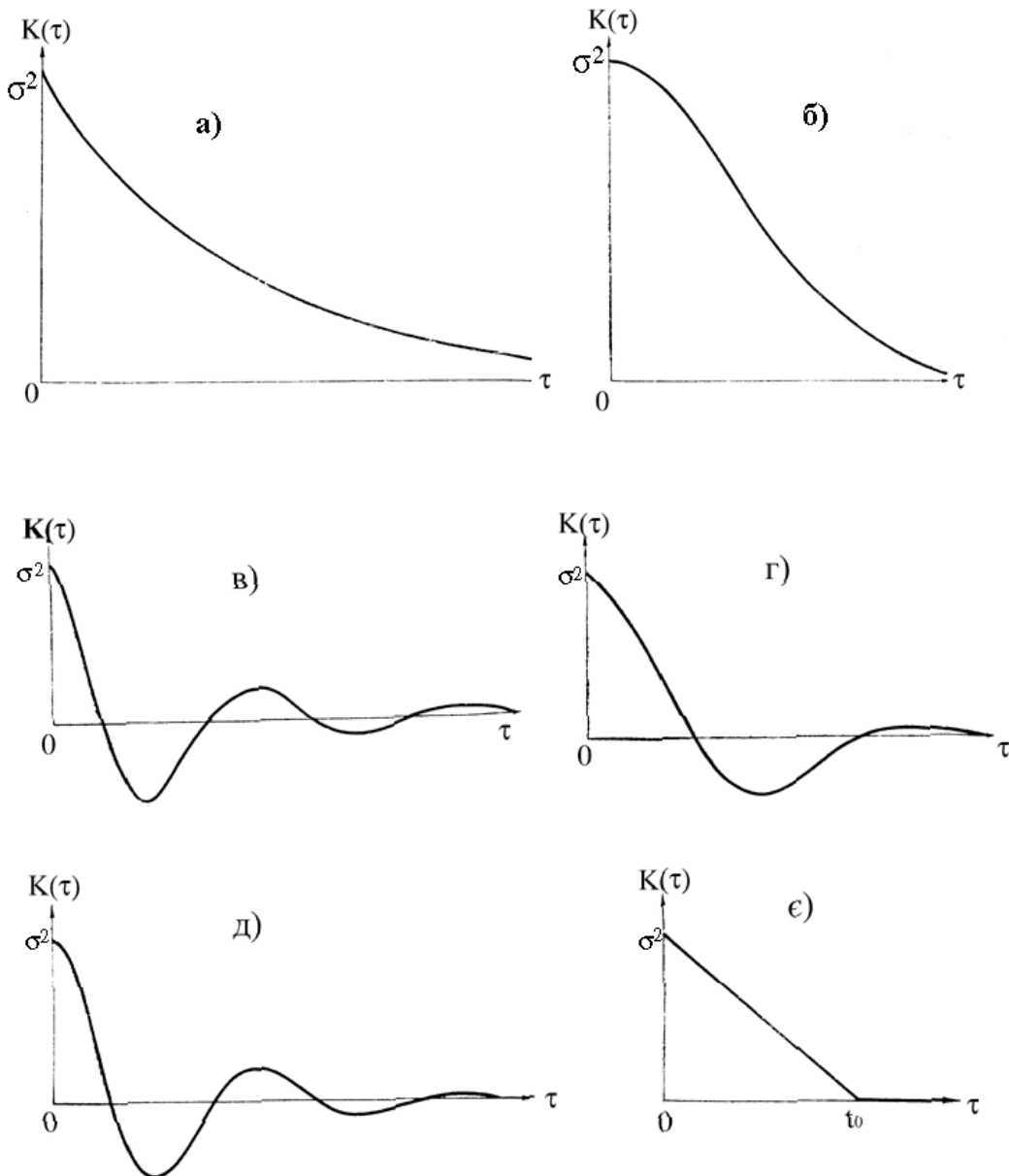


Рисунок 1.28 - Приклади коваріаційних функцій стаціонарних процесів (Д.І. Казакевич, 1971)

На рис. 1.28 наведені графіки коваріаційних функцій тільки для $\tau > 0$, у силу парності цих функцій при $\tau < 0$ їм будуть відповідати криві, симетричні щодо осі ординат. З рис. 1.27 видно, що значення коваріаційних функцій убувають із зростанням τ , тобто кореляційний зв'язок між різними перетинами випадкових функцій убуває зі збільшенням інтервалу часу між ними.

Одержання від'ємних значень $K_X(\tau)$ означає прояв від'ємних зв'язків між перетинами випадкової функції. Для всіх наведених випадків коваріаційна, а отже, і кореляційна функція прагне до нуля при прагненні τ до нескінченності. Ця властивість виконується практично для всіх гідрометеорологічних рядів.

Коли в структурі випадкової функції як постійний доданок, є деяка випадкова величина, при $\tau \rightarrow \infty$ коваріаційна функція буде прагнути не до 0, а до дисперсії D цієї величини (рис.1.29). Як правило, вигляд автокореляційної функції, наведений на рис.1.29, характерний для випадкових процесів, які знаходяться під впливом монотонно зростаючих антропогенних перетворень (А.В. Рождественський, О.І. Чеботарьов, 1974).

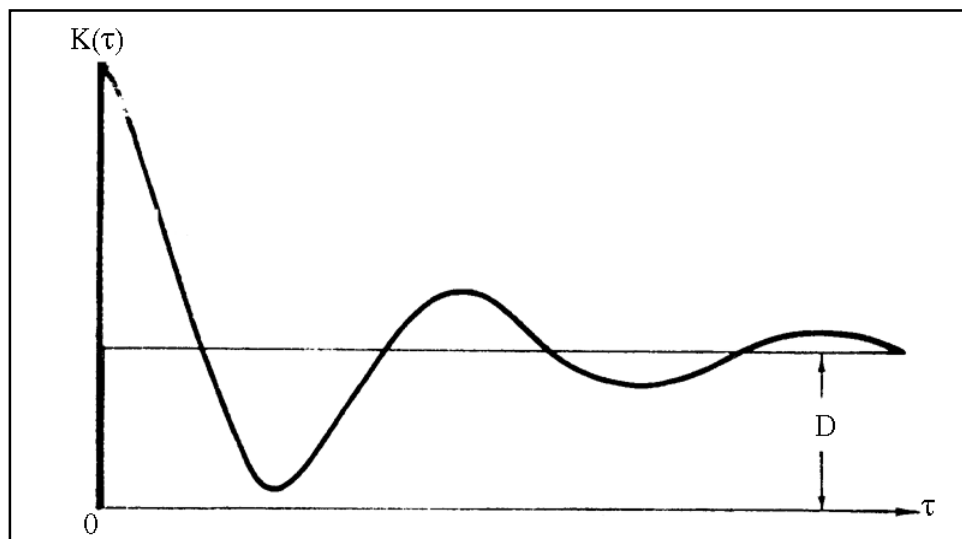


Рисунок 1.28 - Кореляційна функція при наявності постійного впливу на випадковий процес

1.5.5 Ергодичність стаціонарних випадкових процесів

Переважає більшість стаціонарних випадкових функцій властива ергодичність. Це відноситься до випадкових функцій, що характеризуються стаціонарністю у вузькому і широкому розумінні. *Властивість ергодич-*

ності полягає у тому, що кожна окрема реалізація стаціонарної випадкової функції є повноправним представником усієї сукупності можливих реалізацій. Одна реалізація достатньої довжини може замінити при статистичній обробці всі реалізації в цілому. Статистичні характеристики кожної реалізації є одними й тими ж для усіх реалізацій.

По відношенню до математичного сподівання достатньою умовою ергодичності є прямування коваріаційної та кореляційної функцій до нуля (Д.І. Казакевич, 1971).

Розглянемо дві стаціонарні випадкові функції $X_1(t)$ і $X_2(t)$, наведені на рис.1.30. Для функції $X_2(t)$ кожна із реалізацій має своє математичне сподівання, яке не співпадає із математичним сподіванням процесу у цілому, свою дисперсію. Кожна з реалізацій випадкової функції $X_1(t)$ має одні й тіж самі характерні ознаки: середнє значення, навколо якого коливаються реалізації; розмах коливань.

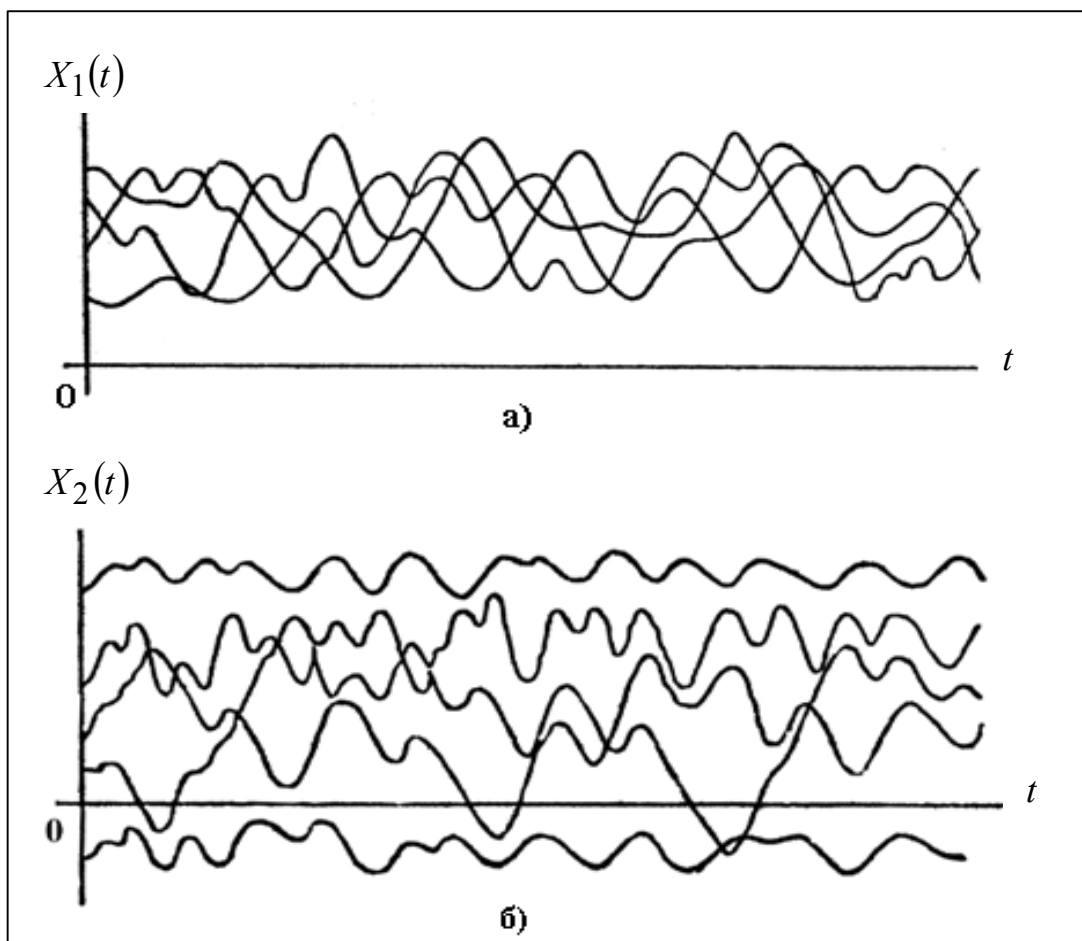


Рисунок 1.30 – Ергодичний $X_1(t)$ та неергодичний стаціонарні $X_2(t)$ випадкові процеси

Якщо вибрати довільно одну з реалізацій функції $X_1(t)$, то при досить довгій її тривалості T на її основі можна одержати повне уявлення про випадкову функцію в цілому.

Осереднюючи значення цієї реалізації за часом, одержують оцінку математичного сподівання

$$\hat{m}_x \approx \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt, \quad (1.323)$$

коваріаційної функції

$$\hat{K}_x(\tau) \approx \frac{1}{T-\tau} \int_0^{T-\tau} [x(t) - \hat{m}_x] \cdot [x(t+\tau) - \hat{m}_x] dt. \quad (1.324)$$

Якщо розбити інтервал запису випадкової функції на n рівних частин довжиною Δt і позначити середини отриманих ділянок t_1, t_2, \dots, t_n (рис.1.31), то інтеграли (1.323) і (1.324) можна представити у вигляді:

$$\hat{m}_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x(t_i) = \bar{x}; \quad (1.325)$$

$$\hat{K}_x(\tau) = \frac{1}{n-\tau} \sum_{i=1}^{n-\tau} [x(t_i) - \bar{x}] \cdot [x(t_i + \tau) - \bar{x}], \quad (1.326)$$

де $\tau = m\Delta t$, причому $m = 0, 1, 2, \dots$

У подальшому викладенні для простоти запису знак \wedge , який означає, що мова йде про оцінку характеристики за вибірковими даними, прибирається, а t_i представляється як i , звідки отримуються вже відомі формули для визначення середньої арифметичної величини та коваріаційної функції ряду випадкових величин:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \quad (1.327)$$

$$K_x(\tau) = \frac{1}{n-\tau} \sum_{i=1}^{n-\tau} (x_i - \bar{x})(x_{i+\tau} - \bar{x}). \quad (1.328)$$

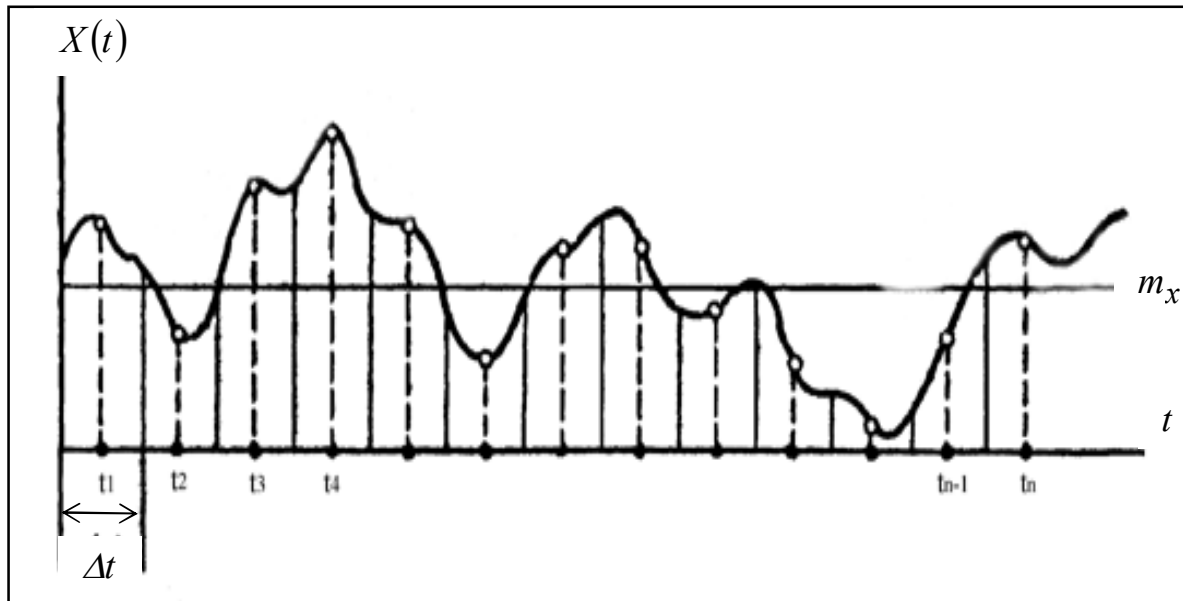


Рисунок 1.31- Запис випадкової функції, яка розбивається на n частин

Загальний вигляд функції $K_x(\tau)$ відтворюється по окремих точках. Для того, щоб математичне сподівання і коваріаційна функція були визначені із задовільною точністю, потрібно, щоб число n було досить великим (порядку сотні, а в деяких випадках, навіть і більше). Вибір довжини елементарної ділянки Δt визначається характером зміни випадкової функції. Якщо випадкова величина змінюється порівняно повільно, ділянки Δt можна вибирати більшими, ніж у випадку, коли функція робить різкі і часті коливання. Чим більш високочастотний склад мають коливання, що утворюють випадкову функцію, тим частіше потрібно розміщувати опорні точки при обробці.

Значення величини m задаються послідовно, аж до таких m , при яких коваріаційна функція практично дорівнює нулю чи починає робити невеликі нерегулярні коливання біля нуля.

Властивість ергодичності має велике практичне значення, оскільки при її виконанні для визначення статистичних характеристик випадкових функцій нема необхідності у великій кількості реалізацій. Це дуже важливо для гідрології суші, де ряди стоку являють собою лише одну реалізацію.

1.5.6 Автокореляційна функція, коефіцієнт автокореляції, простий ланцюг Маркова

У гідрологічних розрахунках річковий стік розглядається як ергодичний процес з річним періодом. Така гіпотеза зручна й необхідна, оскільки

по кожному гідрологічному створу є лише одна реалізація процесу стоку, яка представлена гідрологічними спостереженнями.

Кореляційний аналіз є одним з традиційних методів в дослідженнях зв'язків між послідовними членами рядів річного стоку. Проте значне випадкове розсіювання вибірових оцінок коефіцієнтів кореляції при невеликій тривалості вихідних рядів і невеликих числових значеннях $\hat{r}_x(\tau)$ спричиняє природне утруднення в інтерпретації результатів розрахунку.

Ординати автокореляційної функції за вибіровими даними обчислюються з урахуванням їх зміщеності за такою формулою:

$$\hat{r}_x(\tau) = \frac{\sum_{i=1}^{n-\tau} (x_i - \bar{x})(x_{i+\tau} - \bar{x})}{\hat{\sigma}_x^2(n-\tau-1)}, \quad (1.329)$$

де n - число членів вихідного ряду спостережень;

τ - зсув ряду по відношенню до самого себе при підрахунку коефіцієнта кореляції (запізнювання);

x_i - член ряду від x_i до $x_{n-\tau}$;

$x_{i+\tau}$ - члени ряду від $x_{i+\tau}$ до x_n ;

$\bar{x}, \hat{\sigma}_x$ - відповідно середнє і стандарт вихідного ряду.

При розрахунках ординат автокореляційної функції необхідно враховувати зміни середнього арифметичного і стандарту, які відбуваються за рахунок зсуву τ і втрат крайових членів ряду. При цьому (1.329) набуває вигляду

$$\hat{r}_x(\tau) = \frac{\sum_{i=1}^{n-\tau} (x_i - \bar{x}_i)(x_{i+\tau} - \bar{x}_{i+\tau})}{\sigma_i \sigma_{i+\tau}(n-\tau-1)}, \quad (1.330)$$

де $x_i, \bar{x}_{i+\tau}, \sigma_i$ та $\sigma_{i+\tau}$ - середні і стандарт відповідних відрізків вихідного ряду.

На думку більшості дослідників, вираз (1.330) перетворює вибірове значення $r_x(\tau)$. Суть перетворення полягає у тому, що лінія регресії проходить при цьому через центр тяжіння не всієї сукупності точок, а тільки точок, які безпосередньо використовуються для підрахунку коефіцієнта кореляції: перетворення посилюється із зростанням запізнювання, причому чим більше τ , тим сильніше відрізняються середнє і стандарт вихідного ряду від відповідних значень тієї його частини, яка при зсуві використовується для підрахунку коефіцієнта кореляції (Д.Я. Раткович, 1976).

Характеру автокореляційних функцій рядів річного стоку присвячена велика кількість досліджень як у колишньому СРСР, так і за межами країни. Найбільш суттєві роботи А.Ш. Резніковського, О.І. Чеботарьова і А.В. Рождественського, Д.Я. Ратковича, М.В. Болгова. Встановлена наявність додатков зв'язку між річним стоком суміжних років. Загальноприйнятого погляду на значущість внутрішньорядних зв'язків в послідовностях річного стоку поки немає. Навіть при відносно тривалих рядах стоку (50-60 років) недостовірні як окремі ординати автокореляційної функції, так і її контури. Тому при розрахунках річного стоку його ряди розглядаються як простий ланцюг Маркова, тобто враховуються кореляційні зв'язки тільки між стоком суміжних років. *Послідовність випадкових випробувань, які мають таку властивість, що ймовірність результатів наступного випробування залежить тільки від результатів безпосередньо попередніх випробувань, називається простим ланцюгом Маркова.* Таким чином, з усіх ординат автокореляційної функції береться до уваги тільки перша, яка відповідає $\tau = 1$.

Коефіцієнт кореляції між стоком суміжних років обчислюють згідно з виразом (1.329), виходячи з умови, що часовий зсув становить одиницю ($\tau = 1$),

$$\hat{r}(\tau = 1) = r(1) = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (x_i - \bar{x})(x_{i+1} - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}. \quad (1.331)$$

Середня квадратична похибка емпіричного коефіцієнта автокореляції визначається з рівняння (А.В. Рождественський, А.В. Єжов, А.В. Сахарюк, 1990):

$$\hat{\sigma}_{r(1)} = \frac{1 - r(1)^2}{\sqrt{n-1}}. \quad (1.332)$$

Розрахункове значення коефіцієнта кореляції вважається значущим, якщо виконується умова

$$\hat{r}(1) \geq 2\hat{\sigma}_{r(1)}. \quad (1.333)$$

Внутрішньорядні зв'язки у гідрологічних рядах зменшують обсяги незалежної інформації. В той же час методи розрахунків статистичних параметрів передбачають незалежність членів вихідної вибірки. Для усунення впливу внутрішньорядних зв'язків між суміжними членами рядів річно-

го стоку на точність розрахунків статистичних параметрів до коефіцієнтів варіації та асиметрії вносяться поправки (СНіП 2.01.14-83)

$$C_V = (a_1 + a_2 / n) + (a_3 + a_4 / n) \tilde{C}_V + (a_5 + a_6 / n) \tilde{C}_V^2; \quad (1.334)$$

$$C_S = (b_1 + b_2 / n) + (b_3 + b_4 / n) \tilde{C}_S + (b_5 + b_6 / n) \tilde{C}_S^2, \quad (1.335)$$

де $a_1, \dots, a_6; b_1, \dots, b_6$ - коефіцієнти, які визначаються за табл.1.2 та 1.3;

\tilde{C}_V, \tilde{C}_S - оцінки коефіцієнтів варіації й асиметрії, установлені без урахування внутрішньорядних зв'язків

$$\tilde{C}_V = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (k_i - 1)^2}{n - 1}}; \quad (1.336)$$

$$\tilde{C}_S = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \frac{\sum_{i=1}^n (k_i - 1)^3}{\tilde{C}_V^3}; \quad (1.337)$$

де $k_i = x_i / \bar{x}$.

Таблиця 1.2 – Коефіцієнти a у формулі (1.334)

C_S / C_V	$r(1)$	a_1	a_2	a_3	a_5	a_6	a_7
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
2.00	0.00	0.00	0.19	0.99	-0.88	0.01	1.54
	0.30	0.00	0.22	0.99	-0.41	0.01	1.51
	0.50	0.00	0.18	0.98	0.41	0.02	1.47
3.00	0.00	0.00	0.69	0.98	-4.34	0.01	6.78
	0.30	0.00	1.15	1.02	-7.53	-0.04	12.38
	0.50	0.00	1.75	1.00	-11.79	-0.05	21.13
4.00	0.00	0.00	1.36	1.02	-9.68	-0.05	15.55
	0.30	-0.02	2.61	1.13	-19.85	-0.22	34.15
	0.50	-0.02	3.47	1.18	-29.71	-0.41	58.08

Таблиця 1.3 – Коефіцієнти b у формулі (1.335)

$r(1)$	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6
0.00	0.03	2.00	0.92	-5.09	0.03	8.10
0.30	0.03	1.77	0.93	-3.45	0.03	8.03
0.50	0.03	1.63	0.92	-0.97	0.03	7.94

Середні квадратичні похибки вибірових параметрів обчислюються таким чином (С.М. Крицький, М.Ф. Менкель, 1970):

$$\sigma_x = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{1+r(1)}{1-r(1)}}; \quad (1.338)$$

$$\sigma_{c_V} = \frac{C_V}{n+4C_V^2} \sqrt{\frac{n(1+C_V^2)}{2}} \left(1 + \frac{3C_V r(1)^2}{1-r(1)} \right). \quad (1.339)$$

РОЗДІЛ 2

2 РОЗРАХУНКИ РІЧНОГО СТОКУ

2.1 Характеристики річного стоку

Річний стік є кількісною характеристикою стоку, який проходить через переріз русла річки за рік. Річний стік виражається у вигляді витрати води Q , об'єму W , модуля q , шару Y .

Витрата води Q (м³/с) – об'єм стоку (м³), який проходить через переріз русла річки в одиницю часу (секунду). Середня річна витрата підраховується шляхом підсумовування всіх середніх місячних витрат за розглядуваний рік. Отримана сума ділиться на 12 (кількість місяців у році).

Об'єм стоку W (м³ або млн. м³) – об'єм води, який проходить через поперечний переріз русла річки за рік. Величину об'єму стоку за рік можна визначити через значення річної витрати води

$$W = Q \cdot T = Q \cdot 31,54 \cdot 10^6 \text{ (м}^3\text{)}. \quad (2.1)$$

Число $T = 31,5 \cdot 10^6$ - це кількість секунд у році.

Середня багаторічна витрата води або середній багаторічний об'єм стоку є показниками водоносності річок.

Шар стоку Y (мм) показує висоту шару води, яку можна одержати, якщо весь об'єм води, який стікає з водозбору за будь-який інтервал часу T , рівномірно розподілити по всій площі водозбору річки, до якої цей об'єм належить

$$Y = \frac{Q \cdot T}{F \cdot 10^3} = \frac{W}{F \cdot 10^3}, \quad (2.2)$$

де F - площа водозбору, км².

При розрахунках шару стоку за рік формула (2.2) набуває вигляду

$$Y = \frac{Q \cdot T}{F \cdot 10^3} = \frac{Q \cdot 31,54 \cdot 10^3}{F}. \quad (2.3)$$

Модуль стоку q або M (л/(с·км²)) визначається як об'єм води, який стікає у одиницю часу з одиниці площі водозбору за проміжок часу T

$$q = M = \frac{W \cdot 10^3}{F \cdot T} = \frac{Q \cdot 10^3}{F} = \frac{Y \cdot 10^6}{T}. \quad (2.4)$$

При розрахунках модуля стоку за рік формула (2.4) набуває вигляду

$$q = M = \frac{W \cdot 10^3}{F \cdot T} = \frac{Q \cdot 10^3}{F} = \frac{Y \cdot 10^6}{T} = 31,54 \cdot Y. \quad (2.5)$$

Величина річного стоку використовується як інтегральна характеристика водних ресурсів великих територій та держав (О.І. Чеботарьов, 1978).

Водність річок характеризується кількістю води, що виноситься річкою за будь-який період часу у порівнянні із середнім значенням за цей же період часу.

Для характеристики водності використовується поняття про **модульні коефіцієнти стоку**

$$k_i = \frac{q_i}{\bar{q}} = \frac{Q_i}{\bar{Q}} = \frac{W_i}{\bar{W}} = \frac{Y_i}{\bar{Y}}, \quad (2.6)$$

де $\bar{q}, \bar{Q}, \bar{W}, \bar{Y}$ - середні багаторічні величини стоку.

Середнє багаторічне значення модульного коефіцієнта \bar{k} завжди дорівнює одиниці.

Коефіцієнт стоку η являє собою відношення шару стоку (Y) у замикальному створі до шару опадів X , які випали на площу водозбору вище створу та сформували шар стоку за будь-який проміжок часу. Ця величина характеризує внесок опадів у формування стоку

$$\eta = \frac{Y}{X}. \quad (2.7)$$

Здебільшого коефіцієнти стоку η розраховуються з використанням середніх багаторічних значень стоку (\bar{Y}) та опадів \bar{X} .

2.2 Циклічність коливань річного стоку

Дослідження закономірностей коливань річного стоку у часі та по території дозволяють судити про можливість і доцільність використання водних ресурсів держави для забезпечення її потреб.

Річний стік є базовою характеристикою при розробці нових методів гідрологічних розрахунків. Насамперед для річного стоку розробляється більшість гідрологічних моделей, досліджуються питання циклічності коливань стоку річок, наслідки впливу антропогенних чинників, включаючи глобальне потепління, а вже потім відбувається перехід до визначення характеристик стоку у внутрішньорічні фази його формування (весняне водопілля, дощові паводки, зимова та літня або літньо-осіння межень).

Дослідженнями річного стоку у колишньому СРСР займалися такі відомі вчені-гідрологи як Д.І. Кочерін, А.В. Огієвський, Б.Д. Зайков, Д.Л.Соколовський, К.П. Воскресенський, Б.В. Поляков, Л.К. Давидов, П.С.Кузін, В.І. Бабкін, В.Г. Андреянов, А.М. Владимиров.

У Одеському державному екологічному університеті розвиток теорії формування річного стоку знайшов своє відображення у роботах А.М. Бефані, О.Г. Іваненка, О.М. Мельничука, Є.Д. Гопченка, О.В.Гушлі, Н.С. Лободи.

Установлено, що коливання річного стоку характеризуються циклічністю. Циклічність являє собою послідовну зміну нмзки років підвищеної та зниженої водності. До років підвищеної водності відносяться ті, у які стік перевищував середню багаторічну величину річного стоку. Роками зниженої водності є роки, у які річний стік був менше середньої багаторічної величини.

Угрупування років підвищеної водності складає багатоводний період коливань водності або додатну фазу, угрупування років зниженої водності – маловодний період або від’ємну фазу. Тривалість фаз коливань водності не є постійною, через що циклічність називають “несуворою періодичністю”.

Причини прояву циклічності у коливаннях річного стоку розглядалися такими авторами як В.Г. Андреянов (1959), Н.А. Аніскіна (1970), П.С.Кузін (1970), Д.Я. Раткович (1976), В.І. Бабкін (1979), А.В. Рождественський (1988). Основними чинниками, які впливають на формування угрупувань років однієї і тієї ж водності, вважаються:

- загальна циркуляція атмосфери, зумовлена розподілом сонячної радіації навколо земної кулі;
- обертання Землі навколо своєї осі та навколо Сонця;
- зміни сонячної активності.

Для характеристик атмосферної циркуляції у ХХ-ому сторіччі використовували форми циркуляції W, C, E (західну, меридіональну, східну) за Вангенгеймом та Дзердзевським, показники сонячної активності – числа Вольфа та В.Ф. Логінова.

Установлено, що особливості багаторічних коливань водності річок залежать від коливань атмосферної циркуляції. Зміна типу атмосферної циркуляції над досліджуваною територією супроводжується зміною фази коливань водності. Тісний кореляційний зв'язок між річним стоком та показниками сонячної активності має місце лише в 40 % розглянутих випадків (П.С. Кузін, В.І. Бабкін, 1979).

2.2.1 Центри дії атмосфери та їх показники

Оскільки атмосфера циркуляція може значно впливати на коливання водності річок, має сенс розглянути основні показники великомасштабних атмосферних процесів, які діють над Європою і Україною в тому числі.

Переважаючі атмосферні процеси, які визначають клімат над Європою та значною частиною Азіатського материка, формуються над Північною Атлантикою й прилеглими територіями. У Північній та Південній півкулях в полях тиску виділяються області високого й низького тиску, які називаються ***центрами дії атмосфери*** (Л.Д. Гончарова, 2005). Центри дії атмосфери характеризують райони, де переважає циклонічна або антициклонічна діяльність. У районі Ісландії повторюваність циклонів найбільша й при осередненні полів тиску тут формується глибока депресія, що дістала назву ***Ісландської***. Підвищена повторюваність антициклонів в Північній півкулі відповідає ***Азорському максимуму***. Термобаричні взаємодії в системі “океан-атмосфера” між центрами дії атмосфери одержали назву атмосферних осциляцій. Північно-Атлантичне коливання (ПАК) відносяться до аномалій тиску, які періодично змінюються в районі Північної Атлантики. Різниця тиску, яка виникає між центрами дії атмосфери (Ісландським мінімумом та Азорським максимумом), визначає меридіональний градієнт тиску (С.В. Уво, 2003). Північно - Атлантичне коливання розглядається як частина масштабнішого Арктичного коливання (D. W. Thompson, J.M.Wallace, 1998). Арктичним коливанням (Арктичною осциляцією) є періодичне посилення та послаблення арктичного максимуму атмосферного тиску. Послаблення Арктичного максимуму пов'язане з посиленням циклонічної діяльності над Арктичним басейном, підвищенням температури повітря, збільшенням опадів. Північно - Атлантичне коливання перерозподіляє атмосферні маси між Північним Атлантичним субтропічним максимумом (Азорським) та полярним мінімумом (Ісландським), визначаючи

тим самим кліматичну мінливість від східного побережжя США до Сибіру, а також від Арктики до субтропічної Атлантики. Характеристиками Північноатлантичного коливання є так звані індекси ПАК (James W., 2005). Індекси Північно-Атлантичного коливання (ПАК) можна представити в такому вигляді: як індекс, що базується на різниці тиску над рівнем моря між Лісабоном (Португалія) і Рейк'явіком (Ісландія) для зимового сезону (грудень – березень); річний, місячний та сезонний індекси, що базуються на різниці тиску над рівнем моря між Понта Дельгада (Азорські острови) й Рейк'явіком (Ісландія) та інші кількісні показники, побудовані на основі статистичної структури полів тиску (А.Б. Полонський, Д.В. Башарін, Є.М.Воскресенська, С. Ворлі, 2004). У 80-і роки минулого сторіччя були досліджені методами багатовимірною статистичного аналізу місячні значення нормалізованих полів аномалій тиску на рівні 500 мб для всієї Північної Півкулі (20°-90° півн. ш.). В результаті було виділено 10 складових, які відображають існування телеконнекційних схем в атмосфері (A.G.Barnston, R.E. Livezey, 1987). Отримані складові були співвіднесені з Північним Атлантичним коливанням, Тихоокеанською/Північно-Американською схемою; Східно-Атлантичною схемою; Західною Тихоокеанською схемою; Східно-Атлантичною – Північною Тихоокеанською схемою; Скандинавською схемою й так далі. Дані по індексах, визначених у такий спосіб, наводяться у літературних джерелах, починаючи з 1950 року.

З коливаннями ПАК пов'язують коливання клімату на Європейському континенті. Розглядаються дві фази ПАК – додатна й від'ємна. При додатній фазі ПАК Ісландська депресія заглиблюється, а Азорський антициклон посилюється. При від'ємній фазі ПАК взаємодія цих центрів послаблюється й центр Азорського антициклону зміщується до берегів Північної Африки. Великі горизонтальні градієнти тиску при додатній фазі ПАК утворюються взимку. У зв'язку з цим зимовий індекс ПАК розглядається як основний показник формування клімату Європи. ПАК визначає характер бароклінності, положення та інтенсивності західного переносу в атмосфері, траєкторії циклонічних вихорів й їх інтенсивність. Додатна фаза Північно-Атлантичного коливання зв'язується з посиленням західних вітрів, підвищенням температур та опадів в Північній Європі й відповідним зниженням штормової діяльності та опадів в Південній Європі. Від'ємна фаза ПАК супроводжується збільшенням сухості клімату в Північній Європі й надходженням вологих повітряних мас до Південної Європи (Північно-Західне Причорномор'я у межах України).

Північно-Каспійська осциляція (North Sea-Caspian Pattern) впливає на розвиток атмосферних процесів у Центральній та Східній Європі, а також на Близькому й Середньому Сході.

Важливою складовою загальної циркуляції атмосфери є циклонічна та антициклонічна діяльність позатропічних широт, яка пов'язується із центрами дії атмосфери. До центрів із високим тиском окрім Азорського максимуму відносяться Сибірський (Азіатський), Північно-Американський, Південно-Атлантичний, Південно – Індійський та Південно-Тихоокеанський максимуми. Три останніх розташовані у субтропіках над океанами й добре виражені як у зимовий період, так і в літній. Дія Сибірського максимуму над Україною проявляється у зимовий період, а Азорського – влітку.

До числа атмосферних центрів із низьким тиском відноситься, окрім Ісландської області низького тиску, ще й Алеутська область (Алеутська депресія) або Алеутський мінімум.

Території, які зазнають впливу тих чи інших атмосферних утворень, також можуть змінюватись. Так, в середині XX сторіччя у теплий період року під впливом відрогу Азорського антициклону перебувала тільки західна територія України, а на початку XXI сторіччя під його впливом опинилася вся Україна. Взимку в середині XX сторіччя на всю територію України розповсюджувалася дія Сибірського антициклону (Сибірського максимуму), вплив якого у кінці сторіччя скоротився до меж східної України, а на початку XXI сторіччя його дія перекрилася Алеутською депресією та Європейською улоговиною. Це означає зменшення кількості зим із стійкими морозами та надходження теплого повітря взимку від субтропічного антициклону (В.Ф. Мартазінова, О.К. Іванова, Д.Ю. Чайка, 2007). Таким чином, зміна стану центрів дії атмосфери в залежності від їх положення й активності здатна впливати на кліматичні чинники формування стоку, насамперед, весняного водопілля.

2.2.2 Дослідження впливу великомасштабних атмосферних процесів на річний стік

Дослідження річного стоку та індексів атмосферних коливань, виконані в Одеському державному екологічному університеті під керівництвом проф. Лободи Н.С., показали, що найбільш значним великомасштабним атмосферним процесом, який визначає статистичну структуру полів річного стоку України, є Арктичне коливання. Наступними за значущістю впливу на річний стік є Північно-Атлантичне коливання (ПАК) та Скандинавське коливання (СК). Північно-Атлантичне коливання забезпечує різницю у характері коливань стоку між заходом та сходом України, Скандинавське - між північчю та півднем й має значний вплив на мінливість стоку верхньої течії р. Дніпро до м. Київ (Н.С. Лобода, А.О. Коробчинська, 2010).

У період з 1981 -2002 рр., який відповідає додатній фазі коливань ПАК, виявлений значущий статистичний зв'язок між індексами Північно-

Атлантичного коливання (ПАК) та температурами повітря: коефіцієнти кореляції змінюються від 0,80 до 0,40 (табл.2.1). Вплив ПАК на температуру повітря у найбільшій мірі проявляється у зимовий та весняний сезони й зумовлює зміни у термічному режимі річок під час утворення льодових явищ (Н.С. Лобода, А.О. Коробчинська, А.О. Рудник, 2008; Н.С. Лобода, А.М. Сіренко, 2010). Стосовно опадів тісні лінійні зв'язки із індексом ПАК установлені тільки для метеостанцій західної частини України. Слід зазначити, що у попередній період (до 1981 р.) тісних зв'язків ($r > 0.7$) індексів ПАК із такими метеорологічними характеристиками як температури повітря (T) й опади (X) не виявлено (Н.С. Лобода, 2010).

Таблиця 2.1 - Коефіцієнти кореляції між індексами ПАК, опадами (X) і температурами повітря (T) за період спостережень (після 1980 року)

Метеостанції	Характеристика	Рік	Зима (XII-II)	Весна (III-V)	Літо (VI-VIII)	Осінь (IX-XI)
Житомир	X	0,19	0,03	0,18	0,21	0,22
	T	0,64	0,75	0,67	0,00	0,50
Умань	X	0,26	0,06	0,12	0,10	0,18
	T	0,59	0,59	0,54	0,00	0,27
Київ	X	0,47	0,14	0,29	0,18	0,43
	T	0,59	0,60	0,52	0,00	0,43
Кам'янець-Подільський	X	0,54	0,21	0,36	0,23	0,60
	T	0,80	0,53	0,56	0,04	0,49
Тернопіль	X	0,75	0,43	0,36	0,57	0,61
	T	0,79	0,70	0,61	0,10	0,58
Луганськ	X	0,34	0,15	0,19	0,23	0,39
	T	0,40	0,47	0,48	0,11	0,01
Харків	X	0,41	0,20	0,00	0,21	0,28
	T	0,47	0,51	0,51	0,08	0,19

Інтенсивність, активність центрів дії атмосфери та їх розташування постійно змінюються, а отже, змінюється їх вплив на характер коливань річного стоку. Переважання впливу західних атмосферних процесів над східними у останні десятиріччя спричинило посилення зв'язків між річним стоком та індексами атмосферної циркуляції ПАК та СК: значення коефіцієнтів кореляції, які відповідають даним після 1980 р., почали зростати у порівнянні із попереднім періодом. Коефіцієнти кореляції для індексів СК вищі на території півночі та північного сходу, а із індексами ПАК – на заході України (табл.2.2).

Таблиця 2.2 – Взаємозв’язок річного стоку (кореляція) та індексів Північно-Атлантичного ($I_{ПАК}$) та Скандинавського ($I_{СК}$) коливань

Річка-пост	Кореляція з $I_{ПАК}$			Кореляція з $I_{СК}$		
	за весь період спостережень	до 1980 року	після 1980 року	за весь період спостережень	до 1980 року	після 1980 року
Дніпро – м.Київ	0,13	0,14	0,15	0,25	0,33	0,51
Прип’ять – м.Мозир	0,00	0,10	0,22	0,20	0,06	0,35
Південний Буг – с.Олександрівка	0,39	0,39	0,47	0,08	0,03	0,19
Десна – м.Чернігів	0,13	0,22	0,19	0,46	0,29	0,57
Дністер – с.Заліщики	0,20	0,19	0,31	0,10	0,07	0,07
Західний Буг – м.Вишків	0,11	0,04	0,24	0,10	0,07	0,24
Сіверський Донець – м.Зміїв	0,37	0,47	0,27	0,48	0,20	0,14
Прут – м.Чернівці	0,28	0,32	0,31	0,07	0,12	0,06
Тиса – м.Жегед	0,43	0,42	0,65	0,08	0,02	0,39
Мюреш – м.Арад	0,24	0,23	0,43	0,07	0,08	0,02
Дністер – м.Бендери	0,25	0,21	0,35	0,12	0,02	0,01
Дунай – м.Братислава	0,21	0,17	0,63	0,14	0,08	0,35

2.2.3 Норма стоку

Річний стік розглядається як реалізація ергодичного стаціонарного процесу і його математичне сподівання має бути постійною у часі величиною.

Якщо гідрологічний ряд хронологічно цілком розташовується у межах фази підвищеного стоку, то розрахована середня величина стоку буде завищеною, а у межах фази зниженого стоку – заниженою по відношенню до математичного сподівання усього випадкового процесу в цілому. Отже неврахування циклічності коливань річного стоку може призвести до значних похибок при розрахунках характеристик річного стоку, через що введено поняття “норма річного стоку”.

Нормою річного стоку називається його середня величина, розрахована за багаторічний період із незмінними ландшафтними, географічними умовами, які відносяться до сучасної геологічної епохи та характеризуються однаковим рівнем господарського освоєння річки. Багаторічний ряд спостережень, за яким визначається норма стоку, повинен включати не менше двох повних циклів коливань водності. Цикли водності складаються з двох фаз - багатоводної та маловодної (К.П.Клібашев, І.Ф. Горошков, 1970).

Наближене значення норми річного стоку найбільш близьке до дійсного можна визначити з ряду, який включає до себе найбільшу кількість циклів (К.П. Воскресенський, 1967).

Норма стоку є середнім арифметичним значенням характеристик гідрологічного режиму за багаторічний період такої тривалості, при збільшенні якої отримане середнє арифметичне значення суттєво не змінюється.

Поняття про норму стоку використовується й для характеристики стоку за різні фази його формування.

2.2.3.1 Згладжування часових рядів річного стоку методами ковзного осереднення

Виділення циклів водності за хронологічним рядом стоку з метою визначення норми стоку є непростю задачею. Визначати тривалість та межі циклів водності на основі хронологічних графіків коливань річного стоку дуже важко, оскільки на загальному фоні маловодних років можуть виділятися окремі роки високої водності і навпаки. Так, у створі р.Десна – м.Чернігів з початку 40-х років минулого сторіччя спостерігалася маловодна фаза стоку, яка закінчилася у 80-ті роки. Проте у 1970 році спостерігалася високе значення річного стоку, яке добре виділяється на графіку (рис.2.1).

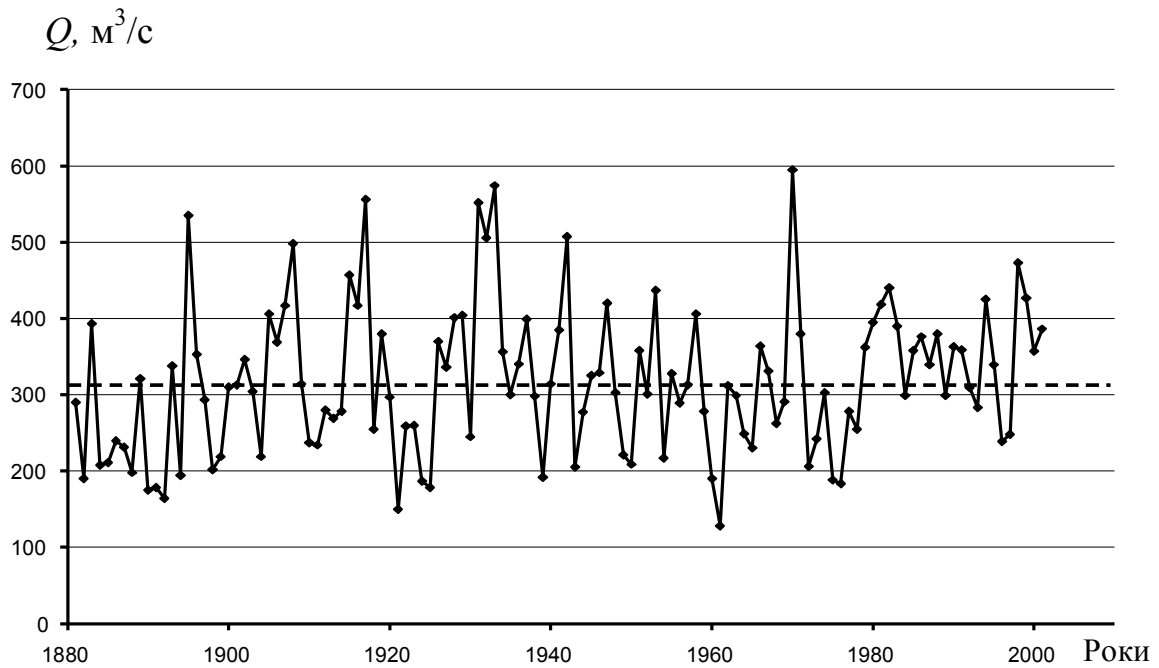


Рисунок 2.1 - Багаторічний хід коливань річних значень витрат води у створі р. Десна - м. Чернігів відносно середнього багаторічного значення

Щоб зменшити прояв властивостей кожного з окремих років, використовують методи механічного вирівнювання рядів або згладжування. Одним із найпростіших методів згладжування є розрахунок ковзних середніх або рухомих середніх.

Згладжування емпіричних даних передбачає заміну таблиці вихідних величин іншою таблицею близьких до них величин, які можна представити у вигляді точок, розміщених на доволі гладкій кривій. Згладжування виконується з допомогою багаточленів. Найкращі результати згладжування установлені для середніх точок обраного інтервалу згладжування, коли враховується інформація про поведінку функції з обох боків від розглядуваної точки. Кількість точок для згладжування береться непарною, а групи точок – змінними за всією таблицею. Беруть наприклад, перші три точки q_1, q_2 і q_3 , згладжують середню точку q_2 , потім розглядають подальшу групу точок q_2, q_3, q_4 і згладжують точку q_3 і т.д. до кінця таблиці даних. Тобто визначається інтервал згладжування, у межах якого розраховується середня величина. Цей інтервал ніби “ковзає” по ряду із кроком, рівним одиниці. Для таблиці зі сталим кроком згладжування найпростішим є багаточлен першого ступеня згладжування

$$\tilde{q}_i = \frac{1}{T} \sum_{K=-\frac{T-1}{2}}^{K=\frac{T-1}{2}} q_{i+K}, \quad (2.8)$$

де \tilde{q}_i - згладжене значення річного стоку;

T – інтервал осереднення.

У наведеному вище прикладі інтервал згладжування T дорівнював 3. За (2.8) згладжені значення визначаються таким чином

$$\tilde{q}_2 = \frac{1}{3}(q_1 + q_2 + q_3); \quad (2.9)$$

$$\tilde{q}_3 = \frac{1}{3}(q_2 + q_3 + q_4) \text{ й т.д.} \quad (2.10)$$

Оператор згладжування не розповсюджується на крайові значення ряду. Тому під час згладжування за трьома точками (“трирічками”) крайові величини ряду визначаються так:

$$\tilde{q}_1 = \frac{1}{6}(5q_1 + 2q_2 - q_3), \quad (2.12)$$

$$\tilde{q}_n = \frac{1}{6}(-q_{n-2} + 2q_{n-1} + 5q_n). \quad (2.13)$$

У процесі згладжування за п’ятьма точками (“п’ятирічками”) крайові значення розраховуються за такими формулами:

а) на початку ряду

$$\tilde{q}_1 = 0.2(3q_1 + 2q_2 + q_3 - q_5); \quad (2.14)$$

$$\tilde{q}_2 = 0.1(4q_1 + 3q_2 + 2q_3 + q_4); \quad (2.15)$$

б) у кінці ряду

$$\tilde{q}_{n-1} = 0.1(q_{n-3} + 2q_{n-2} + 3q_{n-1} + 4q_n); \quad (2.16)$$

$$\tilde{q}_n = 0.2(-q_{n-4} + q_{n-2} + 2q_{n-1} + 3q_n). \quad (2.17)$$

Такий тип згладжування називають методом простих ковзних середніх. При його застосуванні межі переходу від одного виду угруповання (фази) до іншого “розмиваються”, оскільки всі елементи згладжування рівноцінні. Чим більший інтервал згладжування, тим більша похибка визначення дати переходу.

Більшу точність дає згладжування за методом *зважених ковзних середніх*. Кожному елементу, який входить до інтервалу T , надається своя вага, що залежить від відстані між розглядуваним та центральним елементами. Припустимо, що для кожного інтервалу згладжування підбирається поліном $\tilde{q}_i = a + bi + ci^2 + mi^3, \dots$, де i - порядковий номер у межах інтервалу згладжування. Припустимо, що для згладжування використовується парабола другого степеня $\tilde{q}_i = a + bi + ci^2$. Центральна ордината цієї параболи береться за згладжене значення. Якщо відлік часу у межах інтервалу згладжування відбувається від його середини, тобто $i = \dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots$, то згладжене значення дорівнює параметру a підібраної параболи.

Розрахунки зважених (поліноміальних) ковзних середніх виконуються за такими формулами (Є.М. Четиркін, 1977)

$$T=5$$

$$\tilde{q}_i = \frac{1}{35}(-3q_{i-2} + 12q_{i-1} + 17q_i + 12q_{i+1} - 3q_{i+2}); \quad (2.18)$$

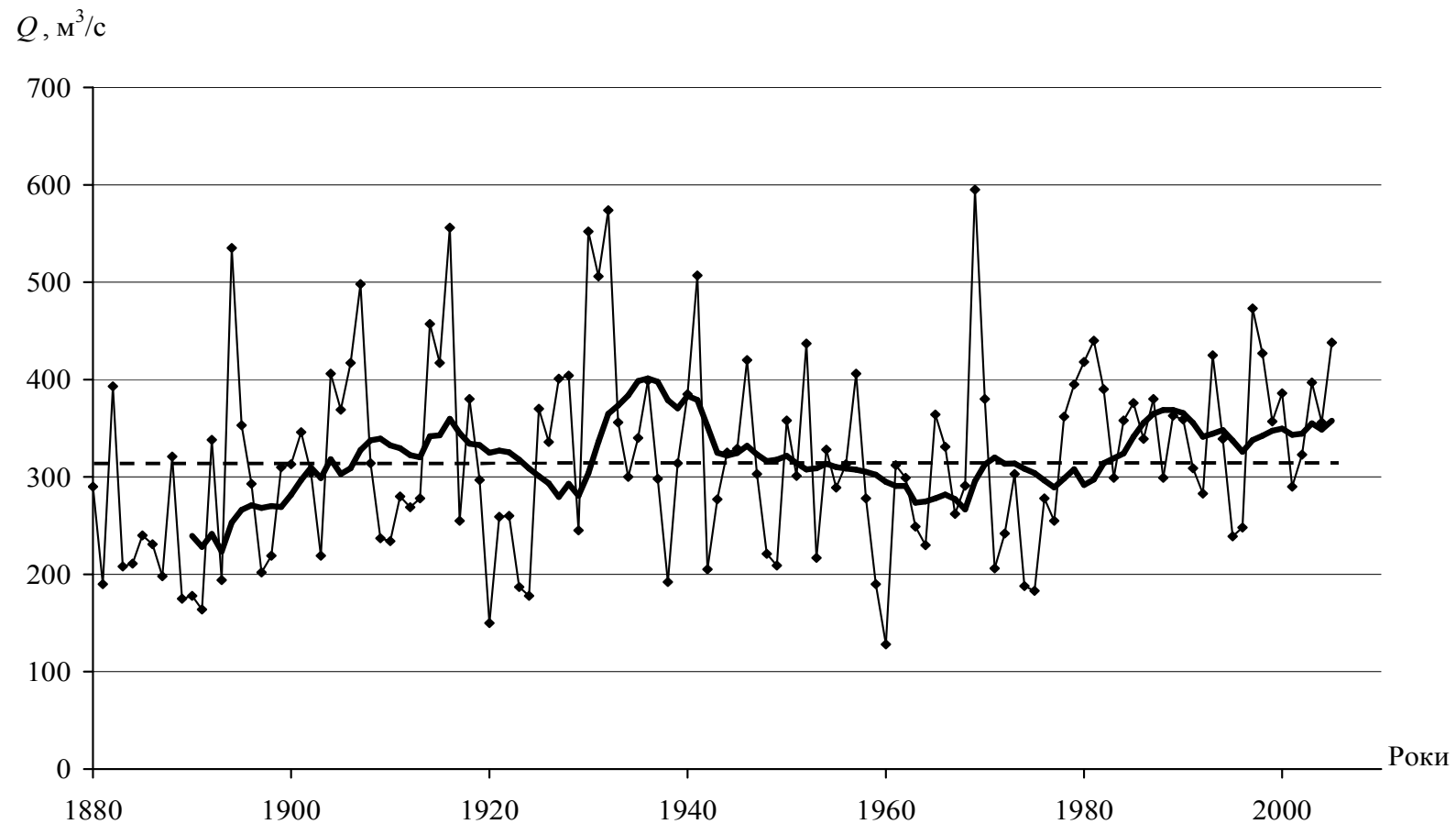
$$T=7$$

$$\tilde{q}_i = \frac{1}{21}(-2q_{i-3} + 3q_{i-2} + 6q_{i-1} + 7q_i + 6q_{i+1} + 3q_{i+2} - 2q_{i+3}); \quad (2.19)$$

$$T=9$$

$$\tilde{q}_i = \frac{1}{231}(-21q_{i-4} + 14q_{i-3} + 39q_{i-2} + 54q_{i-1} + 59q_i + 54q_{i+1} + 39q_{i+2} + 14q_{i+3} - 21q_{i+4}) \quad (2.20)$$

У наведених формулах ваги симетричні відносно центрального елемента, а сума вагових коефіцієнтів з урахуванням множника перед дужками дорівнює одиниці. Серед вагових коефіцієнтів є й від’ємні елементи. Завдяки такій властивості згладжена крива зберігає характерні особливості вихідного ряду. Приклад згладжування на основі методу ковзних середніх показано на рис.2.2. Та частина згладженої кривої, яка вища від середнього значення стоку, показує багатоводну фазу його коливань, а та, що нижча від середнього—маловодну.



— нормальний ряд; — згладжений ряд; ---- середньоарифметичний

Рисунок 2.2 – Хронологічний хід коливань річного стоку у створі р. Десна – м. Чернігів відносно середнього арифметичного значення, згладжений по 11-річках

На основі аналізу згладженого по 11-річках ряду річного стоку р.Десна – м.Чернігів виділяється маловодна фаза, яка триває від початку спостережень до 1904 року. Багатоводна фаза починається з 1905 року та закінчується у 1960, але в її ході виділяється короткочасний перехід у маловодні роки (1925-1930 рр.). Починаючи з 1961 року, коливання згладженого ряду відбуваються навколо середнього арифметичного значення до 1978 року і лише у 1979 році спостерігається стійкий перехід у багатоводну фазу. Із зростанням інтервалу згладжування більш вираженими стають виділені фази водності, але втрачаються крайові члени ряду та “розмиваються” межі переходу з однієї фази водності в іншу.

2.2.3.2 Виділення циклів водності на основі різницевих інтегральних кривих

Найчастіше в практиці гідрологічних розрахунків для виділення фаз і циклів водності використовуються різницеві інтегральні криві, ординати яких являють собою послідовне накопичення відхилень величин стоку від середнього значення. Порівняння кривих легше виконувати при їх представленні у вигляді безрозмірних, тобто модульних, коефіцієнтів стоку $\left(k_i = \frac{q_i}{\bar{q}} = \frac{Q_i}{\bar{Q}} = \frac{W_i}{\bar{W}} = \frac{Y_i}{\bar{Y}}\right)$. Середнє багаторічне значення модульного коефіцієнта завжди дорівнює одиниці, отже, поточні ординати різницевої інтегральної кривої на кінець t -го року від початку побудування кривої визначають за рівнянням

$$\sum_{i=1}^t (k_i - 1) = f(t), \quad (2.21)$$

де k_i - модульний коефіцієнт.

Різницева інтегральна крива стоку, як і будь-яка інтегральна крива, має таку властивість. Відхилення середнього значення величини (модульного коефіцієнта) за будь-який інтервал часу m від його середнього значення за багаторічний період спостережень дорівнює одиниці, характеризується тангенсом кута нахилу лінії, яка поєднує точки початку та кінця інтервалу, до горизонтальної прямої і визначається за формулою

$$\operatorname{tg} \alpha = (k_i - 1)_{\text{сеп}} = \frac{l_k - l_n}{m} = \frac{\sum_{i=1}^n (k_i - 1) - \sum_{i=1}^{n-m} (k_i - 1)}{m} = \frac{\sum_{i=1}^m (k_i - 1)}{m}, \quad (2.22)$$

де l_k, l_n - відповідно кінцева та початкова ординати інтегральної кривої для періоду часу, який розглядається;

m – число років у періоді часу (рис 2.3).

Період часу, для якого ділянка інтегральної кривої має нахил вгору відносно осі абсцис та значення $(k_i - 1)_{сер}$ додатне (переважають додатні відхилення від середнього), відповідає багатоводній фазі коливань стоку. Період, для якого з'єднуюча лінія і відповідна ділянка нахилена вниз та $(k_i - 1)_{сер}$ має від'ємне значення, відповідає маловодній фазі (К.П. Клібашев, І.Ф. Горошков, 1970). Для одного виділеного циклу, який складається із однієї багатоводної та однієї маловодної фаз, середнє значення модульного коефіцієнта $k_{сер}$ дорівнюватиме 1, для багатоводного – більше за 1,

для маловодного – менше за 1, сума $\sum_{i=1}^m (k_i - 1) = 0$ для одного або декількох циклів.

Розрахунковий репрезентативний період встановлюється на основі різницевої інтегральних кривих або згладжених кривих річного стоку. Цикли малої тривалості (декілька років) не враховуються. Виключаються також неповні цикли, які містять у собі тільки багатоводну або тільки маловодну фази. Аналіз різницевої інтегральної кривої, наведеної на рис.2.3 для періоду спостережень 1883-2006 рр., дозволив установити, що в коливаннях річного стоку р.Десна – м.Чернігів можна виділити дві маловодних та дві багатоводних фази, остання з яких ще не закінчилася. Перша маловодна фаза тривала з початку спостережень (1881 р.) до 1904 р. включно, перша багатоводна - з 1905 до 1942 р., друга маловодна фаза розпочалася у 1943р. і тривала до 1978 р., після чого у коливаннях річного стоку знов виділяється багатоводна фаза. Середній модульний коефіцієнт за весь період спостережень становить 1,055, тобто похибка розрахунку за вибіркою довжиною 130 років дорівнює 5,5 %. Виберемо цикли водності за характерними точками, наприклад, за точками максимумів різницевої інтегральної кривої (1883, 1942, 2001 рр.). Середнє значення модульного коефіцієнта за обраний цикл 1883-1942 рр. дорівнює 0,999, а за цикл 1943-2001 рр. величина $k_{сер}=1,003$. Якщо ж визначити середній модульний коефіцієнт для багатоводної фази (1979-2006 рр.), то $k_{сер}=1,13$, тобто похибка розрахунків досягне 13 %.

При виборі періоду розрахунків за точками різницевої інтегральної кривої, в яких вона досягає найменших значень (1904,1925,1978), отримаємо для періоду 1904-1925 рр. $k_{сер}=0,992$; 1924-1978 рр. $k_{сер}=1,002$; 1930 - 1978 рр. - $k_{сер}=0.996$. Отримані результати показують, що досліджуваний ряд річного стоку є репрезентативним і може використовуватись для визначення статистичних параметрів.

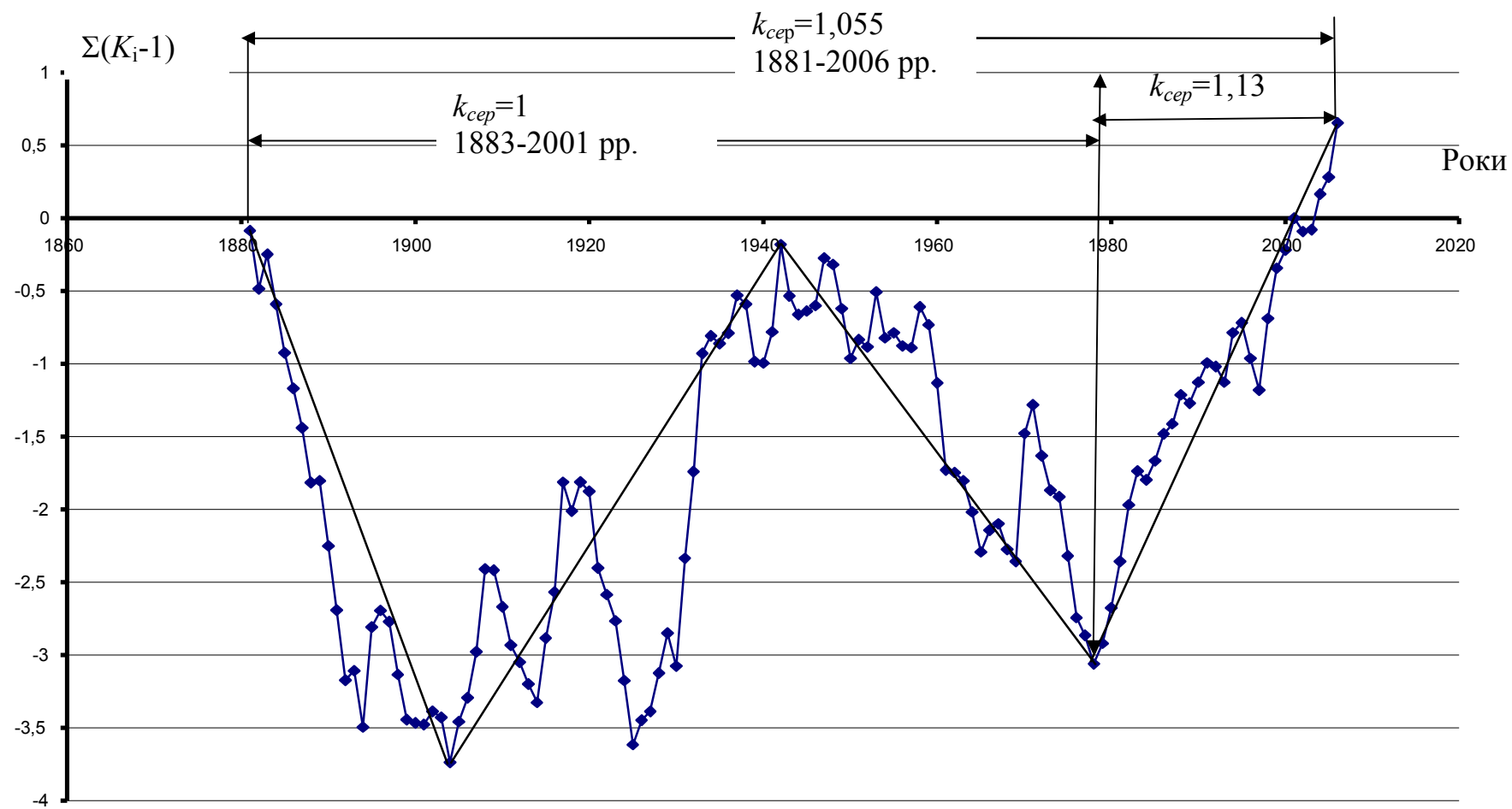


Рисунок 2.3 - Різницева інтегральна крива річного стоку у створі р.Десна - м.Чернігів

2.2.3.3 Синхронність коливань річного стоку

Поняття циклічності коливань річного стоку зв'язується з поняттям синхронності.

Оскільки циклічність коливань річного стоку зумовлена коливаннями великомасштабних атмосферних процесів, які змінюються у часі і просторі, то закономірності коливань стоку не можуть бути однаковими на річках, розділених значними відстанями та різними умовами формування стоку, насамперед, кліматичними.

Синхронними називають коливання стоку річок, на яких спостерігається однаковий хід водності протягом всього інтервалу часу, а **асинхронними** - коливання стоку, які мають протилежний хід водності. Під синфазністю та асинфазністю стоку розуміють однаковий або протилежний хід коливань не на всьому розглядуваному інтервалі часу, а по періодах водності (по групах багатоводних та маловодних років).

Кількісною мірою синхронності коливань стоку є коефіцієнт кореляції між двома рядами з однаковим періодом спостережень. Коливання вважаються синхронними, якщо коефіцієнт кореляції перевищує 0,7 (СНіП 2.01.14-83), й синфазними, коли коефіцієнт кореляції менший за 0,7, але більший за 0,4. Якщо коефіцієнт кореляції менший за 0,4 коливання вважаються несинфазними (Є.П. Школьник, І.Д. Лосєва, Л.Д. Гончарова, 1999).

У сучасності для аналізу синхронності коливань гідрологічних величин використовуються методи багатовимірної статистичної аналізу (СНіП 2.01.14-83). Так, Н.С. Лободою за допомогою факторного аналізу та методу головних компонент виконано районування території України за синхронністю коливань стоку (Н.С. Лобода, 2005). Виділено два райони: Західний (І) та Східний (ІІ). Район І включає до себе річки Закарпаття, Передкарпаття, басейни рр. Дністер та Прут, Західний Буг, правобережні притоки р. Прип'ять, верхів'я р. Південний Буг (до впадіння р.Ров включно), а також праві притоки р.Дніпро до впадіння р.Рось. До району ІІ відносяться лівобережні та правобережні (починаючи з р.Рось) притоки р.Дніпро, р. Південний Буг (нижче впадіння р.Ров), річки межиріч Дунай-Дністер та Дністер-Південний Буг, водозбори річки Сіверський Донець та водозбори річок Приазов'я (рис.2.4).

Ефективним методом виявлення проявів синхронності чи синфазності коливань річного стоку є побудова суміщених графіків різницевої інтегральних кривих стоку та графіків лінійного зв'язку із визначенням коефіцієнтів кореляції. Так, на основі рисунка 2.5 можна зробити висновок про синфазність коливань річного стоку р.Неман та верхньої течії р.Дніпро, включаючи її притоку Сож, які беруть початок з Валдайської височини і мають близькі кліматичні умови формування стоку.

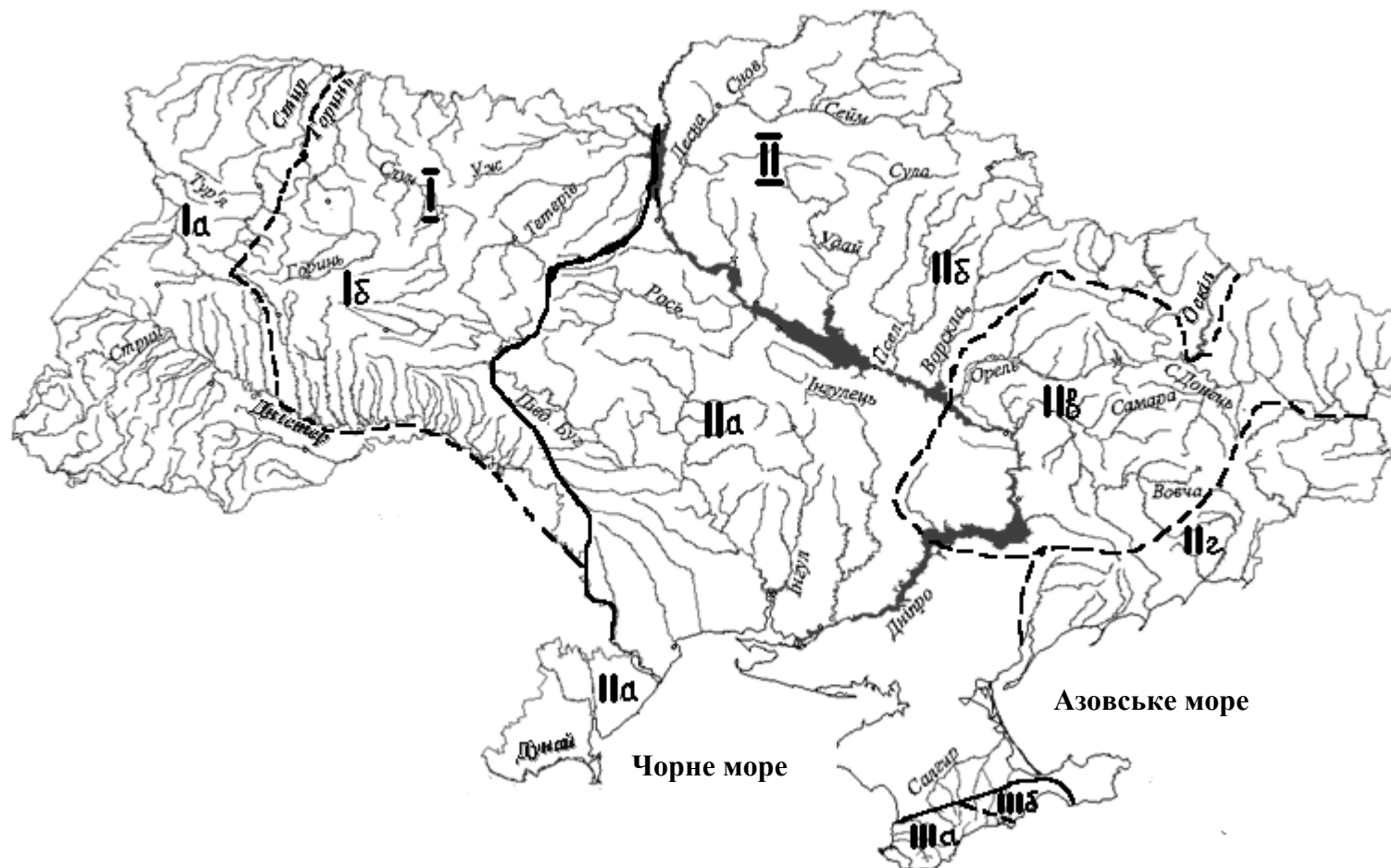
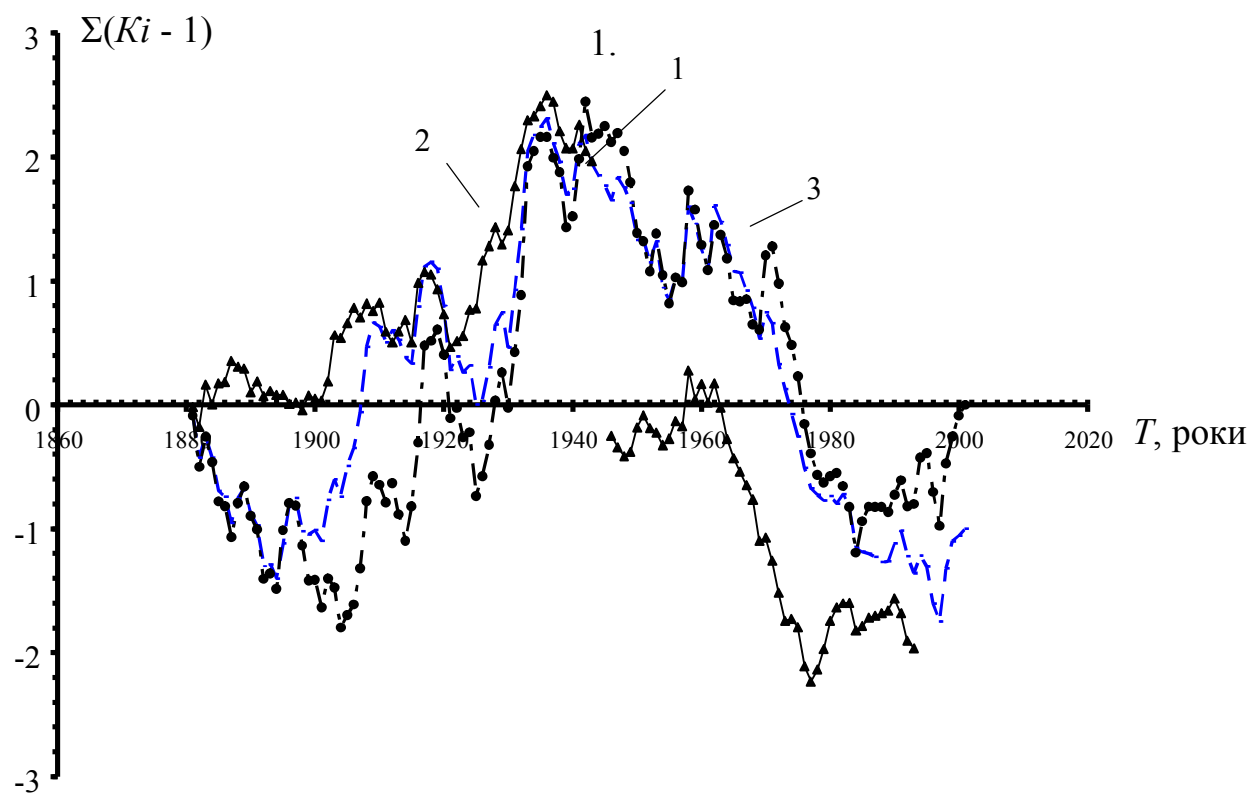


Рисунок 2.4 - Карта-схема районів із синфазними коливаннями річного стоку річок України



1. Дніпро – Річиця; 2. Неман – Смолянінкай; 3. Сож - Гомель

Рисунок 2.5 - Суміщені різницеві інтегральні криві річного стоку у басейні річок Дніпро та Неман

2.3 Розрахунки характеристик річного стоку при тривалих рядах спостережень

Визначення розрахункових гідрологічних характеристик при наявності даних гідрометричних спостережень достатньої тривалості відбувається шляхом застосування аналітичних функцій розподілу щорічних ймовірностей перевищення заданих величин стоку.

Тривалість спостережень слід вважати достатньою, якщо розглядуваний період репрезентативний, а відносна середньоквадратична похибка розрахункового значення досліджуваної гідрологічної характеристики не перевищує 10 % для річного і сезонного стоку та 20 % – для максимального й мінімального стоку.

Репрезентативність ряду спостережень за гідрологічною характеристикою необхідно визначати за відносною середньоквадратичною похибкою визначення середнього значення ряду та циклічністю коливань стоку, яку установлюють на основі аналізу різницевих інтегральних кривих. Середня арифметична величина річного стоку має бути сталою у часі, відносна середньоквадратична похибка розрахункового значення досліджуваної гідрологічної характеристики не перевищуватиме 10 %, а період коливань включатиме до себе не менше двох циклів.

Як аналітичні функції розподілу, користуються трипараметричний закон гама-розподілу С.М. Крицького та М.Ф. Менкеля при будь-якому співвідношенні C_S / C_V та розподіл Пірсона III.

Статистичні параметри трипараметричного закону гама-розподілу С.М. Крицького та М.Ф. Менкеля визначаються за методом найбільшої правдоподібності через статистики $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$, розрахунки яких відбуваються за формулами (1.95), (1.98), (1.99). Величина λ_1 являє собою середнє арифметичне \bar{x} досліджуваного ряду, а коефіцієнт варіації C_V та відношення C_S / C_V визначаються за статистиками λ_2, λ_3 за спеціально розробленими номограмами (СНіП 2.01.14-83).

Відносні середні квадратичні похибки розрахунку статистичних параметрів за даними спостережень визначаються за формулами (1.100), (1.101), (1.102) та графіками на рис. 1.11, 1.12.

Якщо виконуються умови $C_V \leq 0.5$ та $C_S \geq 2C_V$, до розрахунків стоку можна застосовувати аналітичний закон Пірсона III. Статистичні параметри у цьому випадку розраховуються за методом моментів, розрахункові формули якого наведені у першому розділі. Для розрахунків середнього арифметичного рекомендується використовувати формулу (1.33). Коефіцієнт варіації C_V має визначатися за (1.45). Коефіцієнт асиметрії установлюється за (1.51).

Середні квадратичні статистичних параметрів від відповідних значень генеральної сукупності встановлюються за спеціальними формулами, виведеними на базі методу статистичних випробувань, а саме: (1.65), (1.67), (1.68); їх відносні значення ε_A обчислюються за (1.70), (1.71), (1.72).

Коефіцієнт автокореляції, згідно з СНіП 2.01.14-83, рекомендується визначати за такою формулою

$$r(1) = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (q_i - \bar{q}_1) \cdot (q_{i+1} - \bar{q}_2)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n-1} (q_i - \bar{q}_1)^2 \cdot \sum_{i=2}^n (q_i - \bar{q}_2)^2}}, \quad (2.23)$$

де q_{i+1}, q_i - наступне та попереднє значення вихідного ряду стоку відповідно;

\bar{q}_1, \bar{q}_2 - середні арифметичні значення стоку, розраховані для одержаних з вихідних рядів, які “втрачають” крайові члени при їх зсуві на один крок,

$$\bar{q}_1 = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{q_i}{n-1}; \quad \bar{q}_2 = \sum_{i=2}^n \frac{q_i}{n-1}. \quad (2.24)$$

Для репрезентативного ряду втрата крайових елементів при зсуві дуже мало впливає на кінцевий результат, а отже, визначення коефіцієнта автокореляції може відбуватися за (1.331).

Зв'язок між суміжними членами ряду береться до уваги, коли $r(1)$ визнається статистично значущим, тобто виконується умова (1.333). З метою усунення впливу внутрішньорядних зв'язків на точність визначення статистичних параметрів C_V та C_S використовуються поправкові коефіцієнти, наведені у табл. 1.2 та 1.3, а також формули (1.334) та (1.335), на основі яких відбувається установа “виправлених” значень C_V та C_S .

Середнє квадратичне відхилення середньої арифметичної величини $\sigma_{\bar{x}}$ та коефіцієнта варіації при $r(1) < 0.5$ визначаються за (1.338) та (1.339). Якщо коефіцієнт автокореляції $r(1)$ рівний або більший за 0,5, рекомендовано формулу такого вигляду (СНіП 2.01.14-83)

$$\sigma_x = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{1 + \frac{2r}{n(1-r)} \left(n - \frac{1-r^n}{1-r} \right)}{1 - \frac{2r}{n(n-1)(1-r)} \left(n - \frac{1-r^n}{1-r} \right)}} . \quad (2.25)$$

У польових умовах або при відсутності комп'ютерного забезпечення для розрахунків статистичних параметрів рядів стоку використовується графо-аналітичний метод. Характерні точки, необхідні для розрахунків, установлюються на основі емпіричних кривих забезпеченостей (ймовірностей перевищення).

Для згладжування та екстраполяції емпіричних кривих розподілу щорічних ймовірностей перевищення слід застосовувати:

- при будь-якому відношенні $\frac{C_S}{C_V}$ – трипараметричний гамма-розподіл С. М. Крицького - М. Ф. Менкеля;
- при $\frac{C_S}{C_V} \geq 2$ – розподіл Пірсона III типу;
- при $C_S \geq (3C_V + C_V^3)$ - лог-нормальний розподіл та інші розподіли, що мають границі випадкової змінної від нуля або від додатного значення до нескінченності.

Середня арифметична величина стоку \bar{x} при застосуванні графо-аналітичного методу визначається за формулою (1.125), середнє квадратичне відхилення величин стоку від середньої багаторічної величини σ_x установлюється за (1.124), коефіцієнт варіації C_V розраховується за (1.117). Коефіцієнт асиметрії C_S установлюється за коефіцієнтом скісності S та обраним законом розподілу (Пірсона III або лог-нормальним). Середні квадратичні відхилення розрахованих значень статистичних параметрів від відповідних параметрів генеральної сукупності визначаються за тими ж формулами, що розроблені для методу моментів: (1.65), (1.67), (1.68), (1.70), (1.71), (1.72).

За установленними статистичними параметрами та відповідними законами розподілу величин стоку визначаються характеристики стоку заданої забезпеченості, як це описано у підрозділі 1.3.6.7.

Описані методи розрахунків статистичних характеристик стоку застосовуються як для річного стоку, так і для рядів стоку у різні фази його формування.

2.4 Розрахунки характеристик стоку при недостатності спостережень

Процедурою “приведення” характеристик коротких рядів стоку до тривалого періоду називають уточнення цих характеристик, що виконується на базі даних про стік інших річок із схожими умовами формування стоку називають річками-аналогами.

Приведення виконується, якщо відносні середні квадратичні похибки визначення статистичних параметрів рядів стоку перевищують допустимі границі.

“Приводитися” до довгого періоду можуть статистичні характеристики рядів стоку, визначені по обмежених у часі даних.

Процедура “приведення” статистичних параметрів до багаторічного періоду відбувається на основі даних по річках-аналогах, на яких організовані довготривалі спостереження за стоком й ці ряди відповідають вимогам репрезентативності (СНіП 2.01.14-83).

Приведення виконується шляхом установлення зв’язку між величинами стоку одночасно на двох річках – із коротким та із довгим періодами спостережень. Річка із довгим рядом і є “річкою-аналогом”.

При виборі річки-аналога необхідно дотримуватись виконання таких умов:

- розглядувана річка та річка-аналог розташовані у безпосередній географічній близькості;
- установлена схожість кліматичних умов для водозборів;
- установлена однорідність умов формування стоку;
- доведена синхронність коливань річного стоку на досліджуваних водозборах;
- площі водозборів не повинні відрізнятися більше ніж в 10 разів, а їх середні висоти (для гірських річок) більше чим на 300 м;
- має бути доведена відсутність статистично значущого антропогенного впливу на стік;
- період спільних спостережень за стоком на досліджуваних річках повинен бути не меншим за 10 років.

Приведення до багаторічного (довгого або тривалого) періоду виконується за графічною залежністю або з використанням її аналітичного опису за моделлю множинної або парної лінійної регресії.

Криволінійні залежності між величинами стоку річок із коротким та довгим періодами спостережень використовуються лише у тих випадках, коли така залежність спирається на достатньо велику кількість точок і пояснюється особливостями коливань стоку на цих річках. Найчастіше використовуються лінійні зв’язки.

При лінійному зв'язку об'єктивним критерієм правильності вибору річки-аналога є досить тісний зв'язок між величинами стоку розглядуваного ряду та ряду річки-аналога за період спільних спостережень, який має характеризуватися коефіцієнтом кореляції $r \geq 0.7$.

Основою “приведення” коротких рядів до довгого періоду є графічний метод.

2.4.1 Приведення коротких рядів до довгого періоду графічним методом

Графічний метод полягає у побудові графіка зв'язку між значеннями стоку за період сумісних спостережень. Для побудови графіка необхідно мати не менше 10 відповідних значень у кожному з розглядуваних створів. Якщо коефіцієнт кореляції між розглядуваними рядами перевищує значення 0.7, побудований графік застосовується для виконання розрахунків.

Середня багаторічна величина стоку, приведена до багаторічного періоду, \bar{q}_N може визначатися безпосередньо по графіку із використанням середньої багаторічної величини стоку для річки-аналога \bar{q}_{Na} , як це показано на

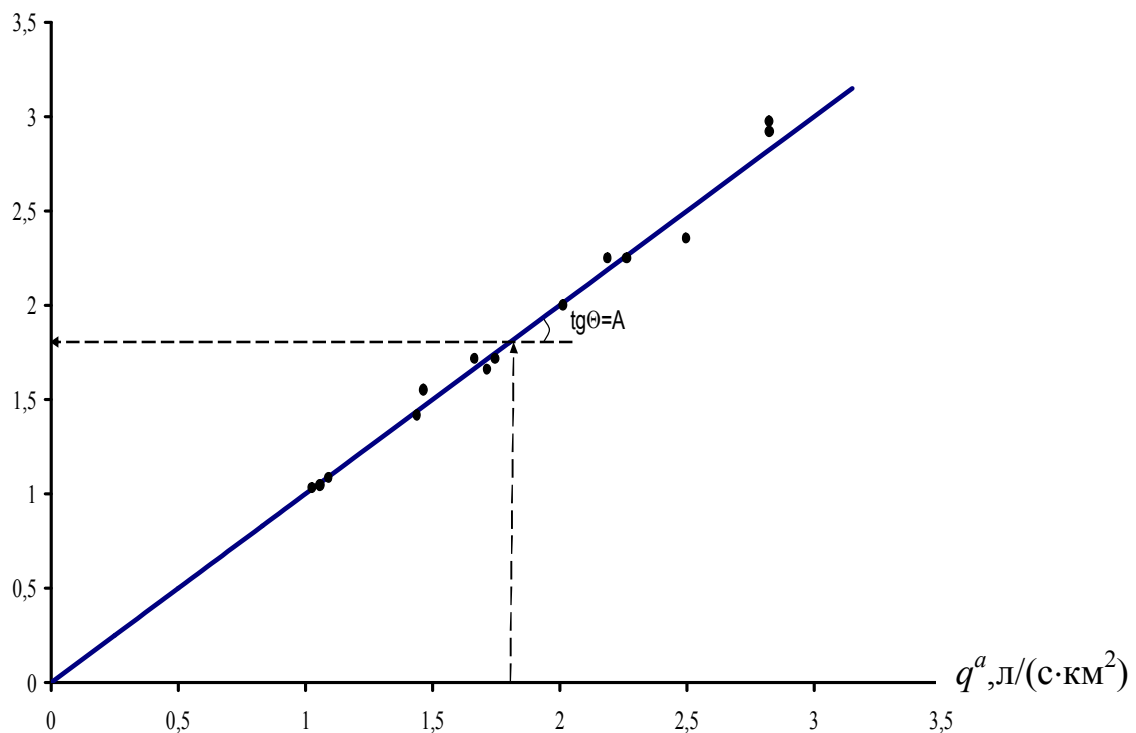


Рисунок 2.6 - Залежність середньорічних модулів стоку р.Південний Буг - с.Олександрівка (q^a) та р.Південний Буг - м.Первомайськ (q) за сумісний період спостережень (1946 - 1960 рр.)

Наближене аналітичне визначення середньої багаторічної величини стоку за довгий період N здійснюють за “методом відношень” або методом коефіцієнтів, який базується на приблизній рівності модульних коефіцієнтів в пункті з короткочасними спостереженнями і в пункті-аналогу за формулою вигляду

$$k = \frac{\bar{q}_n}{\bar{q}_N} = \frac{\bar{q}_{na}}{\bar{q}_{Na}}, \quad (2.25)$$

звідки

$$\bar{q}_N = \frac{\bar{q}_{Na}}{\bar{q}_{na}} \bar{q}_n, \quad (2.26)$$

де \bar{q}_n, \bar{q}_{na} - середні багаторічні величини стоку для досліджуваної річки та річки – аналогу за короткий період спостережень довжиною n відповідно;

де \bar{q}_N, \bar{q}_{Na} - середні багаторічні величини стоку для досліджуваної річки та річки – аналога за тривалий період спостережень довжиною N відповідно.

Рівняння (2.26) можна представити як

$$\bar{q}_N = \frac{\bar{q}_n}{\bar{q}_{na}} \bar{q}_{Na} = A \bar{q}_{Na}, \quad (2.27)$$

де A - кутовий коефіцієнт або тангенс кута нахилу лінії, яка бере початок з нуля графіка і описує зв'язок між стоком досліджуваної річки та річки-аналога.

Приведення коефіцієнта варіації стоку до довгого періоду на основі побудованого графіка виконується за такою формулою

$$C_{VN} = A \frac{\bar{q}_N^a}{\bar{q}_N} C_{VN}^a, \quad (2.28)$$

де C_{VN} - приведений до багаторічного періоду коефіцієнт варіації ряду досліджуваної річки із коротким рядом спостережень;

A - кутовий коефіцієнт або тангенс кута нахилу лінії зв'язку до осі абсцис;

\bar{q}_N^a, C_{VN}^a - статистичні параметри річного стоку річки-аналога за довготривалий період N ;

\bar{q}_N - середня багаторічна величина стоку досліджуваної річки, приведена до довгого періоду N за графіком.

Формула (2.28) базується на припущенні, що зберігається пропорційність середніх квадратичних відхилень при зміні довжини ряду (К.П.Воскресенський, 1967)

$$\frac{\sigma}{\sigma_a} = \frac{C_{VN}\bar{q}_N}{C_{VN}^a\bar{q}_N^a} = A, \quad (2.29)$$

де σ, σ_a - середні квадратичні відхилення стоку на досліджуваній річці та річці-аналогу.

Якщо зв'язок лінійний, але лінія зв'язку не виходить з початку координат, а відсікає деякий відрізок на одній з осей координат, то розрахунки приведенного до багаторічного періоду характеристик стоку за (2.26, 2.27, 2.28) можуть призвести до статистично значущих похибок.

У сучасних гідрологічних розрахунках для опису лінійних зв'язків між досліджуваною річкою та річкою-аналогом використовуються методи регресійного аналізу.

2.4.2 Приведення коротких рядів до довгого періоду за методом лінійної парної регресії

Зв'язок між стоком досліджуваної річки та річки-аналога описується рівнянням лінійної парної регресії вигляду $\tilde{y}(x_i) = ax_i + b$ (1.232), де y - стік річки з недостатнім періодом спостережень n , а x - стік річки-аналога з довгим періодом спостережень $N \gg n$. Коефіцієнти рівняння a, b та коефіцієнт кореляції r розраховуються за методикою, наведеною в розділі 1 (формули 1.236, 1.241).

Значення коефіцієнтів рівняння визначаються за такими формулами

$$a = r \frac{S_y}{S_x} = r \frac{S_{n'}}{S_{n'}^a}, \quad (2.30)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} = \bar{q}_{n'} - a\bar{q}_{n'}^a. \quad (2.31)$$

де $S_{n'}, S_{n'}^a$ - середні квадратичні відхилення досліджуваного ряду та ряду річки - аналога за період сумісних спостережень n' ;

r -коефіцієнт кореляції між стоком двох рядів за період сумісних спостережень n' ;

$\bar{q}_{n'}$, $\bar{q}_{n'}^a$ - відповідні середні багаторічні значення стоку за період сумісних спостережень n' на досліджуваній річці та річці-аналогу;
 n' – період сумісних спостережень.

Визначення коефіцієнта кореляції r , який є критерієм правильності вибору річки-аналога, виконується за формулою

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n'} (q_i - \bar{q}_{n'}) (q_i^a - \bar{q}_{n'}^a)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n'} (q_i - \bar{q}_{n'})^2 \sum_{i=1}^{n'} (q_i^a - \bar{q}_{n'}^a)^2}}, \quad (2.32)$$

де q_i , q_i^a - величини стоку за період сумісних спостережень на досліджуваній річці та річці-аналогу в i -й момент часу;

n' – період сумісних спостережень.

Використання позначення n' замість n підкреслює той факт, що сумісний період спостережень може відрізнятися від довжини короткого ряду n , як правило $n' < n$.

Статистична значущість коефіцієнта кореляції r та коефіцієнтів рівняння лінійної парної регресії вигляду $\tilde{y}(x_i) = ax_i + b$ встановлюється спрощеним способом: всі коефіцієнти мають перевищувати випадкову похибку свого визначення за вибіркою не менше ніж у 2 рази (СНіП 2.01.14-83)

$$a / \sigma_a \geq 2; \quad (2.33)$$

$$b / \sigma_b \geq 2; \quad (2.34)$$

$$r / \sigma_r \geq 2. \quad (2.35)$$

Випадкова похибка визначення коефіцієнта регресії a , згідно із нормативним документом СНіП 2.01.14-83, встановлюється за формулою

$$\sigma_a = \frac{\sigma}{\sigma^{a_1}} \frac{1 - r^2}{\sqrt{n' - 1}} = \frac{S_y}{S_x^a} \cdot \frac{1 - r^2}{\sqrt{n' - 1}}, \quad (2.36)$$

де $\sigma = S_y$ - середнє квадратичне відхилення ряду стоку досліджуваної річки, яке визначається за період сумісних спостережень n' ;

$\sigma^{a_1} = S_x$ - середнє квадратичне відхилення досліджуваного ряду стоку річки-аналога, яке визначається за період сумісних спостережень n' .

Формула (2.36) відрізняється від (1.255) введенням множника $n' \frac{1-r^2}{\sqrt{n'-1}}$. Цей множник коректує похибку визначення коефіцієнта рівняння лінійної парної регресії, яка виникає за рахунок відмінностей законів розподілу величин стоку від нормального.

Середнє квадратичне відхилення вибіркового значення коефіцієнта кореляції від відповідного значення генеральної сукупності (випадкова похибка) визначається за формулою (1.259), яка набуває вигляду

$$\sigma_r = S_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{n'-1}}. \quad (2.37)$$

Рівняння лінійної парної регресії вигляду $\tilde{y}(x_i) = ax_i + b$, з урахуванням (1.236) та (1.241) приводиться до такого виразу

$$\tilde{y}(x_i) = ax_i + b = \bar{y} + r \frac{S_y}{S_x} (x_i - \bar{x}). \quad (2.38)$$

Після отримання розрахункового рівняння та за умови, що $r \geq 0.7$, виконується розрахунок величин стоку за ті роки, коли на досліджуваній річці спостереження не проводилися, але були організовані спостереження на річці-аналогі. В результаті отримується розрахований довгий (тривалістю N) ряд стоку.

У цьому випадку рівняння (2.38) записується таким чином:

$$\tilde{q}_i = \bar{q}_{n'} + r \frac{S_{n'}}{S_{n'}^a} (q_i^a - \bar{q}_{n'}^a), \quad (2.39)$$

де \tilde{q}_i - розраховане за рівнянням регресії значення стоку для розглядуваної річки;

q_i^a - значення стоку річки-аналога у i -й момент часу.

Установлено, що значення стоку, розраховані за рівняннями регресії, систематично зменшують розмах коливань досліджуваної гідрологічної

характеристики у порівнянні із фактичними даними. Чим вищий коефіцієнт кореляції, тим менше заниження дисперсій. Систематичне зменшення дисперсій виключається шляхом додаткового розрахунку \tilde{q}_i' за формулою (СНіП 2.01.14-83)

$$\tilde{q}_i' = \left(\frac{\tilde{q}_i - \bar{q}_{n'}}{r} \right) + \bar{q}_{n'}, \quad (2.40)$$

де \tilde{q}_i' - уточнене значення стоку, розрахованого за рівнянням лінійної парної регресії.

За відновленими згідно із (2.39) та (2.40) членами ряду разом із спостереженими даними розраховують статистичні параметри стоку досліджуваної річки, які і є приведеними до багаторічного періоду.

Проте за рівнянням (2.40) можна приводити до багаторічного періоду середню багаторічну величину стоку та дисперсію (С.М. Крицький, М.Ф. Менкель, 1950)

$$\bar{q}_N = \bar{q}_{n'} + r \frac{S_{n'}'}{S_{n'}^a} (\bar{q}_N^a - \bar{q}_{n'}^a); \quad (2.41)$$

$$\sigma_N^2 = \sigma_{n'}^2 + r^2 \frac{\sigma_N^2}{\sigma_{Na}^2} (\sigma_{Na}^2 - \sigma_{n'a}^2), \quad (2.42)$$

де \bar{q}_N , \bar{q}_N^a - відповідні середні багаторічні значення стоку за довгий період N для досліджуваної річки та річки-аналога відповідно;

σ_N^2 , σ_{Na}^2 - дисперсії рядів стоку за довгий період N для досліджуваної річки та річки-аналога відповідно.

Значення дисперсії σ_N^2 визначається при розв'язанні квадратичного рівняння (2.42)

$$\sigma_N^2 = \frac{\sigma_{n'}^2}{\sqrt{1 - r^2 \left(1 - \frac{\sigma_{n'a}^2}{\sigma_{Na}^2} \right)}}. \quad (2.43)$$

Приведене до багаторічного періоду значення коефіцієнта варіації дорівнює

$$C_{VN} = \frac{\sigma_N}{\bar{q}_N} = \frac{S_N}{\bar{q}_N} = \frac{S_{n'}}{\bar{q}_N \sqrt{1 - r^2 \left(1 - \frac{\sigma_{n'a}^2}{\sigma_{Na}^2} \right)}}, \quad (2.44)$$

де C_{VN} - приведенне до багаторічного періоду N значення коефіцієнта варіації;

$S_N = \sigma_N$ - середнє квадратичне відхилення досліджуваного ряду, приведенне до довгого періоду.

Розрахунки S_N^a та $S_{n'}^a$ виконуються за формулами

$$S_N^a = \sigma_N^a = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (k_i^a - 1)^2}{N - 1}}; \quad (2.45)$$

$$S_{n'}^a = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (k_i^a - 1)^2}{n' - 1}}. \quad (2.46)$$

Відносна середня квадратична похибка середньої величини стоку, приведеної за (2.41) до багаторічного періоду, оцінюється за виразом

$$\varepsilon_{\bar{q}_N} = \frac{S_n}{\bar{q}_N \cdot \sqrt{n}} \sqrt{1 + r^2 \left(\frac{n}{N} \frac{\sigma_{Na}^2}{\sigma_{na}^2} - 1 \right)}, \quad (2.47)$$

де σ_{Na}^2 - розраховане за період N значення дисперсії ряду стоку річки - аналога;

σ_{na}^2 - розраховане за період n значення дисперсії ряду стоку річки - аналога.

2.4.3 Приведення коротких рядів до довгого періоду графо-аналітичним методом

Приведення коротких рядів стоку до довгого періоду можна виконати на основі трьох характерних точок заданої забезпеченості (x_5, x_{50}, x_{95}), які є основою для визначення відразу трьох статистичних параметрів стоку – середнього арифметичного, коефіцієнта варіації, коефіцієнта асиметрії (1.113, 1.115, 1.125) у графо-аналітичному методі Г.О.Алексєєва. Процедура приведення здійснюється на базі графіка зв'язку між стоком досліджуваної річки та річки-аналога. Для застосування необхідна наявність тісного зв'язку $r \geq 0,8$, амплітуда коливань має бути висвітленою паралельними спостереження не менш ніж на 70-80 % (СНіП 2.01.14-83). Процес приведення відбувається у такій послідовності.

За довготривалими даними спостережень на річці-аналогі будується емпірична крива забезпеченості величин стоку (рис.2.7).

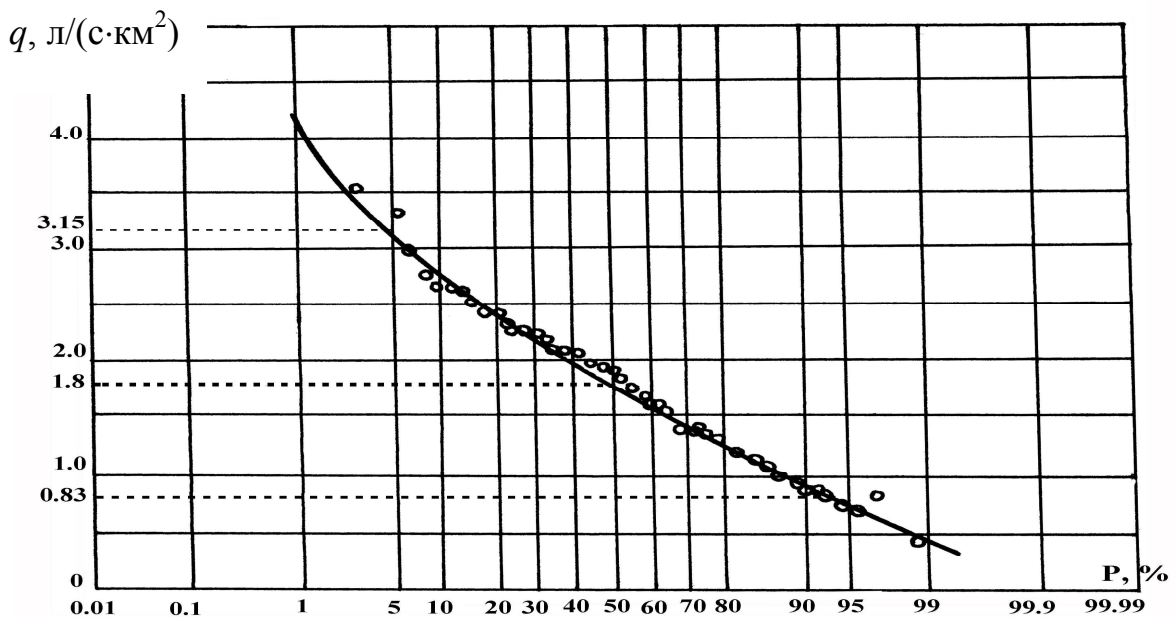


Рисунок 2.7 – Емпірична крива забезпеченості річного стоку
р.Південний Буг – с.Олександрівка, 1914-1985 рр.

Для характерних точок із забезпеченістю 5, 50 та 95 відсотків визначаються відповідні величини стоку $q_{5\%}^a, q_{50\%}^a, q_{95\%}^a$.

Використовуючи графік зв'язку між стоком розглядуваної річки та річки-аналога (див.рис.2.6), побудований за сумісний період спостережень, установлюються характерні величини стоку $q_{5\%}, q_{50\%}, q_{95\%}$, які є приведеними до довгого періоду. Надалі для визначення статистичних па-

раметрів використовуються вже відомі формули графо-аналітичного методу.

Коефіцієнт скісності розраховується за формулою (1.113)

$$S' = \frac{q'_5 + q'_{95} - 2q'_{50}}{q'_5 - q'_{95}} . \quad (2.48)$$

За спеціально розробленою таблицею (табл.1.1) відповідно розрахованому S' встановлюють коефіцієнт C_S та нормовані ординати Φ_5 , Φ_{50} , Φ_{95}

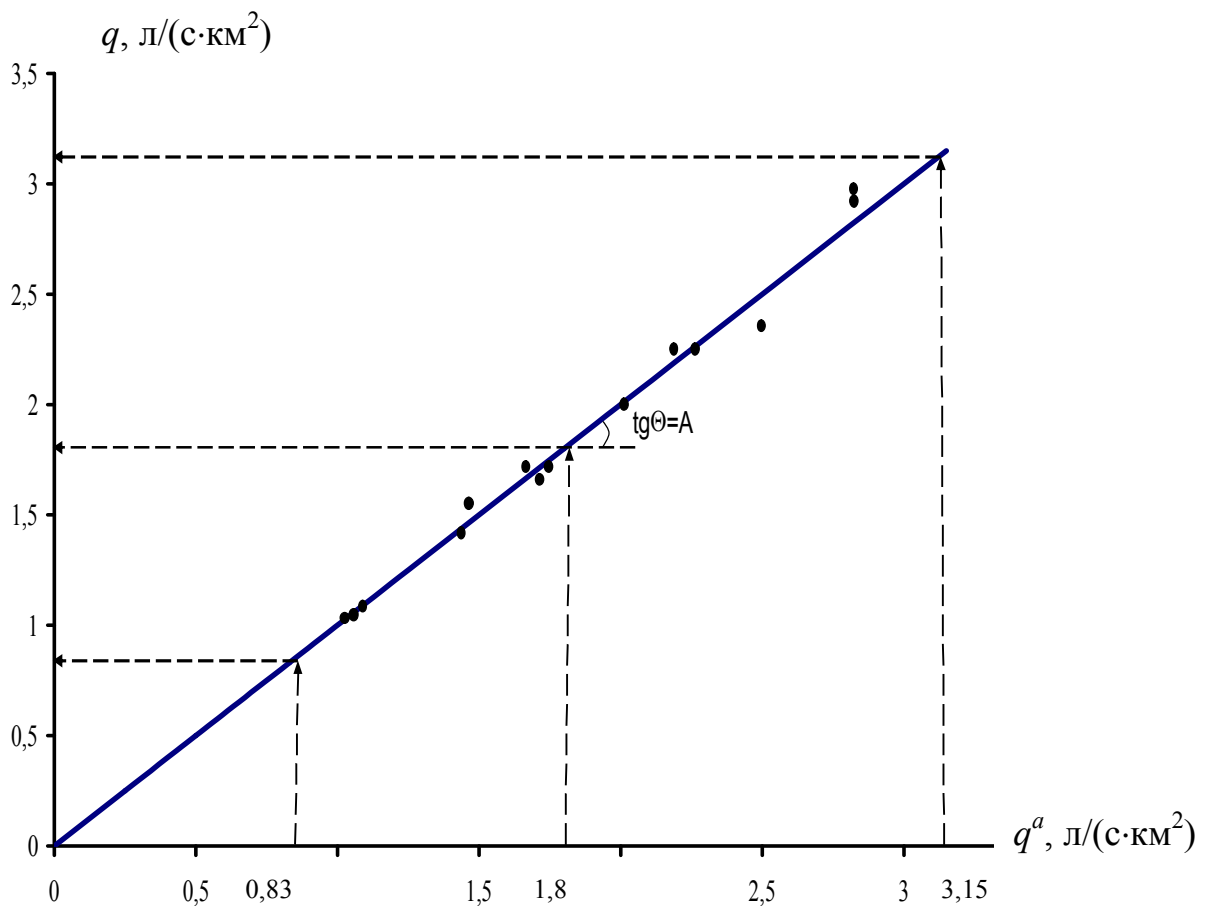


Рисунок 2.8 - Встановлення нормованих ординат q'_5 , q'_{50} , q'_{95}

За формулами (1.115) та (1.116) отримують

$$\sigma'_q = \frac{q'_5 - q'_{95}}{\Phi_5 - \Phi_{95}} ; \quad (2.49)$$

$$\bar{q}' = q'_{50} - \sigma_q \Phi_{50}. \quad (2.48)$$

де $\sigma'_q = \frac{q'_{5} - q'_{95}}{\Phi_5 - \Phi_{95}}$ – середньоквадратичне відхилення, приведенне до багаторічного періоду;
 \bar{q}' - середнє арифметичне значення стоку, приведенне до багаторічного періоду.

Коефіцієнт варіації розраховується за виразом (1.44)

$$C'_V = \frac{\sigma'_q}{\bar{q}'}. \quad (2.50)$$

Приведення коефіцієнта асиметрії до довгого періоду виконується лише у графо-аналітичному методі. У інших випадках співвідношення коефіцієнтів асиметрії та варіації визначається за осередненими у просторі даними, представленими у вигляді карт районів (СНіП 2.01.14-83).

При застосуванні прийомів приведення характеристик стоку до довгого періоду аналогами можуть призначатися декілька пунктів, які відповідають вище наведеним умовам. У такому випадку для отримання розрахункових рівнянь використовується метод множинної регресії, який викладається у навчальному курсі “Методи просторового узагальнення гідрологічної інформації” (Н.С. Лобода, 2010).

Слід зазначити, що описані способи приведення характеристик коротких рядів стоку до довгого періоду застосовуються не тільки для річного стоку, а і для величин стоку у різні фази його формування.

2.5 Розрахунки річного стоку при відсутності даних спостережень

2.5.1 Чинники формування стоку

Визначальний вплив на формування стоку річок мають кліматичні фактори. Стік за рік, за період весняної повені та дощових паводків залежить від атмосферних опадів. На річках України у весняну повінь через замикальні створи проходить 50-80 % річного стоку (В.І. Вишневський, 2000). Стійкість снігового покриву та його накопичення на початок весняного водопілля має чималу роль у формуванні й максимальних витрат води (Є.Д. Голченко, О.В. Гушля, 1988). Проте у теплі зими, коли спостерігається незначне промерзання ґрунту та відбувається фільтрація талих вод у підстильну поверхню, річний стік може не зменшуватися за рахунок посиленого живлення з підземних вод (В.В. Гребінь, 2010).

Процес формування дощових паводків визначається інтенсивністю дощів, площею його розподілу, умовами фільтрації води у ґрунти, а також затримуванням води в озерних улоговинах та інших пониженнях рельєфу (М.А. Веліканов, 1940).

Температура повітря у зимовий період визначає глибину промерзання ґрунту. На промерзлих ґрунтах переважає поверхнева складова схилового стоку, оскільки фільтрація талих вод у ґрунти не є значною. З температурним режимом також пов'язані процеси танення снігу, замерзання та скресання водойм, умови протікання води у руслі, випаровування з водної поверхні та суші й ін.

Окрім кліматичних чинників на формування стоку річок впливає підстильна поверхня (рельєф, лісистість, наявність озер та боліт, ґрунти та інше), які визначають умови стікання води у річки та формування втрат стоку.

Рельєф впливає на кількість, характер випадання та розподіл опадів по території водозбору, зміни температури повітря з висотою та умови стікання води по поверхні. Вплив рельєфу на кількість атмосферних опадів проявляється в тому, що із зростанням місцевості над рівнем моря до певної визначеної висоти кількість опадів збільшується. Ця закономірність найчіткіше простежується в гірських регіонах. Але й невеликі височини на рівнинах збільшують річні суми опадів на 100-150 мм порівняно з навколишньою місцевістю. Інша сторона впливу рельєфу на формування стоку пов'язана з нахилом річкової мережі та схилів. Чим сильніше розсічений рельєф водозбору, тим із більшою інтенсивністю стікає вода у річки. Тому за інших однакових умов на водозборах із значними висотами рельєфу хвиля весняної повені є більш різкою, а загальна тривалість повені зменшується у порівнянні із пласким рельєфом. На рівнинних водозборах зростають втрати стоку на затримання у пониженнях рельєфу та на фільтрацію у підстильну поверхню порівняно з гірськими водозборами. Втрати на затримання поверхневого стоку збільшуються на рівнинних водозборах зони недостатнього зволоження у порівнянні із зонами надлишкового та достатнього зволоження. Значне місце у формуванні стоку річок відіграє орієнтація схилів. На навітряних схилах опадів випадає більше, ніж на підвітряних, а отже, і стік річок буде більшим.

Вплив лісу на формування стоку має складний характер. Деякі питання, пов'язані із гідрологічною роллю лісу, дотепер залишаються дискусійними. Лісистість і стік залежать від клімату. За однакових кліматичних умов і лісистості на формування стоку впливають геоморфологія, положення рівня підземних вод, фізичні і водні властивості ґрунтів і порід, склад та густота насаджень. З іншого боку, ліс збільшує кількість опадів внаслідок відмінностей у динамічній шорсткості лісових територій та непокритих лісом. З іншого боку, ліс кронами дерев затримує частину опадів,

яка потім витрачається на випаровування. Причому втрати на випаровування через крони дерев більші, ніж на не залісених територіях. Значну роль відіграє вік лісу: молодий ліс витрачає на випаровування води більше ніж старий. Ліс також уповільнює процес танення снігу, що зумовлює тимчасове затримання у термінах настання весняного водопілля. Внаслідок високої інфільтраційної здатності лісових ґрунтів талі та дощові води інтенсивно переводяться з поверхневої у підземну форму схилового стоку. Тому внутрішньорічний розподіл стоку річок залісених водозборів має більш згладжений характер порівняно з незалісеними. Ліс у даному випадку виконує внутрішньорічний перерозподіл стоку та регулює режим формування стоку, здійснюючи водозахисну роль.

Геологічна будова підстильної поверхні зумовлює інтенсивність просочування атмосферних опадів до підземних водоносних горизонтів. Близьке до поверхні залягання водонепроникних порід у зонах надлишкового та достатнього зволоження сприяє заболочуванню.

Наявність карстових утворень, а саме їх зон живлення та розвантаження, може значно змінювати гідрологічний режим річок. У зоні розвантаження карстових утворень стік за інших однакових умов його формування більший, ніж на інших водозборах, а у зоні живлення карсту - менший.

Вплив озер на водний режим річок проявляється по-різному. Проточні озера забезпечують природне зарегулювання стоку. У зоні недостатнього зволоження озера та штучні водойми здатні підвищувати втрати на випаровування, оскільки тут випаровування з водної поверхні значно перевищує випаровування з поверхні суші. Завдяки акумуляції води в озерах у багатоводні періоди та її спрацюванню у маловодні відбувається “вирівнювання” коливань стоку річок у багаторічному розрізі, яке називається природним зарегулюванням. Природне регулювання стоку, як і регулювання штучними водоймами, зменшує коефіцієнт варіації річного стоку. Озера у верхів'ях річок створюють менший регулюючий ефект, ніж ті, що знаходяться у середній та нижній течіях річки. Проте, якщо річка бере початок з озера, то вона характеризується більш рівномірним ходом стоку в часі і меншими відхиленнями від середнього багаторічного значення. Штучні водойми у вигляді ставків та малих водосховищ можуть виконувати функцію внутрішньорічного регулювання стоку.

Наслідки впливу боліт розрізняються в залежності від їх виду та географічного положення. Верхові болота збільшують втрати на випаровування при формуванні річного стоку. Низові болота здебільшого виконують роль регулюючого чинника, який зменшує максимальні витрати весняної повені та дощових паводків й сприяє зростанню тривалості весняної повені і збільшенню стоку межені.

При переході від зони надлишкового зволоження до зони достатнього та недостатнього зволоження втрати на затримання та подальше випарову-

вання з поверхні боліт та заболочених територій зростають, а регулююча роль зменшується.

Вплив людини на умови формування стоку насамперед проявляється у зміні чинників підстильної поверхні: вирубування лісів, осушування боліт, створення штучних водойм, інтенсивне використання поверхневих та підземних вод, перекид стоку, зміна властивостей ґрунтів внаслідок сільськогосподарської діяльності. Такі чинники формування стоку одержали назву антропогенних. В останні десятиріччя до числа антропогенних чинників приєдналися наслідки глобального потепління, спричинені збільшенням концентрацій забруднювальних речовин у атмосфері. Глобальне потепління діє головним чином на кліматичні умови формування стоку, які, в свою чергу, зумовлюють перерозподіл водних ресурсів значних територій, включаючи нашу державу.

2.5.2 Метод географічних узагальнень

В умовах недостатньої гідрологічної вивченості водного об'єкта використовується метод географічних узагальнень. Сутність методу полягає у тому, що для визначення характеристик стоку у створі, де гідрологічні спостереження не проводяться, залучаються матеріали спостережень за стоком з інших водозборів, на яких існують близькі умови формування стоку. Основи методу географічних узагальнень були закладені В.Г. Глушковим у межах розробленого ним географо-гідрологічного методу, який установлює зв'язок річкових вод із географічним ландшафтом, кліматичними, геоморфологічними, ґрунтовими особливостями (В.Г. Глушков, 1933).

З точки зору обґрунтування географічних узагальнень у гідрологічних розрахунках значними є роботи видатного вченого Одеського державного екологічного університету професора Бефані А.М., який запропонував генетичний метод розрахунків норми стоку річок та тимчасових водотоків (А.М. Бефані, 1957; А.М. Бефані, О.М. Мельнічук, 1967).

Стік річок формується під впливом складної взаємодії фізико-географічних факторів, що поділяються на дві групи: кліматичні та фактори підстильної поверхні. До основних кліматичних факторів (**зональні фактори**) відносяться атмосферні опади, випаровування, температура повітря. До факторів підстильної поверхні належать **інтразональні фактори**, які пов'язані із зональними умовами, але змінюються у межах зон (залісненість, ґрунти, озерність, заболоченість, густота річкової мережі та інше) й **азональні фактори**, які не зв'язані з географічними координатами басейну (площа, довжина, форма річкової мережі, рельєф тощо).

Кліматичні чинники формування стоку зумовлюють плавну та безперервну зміну характеристик стоку. Зональні закономірності знаходять

своє відображення у методі географічної інтерполяції й описуються картами ізоліній.

Інтразональні чинники зумовлюють дискретність просторового розподілу величин стоку, тобто утворення ділянок із підвищеними або зменшеними значеннями стоку. У цьому разі метод географічних узагальнень реалізується через районування – виділення ділянок, у межах яких зональні відмінності невеликі, а схожість природних умов дозволяє використовувати єдині параметри стоку або описувати їх єдиними залежностями.

Азональні чинники усуваються за допомогою регіональних залежностей параметрів стоку від морфометричних характеристик річок та водозборів.

2.5.3 Рівняння водного балансу

Об'єм води не залишається постійним у межах окремої ділянки (водойми або водотоку). У відповідності із законом збереження маси спостерігається рівність між приходними та витратними елементами й змінами об'єму води за кожен розрахунковий інтервал часу. **Рівняння водного балансу є одним з проявів загального закону збереження енергії. На його основі розглядається зв'язок між надходженням та витратами й процес акумуляції води для окремих ділянок територій, водних об'єктів або річкових водозборів.**

Розглянемо рівняння водного балансу річкового басейну, у межах якого поверхневий та підземний вододіли співпадають, а ерозійний вріз русла у підстильну поверхню забезпечує дренажування основних підземних водоносних горизонтів. Водообмін між сусідніми басейнами відсутній.

Приходну частину балансу складають опади (X), а витратну – випаровування з поверхні суші (E), поверхневий ($Y_{нов}$) та підземний ($Y_{нідз}$) стік. Під величиною E розуміється результат випаровування за винятком конденсації, яка здебільшого дуже мала порівняно з іншими приходно-витратними компонентами рівняння водного балансу. Зміну запасів вологи в ґрунтах басейну, а також у русловій мережі, озерах та болотах, що перебувають у межах басейну, позначимо $\pm \Delta W$. У підсумку рівняння водного балансу для будь-якого інтервалу часу запишеться у вигляді

$$X = E + Y_{нов} + Y_{нідз} \pm \Delta w . \quad (2.51)$$

Знак “+” , який стоїть при Δw , вказує про накопичення води на водозборі, а “-” – витрату запасів води на водозборі.

Якщо суму $Y_{нов} + Y_{нідз}$ позначити, як сумарний стік Y , то отримаємо рівняння за такою структурою

$$X = E + Y \pm \Delta w. \quad (2.52)$$

Для багаторічного періоду зміна запасів вологи в межах річкового водозбору буде близькою до нуля ($\pm \Delta w = 0$), тоді

$$\bar{X} = \bar{E} + \bar{Y}, \quad (2.53)$$

де \bar{X} - середня багаторічна величина опадів;

\bar{E} - середня багаторічна величина випаровування з поверхні суші;

\bar{Y} - середня багаторічна величина стоку.

Рівняння (2.53) справедливе лише для великих річок, ерозійний вріз яких забезпечує повне дренажування усіх водоносних горизонтів.

Аналіз цього рівняння показує, що в багаторічному періоді атмосферні опади, що випадають на поверхню водозбору, витрачаються на випаровування та стік.

У гідрологічній практиці рівняння водного балансу широко застосовують не тільки для зв'язку та контролю його складових, а й для визначення невідомих та важко вимірюваних величин. Дійсно, в межах водозбору безпосередньо вимірюються тільки опади X та сумарний стік Y . Вимірювання випаровування з усієї поверхні водозбору пов'язаного з великими труднощами. Обчислення випаровування E за рівнянням водного балансу при відомих значеннях стоку та опадів, особливо для багаторічного періоду великих труднощів не створює. Для коротких часових інтервалів при визначенні E за рівнянням необхідно мати також дані про зміну вологи на водозборі $\pm \Delta w$. Аналогічні труднощі виникають і при обчисленні випаровування з поверхні тих водозборів, які не дренажують підземні води.

Річки, русла яких неглибоко врізаються у підстильну поверхню, не дренажують усіх підземних водоносних горизонтів і не отримують повного підземного живлення. Рівняння водного балансу таких річок представляється рівнянням

$$\bar{X} = \bar{E} + \bar{Y} + U_0, \quad (2.54)$$

де U_0 - шар річних опадів, які просочуються у підземні водоносні горизонти.

Виражене відносно норми річного стоку рівняння (2.54) набуває вигляду

$$\bar{Y} = \bar{X} - \bar{E} - U_0. \quad (2.55)$$

Отримане рівняння показує, що для річок з малим ерозійним врізом до категорії втрат відноситься не лише випаровування з поверхні суші, а й фільтрація опадів у підземні водоносні горизонти (А.М. Бефані, О.М. Мельничук. 1967). Глибина ерозійного врізу пов'язана з площею водозборів. Чим більша площа, тим більший ерозійний вріз русла. Тому площа водозбору у гідрологічних розрахунках виступає як показник повноти дренажу річкою підземних водоносних горизонтів.

Для тимчасових водотоків підземне живлення буде дорівнювати нулю. Із зростанням площі водозбору глибина дренажу підстильної поверхні також зростатиме, отже, певна частина U_0 буде надходити до річки у вигляді підземного живлення. У такому випадку рівняння водного балансу водозбору представляється у вигляді (Є.Д. Гопченко, О.В. Гушля, 1988)

$$\bar{X} = \bar{Y}_{нов} - \bar{E} + k_1 U_0 - k_2 U_0, \quad (2.56)$$

де k_1 показує частину фільтраційних опадів, яка надходить до річки, а k_2 представляє собою ту їх частину, що надійшла у більш глибокі водоносні горизонти.

2.5.4 Картування характеристик річного стоку

Широтна кліматична зональність є головною географічною закономірністю змін по території багатьох природних чинників, до яких відносяться й чинники формування стоку.

Карти норм річного стоку, побудовані на основі методу географічної інтерполяції, почали використовуватися на початку ХХ-го століття. Представляючи просторовий розподіл норм річного стоку у вигляді карти ізолій, допускається, що цей розподіл визначається лише географічними координатами. Саме рівняння водного балансу замкненого водозбору за багаторічний період ілюструє переважаючу роль кліматичних чинників (опадів та випаровування) у формуванні річного стоку

$$\bar{Y} = \bar{X} - \bar{E}. \quad (2.57)$$

Величина випаровування з поверхні суші залежить від температур повітря та наявності вологи у ґрунті. Остання ж визначається, насамперед, опадами та сухістю повітря й помірно змінюється у просторі, що дозволяє розглядати випаровування як кліматичний чинник.

При побудові карт беруться до уваги два принципи (К.П. Воскресенський, 1967). Перший полягає у включенні до розгляду всіх водозборів, навіть тих, які зазнають впливу місцевих чинників. Щоб не скорочувати об'єм вихідної інформації, у величини визначених норм стоку вводяться відповідні поправкові коефіцієнти, які виконують їх приведення до зональних значень. Ці коефіцієнти устанавлюються дослідним шляхом. Такого роду картування було виконано А.В.Огієвським для території України (А.В. Огієвський, 1945). Проте, характеристики стоку закарстованих річок практично ніколи не використовуються при картуванні через те, що їх стік значною мірою відрізняється від зонального. Те ж саме відноситься до річок, які беруть початок з озер.

Другий принцип передбачає використання для побудови карт ізольованій тільки тих величини, які є зональними. У кожній географічній зоні існує оптимальна площа, у межах якої можна визнати умови формування та величину норми стоку однорідними. Таким чином, можливість використання даних при побудові карти стоку визначається площею водозбору.

Виходячи із закономірностей формування стоку річок в залежності від кліматичних чинників та чинників підстильної поверхні, приймається поділ річок на малі, середні та великі. До великих відносяться річки, які протікають через декілька географічних зон. Стік великих річок є транзитним в окремих географічних зонах і за величиною для них невластивим.

Середніми можна вважати річки, водозбори яких розташовані у межах однієї географічної зони. Їхній стік формується у більш-менш однорідних умовах і підлягає закону географічної зональності.

До малих водозборів відносяться невеликі річки, тимчасові періодично діючі водотоки, річний середній багаторічний стік яких під впливом місцевих чинників значно відрізняється від зональної річної норми.

Величина гранично малих водозборів устанавлювалась для кожної географічної зони. В зоні надлишкового і достатнього зволоження вона становить 100 км^2 , а в зоні недостатнього може досягати 3000 км^2 (К.П.Клібашев, І.Ф. Горошков, 1970). До великих віднесені річки із площами водозборів більше 50000 км^2 .

При складанні карти важливим питанням є вибір її масштабу. Масштаб карти вибирається в залежності від кількості пунктів спостережень, рівномірності їх розподілу по території, ступеня тісноти зв'язків між стоком у сусідніх пунктах спостережень, характеру впливу рельєфу. Так, за К.П. Воскресенським, при відстані між сусідніми пунктами у 10 км (1 пункт на площі 100 км^2) оптимальним масштабом картування є $1:1000000$, а при відстані у 100 км (1 пункт на площі 10000 км^2) береться масштаб $1:10000000$.

На рівнинних територіях карти норм стоку мають будуватися з урахуванням просторового розподілу кліматичних чинників. Якщо ізогієти та

ізотерми мають приблизно однаковий напрям, то у тому ж напрямі проводяться карти ізоліній стоку. Якщо ізогієти та ізотерми утворюють кут, то ізолінія стоку має проходити у межах цього кута, але ближче до напрямку ізогієт (А.М. Бефані, О.М. Мельнічук, 1967).

Система ізоліній стоку буде зручною, коли середня відстань між ізолініями на карті дорівнюватиме 0,5 см (К.П. Воскресенський, 1967).

У гірських районах, де величина стоку змінюється з висотою місцевості й ізолінії проводяться з урахуванням рельєфу, масштаб карти вибиратиметься в залежності від градієнта стоку по висоті й перерізу горизонталей на картографічній основі. Кількість ізоліній стоку буде зростати із зростанням амплітуди висот. Мінімальна відстань між ізолініями у гірських районах має бути 2 мм.

При складанні карт величина стоку кожного водозбору відноситься до геометричного центра водозбору, оскільки модуль або шар стоку, визначені у гідрометричному створі, являють собою осереднену величину стоку, який надходить з усього басейну. Витрати води та об'єми стоку не картуються, бо їх значення залежать від площ водозборів, які є азональними чинниками формування стоку.

За нормативним документом СНіП 2.01.14-83, норма річного стоку рівнинних річок має визначатися за картою середнього багаторічного стоку річок СРСР, яка виконана в масштабі 1:10000000. Для гірських річок розроблені карти норм річного стоку з масштабом 1:250000.

Карти ізоліній середніх багаторічних величин річного стоку річок України розробили Л.Г. Онуфрієнко та І.І. Волошин. Запропонована карта спирається на матеріали 615 пунктів із площею водозборів від 100 км² до 50000 км². Не враховувались водозбори площею менше 100 км² рівнинних районів лісостепової зони, а також Донецького Кряжу, Приазовської та Подільської височин, де стік значно відрізняється від зонального під впливом геологічної будови, карсту та інших місцевих чинників, серед яких значне місце можуть займати чинники антропогенного походження. Використані ряди річного стоку від початку спостережень по 1978 р. Крок між ізолініями змінний: на півдні 0,5 л/(с·км²), на іншій частині рівнинної території - 1,0 л/(с·км²). У Карпатах ізолінії проведені з кроком через 5 та 10 л/(с·км²).

Пізніше ця карта була уточнена А.І. Шерешевським та П.Ф.Вишневським даними 80-х років минулого сторіччя.

На обох картах, так само, як і на картах СНіП 2.01.14-83, територія північно-західного Причорномор'я показана як недостатньо вивчена з гідрологічної точки зору: ізолінії норм стоку поведені пунктирною лінією. Суттєвим недоліком є те, що ці карти спиралися на матеріали про побутовий, тобто порушений водогосподарською діяльністю стік, що вплинуло на результати узагальнень.

2.5.5 Визначення характеристик стоку за картою

За картою допускається визначати стік річок із площами водозборів до 50000 км², а при відсутності значних змін клімату та рельєфу – і з більшими площами (СНіП 2.01.14-83).

Середнє багаторічне значення стоку (норма річного стоку, у модулях або шарах стоку) для розрахункового водозбору (його геометричного центра) визначається лінійною інтерполяцією між ізолініями стоку і відноситься до центра водозбору. При перетині водозбору декількома ізолініями, середнє зважене за площею значення стоку визначають за формулою:

$$\bar{Y} = \frac{\bar{Y}_1 f_1 + \bar{Y}_2 f_2 + \dots + \bar{Y}_n f_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n}, \quad (2.58)$$

де \bar{Y} - середнє зважене за площею значення середньої багаторічної величини стоку для досліджуваного водозбору;

$\bar{Y}_1, \bar{Y}_2 \dots \bar{Y}_n$ - середні багаторічні значення стоку між суміжними ізолініями;

$f_1, f_2, \dots + \dots f_n$ - відповідні площі між ізолініями стоку, які у сумі дорівнюють площі водозбору F

$$F = f_1 + f_2 + \dots f_n. \quad (2.59)$$

Якщо досліджуваний водозбір розміщується між двома ізолініями, то середня багаторічна величина стоку визначається шляхом інтерполяції між значеннями двох ізоліній.

Для водозборів, стік яких значуще відрізняється від зонального, розробляються поправкові коефіцієнти до значень стоку, знятих з карти. Так, у СНіП 2.01.14-83 наведені поправкові коефіцієнти до середніх багаторічних значень стоку, визначених за картою ізоліній, в залежності від географічного розташування території й від площ водозборів. Так, для півдня України й Донського району для водозборів з площею від 10 км² до 200 км² рекомендовані поправкові коефіцієнти більші за одиницю, які мали враховувати втрати стоку на випаровування з поверхні водозборів. Для Центральних районів Європейської території, які включали до себе північну та центральну частини України, рекомендовано використовувати коефіцієнти менші від одиниці, які ураховують неповне дренування річкою підземних водоносних горизонтів.

Зрозуміло, що розробки українських гідрологів (Л.Г. Онуфрієнко, І.І.Волошин, 1986; А.І. Шерешевський, П.Ф. Вишневський, 1997) надавали

дещо інші величини поправкових коефіцієнтів, оскільки використовували матеріали по річках України безпосередньо.

Якщо на регіональному рівні використовується рівняння парної та множинної кореляції, то предикторами (аргументами) в отриманих залежностях є показники, які відображають дію кліматичних чинників та чинників підстильної поверхні (координати геометричного центра водозбору, його площа, залісеність, заболоченість, середня висота водозборів та ін.).

Простим прикладом застосування лінійної парної регресії є залежності середніх багаторічних величин річного стоку від висоти місцевості, які представлені у табличному вигляді для чотирьох водозборів України (рр.Південний Буг, Дністер, Тиса, Прут) і наведені у СНіП 2.01.14-83. При цьому Кримські гори залишилися недостатньо вивченими у гідрологічному відношенні.

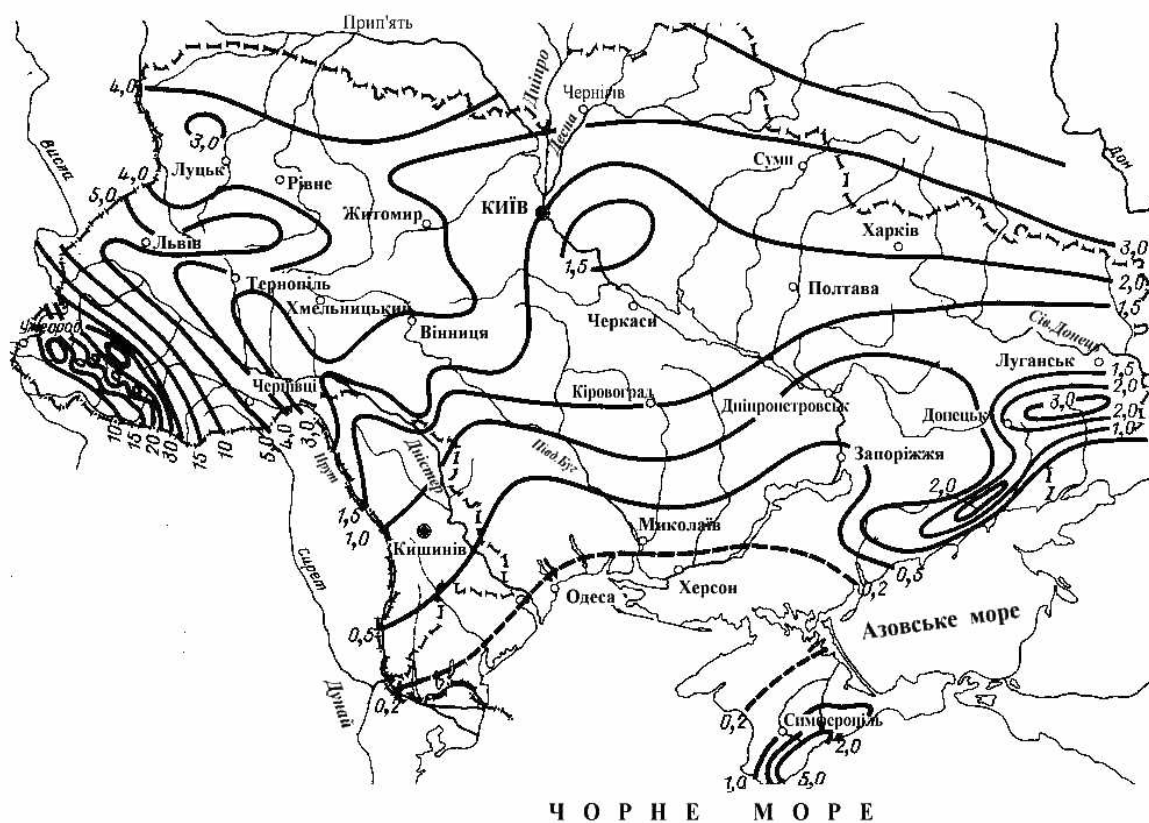


Рисунок 2 8 – Карта-схема середнього багаторічного стоку річок України та Молдови, л/(с·км²)

Для гірських територій українські вчені запропонували загальну залежність вигляду

$$\bar{q} = A_1 B^{d_1}, \quad (2.60)$$

де B - параметр, який ураховує фізико-географічні умови;
 d_1 - показник, що залежить від середньої висоти водозбору H ;
 A_1 - емпіричний коефіцієнт.

Параметри регіональних залежностей (2.60) наведені для п'яти районів Українських Карпат та трьох районів Гірського Криму (Справочник по водним ресурсам, 1987).

Відносна середня квадратична похибка визначення середніх багаторічних величин стоку для рівнинних територій становить $\pm 10-25\%$, для гірських – $\pm 20\%$.

Таблиця 2.3 – Значення параметрів формули (2.60)

Район	Параметр		
	A_1	B	d_1
Карпати			
Ia	1,4	5,0	$0,001H+1$
Iб	1,5	5,0	$0,001H+1,1$
II	1,1	7,0	$0,001H+0,6$
III	1,3	7,0	$0,001H+0,6$
IV	1,2	6,0	$0,001H+0,6$
V	1,0	5,0	$0,001H$
Крим			
I	0,5	1,6	$0,01H-1$
II	0,7	1,5	$0,01H$
III	0,5	1,4	$0,01H-0,4$

2.5.6 Мінливість річного стоку

Головною причиною коливань величин річного стоку є мінливість з року в рік кліматичних чинників, які пов'язані з особливостями циркуляції атмосфери. Коефіцієнт варіації C_V річного стоку є характеристикою багаторічної мінливості ряду стоку: чим більше значення коефіцієнта варіації, тим більший розмах коливань величин стоку відносно середнього багаторічного значення. Коефіцієнт варіації має обернену пропорцію по відношенню до середньої багаторічної величини стоку: чим більша величина стоку, тим менша його мінливість. У зоні надлишкового і достатнього зволоження значення коефіцієнтів варіації малі, при переході до зони недостатньої зволоженості вони зростають. Таким чином, коефіцієнт варіації

певною мірою підлягає географічній зональності і може представлятись картою ізоліній.

На малих річках вплив чинників підстильної поверхні переважає вплив клімату, бо коефіцієнт варіації залежить від площі водозбору. Із зростанням площі водозбору коефіцієнт варіації, як правило, зменшується. Із зростанням площі водозбору стабілізується підземне живлення, згладжуються коливання стоку у різних частинах водозбору, зумовлені нерівномірністю залягання снігового покриву або випадіння опадів.

Значною мірою на мінливість річного стоку впливає природне регулювання стоку низинними болотами та проточними озерами.

У роботі Л.Г. Онуфрієнка та І.І. Волошина окрім карти ізоліній норм середнього багаторічного річного стоку, наведена карта коефіцієнтів варіації річного стоку рівнинних водозборів. Пізніше ця карта була уточнена А.І. Шерешевським та П.Ф. Вишневським. Ізолінії проведені з кроком 0,1. Ця карта розроблялася для річок із площами від 1000 км² до 50000 км², на яких озерність не перевищувала 3 %.

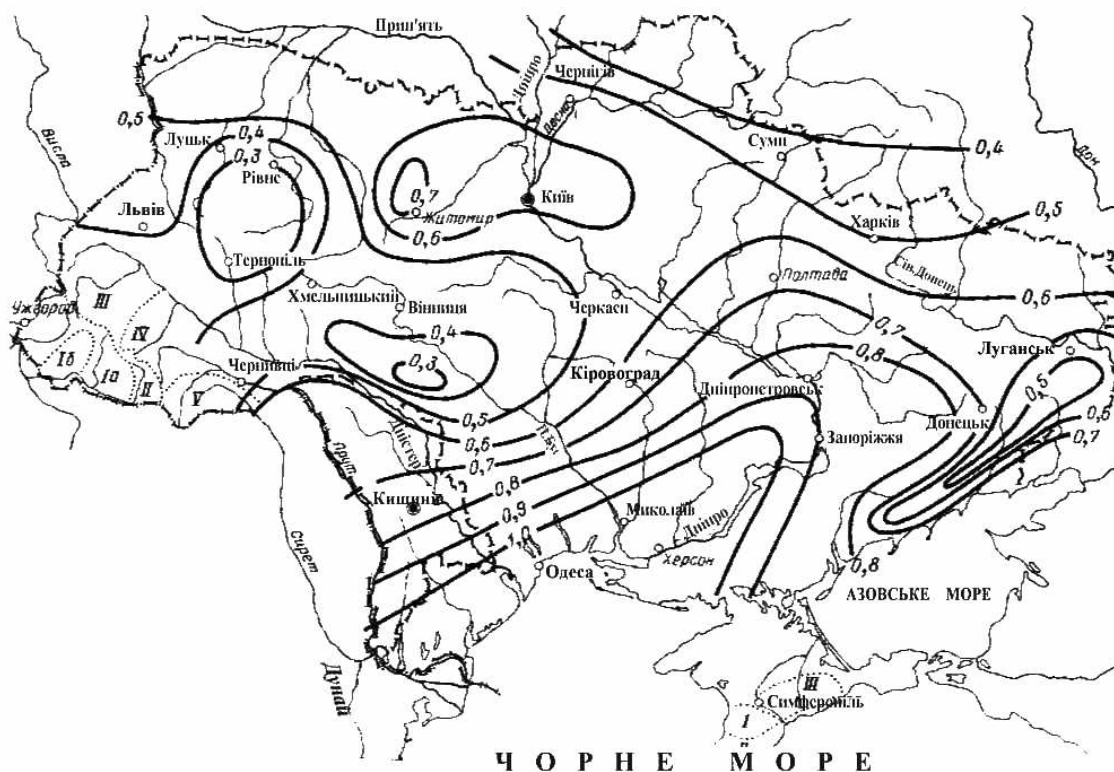


Рисунок 2 9 – Карта-схема коефіцієнтів варіації річного стоку річок України та Молдови: Ia, Ib, II, III, IV, V – номери районних зв'язків річного стоку з висотою водозборів

Для гірських районів Карпат та Криму, де норма стоку змінюється із висотою, запропоновані залежності вигляду

$$C_v = \frac{A_2}{\bar{q}^{m_1} F^{m_2}}, \quad (2.61)$$

де m_1, m_2 - показники степеня, які відображають редукцію коефіцієнта варіації річного стоку із зростанням норми стоку та площі водозбору.

Таблиця 2.4 – Значення параметрів формули (2.61)

Район	Параметр		
	A_2	m_1	m_2 -
Карпати			
Ia и Ib	1,12	0,32	0,025
II	0,92	0,32	0,025
III	0,92	0,25	0,025
IV и V	0,95	0,25	0,040
Крим			
I	0,86	0,26	0,054
II	1,01	0,34	0,000
III	1,01	0,34	0,009

У СНіП 2.01.14-83 для розрахунку коефіцієнтів варіації при відсутності даних спостережень для усієї території колишнього СРСР рекомендовано формулу узагальненого вигляду

$$C_v = \frac{A_3}{\bar{q}^{0.4} (F + 1000)}, \quad (2.62)$$

де A_3 - параметр, який визначається за даними річок-аналогів;

\bar{q} - норма річного стоку, л/(с·км²).

При розробці розрахункових залежностей за моделлю регресії бажано використовувати як можливі предиктори середню багаторічну величину річного стоку \bar{q} , площу водозбору F , озерність f_{oz} , заболоченість f_b , для гірських районів – середню висоту водозбору. Прикладом таких залежностей є рівняння, визначені для європейської частини колишнього СРСР:

- формула Д.Л. Соколовського

$$C_V = A_4 - 0,063 \lg(F + 1), \quad (2.63)$$

де A_4 - параметр, який був представлений картою ізоліній;
- формула Д.Л.Соколовського-М.Є.Шевельова

$$C_V = 0.78 - 0.29 \lg \bar{q} - 0.063 \lg(F + 1), \quad (2.64)$$

де A_4 за пропозицією М.Є.Шевельова записується у вигляді

$$A_4 = 0,78 - 0.29 \lg \bar{q}; \quad (2.65)$$

- формула Д.Л.Соколовського-М.Є.Шевельова для озерних водозборів

$$C_V = 0,78 - 0.29 \lg \bar{q} - 0.063 \lg(F + 1) - 0,08 \lg(f_{oz} + 1). \quad (2.66)$$

2.5.7 Генетичний метод розрахунків річного стоку

Генетичний метод розглядає процес формування річного стоку за його генезисом, виділяючи поверхневу та підземну складові. Найпростішим способом їх визначення є метод розчленування гідрографів стоку. Метод в запропоновував професор Одеського державного екологічного університету А.М. Бефані. Згідно з його вченням, інтразональні чинники по різному впливають на ці складові. Озерність і заболоченість значуще діють на поверхневу складову. Залісеність впливає як на формування поверхневого, так і підземного стоку. Під дією лісу поверхневий сток зменшується, а підземний – зростає. Поверхневий стік у зоні надлишкового та достатнього зволоження від площі водозбору не залежить і лише у зоні недостатнього зволоження може зменшуватись на рахунок втрат на поверхневе затримання.

Підземна складова річного стоку пов'язана із дренаванням руслом річки водоносних горизонтів, а отже, стає залежною від площі водозбору. Площа водозбору служить індексом повноти підземного живлення.

Норма річного стоку представляється у такому вигляді

$$\bar{Y} = \bar{Y}_{нов} \gamma_{л'} \gamma_{оз'} \gamma_{б'} + \bar{Y}_{підз} \varphi \gamma_{л} \gamma_k, \quad (2.67)$$

де $\bar{Y}_{нов}$ – середня багаторічна поверхнева складова річного стоку;

$\bar{Y}_{підз}$ - середня багаторічна підземна складова річного стоку;

$\gamma'_л, \gamma'_{оз}, \gamma'_б$ - коефіцієнти впливу лісу, озер, боліт на поверхневий стік відповідно;

$\gamma_л, \gamma_k$ - коефіцієнт впливу лісистості та карсту на підземний стік;

φ - коефіцієнт, що показує, яка частина з норми фільтрації опадів U_0 надходить у підстильну поверхню (він ще має назву коефіцієнта повноти дренивання).

Коефіцієнт φ представлений А.М. Бефані апроксимуючим рівнянням багатоярусного підземного живлення

$$\varphi = th \left(a_{\Gamma} n_3 \sqrt{\frac{F}{F_{1KP}}} - 1 \right), \quad (2.68)$$

де th - функція гіперболічного тангенсу;

a_{Γ} - гідрогеологічний параметр, рівний відношенню потужності усіх потоків підземних вод зони дренивання по вертикалі до максимальної глибини дренивання;

n_3 - показник інтенсивності наростання підземного припливу;

F - площа водозбору, км²;

F_{1KP} - перша критична площа (км²) або площа, при якій гіперболічний тангенс дорівнює нулю, отже $\bar{Y}_{nidз} = 0$.

Зростання підземного живлення із збільшенням площі басейну відбувається до певної межі, зумовленої місцевим базисом ерозії. Якщо відношення $\frac{F}{F_{1KP}}$ необмежено зростає, то гіперболічний тангенс наближається

до одиниці, тобто підземне живлення дорівнює нормі інфільтрації U_0 .

Площа, при якій підземне живлення річок стабілізується, має назву другої критичної (F_{2KP}).

Якщо за розрахунками коефіцієнт φ наближається до одиниці ($\varphi > 0,99$), то водозбір з площею F може розглядатися як такий, що має стабільну норму підземного живлення, і норма річного стоку для нього установлюється на основі карти ізоліній норм річного стоку.

Таким чином, зв'язки середніх багаторічних значень підземної складової річного стоку з площею водозбору можна описати такими рівняннями:

- при $F \leq F_{1KP}$

$$\bar{Y}_{nidз} = 0; \quad (2.69)$$

- при $F_{1KP} < F < F_{2KP}$

$$\bar{Y}_{ПДЗ} = U_0 th \left(a_{\Gamma} n_3 \sqrt{\frac{F}{F_{1KP}}} - 1 \right); \quad (2.70)$$

- при $F \geq F_{2KP}$

$$\bar{Y}_{нідз} = U_0 . \quad (2.71)$$

Перша критична площа є мінімальною площею, при якій виникає підземне живлення річки. За А.М. Бефані, річки з площами водозборів $F \leq F_{1KP}$ розглядаються як малі. Значення F_{1KP} можна визначити шляхом планіметрування витоків річок та інших виходів підземних вод, які є в басейні. Результати представляються у вигляді простору, на який нанесено значення F_{1KP} (рис.2.10).

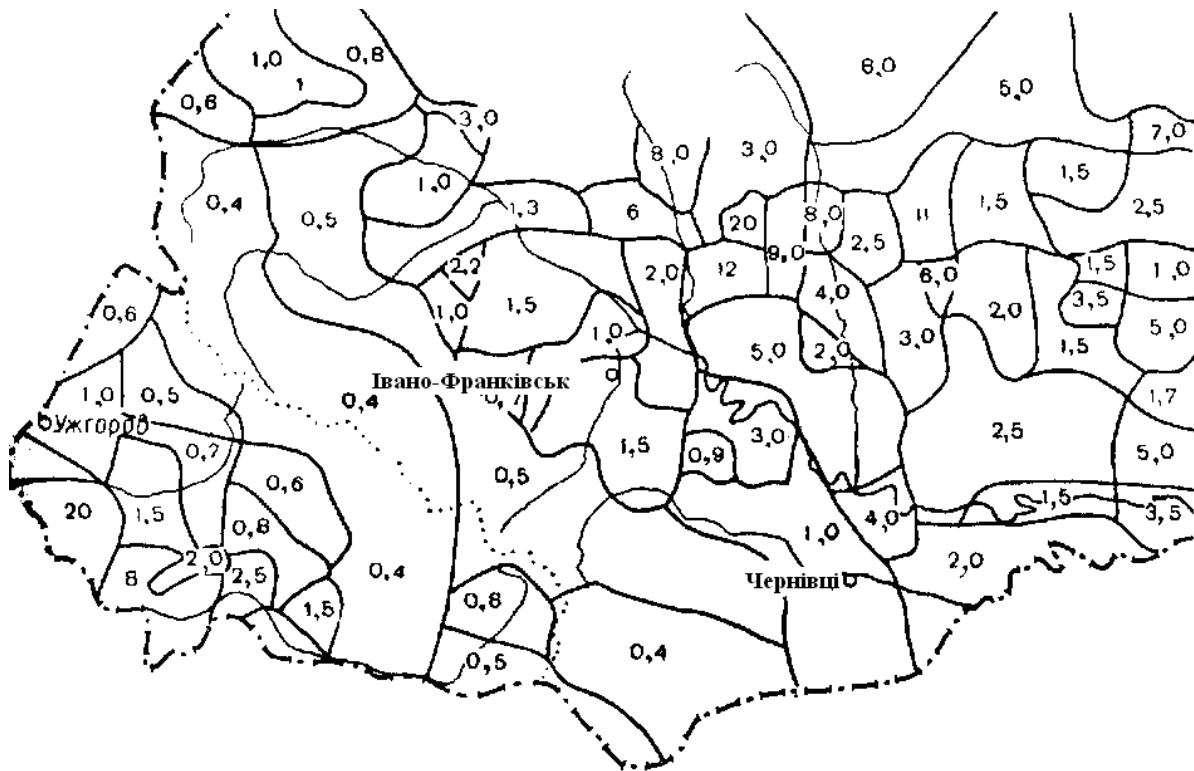


Рисунок 2.10 – Картограма для визначення початкової площі ґрунтового живлення (F_{1kp}) на території Українських Карпат
(А.М. Бефані, О.М. Мельнічук, 1967)

При відсутності будь-яких даних про першу критичну площу використовується емпірична формула

$$F_{1KP} \cong \frac{1}{\rho^2}, \quad (2.72)$$

де ρ - коефіцієнт густини річкової мережі (км/км²).

Пошук параметра a_{Γ} відбувається методом послідовних наближень і районується (рис.2.11), а середні багаторічні величини поверхневої складової річного стоку (рис.2.12) та фільтрації річних опадів у підземні водонесні горизонти представляються у вигляді карт ізоліній (рис.2.13).



Рисунок. 2.11 – Схематична карта районів гідрогеологічного параметра a_{Γ} (А.М. Бефані, О.М. Мельнічук, 1967)

Коефіцієнти впливу лісу на норму підземного живлення у загальному вигляді можна представити рівнянням

$$\gamma_{\text{л}} = 1 + a_{\text{л}} f_{\text{л}} , \quad (2.73)$$

де $a_{\text{л}}$ дорівнює 0,7 (для листяних лісів) та 1,0 - для хвойного лісу;

$f_{\text{л}}$ - залісеність.

За А.М. Бефані, коефіцієнти впливу лісу на поверхневий стік для річок Українських Карпат визначаються таким чином

$$\gamma'_{\text{л}} = 1 - 0,78 f_{\text{л}} + 0,36 f_{\text{л}}^2 . \quad (2.74)$$

Генетичний підхід до розрахунків річного стоку при відсутності даних спостережень, запропонований А.М. Бефані, був використаний для узагальнень поверхневого й підземного стоку південної і центральної України В.Г. Сорокіним та для Українського Полісся - Я.М. Новосадом.

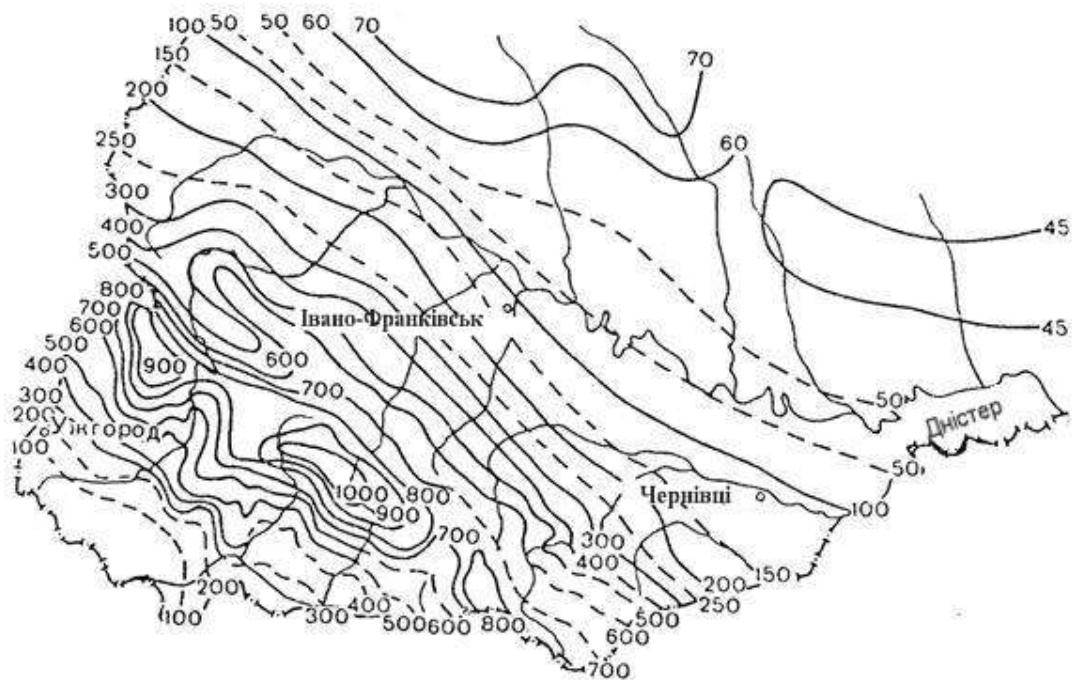


Рисунок 2.12 – Карта-схема норми поверхневого живлення ($\bar{Y}_{пов}$, мм)

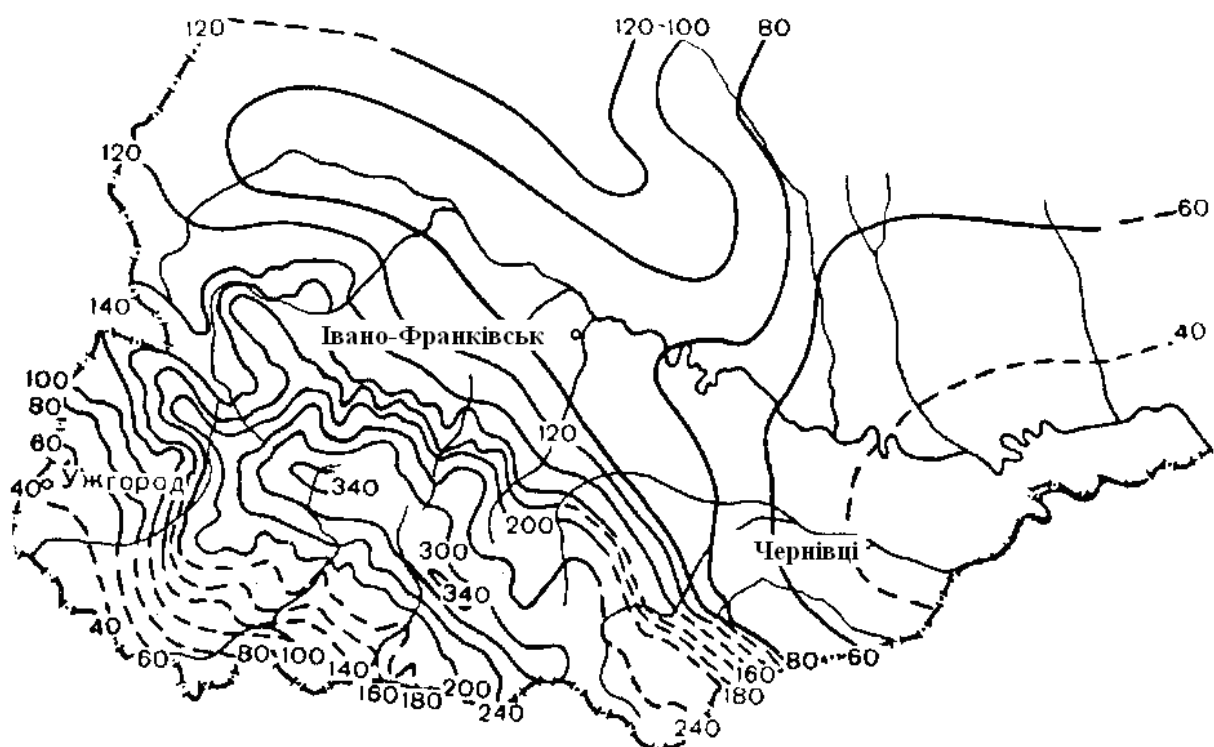


Рисунок 2.13 – Карта-схема норм інфільтрації U_0 для території Українських Карпат (в мм)

2.5.8 Обґрунтування способу просторового узагальнення гідрологічної інформації на основі методу сумісного аналізу

У гідрологічних розрахунках використовується велика кількість методик визначення характеристик стоку при відсутності даних спостережень. Всі ці методики спираються на просторові узагальнення параметрів розрахункових формул. Обмеженість у часі наявних спостережень по більшості рядів стоку річок України породжує статистичну нестійкість параметрів, яку можна ефективно компенсовано за рахунок додаткової інформації про просторові закономірності розподілу розглядуваних характеристик річкового стоку. Для підвищення надійності оцінок статистичних параметрів за вибірковими даними рекомендується виконувати їхнє просторове узагальнення (А.В. Христофоров, 1993). Як вже визначалося, просторові узагальнення – це побудова карти ізоліній досліджуваної величини або побудова карти районів. Для прийняття обґрунтованого рішення про спосіб статистичного узагальнення використовується метод, запропонований С.М. Крицьким та М.Ф. Менкелем, який отримав назву ”методу сумісного аналізу даних”.

Суть методу зводиться до визначення географічної й випадкової складових загальної просторової дисперсії розглядуваного статистичного параметра A

$$\sigma_{II}^2 = \sigma_G^2 + \sigma_B^2, \quad (2.75)$$

де σ_{II}^2 - повна просторова дисперсія розглядуваного параметра A ;

σ_G^2 - географічна складова просторової дисперсії розглядуваного параметра A ;

σ_B^2 - випадкова складова просторової дисперсії розглядуваного параметра A .

При цьому повна просторова дисперсія параметра A оцінюється за формулою

$$\sigma_{II}^2 = \frac{\sum_{j=1}^k (A_j - A_{CEP})^2}{k - 1}, \quad (2.76)$$

де k - число об'єктів (водозборів), об'єднаних в одну групу;

j - порядковий номер розглядуваного об'єкта (водозбору);

A_j - індивідуальна оцінка параметра (оцінка, виконана по ряду спостережень на окремому j -му водозборі);

A_{CER} - осереднена в межах виділеної групи оцінка параметра A .

Випадкова складова просторової дисперсії параметра визначається як осереднена за групою виділених об'єктів дисперсія індивідуальної оцінки параметра

$$\sigma_B^2 = \frac{\sum_{j=1}^k \sigma_{Aj}^2}{k}, \quad (2.77)$$

де σ_{Aj} - середнє квадратичне відхилення індивідуальної оцінки параметра A_j .

Географічна складова визначається за допомогою оберненого розрахунку з (2.75):

$$\sigma_G^2 = \sigma_{II}^2 - \sigma_B^2. \quad (2.78)$$

Якщо виконується умова

$$\frac{\sigma_B^2}{\sigma_{II}^2} > \frac{\sigma_G^2}{\sigma_{II}^2}, \quad (2.79)$$

то можна зробити висновок, що просторовий розподіл досліджуваного параметра більшою мірою визначається випадковими властивостями поєднаних вибірок і меншою - зміною фізико-географічних умов формування стоку на території. Таким чином, при виконанні умови (2.79) приймається рішення, що вибіркові оцінки параметрів можна осереднити в межах досліджуваної території.

Необхідно підкреслити, що якість об'єднання тим вища, чим менший внесок географічної складової у повну просторову дисперсію параметра. Географічна складова є, власне кажучи, оцінкою статистичної неоднорідності вихідного матеріалу. Якість об'єднання, як правило, є високою, коли внесок випадкової складової у просторову дисперсію більше або дорівнює

70%, тобто $\frac{\sigma_B^2}{\sigma_{II}^2} \cdot 100 \geq 70\%$. Коли похибки оцінки вибіркових параметрів

дуже великі, географічна складова дисперсії, обчислена оберненим розрахунком за (2.78), може набувати від'ємних значень. У цьому випадку вне-

сок випадкової складової у повну просторову дисперсію параметра можна взяти рівним 100 % , а географічної – 0 %.

Середнє квадратичне відхилення осередненої у просторі оцінки статистичного параметра розраховується за співвідношенням

$$\sigma_{сер} = \sqrt{\frac{\sigma_B^2}{k} + \sigma_I^2} . \quad (2.80)$$

Величина $\sigma_{СЕР}$, поряд з умовою (2.79), також є критерієм якості об'єднання. Осереднена оцінка параметра визнається статистично достовірною, коли виконується умова

$$A_{сер} > 2\sigma_{сер} . \quad (2.81)$$

У ході послідовного об'єднання параметрів можна виявити ряди, статистичні властивості яких відрізняються від властивостей об'єднуваної сукупності: у міру збільшення числа поєднуваних об'єктів k при незначному зростанні географічної складової σ_I^2 дисперсія осередненого у межах поєднуваної сукупності параметра $\sigma_{сер}^2$, відповідно до виразу (2.80) повинна зменшуватися. “Сплеск” в спадній функції $\sigma_{сер}^2 = \varphi(k)$ свідчить про те, що досліджуваний параметр k -го ряду стоку значно відрізняється від осередненої у просторі оцінки та оцінок відповідного параметра інших рядів. Для таких рядів у подальших розрахунках рекомендується використовувати не осереднену, а уточнену оцінку параметра, за винятком випадків, коли досліджуваний ряд є статистично неоднорідним унаслідок водогосподарських перетворень або відноситься до іншого району, якому притаманні інші властивості.

Для оцінки якості розрахунків поряд з виразом (2.80) також використовуються так звані допустимі відносні середні квадратичні відхилення $\varepsilon_{доп.}$ оцінки параметра A за вибірковими даними. Якщо $\varepsilon_A \leq \varepsilon_{доп.}$, то вибіркове значення параметра береться до розрахунку. Величина ε_A визначається за формулою

$$\varepsilon_A = \frac{\sigma_A}{A} \cdot 100\% , \quad (2.82)$$

де σ_A - середнє квадратичне відхилення оцінки параметра A .

Величини ε_A та $\varepsilon_{ДОП.}$ використовуються у гідрологічних розрахунках для оцінювання якості об'єднання таких статистичних параметрів як середнє арифметичне значення та коефіцієнт варіації. Для статистичних параметрів, що розраховуються за даними спостережень з великим середньоквадратичним відхиленням, осереднена в межах поєднуваної сукупності оцінка є більш достовірною, ніж індивідуальна. Осереднені у межах статистично однорідних районів оцінки статистичних параметрів рекомендуються до використання при побудові стохастичних моделей, а також при описуванні статистичних розподілів характеристик стоку тих водозборів, на яких спостереження за стоком відсутні або суттєво порушені водогосподарською діяльністю.

Уточнена по сукупності розглянутих об'єктів оцінка статистичного параметра розраховується на основі виразу

$$A'_j = \frac{A_j \sigma_{сер}^2 + A_{сер} \sigma_j^2}{\sigma_{сер}^2 + \sigma_j^2}, \quad (2.83)$$

де A'_j - уточнена оцінка індивідуального значення параметра A_j з урахуванням інформації, яка увійшла в поєднувану сукупність;

A_j - вихідне значення параметра по j -му розглянутому об'єкту (водозбору);

σ_j^2 - дисперсія оцінки параметра A_j по j -му розглянутому об'єкту (водозбору);

$A_{сер}$ - осереднена в межах виділеної групи об'єктів оцінка параметра A ;

$\sigma_{сер}^2$ - дисперсія осередненої у межах виділеної групи об'єктів оцінки статистичного параметра.

Середнє квадратичне відхилення уточненого значення параметра визначається на основі наступної формули, отриманої за методом статистичних випробувань,

$$\sigma'_j = \frac{\sigma_j \sigma_{сер}}{\sqrt{\sigma_j^2 + \sigma_{сер}^2}}, \quad (2.84)$$

де σ'_j - середнє квадратичне відхилення уточненої оцінки параметра A'_j по j -му розглянутому об'єкту (водозбору);

σ_j - вихідне середнє квадратичне відхилення оцінки параметра A_j по j - му розглянутому об'єкту (водозбору).

Таким чином, задача вибору способу географічного узагальнення може бути вирішена при розгляді умови (2.79). Якщо умова виконується, то як спосіб географічного узагальнення вибирається районування, тобто розглядувана характеристика осереднюється у межах виділеної території, якщо не виконується – представляється у вигляді карти ізоліній. Визначення меж географічного узагальнення може спиратися на перевірку виконання умови (2.81) та аналіз залежності $\sigma_{сер}^2 = \varphi(k)$. Зростання географічної складової повної просторової дисперсії параметра, а отже, й зростання $\sigma_{сер}$, буде тим інтенсивнішим, чим ширше межі просторового узагальнення.

Слід зазначити, що перед застосуванням методу бажано провести попередній аналіз вихідної інформації, використовуючи для виділення початкових угруповань вже існуючі географічні узагальнення, наприклад, фізико-географічне районування або районування за синхронністю коливань стоку.

Наявність кореляційних зв'язків між стоком близько розташованих водозборів річок зумовлює наявність зв'язків між статистичними параметрами стоку цих річок, визначеними за даними спостережень. Згідно з дослідженнями Є.Г. Блохінова, кореляційний зв'язок між середніми арифметичними значеннями випадкових величин X та Y , статистичний розподіл яких описується трипараметричним гамма-розподілом (С.М. Крицький, М.Ф. Менкель, 1970), дорівнює величині коефіцієнта кореляції між рядами випадкових величин X та Y , тобто

$$r_{\bar{x}, \bar{y}} = r_{X, Y}; \quad (2.85)$$

для коефіцієнтів варіації справедливий вираз

$$r_{C_{Vx}, C_{Vy}} = r_{X, Y}^2; \quad (2.86)$$

а для коефіцієнтів асиметрії C_S та відношення C_S / C_V

$$r_{C_{Sx}, C_{Sy}} = r_{X, Y}^3, \quad (2.87)$$

$$r_{C_S / C_{Vx}, C_S / C_{Vy}} = r_{X, Y}^3, \quad (2.88)$$

де $r_{\bar{x},\bar{y}}$; $r_{C_{Vx},C_{Vy}}$; $r_{C_{Sx},C_{Sy}}$; $r_{C_S/C_{Vx},C_S/C_{Vy}}$ - коефіцієнти кореляції, які характеризують тісноту зв'язку між статистичними параметрами двох рядів випадкових величин X та Y ;

$r_{X,Y}$ - коефіцієнт кореляції між двома рядами стоку X та Y .

Наявність зв'язку між стоком річок зменшує обсяг незалежної інформації, що зумовлює зниження випадкової складової просторової дисперсії параметра. Урахування впливу кореляції між стоком річок, які входять до одного угруповання, відбувається за формулою

$$\sigma_B^{2'} = \sigma_B^2 (1 - r_{A_{cep}}), \quad (2.89)$$

де $\sigma_B^{2'}$ - уточнена випадкова складова просторової дисперсії параметра A з урахуванням впливу кореляції між рядами;

σ_B^2 - вихідне значення випадкової складової просторової дисперсії параметра A ;

$r_{A_{cep}}$ - середнє для угруповання значення коефіцієнту кореляції між параметрами A .

Метод С.М. Крицького та М.Ф. Менкеля дозволяє вирішувати багато задач географічного узагальнення. Обґрунтування вибору способу узагальнення статистичних параметрів річного стоку і районування території України та колишнього СРСР для статистичних параметрів C_V , C_S/C_V , $r(1)$ наведено у роботах М.В. Болгова та Н.С. Лободи.

Навіть при тривалих рядах спостережень оцінки окремих статистичних параметрів визначаються з великою похибкою, тобто є статистично незначущими. До числа таких параметрів відносяться насамперед коефіцієнти автокореляції $r(1)$ й асиметрії C_S , а також розрахункове відношення C_S/C_V . На основі застосування методу сумісного аналізу Лобода Н.С. (2005) виділила для України статистично однорідні райони (табл.2.5, табл.2.6), у межах яких $r(1)$ та C_S/C_V для будь - якої річки можуть визначатися за середнім для усього району значенням.

Таблиця 2.5 – Районування коефіцієнтів автокореляції річного стоку річок України

№	Район	Середнє значення коефіцієнта автокореляції
1	Артезіанська провінція Карпат	0,15
2	Волино-Подільський артезіанський басейн	0,35
2а	Північно-західна частина Волино-Подільського артезіанського басейну (рр. Вижівка, Турія, Стохід)	0,21
2б	Лівобережні притоки Дністра, верхів'я Західного Бугу, Ікви (закастровані водозбори)	0,55
3	Артезіанська провінція Українського кристалічного щита, Дніпровсько-Донецький артезіанський басейн	0,28
4	Артезіанська провінція Донбасу, Приазов'я	0,30
5	Причорноморський артезіанський басейн, включаючи річки Базавлук, Конка, Самара	0,10

Таблиця 2.6 - Районування відношення C_S / C_V річного стоку річок України

№	Район	Середнє значення відношення C_S / C_V
1	Західна частина басейну р.Тиси	1,4
2	Східна частина басейну р.Тиси та верхів'я р.Прут	0,6
3	Гірська частина водозбору р.Дністер	2,0
4	Лівобережні притоки до впадіння р. Стрипа	3,0
5	Водозбір р.Прип'ять, правобережні притоки Дніпра, лісостепова частина водозбору р.Південний Буг, лісостепова частина річки Дністер	1,5
6	Водозбір р.Десна	3,00
7	Водозбори річок Трубеж, Сула, Псел та Ворскла	1,00
8	Водозбори річок Приазов'я та р. Сіверський Донець	1,50
9	Водозбори рр.Орель, Самара, Базавлук, Конка	1,27
10	Річки степової зони Молдови й північно-західного Причорномор'я	1,70

РОЗДІЛ 3

3 РОЗРАХУНКИ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИРОДНОГО РІЧНОГО СТОКУ ЗА МЕТЕОРОЛОГІЧНИМИ ДАНИМИ

Сучасний стік річок України зазнає значного антропогенного впливу, прикладами якого є будівництво ставків та водосховищ, перекидання стоку великих річок по каналах з метою забезпечення водою населення посушливого півдня, зрошування сільськогосподарських земель водами місцевих водотоків та водами річок-донорів, осушування перезволожених земель та інше. У наш час до водогосподарських перетворень додалася така складова як глобальне потепління, що відбувається у результаті зростання вмісту парникових газів у атмосфері.

Україна, ратифікувавши Рамкову Конвенцію ООН з питань змін клімату (1996 р.), взяла на себе зобов'язання не тільки обмежити викиди парникових газів, а й досліджувати зміни регіонального клімату та їх вплив на природні ресурси України, включаючи водні. Захист водних ресурсів в умовах змін глобального клімату розглядається як важливе завдання на міжнародному й національному рівнях. Діяльність Уряду України спрямована на підтримання екологічної рівноваги, раціональне використання та відновлення природних водних ресурсів.

Даних про стік річок у природних (непорушених водогосподарською діяльністю) умовах його формування на території України практично немає. Більшість гідрологічних постів була відкрита після Великої Вітчизняної війни, у 50-ті роки минулого сторіччя. Це й же період характеризується інтенсифікацією сільськогосподарського виробництва, яке супроводжувалося будівництвом штучних водойм, регулюванням стоку річок, розвитком меліорацій. Таким чином, матеріали спостережень за стоком надають відомості не про природний, а про побутовий стік. Південна частина України характеризується відсутністю даних спостережень як у природних, так і порушених водогосподарською діяльністю умовах. Через нестачу вихідних даних ізолінії норм річного стоку на картах нормативних документів проведені для території Північно-Західного Причорномор'я пунктиром (СНіП 2.01.14-83).

Для визначення характеристик стоку у природних умовах доцільно використовувати метеорологічні дані, оскільки вони не підпадають під

вплив водогосподарської діяльності та мають більшу тривалість у часі при порівнянні з гідрологічними й визначаються на базі більш розвиненої мережі спостережень. Основою розрахунків стоку за метеорологічними даними є балансові методи.

Стік, розрахований за метеорологічними даними, виключає вплив чинників підстильної поверхні як природних, так і зумовлених водогосподарськими перетвореннями. Таким чином, отримані характеристики стоку можуть розглядатися як такі, що описують природний зональний стік. Моделі розрахунків стоку, на вході яких використовуються метеорологічні дані, отримали назву моделей “клімат-стік”.

У наш час Всесвітньою Метеорологічною Організацією (ВМО) розробляються довгострокові прогнози змін клімату на Землі. Методи розрахунків характеристик стоку за метеорологічними даними, побудованими на основі моделей типу “клімат – стік”, надають можливість передбачати стан водних ресурсів у нових кліматичних умовах, описаних кліматичними сценаріями майбутнього.

Досить перспективним для створення таких моделей визнано балансовий підхід, який базується на сумісному розгляді рівнянь водного та теплового балансів підстильної поверхні. Метод водно-теплового балансу у модифікації В.С. Мезенцева для умов України розроблено на кафедрі гідрології суші Одеського державного екологічного університету під керівництвом професорів Є.Д. Гопченка та Н.С.Лободи (N.S. Loboda, 1998; Є.Д. Гопченко, Н.С. Лобода, 2001).

3.1 Метод водно-теплового балансу

Моделі типу “клімат – стік” спираються на використання у розрахунках стоку метеорологічних характеристик. Найпростішою з таких моделей є рівняння водного балансу за багаторічний період (К.П. Воскресенський, 1956)

$$\bar{X} = \bar{E} + \bar{Y} , \quad (3.1)$$

де \bar{X} , \bar{E} , \bar{Y} - річні норми опадів, випаровування з поверхні суші та стоку відповідно.

У випадку оцінки норми річного стоку на основі рівняння водного балансу

$$\bar{Y} = \bar{X} - \bar{E} \quad (3.2)$$

проблема розрахунків постає у незадовільній точності визначення норми випаровування з поверхні суші (М.А. Веліканов, 1940; Д.Л.Соколовський, 1968). Структура водного балансу ділянки суші тісно зв'язана з її тепловим балансом, тобто з надходженням і перетворенням поверхнею та діяльним шаром ґрунту тепла сонячної радіації. Ця обставина зумовила потребу розглядати задачу визначення елементів водного балансу разом з теплоенергетичним балансом земної поверхні. Перспективи сумісного вирішення водного та теплоенергетичного балансів поверхні суші розглядалися багатьма авторами (Е.М. Ольдекоп, 1911, М.А. Веліканов, 1928, М.І. Будико, 1958). Як найбільш оптимальний, був визнаний підхід, запропонований В.С.Мезенцевим. Процес теплообміну в будь-якій точці простору і за будь-який проміжок часу представлений ним у вигляді статей надходження й витрати енергії

$$R^+ + P^+ + (B_1 - B_2) = LE + P^- + I_H - LC, \quad (3.3)$$

де R^+ - приходна частина радіаційного балансу;

P^+ - приходна складова турбулентного теплообміну або тепло, яке надходить на ділянку суші в зв'язку з рухом повітря, тобто адвективне тепло;

$B_1 - B_2$ - зміна запасів тепла в діяльному шарі ґрунту (теплообмін у ґрунті, позначається як ΔB);

L - "приховане" тепло пароутворення;

LE - витрата тепла на випаровування;

P^- - витрата тепла на нагрівання повітря (від'ємна частина турбулентного теплообміну);

I_H - довгохвильове випромінювання земної поверхні у нічні часи доби;

LC - витрата тепла на конденсацію.

Приходна складова R^+ радіаційного балансу визначається як різниця між короткохвильовою радіацією R_K , що надходить до земної поверхні в денну частину доби, та довгохвильовим випромінюванням із земної поверхні I_D

$$R^+ = R_K - I_D, \quad (3.4)$$

де I_D - баланс довгохвильового випромінювання (випромінювання земної поверхні за мінусом противипромінювання атмосфери) у денні та частково сутінкові години доби.

Ліва (приходна) частина рівності (3.3) розглядається як граничні ресурси енергії, які забезпечують процес випаровування у визначених кліматичних умовах й називаються “теплоенергетичними ресурсами клімату”

$$LE_m = R^+ + P^+ + (B_1 - B_2) , \quad (3.5)$$

де E_m - так званий “теплоенергетичний еквівалент”, тобто шар води, який міг би випаритися з поверхні суші, якби на процес випаровування були витрачені усі теплоенергетичні ресурси клімату

$$E_m = \frac{R^+ + P^+ + (B_1 - B_2)}{L} . \quad (3.6)$$

Таким чином, теплоенергетичний еквівалент E_m - це величина, яка за своїм фізичним змістом близька до величини E_0 - випаровуваності або максимумально можливого випаровування.

Величина E_0 (випаровуваність) визначалася багатьма авторами як верхня межа випаровування, але інтерпретувалася по-різному: «випар зі зволоженої поверхні» (М.І. Будико); «випар з водної поверхні при тому ж комплексі метеорологічних умов, що й над сушею» (Н.А.Багров); «випар з поверхні полів, вкритих рослинністю, коли вологість ґрунту близька до найменшої польової вологоємності» (А.Р. Константинов). На відміну від інших авторів, В.С.Мезенцеву вдалося надати однозначний фізичний зміст поняттю “випаровуваність”.

Права або витратна частина рівняння теплового балансу позначається як “сумарний теплообмін” T , зумовлений нагріванням приземного повітря за рахунок турбулентного обміну й нічного ефективного випромінювання земної поверхні (без противипромінювання атмосфери). Тоді (3.6) можна представити у вигляді

$$LE_m = LE + T . \quad (3.7)$$

Теоретичними границями зміни складових рівняння (3.7) є такі величини:

$$LE_m \geq LE \geq 0 ; \quad (3.8)$$

$$LE_m \geq T \geq 0 . \quad (3.9)$$

Іншими словами, витрати тепла на фактичне випаровування та сумарний теплообмін завжди менші від теплоенергетичних ресурсів клімату, тому що в природі завжди спостерігається витрата тепла.

Рівняння водного та теплового балансів містять у собі загальну складову – випаровування з поверхні суші. Для визначення стоку необхідно, насамперед, розрахувати випаровування, представивши його через складові теплового балансу. У цьому аспекті підхід, запропонований В.С.Мезенцевим, є подальшим розвитком наукових ідей Е.М.Ольдекопа (1914), Н.А.Багрова (1953), Л.Тюрка (1958), М.І.Будико (1958), які намагалися встановити співвідношення між загальним зволоженням території та випаровуваністю. Загальне рівняння водного балансу для ділянки суші представлене В.С. Мезенцевим таким чином

$$H = E + Y , \quad (3.10)$$

де H - характеристика зволоження території.

Під характеристикою зволоження H розуміють опади X , які випадають за розрахунковий період, зміни $(w_1 - w_2)$ запасів вологи в ґрунті й у водоносних горизонтах $(Y_{ГР1} - Y_{ГР2})$

$$H = X + (w_1 - w_2) + (Y_{ГР1} - Y_{ГР2}) . \quad (3.11)$$

Для “замкненого” водозбору зволоження визначається рівнянням (О.В. Гушля, В.С. Мезенцев, 1982)

$$H = X + w_1 - w_2 . \quad (3.12)$$

Введення характеристики теплоенергетичних ресурсів у рівняння водного балансу (3.10) досягається діленням лівої і правої частин цього рівняння (3.10) на величину E_m

$$\frac{H}{E_m} = \frac{E}{E_m} + \frac{Y}{E_m} . \quad (3.13)$$

Складові рівняння (3.13) H, E, Y позначаються як $\beta_H, \beta_E, \beta_Y$ відповідно. Отже (3.13) можна записати у вигляді

$$\beta_H = \beta_E + \beta_Y , \quad (3.14)$$

де

$$\beta_H = \frac{H}{E_m}; \quad \beta_E = \frac{E}{E_m}; \quad \beta_Y = \frac{Y}{E_m} . \quad (3.15)$$

Граничні умови складових (3.14) є такими

$$0 \leq \beta_E \leq 1 \quad \text{при} \quad 0 \leq \beta_H \leq \infty \quad \text{та} \quad 0 \leq \beta_Y \leq \beta_H \leq \infty . \quad (3.16)$$

Після диференціювання рівняння (3.14) за величиною співвідношення ресурсів вологи і тепла β_H В.С. Мезенцев одержав рівняння такого вигляду

$$\frac{\partial \beta_E}{\partial \beta_H} + \frac{\partial \beta_Y}{\partial \beta_H} = 1 . \quad (3.17)$$

Після наближеного розв'язання (3.17) частинне рівняння зв'язку між складовими водного та теплового балансів представлено В.С. Мезенцевим у такий спосіб

$$\beta_E = (1 + \beta_H^{-n})^{-\frac{1}{n}} , \quad (3.18)$$

де n - параметр, що інтегрує вплив фізико-географічних умов формування стоку.

З урахуванням позначень (3.17), прийдемо до рівняння вигляду

$$E = E_m \left[1 + \left(\frac{H}{E_m} \right)^{-n} \right]^{-\frac{1}{n}} . \quad (3.19)$$

Відповідно рівняння водного балансу (3.10) набуде вигляду

$$H = Y + E_m \left[1 + \left(\frac{H}{E_m} \right)^{-n} \right]^{-\frac{1}{n}} . \quad (3.20)$$

Рівняння (3.20) містить складову, яка входить у тепловий баланс земної поверхні і являє собою випаровування з поверхні суші E , представлене через (3.19), у зв'язку з чим вираз (3.20) називають рівнянням водно-теплового балансу.

Балансове співвідношення (3.20), виражене відносно величини стоку Y , має вигляд

$$Y = H - E_m \left[1 + \left(\frac{H}{E_m} \right)^{-n} \right]^{-\frac{1}{n}}. \quad (3.21)$$

Коли розглядається водний баланс замкненого водозбору, під величиною Y слід розуміти сумарний стік, який вміщує підземну та поверхневу складові стоку (Є.Д. Гопченко, О.В. Гушля, 1988).

При розбіжності розмірів та меж поверхневого й підземного водозборів може виникнути додатковий приплив (в області розвантаження підземних вод) або відтік (в області живлення підземних) вод, який не обхідно врахувати у рівнянні водного балансу (3.11) окремою складовою $Y_{Г1} - Y_{Г2} = \Delta Y_{ГР}$.

Для розрахунків стоку у межах року (по сезонах, місяцях, декадах) використовують рівняння вигляду

$$Y = X + w_1 - w_2 - E_m \left[1 + \left(\frac{X + w_1 - w_2}{E_m} \right)^{-n} \right]^{-\frac{1}{n}}. \quad (3.22)$$

Різниця $(w_1 - w_2)$, яка представляє собою зміну вологовмісту розрахункового шару ґрунту, набирає істотних додатних та від'ємних значень у середині року (місяці, декади) і в окремі роки (групи років).

Для багаторічного періоду зміна запасів вологи у ґрунті наближається до нуля, отже, виконується умова $(w_1 - w_2) = 0$ або $\pm \Delta w = 0$, у зв'язку з чим балансове співвідношення (3.22) набуває вигляду

$$\bar{Y} = \bar{X} - \bar{E}_m \left[1 + \left(\frac{\bar{X}}{\bar{E}_m} \right)^{-n} \right]^{-\frac{1}{n}}, \quad (3.23)$$

де $\bar{Y}, \bar{X}, \bar{E}_m$ - середні багаторічні величини (норми) річного стоку, опадів та теплоенергетичного еквівалента (максимально можливого випаровування), відповідно.

Результати досліджень, виконаних багатьма авторами для різних водозборів колишнього СРСР, показали, що для річного стоку має сенс використовувати $n = 3$.

Норма стоку, розрахована за (3.23), визначається кліматичними чинниками формування річного стоку (річними опадами й максимально можливим випаровуванням), у зв'язку з чим одержала назву кліматичного стоку. *Норма річного кліматичного стоку \bar{Y}_K є середньою багаторічною характеристикою річного стоку, який утворився в результаті певного співвідношення характеристик тепла та вологи β_H , підлягає закону географічної закономірності й відповідає зональному природному річному стоку.*

Карти ізоліній норм річного кліматичного стоку будуються за даними метеорологічних станцій і відносяться у просторі не до геометричного центра водозборів, а до точок, які відповідають географічним координатам відповідних станцій. Матеріалами необхідними для визначення кліматичної норми річного стоку є складові радіаційного та теплового балансів підстильної поверхні за багаторічний період, а також середні багаторічні дані по опадах та температурах за календарні місяці й роки.

3.2 Теплоенергетичні ресурси клімату

Величина LE_m , представлена рівнянням (3.5), визначає граничні, тобто максимально можливі енергетичні ресурси клімату, а значення шару максимально можливого випаровування E_m в (3.6) розглядається як теплоенергетичний еквівалент, який дозволяє використовувати характеристики теплоенергетичних ресурсів клімату у рівнянні водно-теплового балансу. Найбільші труднощі при використанні (3.6) створює визначення величини $(B_1 - B_2)$, яка характеризує зміни запасів тепла в діяльному шарі ґрунту. Однак у цілому за рік, і тим більше за багаторічний період, виконується умова $(B_1 - B_2) = 0$. Отже

$$\bar{E}_m = \frac{\bar{R}^+ + \bar{P}^+}{L}, \quad (3.24)$$

де \bar{E}_m - норма (середня багаторічна величина) максимально можливого випаровування;

\bar{R}^+, \bar{P}^+ - норми приходних складових рівняння теплового балансу підстильної поверхні.

Дані про річні складові радіаційного балансу містяться у матеріалах спостережень актинометричних станцій. Приходна складова радіаційного балансу визначається як різниця між короткохвильовою частиною радіаційного балансу підстильної поверхні та її довгохвильовим випромінюван-

ням. Що стосується приходної (спрямованої до земної поверхні) складової турбулентного теплообміну P^+ , то її величина складає лише близько 20% від річної суми розрахункового турбулентного теплообміну в денний час, коли потік тепла спрямований вгору від поверхні і не перевищує 10-15% від річного радіаційного балансу. В.С.Мезенцевим запропонував емпіричну формулу для розрахунку річної величини P^+

$$P^+ = 285 - 0,820R, \quad (3.25)$$

де R - величина річного радіаційного балансу, Мдж/м².

Таким чином, при $R = 0$ річна величина P^+ складає 285 Мдж/м², а при $R < 0$, приходна складова турбулентного теплообміну буде зростати. У межах України приходна складова турбулентного теплообміну змінюється від 124 до 167 Мдж/м² у рік.

Число актинометричних станцій (менше 20 у межах України) обмежене і є недостатнім для детального опису просторового розподілу теплоенергетичних ресурсів клімату. Оскільки температурний режим України значною мірою зумовлений надходженням сонячної радіації до земної поверхні, для розрахунків \bar{E}_m за даними метеорологічних станцій України Є.Д. Гопченко та Н.С.Лобода вивели регіональну залежність величини \bar{E}_m від температурних характеристик літнього періоду, коли переважає антициклоніальна погода з малою хмарністю і слабкими вітрами

$$\bar{E}_m = 13,3 \sum_V^{IX} \bar{T}_M - 307, \quad (3.26)$$

де $\sum_V^{IX} \bar{T}_M$ - сума норм середніх місячних температур повітря за літній період (з травня по вересень, включно). Коефіцієнт одержаного рівняння лінійної парної регресії дорівнює $0,94 \pm 0,01$.

Просторова зміна максимально можливого випаровування на рівнинній частині України підлягає закону широтної географічної зональності (Н.С. Лобода, 2005). Найменший градієнт величини \bar{E}_m спостерігається на північному заході Поліської низовини (рис.3.1). Теплоенергетичні ресурси клімату зростають від 750 мм на північному заході до 1000 мм на півдні та південному сході.

Характер розподілу ізоліній норм річних опадів відповідає картам, наведеним довіднику «Клімат України» (1967).

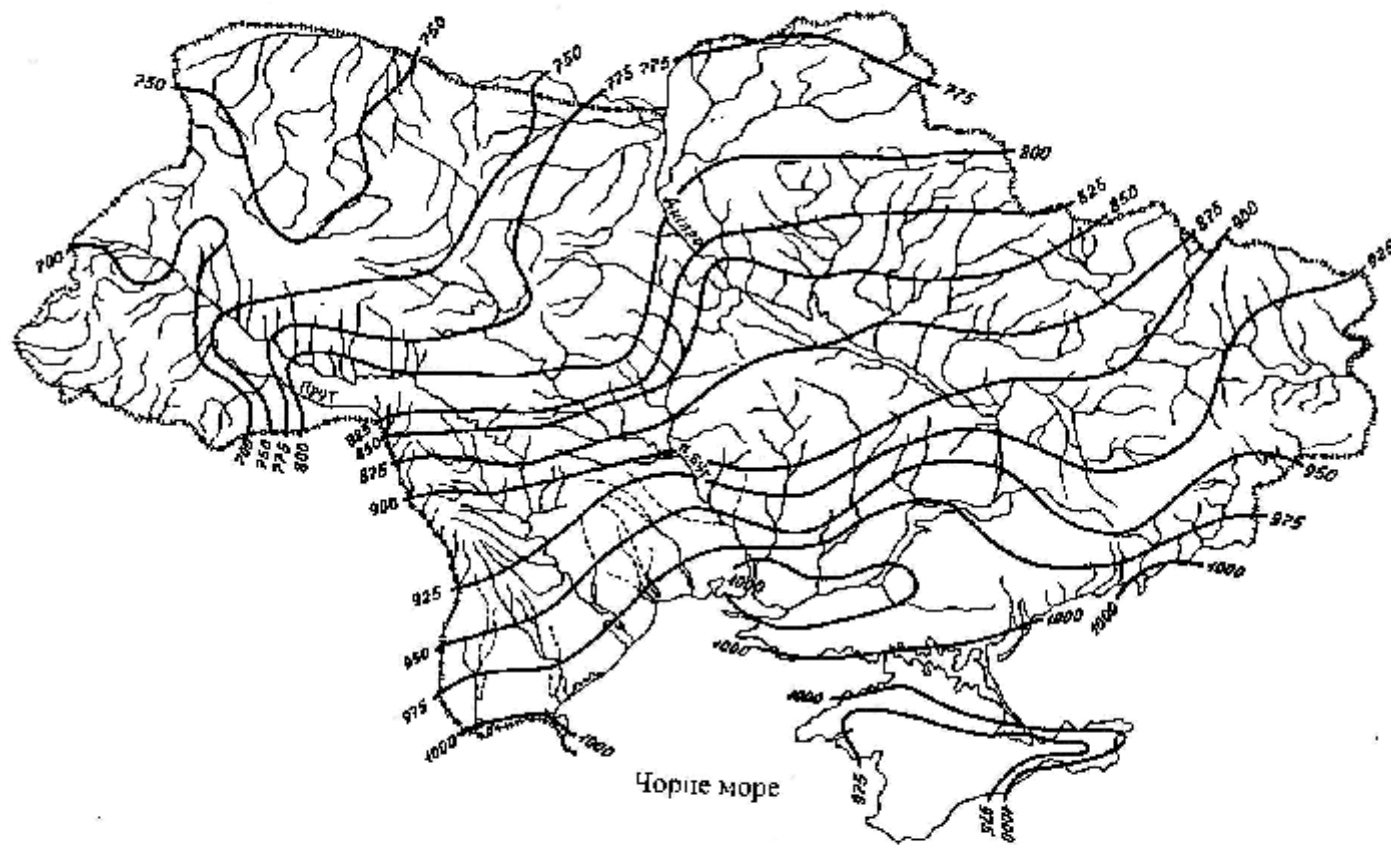


Рисунок 3.1 - Норма максимально можливого випаровування (мм)

3.3 Ресурси зволоження

Еквівалентом ресурсів зволоження території є норма річних опадів. Для характеристики розподілу норм річних опадів використовуються дані по метеорологічних станціях і постах. У “Справочниках по климату СССР” надаються осереднені суми річних опадів, приведені до багаторічного періоду, за матеріалами спостережень до 1965 року.

До величин середніх місячних опадів, наведених у цьому літературному джерелі, відповідно до рекомендацій Державного гідрологічного інституту (ДГІ, РФ), крім поправки на змочування опадоміра та вітрове видування була додатково введена поправка, яка враховує втрати вологи на випаровування з опадоміра. Введення поправки здійснювалося за таким виразом

$$\bar{X} = \bar{X}' + k_E \bar{X}_C, \quad (3.27)$$

де \bar{X} - місячна норма опадів з урахуванням усіх систематичних похибок у показаннях опадоміра, мм;

\bar{X}' - місячна норма опадів з урахуванням поправки на змочування опадоміра та вітрове видування, мм;

\bar{X}_C - місячна норма опадів, розрахована за даними спостережень;

k_E - поправковий коефіцієнт, який показує втрати місячних опадів на випаровування з опадоміра.

Найбільші норми річних сум опадів спостерігаються у Карпатах. На півночі рівнинної частини України їх величина досягає 700 мм, зменшуючись у південному напрямі до 450 мм (рис.3.2).

3.4 Кліматичний стік

Визначення норм кліматичного річного стоку відбувалося за рівнянням (3.23) для кожної із розглянутих метеорологічних станцій. Побудова карт ізоліній виконувалась на топографічній основі 1: 500000 за середніми багаторічними даними більш ніж 900 метеорологічних станцій і постів України та Молдови (Н.С. Лобода, 2005).

Особливістю побудови карти є той факт, що розраховані норми кліматичного стоку відносяться не до центру тяжіння водозбору, як це відбувається із гідрологічними даними, а до точок простору із координатами, які відповідають географічному положенню кожної метеорологічної станції.

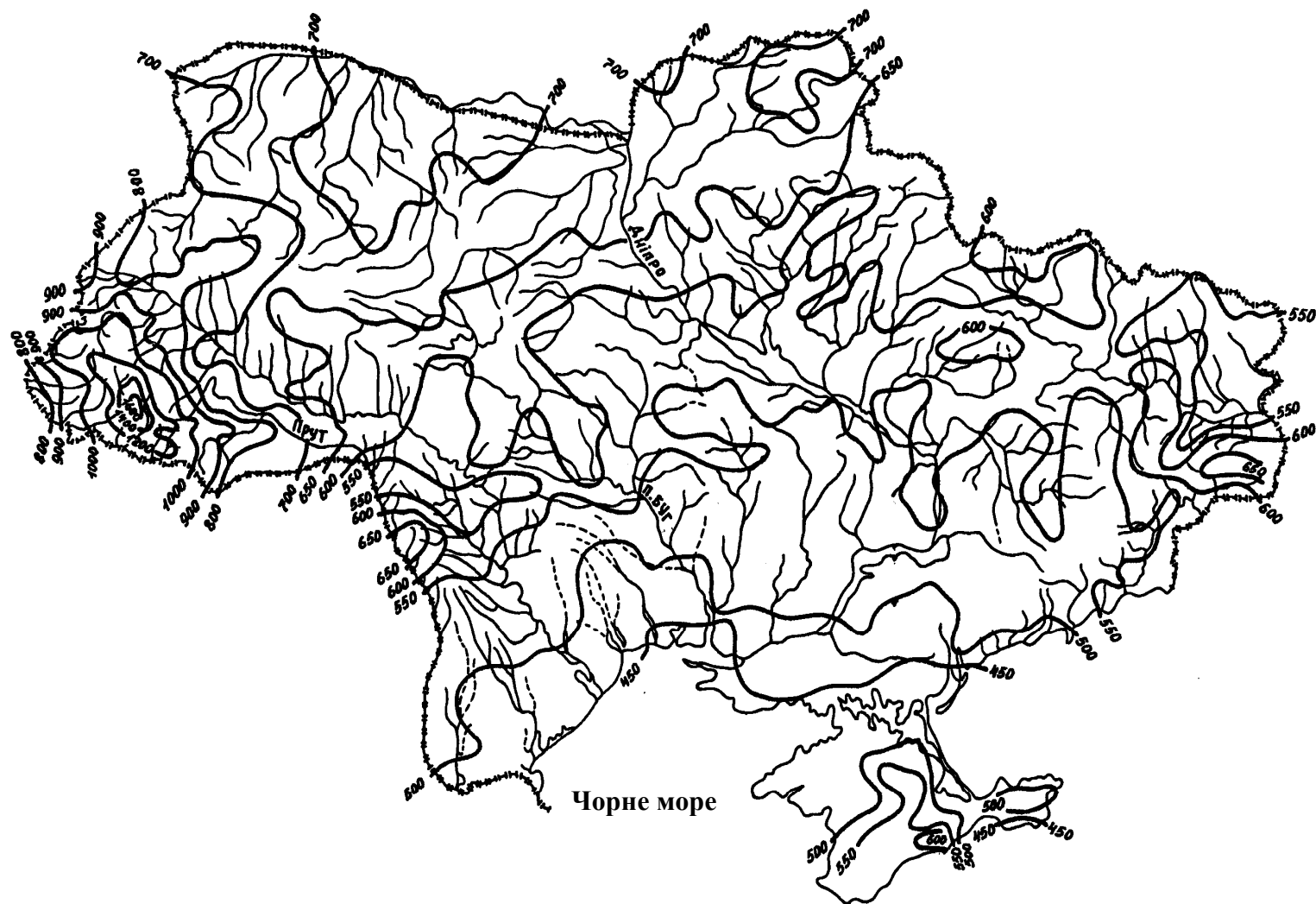


Рисунок 3.2 – Норма річних опадів (мм)

Апробація моделі "клімат – стік", як способу визначення характеристик природного (непорушеного водогосподарською діяльністю) річного стоку, була виконана на даних водозборів різних природних зон України, а також на даних великих річок (Є.Д. Гопченко, Н.С. Лобода, 2005; Н.С. Лобода, Ю.С. Тучковенко, 2010). Установлено, що точність визначення статистичних параметрів річного стоку за описаною моделлю знаходиться у межах точності розрахунків цих параметрів за даними гідрометричних спостережень.

За А.М. Бефані, до великих водозборів віднесено водозбори з площею, більшою за другу критичну, тобто з площею, при якій підземне живлення річки стабілізується. Порівняльний аналіз норм природного стоку, визначених за рівняннями водогосподарського балансу, та норм кліматичного стоку показав, що у зоні достатнього зволоження для великих водозборів відносно відхилення цих величин знаходиться у межах $\pm 5\%$, а у зоні недостатнього зволоження – у межах $\pm 10\%$. Побудова карти норм кліматичного стоку є особливо важливою для регіонів південної України, де річок зі стоком у природних умовах його формування практично не збереглося, а початок стаціонарних спостережень збігається з інтенсифікацією водогосподарських перетворень. Просторовий розподіл норм річного кліматичного стоку (рис.3.3) зумовлений передусім розподілом норм річних опадів.

На правобережній Україні переважає вплив західного переносу повітряних мас. Тут спостерігається зменшення стоку в напрямку з північного заходу на південний схід, у той час як просторовий розподіл стоку центральних і східних областей України визначається меридіональним характером атмосферних процесів, і зменшення стоку відбувається в напрямку північ - південь. Широтна зональність розподілу норм кліматичного річного стоку порушується на сході впливом Донецького Кряжу.

Побудова карти ізолій норм кліматичного стоку є особливо важливою для південної України, де практично відсутні річки з природним стоком, а початок стаціонарних спостережень збігається з інтенсифікацією водогосподарських перетворень. До теперішнього часу у практиці гідрологічних розрахунків використовується карта ізолій норм річного стоку, рекомендована нормативним документом СНіП 2.01.14 - 83, де ізолії на території Причорномор'я і степового Криму проведені пунктиром .

3.5 Оцінка впливу на норму річного стоку підстильної поверхні

Норма річного кліматичного стоку, визначена за картою ізолій (див. рис.3.3), відображає зональний характер розподілу стоку, зумовлений кліматичними чинниками. Для малих та середніх річок, на водозборах яких

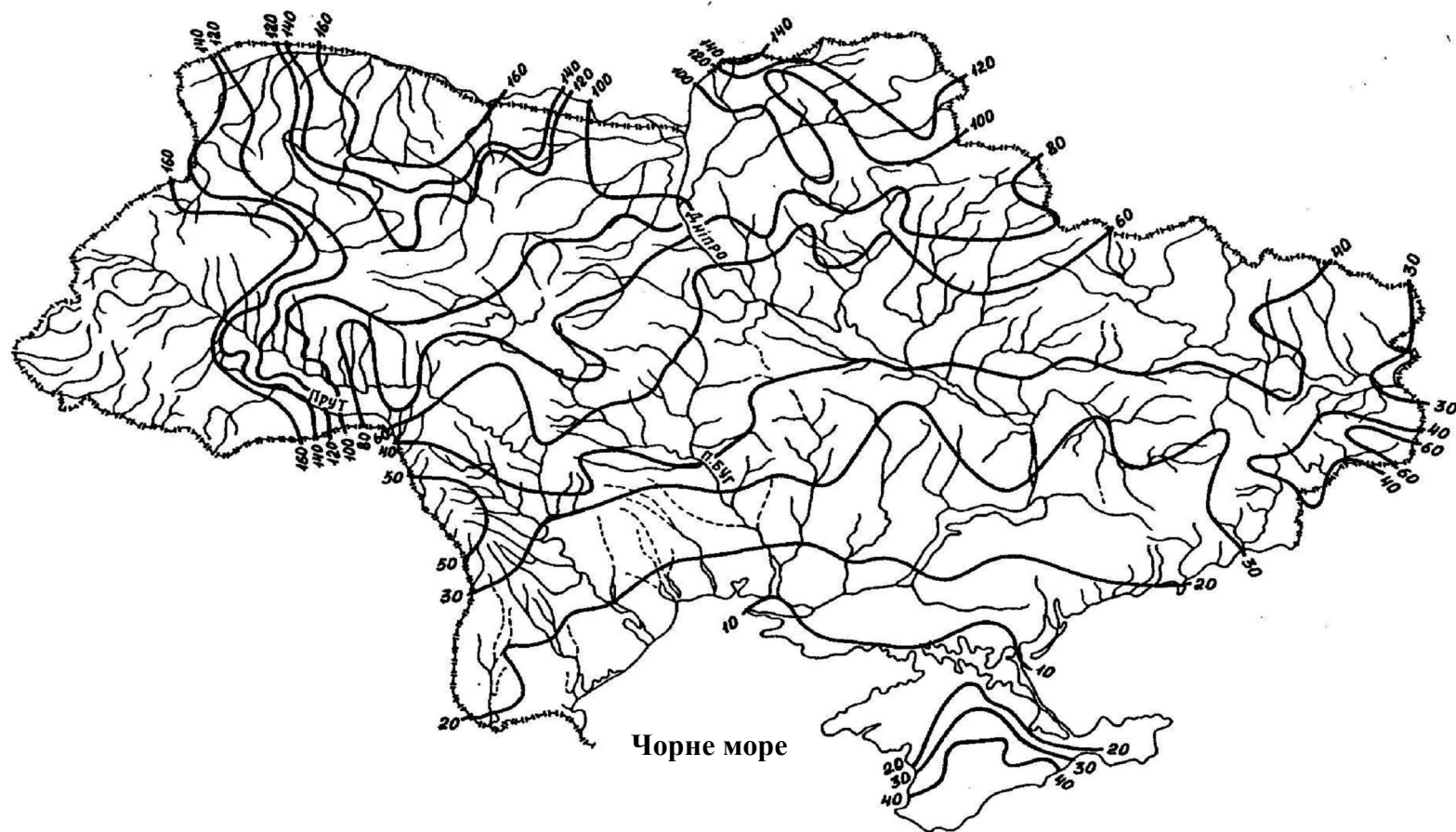


Рисунок 3.3 - Норма річного кліматичного стоку (мм)

формування стоку залежить від властивостей підстильної поверхні, установлені за картою значення \bar{Y}_K можуть відрізнятися від природного стоку.

Співставлення норм річного кліматичного та природного (непорушеного водогосподарською діяльністю) стоку різних водозборів виконано авторами для території Молдови, південно-західної України, включаючи водозбори Південного Бугу, середньої та нижньої течії р. Дністер, межи-річчя Дунай – Дністер та Дністер – Південний Буг, а також для річок західної частини Українського Полісся та басейну р. Сіверський Донець.

Одержані результати дозволили зробити висновки, що для великих водозборів рівнинної частини України норму кліматичного стоку можна ототожнити з нормою природного стоку (А.В. Христофоров, 1993; Н.С. Лобода, Нгуен Ле Мінх, 2003; Є.Д. Гопченко, Н.С. Лобода, І.О. Шахман, 2005; Н.С. Лобода, 2005).

Для більшості малих та середніх водозборів, особливо у зоні недостатнього зволоження, норма кліматичного річного стоку суттєво відрізняється від природного. Відхилення тут можуть досягати 30 % і більше. З метою врахування впливу факторів підстильної поверхні були встановлені перехідні коефіцієнти до норм кліматичного стоку \bar{Y}_K , визначених за картою ізоліній

$$K_{ПЕР} = \frac{\bar{Y}_{ПР}}{\bar{Y}_K}, \quad (3.28)$$

де $K_{ПЕР}$ - перехідний коефіцієнт від норми кліматичного стоку, знятої з карти, до норми природного стоку;

\bar{Y}_K - норма кліматичного стоку з водозбору, яка визначається за картою ізоліній (див.рис.3.3);

$\bar{Y}_{ПР}$ - норма природного річного стоку.

На базі визначених за (3.28) перехідних коефіцієнтів та кількісних показників чинників підстильної поверхні (лісистість, заболоченість, площа водозбору та інше) розроблялися розрахункові регресійні рівняння. Отримані залежності дають змогу розділити територію України на області як додатних, так і від'ємних виправлень до норми кліматичного стоку. В області додатних виправлень $(\bar{Y}_{ПР} - \bar{Y}_K) > 0$ поправкові коефіцієнти більші за одиницю ($K_{ПЕР} > 1$), тобто кліматичний (зональний) стік нижчий від природного стоку малих та середніх за розмірами річок. В області від'ємних виправлень до норми кліматичного стоку $(\bar{Y}_{ПР} - \bar{Y}_K) < 0$ поправкові коефіцієнти менші за одиницю - $K_{ПЕР} < 1$. В області нульових виправлень норма кліматичного стоку дорівнює нормі природного стоку, а поправковий коефіцієнт набуває значення рівного одиниці.

Інтегральним показником впливу чинників підстильної поверхні на формування стоку може служити площа водозбору F . Чим менша площа, тим більшою мірою виявляється дія підстильної поверхні, але F є лише опосередкованим показником взаємодії чинників різного походження.

Площа водозбору може виступати як показник неповного дренажу річками водоносних горизонтів підземних вод. Область від'ємних виправлень ($K_{ПЕР} < 1$) у вигляді $K_{ПЕР} = f(F)$ поширюється на всю лісову зону рівнинної України. Так, для правобережного Полісся (притоки р. Прип'ять) перехідні коефіцієнти до норм кліматичного стоку розраховуються за таким рівнянням

$$k = 1 - 0,270[3,2 - \lg(F + 1)] \quad \text{при } F < 1700 \text{ км}^2; \quad (3.29)$$

$$k = 1 \quad \text{при } F \geq 1700 \text{ км}^2, \quad (3.30)$$

де k - коефіцієнт переходу від кліматичного стоку до природного;

F - площа водозбору.

У межах лісостепової та степової зон картина складніша.

Сніговий покрив, запас води у якому визначає об'єм стоку за весняну повінь і головну частину стоку за рік у цілому, розподіляється площею водозбору нерівномірно. Під впливом вітру відбувається перерозподіл снігового покриву в річковій мережі з подальшою акумуляцією його в ярах та балках, що призводить до зменшення норм стоку із збільшенням площі водозбору. Фактично, діюча площа водозбору, на якій формується основний об'єм стоку повені у замикальному створі, є значно меншою у порівнянні із загальною площею водозбору. Як наслідок, річні норми природного стоку малих та середніх водозборів перевищують кліматичний стік. Так, для лісостепової зони та зони північного степу коефіцієнти переходу описуються рівнянням вигляду

$$K_{ПЕР} = 2,4 - 0,7[\lg(F + 1) - 1] \quad \text{при } F < 1000 \text{ км}^2; \quad (3.31)$$

$$K_{ПЕР} = 1 \quad \text{при } F \geq 1000 \text{ км}^2. \quad (3.32)$$

У підзоні південного степу, де стійкий сніговий покрив утворюється дуже рідко і тому річковий стік формується переважно поєднанням талих вод у період відлиг з дощовими опадами, серед чинників підстильної поверхні значне місце займають втрати на затримку поверхневих вод у зниженнях рельєфу. Непрямим показником втрат стоку на поверхневе затримання може бути ухил водозбору. Оскільки в довідковій літературі дані

про середньозважені ухили є не по усіх водозборах, для практичного застосування отримано залежність коефіцієнта $K_{ПЕР}$ від середньої висоти водозбору, значення якої певним чином пов'язані з ухилом. Перехідні коефіцієнти зменшуються від 1 до нуля в міру зниження висоти місцевості, але лише в межах висот менших за 280 м:

$$k = 1 - 0,003(280 - H_{сер}) \text{ при } H_{сер} < 280 \text{ м}; \quad (3.33)$$

$$k = 1 \text{ при } H_{сер} \geq 280 \text{ м}, \quad (3.34)$$

де $H_{сер}$ - середня висота водозбору.

Межа розділу між областями додатних і від'ємних виправлень до норм річного кліматичного стоку відповідає межі зим із стійким сніговим покривом, який спостерігається менше, ніж у 50 % випадків.

Істотні розбіжності між нормами природного та кліматичного річного стоку можливі, коли вододіли підземних та поверхневих водозборів не співпадають. Здебільшого така картина виникає в областях розвантаження чи живлення карсту. Урахувати дію карсту можливо лише шляхом визначення перехідних коефіцієнтів за виразом (3.28) для певних закарстованих річок. Непрямим показником впливу гідрогеологічних умов на формування стоку закарстованих водозборів також може бути норма інфільтрації опадів у водоносні горизонти U_0 , просторовий розподіл якої визначається не тільки кліматичними умовами, а й водно-фізичними властивостями ґрунтів. Зокрема, величина U_0 використовувалася як предиктор при побудові регресійних рівнянь для визначення коефіцієнта $K_{ПЕР}$ для річок Приазов'я, лівобережних приток Дністра.

3.6 Методика розрахунків характеристик річного стоку за моделлю “клімат-стік”

Визначення статистичних параметрів річного стоку у природних умовах на основі моделі “клімат-стік” відбувається на основі карти ізолій норм річного кліматичного стоку (див. рис.3.3) та виконаних просторово-часових узагальнень характеристик кліматичного стоку (Н.С. Лобода, 2005).

Норму природного (непорушеного водогосподарською діяльністю) річного стоку $\bar{Y}_{ПР}$ для малих та середніх річок визначають через норму кліматичного стоку та перехідний коефіцієнт $K_{ПЕР}$, який визначається в залежності від географічного положення водозбору за регіональними формулами.

На основі аналізу розрахованих рядів кліматичного стоку отримано математичне співвідношення, яке дозволяє визначати коефіцієнти варіації стоку невивчених річок в залежності від норми кліматичного стоку (Є.Д.Гопченко, Н.С. Лобода, 2005)

$$C_{VK} = \frac{C_{V_m}}{(\bar{Y}_K/10)^{0,60}}, \quad (3.35)$$

де C_{VK} – коефіцієнт варіації кліматичного річного стоку;

C_{V_m} - максимальне значення коефіцієнта варіації річного стоку, яке відповідає мінімальному значенню кліматичного стоку у межах України ($\bar{Y}_K = 10 \text{ мм}$). У відповідності з емпіричними даними $C_V = 1,5$.

Відношення C_{SK}/C_{VK} та коефіцієнт автокореляції $r(1)$ беруться згідно із районуванням статистичних параметрів річного стоку за результатами узагальнень, отриманих на основі методу сумісного аналізу.

Після установлення статистичних параметрів розраховуються величини річного природного стоку заданої забезпеченості.

РОЗДІЛ 4

4 РОЗРАХУНКИ РІЧНОГО СТОКУ В УМОВАХ ВОДОГОСПОДАРСЬКИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ

Для оцінки впливу різних видів водогосподарської діяльності на річний стік використовують математичне моделювання. Спочатку на базі інформації минулого виділяють і описують закономірності дії водогосподарських перетворень на стік. Надалі використовують результати моделювання для визначення характеристик стоку в умовах антропогенного впливу. В ОДЕКУ найбільшого розвитку набули стохастичні моделі коливань річного стоку (Н.С. Лобода, Є.Д. Гопченко, 2006).

4.1 Стохастичні моделі річного стоку

В основі більшості інженерно-гідрологічних методів розрахунку лежить уявлення про ймовірнісний характер коливань водності річок й інших складових водного балансу. Існуюча методологія вирішення гідрологічних задач ґрунтується на уявленні про стаціонарність багаторічних коливань стоку, а основні математичні підходи розвиваються на базі теорії стаціонарних випадкових процесів. Зокрема, стохастична теорія багаторічних коливань стоку широко використовує як математичні моделі процеси (ланцюги) Маркова (М.В. Болгов, І.О. Сарманов, 2009; Д.Я. Раткович, 1995).

Ланцюг Маркова є послідовністю випадкових випробувань, яка має таку властивість, що ймовірність результатів наступного випробування залежить лише від результатів безпосередньо попереднього випробування.

У простого ланцюга Маркова розподіл ймовірностей наступної випадкової величини залежить лише від значення безпосередньо попередньої величини; ступінь залежності (при заданому характері зв'язаності) визначається величиною коефіцієнта кореляції між суміжними членами ряду.

Різні модифікації опису простого ланцюга Маркова приводять до різних результатів водогосподарського розрахунку, навіть при однаковому значенні їхнього числового параметра – коефіцієнта автокореляції. Тому для опису багаторічних коливань стоку варто рекомендувати таку з цих модифікацій, яка краще відповідає закономірностям коливань, що

спостерігаються в природі стоку, і не призводить до істотних помилок в результатах водогосподарських розрахунків.

Сукупність умовних розподілів утворює двовимірний розподіл ймовірностей, що і є вичерпною характеристикою зв'язку між членами корельованої послідовності, яка представляє собою простий ланцюг Маркова.

Двовимірний закон розподілу системи двох випадкових величин, кожна з яких підлягає нормальному розподілу, описано у розділі 1.4.5. Якщо випадкова величина Y залежить від випадкової величини X , то умовний закон розподілу системи (X, Y) описується рівнянням (1.221), а його умовне математичне сподівання та середнє квадратичне відхилення – рівняннями (1.221) та (1.223).

Якщо представити, що Y є випадковою величиною випадкового процесу стоку у перерізі $(i+1)/i$, а величина X - випадковою величиною стоку у перерізі i , то математичне сподівання та середнє квадратичне відхилення (стандарт) умовного закону розподілу будуть описані таким чином

$$m_{y/x} = \bar{x}_{(i+1)/i} = \bar{x} + r_H(x_i - \bar{x}), \quad (4.1)$$

і умовним стандартом

$$\sigma_{y/x} = \sigma_{(i+1)/i} = \sigma \sqrt{1 - r_H^2}, \quad (4.2)$$

де $m_x = \bar{x}$ - безумовне математичне сподівання розподілу випадкової величини x ;

σ - безумовний стандарт розподілу випадкової величини x ;

r_H - коефіцієнт кореляції між суміжними членами ряду нормально-розподілених величин.

Вирази (4.1) та (4.2) визначають лінійність кореляції і незалежність умовного стандарту від величини попереднього члена (гомоскедастичність). Однак рівняння (4.1) та (4.2) є справедливими тільки для нормально розподілених випадкових величин, а для гама - розподілених порушується як лінійність кореляції, так і гомоскедастичність умовного розподілу; ступінь нелінійності кореляції зростає зі збільшенням коефіцієнта варіації безумовного розподілу.

Для подальшого вирішення поставленої задачі моделювання річного стоку використовують наведені формули для моделювання послідовностей, які підлягають трипараметричному гама-розподілу або Пірсона III.

Наприклад, генерування рядів річного стоку із використанням закону розподілу Пірсона III здійснюється в такий послідовності.

1. Генерація випадкових чисел, що у подальшому розглядаються як забезпеченості, тобто ($\delta_i = P_i$), де $0 < \delta_i < 1$.

2. Генерація значень стоку заданої забезпеченості за умови, що кореляція між стоком суміжних років відсутня ($r_H = 0$). У цьому випадку кожне значення модельованого ряду позначається як x_i^o .

3. Визначення значень чисел Форстера

а) для безумовного розподілу

$$\Phi_{i+1}^o = \frac{x_{i+1}^o - \bar{x}}{\sigma}; \quad (4.3)$$

б) для умовного розподілу

$$\Phi_{(i+1)/i} = \frac{x_{(i+1)/i} - \bar{x}_{(i+1)/i}}{\sigma_{(i+1)/i}}. \quad (4.4)$$

Оскільки між інтегральною функцією і функцією забезпеченості існує зв'язок, представлений у вигляді $F(x) = 1 - P(x) = 1 - \delta$, то можна зробити висновок, що кожному випадковому числу δ відповідають однакові значення Φ_{i+1}^o та $\Phi_{(i+1)/i}$, тобто

$$\frac{x_{(i+1)/i} - \bar{x}_{(i+1)/i}}{\sigma_{(i+1)/i}} = \frac{x_{i+1}^o - \bar{x}}{\sigma_x} \quad (4.5)$$

З урахуванням позначень (4.1) та (4.2) одержимо

$$x_{(i+1)/i} = \bar{x} + r_H(x_i - \bar{x}) + (x_{i+1}^o - \bar{x})\sqrt{1 - r_H^2}, \quad (4.6)$$

де $x_{(i+1)/i}$ - кожне наступне значення модельованого ряду з урахуванням його залежності від попереднього;

x_{i+1}^o - кожне наступне значення модельованого ряду при $r_H = 0$.

Проблема полягає у тому, що у моделі використовуються формули (4.1) та (4.2) для нормально розподілених величин, у той час як коливання стоку описується іншими статистичними законами.

Останнім часом використовується розроблений в Інституті водних проблем РАН (Росія) інший принцип конструювання ланцюга Маркова для

опису рядів річного стоку, які спираються на наявність кореляції між забезпеченостями суміжних членів ряду; при цьому математичне очікування умовного розподілу ймовірностей наступного члена буде змінюватися в тій мірі, у якій значення забезпеченості попередніх членів відхиляються від медіани; кореляція буде зв'язувати випадкові величини, розподілені рівномірно в інтервалі від нуля до одиниці. Особливістю такого роду кореляції є те, що структура послідовності забезпеченостей випадкових величин не залежить ні від типу їхнього розподілу, ні від числових значень параметрів цього розподілу. Таким чином, запропонована модель застосовує кореляцію між забезпеченостями (рівномірно розподіленими випадковими величинами).

Нехай x і y - випадкові величини, які розподілені рівномірно у проміжку $[-1, 1]$ і мають відповідні щільності

$$f_1(x) = \frac{1}{2}, \quad f_2(y) = \frac{1}{2}. \quad (4.7)$$

Потрібно побудувати двовимірну щільність $f(x, y)$ у квадранті $[-1 \leq x, y \leq 1]$ з урахуванням заданого коефіцієнта кореляції r_0 . Шукана щільність представлена у вигляді розкладання по поліномах Лежандра (Д.Я. Раткович, 1976).

Якщо обмежитися в білінійному розкладанні за системою ортонормованих поліномів першими трьома членами, то двовимірну щільність запишеться у вигляді

$$f(x, y) = \frac{1}{4} \left[1 + 3r_0xy + \frac{5}{4}r_0^2 (3x^2 - 1)(3y^2 - 1) \right], \quad (4.8)$$

де r_0 - коефіцієнт кореляції рівномірно розподілених у $[-1, 1]$ випадкових величин.

Для побудови двовимірного закону розподілу рівномірно розподілених випадкових величин у квадранті $0 \leq u, v \leq 1$ (забезпеченостей) необхідно здійснити лінійну заміну змінних $x = 2u - 1$, $y = 2v - 1$. Щільність $f(u, v)$ запишеться у вигляді

$$f(u, v) = f(P_{i+1}, P_i) = 1 + 3\lambda(2u - 1)(2v - 1) + \frac{5}{4}\lambda^2 [3(2u - 1)^2 - 1] \cdot [3(2v - 1)^2 - 1], \quad (4.9)$$

де λ - коефіцієнт кореляції між забезпеченостями.

Умовна щільність розподілу величини v буде представлена виразом

$$f(v/u) = \frac{f(u, v)}{f_1(u)}, \quad (4.10)$$

а умовна функція розподілу -

$$\begin{aligned} F(v/u) &= \int_0^v f(u, v) dv = \\ &= v + 3\lambda(2u-1)(v^2 - v) + 5\lambda^2(6u^2 - 6u + 1)(2v^3 - 3v^2 + v) \end{aligned} \quad (4.11)$$

Умовна функція розподілу для величини u записується у вигляді

$$\begin{aligned} F(u/v) &= u + 3r\lambda(2v-1)(u^2 - u) + \\ &+ \frac{5}{2}\lambda^2[3(2v-1)^2 - 1](2u^3 - 3u^2 + u) \end{aligned} \quad (4.12)$$

Умовне математичне очікування дорівнює

$$m(u/v) = \bar{P}_{(i+1)/i} = \frac{1}{2} + \frac{r_0}{2}(2P_i + 1), \quad (4.13)$$

а умовна дисперсія

$$\sigma_{u/v}^2 = \sigma_{(i+1)/i}^2 = \frac{1 - \lambda^2}{12}. \quad (4.14)$$

Умовна дисперсія не залежить від попереднього значення забезпеченості P_i і, отже, кореляція гомоскедастична.

Рівняння (4.9) є лінійним спільним законом розподілу рівномірно розподілених величин (забезпеченостей). Цього досить для того, щоб моделювати ряд забезпеченостей необхідної довжини із заданим значенням коефіцієнта кореляції між ними $|\lambda| \leq 0,55$. Для моделювання випадкових значень використовується такий спосіб: задається значення $u = u_1$ і підставляється воно в (4.12). Далі з таблиці випадкових чисел $[0, 1]$ беруться значення функції розподілу $F(v/u)$ і для знаходження випадкового значення v_1 вирішується кубічне рівняння (4.12). Для генерування випадкового часового ряду із заданими властивостями отримане значення v_1 ставить-

ся на місце u_1 й описана процедура генерації повторюється. Незважаючи на простоту й універсальність методу, мають місце дві обставини, які необхідно взяти до уваги. Лінійна кореляція між забезпеченостями приводить (у даній теоретичній схемі) до нелінійної кореляції між самими випадковими величинами. Якщо ж спочатку будувати лінійну кореляцію між вихідними випадковими величинами, то кореляція між їхніми забезпеченостями буде нелінійною. У цьому випадку необхідно використовувати відповідну умовну функцію розподілу і, вирішуючи зворотну задачу, знаходити відповідне умовне значення по заданих $F(x/y)$ і коефіцієнті кореляції.

Для моделювання випадкового процесу із заданим законом розподілу необхідно вказати співвідношення між коефіцієнтом кореляції для забезпеченостей λ і коефіцієнтом кореляції для вихідних випадкових величин r_r . Зокрема, для двовимірного закону, одержаного шляхом обмеження в розкладанні першими трьома членами і з нормальними апіорними щільностями, справедлива формула

$$r_r = \frac{3}{\pi} \lambda \quad (4.15)$$

При груповому аналізі матеріалів спостережень за стоком, коли точні числові параметри розподілу ймовірностей для кожного окремого пункту невідомі, а іноді й сам тип розподілу недостатньо достовірний, зручніше розглядати ряди забезпеченостей.

При стохастичному моделюванні рядів побутового стоку (ОДЕКУ) генерування штучних рядів здійснювалося як моделювання послідовностей випадкових величин, зв'язаних кореляцією марковського нелінійного типу з маргінальним трипараметричним гама-розподілом С.М.Крицького і М.Ф.Менкеля. При цьому попередньо була задана послідовність з 4000 випадкових рівномірно розподілених чисел в інтервалі (0,1), зв'язаних лінійною лежандрівською кореляцією.

4.2 Стохастичні моделі побутового стоку

Зміни стоку при дослідженні водогосподарських перетворень можна описати рівняннями водогосподарських балансів, у яких природний річний стік $W_{ПР}$ розглядається як початковий стан гідрологічної системи, а побутовий - як результат водогосподарської діяльності

$$W_{ПОБ} = W_{ПР} - \Delta W_3 + \Delta W_{СК}, \quad (4.16)$$

де $W_{ПОБ}, W_{ПР}$ – об'єми побутового та природного стоку;

ΔW_3 – вилучення вод з поверхневих водотоків;

$\Delta W_{СК}$ – скидання вод у поверхневі водотоки.

Рівняння водогосподарських балансів містять у собі складові, які мають стохастичну природу (річний стік, опади, випаровування з водної поверхні, водоспоживання води рослинами та інше), що дозволяє застосовувати до розрахунків стоку засоби імітаційного стохастичного моделювання (Д.Я. Раткович, М.В. Болгов, 1997). З урахуванням ймовірнісної природи водогосподарських балансів рівняння (4.16) набуде вигляду

$$Y_{Pt} = f(P_t(Y_{ПР})) + Y_{АНТР./t=P_t}, \quad (4.17)$$

де Y_{Pt} - розрахункове значення гідрологічної характеристики проектної забезпеченості P_t ;

$f(P_t(Y_{ПР}))$ - розрахункове значення гідрологічної характеристики у природних умовах;

$Y_{АНТР./t=P_t}$ - значення складової стоку, зумовлене впливом водогосподарської діяльності у майбутньому з P_t -ю розрахунковою забезпеченістю.

Розроблена в ОДЕКУ стохастична модель річного стоку в умовах водогосподарських перетворень на водозборах зони недостатнього зволоження описується таким чином:

$$W_{ПОБ} = W_{ПР} - \Delta W_{ЗР} - \Delta W_{ВИП} + \Delta W_{СК}, \quad (4.18)$$

де $W_{ПОБ}, W_{ПР}$ - об'єми побутового та природного стоку;

$\Delta W_{ЗР}$ - об'єм беззворотних втрат стоку на зрошування;

$\Delta W_{ВИП}$ - об'єм втрат стоку на додаткове випаровування з водної поверхні ставків і водосховищ;

$\Delta W_{СК}$ - об'єм додаткового скидання води в поверхневі водотоки.

На першому етапі створення моделей розглядалося питання щодо оцінки окремих складових ($\Delta W_{ОР}, \Delta W_{ВИП}, \Delta W_{СК}$) водогосподарських балансів, які містять в собі інформацію про характер господарської діяльності в межах водозборів. На другому етапі здійснювався перехід до ймовірнісної форми запису рівняння.

Рівняння (4.16) та його ймовірнісна форма (4.17) є теоретичною основою імітаційного моделювання річного стоку, що знаходиться під впливом антропогенних чинників (Н.С. Лобода, 2005).

Стохастичне моделювання рядів побутового стоку виконувалося роздільно для кожного з досліджуваних чинників водогосподарської діяльності на основі відповідного рівняння водогосподарського балансу, яке описує взаємодію того або іншого чинника водогосподарської діяльності з річним стоком (Loboda, N.S., Phan Van Chinnh, 2004).

Рівняння водогосподарських балансів водозборів, представлені в ймовірнісному вигляді, мають таку редакцію:

а) при заборах води з місцевого стоку на зрошування сільськогосподарських угідь

$$Y_{\text{ПОБ},P} = Y_{\text{ПР},P} - \frac{M_{0,100-P}}{\eta} f_{3P} ; \quad (4.19)$$

б) при наявності на водозборі штучних водойм, які зумовлюють втрати на додаткове випаровування з водної поверхні

$$Y_{\text{ПОБ},P} = Y_{\text{ПР},P}(1 - f_B) - (E_B - X)_{100-P} f_B ; \quad (4.20)$$

в) при надходженні до водотоків зворотних вод з сільськогосподарських земель, які зрошуються за рахунок річок-донорів,

$$Y_{\text{ПОБ},P} = Y_{\text{ПР},P} + \xi \frac{M_{0,100-P}}{\eta} (1 - \eta) f_{3P} ; \quad (4.21)$$

г) при осушуванні боліт та заболочених земель

$$Y_{\text{ПОБ},P} = Y_{\text{ПР},P} + \mu \Delta H_{\text{ГР},P} f_{\text{ОС}} + (w_{\text{ПР}} - w_{\text{ОС}}) \Delta H_{\text{ГР},P} f_{\text{ОС}} ; \quad (4.22)$$

де $Y_{\text{ПОБ},P}, Y_{\text{ПР},P}$ - побутовий та природний річний стік із заданою забезпеченністю P , виражений в мм;

f_{3P}, f_B - сумарні площі зрошуваних масивів та водної поверхні штучних водойм відповідно, виражені в частках від загальної площі водозбору F ;

η - коефіцієнт корисної дії зрошувальної системи;

ξ - коефіцієнт зворотних вод, які утворилися за рахунок втрат стоку на інфільтрацію при зрошуванні сільськогосподарських масивів й надходять до русла річки підземним шляхом;

X - опади, які випали на водну поверхню ставків та водосховищ;

E_B - сумарне випаровування з водної поверхні ставків і водосховищ;

$M_{0,100-P}$ - зрошувальна норма-нетто з ймовірністю перевищення $100 - P$;

μ - коефіцієнт водовіддачі ґрунтів, який оцінюється як різниця між повною й найменшою вологоємністю ґрунтів, поділеною на товщину даного шару ґрунтів;

$\Delta H_{ГР}$ - зміна середнього рівня ґрунтових вод в результаті осушування;

f_{OC} - показник меліорованості території або відношення сумарної площі осушуваних земель до загальної площі водозбору F ;

$w_{ГР}$ - об'ємна вологість торф'яного покладу до осушування;

w_{OC} - об'ємна вологість торф'яного покладу після осушування;

F – площа водозбору, км².

На вході у моделі побутового стоку завжди використовується природний стік заданої забезпеченості P .

Щоб отримати ряди природного стоку, виконують генерування штучних рядів при заданих статистичних параметрах природного річного стоку за стохастичною моделлю простого ланцюга Маркова, описаного вище.

При відсутності даних спостережень за стоком у природних умовах його формування використовують методику, описану у розділі 3, тобто використовують просторово-часові узагальнення моделі “клімат-стік”.

Наведені рівняння містять у собі випадкові складові, які описуються певними законами розподілу випадкових величин (трипараметричний гамма розподіл С.М. Крицького та М.Ф. Менкеля, закон Пірсона ІІІ) і залежать від кліматичних умов. Масштаби водогосподарських перетворень (площі осушених боліт, водної поверхні штучних водойм, зрошуваних сільськогосподарських масивів та інше) є не випадковими величинами, які не підлягають ймовірнісному опису і у процесі моделювання залишаються постійними.

З метою збереження стаціонарності рядів стоку, що генеруються, на кожному кроці імітаційного моделювання показники масштабів водогосподарської діяльності вважалися постійними. В результаті кожного проведеного імітаційного експерименту були отримані статистичні параметри річного побутового стоку, які відповідають заданим масштабам водогосподарської діяльності та стану клімату. За установленними статистичними параметрами виконується перехід до стоку заданої забезпеченості (СНіП 2.01.14-83).

4.2.1 Обґрунтування стохастичної моделі побутового річного стоку при наявності штучних водойм

Створення штучних водойм з метою багаторічного і переважно сезонного регулювання стоку набуло інтенсивного розвитку наприкінці 50-х та на початку 60-х років минулого сторіччя. Для північно-західного Причорномор'я було характерним створення так званих “копанок”, розташованих в 50-200 м від русел, в які вода закачувалася насосами. Згодом з'ясувалося, що ефективність такого роду споруд невисока. Рівнинна місцевість з ґрунтами, які легко змиваються, примітивні водоскидні споруди привели, кінець кінцем, до замулювання водойм і, отже, до погіршення якості води. В умовах посушливого клімату, з високими теплоенергетичними ресурсами, такі водоймища починають виконувати роль випарників, істотно знижуючи стік річок. Вплив ставків та водосховищ як штучних об'єктів ландшафту можна врахувати таким балансовим співвідношенням (І.А. Шикломанов, 1989)

$$W_{\text{ПОБ}} = W_{\text{ПР}} - \Delta W_{\text{ВИП}}. \quad (4.23)$$

Втрати на випаровування з водної поверхні штучних водойм зумовлені різницею між випаровуванням з водної поверхні та поверхні суші

$$\Delta W_{\text{ВИП}} = (E_B - E_C) \sum F_B, \quad (4.24)$$

де E_B - випаровування з водної поверхні, мм;

E_C - випаровування з поверхні суші, мм;

$\sum F_B$ - сумарна площа водної поверхні штучних водойм при НПР (нормальному підпірному рівні) в межах водозбору.

Різниця $(E_B - E_C)$ є характеристикою “додаткового випаровування з водної поверхні”, яке зростає в міру переходу із зони достатнього зволоження у зону недостатнього зволоження. Отже втрати на додаткове випаровування стають найбільшими у зоні степів, де випаровування з поверхні суші обмежене запасами вологи у ґрунті, а випаровування з водної поверхні визначається лише випарною здатністю повітря.

Саме ця обставина знаходить своє відображення у ймовірнісній формі запису (4.23)

$$W_{\text{ПОБ},P} = W_{\text{ПР},P} - \Delta W_{\text{ВИП},100-P}. \quad (4.25)$$

Індекси, що вказують забезпеченість P для природного та побутового стоку, співпадають, а забезпеченість втрат на додаткове випаровування має протилежне значення і дорівнює $(100 - P)$.

Якщо випаровування з поверхні суші E_C виразити через рівняння водного балансу водозбору, тобто через опади та природний стік, то (4.25) набуде вигляду

$$Y_{\text{ПОБ}}F = Y_{\text{ПР}}(F - \sum F_B) - (E_B - X)\sum F_B, \quad (4.26)$$

де $Y_{\text{ПОБ}}, Y_{\text{ПР}}$ - побутовий та природний річний стік, мм;

E_B - випаровування з водної поверхні, мм;

X - сумарні опади на водну поверхню, мм;

F - площа водозбору.

Різниця $(E_B - X)$ підкоряється зональному (широтному) розподілу метеорологічних величин і зв'язана з водністю року. Безпосередньо для моделювання використовувався вираз

$$Y_{\text{ПОБ},P} = Y_{\text{ПР},P}(1 - f_B) - (E_B - X)_{100-P} f_B \quad (4.27)$$

або

$$Y_{\text{ПОБ},P} = Y_{\text{ПР},P}(1 - \alpha_P f_B), \quad (4.28)$$

де $f_B = \frac{\sum F_B}{F}$ - сумарна площа водної поверхні штучних водойм, виражена в частках від загальної площі водозбору F ;

α_P - безрозмірний коефіцієнт, представлений у вигляді функції водності року

$$\alpha_P = \frac{602}{Y_{\text{ПР},P}^{1,14}}, \quad (4.29)$$

де $Y_{\text{ПР},P}$ - шар природного стоку заданої забезпеченості.

У рівнянні (4.28) виконано розділення не випадкової компоненти f_B і "кліматичної" складової $\alpha_P = f(Y_P)$, яка описується статистичним законом розподілу. За своєю сутністю залежності (4.27) та (4.28) описують реальний фізичний зв'язок між втратами річного стоку на додаткове випаровування з водної поверхні та водністю року, яка задається як $Y_{\text{ПР},P}$. Чим більше водність року, тим менше втрати на додаткове випаровування з водної поверхні штучних водойм.

Стохастичне моделювання річного побутового стоку виконувалось за (4.28) при різних значеннях f_B . Для отриманих штучних рядів визначалися статистичні параметри: середнє арифметичне, коефіцієнт варіації, коефіцієнт асиметрії, для яких були побудовані певні залежності від відносної площі штучних водойм (криві 1 на рис.4.1).

З отриманих залежностей випливає, що збільшення площ водної поверхні штучних водойм призводить до зменшення середніх багаторічних величин стоку (рис.4.1 а) й зростання його мінливості (рис.4.1 б) та асиметрії (рис.4.1 в). Наслідки антропогенного впливу зростають в міру зменшення водності річки.

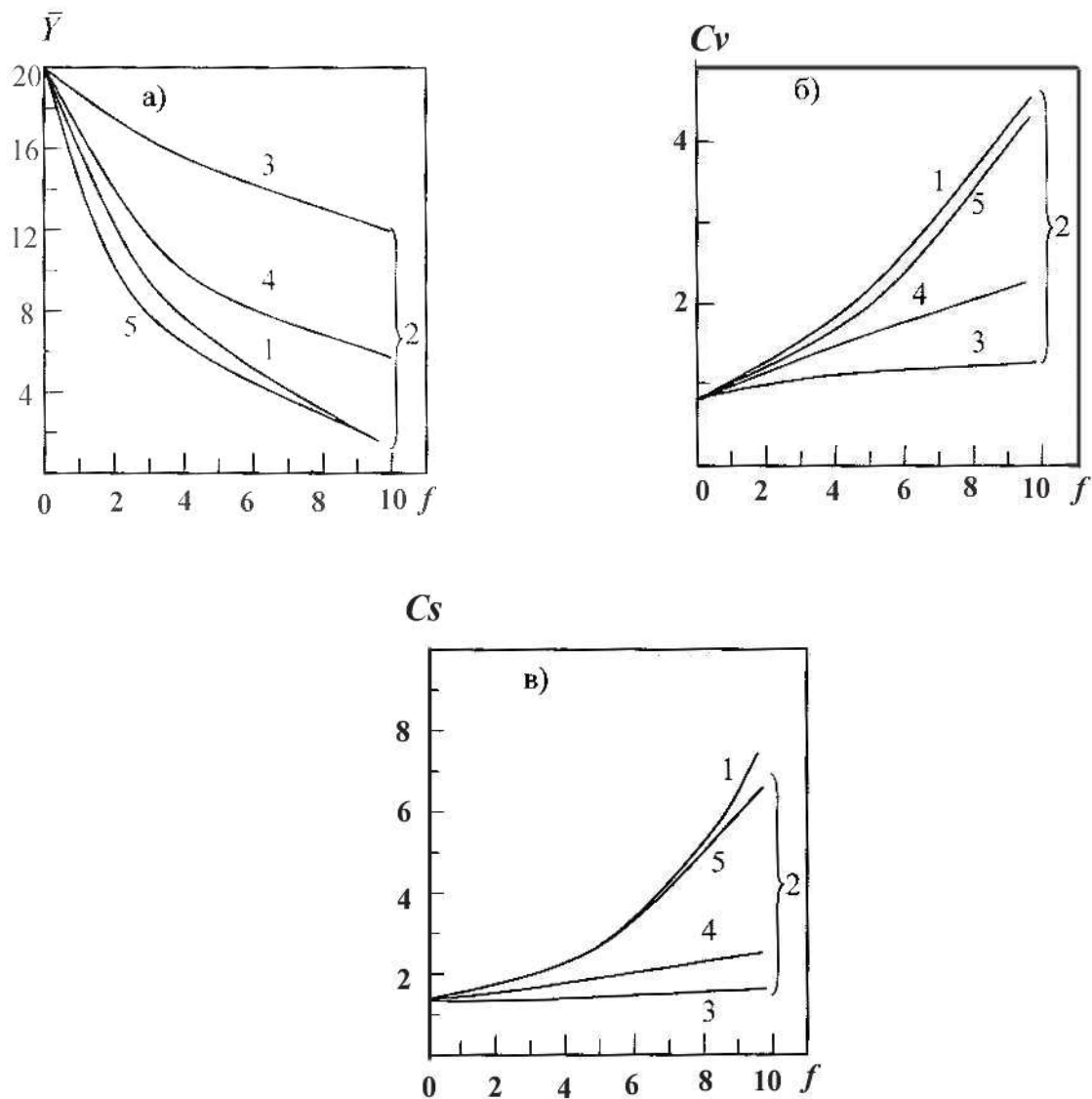


Рисунок 4.1 - Залежності середньобагаторічного шару стоку (а), коефіцієнтів варіації (б) і асиметрії (в) рядів побутового стоку від ступеня зарегульованості водозбору штучними водоймами (1) та площ зрошування (2) при різних рівнях v_0 : $v_0 = 0.8$ (3); $v_0 = 0.9$ (4); $v_0 = 1.0$ (5)

4.2.2 Обґрунтування стохастичної моделі побутового річного стоку при наявності зрошувальних меліорацій

Рівняння водогосподарського балансу при вилученні вод з поверхневих водотоків для цілей зрошування у варіанті, придатному для стохастичного моделювання, описується виразом (4.19) й представляє собою різницю між об'ємом природного стоку за рік $W_{ПР}$ та об'ємом вилученої на зрошування води $W_{ЗР}$

$$W_{ПОБ} = W_{ПР} - \Delta W_{ЗР}. \quad (4.30)$$

Об'єм зрошування визначається як шар води, необхідний для оптимального розвитку рослини (зрошувальна норма-нетто) M_0 у заданих кліматичних умовах [38], помножений на площу зрошуваних земель $F_{ЗР}$. (Е.Д. Гопченко, А.В. Гушля, 1988). З урахуванням втрат води при роботі зрошувальної системи використовується поняття норми-брутто, яка визначається через коефіцієнт корисної дії η .

Необхідна кількість поливної води m_0 визначається за формулою (А.В. Гушля, В.С. Мезенцев, 1982)

$$m_0 = v_0^r E_m - X, \quad (4.31)$$

де v_0 - безрозмірна характеристика середнього зволоження ґрунту за весь період між поливами, при якому розвиток переважаючих на ділянці сільськогосподарських культур відбувається найбільш оптимально;

r - параметр, який залежить від водно-фізичних властивостей ґрунту: для легких ґрунтів $r = 1,1 \div 1,5$; для середніх ґрунтів - $r = 1,5 \div 2,0$; для важких ґрунтів - $r = 2,0 \div 3,0$;

E_m - максимально можливе випаровування за розрахунковий період;

X - атмосферні опади, які випали на зрошувану ділянку за розрахунковий (вегетаційний) період.

Оптимальна відносна вологість ґрунту v_0 встановлюється за рівнянням

$$v_0 = \frac{w_0}{w_{HB}}, \quad (4.32)$$

де w_0 - величина оптимального запасу вологи в розрахунковому шарі ґрунту;

w_{HB} - найменша вологоємність ґрунту цього ж шару.

Різним культурам відповідає різний оптимум зволоження ґрунту. Для таких вологолюбних культур як рис, v_0 звичайно береться рівним $1,0 \div 1,2$; для баштанних та овочевих - $v_0 = 0,9$; для посухостійких зернових культур - $v_0 = 0,8$.

Зрошувальна норма-нетто визначається як сума поливних норм за весь період вегетації з розрахунку на середньоструктурний гектар зрошуваних в межах водозбору земель (табл.4.1)

$$M_0 = \sum m_{0i} . \quad (4.33)$$

Норма-брутто визначається за виразом

$$M_{0,БР} = \frac{M_0}{\eta} \quad (4.34)$$

Таблиця 4.1. – Норми зрошування у роки різної водності

Норми річного кліматичного стоку, мм	Норми зрошування, мм			
	рівень оптимального зволоження ґрунту, v_0	маловодні роки	середні за водністю роки	багатоводні роки
10	0,8	375	252	9,6
10	0,9	600	454	273
10	1,0	884	727	493
20	0,8	273	149	5,0
20	0,9	479	354	212
20	1,0	741	563	424
30	0,8	260	131	7
30	0,9	453	293	166
30	1,0	710	520	372

Статистична обробка розрахованих значень зрошувальних норм, виконана по метеорологічних станціях півдня України при різних нормах оптимального зволоження ґрунту, дозволила встановити, що коефіцієнти внутрішньорядної кореляції є статистично незначущими. Коефіцієнт варіації зрошувальних норм C_{VM_0} визначається за емпіричною формулою вигляду

$$C_{VM_0} = \frac{100v_0}{M_0}. \quad (4.35)$$

Коефіцієнти асиметрії рядів зрошувальних норм близькі до нуля. Закономірності багаторічних коливань рядів M_0 задовольняють вимогу стаціонарності процесу, а значить, до них можна застосувати ті ж математичні схеми, що й при статистичному описі річкового стоку. У зв'язку з цим стохастична генерація рядів зрошувальних норм проводиться як моделювання ряду незалежних випадкових величин, статистичний розподіл яких описується трипараметричним гама-розподілом.

Так само, як і при оцінці впливу штучних водойм, антропогенну складову ΔW_{3P} рівняння (4.30) можна розділити на кліматичну (M_0) і антропогенну компоненти (f_{3P}, η)

$$\Delta W_{OP} = M_{0,БP} F_{3P} = \frac{M_0}{\eta} F_{3P} \quad (4.36)$$

Щоб урахувати при моделюванні рядів побутового стоку за (4.19) відповідність стоку і зрошувальних норм по забезпеченості без великих втрат в точності розрахунку, можна використовувати угруповання маловодних (забезпеченість стоку $P > 75\%$), багатоводних ($P < 25\%$) та середніх за водністю ($25 \leq P \leq 75\%$) років (див. табл.4.1). Зокрема, у відповідність величинам річного стоку, які відносяться до групи маловодних років ($P > 75\%$), ставляться зрошувальні норми M_0 , усереднені в інтервалі забезпеченостей $P < 25\%$. І, навпаки, значення річного стоку невеликої забезпеченості ($P < 25\%$) комбінуються з середніми значеннями дефіцитів водоспоживання, які мають ймовірність перевищення $P > 75\%$. Такий підхід виправдовується реальними фізичними процесами, що відбуваються на водозборі: у посушливі роки зростає дефіцит водоспоживання сільськогосподарських культур, а величини річного стоку зменшуються; у багатоводні роки необхідність у великих витратах води на зрошування відпадає.

Результатами моделювання є так звані “функції відгуку” водозборів на водогосподарські перетворення, представлені у вигляді залежностей статистичних параметрів від рівня водогосподарських перетворень (рис.4.2). Характер побудованих залежностей аналогічний тим, що були одержані при оцінці впливу штучних водойм на параметри річного стоку.

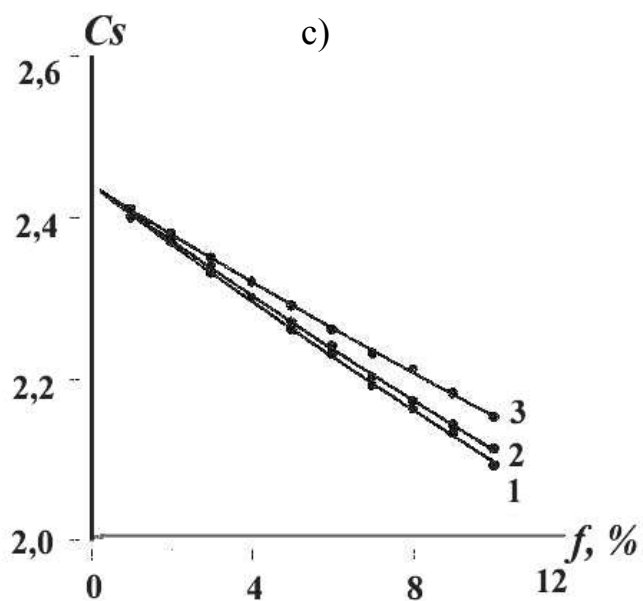
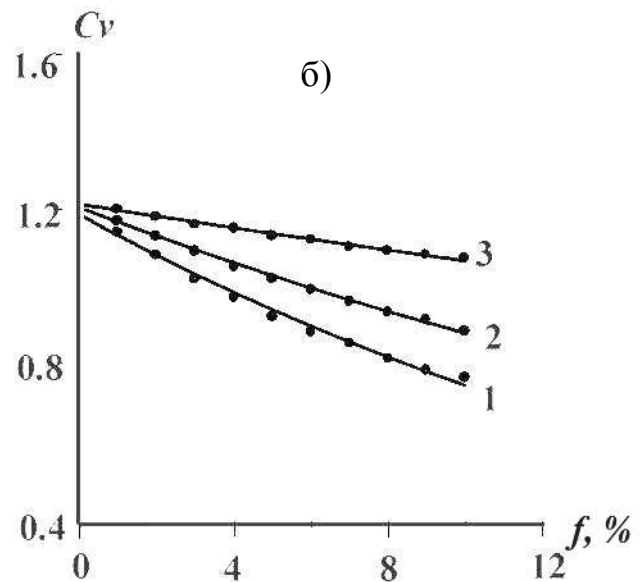
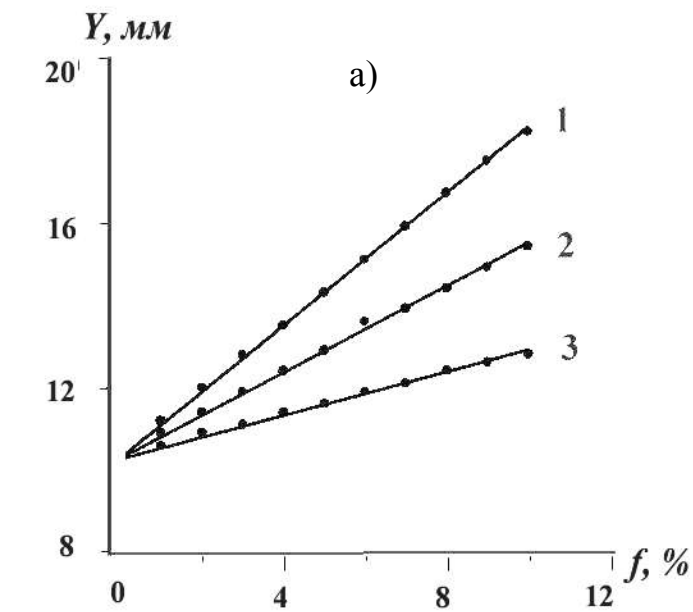


Рисунок 4.2 - Зміна статистичних параметрів річного стоку при наявності на водозборах сільськогосподарських масивів, які зрошуються за рахунок річок-донорів:

а) шар стоку; б) коефіцієнт варіації; в) коефіцієнт асиметрії

Із зростанням величин f_{3P} , f_B відбувається зменшення норми \bar{Y} і збільшення коефіцієнтів C_V та C_S . Причому, ефект впливу господарської діяльності багато в чому визначається зволоженістю території. В міру переходу в посушливіші райони природні водні ресурси зменшуються і їхня реакція на один і той же рівень антропогенної дії стає більш вираженою.

Чим більше оптимальне зволоження ґрунту v_0 , тим більша кількість води повинна бути вилучена з місцевого стоку для забезпечення рослин водою.

Процес зрошування за рахунок річки-донора, як правило, супроводжується появою зворотних вод.

Зворотні води W_{3B} виникають за рахунок фільтраційних втрат з водопровідної та водорозподільної мережі при транспортуванні води від річки-донора до водозбору тієї річки, у межах водозбору якої розташовані зрошувані масиви сільськогосподарських культур.

Рівняння водогосподарського балансу при наявності на водозборі зрошуваних земель за рахунок річки-донора записується у такому вигляді

$$W_{\text{ПОБ}} = W_{\text{ПР}} + \Delta W_{3P,CK}, \quad (4.37)$$

де $\Delta W_{3P,CK} = W_{3B}$ - додаткове надходження (скидання) вод річки-донора із зрошуваних сільськогосподарських масивів.

Розрахунки об'єму зворотніх вод спираються на той факт, що з об'єму забраних на зрошування вод $\Delta W_{3P} = \frac{M_0}{\eta} F_{3P}$, на фільтрацію піде частка, яка дорівнює $(1 - \eta)$:

$$\Delta W_{3P,CK} = W_{3B} = F_{3P} \xi (1 - \eta) \frac{M_0}{\eta}, \quad (4.38)$$

де ξ - коефіцієнт, що показує ту частку фільтраційних вод, які надходять до русла.

Значення ξ визначається за положенням зрошуваних масивів відносно водоприймача, а також наявністю або відсутністю гідрографічного зв'язку зони зрошування з цією річкою (В.В. Лаликін, О.О. Светличний, О.Є.Солодкий, 1980).

Для невеликих річок, які не дренують водоносні горизонти, $\xi = 0$.

Результати чисельних експериментів дозволили встановити, що наявність зворотних вод сприяє збільшенню норм річного стоку і зменшує його мінливість та асиметрію. На рис.4.2 наведені залежності статистичних параметрів від відносної площі зрошуваних земель, визначені для перед-

гірських річок Кримського півострова, що входять до складу зрошувальної системи Північно-Кримського каналу як водоскиди.

4.2.3 Обґрунтування стохастичної моделі побутового річного стоку при наявності осушувальних меліорацій

Відносно впливу осушування боліт на стік річок існують різні думки (І.І.Жилінський,1899; В.В.Докучаєв,1876; М.М.Нікітін,1900; В.В.Оппоков, 1909;А.Г.Булавко,1961; С.М.Новіков,1978; С.І.Харченко,1978; В.Ф.Шебеко, 1983 та інші). При дослідженні змін стоку на меліорованих водозборах найбільш схожі висновки відносно змін меженного стоку: осушування боліт сприяє вирівнюванню внутрішньорічного розподілу стоку – збільшенню мінімальних витрат стоку за меженні періоди, що пояснюється поліпшенням процесу стікання поверхневих та підземних вод в перетворену водогосподарською діяльністю руслову мережу. Більшість одержаних висновків про вплив осушування боліт заснована на зіставленні спостережень за стоком меліорованих водозборів і водозборів в природних умовах. Достовірність таких результатів визначається тривалістю спостережень за стоком в періоди природного та порушеного господарською діяльністю водного режиму. Другий напрям робіт по дослідженню впливу осушування боліт на стік річок пов'язаний з диференційованим підходом до чинників, які визначають стік з осушених водозборів. При цьому розглядається рівняння водогосподарського балансу водозбору, згідно з яким зміну об'єму річного стоку під впливом осушування боліт ΔW_{OC} можна представити таким чином (І.А. Шикломанов, 1989)

$$\Delta W_{OC} = \Delta W_{СП} \pm \Delta W_{ЕБ} , \quad (4.39)$$

де $\Delta W_{СП}$ - об'єм спрацювання вікових запасів підземних вод;

$\Delta W_{ЕБ}$ - зміни об'єму води за рахунок зміни випаровування з поверхні суші на водозборі в результаті осушування боліт.

У методі ДГІ (РФ) об'єм спрацювання (км^3) представляється у вигляді

$$\Delta W_{СП} = (Y_{ПОВ,СП} F_{Б,OC} + Y_{сух} F_{сух}) \cdot 10^{-3} , \quad (4.40)$$

де $Y_{ПОВ,OC}$ - шар спрацьованості болотних вод, м;

$Y_{сух}$ - шар спрацьованості болотних вод з осушених суходолів, м;

$F_{Б,ОС}$ - площа осушених боліт та заболочених земель, км²;

$F_{сух}$ - площа суходолів, які прилягають до боліт і знаходяться під впливом осушування, км².

Шар води, який спрацьовується в руслову мережу в результаті зменшення вологості верхнього шару ґрунтів при зниженні рівня води на болоті, визначається за виразом

$$Y_{\Delta H} = \Delta H_{ОС} (w_{np} - w_{oc}) ; \quad (4.41)$$

$$\Delta H_{ОС} = (H_{ПР} - H_{ОС}) , \quad (4.42)$$

де $H_{ПР}, H_{ОС}$ - середні річні рівні болотних вод відповідно до і після осушування, м;

$\Delta H_{ОС}$ - зміна середнього рівня ґрунтових вод в результаті осушування, м;

w_{oc} - об'ємна вологість торф'яного шару після осушування.

Шар води, який надходить до меліоративної системи з прилеглих суходолів, за цією же методикою оцінюється таким чином

$$Y_{сух} = \Delta H_{сух} \mu , \quad (4.43)$$

де $\Delta H_{сух}$ - середнє значення зниження рівня ґрунтових вод на прилеглих ділянках суходолу, м;

μ - коефіцієнт водовіддачі ґрунтів.

Найбільші труднощі виникають при визначенні $\Delta H_{сух}$ і $F_{сух}$. Площа суходолів, що знаходяться під впливом осушування, перш за все визначається шириною зони впливу меліорацій на навколишні території, яка залежно від гідрогеологічних умов змінюється в широких межах. Узагальнення даних, виконане В.Ф. Шебеко (1983), дозволяє визначити ширину зони впливу осушування при зниженні рівня води на болоті на 1,0-1,5 м для різних ґрунтів прилеглих територій. Вказані дані можуть бути застосовані для визначення наближених значень $\Delta H_{сух}$ та $F_{сух}$.

Об'єм втрат води за рахунок зміни випаровування в басейні визначається за формулою

$$\Delta W_{ЕБ} = (E_{Б} - E_{ОС}) F_{ОС} \cdot 10^{-6} , \quad (4.44)$$

де $E_{Б}$ - випаровування з неосушеного болота, мм;

E_{OC} - випаровування з осушеного болота, мм;

F_{OC} - площа осушених земель, км².

На ранніх етапах дослідження впливу осушування боліт на стік річок допускалося, що спрацювання запасів підземних вод відбувається тільки в перші роки після проведення осушувальних меліорацій. Як показали дослідження П.О. Кисельова (1964), С.М. Новікова (1976), М.О. Мішустіна (1979), Я.О. Мольчака (1999), за наявності напірних вод стабілізації рівня ґрунтових вод в процесі осушування не настає, оскільки спостерігається додатковий приплив напірних міжпластових вод у верхні водоносні горизонти. Саме з цієї причини проведення меліоративних робіт в зоні боліт Поліської низовини призвело до зміни взаємозв'язку річкових і підземних вод в системі річкова мережа - підземний приплив. За даними Я.О. Мольчака (1999), практично на всіх річкових системах з осушувальними меліораціями спостерігається збільшення річного стоку. При цьому домінуюча роль належить підземній складовій.

Роль зміни випаровування ΔW_{EB} з поверхні суші при проведенні осушувальних робіт у балансовому рівнянні (4.39) визначається характером освоєння осушених боліт. Безпосередній вплив осушування і освоєння боліт на процеси випаровування пов'язаний із зменшенням вологості торф'яного ґрунту після зниження рівня ґрунтових вод, зміною виду рослинності і зміною здатності до транспірації. Доцільно розглянути випаровування на болотах неосушених, осушених, але не освоєних і на освоєних під посіви сільськогосподарських культур. За величину випаровування з неосушених торф'яників багатьма авторами бралось випаровування з водної поверхні. За весь період вегетації сумарне випаровування з торф'яників і водної поверхні відрізняється мало, але в період посиленої транспірації випаровування з торф'яників вище, ніж випаровування з водної поверхні.

Згідно з дослідженнями В.Ф. Шебеко (1980), тільки весною внаслідок достатнього зволоження ґрунтів і незначної транспірації випаровування з осушених і неосушених боліт практично не відрізняється. Влітку випаровування на осушених, але не освоєних болотах та його сума за теплий період (квітень – вересень) зменшується в середньому на 10-15 %, а в особливо посушливі місяці і при глибокому розташуванні ґрунтових вод – до 40 %. Це пов'язано не тільки з пониженням дзеркала ґрунтових вод при осушуванні, але й зі зменшенням транспірації прорідженого, виродженого травостою. При освоєнні осушених боліт випаровування знову зростає за рахунок транспірації вологи сільськогосподарськими культурами. Слід зазначити, що сільськогосподарські культури при своєму розвитку споживають набагато більше вологи, ніж природна болотна рослинність. Так, для природної болотної рослинності транспірація складає 10-25 % від сумарного випаровування, а для культурних трав – 90 %. Випаровування на

освоєних болотах залежить від ступеня регулювання ґрунтової вологи гідромеліоративними заходами. Якщо система осушування передбачає поповнення запасів вологи зони аерації до максимального рівноважного вологоутримання, то випаровування з поверхні осушених боліт збільшується в порівнянні з неосушеними болотами для культур з підвищеним оптимальним зволоженням ґрунту (трави, овес, ячмінь, конопля). Якщо ж оптимальне зволоження, необхідне для розвитку даної культури, невелике (буряк, картопля), то випаровування з осушених і освоєних боліт може виявитися навіть меншим, ніж випаровування з неосушеного болота. Якщо осушування глибоке і додаткового зволоження у вегетаційний період немає, то випаровування з поверхні освоєного болота зменшуватиметься в порівнянні з неосушеним.

Зміна шару річного стоку в результаті осушення боліт, згідно з (4.39), буде дорівнювати різниці між випаровуванням з боліт і випаровуванням з осушеної і освоєної території.

Виходячи з наведених вище міркувань, для врахування впливу заболоченості на величину випаровуваності М.О. Мішустін (1979) запропонував формулу

$$\bar{Y}_{f_B} = Y_{f_B=0} - (\bar{E}_B - \alpha_1 \bar{E}_C) f_B \quad (4.45)$$

або

$$k_B = 1 - k_{3B} \frac{F_B}{F}, \quad (4.46)$$

де $k_B = \frac{\bar{Y}_{f_B}}{\bar{Y}_{f_B=0}}$ - коефіцієнт, який дорівнює відношенню норми стоку із заболоченого водозбору з площею боліт F_B , до норми стоку з незаболоченого басейну F ;

f_B - відносна площа, зайнята болотами.

k_{3B} - коефіцієнт надмірного випаровування, який дорівнює

$$k_{3B} = \frac{\bar{E}_B - \alpha_1 \bar{E}_C}{\bar{Y}_{f_B=0}} \quad (4.47)$$

і є характеристикою надмірного випаровування з поверхні суші;

\bar{E}_B - середньобагаторічне випаровування з боліт;

\bar{E}_C - середньобагаторічне випаровування з суходолів;

α_1 - коефіцієнт, який залежить від сівообороту освоюваної території;

$\bar{Y}_{f_B=0}$ - середньобагаторічний шар стоку з незаболочених територій.

Відповідно до одержаних результатів, М.О. Мішустін дійшов висновку, що k_B може бути як більше, так і менше за 1, залежно від виду сільськогосподарських культур на освоєних болотах. Одержаний результат підтверджує висновок К.Є.Іванова (1953) про те, що норма випаровування річного стоку в результаті осушувальної меліорації не зміниться при використанні осушених боліт під інтенсивне сільськогосподарське виробництво з високою агротехнікою і зарегульованим водним режимом.

Описані вище результати і висновки багатьох авторів дозволяють підсумувати, що осушувальні меліорації сприяють збільшенню середнього багаторічного річного стоку. Це відбувається за рахунок спрацювання запасів ґрунтових вод, збільшення густоти річкової мережі, зменшення тривалості затоплення заплав і деяких інших чинників.

Як вже наголошувалося, складову водогосподарського балансу при осушуванні боліт на водозборах $\Delta W_{СП}$ можна представити у вигляді трьох доданків. Перший зумовлений безпосередньо зниженням рівня ґрунтових вод, другий – втратами вологи за рахунок зменшення вологості верхнього шару покладу торфу при зниженні рівня води на болоті, третій – змінами випаровування на осушених водозборах.

На прикладі західної частини Українського Полісся встановлено, що в зоні надмірного та достатнього зволоження роль додаткових втрат на випаровування з поверхні боліт невелика і в більшості випадків знаходиться в межах точності розрахунку середніх багаторічних величин річного стоку (Н.С. Лобода, О.І. Шаменкова, 2002).

У зв'язку з цим прийнято розглядати рівняння водогосподарського балансу тільки з урахуванням перших двох складових.

Рівняння водогосподарського балансу в умовах осушування боліт, покладене в основу детерміновано-стохастичної моделі, можна представити у вигляді (Н.С. Лобода, 2005)

$$Y_{OC} = Y_{ПР} + \mu \Delta H_{ГР} f_{OC} + (w_{ПР} - w_{OC}) \Delta H_{ГР} f_{OC}, \quad (4.48)$$

де Y_{OC} - шар стоку з водозбору, на якому вживаються заходи щодо осушування боліт;

$Y_{ПР}$ - шар стоку з боліт в непорушених господарською діяльністю умовах (природний);

μ - коефіцієнт водовіддачі ґрунтів, який оцінюється як різниця між повною і найменшою вологоємністю, поділеною на товщину даного шару;
 $\Delta H_{ГР}$ - зміна середнього рівня ґрунтових вод в результаті осушування;

f_{OC} - показник меліорованості території;

$w_{ПР}$ - об'ємна вологість торф'яного покладу до осушування;

w_{OC} - об'ємна вологість торф'яного покладу після осушування.

Середньобагаторічна величина $\Delta H_{ГР}$ визначалася відповідно до прийнятих норм осушування мінеральних ґрунтів і торф'яників (табл.4.2; 4.3). При цьому під нормою осушування розуміється шар ґрунту, звільнений від надлишку води і аерований до рівня, який забезпечує нормальний розвиток рослин.

Таблиця 4.2 - Норми осушування мінеральних ґрунтів, мм

Культури	Передпосівний період	Вегетаційний період	
		піщані та супіщані ґрунти	суглинні та глинисті ґрунти
Лугові трави	0,30-0,40	0,60-0,70	0,70-0,80
Трави на пасовищі	0,40-0,50	0,70-0,75	0,75-0,85
Зернові	0,40-0,50	0,70-0,80	0,80-0,90
Просап, овочеві, технічні	0,50-0,60	0,80-0,90	0,90-1,00

Таблиця 4.3 - Норми осушування торф'яників, мм

Культури	Передпосівний період	Вегетаційний період	
		піщані та супіщані ґрунти	суглинні та глинисті ґрунти
Лугові трави	0,40-0,50	0,70-0,80	0,80-1,00
Трави на пасовищі	0,50-0,60	0,70-0,80	0,55-1,00
Зернові	0,50-0,60	0,80-0,90	1,10-1,20
Просап, овочеві, технічні	0,60-0,70	0,90-1,00	1,20-1,30

Слід зазначити, що норми осушування залежать від біологічних особливостей рослин, водно-фізичних властивостей ґрунту, фази розвитку

рослин і пори року. Аерований шар ґрунтів береться таким, щоб коренева система рослини розвивалася на нормальну глибину. Норми осушування визначаються також і загальною зволоженістю року. У багатоводні роки ($P < 25\%$) норми осушування на 0,20-0,30 м більші, ніж в середні, а в посушливі ($P > 75\%$) – на 0,10-0,30 м - менше. Крім того, норми осушування різні в передпосівний та вегетаційний періоди. Для болотних ґрунтів, особливо торф'яників, які глибоко залягають, норми осушення більші, ніж для мінеральних, характерних, наприклад, для Житомирського Полісся. У свою чергу, для важких мінеральних ґрунтів з високим капілярним рівнем підняття норми осушування вищі, ніж для легких, які не мають цієї властивості. Всі ці обставини повинні бути враховані в розрахунках за (4.48).

Як вже наголошувалося, зміни підземного, а отже, й сумарного річного стоку визначаються також зниженням запасів води в ґрунтах ($w_E - w_{OC}$). По регіону Західного Полісся середню об'ємну вологість боліт і заболочених територій в природних умовах можна вважати рівною 88 %, а її характеристика після осушування і освоєння боліт визначається видом вирощуваної сільськогосподарської культури. Наприклад, допустима об'ємна вологість ґрунту для зернових культур становить 40-50 %, для овочевих - 70-80 %, картоплі і коренеплодів – 60-70 %, польових багаторічних трав – 70-80 %, лугових трав – 80-90% від повної вологості. Переважаюча частина меліорованих земель використовується в сільськогосподарському виробництві, при цьому на потужних і середніх торф'яниках багаторічні трави займають приблизно 50 % площі, а на дрібних торф'яниках - 63-75 %, тобто $(w_E - w_{OC}) = 3\%$ для більшої частини осушених і освоєних боліт даної території.

На базі цієї схеми створена імітаційна стохастична модель, яка дозволяє визначати ймовірнісні характеристики побутового стоку водозборів, на яких проводиться осушування. Рівняння водогосподарського балансу (4.48) представлено у ймовірнісній формі (4.22). При цьому вважається, що величини Y_E і $\Delta H_{ГР}$ підпорядковуються одному і тому ж закону розподілу - трипараметричному гамма-розподілу С.М. Крицького – М.Ф. Менкеля.

З метою урахування при моделюванні рядів побутового стоку відносно стоку і норм осушування по забезпеченості, використовувалися групи маловодних (забезпеченість стоку $P > 75\%$), багатоводних ($P < 25\%$) і середніх по водності ($25 \leq P \leq 75\%$) років.

В результаті одержані залежності статистичних параметрів побутового стоку від відносних площ осушування для різних видів сільськогосподарських культур.

Одержані результати показують, що при збільшенні площ осушення відбувається збільшення середньобогаторічних величин річного стоку, а коефіцієнти варіації й асиметрії зменшуються, причому інтенсивність зміни стоку посилюється у міру зниження загальної водності водозбору.

4.3 Функції антропогенного впливу

Результати стохастичного моделювання узагальнюються у вигляді графічних рішень або аналітичних функцій, які являють собою “функції відгуку” характеристик річного стоку на водогосподарські перетворення і називаються “функціями антропогенного впливу”. Оскільки в межах водозбору однієї й тієї ж річки кількісний та якісний склад чинників може змінюватися, з метою врахування сумісного впливу водогосподарських чинників запропоновано використовувати термін “коефіцієнти антропогенного впливу”

$$K_A = \frac{A_f}{A_0}, \quad (4.49)$$

де A_0 - значення того або іншого статистичного параметра річного стоку в природних умовах;

A_f - значення параметра побутового стоку при заданих показниках антропогенного впливу.

Коефіцієнти антропогенного впливу встановлюються для кожного виду діяльності окремо.

Вплив антропогенних чинників посилюється у міру збільшення відносних площ, які знаходяться під дією водогосподарських перетворень, а також у міру переходу від зони достатнього зволоження до зони недостатнього. Непрямим показником загального зволоження території може служити норма природного річного стоку, а при відсутності даних спостережень – норма кліматичного стоку.

На рисунках 4.3, 4.4 наведені функції антропогенного впливу додаткового випаровування з водної поверхні штучних водойм, представлені через коефіцієнти K_A .

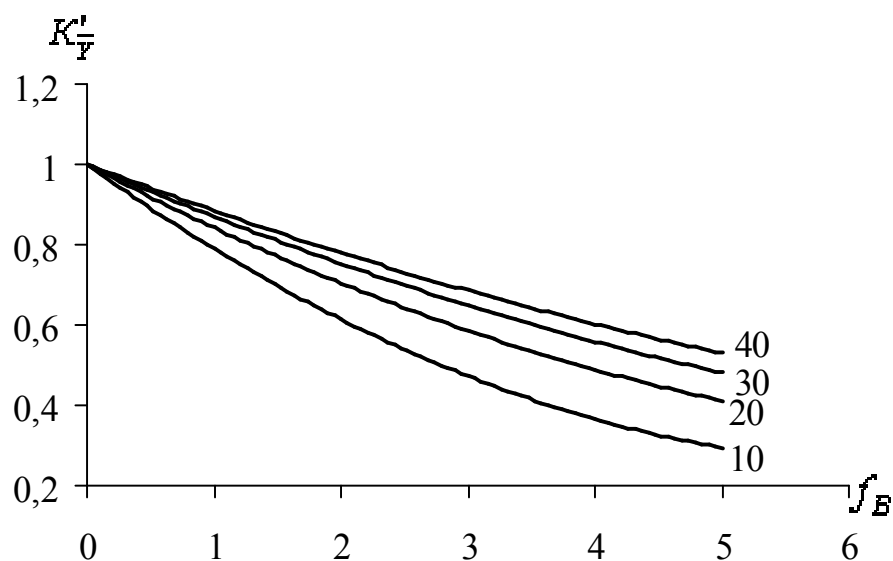


Рисунок 4.3 - Функція антропогенного впливу додаткового випаровування з водної поверхні штучних водойм (f_B - відносна площа водної поверхні, %) на середню багаторічну величину річного стоку (біля кривих показані величини норм річного кліматичного стоку, мм)

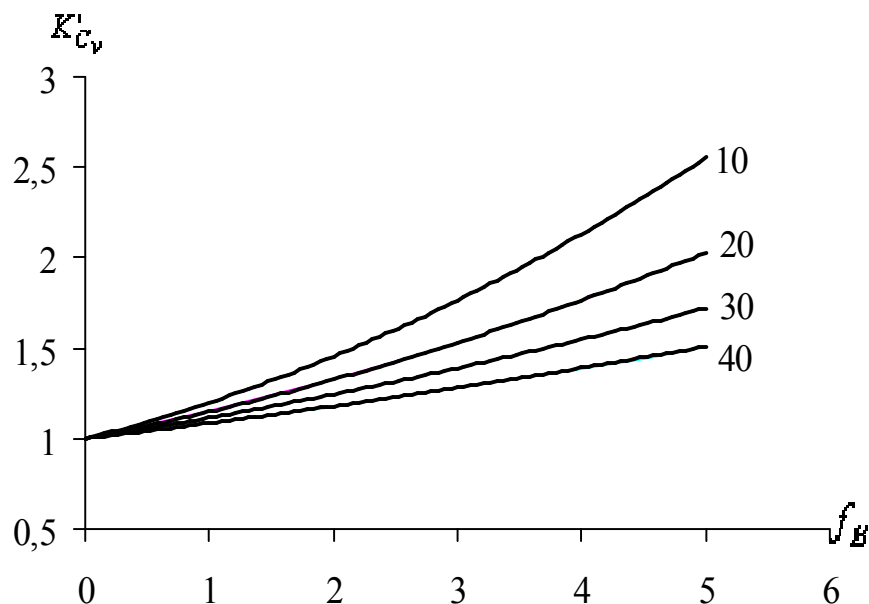


Рисунок 4.4 - Функція антропогенного впливу додаткового випаровування з водної поверхні штучних водойм (f_B - відносна площа водної поверхні, %) на коефіцієнт варіації річного стоку (біля кривих показані величини норм річного кліматичного стоку, мм)

Для оцінки впливу осушування боліт на середню багаторічну величину річного стоку отримані функції антропогенного впливу (рис.4.5), які відображають зміни рівня підземних вод та вологості ґрунту.

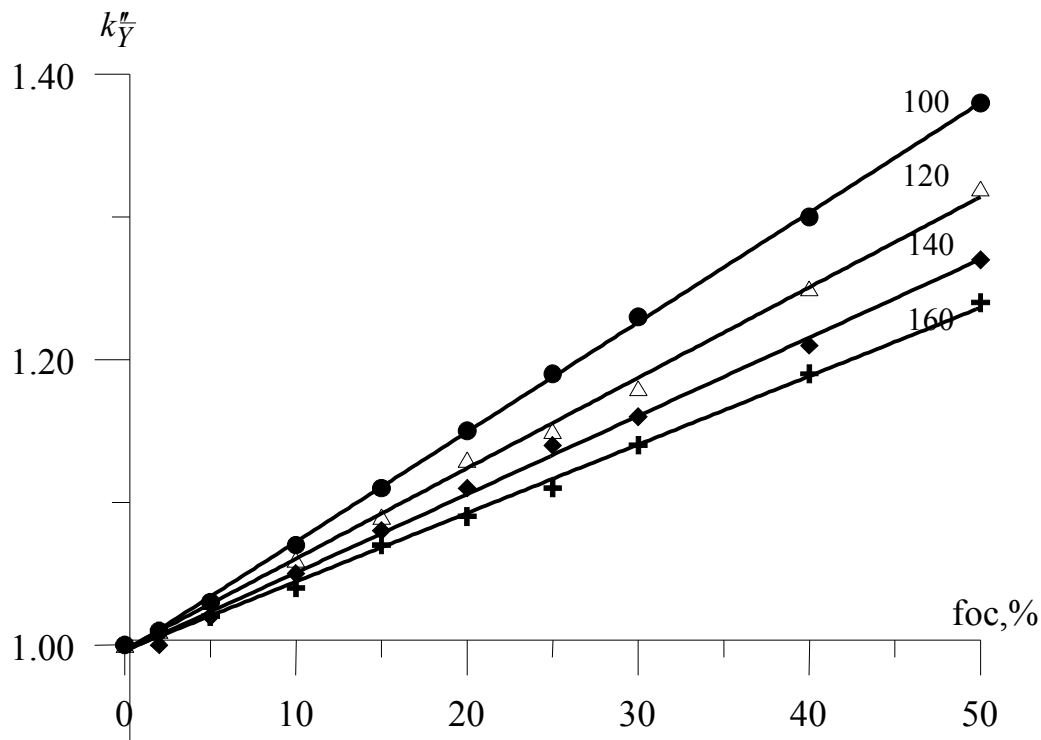


Рисунок 4.5 – Залежності для визначення поправкових коефіцієнтів до норми природного річного стоку, які враховують зниження рівня підземних вод від відносної площі меліорованості водозборів (Житомирське Полісся); біля ліній – норми кліматичного стоку, мм

Сумісний вплив m водогосподарських чинників на параметр A_0 ураховується таким рівнянням

$$A_f = A_0[K_1 + K_2 + K_3 \dots + K_m - (m - 1)] , \quad (4.50)$$

де $K_1, K_2, K_3, \dots, K_m$ – коефіцієнти, які кількісно враховують зміни статистичних параметрів річного стоку;

m – кількість видів водогосподарської діяльності.

За наявності трьох чинників водогосподарської діяльності сумісний облік впливу чинників господарської діяльності виконується за таким рівнянням

$$A_f = A_0(K_1 + K_2 + K_3 - 2) ; \quad (4.51)$$

за наявності двох чинників господарської діяльності -

$$A_f = A_0(k_1 + k_2 - 1) . \quad (4.52)$$

Для практичного застосування були виконані узагальнення результатів імітаційних випробувань на основі моделі множинної регресії (Н.С. Лобода, 2010) .

Загальний вигляд рівнянь множинної лінійної регресії для визначення коефіцієнтів антропогенного впливу при вилученні води на зрошення за рахунок місцевого стоку для досліджуваної території такий:

$$K_{\bar{Y}} = 1,00 - a_{\bar{Y}} \lg(f_{3P} + 1) - b_{\bar{Y}} v_0 + m_{\bar{Y}} \eta ; \quad (4.53)$$

$$K_{C_V} = 1,00 + a_{C_V} \lg(f_{3P} + 1) + b_{C_V} v_0 - m_{C_V} \eta ; \quad (4.54)$$

$$K_{C_S} = 1,00 + a_{C_S} \lg(f_{3P} + 1) + b_{C_S} v_0 - m_{C_S} \eta , \quad (4.55)$$

де $k_{\bar{Y}}, k_{C_V}, K_{C_S}$ – коефіцієнти впливу зрошування за рахунок місцевих водних ресурсів на середню багаторічну величину стоку \bar{Y} та на коефіцієнти варіації C_V й асиметрії C_S відповідно;

a_A, b_A, m_A – коефіцієнти рівнянь множинної регресії для різних статистичних параметрів стоку A ;

η – коефіцієнт корисної дії зрошувальної системи.

v_0 – безрозмірна характеристика середнього за весь вегетаційний період рівня зволоження ґрунту, при якому розвиток відповідної сільськогосподарської культури є оптимальним (І.В. Карнацевич, В.С. Мезенцев, 1969).

Значення коефіцієнтів рівнянь змінюються по географічних зонах. Так, наприклад, коефіцієнти $a_{\bar{Y}}, b_{\bar{Y}}, m_{\bar{Y}}$ розраховуються за формулами в залежності від норми кліматичного стоку

$$a_{\bar{Y}} = 24,4 \exp(-0.0211 \bar{Y}_K) ; \quad (4.56)$$

$$b_{\bar{Y}} = 1,26 \exp(-0.0224 \bar{Y}_K) ; \quad (4.57)$$

$$m_{\bar{Y}} = 0,986 \exp(-0.0209 \bar{Y}_K) . \quad (4.58)$$

Наведені рівняння відображають існуючі в природі тенденції до зменшення величини середнього багаторічного стоку і зростання його мінливості та асиметрії при збільшенні площ зрошування f_{3p} та оптимального для розвитку сільськогосподарських рослин рівня зволоження ґрунту v_0 . Із зростанням коефіцієнта корисної дії зрошувальних систем вплив вилучення води з метою зрошування на характеристики річного стоку зменшується.

Коефіцієнти антропогенного впливу при зрошуванні сільськогосподарських масивів за рахунок стоку річок-донорів можна розрахувати за такими регресійними рівняннями:

$$K''_{\bar{Y}} = 1,00 + n_{\bar{Y}} f_{3p} + l_{\bar{Y}} v_0 + d_{\bar{Y}} \xi + C_{\bar{Y}} \eta ; \quad (4.59)$$

$$K''_{C_v} = 1,00 - n_{C_v} f_{3p} - l_{C_v} v_0 - d_{C_v} \xi + C_{C_v} \eta ; \quad (4.60)$$

$$K''_{C_s} = 1,00 + n_{C_s} f_{3p} + l_{C_s} v_0 + d_{C_s} \xi - C_{C_s} \eta , \quad (4.61)$$

де k''_A – коефіцієнти впливу зрошування за рахунок річки-донора на досліджуваний статистичний параметр A ;

n_A, l_A, d_A - коефіцієнти рівнянь множинної регресії.

При наявності скиду зворотних вод із сільськогосподарських масивів, які зрошуються за рахунок річок – донорів, відбувається зростання середньої багаторічної величини річного стоку, зменшення його мінливості та асиметричності при збільшенні масштабів зрошування. Збільшення коефіцієнтів корисної дії зрошувальної системи зумовлює зменшення об'ємів зворотних вод, а отже, і зменшення їх впливу на формування стоку річок. Сільськогосподарські культури, які потребують значного зволоження ґрунту ($v_0 \rightarrow 1$), також сприяють збільшенню об'ємів зворотних вод, що надходять у русло зрошеного водозбору. На малих річках Причорноморської низовини, які входять до мережі великих зрошувальних систем, стік може збільшуватися у порівнянні з природним у декілька разів (Є.Д.Гопченко, Н.С. Лобода, 2005).

Оцінка коефіцієнтів антропогенного впливу за рахунок втрат на додаткове випаровування при наявності штучних водойм на водозборі при сумарній площі водного дзеркала $f_B, \%$, виконують за загальним рівнянням вигляду

$$K'_{A_{АНТР}} = e^{[\psi(\alpha'_A, Y_{ПР}, f_B)]}, \quad (4.62)$$

яке для статистичних параметрів річного стоку можна записати у вигляді:

$$K'_{\bar{Y}} = e^{-\alpha'_{\bar{Y}} f_B}; \quad (4.63)$$

$$K'_{C_V} = e^{\alpha'_{C_V} f_B}; \quad (4.64)$$

$$K'_{C_S} = e^{\alpha'_{C_S} f_B}, \quad (4.65)$$

де f_B – сумарна площа водної поверхні штучних водойм при НПУ (нормальний підпертий рівень води), виражена в частках від загальної площі водозборів.

В свою чергу, коефіцієнти a_A розраховуються для різних географічних зон в залежності від \bar{Y}_K .

4.4 Приклад визначення характеристик річного стоку у природних та порушених водогосподарською діяльністю умовах

Вихідні дані: річка Свинна впадає у Палієвську затоку Хаджибейського лиману, має площу водозбору, яка дорівнює 871 км^2 , а середня висота водозбору становить 85 м.

Завдання: установити статистичні параметри річного стоку у природних та порушених водогосподарською діяльністю умовах.

При наявності карт ізоліній норма річного кліматичного стоку визначається безпосередньо по карті. Норма кліматичного річного стоку для річки Свиної становить 20 мм.

Для степової зони північно-західного Причорномор'я, де велике значення при формуванні стоку мають втрати на поверхневе затримання, і діюча площа водозбору значно менша від фактичної, установлюються перехідні коефіцієнти від норми кліматичного (зонального) стоку до норми природного річного стоку малих та середніх водозборів за формулою (3.33). Звідки коефіцієнт переходу дорівнює 0,415, а шукана величина норми природного річного стоку становить 8 мм ($\bar{Y}_{PP} = K_{PER} \bar{Y}_K$).

Коефіцієнт варіації, визначений за (3.35), дорівнює 1,68.

Для річок Північно-Західного Причорномор'я мають місце такі закономірності $C_S = 1,7C_V$; $r(1) \cong 0$, установлені за табл. 2.3 та 2.4.

Результати розрахунків статистичних параметрів природного річного стоку представлені в табл. 4.5.

Для визначення статистичних параметрів річного побутового стоку використовуються спеціально розроблені методом імітаційного стохастичного моделювання функції антропогенного впливу.

Таблиця 4.5 – Статистичні параметри природного річного стоку водозбору р. Свинна

Норма кліматичного стоку, \bar{Y}_K , мм	Перехідний коефіцієнт, $K_{ПЕР}$	Статистичні параметри природного річного стоку			Величини природного річного стоку у роки різної забезпеченості, мм				
		\bar{Y} , мм	C_V	C_S	$Y_{5\%}$	$Y_{25\%}$	$Y_{50\%}$	$Y_{75\%}$	$Y_{95\%}$
20	0,415	8	1,68	2,85	35	11	6	0	0

Для урахування наслідків впливу додаткового випаровування з поверхні штучних водойм використовуються отримані рівняння (4.63-4.65).

Визначення коефіцієнтів α_A для рівнинних територій відбувається на основі таких рівнянь:

$$\alpha'_{\bar{Y}} = 0,767 \bar{Y}_K^{(-0.49)}; \quad (4.66)$$

$$\alpha'_{C_V} = 0,247 e^{(-0.0274 \bar{Y}_K)}; \quad (4.67)$$

$$\alpha'_{C_S} = 0,179 e^{(-0.0246 \bar{Y}_K)}. \quad (4.68)$$

Результати розрахунків зводяться до табл. 4.6.

Таблиця 4.6 – Статистичні параметри побутового стоку р. Свинна при наявності на водозборі штучних водойм ($f_B=0,52\%$)

Площа водозбору, F , км ²	Коефіцієнти антропогенного впливу			Параметри побутового стоку			Величина побутового стоку у роки різної забезпеченості, мм				
	$K'_{\bar{Y}}$	K'_{C_V}	K'_{C_S}	$\bar{Y}_{ПОВ}$, мм	C_V	C_S	$Y_{5\%}$	$Y_{25\%}$	$Y_{50\%}$	$Y_{75\%}$	$Y_{95\%}$
871	0,91	1,08	1,06	7	1,81	3,0	32	12	2	0	0

Вплив зрошування за рахунок місцевого стоку оцінюється за формулами (4.53-4.55), які при нормі кліматичного стоку, що дорівнює 20 мм, набувають вигляду:

$$K_{\bar{Y}} = 1,00 - 16,01 \lg(f_{3P} + 1) - 0,820v_0 + 0,645\eta_{3P}; \quad (4.69)$$

$$K_{C_V} = 1,00 + 23,51 \lg(f_{3P} + 1) + 3,0v_0 - 2,93\eta_{3P}; \quad (4.70)$$

$$K_{C_S} = 1,00 + 23,11 \lg(f_{3P} + 1) + 1,42v_0 - 1,45\eta_{3P}. \quad (4.71)$$

Площа зрошуваних земель становить 1 % (0,01) від загальної площі водозбору. Ураховуючи, що на водозборі переважають кормові та овочеві культури, рівень оптимального зволоження ґрунту був взятий рівним 0,9, коефіцієнт корисної дії зрошувальних систем - 0,9 (табл.4.7). Не зважаючи на дуже малу площу зрошування, вилучення води за рахунок поверхневого стоку р. Свинна здатне зменшити середню багаторічну величину її стоку на 25 %.

Таблиця 4.7 – Параметри побутового стоку р. Свинна при наявності зрошування ($f_{3P}=1,0$ %, $v_0=0,9$, $\eta=0,9$)

Коефіцієнти антропогенного впливу			Параметри побутового стоку			Величина побутового стоку у роки різної забезпеченості, мм				
$K_{\bar{Y}}$	K_{C_V}	K_{C_S}	$\bar{Y}_{\text{ПОБ}}, \text{ мм}$	C_V	C_S	$Y_{5\%}$	$Y_{25\%}$	$Y_{50\%}$	$Y_{75\%}$	$Y_{95\%}$
0,77	1,16	1,07	6	2,05	3,05	30	11	1	0	0

Сумарний вплив штучних водойм та зрошування установлюється за (4.52), звідки

$$Y_{\text{ПОБ}} = Y_{\text{ПР}}(K'_{\bar{Y}} + K_{\bar{Y}} - 1); \quad (4.73)$$

$$C_{V \text{ ПОБ}} = C_{V \text{ ПР}}(K'_{C_V} + K_{C_V} - 1); \quad (4.74)$$

$$C_{S_{ПОВ}} = C_{S_{ПР}}(K'_{C_S} + K_{C_S} - 1) . \quad (4.75)$$

З результатів розрахунків (табл. 4.8) випливає, що за рахунок сумарного впливу зрошування та штучних водойм стік у річці Свинна буде відсутнім не тільки у маловодні роки, а й у середні за водністю.

Таблиця 4.8 – Параметри побутового стоку р. Свинна при наявності зрошування ($f_{ЗР}=1,0\%$, $v_0=0,9$, $\eta=0,9$) та штучних водойм

Коефіцієнти антропогенного впливу			Параметри побутового стоку			Величина побутового стоку у роки різної забезпеченості, мм				
$K_{\bar{Y}}$	K_{C_V}	K_{C_S}	$\bar{Y}_{ПОВ},$ мм	C_V	C_S	$Y_{5\%}$	$Y_{25\%}$	$Y_{50\%}$	$Y_{75\%}$	$Y_{95\%}$
0,68	1,24	1,13	4	2,58	3,2	24	6	0	0	0

РОЗДІЛ 5

5 РОЗРАХУНКИ РІЧНОГО СТОКУ В УМОВАХ ЗМІН КЛІМАТУ

5.1 Глобальне потепління та його наслідки

У жовтні 1985 року на міжнародній конференції у м. Феллах (Австрія) вперше на офіційному рівні було визначено загрозу глобального потепління, зумовленого парниковим ефектом антропогенного походження. Визначення впливу зміни клімату базується на змінах, спричинених подвоєнням вмісту вуглекислого газу (CO_2) в атмосфері. Загальне підсилення парникового ефекту є результатом впливу різних парникових газів.

В 1988 році програмою ООН по навколишньому середовищу та Всесвітньою метеорологічною організацією (ВМО) було створено Міжурядову групу експертів по змінах клімату (МГЕЗК), яка є найбільш авторитетною міжнародною організацією, що займається оцінкою змін глобального та регіонального клімату у минулому, в теперішній час та у майбутньому. Доповіді експертів міжурядової групи публікуються кожні 5-6 років. Групою також розробляються рекомендації щодо використання існуючих моделей кліматичної системи для оцінки її змін у майбутньому під впливом природних та антропогенних факторів. Узагальнення, зроблені цією групою, створили наукову базу для прийняття Рамкової конвенції ООН по змінах клімату у 1992 році. Верховна Рада України ратифікувала Рамкову конвенцію ООН про зміну клімату 25 жовтня 1996 р. і за процедурою ООН є її стороною з 11 серпня 1997 р.

Згідно четвертому звіту МГЕЗК, протягом наступних 100 років викиди парникових газів стануть причиною подальших змін клімату. Констатовано, що одинадцять з 12 – ти років (1995-2006) були найтеплішими за весь період інструментальних спостережень з 1850 р. Лінійна тенденція підвищення температури за останні 50 років становить $0,13\text{ }^{\circ}\text{C}$, що майже в 2 рази більше ніж за останні 100 років. Експерти МГЕЗК зробили висновки, що реакція клімату на вплив антропогенних чинників відбувається на фоні природних коливань клімату, часові масштаби яких тривають від декількох тижнів до декількох сторіч.

Україна відноситься до регіону Центральної та Східної Європи, який характеризується значним зростанням температури в літні місяці, зменшенням днів із снігом та морозом, зменшенням кількості опадів влітку, але

збільшенням інтенсивності опадів теплого періоду року (Ерік Е. Массей, 2012).

За останні два десятиріччя, починаючи з 1989 року, середня річна температура повітря в межах рівнинної території України зросла на $0,8^{\circ}\text{C}$ (В.В. Гребінь, 2010). Найбільший внесок у зміну річної температури належить зимовому та весняному сезонам. За рахунок зростання температур зимового сезону у лісовій та лісостеповій зонах зменшується глибина промерзання ґрунту, частіше спостерігаються відлиги, через що відбувається зниження максимальних витрат води у весняне водопілля та зростає стік меженного періоду. Проте в степовій зоні збільшуються втрати стоку, й поповнення підземних вод талими водами майже не відбувається, зростає тривалість пересихання малих та середніх річок [83]. На території Північно-Західного Причорномор'я спостерігаються тенденції до зростання випаровування з поверхні суші внаслідок збільшення температур повітря. Незначне зменшення величин опадів у поєднанні із збільшенням температур повітря спричинило зниження річного стоку водотоків північно-західного Причорномор'я на початку XXI сторіччя до 50 % (Н.С. Лобода, О.М. Гриб, А.М. Сіренко, 2011).

Зміни кількості опадів та підвищення температури, зумовлені зміною глобального клімату, впливають на водні ресурси та їх динаміку. Із збільшенням тривалості метеорологічних посух очікується критична нестача водних ресурсів не тільки у маловодні, але й середні за водністю роки (Feyen L., Dankers R., 2009). Це може призвести до підсилення вразливості сільського господарства та гідроенергетики, погіршення умов водоспоживання для населення.

У наукових звітах експертів МГЕЗК наводяться моделі клімату та оцінюється ступінь відповідності результатів моделювання даним спостережень. Розрахунки кліматичних характеристик за фізико-математичними моделями загальної циркуляції атмосфери й океану (МЗЦАО), виконані для майбутнього, є основою сценаріїв глобального потепління.

5.2 Розрахунки характеристик стоку за сценаріями змін глобального клімату

Визначення характеристик річного стоку в умовах змін клімату відбувається шляхом розрахунків складових водно-теплого балансу по місяцях, сезонах та роках за (3.22) або за багаторічний період за (3.23), згідно з даними сценаріїв глобального потепління.

Сценарієм є правдоподібний і у багатьох випадках спрощений опис можливого майбутнього, який базується на низці взаємоузгоджених пропозицій.

На початку досліджень сценарії глобального потепління розроблялися для значних територій земної кулі. Пізніше опис майбутнього клімату стає більш детальним як у часі, так і просторі.

В Одеському державному екологічному університеті перші оцінки змін водних ресурсів України за сценаріями глобального потепління базувались на трьох альтернативних сценаріях глобального потепління, рекомендованих у доповіді другої робочої групи МГЕЗК від 21 лютого 1991 р., в якій наводились оцінки змін середніх багаторічних величин температур повітря, опадів та волог у ґрунті за зимовий (грудень-лютий) та літній (червень-серпень) сезони для таких великих територій, як західна частина колишнього СРСР, Південна Європа та інших.

У подальшому для оцінки наслідків глобального потепління експертами МГЕЗК були рекомендовані сценарії, розроблені за моделями загальної циркуляції атмосфери й океану: GISS, GFDL, CCCM, UKMO. Сценарій GISS створений за моделлю інституту Годдарда з космічних досліджень; сценарій GFDL - за моделлю Лабораторії геофізичної гідродинаміки США; сценарій CCCM - за моделлю Канадського кліматичного центру; сценарій UKMO – за моделлю Метеорологічного бюро Об'єднаного Королівства. Указані сценарії є оцінками змін клімату, які будуть мати місце внаслідок “раптового” подвоєння концентрації вуглекислого газу в атмосфері після завершення періоду термічної релаксації земної кліматичної системи. У подальших дослідженнях розглядалися ці ж сценарії, в яких підвищення концентрації CO_2 бралось в динаміці й поступово, зокрема, на 1 % на рік. Такий підхід дозволяв стежити інерцію кліматичної системи, тобто відставання її реакції на зміни концентрацій парникових газів в атмосфері. Прикладом такого сценарію є GFDL, побудований для нестационарного (перехідного) стану зростання вмісту вуглекислого газу в атмосфері.

Рівняння водно-теплогового балансу для розрахунків стоку в умовах описаних сценаріїв набуває вигляду

$$\bar{Y}'_K = (\bar{X} \pm \Delta\bar{X}) - \bar{E}'_m \left[1 + \left(\frac{\bar{X} \pm \Delta\bar{X}}{\bar{E}'_m} \right)^{-n} \right]^{-\frac{1}{n}}, \quad (5.1)$$

де \bar{Y}'_K - норма кліматичного річного стоку в змінених кліматичних умовах, розрахована за метеорологічними даними, мм;

\bar{E}'_m - норма максимально можливого випаровування, яка визначається за даними про температуру повітря, мм)

\bar{X} - вихідна норма річних опадів, мм;

$\Delta\bar{X}$ - зміна сумарних опадів за сценаріями;

$\Delta\bar{T}$ - зміна температур повітря, яка визначає величину максимально можливого випаровування;

\bar{E}_m' - норма максимально можливого випаровування у сценарних кліматичних умовах, тобто максимально можливе випаровування, яке є функцією від змін температур: $\bar{E}_m' = f(T + \Delta T)$.

Для здійснення розрахунків стоку використовуються наведені у сценаріях поправки $\Delta \bar{X}$ та поправкові коефіцієнти. Так, для визначення норм максимально можливого випаровування в умовах змін клімату можна використати емпіричну залежність \bar{E}_m від сум температур літнього (травень - вересень) сезону, представлену емпіричним рівнянням (3.26). Величини $\sum_{IX} \frac{\bar{X}}{T_M}$ коректувалися відповідно до прогнозу змін температури повітря в приземному шарі атмосфери Δt °C (Loboda, N.S., 1999). Якщо прогнозована зміна опадів була представлена у вигляді поправкових коефіцієнтів k_X , то зміна опадів бралася рівною

$$\Delta X = k_X X. \quad (5.2)$$

Було досліджено чутливість кліматичного стоку, розрахованого за моделлю “клімат - стік”, до змін метеорологічних характеристик. На основі числових експериментів встановлено, що зміна норм кліматичного стоку стає значущою при зміні річних опадів на $\pm 3,5\%$ за рік або при зміні сум середньомісячних температур повітря за період червень-серпень на $\pm 2,5^\circ \text{C}$. Передбачувані зміни метеорологічних характеристик, наведені в сценаріях, перевищують зазначені межі й, отже, згідно сценаріям ВМО водні ресурси України можуть досить суттєво реагувати на зміни регіонального клімату (Є.Д. Гопченко, Н.С. Лобода, 2000).

Оцінка середнього багаторічного стоку річок України (Полісся, Сіверський Донець, Дністер, Крим, Північно-Західне Причорномор'я) виконувалася відповідно до результатів прогнозу змін кліматичних характеристик за кліматичними сценаріями у межах Кліматичної програми України.

Схема розрахунків характеристик річного стоку в умовах змін глобального клімату складається з таких етапів.

1. Визначення природного річного стоку для кліматичних умов минулого сторіччя (до початку 90-х), які беруться як початкові.
2. Установлення змін кліматичних чинників за обраним сценарієм глобального потепління ВМО, адаптованим до території України з використанням рівняння (5.1).
3. Розрахунки норм річного кліматичного стоку у вузлах сітки, запропонованої сценарієм.
4. Побудова карти ізолій норм кліматичного стоку у сценарних умовах.

5. Оцінка перехідного коефіцієнта $K_{ПЕР}$, який ураховує вплив підстильної поверхні для малих та середніх річок з площею, меншою від другої критичної за регіональними залежностями.

6. Розрахунки коефіцієнтів варіації за (3.35) та визначення коефіцієнта асиметрії на основі співвідношення C_S / C_U , взятого за табл.2.4.

7. Для водозбору великої річки розрахунки статистичних параметрів природного річного стоку за моделлю “клімат-стік” виконуються для кожної із природних зон. Осереднення характеристик стоку у межах водозбору великої річки відбувається шляхом їх “зважування” по площі водозбору, тобто ваговий коефіцієнт кожної природної зони встановлюється за відношенням площі природної зони до загальної площі водозбору.

8. Оцінка змін водних ресурсів відбувається на основі порівняння характеристик річного стоку у вихідному стані із отриманими при розрахунках за моделлю “клімат-стік”. Слід зазначити, що за рекомендаціями ООН, зменшення середньої багаторічної величини річного стоку на 10 % означає наявність значущих змін водних ресурсів; на 50 % - руйнацію водних ресурсів, а на 70 % - безповоротну руйнацію.

За даними розрахунків середніх багаторічних величин річного зонального стоку з використанням прогнозів змін регіонального клімату за різними сценаріями, встановлено, що найбільше зміни клімату впливають на водні ресурси природної зони степу (табл.5.1).

Таблиця 5.1 - Зміни водних ресурсів у зоні степу за сценаріями глобального потепління

Сценарій	\bar{E}_m , мм	\bar{X} , мм	\bar{Y}_K , мм	Зміни водних ресурсів, %
0 (вихідний стан)	950	500	22	-
CCCM	1203	490	11	-50,0
GISS	1203	490	11	-50,0
GFDL	1234	565	17	-22,7
UKMO	1236	520	12	-45,5
Нестационарна модель GFDL (2000-2010 pp.)	1086	515	17	-22,7
Нестационарна модель GFDL (2030-2040 pp.)	1246	530	13	-40,9
Нестационарна модель GFDL (2070-2080 pp.)	1655	565	7	-68,2

За сценаріями CCCM, GISS, UKMO у випадку одночасного подвоєння вмісту CO_2 зниження водних ресурсів степової зони буде досягати 45-

50 %, а за сценарієм GFDL – тільки 24 %. У разі поступового підвищення концентрації CO_2 в атмосфері (нестационарна модель GFDL) вже у 2000-2010 рр. зменшення поверхневих водних ресурсів досягне 24 %, на десятиріччя 2030 - 2040 рр. – 40 %, а до 2080 року – 68 %. Таким чином, на 2011 - 2025 рр. руйнації поверхневих водних ресурсів степу не відбудеться, але їх стан буде наближатися до критичного з точки зору забезпеченості водою господарства та населення, оскільки життєдіяльність посушливих територій значною мірою пов'язана із використанням стоку річок.

Зменшення середньої багаторічної величини річного стоку, яке передбачається при використанні розглянутих сценаріїв ВМО, супроводжується зростанням характеристик мінливості та асиметричності (коефіцієнтів варіації та асиметрії). Така ситуація супроводжується значущим зменшенням стоку маловодних років при незначному зниженні середньої багаторічної величини. Так, за результатами розрахунків для Донської та Лівобережно-Дніпровської північно-степової провінції, що відносяться до середньої і нижньої течії р.Сіверський Донець (табл.5.2), на 2030-2040 рр. зниження поверхневих водних ресурсів становить 39 % у порівнянні із вихідним станом, але у роки дуже малої забезпеченості воно досягає 75 % у порівнянні із вихідним станом.

Таблиця 5.2 - Статистичні параметри річного стоку Донської та Лівобережно-Дніпровської північно-степової провінції та стік у дуже маловодні роки за сценаріями глобального потепління

Сценарій	Норма річного стоку, мм	Коефіцієнт варіації, C_V	Коефіцієнт асиметрії, C_S	Величина стоку 95 % -ї забезпеченості, мм
0 (вихідний тан)	41	0,64	1,29	8,0
CCCM	21	0,95	1,91	1,5
GISS	21	0,95	1,91	1,5
GFDL	32	0,74	1,49	3,0
UKMO	25	0,86	1,73	2,0
Нестационарна модель GFDL (2000-2010 рр.)	38	0,68	1,35	3,0
Нестационарна модель GFDL (2030-2040 рр.)	25	0,87	1,74	2,0
Нестационарна модель GFDL (2070-2080 рр.)	17	1,10	2,21	0,8

5.3 Можливі зміни поверхневих водних ресурсів України за сценаріями глобального потепління з урахуванням впливу водогосподарської діяльності

Розрахунки характеристик побутового річного стоку в умовах змін клімату передбачають визначення статистичних параметрів непорушеного водогосподарською діяльністю стоку з подальшим введенням у їх значення коефіцієнтів антропогенного впливу та установленням сумарних змін водних ресурсів.

На річках України сумарна площа штучних водойм займає у середньому менше 1,5 % від загальної площі водозборів, що зумовлює зменшення середніх багаторічних величин стоку у степовій та лісостеповій зонах на 10-15% та незначне (у межах точності розрахунків) збільшення мініливості рядів й асиметричності розподілу. У кінцевому результаті цей вид водогосподарської діяльності при $f_B < 1,5$ % спричинює зменшення стоку, головним чином, у маловодні роки. Так, при розгляді річного стоку лівобережних приток р. Дністер установлено, що при $f_B = 1,5$ % додаткове випаровування з поверхні штучних водойм не чинить суттєвого впливу на річний стік у роки різної забезпеченості у межах лісостепової зони. Проте при переході до степової зони річний стік зменшується від 13 % у рік із забезпеченістю $P=75$ % та до 22 % - у рік із забезпеченістю $P=95$ % (Н.С. Лобода, В.П. Романенко, 2010).

Зростання температур повітря, яке передбачається сценаріями глобального потепління, зумовлює збільшення максимально можливого випаровування, а отже, й зростання різниці між випаровуванням з водної поверхні та поверхні суші. Втрати поверхневих водних ресурсів на додаткове випаровування збільшуються. Цей процес є найбільш впливовим у межах степової зони України, де місцеві водні ресурси вкрай обмежені (табл.5.3) й характеризуються нормою кліматичного стоку меншою за 30 мм. За сценаріями глобального потепління при $f_B = 1$ % руйнування поверхневих водних ресурсів (їх зменшення на 50 %) при одночасному подвоєнні концентрації вуглекислого газу буде спостерігатися за сценаріями CCCM, UKMO, GISS. Згідно із нестаціонарним сценарієм глобального потепління (GFDL), руйнування водних ресурсів у степовій зоні при $f_B = 1$ % буде спостерігатися у 2030-2040 рр. Найменше зазнають впливу штучних водойм лісова та гірська зони. При розрахунках водних ресурсів в басейні р.Дністер (табл.5.4), який включає в себе гірську природну зону, зону мішаних лісів, лісостепову та степову зони, зменшення річного стоку за рахунок втрат на додаткове випаровування з поверхні штучних водойм в умовах глобального потепління буде відбуватися досить повільно, оскільки степова зона цього водозбору займає менше третини території. Руйнування водних

ресурсів водозбору р.Дністер на 2030-2040 рр. не передбачається, хоча можливе зменшення на 30 %.

Таблиця 5.3 - Зміни водних ресурсів у зоні степу за сценаріями глобального потепління

Сценарій	\bar{Y}_K при $f_B = 0$, мм	k'_Y	$\bar{Y}_{ПОБ}$ при $f_B = 1\%$, мм	Зміни водних ресурсів за рахунок втрат на додаткове випаровування, %	Зміни водних ресурсів у порівнянні з вихідним (0) станом, %
0 (вихідний стан)	22	0.84	19	-15	-15
CCCM	11	0.79	9	-21	-61
GISS	11	0.79	9	-21	-61
GFDL	17	0.83	14	-17	-36
UKMO	12	0.80	10	-20	-57
Нестационарна модель GFDL (2000-2010)	17	0.83	14	-17	-36
Нестационарна модель GFDL (2030-2040)	13	0.80	10	-20	-52
Нестационарна модель GFDL (2070-2080)	7	0.74	5	-26	-76

Потреба сільськогосподарських рослин у зрошуванні для степової зони України настільки велика, що при використанні місцевих водних ресурсів для зрошування, навіть при $f_B=0,5\%$ зменшення водних ресурсів у вихідних умовах (на початку 80-х років минулого сторіччя) становило 17%. При розвитку подій за сценаріями глобального потепління наслідки використання води для зрошування можуть посилитися. За період 2000-2010 рр. (нестационарний сценарій GFDL) зменшення водних ресурсів степової зони України досягне 38 %, а на десятиріччя 2030-2040 рр. – 36 %.

При поєднанні дії втрат на додаткове випаровування з поверхні штучних водойм та вилучення води на зрошування водні ресурси степової зони України зазнають невідновного руйнування (зменшення середньої багаторічної величини на 70 %) їх водних ресурсів вже в 2030-2040 рр.

Таблиця 5.4 - Зміни водних ресурсів р. Дністер за сценаріями глобального потепління при наявності штучних водойм

Сценарій	\bar{Y}_K при $f_B = 0$, мм	k_Y'	$\bar{Y}_{ПОВ}$ при $f_B = 0,5$ %, мм	Зміни водних ресурсів за ра- хунок втрат на додаткове ви- паровування, %	Зміни водних ресурсів у порівнянні з вихідним (0) станом, %
0 (вихідний стан)	147	0.97	142	-3	-3
CCCM	108	0.96	104	-4	-29
GISS	108	0.96	104	-4	-29
GFDL	115	0.96	111	-4	-25
UKMO	110	0.96	106	-4	-28
Нестационарна модель GFDL (2000-2010)	148	0.97	143	-3	-2.6
Нестационарна модель GFDL (2030-2040)	98	0.96	94	-4	-36
Нестационарна модель GFDL (2070-2080)	68	0.95	65	-5	-56

Ситуація може поліпшитися, коли забори води на зрошування відбуватимуться не за рахунок місцевих водних ресурсів, а за рахунок річков-донорів. При цьому збережуться водні ресурси малих та середніх річок. Наявність великих зрошувальних систем таких, як Дунай-Дністровська, Північно-Кримська, які використовують для зрошування води річков-донорів, можуть забезпечити зростання річного стоку у річках-колекторах у півтора або два рази й здатні зменшити негативні наслідки впливу глобального потепління на стан водних ресурсів степової зони України.

Додаткове надходження води до русел річок також можливе за рахунок заходів з осушування заболочених земель. Відносна площа осушуваних земель становить 15 % у межах лісової природної зони, яка входить до водозбору р.Дніпро. Відведення вод з осушувальних систем шляхом зниження рівнів підземних вод сприятиме зростанню середньої багаторічної величини стоку до 9-10 %.

Модель “клімат-стік” дозволяє також установлювати критично допустимі масштаби водогосподарської діяльності, які можуть призвести до руйнування водних ресурсів країни. Так, у таблиці 5.5 показані допустимі зна-

чення водної поверхні штучних водойм для різних кліматичних умов, які характеризуються нормою кліматичного стоку.

Таблиця 5.5 - Критичні значення площ штучних водойм

Характеристика змінювання водних ресурсів	Коефіцієнт антропогенного впливу, K'_Y	Норма природного стоку, \bar{Y} , мм	Відносна площа водної поверхні f_B , %
Значущі зміни водних ресурсів	0,9	5	0,3
		10	0,4
		20	0,6
		30	0,7
		40	0,8
		50	0,9
		60	1,0
		70	1,0
		80	1,1
		90	1,2
		100	1,2
Руйнування	0,5	5	2,0
		10	2,5
		20	3,5
		30	4,0
		40	5,0
		50	6,0
		60	6,6
		70	7,4
		80	7,7
		90	8,0
		100	8,6
Невідновне руйнування	0,3	5	3,5
		10	5,0
		20	7,0
		30	8,0
		40	10,0
		50	10,5
		60	11,6
		70	12,4
		80	13,5
		90	14,0
		100	15,0

РОЗДІЛ 6

6 ВНУТРІШНЬОРІЧНИЙ РОЗПОДІЛ СТОКУ

6.1 Основні фактори формування

Протягом року стік річок розподіляється досить нерівномірно, що зумовлено, головним чином, внутрішньорічною мінливістю метеорологічних факторів. Характерними рисами гідрологічного режиму водних об'єктів суші для річок України є: весняне водопілля, більш чи менш виразна літня та осіння межень, літньо-осінні паводки та зимова межень. Формування весняного водопілля пов'язане з таненням снігу, яке зумовлює високі рівні та витрати води, нерідко з виходом води на заплаву. У період водопілля проходить понад 50-60 % річного об'єму води, а у посушливій зоні – до 85-90 % та більше. Після закінчення весняного водопілля, якщо на його спаді немає дощових паводків, рівні води поступово знижуються до межених, коли у живленні річок беруть участь переважно підземні води.

На малих річках, а в посушливій зоні і на середніх, при досить тривалих бездощових періодах, річки можуть періодично пересихати. Нерідко порушують межень в літній сезон дощові паводки.

У районах з паводковим режимом у теплу частину року літня межень може бути відсутньою. Восени, коли зменшується випаровування з поверхні суші та збільшується число днів з опадами, стік річок збільшується. Після чого стік річок поступово зменшується, досягаючи в кінці зими найменших значень за рік. Якщо ж зимою спостерігаються відлиги, особливо в південних районах, то зимова межень формується не тільки за рахунок підземних, але й поверхневих вод.

Внутрішньорічний розподіл стоку залежить від місцевих та антропогенних чинників. Регуляторами стоку виступають водоймища сезонного та багаторічного регулювання (озера, водосховища). Вирівнюванню внутрішньорічного ходу стоку сприяє карст. Протягом коротких відрізків часу фактором, що вирівнює розподіл стоку, є й лісистість, яка переводить частину поверхневого стоку в підземний. Викладене відноситься до великих басейнів, які забезпечені ґрунтовим живленням. На таких водозборах максимальний стік зменшується, а стік межених – зростає. Стік малих річок лісистість не

регулює, а лише зменшує його у зв'язку з невеликою глибиною ерозійного врізу русел річок у підстильну поверхню.

Вивчення закономірностей формування і розподілу стоку протягом року має як наукове, так і практичне значення. Нерівномірність розподілу стоку впродовж року спричиняє труднощі для водопостачання, гідроенергетики, зрошення та ін. Безперебійне водопостачання, зрошення, гарантоване вироблення електроенергії лімітуються стоком сезонів межені, що спонукає до будівництва водосховищ та ставків для регулювання стоку і більш раціонального використання природних водних ресурсів. У районах, де місцевий стік зарегульований, для поповнення дефіциту проводиться реконструкція річкових систем з перекидання стоку із сусідніх річок.

Під внутрішньорічним розподілом стоку взагалі розуміють розподіл стоку за сезонами, місяцями, декадами або іншими часовими інтервалами. Розрізняють **календарний** та **некалендарний** розподіли стоку. Календарний розподіл розглядається у межах декад, місяців, сезонів. У залежності від призначення розрізняють типовий та розрахунковий внутрішньорічний розподіл річного стоку. Некалендарний розподіл не пов'язаний з хронологічними строками, а подається у вигляді кривих тривалості добових витрат води. В цьому випадку будуються звичайні криві забезпеченості, але не для фазово-однорідних величин, а для добових витрат води одного або декількох років.

Для розрахунків внутрішньорічного розподілу стоку в залежності від наявності даних гідрометеорологічних спостережень можна використати такі методи:

- 1) при наявності даних спостережень (не менше 15 років):
 - а) типовий розподіл (або розподіл стоку за роки характерної водності);
 - б) метод компонування;
- 2) при недостатності та відсутності даних спостережень:
 - а) за аналогією з внутрішньорічним розподілом на вивченому (дослідженому) у гідрологічному відношенні басейні;
 - б) з використанням районних схем і регіональних залежностей параметрів внутрішньорічного розподілу стоку від фізико-географічних чинників.

6.2 Типовий внутрішньорічний розподіл стоку

Під типовим розподілом розуміється найчастіше повторюваний для даної річки (або групи річок) у багаторічному розрізі розподіл стоку протягом року. Типові схеми особливо придатні для класифікації річок та гідрологічного районування. Зазвичай використовуються моделі так званих фіктивних та характерних за водністю років (багатоводних, середньоводних або

маловодних). Схеми фіктивного розподілу можна одержати в результаті осереднення витрат води, а потім подання їх у модульних коефіцієнтах або у відсотках від річної суми. Для забезпечення стійкості показників внутрішньорічного розподілу стоку необхідно, щоб часові ряди були не менше 50 років.

Внутрішньорічний розподіл стоку, як правило, обчислюється не за календарними, а за водогосподарськими роками, починаючи з багатоводного сезону. При цьому розглядаються не календарні, а так звані водогосподарські роки, які починаються з весни поточного року, охоплюють повністю літо, осінь і частку зими (до 31.12), а також зимові місяці іншого року (тобто починаючи з 1.01, і до початку весни).

На території України, виходячи із умов формування та особливостей розподілу річного стоку по місяцях і сезонах (рис.6.1, табл.6.1), за типовим внутрішньорічним розподілом стоку виділені 16 районів. Аналогічний розподіл для річок Євразії представлений у табл.6.2.

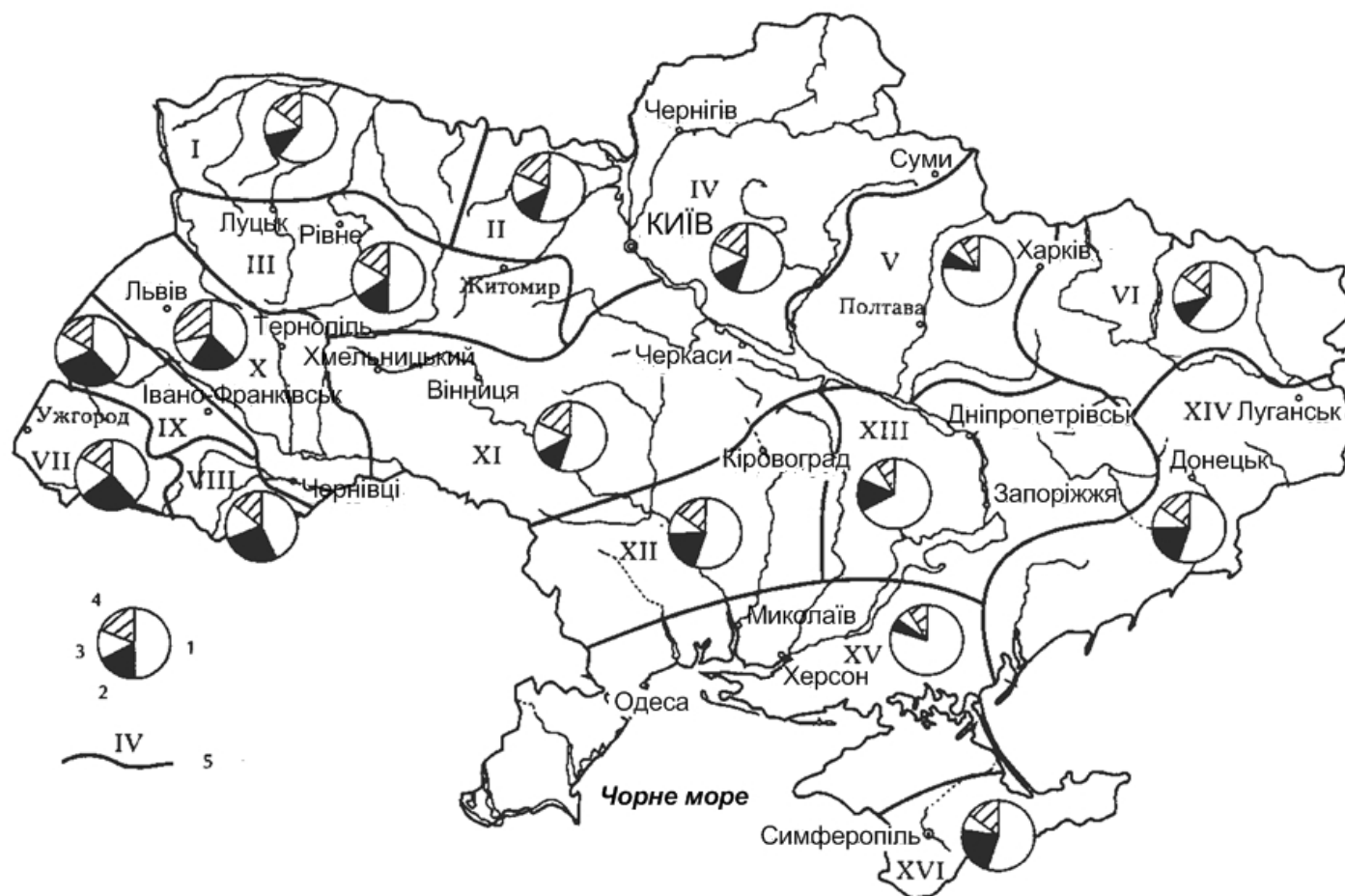
За співвідношенням між величинами стоку у різні періоди року більша частина річок України належить до переважно снігового живлення. У північній частині території найбільші середні місячні витрати води спостерігаються в березні - квітні, а в південній – в лютому - березні. У західних (передгірських і гірських) районах, де значна частка річного стоку формується за рахунок дощових вод, на весняний стік припадає менше 50 % річного об'єму, а стік меженних сезонів перевищує 15 - 20 % річного (СНіП 2.01.14-83). Річки Причорноморської низовини і степового Криму (див. рис.6.1, район XV) практично не мають підземного живлення і тому у маловодні роки пересихають влітку і перемерзають взимку. У дуже маловодні роки стоку може не бути протягом року і більше.

На сучасному етапі, однак, відбуваються деякі зміни у внутрішньорічному розподілі річок, зумовлені глобальними та регіональними змінами клімату, антропогенними впливом тощо. В монографії В.В. Гребеня проведений аналіз змін окремих періодів і сезонів внутрішньорічного розподілу річок України станом на 2008 р., в рамках ландшафтно-гідрологічного районування (рис. 6.3.). Згідно цієї схеми районування, на території України виділяється 6 ландшафтно-гідрологічних зон, 16 провінцій та 14 районів.

Зміни складових водно-теплового балансу, що відбулися впродовж останніх десятиріч на території України, зумовили певний внутрішньорічного перерозподіл стоку країни (по фазах гідрологічного режиму).

Результати цих змін узагальнені в межах окремих ландшафтно-гідрологічних провінцій за два репрезентативні періоди і наведені у табл.6.3-6.5. Аналізуючи ці таблиці, можна дійти висновку стосовно перерозподілу стоку річок під впливом кліматичних змін:

- зміни складових водно-теплового балансу спричинили певні зміни у живленні річок;



Умовні позначки: 1 - багатоводний; 2 - середньоводний; 3 - маловодний; 4 - дуже маловодний.
Рисунок 6.1- Схема районування території України за внутрішньорічним розподілом стоку річок [93]

Таблиця 6.1- Типові схеми розподілу (у %) річного стоку річок України по сезонах і місяцях за характерні по водності роки (1- багатоводний; 2- середньо водний; 3-маловодний; 4-дуже маловодний)

Вод-ність року	По місяцях												По сезонах			
	ІІІ	ІV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	весна ІІІ-V	літо VI-VIII	осінь IX-XI	зима XII-II
Річки північної частини території України																
Район І																
1	32,4	12,1	4,5	4,8	2,5	1,3	1,8	3,6	7,9	17,2	7,8	4,1	49,0	8,6	13,3	29,1
2	41,9	15,2	6,8	3,6	1,7	1,1	1,3	2,2	3,9	13,4	5,5	3,4	63,9	6,4	7,4	22,3
3	48,4	21,3	9,0	2,0	0,9	0,6	1,3	1,7	3,4	6,0	3,1	2,3	78,7	3,5	6,4	11,4
4	52,7	25,0	11,6	1,5	0,8	0,5	0,7	0,9	1,7	2,4	1,3	0,9	89,3	2,8	3,3	4,6
Район ІІ																
1	42,8	9,8	3,8	8,4	3,2	2,1	2,0	2,7	4,8	2,9	4,9	12,6	56,1	13,7	9,5	20,4
2	41,3	14,4	6,1	4,8	3,2	2,4	2,7	3,5	5,7	4,4	3,2	8,3	61,8	10,4	11,9	15,9
3	38,6	16,2	7,7	5,1	3,2	3,8	2,8	3,7	5,4	3,8	5,3	4,4	62,0	12,1	11,9	13,5
4	34,0	16,6	9,4	5,8	3,7	4,4	3,0	4,0	5,4	5,0	4,2	4,5	60,0	13,9	12,4	13,7
Район ІІІ																
1	32,4	9,9	4,9	4,2	6,9	3,4	3,3	4,1	6,4	5,9	5,0	13,6	47,2	14,5	13,8	24,5
2	32,2	13,0	6,2	4,4	3,0	3,8	4,2	5,2	6,3	4,9	6,1	10,7	51,4	11,2	15,7	21,7
3	32,0	14,4	7,9	3,9	3,0	3,1	4,6	5,2	6,6	6,6	5,7	7,0	54,3	10,0	16,4	19,3
4	34,3	17,4	9,6	3,6	2,5	2,5	4,4	4,8	5,5	5,1	4,6	5,7	61,3	8,6	14,7	15,4
Район ІV																
1	13,6	46,5	4,0	3,4	1,9	1,6	2,6	4,3	4,3	7,8	3,4	6,6	65,1	6,9	11,2	17,8
2	48,6	16,1	5,3	3,5	1,9	1,6	2,1	3,1	4,8	5,6	3,4	4,1	69,9	7,0	10,0	13,1
3	42,3	21,1	8,2	3,1	2,0	1,6	2,0	2,9	4,8	5,1	3,4	3,5	71,6	6,7	9,7	12,0
4	40,8	22,3	9,5	3,0	2,0	1,6	2,1	3,0	4,7	4,4	3,3	3,3	72,6	6,6	9,8	11,0

Продовження табл.6.1

Вод- ність року	По місяцях												По сезонах			
	ІІІ	ІV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	весна ІІІ-V	літо VI-VIII	осінь IX-XI	зима XII-II
Район V																
1	59.2	11.9	2.9	2.6	2.2	1.0	0.7	1.3	2.3	3.4	9.7	2.8	74.0	5.8	4.3	15.9
2	56.8	15.6	4.2	2.8	1.5	0.9	1.4	2.2	3.8	6.7	2.1	2.0	76.6	5.2	7.4	10.8
3	48.9	20.9	9.0	2.4	1.6	0.9	1.5	2.4	3.8	4.6	2.4	1.6	78.8	4.9	7.7	8.6
4	44.9	25.7	12.1	2.2	1.6	1.0	1.4	2.2	3.2	2.9	1.5	1.3	82.7	4.8	6.8	5.7
Район VI																
1	48.0	11.1	3.2	3.2	3.1	2.1	1.5	2.2	2.6	4.1	3.1	15.8	62.3	8.4	6.3	23.0
2	40.9	16.3	6.6	4.2	2.6	2.1	2.6	3.2	4.3	6.9	4.5	5.8	63.8	8.9	10.1	17.2
3	33.6	19.8	9.4	4.2	2.8	2.2	2.8	3.8	5.1	7.3	4.8	4.2	62.8	9.2	11.7	16.3
4	33.9	19.1	8.2	5.1	3.6	3.1	3.9	4.1	4.3	6.8	3.8	4.1	61.2	11.8	12.3	14.7
Район VII																
1	11.2	17.4	7.0	6.8	7.4	3.6	2.7	4.2	7.9	14.7	6.7	10.4	35.6	17.8	14.8	31.8
2	12.3	19.2	6.9	7.2	6.9	3.7	3.4	4.7	8.5	10.5	4.9	11.8	38.4	17.8	16.6	27.2
3	15.1	19.2	7.9	10.1	6.2	4.1	3.0	3.9	8.6	9.3	4.1	8.5	42.2	20.4	15.5	21.9
4	17.8	23.2	9.9	10.8	5.8	4.2	3.4	3.8	9.2	6.2	2.2	3.4	51.0	20.8	16.4	11.8
Район VIII																
1	6.8	19.5	12.1	11.5	8.0	5.9	4.9	5.0	8.0	9.1	6.4	2.8	38.4	25.4	17.9	18.3
2	7.6	20.8	13.6	10.7	7.6	5.2	4.6	5.6	9.0	7.6	4.0	3.7	42.0	23.5	19.2	15.3
3	8.8	22.8	14.2	10.7	7.4	5.8	4.5	5.3	7.8	5.9	3.6	3.2	45.8	23.9	17.6	12.7
4	9.5	25.5	15.5	10.6	7.1	6.0	4.6	5.0	7.0	4.1	2.6	2.5	50.5	23.7	16.6	9.2
Район IX																
1	7.9	17.9	8.2	17.0	10.3	5.8	5.9	3.4	4.4	7.5	3.7	8.0	34.0	33.1	13.7	19.2
2	11.6	19.9	7.0	9.9	10.5	5.6	7.2	4.4	7.3	6.0	3.6	7.0	38.5	26.0	18.9	16.6
3	13.6	21.2	8.5	12.7	8.4	5.2	4.2	5.3	6.7	6.8	3.2	4.2	43.3	26.3	16.2	14.2
4	24.8	16.9	11.6	11.0	6.9	4.6	4.3	4.7	5.0	4.6	2.5	3.2	53.3	22.5	14.0	10.2

Продовження табл.6.1

Вод- ність року	По місяцях												По сезонах			
	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	весна III-V	літо VI- VIII	осінь IX- XI	зима XII- II
Район X																
1	23.4	8.7	5.9	8.6	8.0	6.3	5.8	5.7	6.6	5.8	5.3	9.9	38.0	22.9	18.1	21.0
2	20.6	10.5	8.3	7.9	7.4	5.5	6.1	6.2	6.2	6.2	5.3	9.8	39.4	20.8	18.5	21.3
3	18.0	12.3	9.5	7.9	6.3	5.8	7.0	6.5	6.5	6.7	5.8	7.7	39.8	20.0	20.0	20.2
4	17.9	12.2	9.9	7.7	5.9	5.8	7.3	6.8	6.4	6.7	6.0	7.4	40.0	19.4	20.5	20.1
Район XI																
1	34.5	10.5	4.5	5.2	8.1	3.5	3.6	4.2	5.1	4.8	4.6	11.4	49.5	16.8	12.9	20.8
2	32.6	12.7	6.3	6.6	4.1	3.2	3.9	5.1	5.7	5.8	4.6	9.4	51.6	13.9	14.7	19.8
3	29.4	16.0	8.8	5.4	3.4	3.2	4.0	4.7	6.3	4.8	5.5	8.5	54.2	12.0	15.0	18.8
4	28.4	17.8	9.8	4.7	2.9	2.7	4.6	5.2	6.0	4.9	5.0	8.0	56.0	10.3	15.8	17.9
Річки південної частини території України																
Район XII																
1	5.3	38.9	12.8	4.7	5.9	4.2	3.1	3.2	3.8	5.7	6.5	5.9	57.0	17.9	12.7	12.4
2	8.8	34.5	15.9	5.5	5.3	3.1	2.2	2.8	4.2	5.5	6.7	5.5	59.2	16.1	12.5	12.2
3	10.5	27.9	20.5	6.2	4.3	2.7	2.4	2.9	3.9	6.1	6.4	7.1	58.9	15.6	12.0	13.5
4	11.1	31.2	17.9	5.1	3.8	2.6	3.0	2.8	3.9	6.2	6.1	6.3	60.2	14.5	12.9	12.4
Район XIII																
1	14.7	52.7	3.7	3.0	3.3	3.7	2.4	1.7	2.2	3.3	3.6	5.7	71.1	12.4	7.2	9.3
2	7.4	44.9	16.3	4.9	2.5	2.2	2.8	2.3	2.2	4.3	5.2	4.8	68.8	12.4	9.4	10.0
3	11.5	38.2	20.3	4.5	2.8	1.9	2.1	2.6	3.1	4.0	4.8	4.2	70.0	11.3	9.7	9.0
4	10.5	35.4	19.0	5.2	2.9	1.8	2.0	3.2	3.7	5.0	5.7	5.6	64.9	11.9	11.9	11.3

Продовження табл.6.1

Водність року	По місяцях												По сезонах			
	ІІІ	ІV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	весна ІІІ-V	літо VI-VIII	осінь IX-XI	зима XII-II
Район XIV																
1	6.4	32.6	14.8	7.7	6.2	4.3	2.9	3.2	4.1	4.7	5.5	7.6	53.8	21.1	12.0	13.1
2	11.0	28.8	16.7	8.0	5.4	4.4	2.4	2.4	3.7	5.1	4.5	7.6	56.5	20.2	11.2	12.1
3	11.3	28.9	18.5	7.3	5.3	4.1	2.2	2.0	3.5	4.7	5.4	6.8	58.7	18.9	10.2	12.2
4	11.3	28.7	18.7	6.7	4.1	3.6	1.7	2.3	3.9	5.4	5.7	7.9	58.7	16.1	11.6	13.6
Район XV																
1	22.2	49.2	5.3	4.9	4.0	2.9	0.0	0.0	0.0	3.7	2.9	4.9	76.7	11.8	3.7	7.8
2	20.3	51.5	6.8	6.6	3.1	0.0	0.0	0.0	0.0	1.9	2.9	6.9	78.6	9.7	1.9	9.8
3	24.9	48.9	12.6	8.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	5.6	86.4	8.0	0.0	5.6
Район XVI																
1	9.0	22.0	13.7	12.1	9.9	3.9	2.0	0.0	2.2	4.6	7.8	12.8	44.7	27.9	6.8	20.6
2	9.6	15.4	28.4	13.1	6.4	3.4	0.0	0.0	2.1	4.3	7.5	9.8	53.4	22.9	6.4	17.3
3	11.4	29.9	18.5	9.7	4.9	2.6	0.0	0.0	0.0	5.8	9.1	8.1	59.8	17.2	5.8	17.2
4	13.4	32.0	21.9	7.8	3.8	2.0	0.0	0.0	0.0	4.3	7.0	7.8	67.3	13.6	4.3	14.8

Таблиця 6.2 - Строки та тривалість основних гідрологічних сезонів в різних регіонах Євразії (СНіП 2.01.14-83)

Регіон	Період		Тривалість основних гідрологічних сезонів, міс.					
	зимовий	весняний	весняний	літній	літньо-осінній	осінній	осінньо-зимовий	зимовий
Європейська територія	-	<u>V – VII</u>	-	-	<u>VIII – XI</u>	-	-	<u>XII – IV</u>
Крайня північ (північніше 64 ⁰ півн.ш)		8			4			5
Лісова зона (північніше 56 ⁰ півн.ш. та східніше 30 ⁰ сх.д.)	-	<u>IV – VI</u>	-	-	<u>VII – XI</u>	-	-	<u>XII – III</u>
		3			5			4
Південна частина лісової зони та лісостепова зона (північніше 49 ⁰ півн.ш)	-	<u>III – V</u>	-	-	<u>VI – XI</u>	-	-	<u>XII – II</u>
		3			6			3
Степова зона (південніше 49 ⁰ півн.ш. та південно-західна частина Прибалтики (південніше 57 ⁰ півн.ш. і західніше 24 ⁰ сх.д)	-	<u>II – IV</u>	-	-	<u>V – XI</u>	-	-	<u>XII – I</u>
		3			7			2
Прикарпаття та Закарпаття	-	<u>III – V</u>	-	-	<u>VI – XI</u>	-	-	<u>XII – II</u>
		3			6			3
Гірські регіони Криму	<u>XII – V</u>	-	-	<u>VI – XII</u>	-	<u>IX – XI</u>	-	-
	6			3		3		
Азіатська територія	-	<u>V – VI</u>	-	-	<u>VII – X</u>	-	-	<u>XI – IV</u>
Північна частина Сибіру, до р.Лени (північніше 64 ⁰ півн.ш. на заході і 56 ⁰ півн.ш. біля о.Байкал)		2			4			6
Західний Сибір (південніше 64-60 ⁰ півн.ш.)	-	<u>IV – VI</u>	-	-	<u>VII – XI</u>	-	-	<u>XII – III</u>
		3			5			4

Продовження табл. 6.2

Регіон	Період		Тривалість основних гідрологічних сезонів, міс.					
	зимовий	весняний	весняний	літній	літньо-осінній	осінній	осінньо-зимовий	зимовий
Центральний та північний Казахстан	-	$\frac{IV-V}{2}$	-	-	$\frac{VI-XI}{6}$	-	-	$\frac{XII-III}{4}$
Гірський Алтай	-	-	$\frac{IV-IX}{6}$	-	-	$\frac{X-XI}{2}$	-	$\frac{XII-III}{4}$
Забайкалля	-	$\frac{IV-V}{2}$	-	-	$\frac{VI-X}{5}$	-	-	$\frac{XI-III}{5}$
Прибайкалля	-	-	$\frac{IV-VIII}{5}$	-	-	$\frac{IX-X}{2}$	-	$\frac{XI-III}{5}$
Північно-східний Сибір (північніше р.Лени)	-	-	$\frac{V-VIII}{4}$	-	-	$\frac{IX-X}{2}$	-	$\frac{XI-IV}{6}$
Далекій Схід (басейн р.Амур)	-	-	$\frac{IV-IX}{6}$	-	-	$\frac{X-XI}{2}$	-	$\frac{XII-III}{4}$
Гірські райони Кавказу та Середньої Азії	-	-	$\frac{III-VI}{6}$	-	$\frac{VII-XI}{5}$	-	-	$\frac{XII-II}{3}$
Високогірні райони Кавказу та Середньої Азії	-	$\frac{III-IV}{2}$	-	$\frac{V-IX}{6}$	-	-	$\frac{X-II}{5}$	-

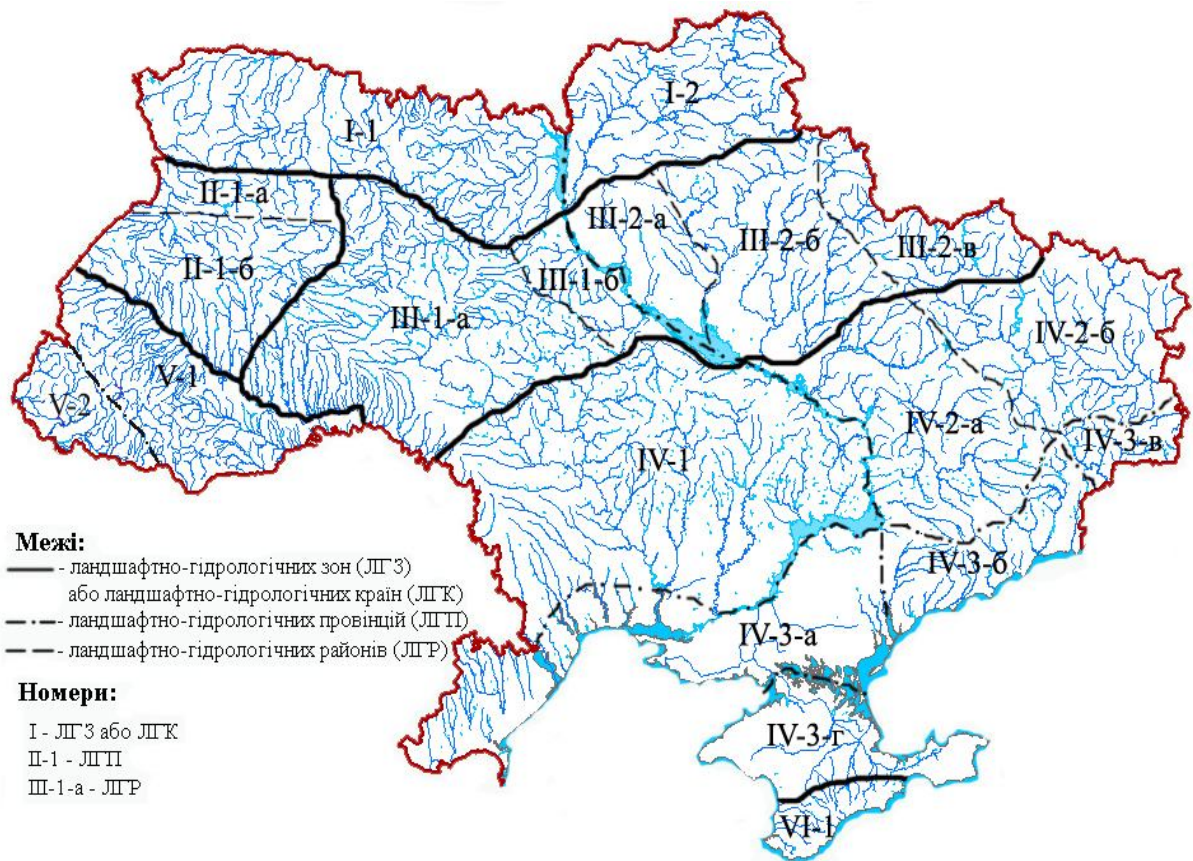


Рисунок 6. 2 – Схема ландшафтно-гідрологічного районування України [40]

Умовні позначення:

- 1** – Мішанолісова волого-ландшафтно-гідрологічна зона;
I-1 – Прип'ятська ландшафтно-гідрологічна провінція;
I-2 – Деснянська ландшафтно-гідрологічна провінція;
II – Широколистіслова волога ландшафтно-гідрологічна зона;
II-1 – Бузько-Дністровська ландшафтно-гідрологічна провінція;
 II-1-а – Волинський підвищений ландшафтно-гідрологічний район;
 II-1-б – Розтоцько-Опільський підвищений ландшафтно-гідрологічний район;
III – Лісостепова недостатньо зволожена ландшафтно-гідрологічна зона;
III-1 – Дністровсько-Дніпровська ландшафтно-гідрологічна провінція;
 III-1-а – Подільсько-Придніпровський підвищений ландшафтно-гідрологічний район;
 III-1-б – Центральнодніпровський підвищений ландшафтно-гідрологічний район;
III-2 – Лівобережно-Дніпровська ландшафтно-гідрологічна провінція;
 III-2-а – Центральнодніпровський низовинний ландшафтно-гідрологічний район;
 III-2-а – Полтавський рівнинний ландшафтно-гідрологічний район;
 III-2-а – Східноукраїнський схилово-підвищений ландшафтно-гідрологічний район;
IV – Степова посушлива ландшафтно-гідрологічна зона;
IV-1 – Нижньобузько-Дніпровська ландшафтно-гідрологічна провінція;
IV-2 – Дніпровсько-Сіверськодонецька ландшафтно-гідрологічна провінція;
 IV-2-а – Нижньодніпровський низовинний ландшафтно-гідрологічний район;
 IV-2-а – Сіверськодонецький схилово-підвищений ландшафтно-гідрологічний район;
IV-3 Причорноморсько-Приазовська ландшафтно-гідрологічна провінція;
 IV-3-а – Причорноморський низовинний ландшафтно-гідрологічний район;

IV -3-б – Приазовський підвищений ландшафтно-гідрологічний район;
 IV -3-в – Донецький підвищений ландшафтно-гідрологічний район;
 IV -3-г – Кримський низовинний ландшафтно-гідрологічний район;
 V – Карпатська гірська ландшафтно-гідрологічна країна;
 V-1 – Прут-Дністровська ландшафтно-гідрологічна провінція;
 V-2 – Тисо-Латорицька ландшафтно-гідрологічна провінція;
 VI – Кримська гірська ландшафтно-гідрологічна країна;
 VI-1 Гірськокримська ландшафтно-гідрологічна провінція.

Таблиця 6.3 – Внутрішньорічний розподіл стоку річок (по фазах гідрологічного режиму) за два характерні періоди, %

Ландшафтно-гідрологічна провінція	Фаза гідрологічного режиму		
	весняне водопілля	літньо-осіння межень	зимова межень
Прип'ятська	42/36	37/38	21/26
Деснянська	53/42	31/36	16/22
Бузько-Дністровська	31/25	46/50	23/25
Дністровсько-Дніпровська	35/27	43/50	22/23
Лівобережно-Дніпровська	48/37	33/43	19/20
Нижньобузько-Дніпровська	49/35	27/39	24/26
Дніпровсько-Сіверськодонецька	50/37	33/42	17/21
Причорноморсько-Приазовська	45/35	39/49	16/16
Прут-Дністровська	29/27	52/53	19/20
Тисо-Латорицька	30/31	44/45	26/24
Гірсько-Кримська	35/34	34/38	31/28

Примітка: 1) жирним шрифтом виділені випадки із змінами 10 та більше відсотків;

2) чисельник – до 1989 р., знаменник – 1989-2008 рр.

- якщо до кінця 80-х років минулого століття річки країни характеризувались переважно сніговим живленням (50% від об'єму річного стоку і більше), то на сучасному етапі воно скоротилося на 12 (а в багатоводні роки на 19) відсотків, при цьому снігове живлення не дає переважну частку річного стоку;
- одночасно відбулося зростання частки підземного живлення, яке майже зрівнялося з часткою снігового;
- зменшення частки снігового та відповідне зростання частки підземного живлення у стоці річок сприяло вирівнюванню внутрішньорічного його розподілу;

Таблиця 6.4 – Сезонний розподіл стоку річок за два характерні періоди, %

Ландшафтно-гідрологічна провінція	Гідрологічний сезон			
	весняний	літній	осінній	зимовий
Прип'ятська	50/44	16/18	14/13	20/25
Деснянська	57/43	13/16	14/18	16/23
Бузько-Дністровська	38/33	21/22	18/20	23/25
Дністровсько-Дніпровська	42/34	19/22	18/21	21/23
Лівобережно-Дніпровська	55/45	13/17	13/18	19/20
Нижньобузько-Дніпровська	54/42	12/14	10/18	24/26
Дніпровсько-Сіверськодонецька	49/41	11/16	11/16	29/27
Причорноморсько-Приазовська	41/37	15/19	13/17	31/27
Прут-Дністровська	37/36	33/27	16/22	14/15
Тисо-Латорицька	38/40	22/18	17/21	23/21
Гірсько-Кримська	45/42	14/16	9/14	32/28

Примітка: 1) жирним шрифтом виділені випадки із змінами 10 та більше відсотків; 2) чисельник – до 1989 р., знаменник – 1989-2008 рр.

Таблиця 6.5 – Лімітуючи часові інтервали, рекомендовані для водогосподарських розрахунків для двох характерних періодів

Ландшафтно-гідрологічна провінція	Лімітуючий		
	період	сезон	місяць
Прип'ятська	VI-II (VI-II)	IX-XI (IX-XI)	IX (X)
Деснянська	VI-II (VI-II)	VI-VIII (VI-VIII)	VIII (VIII)
Бузько-Дністровська	VI-II (VI-II)	IX-XI (IX-XI)	IX (X)
Дністровсько-Дніпровська	VI-II (VI-II)	IX-XI (IX-XI)	IX (IX)
Лівобережно-Дніпровська	VI-II (VI-II)	VI-VIII (VI-VIII)	VIII (VIII)
Нижньобузько-Дніпровська	V-I (V-I)	IX-XI (V-VIII)	IX (VIII)
Дніпровсько-Сіверськодонецька	V-I (V-I)	V-VIII (V-VIII)	VIII (VIII)
Причорноморсько-Приазовська	V-I (V-I)	IX-XI (IX-XI)	IX (IX)
Прут-Дністровська	IX-II (IX-II)	XII-II (XII-II)	I (I)
Тисо-Латорицька	VI-II (VI-II)	IX-XI (V-VIII)	IX (VIII)
Гірсько-Кримська	V-XI (V-XI)	IX-XI (IX-XI)	X (X)

Примітка: в дужках - значення, розраховані за період 1989 – 2008 рр.

- роль найбільш багатоводної фази у внутрішньорічному розподілі стоку річок країни (за винятком її північного сходу) зараз належить *літньо-осінній межні*, частка якої в у річному об'ємі стоку в цілому по рівнинній території становить 44%, коливаючись від 38 до 50% по різних провінціях;

- терміни лімітуючих періодів і сезонів на більшій частині території країни залишилися без змін, на відміну від термінів лімітуючих місяців, які по окремих провінціях змінилися, особливо на правобережжі.

6.3 Розрахунковий внутрішньорічний розподіл стоку річок

6.3.1 Метод компонентування

В залежності від типу водного режиму досліджуваної річки, від об'єкта проектування і характеру використання стоку тієї чи іншої річки водогосподарський рік поділяється на два (різних за тривалістю в різних умовах) періоди – лімітуючий і нелімітуючий. В свою чергу лімітуючий період поділяється на два сезони – лімітуючий і нелімітуючий. Межі сезонів призначаються єдиними для всіх років з округленням до місяця.

Проектування об'єктів водогосподарського призначення здійснюється на нормативно-задану забезпеченість, $P\%$.

При розрахунковому внутрішньорічному розподілі регламентується стік року, лімітуючих періодів і сезонів.

Завдяки довільному поєднанню складових річного стоку окремих років, сума величин сезонного стоку заданої ймовірності перевищення, як правило, не співпадає з ймовірнісним значенням сумарного стоку, тобто

$$\left(\sum Q \right)_{\text{рік}} \neq \left(\sum Q \right)_{\text{весна}} + \left(\sum Q \right)_{\text{літо-осінь}} + \left(\sum Q \right)_{\text{зима}}, \quad (6.1)$$

де $\left(\sum Q \right)_{\text{рік}}$ - сума середньомісячних витрат води за рік заданої забезпеченості $P\%$;

$\left(\sum Q \right)_{\text{весна}}$ - сума середньомісячних витрат води за весну заданої забезпеченості $P\%$;

$\left(\sum Q \right)_{\text{літо-осінь}}$ - сума середньомісячних витрат води за період літо-осінь заданої забезпеченості $P\%$;

$\left(\sum Q \right)_{зима}^P$ - сума середньомісячних витрат води за зиму заданої забезпеченості $P\%$.

Розв'язок (6.1) можна знайти, якщо одну й ту ж саму розрахункову забезпеченість поставити у відповідність не для всіх сезонів і року загалом, а тільки для лімітуючих періоду й сезону. Тоді розрахункова ймовірність перевищення $P\%$ буде відноситися до $\sum Q_{рік}$, а також $\sum Q_{літо-осінь}$ й $\sum Q_{зима}$.

Стік же нелімітуючого сезону (весни) знаходиться як різниця:

$$\left(\sum Q \right)_{весна}^{P_1} = \left(\sum Q \right)_{рік}^P - \left(\sum Q \right)_{літо-осінь}^P - \left(\sum Q \right)_{зима}^P, \quad (6.2)$$

Забезпеченість P_1 визначається по кривій забезпеченості стоку за весняний сезон. В цьому випадку на весну припадуть всі нев'язки розрахунку. Тому В.Г.Андреянов запропонував **метод компонентування**, за яким нев'язки розподіляються рівномірно всередині року. На початку рік розбивається на два періоди – весну (нелімітуючий) і межень (лімітуючий). Стік року і межень визначається, виходячи із заданої ймовірності перевищення $P\%$, а стік за весну отримують за різницею $\left(\sum Q \right)_{рік}^P$ і $\left(\sum Q \right)_{межень}^P$ і по кривій забезпеченості весняного сезону $\left(\sum Q \right)_{весна}^{P_1}$ встановлюють його забезпеченість P_1 .

Аналогічно меженний період розбивається на два сезони: літо-осінь (нелімітуючий) і зима (лімітуючий). Тоді стік нелімітуючого сезону знаходиться за різницею:

$$\left(\sum Q \right)_{літо-осінь}^{P_2} = \left(\sum Q \right)_{межень}^P - \left(\sum Q \right)_{зима}^P. \quad (6.3)$$

Розрахункова ймовірність P_2 нелімітуючого сезону знаходиться по відповідній кривій забезпеченості. Отже за методом компонентування:

$$\left(\sum Q \right)_{рік}^P = \left(\sum Q \right)_{весна}^{P_1} + \left(\sum Q \right)_{літо-осінь}^{P_2} + \left(\sum Q \right)_{зима}^P. \quad (6.4)$$

Другою частиною розрахункової моделі внутрішньорічного розподілу стоку є складання схем його **внутрішньосезонного розподілу**. Типові схеми всередині окремих сезонів розраховуються не для всього періоду спостережень, а по групах водності – *багатоводної, середньоводної і маловодної*. Виділення груп водності виконується на основі ранжованих у порядку убутання рядів сезонних сум середньомісячних витрат води. Верхня третина такого ряду (1-33%) – багатоводні роки, нижня (67-100%) – маловоді, середня (34-66%) – середньоводні роки. У межах окремих груп проводиться осереднення місячних витрат води однакового номера в порядку убутання. Кожному середньому значенню приписується той календарний місяць, який для даного номера зустрічається найчастіше. Далі, в межах кожної групи підраховується відносний розподіл стоку по місяцях у відсотках від величини стоку за даний сезон.

6.3.2 Метод реального року

Цей метод пропонується у методичних рекомендаціях, що розроблені для нового нормативного документу СП 33-101-2003, прийнятого в Росії та деяких країнах СНГ замість СНіП 2.01.14-83. Визначення внутрішньорічного розподілу стоку за цим методом засновано на виборі розрахункового водогосподарського року з числа фактичних з використанням принципу найбільшої близькості ймовірності перевищення стоку за водогосподарський рік, лімітуючий період, лімітуючий сезон і лімітуючий місяць до розрахункової ймовірності перевищення. Такий вибір проводиться з числа j -х років (від $j = 1$ до $j = m$; m - число років з річним стоком заданої градації водності) розрахункової групи водності з використанням такої умови:

$$\sum_1^4 (\Delta P)_j^2 = (P_{BP} - P_{розр})_j^2 = (P_{BP} - P_{розр})_j^2 + (P_{ЛП} - P_{розр})_j^2 + (P_{ЛС} - P_{розр})_j^2 + (P_{ЛМ} - P_{розр})_j^2; \quad (6.5)$$

де: $P_{розр}$ - розрахункова ймовірність перевищення, яка береться однаковою для всіх розрахункових інтервалів часу;

$P_{вр}, P_{лп}, P_{лс}, P_{лм}$ - значення ймовірності перевищення стоку за вибраний водогосподарський рік і його лімітуючий період, лімітуючий сезон і лімітуючий місяць в розрахунковому створі річки, які визначаються за допомогою кривих забезпеченості відповідних рядів стоку;

$\sum (\Delta P)_j^2$ - результуюча сума, яка визначається послідовно для кожного з m, j -х досліджуваних водогосподарських років, що увійшли до розрахункової групи років заданої градації водності.

За розрахунковий береться той водогосподарський рік, для якого отримано найменше значення суми $\sum(\Delta P)_j^2$.

При практичному застосуванні умови (6.5) для вибору характерного за водністю року (особливо дуже маловодного, маловодного, дуже багатоводного і багатоводного) необхідно, щоб значення відхилення ймовірності перевищення стоку за розрахункові інтервали часу від необхідної ймовірності перевищення не перевищували діапазон забезпеченостей кожної з цих градацій водності ($\approx 16,7\%$), а для середніх за водністю років, що мають діапазон забезпеченостей $33,3\%$, не відрізнялися більш ніж на 20% .

Водогосподарський рік, для якого ліва частина рівняння (6.5) має найменше значення, береться за модель відносного (у частках від річного об'єму стоку) внутрішньорічного розподілу стоку. При плануванні використання річкових вод у разі майбутнього регулювання стоку досліджуваної річки з правої частини рівняння (6.5) виключається доданок $(P_{\text{лм}} - P_{\text{розр}})^2_j$. При вирішенні окремих практичних завдань може виявитися доцільним не обмежуватися вибором лише одного характерного за водністю року, для якого ліва частина рівняння (6.5) виявилася найменшою, а також виконати додатковий аналіз відносних розподілів стоку й для інших водогосподарських років, що входять в досліджувану градацію характерних за водністю років.

Абсолютний розрахунковий розподіл стоку в цьому методі і методі компонування обчислюється шляхом множення місячних величин стоку на річний об'єм стоку розрахункової ймовірності перевищення, який визначається за аналітичною кривою забезпеченості.

6.3.3 Метод середніх розподілів стоку за водогосподарський рік заданої градації водності

Метод заснований на розрахунку середніх відносних розподілів місячних об'ємів стоку від річної їх суми шляхом усереднювання відносних значень стоку кожного і-го місяця за всі роки, що входять в ту або іншу градацію водності. Ці розподіли, що відображають реальні співвідношення (частки) місячного стоку в річному його об'ємі, є типовими розподілами, властивими кожній окремій групі характерних за водністю років. Абсолютний розрахунковий розподіл місячного стоку, виражений в об'ємах (км^3 або 10^6 м^3) води, обчислюється шляхом множення місячних часток стоку градації водності на об'єм стоку за водогосподарський рік заданої ймовірності перевищення. Останній визначається за кривою забезпеченості.

Пропонований метод може використовуватись не тільки для визначення середніх розподілів стоку за характерні групи років, вибрані за принципом попадання в заданий розрахунковий діапазон ймовірності пе-

ревищення стоку окремих водогосподарських років(у задану градацію водності). При вирішенні окремих практичних завдань цей метод може бути застосований для оцінки середнього внутрішньорічного розподілу стоку для серій (угруповань) характерних за водністю водогосподарських років, послідовних один за одним.

При практичному застосуванні цього методу, залежно від характеру вирішуваного завдання, можливі два варіанти встановлення розподілу місячного(декадного) стоку в межах окремих сезонів. Перший з них, призначений, наприклад, для виконання воднобалансових розрахунків, гідроекологічних оцінок і певної частини водогосподарських розрахунків, заснований на використанні природного календарного ходу місячного (декадного) стоку всередині розрахункових сезонів (без його ранжування) і на отриманні розподілів стоку заданого діапазону ймовірності перевищення.

Другий варіант припускає описаний при викладі методу компонентування спосіб визначення внутрішньосезонного розподілу стоку з його ранжуванням і віднесенням набутих середніх значень до того місяця (декаді), який має найбільшу частоту серед осереднених місячних (декадних) значень.

Приклад розрахунку 6.1

Завдання. Розрахувати внутрішньорічний розподіл стоку методом компонентування за даними спостережень на р.Вятка – м.Вятські Поляни. Період спостережень – з 1956 по 1975 рр.

Споживач – комунальне водопостачання. Для комунального водопостачання розрахункова ймовірність перевищення береться 97 %.

Вихідні дані: середньомісячні та річні витрати води р.Вятка – м.Вятські Поляни за період спостережень (табл.6.6).

Басейн річки, згідно з табл.6.2, знаходиться у 2-ому районі (лісова зона, північніше 56⁰ півн.ш. та східніше 30⁰сх.д.).

Порядок виконання. Водогосподарський рік починається у квітні (IV) поточного року, а закінчується - у березні (III)-наступного. Лімітуючий період складається із сезонів літо-осінь та зима (VII-III), лімітуючий сезон - (I-III).

В табл.6.7 розраховані суми місячних витрат води (відповідно до меж водогосподарського року, лімітуючого періоду й сезону).

Для побудови емпіричної кривої забезпеченості обчислені суми місячних витрат води розташовуються в порядку спадання. Рангові ймовірності перевищення знаходяться за формулою

$$P = \frac{m}{n+1} \cdot 100\%, \quad (6.6)$$

де m – порядковий номер ранжованої вибірки,
 n – довжина ряду.

В табл.6.8 наводяться ординати емпіричних кривих забезпеченості для водогосподарського року, лімітуючих та нелімітуючих періодів і сезонів.

Відповідні точки наносяться на клітчатку ймовірності та проводиться три згладжені емпіричні криві забезпеченості (рис.6.3-6.4).

З цих кривих для розрахункової ймовірності перевищення $P = 97\%$ знаходяться:

а) для водогосподарського року $\left(\sum_{IV}^{III} Q_{mic} \right)_{97\%} = 7000 \text{ м}^3/\text{с}$;

б) для лімітуючого періоду $\left(\sum_{VIII}^{III} Q_{mic} \right)_{97\%} = 1800 \text{ м}^3/\text{с}$;

в) для лімітуючого сезону $\left(\sum_I^{III} Q_{mic} \right)_{97\%} = 680 \text{ м}^3/\text{с}$.

Стік нелімітуючого періоду визначається як різниця стоку за рік та лімітуючий період, тобто

$$\left(\sum_{н.л.н} Q_{mic} \right)_{p1} = \left(\sum_{рік} Q_{mic} \right)_{97\%} - \left(\sum_{л.н} Q_{mic} \right)_{97\%} = 7000 - 1800 = 5200 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Стік за нелімітуючий сезон є різниця стоку лімітуючого періоду і сезону:

$$\left(\sum_{н.л.с} Q_{mic} \right)_{p2} = \left(\sum_{л.н} Q_{mic} \right)_{97\%} - \left(\sum_{л.с} Q_{mic} \right)_{97\%} = 1800 - 680 = 1120 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Спираючись на емпіричні криві $\left(\sum_{н.л.н} Q_{mic} \right) = f(P)$ та $\left(\sum_{л.с} Q_{mic} \right) = f(P)$, встановлюються по $\left(\sum_{н.л.н} Q_{mic} \right)$ та $\left(\sum_{л.с} Q_{mic} \right)$ відповідні забезпеченості: $P_1 = 85\%$ та $P_2 = 95\%$ (рис.6.4).

Для більшої наочності внутрішньорічний розподіл стоку представлено у відсотках від річного (табл.6.9).

Таблиця 6.6 – Середні місячні і річні витрати води р.Вятка-м.Вятські Поляни (1956-1975 рр.)

№ п/п	Роки	Витрати води, м ³ /с												Середнє за рік
		01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	
1	1956	187	180	173	1670	4070	1100	313	478	445	634	419	382	838
2	1957	323	264	258	1630	7660	139	803	510	320	381	368	251	1100
3	1958	248	246	240	1450	5200	2130	753	366	294	408	275	258	989
4	1959	248	246	248	2230	3590	940	622	310	326	411	334	242	812
5	1960	212	193	207	2400	3150	617	391	233	221	205	156	177	680
6	1961	180	161	179	1940	3520	1590	322	259	308	306	228	205	766
7	1962	189	186	210	2910	3060	686	532	648	863	456	430	342	876
8	1963	304	239	196	1560	3970	605	502	233	258	428	506	370	773
9	1964	339	265	238	978	3690	1090	373	322	248	415	357	321	720
10	1965	246	224	198	710	4590	2680	891	843	715	890	915	409	1110
11	1966	363	233	263	4530	5370	872	409	281	285	424	366	237	1140
12	1967	165	158	174	2250	2080	471	375	348	201	257	323	203	584
13	1968	208	197	181	2420	3690	2210	610	1100	420	565	612	391	1067
14	1969	252	176	161	1820	3230	1290	697	591	446	403	360	570	848
15	1970	263	209	198	3430	4310	1190	539	288	321	399	390	296	991
16	1971	245	251	202	1750	3530	1660	1130	615	380	440	815	624	926
17	1972	503	312	188	2400	4200	1500	528	260	224	333	313	337	933
18	1973	271	209	215	2350	1810	381	260	289	338	624	488	425	638
19	1974	364	278	174	2240	6310	3360	752	462	370	326	326	374	1290
20	1975	248	240	262	2740	1440	484	277	221	212	219	204	184	651
Сума		5360	4520	4360	43460	77600	26240	11080	8640	7200	8520	818	6900	
Середнє		268	226	218	2173	3880	1312	554	432	360	426	409	345	887
У %		2.5	2.1	2.1	20.5	36.6	12.4	5.2	4.1	3.4	4.0	3.9	3.2	100

Таблиця 6.7 - Сума місячних витрат води ($\Sigma Q_{\text{міс}}$) р.Вятка – м.Вятські Поляни (1956 – 1975 рр.), м³/с

Рік	Річні (IV-III)	Лімітуючий				Нелімітуючий			
		рік	період (VII-III)	рік	сезон (XII-III)	рік	період (IV-VI)	рік	сезон (VII-XI)
1956/57	10356	1957/58	3516	1956/57	1227	1956/57	6840	1956/57	2889
1957/58	13147	1958/59	3367	1957/58	985	1957/58	9780	1957/58	2382
1958/59	11876	1959/60	3096	1958/59	1000	1958/59	8780	1958/59	2096
1959/60	9617	1960/61	2857	1959/60	854	1959/60	6760	1959/60	2003
1960/61	8070	1961/62	1903	1960/61	697	1960/61	6167	1960/61	1206
1961/62	9263	1962/63	2213	1961/62	790	1961/62	7050	1961/62	1423
1962/63	10666	1963/64	4010	1962/63	1081	1962/63	6656	1962/63	2929
1963/64	9274	1964/65	3139	1963/64	1212	1963/64	6135	1963/64	1927
1964/65	8462	1965/66	2704	1964/65	989	1964/65	5758	1964/65	1715
1965/66	13153	1966/67	5173	1965/66	1328	1965/66	7980	1965/66	3847
1966/67	13271	1967/68	2499	1966/67	734	1966/67	10772	1966/67	1765
1967/68	7094	1968/69	2293	1967/68	789	1967/68	4801	1967/68	1504
1968/69	12807	1969/70	1287	1968/69	980	1968/69	8520	1968/69	3307
1969/70	10071	1970/71	3737	1969/70	1240	1969/70	6340	1969/70	2497
1970/71	11921	1971/72	2931	1970/71	994	1970/71	8990	1970/71	1937
1971/72	12347	1972/73	5407	1971/72	1727	1971/72	6940	1971/72	3680
1972/73	10790	1973/74	2690	1972/73	1032	1972/73	8100	1972/73	1658
1973/74	7881	1974/75	3340	1973/74	1341	1973/74	4541	1973/74	1999
1974/75	15270	1975/76	3360	1974/75	1124	1974/75	11910	1974/75	2236

Таблиця 6.8 - Ординати емпіричних кривих забезпеченості сум місячних витрат води за
розрахункові періоди, р.Вятка – м.Вятські Поляни

$P, \%$	За рік		Лімітуючий період		Лімітуючий сезон		Нелімітуючий період		Нелімітуючий сезон	
	водогос. рік	$(\sum Q_{mic})_{рік}$ м³/с	водогос. рік	$(\sum Q_{mic})_{л.п}$ м³/с	водогос. рік	$(\sum Q_{mic})_{л.с}$ м³/с	водогос. рік	$(\sum Q_{mic})_{н.п}$ м³/с	водогос. рік	$(\sum Q_{mic})_{н.с}$ м³/с
5.00	1974/75	15270	1971/72	5407	1971/72	1727	1974/75	11910	1965/66	3845
10.0	1966/67	13271	1965/66	5173	1973/74	1341	1966/67	10772	1971/72	3680
15.0	1965/66	13153	1968/69	4287	1965/66	1328	1957/58	9780	1968/69	3307
20.0	1957/58	13147	1962/63	4010	1969/70	1240	1970/71	8990	1962/63	2929
25.0	1968/69	12807	1969/70	3737	1956/57	1220	1958/59	8780	1969/70	2497
30.0	1971/72	12347	1956/57	3516	1963/64	1212	1968/69	8520	1957/58	2382
35.0	1970/71	11921	1957/58	3367	1974/75	1124	1972/73	8100	1956/57	2289
40.0	1958/59	11876	1974/75	3360	1962/63	1081	1965/66	7980	1974/75	2236
45.0	1972/73	10790	1973/74	3340	1972/73	1032	1961/62	7050	1958/59	2096
50.0	1962/63	10666	1963/64	3139	1958/59	1000	1971/72	6940	1959/60	2003
55.0	1956/57	10356	1958/59	3096	1970/71	994	1956/57	6840	1973/74	1999
60.0	1969/70	10077	1970/71	2931	1964/65	989	1959/60	6760	1970/71	1937
65.0	1959/60	9617	1959/60	2857	1957/58	986	1962/63	6656	1963/64	1927
70.0	1963/64	9274	1964/65	2704	1968/69	980	1969/70	6340	1966/67	1765
75.0	1961/62	9263	1972/73	2690	1959/60	854	1960/61	6167	1964/65	1715
80.0	1964/65	8462	1966/67	2449	1961/62	790	1963/64	6135	1974/75	1658
85.0	1960/61	8070	1967/68	2293	1967/68	789	1964/65	5163	1967/68	1504
90.0	1973/74	7881	1961/62	2213	1966/67	734	1967/68	4801	1961/62	1423
95.0	1967/68	7094	1960/61	1903	1960/61	697	1973/74	4541	1960/61	1206

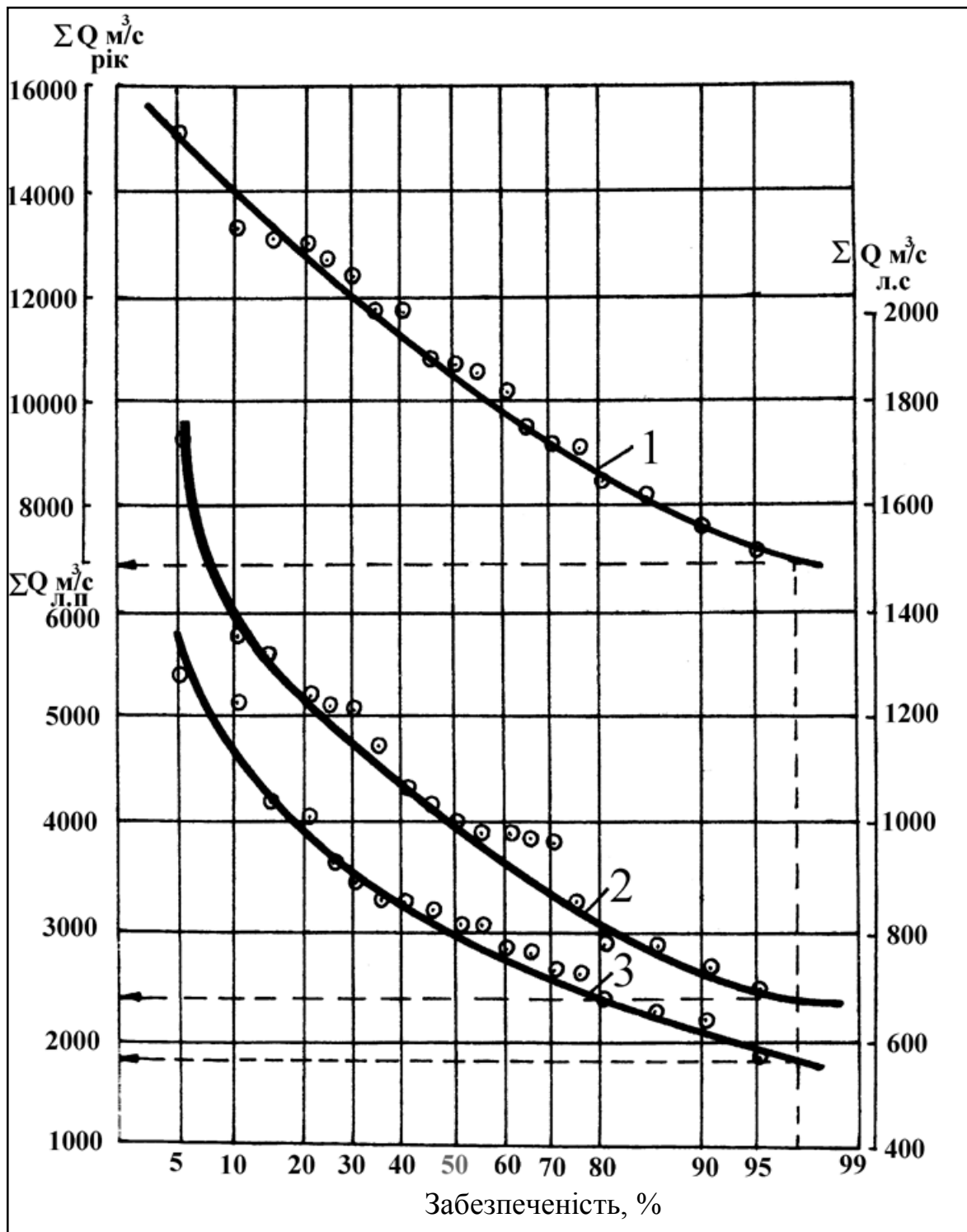


Рисунок 6.3 – Емпіричні криві забезпеченості сум місячних витрат води за: 1 –рік, 2 – лімітуючий період, 3 – лімітуючий сезон (р.Вятка – м.Вятські Поляни)

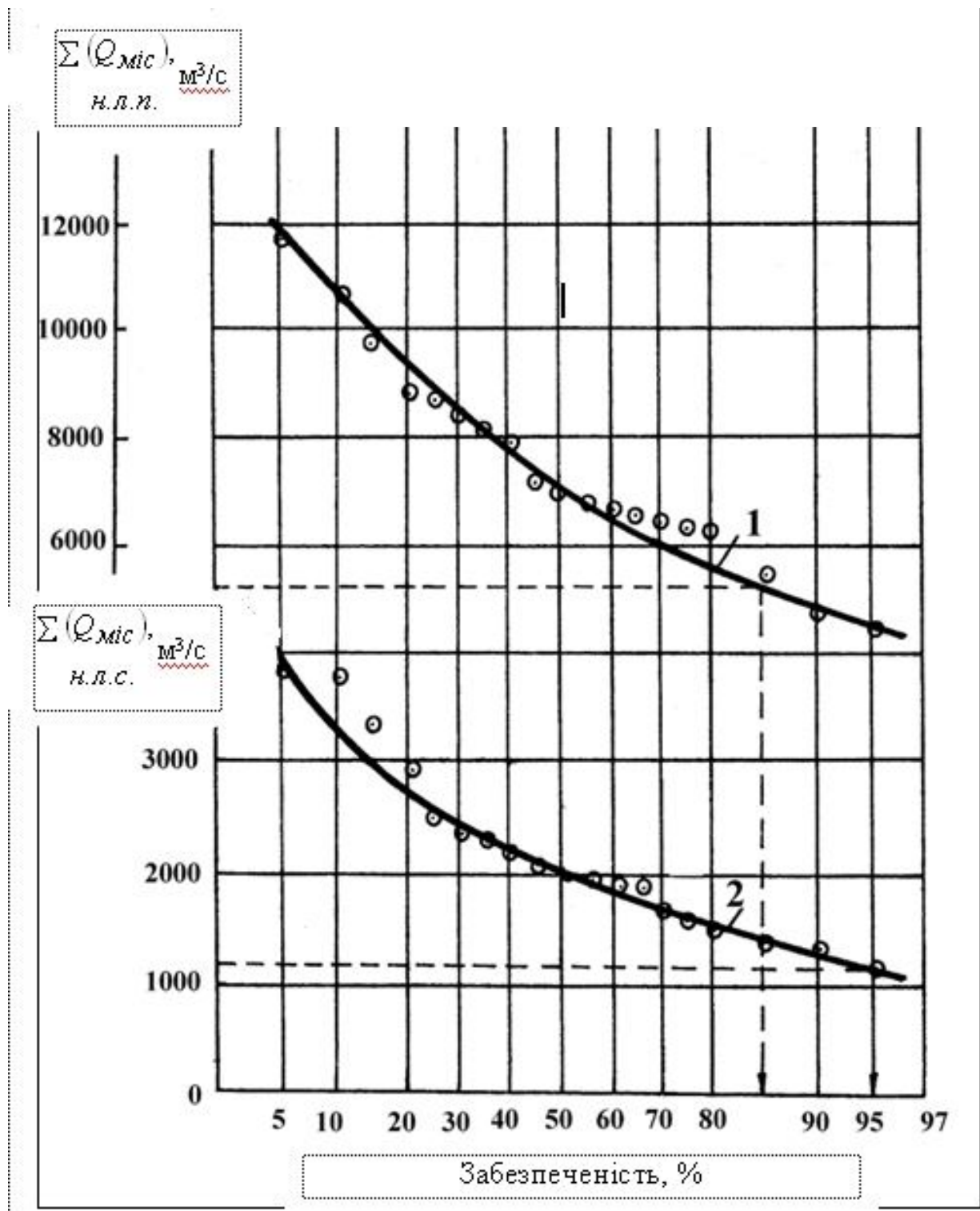


Рисунок 6.4 – Емпіричні криві забезпеченості сум місячних витрат води за: 1 – нелімітуючий період, 2 – нелімітуючий сезон (р.Вятка – м.Вятські Поляни)

Таблиця 6.9 - Внутрішньорічний розподіл стоку ймовірністю перевищення $P = 97 \%$ (р.Вятка – м.Вятські Поляни)

Період та сезон	Місяці	$(\sum Q_{\text{міс}})$ м ³ /с	в % від річного
Рік (97 %)	IV-III	7000	100
Лімітуючий період (97 %)	VII-III	1800	25.7
Нелімітуючий період (85 %)	IV-VI	5200	77.3
Лімітуючий сезон (97 %)	XII-III	680	9.7
Нелімітуючий сезон (95 %)	VII-XI	1120	16.0

Аналіз таблиці показує, що найбільша частина стоку припадає на нелімітуючий період (IV-VI) – 77.3 %, а всередині його – на нелімітуючий сезон (VII-XI) – 16.0 %.

Приклад розрахунку 6.2

Завдання. Скласти схему типового внутрішньорічного розподілу стоку для р.Вятка-м.Вятські Поляни. Період спостережень – з 1956 по 1975рр. Середньомісячні і річні витрати води наводяться у табл.6.6.

Порядок виконання. 1. По всіх місяцях та для року підраховуються і записуються під відповідними стовпчиками: суми витрат води, а їх діленням на тривалість спостережень (у наведеному прикладі це 20 років) обчислюються (та записують під сумами) середні багаторічні величини (див. табл.6.3).

Рядок “середнє” у табл.6.6 фактично є типовим розподілом стоку по місяцях (у м³/с), який власне й є фіктивною схемою. Нижче наводиться рядок розподілу стоку у відсотках. Для цього усі середньомісячні величини складаються, тобто визначається сума

$$\sum_{i=1}^{12} \bar{Q}_i = 10603, \text{ м}^3/\text{с}, \quad (6.7)$$

де \bar{Q}_i - середньомісячні витрати води за період спостережень

$$\bar{Q}_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Q_i, \quad (6.8)$$

Q_i - середньомісячні витрати води у і-му році;
 n – період спостережень.

Щоб представити розподіл стоку у відсотках, необхідно середньобаторічні витрати води кожного місяця (передостанній рядок у табл.6.3)

поділити на $\sum_{i=1}^{12} \bar{Q}_i$, а добуток помножити на 100% та округлити до десятих.

Таким чином, останній рядок у табл.6.3 саме й є фіктивним розподілом по місяцях у %. Для перевірки правильності розрахунків необхідно, щоб $\sum_{i=1}^{12} \bar{Q}_i$ (у відсотках) становила 100 %.

2. На основі табл.6.6 слід побудувати діаграму типового внутрішньорічного розподілу стоку за моделлю фіктивного року (рис.6.4):

- по осі ординат відкладається % розподілу;
- по осі абсцис – місяці.

Величини розподілу у % при побудові діаграми відкладаються на кінець місяця, а потім вони розповсюджуються на весь місяць. Приклад такої діаграми (рис.6.5), побудованої на основі табл.6.6, свідчить про те, що у басейні досліджуваної річки стік протягом року розподіляється вкрай нерівномірно – на 3 весняні місяці (IV, V і VI) припадає понад 69.5% його річної величини, тоді як на останні 9 місяців - лише 30.5 %. Привертає увагу й те, що зимова та літньо-осіння межені виражені дуже добре і визначаються не тільки низьким стоком, але й майже рівномірним розподілом у межах окремих сезонів (взимку це 2.1-6.2 %, а влітку – 6.4-5.2 %).

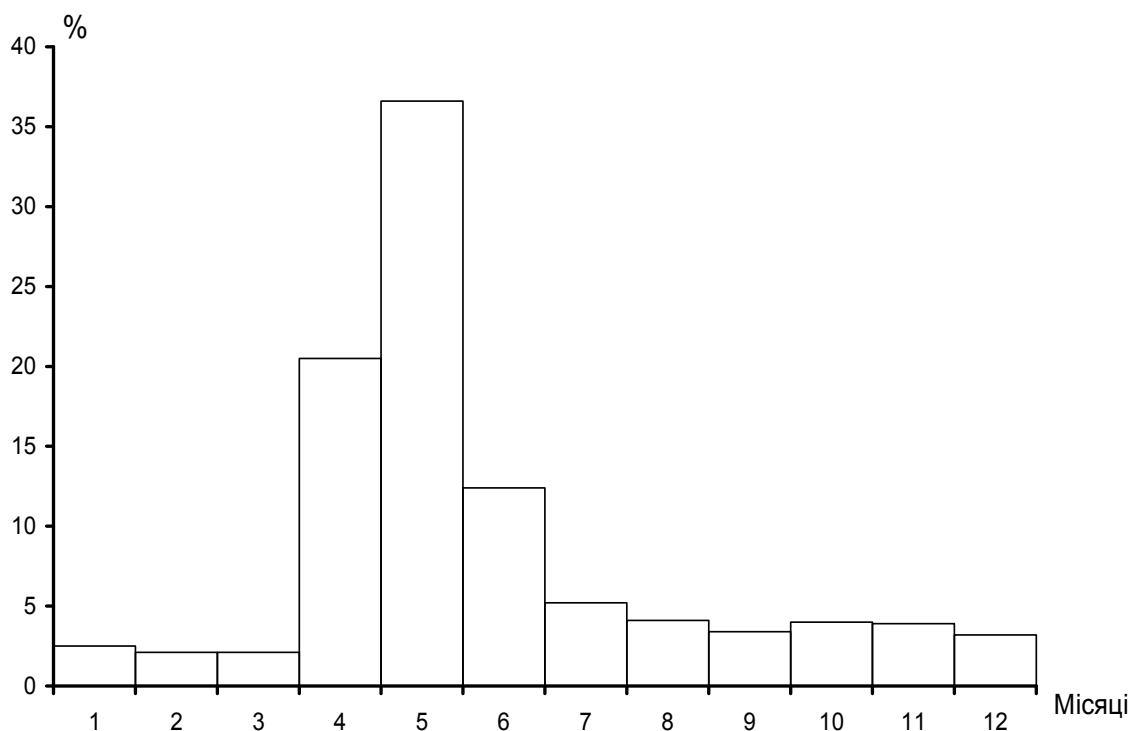


Рисунок 6.5 – Внутрішньорічний розподіл стоку води р.Вятка - м.Вятські Поляни за типовою (фіктивною) схемою

Приклад розрахунку 6.3

Завдання. Скласти схему внутрішньорічного розподілу стоку для р.Вятка-м.Вятські Поляни за моделями характерних років. Період спостережень – 1956-1975 рр. Вихідні дані у вигляді таблиці середньомісячних і річних витрат води ($\text{м}^3/\text{с}$) наводяться у табл.6.6.

Порядок виконання. До характерних відносяться: середньоводний, багатоводний та маловодний роки. Вибираються характерні роки з табл.6.6. Методичний підхід такий:

- багатоводний рік характеризується найбільшою річною витратою води. У прикладі, що розглядається, це 1974 рік з середньорічною витратою води $Q_{1974}=1290 \text{ м}^3/\text{с}$;

- маловодний рік відрізняється найменшою за період спостережень середньорічною витратою води. У нашому прикладі це 1967 рік ($Q_{1967}=584 \text{ м}^3/\text{с}$);

- середній за водністю рік вибирається з табл.6.3 таким чином, щоб у ньому середня місячна витрата води наближалась до середньої багаторічної (у прикладі це $\bar{Q}=887 \text{ м}^3/\text{с}$) величини, а розподіл по місяцях найкраще відповідав моделі типового фіктивного року.

Як варіанти, можуть розглядатися: 1962 р. з $Q=876 \text{ м}^3/\text{с}$, 1969 р. - з $Q=848 \text{ м}^3/\text{с}$ та 1971 р. - з $Q=926 \text{ м}^3/\text{с}$. До моделі середньоводного найбільш наближається 1969 рік з середньою річною витратою води $Q_{1969}=848 \text{ м}^3/\text{с}$.

На основі вихідної табл.6.6 дані по характерних роках заносяться до окремої таблиці (табл.6.10). За щомісячними витратами води, наведених у табл.6.10, будується сумісний графік (рис.6.6) для багатоводного, середньоводного та маловодного років (у $\text{м}^3/\text{с}$).

По ординаті розміщуються витрати води, а по абсцисі – місяці року, причому відносяться середньомісячні витрати на середину часових інтервалів. З'єднуючи точки на рис.6.7, можна побудувати згладжені гідрографи. Вони незалежно від водності року, усі мають одновершинну форму.

Максимальні витрати води припадають у багатоводному і середньоводному роках на травень, а у маловодному – на квітень-травень. З рисунка також видно, що незалежно від водності років, зимова та літньо-осіння межені майже не перериваються, навіть у осінні періоди.

Можливо більш наочним буде представлення внутрішньорічного розподілу стоку (тобто не лише у $\text{м}^3/\text{с}$) у відсотках. З цією метою на базі табл.6.6 була складена ще одна таблиця, у якій розподіл місячних величин подається у % до річних сум відповідних за водністю років (табл.6.11). На основі цієї таблиці побудовано графік внутрішньорічного розподілу стоку р.Вятка-м.Вятські Поляни у характерні за водністю роки (див. рис.6.7).

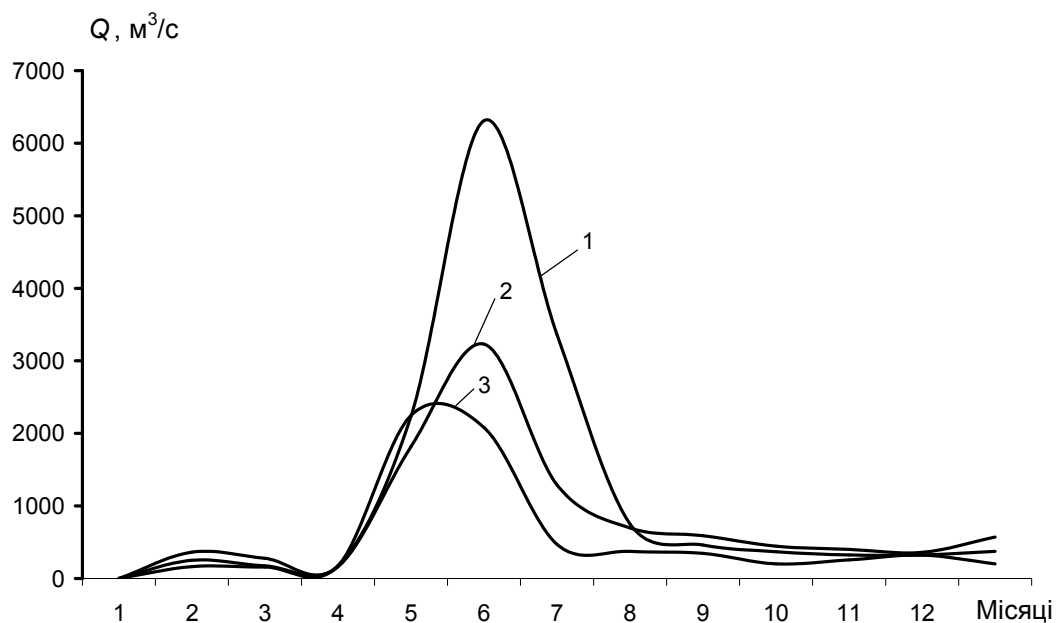


Рисунок 6.6 – Внутрішньорічний розподіл стоку за моделями характерних років ($\text{м}^3/\text{с}$): 1 – багатоводний; 2 – середньоводний; 3 – маловодний, р.Вятка-м.Вятські Поляни

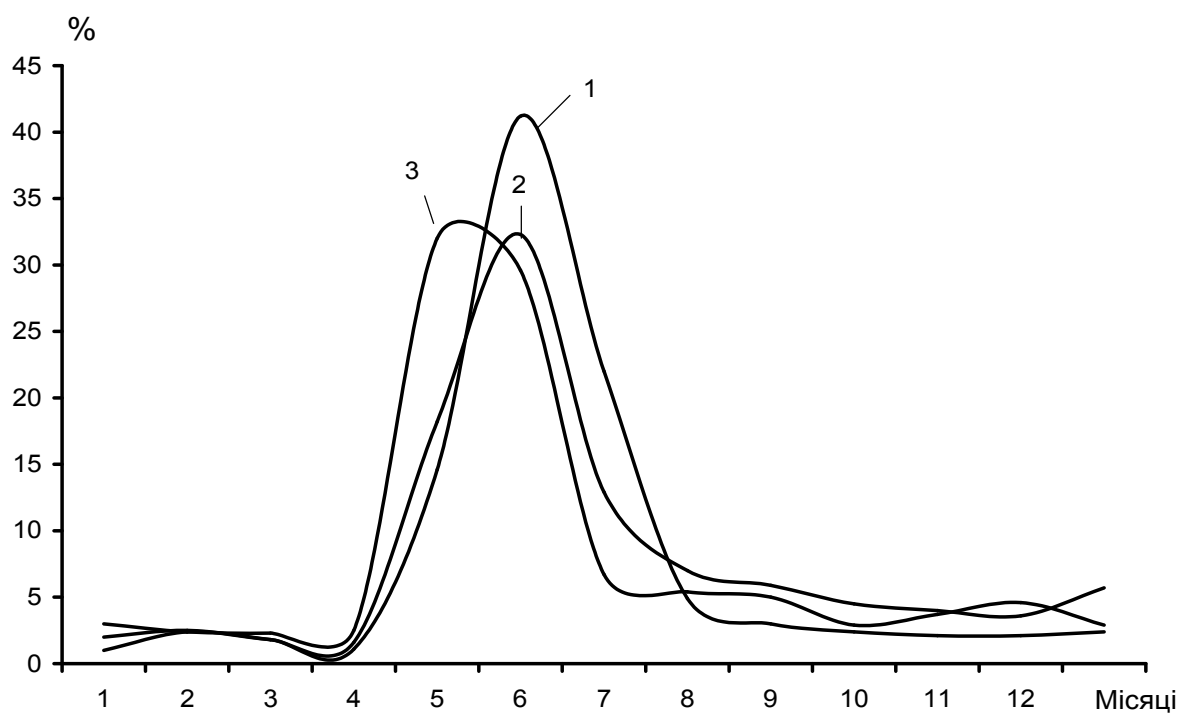


Рисунок 6.7 - Внутрішньорічний розподіл стоку за моделями характерних років (у %): 1 – багатоводний; 2 – середньоводний; 3 – маловодний, р.Вятка-м.Вятські Поляни.

Таблиця 6.10 – Середні місячні і річні витрати води р.Вятка-м.Вятські Поляни у характерні за водністю роки (м³/с)

Характеристика року	Витрати води, м ³ /с												Середні за рік
	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	
багатоводний (1974р.)	364	278	174	2240	6310	3360	752	462	370	326	326	374	1290
середньоводний (1969 р.)	252	176	161	1820	3230	1290	697	591	446	403	360	570	848
маловодний (1967 р.)	165	158	174	2250	2080	471	375	348	201	257	323	203	584

Таблиця 6.11 – Внутрішньорічний розподіл стоку у характерні роки (у %) р.Вятка-м.Вятські Поляни

Характеристика року	Розподіл стоку (у % від річних сум)												За рік
	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	
багатоводний (1974р.)	2.4	1.8	1.1	14.6	41.2	22.0	4.9	6.0	2.4	2.1	2.1	2.4	100
середньоводний (1969р.)	2.5	1.8	1.6	18.2	32.3	12.9	7.0	5.9	4.5	4.0	6.6	5.7	100
маловодний (1967 р.)	2.4	2.3	2.5	32.0	29.6	6.7	5.4	5.0	2.9	6.7	4.6	2.9	100

Дивлячись на рис.6.6 і 6.7, незважаючи на їхню схожість, можна бачити і деякі відмінності. Загальним є те, що у січні – березні частка річного стоку майже не залежить від водності року і знаходиться на рівні 1.1-2.5 %. Майже такий характер гідрологічного режиму має місце в період літньо – осінньої - початку зимової межени. Але все ж тут є й окремі відмінності. Зокрема, у частках річного стоку найбільш низька межень у багатоводному році, потім йде середньоводний та маловодний роки. На три весняні місяці (IV, V і VI) припадає 77.8 % річного стоку у багатоводні, 66.4 % - у середньоводні та 68.3 % - у маловодні роки. З іншого боку, у маловодний рік, на відміну від багатоводного і середньоводного, найбільша частка місячного стоку від річного припадає на травень.

6.4 Крива тривалості добових витрат води

Крива тривалості добових витрат води – один з варіантів некалендарного внутрішньорічного розподілу стоку.

Для побудови такої кривої необхідні щоденні витрати за n років розмістити в порядку зменшення, знайти для кожного члена ряду емпіричну забезпеченість, а потім побудувати криву забезпеченості щоденних витрат води. Від кривих забезпеченості фазово-однорідних стокових характеристик (максимального дощового стоку, весняного водопілля, мінімального або річного стоку) криві тривалості добових витрат води відрізняються тим, що вони обмежені нижніми та верхніми значеннями і відображають розподіл витрат води не в багаторічному розрізі, а всередині року. Практичним призначенням кривих забезпеченості фазово-однорідних величин стоку є їх екстраполяція. Для скорочення часу на статистичну обробку рядів тривалістю 365 n членів, абсолютну криву тривалості добових витрат будують за характерними ординатами (осередненими за період спостережень), наведеними в довідниках “Ресурсы поверхностных вод”. Проілюструємо це на такому прикладі. У табличній формі запишемо характерні ординати річного стоку для р. Горинь – с.Оженін; $F=5860 \text{ км}^2$, період спостережень 1945-1975 рр.; $\bar{Q} = 23.5 \text{ м}^3/\text{с}$ (табл.6.12.)

Таблиця 6.12 - Спостережені витрати води р.Горинь - Оженін
(перший рядок - $\text{м}^3/\text{с}$, другий - k_i)

Найбільша витрата води за період спостережень	Характерні витрати води за період, д					Найменша витрата води за період спостережень
	30	90	180	270	355	
766	44,8	25,4	16,1	12,8	9,02	3,45
32,6	1,91	1,08	0,69	0,54	0,38	0,15

З метою запобігання заниження ординат абсолютної кривої у верхній частині і завищення - у нижній, якщо будувати її за середніми значеннями характерних витрат води, кінцеві частини виводяться на найбільшу та найменшу за період спостережень витрату води.

На рис.6.8 наведена крива тривалості добових витрат води, побудована за вищевикладеною методикою на основі табл.6.12. Ординати таких кривих зазвичай подаються у вигляді модульних коефіцієнтів k_i , а тривалість стійкості добових витрат - в частках одиниці p_i .

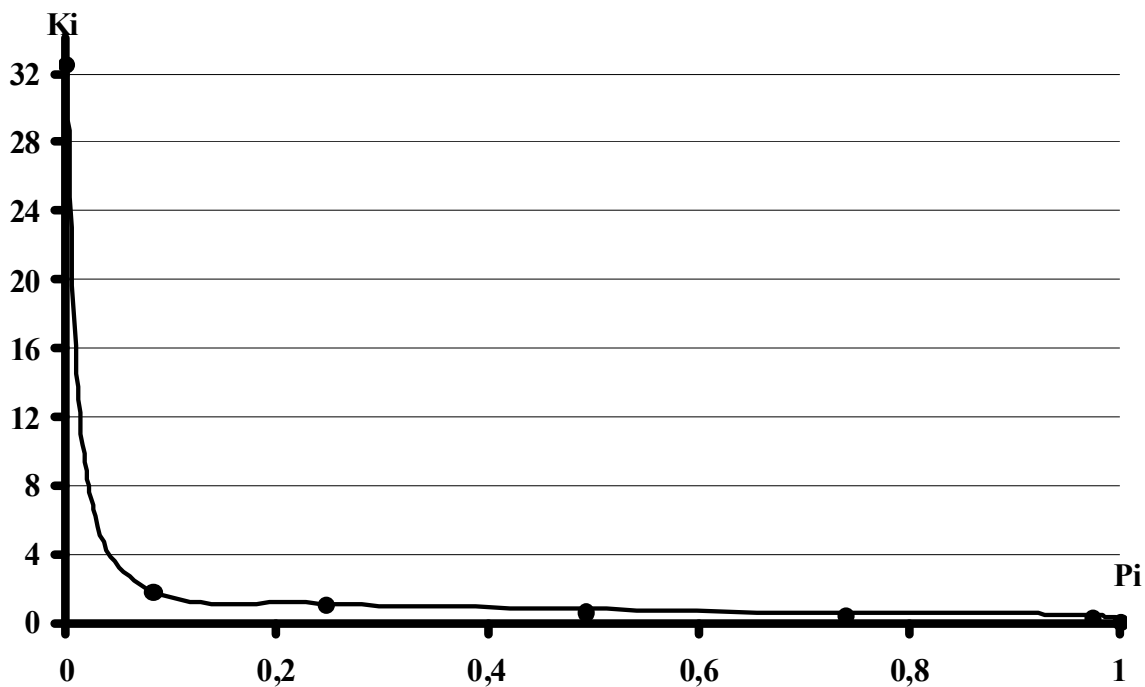


Рисунок 6.8 - Крива тривалості добових витрат води р.Горинь-с.Оженін

Площа під кривою, обмежена модульним коефіцієнтом, що відповідає середньому багаторічному значенню, тобто $\bar{k} = 1$, називається **коефіцієнтом природної зарегульованості стоку**:

$$\varphi = \int_0^1 P dk \quad , \quad (6.5)$$

де φ - коефіцієнт природної зарегульованості стоку.

З рис.6.8 видно, що чим більша площа під кривою, тим вищий ступінь природної зарегульованості та навпаки.

Для річок, зарегульованих озерами, - $\varphi = 0.6-0.8$. Для гірських річок $\varphi = 0.1-0.2$. Коефіцієнт природної зарегульованості стоку φ має навантаження, аналогічне коефіцієнту ймовірності річного стоку C_V , з тією лише різницею, що перший визначає ймовірність у межах року, а другий – за декілька років.

6.5 Розрахунки внутрішньорічного розподілу стоку при недостатності та відсутності даних спостережень

Застосування методу аналогії для розрахунку внутрішньорічного розподілу стоку рекомендується для рівнинних територій при порівняно одноманітних фізико-географічних умовах і наявності паралельних спостережень на досліджуваній річці і річці-аналогу не менш одного року.

Як аналог береться річка, яка відповідає умовам, наведеним в п.2.4, та якщо річні й сезонні величини шару стоку на обох річках за сумісний період спостережень відрізняються незначно, а розподіл стоку всередині маловодних сезонів приблизно однаковий.

Для недостатньо вивченої річки беруться за даними річки-аналога: строки сезонів і лімітуючого періоду, середній розподіл стоку по сезонах в частках від річного, співвідношення між статистичними параметрами сезонного та річного стоку, розподіл стоку маловодних сезонів по місяцях для конкретної групи водності сезону.

За відсутності надійних аналогів розрахунок внутрішньорічного розподілу стоку слід виконувати за регіональними залежностями параметрів сезонного стоку від головних факторів в різних фізико-географічних умовах (площі водозборів річки, озерності, характеру ґрунтів, середньої висоти водозбору та ін).

Регіональні залежності параметрів внутрішньорічного розподілу стоку від головних факторів, а також районні осереднені схеми наведені в довідниках “Ресурсы поверхностных вод”.

РОЗДІЛ 7

7 МІНІМАЛЬНИЙ СТІК РІЧОК

7.1 Характеристики мінімального стоку річок

Мінімальний стік спостерігається на річках, коли поверхнева складова різко або повністю припиняється, а основним джерелом живлення є ґрунтові води.

На річках України мінімальний стік спостерігається в основному в літні або осінні місяці і лише в окремих районах – взимку. У меженний період характерною особливістю водного режиму малих, а інколи й середніх річок є пересихання і перемерзання, які зазвичай зумовлюються геологічними умовами, а також ландшафтно-географічними чинниками. За умовами формування мінімального стоку на території України виділені відповідні райони (рис.7.1).

Відхилення на окремих водозборах розрахункових значень мінімального стоку від зональних пов'язані, головним чином, з неповнотою дрежування ґрунтових вод (малі річки), гідрогеологічними особливостями території, зарегульованістю стоку великими водоймищами (озерами, водосховищами) проточного типу. Тому географічна зональність в розподілі мінімального стоку характерна лише для водозборів певних розмірів у кожній природній зоні.

Основними розрахунковими характеристиками мінімального стоку, які використовуються на практиці, є середні місячні або 30-добові, і середньодобові витрати води зимової й літньої межени.

Розрахункова щорічна ймовірність перевищення мінімальної 30-добової (або середньомісячної) витрати води при проектуванні зрошування 85 %, гідроелектростанцій – 90 %, для господарсько-питних потреб у зоні надмірного зволоження – 95 %, а в зоні недостатнього зволоження – 97 %. Опорною у відповідності зі СНіП 2.01.14-83, взята збезпеченість $P=80\%$.

Щодо інших забезпеченостей, то

$$Q_p = \lambda_p Q_{80\%}, \quad (7.1)$$

де λ_p – перехідний коефіцієнт від $P=80\%$ до інших ймовірностей.

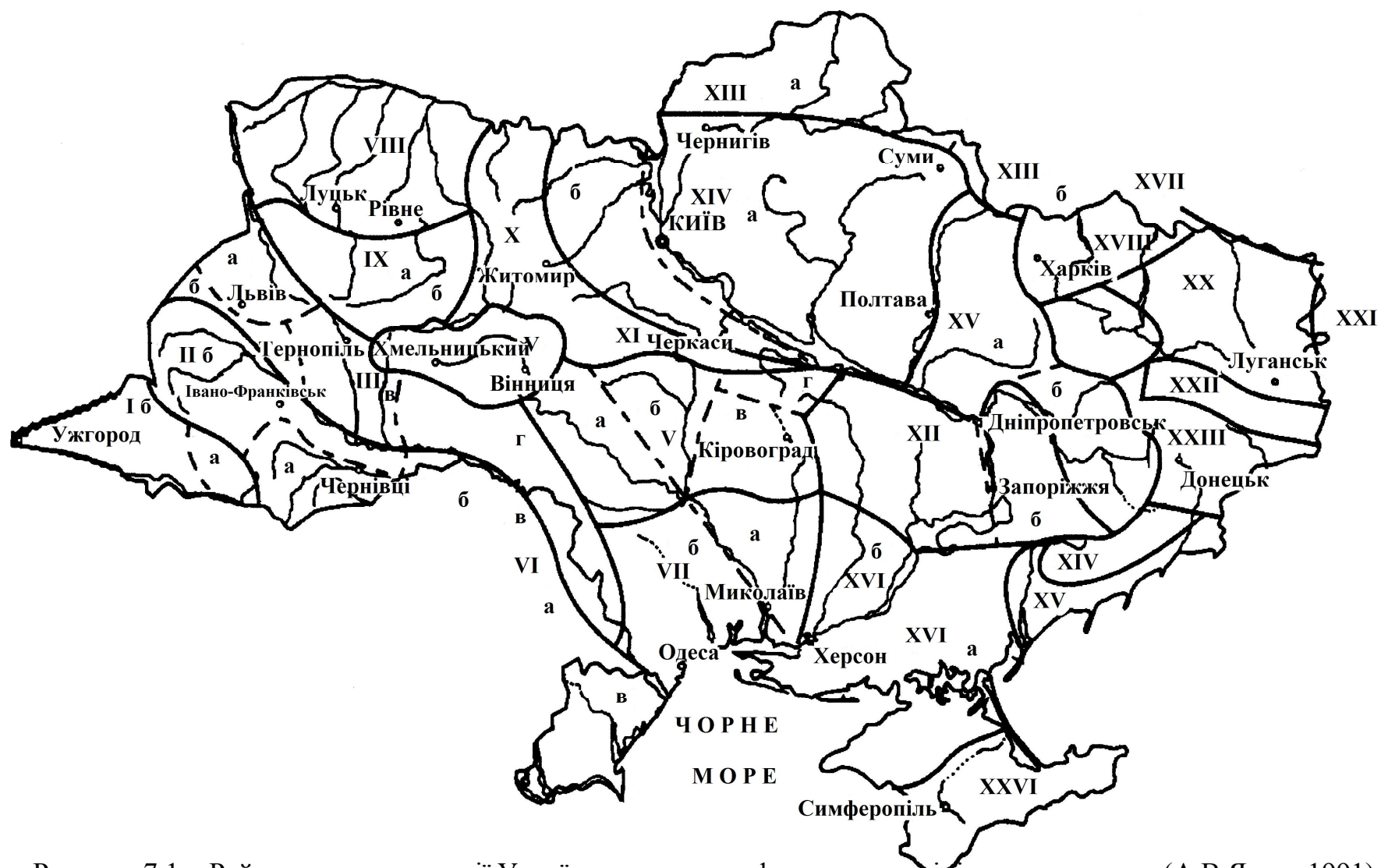


Рисунок 7.1 – Районування території України за умовами формування мінімального стоку (А.В.Яцик, 1991)

Умовні позначення до рис.7.1

I – річки західних схилів Карпат та Закарпатської низовини	XIV-річки в межах Дніпровсько-Донецької западини (підрайони а, б)
II - праві притоки Дніпра і Прута (підрайони а і б)	XV - басейни річок Ворскли, Орелі і Самари (підрайони а, б)
III - річки південної частини Подільського плато (підрайони а, б, в, г)	XVI- річки і тимчасові водотоки Причорноморської низовини і Степового Криму (підрайони а, б)
IV-верхні притоки Південного Бугу	XVII- верхів'я річок Оскіл і Сіверський Донець (підрайони а, б)
V- басейн Південного Бугу в межах Українського кристалічного щита	XVIII- басейн Сіверського Дінця до м.Зміїв і басейн Оскіла до м.Куп'янськ
VI- річки Реут, Ікель, Бик, Ботна (басейн Дністра), Вілія, Чугур, Лопушна й ін. (басейн Прута; підрайони а, б, в)	XIX- частина лівобережжя Сіверського Дінця, річки Берека, Сухий Торець, Казенний Торець
VII- річки Причорноморської западини і межиріччя Прут - Південний Буг (підрайони а, б, в)	XX-притоки Сіверського Дінця: Красна, Борова, Айдар, Лугань, Луганчик
VIII - річки пониженої рівнини Прип'ятського Полісся	XXI- лівобережне пониззя Сіверського Дінця
IX - верхів'я річок Стир, Горинь і Случ (підрайони а, б)	XXII- басейн Сіверського Дінця від верхів'я Лугані до Кундрючої
X- басейни річок Тня, Уборть, Ірша;	XXIII-верхів'я річок Приазов'я
XI- басейни річок Тетерів, Ірпень і Рось	XXIV- басейни річок Кальміус, Берда, Обітічна та ін. в межах Українського кристалічного щита
XII- басейн Дніпра і його приток, які знаходяться в межах Українського кристалічного щита (підрайони а, б)	XXV-нижні течії річок Приазов'я
XIII- басейни Десни і Сейму (підрайон а), верхів'я Псла і Ворскли (підрайон б)	XXVI- річки Гірського Криму

7.2 Розрахунки характеристик мінімального стоку при недостатності та відсутності даних спостережень

При коротких рядах спостережень за стоком або за їх відсутності витрати води $Q_{80\%}$ для великих і середніх річок слід визначати по річках-аналогах або інтерполяцією (окремо за літньо-осінній і зимовий періоди). При виборі річки-аналога насамперед звертається увага на гідрогеологічні умови у басейнах річок, для чого використовуються гідрогеологічні описи та карти досліджуваного району, а також карти районів для визначення мінімального стоку річок, наведені у СНіП 2.01.14-83.

До малих відносяться річки, площі водозборів яких не перевищують їх значення, вказані в табл.7.1

Таблиця 7.1. - Найбільші площі водозборів малих річок, км²

Район за картою[СНіП, дод.1, аркуші 19,20]	Період	
	літньо-осінній	зимовий
А	1200	1200
Б	1500	1500
В	2000	1800
Г	2500	2000
Д	5000	2500
Е	10000	5000

Річки, площі водозборів яких перевищують вказані у табл.7.1 межі, але становлять не більше 7500 км², відносяться до середніх.

Короткими вважаються всі ряди, які не задовольняють принцип репрезентативності та точності ($\pm 15\%$).

За відсутності систематичних вимірювань стоку і відповідно часових рядів норма мінімального стоку визначається непрямыми методами. Найпоширеніші - карти норм мінімального стоку (модуля або шару). Будуються карти за даними вивчених річок з вимогами точності обчислювання норми стоку. Враховуючи суттєвий вплив на річковий стік місцевих та антропогенних факторів, при складанні карт використовуються тільки ті матеріали, які відносяться до середніх за розмірами водозборів.

Відповідно до СНіП 2.01.14-83, значення мінімальних 30-добових модулів стоку $Q_{80\%}$ щорічної ймовірності перевищення $P=80\%$ знімаються з карт ізоліній мінімального 30-добового зимового або ізоліній літньо-осіннього стоку річок для геометричних центрів басейнів шляхом інтерпо-

ляції між ізолініями стоку. Якщо водозбір перетинає декілька ізоліній, то значення мінімального стоку визначаються як середні зважені за площею

$$\bar{q}_{80\%N} = \frac{(\bar{q}_{80\%})_1 f_1 + (\bar{q}_{80\%})_2 f_2 + \dots + (\bar{q}_{80\%})_n f_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n}, \quad (7.2)$$

де $(\bar{q}_{80\%})_1, (\bar{q}_{80\%})_2, \dots, (\bar{q}_{80\%})_n$ - середні значення модулів мінімального стоку між сусідніми ізолініями;

f_1, f_2, \dots, f_n - площі між відповідними ізолініями стоку, які визначаються планіметруванням або за допомогою палетки.

Точність визначення мінімального стоку за картами ізоліній становить у середньому від $\pm 10\%$ у зволожених районах до $\pm 20\%$ - у районах недостатнього зволоження та гірських областях.

Кarti ізоліній неможливо використовувати для визначення мінімального стоку річок, у межах водозборів яких знаходяться озера, що регулюють значну частину стоку, а також річок, в басейнах яких є ділянки вираженого карсту. Перехідні коефіцієнти від 30-добових (середньомісячних) мінімальних витрат води щорічної ймовірності перевищення $P=80\%$ до мінімальних витрат інших ймовірностей перевищення визначаються за даними річок-аналогів. Значення коефіцієнтів для окремих районів наведені у табл.7.2.

Таблиця 7.2 – Перехідні коефіцієнти λ_p для визначення мінімальних 30-добових витрат води різної ймовірності перевищення

Район за картою СНіП (додаток 1, аркуш 21]	Ймовірність перевищення, $P\%$				
	75	80	90	95	97
1	1.05	1.00	0.95	0.87	0.83
2	1.05	1.00	0.87	0.80	0.75
3	1.06	1.00	0.86	0.78	0.70
4	1.06	1.00	0.83	0.71	0.62
5	1.09	1.00	0.80	0.63	0.54
6	1.14	1.00	0.73	0.56	0.44
Епізодично пересихаючі та перемерзаючі річки	1.20	1.00	0.45	1.15	0.00

Для малих річок з площею водозборів менше 2000 км^2 нормативним документом рекомендується $Q_{80\%}$ визначати за формулою, запропонованою А.М.Владимировим

$$Q_{80\%} = 10^{-3} a \cdot (F \pm f)^n, \quad (7.3)$$

де f - середня по району площа з відсутністю стоку (-) або середня площа підземного басейну, який забезпечує додаткове живлення річок даного району (+) внаслідок карсту;

a і n – параметри, які характеризують зволоженість даного району й інтенсивність зміни стоку із зростанням площі водозборів. Їх значення наведені в таблицях СНіП (додаток 2, табл.17).

Тривалість періодів перемерзання й пересихання визначається за регіональними залежностями мінімальної 30-добової (середньомісячної) витрати води. Для оцінки відсутності стоку протягом 30 діб може використовуватись формула (7.2). У зв'язку з цим виконується розрахунок $Q_{80\%}$ для деяких значень площ, і та з них, для якої витрата води, обчислена за формулою (7.2) буде не вище $0.001 \text{ м}^3/\text{с}$, береться за площу пересихання або перемерзання.

Формулу (7.2) неможливо використовувати для розрахунку мінімального стоку річок зі значним озерним регулюванням або у районах локального впливу карсту, а також при виражених впливах господарської діяльності на стік річок.

Для окремих районів (СНіП, додаток 1, аркуші 19,20) рекомендується визначати мінімальні 30-добові витрати щорічної ймовірності перевищення $P=80\%$ за формулою

$$q_{80\%} = a \bar{H}_e, \quad (7.4)$$

де $q_{80\%}$ - модуль мінімального стоку 80 %-ї забезпеченості;

\bar{H}_e - середня висота водозбору, .

Мінімальні витрати інших ймовірностей перевищення встановлюють відповідно до табл.7.2.

Для гірських територій значення мінімального стоку допускається визначати за залежностями модуля мінімального стоку від середньої висоти водозборів. Залежності будуються для однорідних за гідрогеологічними умовами районів.

Якщо потрібно оцінити мінімальну середньодобову витрату води $P\%$ -ї забезпеченості, то її визначають за залежністю із 30-добовими (середньомісячними) витратами води:

$$Q_{p,c} = K_c Q_p = K_c \lambda_p Q_{80\%}, \quad (7.5)$$

де $Q_{p,c}$ - мінімальна середньодобова витрата води забезпеченістю $P\%$;

Q_p - мінімальна 30-добова витрата води тієї ж забезпеченості;
 K_c – перехідний коефіцієнт (з табл.7.6).

Таблиця 7.3 – Коефіцієнт K_c для визначення мінімальної середньодобової витрати води ймовірністю перевищення $P=80\%$

Номер району за картою (СНіП, дод.1, аркуш 22)	Період	
	літньо-осінній	зимовий
I (1)	0.90	0.90
II (2)	0.85	0.84
III (3)	0.80	0.74
IV (4)	0.74	0.64
V (5)	0.64	0.53
VI (6)	0.52	0.41
VII(7)	0.45	0.25
(8)	0.38	-

Примітка: Римськими цифрами позначені номери районів для зимового періоду, арабськими – для літньо-осіннього.

Приклад розрахунку 7.1

Визначити норму мінімального стоку за розрахунковий період для р.Сіверський Донець – м. Лисичанськ

Дано: р. Сіверський Донець – м. Лисичанськ. Площа водозбору $F=52400 \text{ км}^2$. Вихідні дані: середньомісячні витрати води мінімального зимового стоку за період з 1893 по 1988 рр. (табл.7.4).

1.Для наведеного ряду розраховується середньобаторічне значення \bar{Q} за формулою (1.90), коефіцієнти варіації C_v і асиметрії за формулами(1.45), (1.51) та коефіцієнт автокореляції за формулою (2.23):

$$\bar{Q} = \frac{\sum_{i=1}^n Q_i}{n} = \frac{2295}{77} = 29.8 \text{ м}^3/\text{с}.$$

За методом моментів:

$$C_v = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (K_i - 1)^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{22.16}{76}} = 0.54;$$

$$C_s = \frac{\sum_{i=1}^n (K_i - 1)^3}{C_v^3} \frac{n}{(n-1)(n-2)} = \frac{27.66}{0.16} \frac{77}{76 \cdot 75} = 2.33;$$

$$r_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (Q_i - \bar{Q})(Q_{i+1} - \bar{Q})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (Q_i - \bar{Q})^2 \sum_{i=1}^{n-1} (Q_{i+1} - \bar{Q})^2}} = \frac{4514}{\sqrt{23227 \cdot 23197}} = 0.20$$

За формулою (1.338) оцінюється середня квадратична похибка середньобагаторічного значення \bar{Q} :

$$\varepsilon_{\bar{Q}} = \frac{100C_v}{\sqrt{n}} = \frac{100 \cdot 0.54}{\sqrt{77}} = 6.1\%$$

З урахуванням коефіцієнта автокореляції середньоквадратичне відхилення $\varepsilon_{\bar{Q}}$ становить:

$$\varepsilon_{\bar{Q}} = 6,1 \sqrt{\frac{1+r}{1-r}} = 6.1/0.82 = 7.5\%$$

Таким чином, похибка $\sigma_{\bar{Q}}$ при розрахунку \bar{Q} укладається в рамки припустимих, і середньобагаторічне значення \bar{Q} можна вважати за норму мінімального місячного зимового стоку.

За даними табл.7.4 будується хронологічний графік коливань мінімального стоку (рис.7.2), на нього наноситься й норма мінімального стоку $\bar{Q}_N = 29.8 \text{ м}^3/\text{с}$.

2. За формулою (2.8) на основі табл.7.4 зроблено ковзне осереднення, результати якого наведені в табл.7.5. Якщо ряд перерваний, то осереднення перед розривом робиться як для кінцевих членів ряду, а після розриву – як для перших членів ряду.

3. Значення згладжуваного ряду наносяться на хронологічний графік коливань мінімального стоку (рис.7.2).

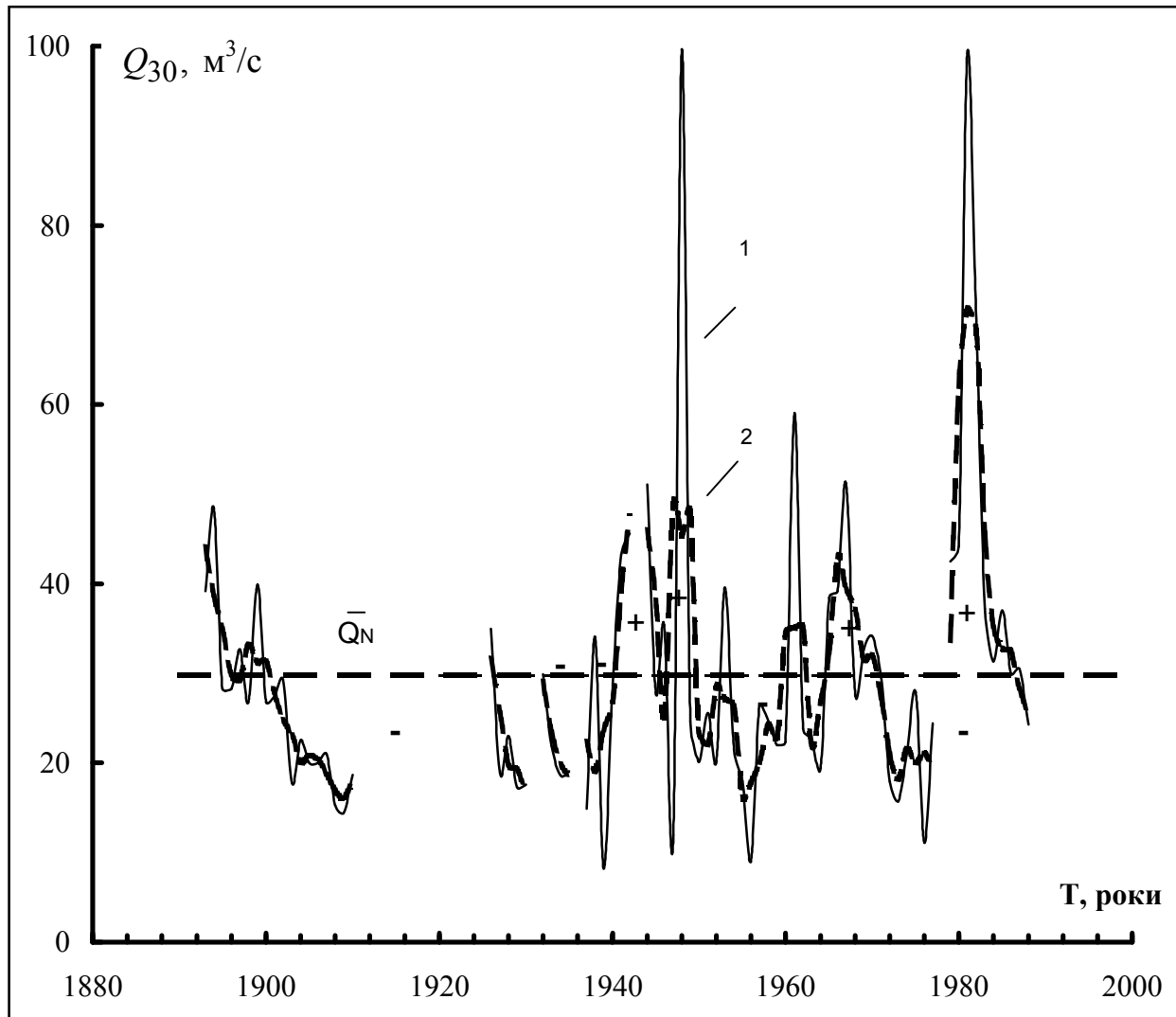


Рисунок 7.2 – Хронологічний графік коливань мінімальних витрат води (1) та середніх ковзних значень (2) р.Сіверський Донець – м. Лисичанськ

Таблиця 7.4. – Середньомісячні витрати води мінімального зимового стоку р. Сіверський Донець – м. Лисичанськ

№ п/п	Рік	Мінімальна витрата води Q_{30} , м ³ /с	№ п/п	Рік	Мінімальна витрата води Q_{30} , м ³ /с
1	1893	39.2	37	1929	17.3
2	1894	48.4	38	1930	17.6
3	1895	28.3	39	1931	-
4	1896	28.3	40	1932	29.9
5	1897	32.7	41	1933	21.9
6	1898	26.8	42	1934	18.6
7	1899	39.9	43	1935	19.1
8	1900	26.8	44	1936	-
9	1901	27.4	45	1937	17.9
10	1902	29.3	46	1938	34
11	1903	17.7	47	1939	8.26
12	1904	22.5	48	1940	28.8
13	1905	20	49	1941	46.3
14	1906	20	50	1942	45.6
15	1907	21	51	1943	-
16	1908	15.3	52	1944	51.1
17	1909	17.4	53	1945	27.9
18	1910	18.7	54	1946	35.4
20	1912	-	55	1947	12
21	1913	-	56	1948	99.6
22	1914	-	57	1949	27.6
23	1915	-	58	1950	20.1
24	1916	-	59	1951	25.6
25	1917	-	60	1952	20.2
26	1918	-	61	1953	39.6
27	1919	-	62	1954	21.5
28	1920	-	63	1955	18
29	1921	-	64	1956	9.08
30	1922	-	65	1957	26.3
31	1923	-	66	1958	27.6
32	1924	-	67	1959	22
33	1925	-	68	1960	22.3
34	1926	35	69	1961	59.1
35	1927	18.9	70	1962	26.8
36	1928	23	71	1963	22.7

Продовження таблиці 7.4

№ п/п	Рік	Мінімальна витрата води Q_{30} , м ³ /с	№ п/п	Рік	Мінімальна витрата води Q_{30} , м ³ /с
72	1964	19.4	87	1979	42.5
73	1965	38.4	88	1980	47.2
74	1966	39.2	89	1981	99.2
75	1967	51.2	90	1982	68.5
76	1968	27.7	100	1983	37.2
77	1969	32.6	101	1984	31.3
78	1970	37.2	102	1985	37.0
79	1971	29.5	103	1986	30.0
80	1972	17.9	104	1987	30.5
81	1973	15.7	105	1988	27.3
82	1974	21.0			$\Sigma=2295$
83	1975	27.9			Середнє 29.8
84	1976	11.1			
85	1977	27.4			
86	1978	-			

Аналіз рис.7.2 показує, що на хронологічному графіку коливань мінімального стоку, після згладжування по ковзних 3-річках, можна виділити декілька багатоводних та маловодних угруповань: з 1900 р. до 1940 р., з 1951 р. до 1962 р. та з 1965 р. до 1979 р. спостерігались маловодні угруповання, а з 1941 р. до 1950 р., з 1962 р. до 1964 р. та з 1980 р. до 1986 р. – багатоводні.

Таким чином, за розрахунковий для визначення норми мінімального меженного зимового стоку на р. Сіверський Донець – м. Лисичанськ можна взяти період з 1926 до 1986 рр.

4. Для визначення $Q_{80\%}$, використовуючи таблиці розподілу Пірсона III типу, наведені у СНіП, знаходимо $\Phi_{80\%} = -0.73$.

Тоді, з урахуванням (1.179) $k_p = 1 + \Phi_{p,C_S} C_V$;

$$K_{80\%} = \Phi_{80\%} C_V + 1 = -0.73 \cdot 0.54 + 1 = 0.61.$$

Відповідно до (1.182),

$$Q_{80\%} = \bar{Q}_N \cdot K_{80\%} = 29.8 \cdot 0.61 = 18.2 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Таблиця 7.5 - Ковзне осереднення хронологічного ряду мінімального місячного стоку зимової межені за трирічками
(р. Сіверський Донець – м. Лисичанськ)

№ п/п	Рік	Мінімаль- на витрата води $Q_{30}, \text{м}^3/\text{с}$	Згладжу- вані витра- ти води, $Q_3, \text{м}^3/\text{с}$	№ п/п	Рік	Мінімаль- на витрата води $Q_{30}, \text{м}^3/\text{с}$	Згладжу- вані ви- трати во- ди $Q_3, \text{м}^3/\text{с}$
1	1893	39.2	47.1	34	1926	35	31.6
2	1894	48.4	38.6	35	1927	18.9	25.6
3	1895	28.3	35.0	36	1928	23	19.7
4	1896	28.3	29.8	37	1929	17.3	19.3
5	1897	32.7	29.3	38	1930	17.6	16.6
6	1898	26.8	36.1	39	1931	-	
7	1899	39.9	31.2	40	1932	29.9	29.1
8	1900	26.8	31.4	41	1933	21.9	26.5
9	1901	27.4	27.8	42	1934	18.6	19.9
10	1902	29.3	27.8	43	1935	19.1	18.5
11	1903	17.7	26.2	44	1936	-	-
12	1904	22.5	20.1	45	1937	17.9	22.4
13	1905	20	20.8	46	1938	34	19.1
14	1906	20	20.3	47	1939	8.26	26.7
15	1907	21	18.8	48	1940	28.8	26.8
16	1908	15.3	16.9	49	1941	46.3	39.2
17	1909	17.4	16.1	50	1942	45.6	47.6
18	1910	18.7	17.8	51	1943	-	-
19	1911	-	-	52	1944	51.1	46.0
20	1912	-	-	53	1945	27.9	38.1
21	1913	-	-	54	1946	35.4	25.1
22	1914	-	-	55	1947	12	49.0
23	1915	-	-	56	1948	99.6	45.4
24	1916	-	-	57	1949	27.6	48.1
25	1917	-	-	58	1950	20.1	26.4
26	1918	-	-	59	1951	25.6	22.0
27	1919	-	-	60	1952	20.2	28.5
28	1920	-	-	61	1953	39.6	27.1
29	1921	-	-	62	1954	21.5	26.4
30	1922	-	-	63	1955	18	16.2
31	1923	-	-	64	1956	9.08	17.8
32	1924	-	-	65	1957	26.3	20.0
33	1925	-	-	66	1958	27.6	27.3

Продовження таблиці 7.5

№ п/п	Рік	Мінімаль- на витрата води $Q_{30}, \text{м}^3/\text{с}$	Згладжу- вані ви- трати во- ди $Q_3, \text{м}^3/\text{с}$	№ п/п	Рік	Мінімаль- на витрата води $Q_{30}, \text{м}^3/\text{с}$	Згладжу- вані ви- трати во- ди $Q_3, \text{м}^3/\text{с}$
67	1959	22	26.0	87	1979	42.5	36.6
68	1960	22.3	37.5	88	1980	47.2	62.0
69	1961	59.1	35.1	89	1981	99.2	70.6
70	1962	26.8	35.2	90	1982	68.5	68.3
71	1963	22.7	22.0	100	1983	37.2	45.7
72	1964	19.4	26.8	101	1984	31.3	35.2
73	1965	38.4	32.3	102	1985	37	32.8
74	1966	39.2	42.9	103	1986	30	32.5
75	1967	51.2	39.4	104	1987	30.5	28.3
76	1968	27.7	37.2	105	1988	27.3	25.4
77	1969	32.6	31.5				
78	1970	37.2	32.1				
79	1971	29.5	27.2				
80	1972	17.9	21.0				
81	1973	15.7	18.2				
82	1974	21	21.5				
83	1975	27.9	20.0				
84	1976	11.1	21.1				
85	1977	27.4	19.4				
86	1978	-	-				

Якщо використовувати трипараметричний розподіл, то необхідно прийняти осереднене значення співвідношення C_S / C_V . У нашому випадку $C_S / C_V = 2.33 / 0.54 \approx 4.5$. Тоді, відповідно до таблиці ординат трипараметричного розподілу, знаходимо K_p як $f(C_V, C_S / C_V, P\%)$. При $C_V = 0.54$, $C_S / C_V = 4.5$ й $P = 80\%$ він дорівнює 0.59 (СНіП 2.01.14-83).

Таким чином,

$$Q_{80\%} = \bar{Q}_N \cdot K_{80\%} = 29.8 \cdot 0.59 = 17.6 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Як видно із наведених розрахунків, обидві криві розподілу дають практично однакові результати. Отже для розрахунку $Q_{80\%}$ можна використовувати як біноміальну, так і трипараметричну криву розподілу.

Приклад розрахунку 7.2

Виконати приведення статистичних параметрів мінімального місячного зимового стоку р. Сіверський Донець – с.Протопопівка до багаторічного періоду аналітичним та графічним способами і методом коефіцієнтів.

Дано:

1) р. Сіверський Донець –с. Протопопівка. Площа водозбору $F=19400 \text{ км}^2$.

2) р. Сіверський Донець – м. Лисичанськ. Площа водозбору $F=52400 \text{ км}^2$ (аналог).

Вихідні дані:

1) Середньомісячні мінімальні зимові витрати води р. Сіверський Донець –с.Протопопівка за період спостережень з 1969 по 1988 рр. (табл.7.4).

2) Середньомісячні мінімальні зимові витрати води р. Сіверський Донець – м. Лисичанськ за період спостережень з 1893 по 1988 рр. Норма мінімального зимового стоку $\bar{Q}_N=29.8 \text{ м}^3/\text{с}$, коефіцієнт варіації $C_V=0.54$, відносна середньоквадратична похибка $\varepsilon_{\bar{Q}_N}=7.5 \%$ (приклад 7.1).

Наведений аналог знаходиться у тих же самих гідрогеологічних умовах, що й досліджуваний ряд, тобто відповідає принципу репрезентативності.

1.Для наведеного ряду з періодом 1969-1988 рр. розраховується середнє значення мінімального зимового стоку та коефіцієнт варіації:

$$\bar{Q} = \frac{\sum_{i=1}^n Q_i}{n} = \frac{492}{20} = 24.6 \text{ м}^3/\text{с};$$

За методом моментів:

$$C_V = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (K_i - 1)^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{5.03}{19}} = 0.51.$$

За формулою (1.100) оцінюється відносна середньоквадратична похибка середнього значення \bar{Q}_{30} :

$$\varepsilon_{\overline{Q}_{30}} = \frac{100C_V}{\sqrt{n}} = \frac{0.51}{\sqrt{20}} = 11.4\%.$$

Таблиця 7.6 – Середньомісячні мінімальні зимові витрати води
р. Сіверський Донець – м. Лисичанськ та р. Сіверський Донець –
с.Протопопівка за період спільних спостережень (1969-1988 рр).

№ п/п	Роки	Q_{30} , м ³ /с Сіверський Донець – м.Лисичанськ	Q_{30} , м ³ /с Сіверський Донець – с.Протопопівка
1	1969	32.6	15.4
2	1970	37.2	22.3
3	1971	29.5	19.6
4	1972	17.9	16.9
5	1973	15.7	16.5
6	1974	21	21.4
7	1975	27.9	27.2
8	1976	11.1	11
9	1977	27.4	19.3
10	1978	-	17.7
11	1979	42.5	31.8
12	1980	47.2	26.2
13	1981	99.2	61.6
14	1982	68.5	51.4
15	1983	37.2	37.8
16	1984	31.3	16.7
17	1985	37	19.3
18	1986	30	19.8
19	1987	30.5	19.4
20	1988	27.3	29.7

Відповідно до формули (2.23) розраховується коефіцієнт автокореляції r_1 , який для р. Сіверський Донець – с.Протопопівка дорівнює 0.49.

Тоді з урахуванням коефіцієнта автокореляції

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\overline{Q}} &= 100 C_V \sqrt{(1+r_1)/(1-r_1)} / \sqrt{n} = 100 \times 0.51 \sqrt{(1+0.49)/(1-0.49)} / \sqrt{20} = \\ &= 19.5 \%, \text{ тобто } \sigma_{\overline{Q}_{30}} > 15 \%. \end{aligned}$$

Значення $\varepsilon_{\bar{Q}_{30}}$ більше за допустиме і тому необхідно приведення ряду до багаторічного періоду.

1. *Приведення ряду до багаторічного періоду за допомогою рівняння лінійної регресії (аналітичний метод).*

Необхідно спочатку розрахувати коефіцієнт кореляції між значеннями вихідного ряду та ряду-аналога за період спільних спостережень. Для розрахунку r необхідно скласти табл.7.7.

Відповідно до (2.32) коефіцієнт кореляції дорівнює:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta Q \cdot \Delta Q_a}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \Delta Q^2 \cdot \sum_{i=1}^n \Delta Q_a^2}} = \frac{4122}{\sqrt{2996 \cdot 7155}} = 0.89$$

Далі необхідно визначити коефіцієнт регресії. Але для цього спочатку розраховуються середньоквадратичні відхилення короткого ряду та ряду-аналога (за період 1969-1988 рр.) за допомогою табл.7.7 за формулам:

$$\sigma_{Q_{30}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Q_i - \bar{Q})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{2996}{18}} = 12.9;$$

$$\sigma_{Q_{30}^a} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Q_i^a - \bar{Q}^a)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{7155}{18}} = 20.0.$$

Тоді коефіцієнт регресії становить

$$k = r \cdot \sigma_{Q_{30}} / \sigma_{Q_{30}^a} = 0.89 \cdot 12.9 / 20.0 = 0.57.$$

Середня квадратична похибка коефіцієнта регресії σ_k відповідно до (2.36) дорівнює:

$$\sigma_k = \frac{\sigma_Q}{\sigma_Q^a} \cdot \frac{1-r^2}{\sqrt{n-1}} = \frac{12.9}{20.0} \cdot \frac{(1-0.89^2)}{\sqrt{18}} = 0.03.$$

Таблиця 7.7 – Розрахунок коефіцієнта кореляції між витратами води мінімального зимового стоку р.Сіверський Донець – с.Протопопівка та р.Сіверський Донець – м.Лисичанськ (1969-1988 рр.)

№ п/п	Роки	Q_i , м³/с	Q_i^a , м³/с	ΔQ	ΔQ^a	$(\Delta Q)^2$	$(\Delta Q^a)^2$	$\Delta Q \cdot \Delta Q^a$
1	1969	15.4	32.6	-9.70	-2.70	94.1	7.29	26,2
2	1970	22.3	37.2	-2.80	1.90	7.84	3.61	-5,32
3	1971	19.6	29.5	-5.50	-5.80	30.3	33.6	31,9
4	1972	16.9	17.9	-8.20	-17.4	67.2	303	143
5	1973	16.5	15.7	-8.60	-19.6	74.0	384	169
6	1974	21.4	21	-3.70	-14.3	13.7	204	52,9
7	1975	27.2	27.9	2.10	-7.40	4.41	54.8	-15,5
8	1976	11	11.1	-14.1	-24.2	199	586	341
9	1977	19.3	27.4	-5.80	-7.90	33.6	62.4	45,8
10	1978	17.7	-	-	-	-	-	-
11	1979	31.8	42.5	6.70	7.20	44.89	51.8	48,2
12	1980	26.2	47.2	1.10	11.9	1.21	142	13,1
13	1981	61.6	99.2	36.5	63.9	1332	4083	2332
14	1982	51.4	68.5	26.3	33.2	692	1102	873
15	1983	37.8	37.2	12.7	1.90	161	3.61	24,13
16	1984	16.7	31.3	-8.4	-4.00	70.6	16	33,6
17	1985	19.3	37	-5.80	1.70	33.6	2.89	-9,86
18	1986	19.8	30	-5.30	-5.30	28.1	28.1	28,1
19	1987	19.4	30.5	-5.70	-4.80	32.5	23.0	27,4
20	1988	29.7	27.3	4.60	-8.00	21.2	64	-36,8
Сума		501	671	-1	0.3	2996	7155	4122
Середнє		25.1	35.3					

Таким чином, умова $(k/\sigma_k) \geq 2$ виконується, оскільки $(k/\sigma_k) = 0.57/0.03 = 19 \geq 2$.

Наведені розрахунки свідчать про відповідність аналога (р.Сіверський Донець – м.Лисичанськ) для визначення норми стоку у розрахунковому створі за рівнянням лінійної регресії.

Середні значення мінімальних витрат зимового стоку за період спільних спостережень (з 1969 по 1988рр.) становлять для р.Сіверський Донець – с.Протопопівка $\bar{Q}_{30} = 25.1 \text{ м}^3/\text{с}$, а для р.Сіверський Донець – м.Лисичанськ - $\bar{Q}_{30}^a = 35.3 \text{ м}^3/\text{с}$, при нормі мінімального зимового стоку - $\bar{Q}^a_N = 29.8 \text{ м}^3/\text{с}$.

Приведене значення норми мінімального зимового стоку згідно з (2.41) дорівнює

$$\begin{aligned}\bar{Q}_N &= \bar{Q}_n + r\sigma_Q(\bar{Q}^a_N - \bar{Q}^a_n)/\sigma^a_Q = \\ &= 25.1 + 0.89 \cdot 12.9(29.8 - 35.3)/20.0 = 21.9 \text{ м}^3/\text{с}.\end{aligned}$$

Коефіцієнт варіації за формулою (2.44) дорівнює:

$$C_V = \frac{\sigma_Q}{\bar{Q}_N} \sqrt{1 + r^2 \left(1 - \frac{\sigma^a_{Q_n}}{\sigma^a_{Q_N}} \right)},$$

де $\sigma^a_{Q_N}$ - середньоквадратичне відхилення ряду-аналога за багаторічний період (N років), розраховане за формулою (2.45):

$$\sigma^a_{Q_N} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (Q^a_i - \bar{Q}^a)^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{19676}{76}} = 16.1.$$

Тоді

$$C_V = \frac{12.8}{21.8} \sqrt{1 + 0.89^2 \left(1 - \frac{20.0}{16.1} \right)} = 0.53.$$

Середня квадратична похибка приведенного значення норми мінімального стоку за рівнянням регресії (2.47) дорівнює:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\bar{Q}_N} &= \frac{100\sigma_Q}{\bar{Q}_N \cdot \sqrt{n}} \sqrt{1 + r^2 \left(\frac{n}{N} \frac{\sigma^a_{Q_N}}{\sigma^a_{Q_n}} - 1 \right)} = \\ &= \frac{100 \cdot 12.8}{21.8 \sqrt{19}} \sqrt{1 + 0.89^2 \left(\frac{19}{77} \frac{16.1^2}{20.0^2} - 1 \right)} = 7.8 \text{ \%}.\end{aligned}$$

З урахуванням коефіцієнта автокореляції середньоквадратична похибка становить:

$$\varepsilon_{\bar{Q}_N} = 7.81 \sqrt{\frac{1+r}{1-r}} = 7.81/0.585 = 13.3\% < 15 \text{ \%},$$

тобто менше від вихідної на 6.2 %.

2. *Приведення ряду до багаторічного періоду графічним методом.*
Відповідно до графічного методу будується залежність середньомісячних мінімальних зимових витрат води розрахункової річки р.Сіверський Донець-с.Протопопівка та річки-аналога р.Сіверський Донець – м.Лисичанськ за період спільних спостережень, тобто з 1969 р. по 1988 р. (рис.7.3).

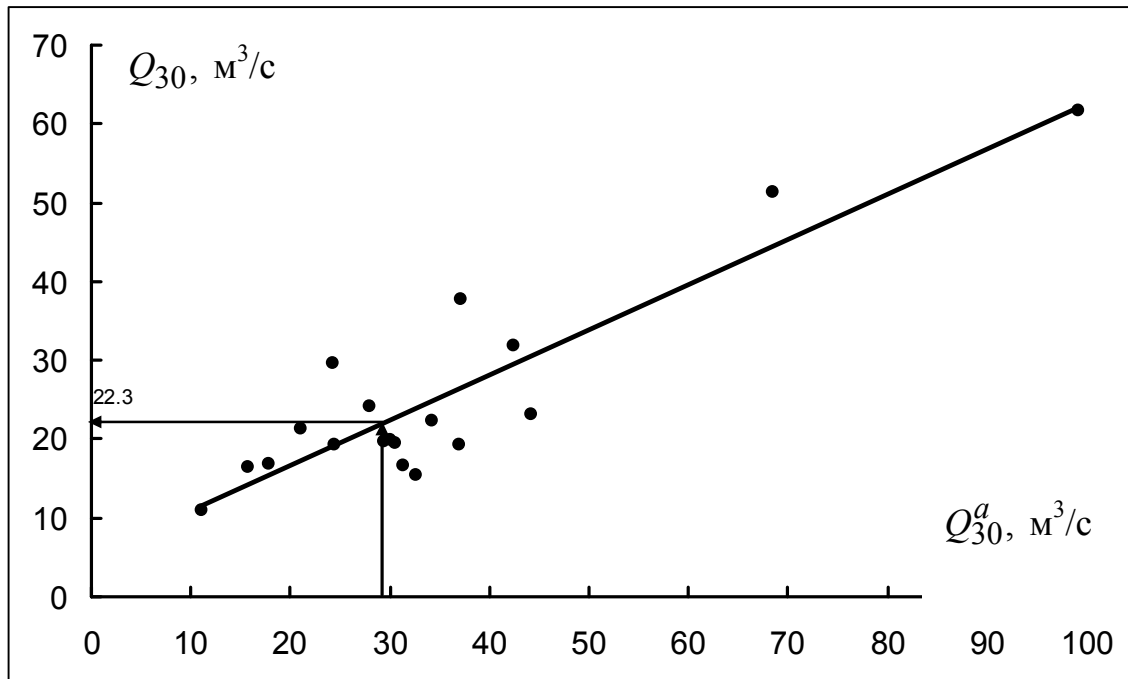


Рисунок 7.3 - Залежність середньомісячних мінімальних зимових витрат води р.Сіверський Донець – м.Лисичанськ (Q_{30}^a) та р.Сіверський Донець – с.Протопопівка (Q_{30}) за період сумісних спостережень (1969-1988 рр.)

Зв'язок прямолінійний, середнє відхилення точок від лінії зв'язку не перевищує 10 %, тангенс кута нахилу лінії зв'язку до осі аналога дорівнює 0.57.

Для підтвердження висновку про вибір аналога розраховується коефіцієнт кореляції. Як показано вище, він дорівнює 0.89.Такий високий коефіцієнт кореляції ще раз свідчить про правильність вибору річки-аналога:

По графіку зв'язку (рис.7.3) при $\bar{Q}_N^a = 29.8 \text{ м}^3/\text{с}$ визначається норма мінімального зимового стоку р.Сіверський Донець – с.Протопопівка, яка становить $\bar{Q}_N = 22.3 \text{ м}^3/\text{с}$.

Коефіцієнт варіації відповідно до (2.28) дорівнює (при $A = \text{tg}\alpha = 0.57$)

$$C_V = A \frac{\bar{Q}_N^a}{\bar{Q}_N} C_v^a = 0.57 \frac{29.8}{22.3} 0.54 = 0.41.$$

Середня квадратична похибка норми мінімального зимового стоку приведенного ряду розраховується за формулою:

$$\varepsilon_{\bar{Q}_N} = \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2} = \sqrt{7.5^2 + 4.3^2} = 8.6 \%,$$

де: $\varepsilon_1 = \varepsilon_{\bar{Q}_N^a} = 7.5 \%$;

$$\varepsilon_2 = \frac{C_V \sqrt{1-r^2}}{\sqrt{n}} \cdot 100\% = \frac{0.41 \sqrt{1-0.89^2}}{\sqrt{19}} 100\% = 4.3 \%.$$

З урахуванням коефіцієнта автокореляції відносно середньоквадратичне відхилення становить:

$$\varepsilon_{\bar{Q}_{\min N}} = 8.6 \sqrt{\frac{1+r}{1-r}} = 8.6 / 0.585 = 14.7 \% < 15 \%,$$

тобто менше від вихідного на 7.7 %.

6. Приведення ряду до багаторічного періоду методом коефіцієнтів.

Для розрахунку за цим методом спочатку необхідно за період спільних спостережень розрахувати коефіцієнт кореляції між значеннями стоку досліджуваного ряду та ряду-аналога. Як показано вище (аналітичний метод), цей коефіцієнт для періоду з 1969 р. по 1988 р. між значеннями мінімального зимового стоку р.Сіверський Донець – с.Протопопівка та р.Сіверський Донець – м.Лисичанськ становить 0.89, тобто $r \geq 0.7$. Наступним етапом є побудування хронологічних графіків коливань мінімального зимового стоку (рис.7.4). Для того, щоб хронологічні графіки простіше було порівнювати між собою, їх будують у модульних коефіцієнтах k_i . Як видно із рис.7.4, коливання мінімального зимового стоку за період з 1969 по 1988 рр. досліджуваного ряду (р.Сіверський Донець-Протопопівка) та ряду-аналога (р.Сіверський Донець – м.Лисичанськ) повністю синхронні.

У такому випадку можна записати

$$\frac{\bar{Q}_N^a}{\bar{Q}_n^a} = \frac{\bar{Q}_N}{\bar{Q}_n};$$

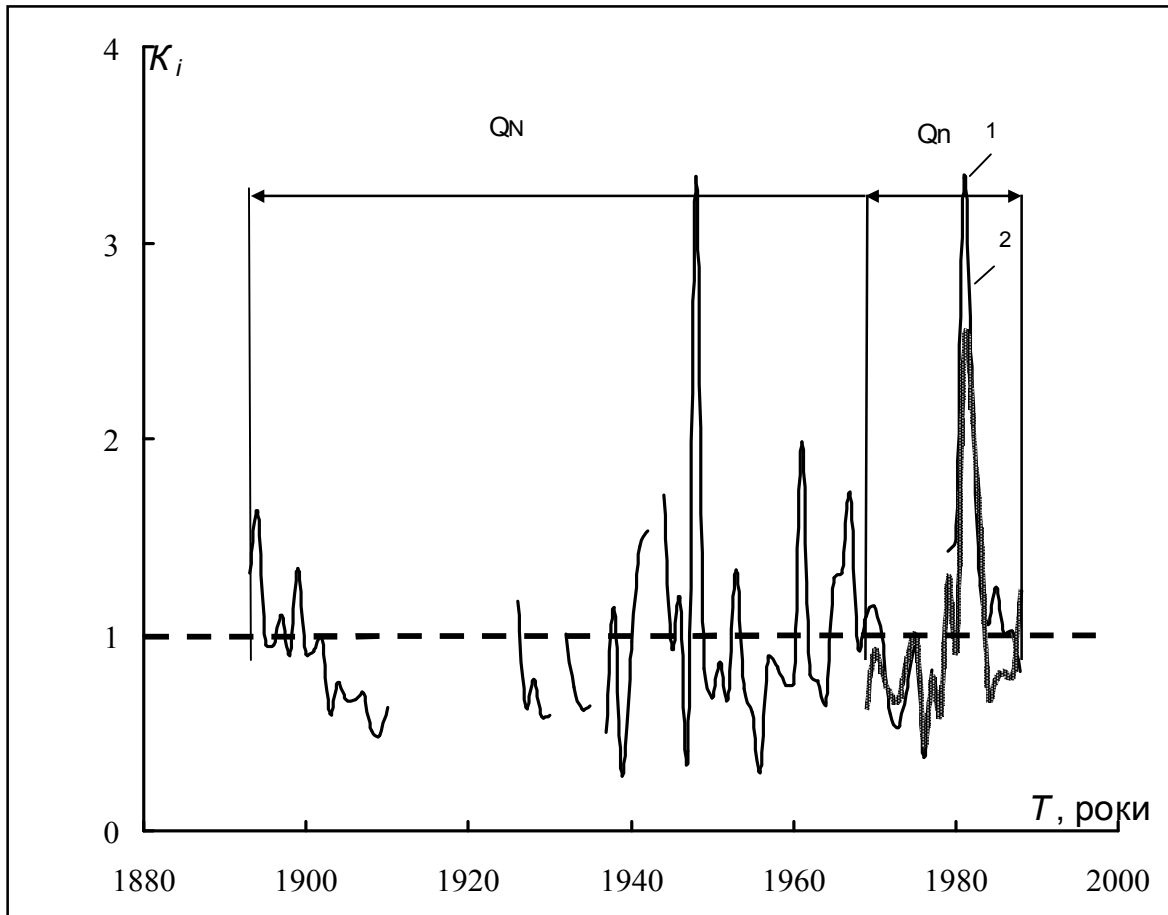


Рисунок 7.4 - Хронологічний графік коливань мінімального місячного зимового стоку р. Сіверський Донець - м. Лисичанськ (1) та р. Сіверський Донець - с.Протопопівка (2)

Позначимо співвідношення $\frac{\bar{Q}_N^a}{\bar{Q}_n^a}$ через K_N .

Тоді $K_N=0.86$, а \bar{Q}_N дорівнює

$$\bar{Q}_N = K_N \bar{Q}_n = 0.86 \cdot 24.6 = 21.2 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Результати приведення статистичних параметрів мінімального стоку р.Сіверський Донець – с.Протопопівка до багаторічного періоду різними методами представлені в табл.7.8.

Таблиця 7.8 – Статистичні параметри мінімального 30-добового зимового стоку р.Сіверський Донець – с.Протопопівка, обчислені різними методами

Метод приведення	\bar{Q}_{30N} , м ³ /с	$\varepsilon \bar{Q}_{30N}$	C_V
аналітичний	21.9	13.3	0.53
графічний	22.3	14.7	0.41
метод коефіцієнтів	21.2	-	-

Приклад розрахунку 7.3

Визначити мінімальний зимовий 30-добовий стік 80%-ої забезпеченості р.Сіверський Донець – м. Лисичанськ та р.Калитва –с.Кудинівка за допомогою карти ізоліній або за формулою (7.2) (для малих річок).

Дано: 1) р.Сіверський Донець – м. Лисичанськ, площа водозбору $F=52400$ км²;

2) р.Калитва –с.Кудинівка., площа водозбору $F=1110$ км².

Вихідні дані:

1) Карта мінімального 30-добового зимового стоку забезпеченістю $P=80\%$ (СНіП, аркуш 17) масштабу 1:10 000 000, ізолінії стоку подані в модулях $q_{80\%}$, л/(с·км)² (рис.7.5).

2) Карта районів для визначення мінімальної 30-добової витрати води 80%-ї забезпеченості на малих річках в зимовий період (СНіП, аркуш 19) масштабу 1:10 000 000 (рис.7.6).

Басейн р.Сіверський Донець – м.Лисичанськ знаходиться між чотирма ізолініями стоку. У цьому випадку стік визначається як середньозважене значення за формулою (7.1).

Як видно з рис.7.5, ізолінія 0.5 л/(с·км)² перетинає водозбір, утворюючи контур f_1 , а ізолінія 0.3 л/(с·км)² - контури f_2 та f_3 . Площі між ізолініями визначаються за допомогою планіметрування: $f_1=6.0$, $f_2=7.5$, $f_3=8.5$ поділок планіметра. Для розрахунку мінімального стоку за формулою (7.1) складено табл.7.9.

Таблиця 7.9 – Розрахунок мінімального 30-добового зимового стоку за допомогою карти ізоліній р.Сіверський Донець-м.Лисичанськ, $F=52400$ км²

Значення ізоліній модуля зимового стоку $q_{80\%}$, л/(с·км) ²	Середнє значення модуля $(q_{80\%})_i$, л/(с·км) ²	Площа водозбору між ізолініями, f_i	$(q_{80\%})_i \cdot f_i$
1.0-0.5	0.75	6.0	2.25
0.5-0.3	0.4	7.5	1.80
0.3-0.1	0.2	8.5	1.70
$\Sigma=16.0$			$\Sigma=5.75$

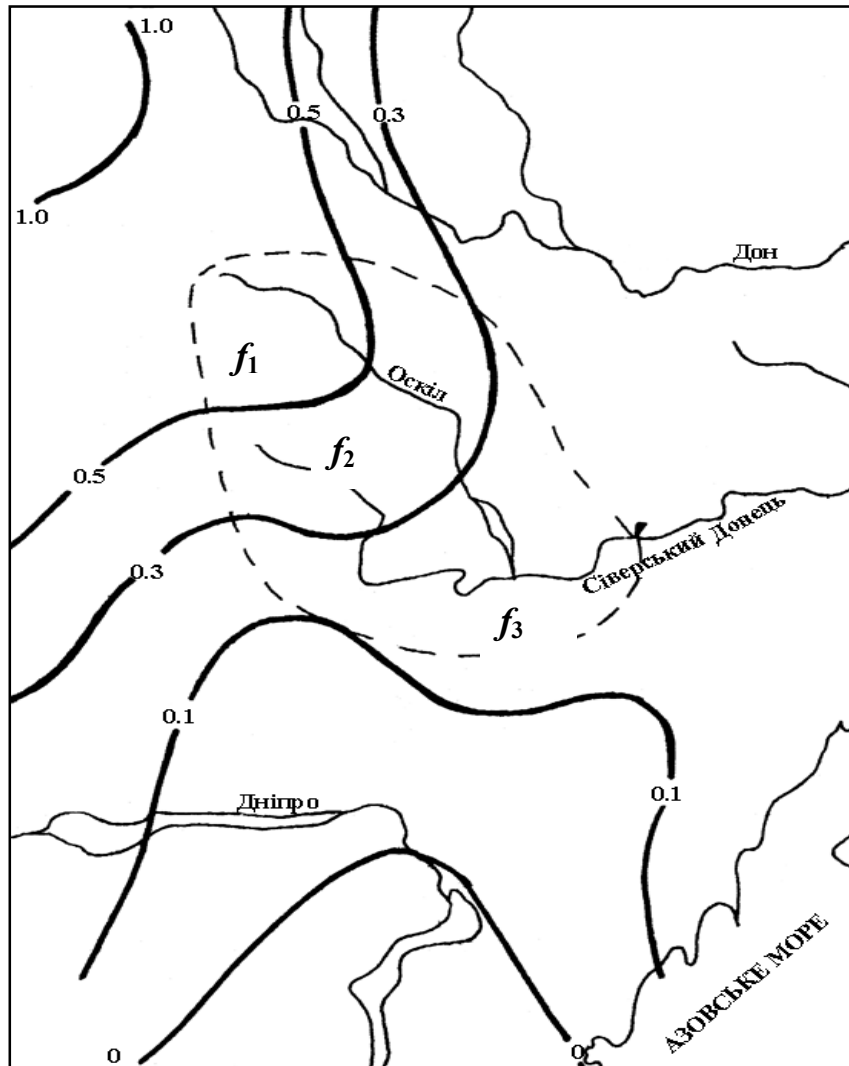


Рисунок 7.5 – Мінімальний 30-добовий зимовий стік забезпеченістю $P=80\%$

Використовуючи дані табл.7.9, отримаємо модуль мінімального 30-добового стоку 80 %-ї забезпеченості

$$\bar{q}_{80\%N} = \frac{5.75}{16.0} = 0.36 \text{ л/(с·км)}^2.$$

Для визначення мінімальної витрати $Q_{80\%}$ домножимо отримане значення на площу водозбору, а для переходу до $\text{м}^3/\text{с}$ розділемо на 1000:

$$Q_{80\%} = \frac{0.36 \cdot 52400}{1000} = 18.8 \text{ м}^3/\text{с}.$$

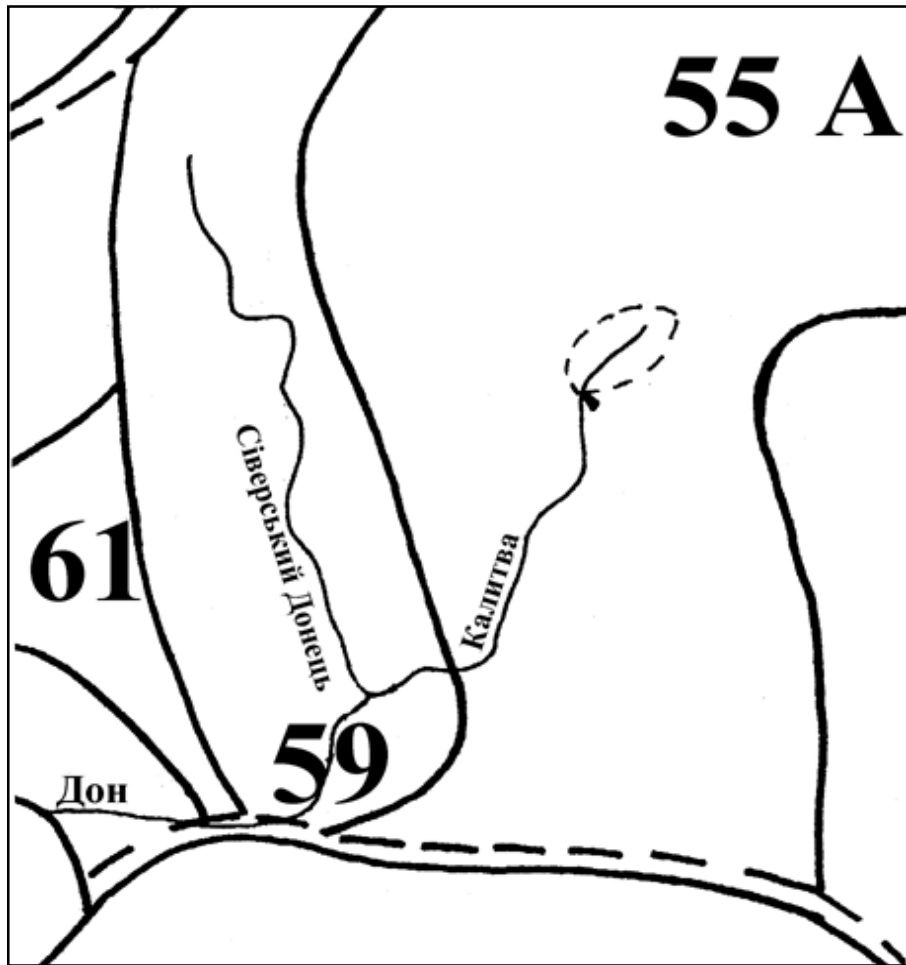


Рисунок 7.6 – Районування параметрів для визначення мінімальної 30-добової витрати води 80 %-ї забезпеченості на малих річках в зимовий період

- А - межа та індекс району для визначення параметра F (за табл.7.1);
- 55 } - межа та номер району для визначення параметрів a, f_{03}, n (за табл.17, дод.2 в СНіП 2.01.14-83).

Точність розрахунку мінімальної витрати за картою СНіП можна визначити як відносне середнє відхилення розрахункових значень від фактичних за формулою

$$\Delta = \frac{|Q_{80\%p} - Q_{80\%ф}|}{Q_{80\%ф}} \cdot 100\% = \frac{|18.8 - 18.2|}{18.2} \cdot 100\% = 3\%.$$

Таким чином, для р.Сіверський Донець-м.Лисичанськ точність розрахунку мінімального зимового стоку за допомогою карти становить 3%. Річку Калитва до замикального створу с.Кудинівка із площею водозбору $F=1110 \text{ км}^2$ слід віднести до малих річок. Як видно із карти районів (рис.7.6), р.Калитва знаходиться у районі А, а в табл.7.1 показано, що для цього району річки із площею водозбору $F \leq 1200 \text{ км}^2$ відносяться до категорії малих. Для розрахунку мінімального зимового стоку невеликих річок, відповідно до рекомендацій СНіП 2.01.14-83, слід використовувати формулу (7.3).

Для визначення основних параметрів формули спочатку необхідно визначити номер району, до якого віднесений досліджуваний водозбір. Як показано на рис.7.5, р.Калитва відноситься до району №55. Далі за даними СНіП (табл.17, додаток 2) визначаються: $a=0.044$, $n=1.17$, $f=0$.

Тоді

$$Q_{80\%} = 10^{-3} a \cdot (F \pm f)^n = 10^{-3} \cdot 0.044 \cdot 1110^{1.17} = 0.16 \text{ м}^3/\text{с}.$$

Таким чином мінімальна 30-добова зимова витрата 80 %-ї забезпеченості для р.Калитва –с.Кудинівка становить $0.16 \text{ м}^3/\text{с}$.

РОЗДІЛ 8

8 МАКСИМАЛЬНИЙ СТІК РІЧОК

8.1 Катастрофічні паводки на річках України та земної кулі, їх класифікація за генетичними ознаками

Повені супроводжують людське суспільство з якнайдавніших часів. До наших днів дійшли відомості про катастрофічну повінь на р. Хуанхе в 2297 р. до н.е. та на р. Ніл, яка була приблизно 3 тис. років тому. У більшості районів земної кулі повені спричиняються тривалими інтенсивними дощами і зливами в результаті проходження циклонів. На річках Північної півкулі повені зумовлені бурхливим таненням снігів, зажорами і заторами льоду. Передгір'я і високогірні долини потерпають від повеней, пов'язаних з проривами внутрішньольодовикових і завальних озер. У приморських районах при сильних вітрах нерідкі повені нагонів, а при підводних землетрусах і виверженнях вулканів - повені, що спричиняються хвилями, цунамі.

В областях зі сніговим покривом, тобто приблизно на 1/3 суші найбільш розвинені **водопілля і паводки**. Особливо характерні вони для Євразії і Північної Америки. Розглянемо ці два основних види повеней.

Водопілля - сезонне тривале і значне збільшення водності річок, яке щорічно повторюється та супроводжується підвищенням рівня води в руслі і затопленням заплавл.

Водопілля утворюються за рахунок головного джерела живлення (на рівнинних річках – сніготанення, на високогірних – танення снігу та льодовиків, в мусонних і тропічних зонах – за рахунок випадіння весняно-літніх опадів та ін.) й для річок однієї кліматичної зони щорічно повторюються в одні і тіж сезони, з різною інтенсивністю й тривалістю. Танення снігу на водозборах рівнинних річок зумовлює виникнення весняного водопілля, танення високогірних снігів й льодовиків, а також випадіння дощів – водопілля весняно-літнього й літнього типів.

На характер формування і проходження водопілля значний вплив мають різкі і тривалі підвищення температури навесні при значних запасах води в снігу. Водопілля набувають катастрофічного характеру, якщо інфі-

льтраційні властивості ґрунтів значно зменшилися (за рахунок перенасиченості їх вологою завдяки рясним осіннім дощам і глибокому промерзанню - в суворі зими). До значного посилення водопілля можуть привести весняні дощі, коли пік водопілля співпадає з піком паводка. Подібною причиною, за даними Р.А.Нежиховського, було викликане небувале водопілля у басейні Верхньої Волги в 1908 р. За надзвичайно дружної весни сніг, запаси води в якому перевищували норму на 170 - 200%, зійшов за дуже короткий проміжок часу. Ґрунт сильно промерз за зиму. Становище посилювалося ще й тим, що наприкінці квітня протягом декількох тижнів йшли зливові дощі. В результаті були затоплені десятки тисяч гектарів посівів, без даху над головою залишилися 50 тис. людей. Не так давно (у 1983 р.), у США, на річці Колорадо, водопілля співпало з дощами, було евакуйовано 2200 чоловік, збитки становлять понад 50 млн дол.

Найбільші водопілля на Дніпрі відбувалися в 1128, 1655, 1684, 1789, 1931 рр. Водопілля характерні також для річок Дунай, Тиса, Рейн, Ельба.

Паводок - фаза водного режиму річки, порівняно короткочасне і неперіодичне підняття рівня вод в річці, що виникає в результаті випадіння рясних дощів.

На відміну від водопілля, паводки виникають нерегулярно; підняття рівня і витрати води під час паводка можуть в окремих випадках перевищувати рівень й найбільшу витрату водопілля. Паводки які відбуваються послідовно один за одним, можуть спричинити повінь.

Зливові повені - найбільш поширений тип повеней, вони можливі повсюдно, навіть в напівпустелях і пустелях, за винятком Арктики й Антарктиди. Повені найбільш часті і сильні між 40° півн.ш. і 40° півд.ш., у районах з мусонним кліматом.

За розмірами та масштабами збитків Р.А.Нежиховський поділяє повені на:

- **Низькі (малі).** Вони спостерігаються на рівнинних річках. Охоплюють невеликі прибережні території. Затопляється менше 10 % сільськогосподарських угідь. Майже не порушують ритму життя населення. Повторюваність їх 1 раз у 5-10 років.

- **Високі.** Завдають відчутних матеріальних і моральних збитків, охоплюють порівняно великі земельні ділянки річкових долин, затоплюють приблизно 10-15 % сільськогосподарських угідь. Істотно порушують господарський і побутовий устрій населення. Призводять до часткової евакуації людей. Повторюваність 1 раз у 10-25 років.

- **Визначні.** Завдають великих матеріальних збитків, охоплюючи цілі річкові басейни. Затоплюють приблизно до 50-70% сільськогосподарських угідь, деякі населені пункти. Паралізують господарську діяльність і значно порушують побутовий устрій населення. Призводять до необхідності масової евакуації населення і матеріальних цінностей із зони затоплен-

ня і захисту найбільш важливих господарських об'єктів. Повторюваність 1 раз у 50-100 років.

- **Катастрофічні.** Завдають величезних матеріальних збитків і призводять до загибелі людей, охоплюючи величезні території в межах однієї або декількох річкових систем. Затоплюється більше 70 % сільськогосподарських угідь, велика кількість населених пунктів, промислових підприємств й інженерних комунікацій. Повністю паралізується господарська і виробнича діяльність, тимчасово змінюється життєвий устрій населення. Повторюваність 1 раз у 100-200 років.

“Велика вода” 2002 року дала привід засобам масової інформації багато говорити про новий Усесвітній потоп і зайвий раз нагадала, що, не дивлячись на всі досягнення сучасної цивілізації, людина деколи виявляється безсилою перед лицем стихії. Повені 2002 року забрали життя 3 тисяч чоловік, позбавили даху 17 мільйонів жителів із понад 80 країн. За даними Всесвітньої Метеорологічної Організації, була затоплена територія загальною площею більше 8 млн. км². Сукупний збиток, нанесений стихією, оцінюється в 30 мільярдів доларів.

У XX столітті найбільш катастрофічним вважається паводок 1931 року в Китаї в басейні річки Янцзи, коли її води затопили 300 тис. км² і забрали життя 140 тис. чоловік. А в 1876 році на Янцзи спостерігався і найвищий з відомих підйом рівня води - 60 м.

В Україні неодноразовим джерелом бід ставав Дніпро. Неперевершеним як за висотою стояння води, так і за площею зони затоплення, вважається водопілля 1931 року, яке затопило величезну територію від Могильова на півночі до Запоріжжя - на півдні.

У басейні Міссурі тільки за період з 1940 по 1950 рр. відбулося понад 100 крупних повеней. Надовго запам'яталася й повінь 1954 року, коли була практично повністю затоплена Братислава, а також великі площі Верхньої Австрії та Угорщини.

Повінь 1966 року в Італії на річках По і Арно стала справжнім страхіттям для жителів провінції Тоскана. Зливові дощі, що не припинялися протягом декількох днів, спричинили паводок на італійських річках. Захисні греблі були зруйновані. Вода затопила Флоренцію і Пізу. Венеціанська площа Св. Марка опинилася під 2-метровим шаром води. Загинуло більше 100 чоловік.

У 1962 році внаслідок повені, спричиненої хвилею нагону, були затоплені береги Західної Німеччини, Нідерландів та Англії й загинуло понад 2 000 чоловік.

Повінь 1970 року в Індії, в дельті Гангу, вважається однією з найбільших катастроф. Точне число жертв встановити не вдалося – за приблизними оцінками загинуло від 500 тис. до 1,5 млн чоловік. Паводки на рр.Інд і Брахмапутра також мали характер національного лиха.

У 1970-му вийшла з берегів р. Сена, було затоплено Париж і його передмістя в радіусі 40 км. У Франції щорічний збиток від повеней оцінюється в 1,5 млн франків.

У 1988 році спостерігалася повінь на річках Німеччини - Рейн, Мозель, Майн і Дунай. Під водою опинилися міста Пассау, Штраубінг, Регенсбург. Були затоплені передмістя Кельна.

З початку нового тисячоліття катастрофічні та високі повені спостерігаються в Європі майже щорічно.

Як вже відзначалось вище, катастрофічною стала повінь 2002 року - у серпні за декілька днів під водою опинилися значні території Чехії, Словаччини, Німеччини, Австрії, Франції, Швейцарії, Польщі, Італії, Іспанії, Румунії, Молдови, Угорщини і Сербії. За оцінками європейських експертів, це була найбільша повінь в Європі за сторіччя.

Проте вже в січні 2003 року чергові повені призвели до значних руйнувань в Центральній Європі. Близько тисячі жителів східнонімецького міста Лейбінген (земля Тюрінгія) було евакуйовано зі своїх будинків у зв'язку із загрозою прориву захисної греблі на річці Унструт. Рівень води в чеській річці Лаба піднявся більш, ніж на 7 метрів. У Бельгії повінь завдала найбільшого збитку містам і населеним пунктам в Арденах. Від повені постраждали й жителі південних регіонів Англії.

У липні 2004 року вісім чоловік загинули і двоє пропали без вісті в результаті повені на території Румунії. Через зливові дощі постраждали 1 тисяча 300 будинків і приблизно півтори тисячі садів, пошкоджено 216 мостів.

В серпні цього ж року внаслідок повені в східних і південних районах Румунії, спричиненої зливовими дощами, загинуло щонайменше шість чоловік, було пошкоджено декілька тисяч будинків, порушено автомобільний і залізничний рух, зруйновано декілька мостів.

У серпні 2005 року повенями були охоплені Німеччина, Австрія, Швейцарія, Франція. Водна стихія забрала життя як мінімум 9 чоловік. Ще 14 чоловік загинули внаслідок сходів обвалів в Швейцарії, спричинених зливовими дощами. У деяких регіонах було оголошено надзвичайний стан.

У березні-квітні 2006 року найбільш серйозні повені були відмічені в Німеччині, Чехії, Словаччині, Румунії, Польщі, Угорщині й Австрії. З берегів вишли три найбільші європейські річки - Ельба, Дунай і Морава.

У листопаді 2006 року внаслідок повеней на південному сході Туреччини загинули 35 чоловік. Через повені декілька населених пунктів в цьому регіоні виявилися відрізними від зовнішнього світу. Дороги були розмиті, багато житлових будинків затоплено.

У травні 2007 року зливові дощі з грозами знову стали причиною повені на сході Туреччини, яка призвела до загибелі шести чоловік в гірських районах провінції Агра на сході країни.

Влітку 2007 року дві хвилі повеней накрили Великобританію: перша охопила північ Англії в червні-липні, а місяць по тому під водою опинилися цілі райони західної і центральної Англії. Повені стали причиною загибелі понад десяти чоловік, а загальний збиток тільки приватним житловим будівлям становив за оцінкою страхових компаній приблизно 2 мільярди фунтів стерлінгів.

Внаслідок сильних злив, що пройшли 23-27 липня 2008 року, виявилися підтопленими більше 40 тисяч будинків у Західній Україні. Жертвами повені стала 31 людина, ще один вважається зниклим без вісті. Зруйновані мости, дороги, інші інфраструктурні об'єкти.

У цьому ж році 6-7 вересня сталися повені у Великобританії, спричинені сильними зливами, які забрали життя восьми чоловік. Найбільше від стихії постраждали північ і захід країни - графства Йоркшир, Шропшир, Херефордшир і Вустершир.

В кінці липня 2008 року постраждали від повені декілька населених пунктів у Молдові, розташованих в прибережній зоні річок Дністер і Прут. Було затоплено понад 800 будинків, з яких 85 повністю зруйновані. Завдяки своєчасно вжитим заходам людських жертв не було. Із зони лиха евакуйовано більше 5 тисяч чоловік.

У жовтні 2008 року велика повінь сталася на італійському острові Сардинія. В результаті зливових дощів величезна маса води і грязі покрила територію в 40 квадратних кілометрів в районі міста Кальярі. Виявилися затопленими десятки будинків.

У листопаді 2009 року злизові дощі призвели до серйозних повеней на північному заході Англії, в графстві Кумбрія. Повені також спостерігалися в південній Шотландії і в Уельсі, де були підтоплені автомобільні дороги, порушено електропостачання.

У жовтні 2009 року повені й обвали, спричинені сильними дощами, обрушилися на північно-східну частину острова Сицилія. Рідкий бруд, принесений обвалами, затвердів й перетворився на непробивну земляну масу, вона заповнила житлові будинки і магазини, заблокувала дороги. Жертвами стихії стали 25 чоловік, ще 10 чоловік пропали без вісті.

У вересні 2009 року найбільш висока за останні 80 років повінь відбулася в Стамбулі. Потужні селеві потоки, що утворилися внаслідок зливових дощів, паралізували життя у декількох районах європейської частини Стамбула. Було затоплено багато автомагістралей, зокрема, об'їзна дорога, яка веде до міжнародного аеропорту ім. Ататюрка. Рівень води місцями досягав чотирьох метрів, число жертв повеней в Стамбулі і провінції Текирдаг на північному заході країни становило понад 30 чоловік.

У червні 2009 року від зливових дощів і повеней постраждали Чехія, Німеччина, Австрія, Польща і Румунія. За офіційними даними, від повені в Чехії постраждало 62 населених пункти, жертвами стихії стали 13 чоловік.

За оцінками британського агентства з охорони довкілля, масштаб повеней був "безпрецедентним". У деяких районах за підрахунками синоптиків за добу випало понад 300 мм опадів.

У серпні 2010 року сильні дощі обрушилися на декілька країн Східної Європи, Литву, Чехію, Польщу і Німеччину, що призвело до різкого підйому рівня води в річках. Внаслідок повеней загинули 14 чоловік, ще троє вважаються без вісті зниклими.

Взимку 2010 року в Центральній Європі у багатьох регіонах випала рекордна кількість снігу, що в січні 2011 року призвело до повеней. При різкому потеплінні тала вода переповнила десятки річок, які вийшли з берегів.

Найбільш складна ситуація спостерігалася в Німеччині, Бельгії, Нідерландах і Франції. Сотні населених пунктів були відрізані від зовнішнього світу, навігація по р. Рейн (між Кобленцем і Кельном) припинилась. У північних районах Франції у зв'язку із загрозою повеней декілька сотень чоловік були евакуйовані, закриті десятки шкіл. В окремих населених пунктах внаслідок тривалих дощів і танення снігу (у зв'язку з потеплінням) були підтоплені будинки, закриті для руху понад 40 доріг державного значення. У той же час розливи річок в результаті танення снігу спостерігалися в багатьох районах Валонії. Підвищення рівня води в річках призвело до закриття цілої низки автодоріг в провінціях Льєж, Люксембург, а також Намюр, де повністю був затоплений центр міста Кувен.

Жовтень 2011 року підтвердив статус найвологішого місяця в Італії. Зливові дощі, що обрушилися на північні і центральні райони країни спричинили сильні повені і обвали. Найбільшому удару стихії піддалися Лігурія і сусідня Тоскана, розташовані на півночі – там загинуло десять чоловік. Ще п'ятеро вважаються зниклими без вісті. Інтенсивні грози «підмочили» туристичну репутацію Рима. Через сильний дощ центральні райони вічного міста Риму були затоплені. Джанні Алеманно – мер міста, звернувся до уряду з проханням оголосити в столиці Італії надзвичайний стан, пов'язаний із стихійним лихом. Він порівняв цю ситуацію, яка склалася в Римі, із землетрусом – більше десяти станцій метрополітену були закриті, злива порушила лінії електропередач, декілька чоловік вважаються зниклими.

Внаслідок зливових дощів, що спостерігалися на півдні Франції в листопаді 2011 року в 12 департаментах країни, за повідомленням державної метеослужби «Метео Франс» був призначений «оранжевий» - передостанній – рівень небезпеки. Зливи призвели до перебоїв в залізничному і автомобільному сполученні, порушення електропостачання в регіоні. Так, в департаменті Вар без світла залишилися майже 4 тис. житлових будинків, а на Корсиці – близько 8 тис. приватних будинків і підприємств. За офіційними даними стихія забрала життя трьох чоловік, близько 2,3 тисяч були

евакуйовані. Атмосферний процес, який спостерігався на півдні Франції 5 листопада, трапляється всього 2 – 3 рази на рік. Вологі повітряні маси, що виносяться з району Середземного моря, упиралися в Альпи. Орографія спрацювала на збільшення хмарності і посилення опадів. Вище 2200 м випадав рясний сніг, нижче – дощі, повідомляло «Meteo France». Зазвичай такі процеси розтягуються на 6 днів. В цьому випадку все відбувалося значно швидше. За годину інтенсивні зливи приносили від 20 до 60 мм опадів. Сумарно за період негоди в гірському масиві Севенна випало до 600 мм опадів, у горах Корсики - до 936 мм. Добові суми досягали в Альпах 245 мм, в Піренеях – 107 мм. Зливи такої інтенсивності випадають лише в тропіках в період високої активності мусону. За даними французьких метеорологів, подібна вологісна аномалія буває раз в 5 -7 років.

Від повеней потерпають й країни Латинської Америки. Зокрема, в період дощів відбуваються колосальні розливи в басейні р. Амазонка.

Катастрофічні повені в цьому регіоні спостерігалися як влітку 2010 року, так і взимку 2011 р. У червні 2010 р. в результаті повені було повністю зруйновано містечко Бранкін'я в штаті Алагоас на північному сході Бразилії. У місті зруйновані залізнична станція і шляхи, банки, церкви, соціальні установи і практично всі будинки. Жертвами червневої повені в Бразилії стали більше 40 чоловік, приблизно 120 тис. чоловік із зони лиха було евакуйовано.

Одночасно у декількох містах Бразилії в ніч на 12 січня 2011 р. після сильної зливи зійшли потужні грязьові потоки. За добу в регіоні випало до 800мм опадів, що відповідає їх місячній нормі. Стихія паралізувала всі основні автомобільні дороги в гірській частині штату, а також федеральну трасу, що зв'язує Ріо-де-Жанейро з внутрішніми районами країни.

Сильні дощі спровокували обвали. Один з них накryw містечко Тересополіс, внаслідок чого близько 50 людей опинилися під шаром грязі і каменів. Від повеней і спричинених ними обвалів в гірських районах Ріо-де-Жанейро загинула 691 людина, більше 13 тисяч лишилися притулку. Цей природний катаклізм вже став найбільшим стихійним лихом в історії Бразилії, перевищивши за числом жертв повінь 1967 року в місті Карагуататуба на узбережжі штату Сан-Пауло – тоді загинуло 463 людини.

Взимку 2010-2011 років від повеней постраждали також Австралія і Шрі-Ланка. Сильні повені в Австралії мали місце ще наприкінці 2010 року. Австралійський регіон Гасккойн, розташований на західному узбережжі країни, переживав найсильнішу повінь за останнє півстоліття. Вже під Новий рік ситуація погіршилася і в результаті стихійного лиха була затоплена територія, яка перевищує за розмірами Францію або Німеччину. Руйнівну повінь на північному сході Австралії спричинив тропічний циклон "Таша". Збитки від стихії становлять мільйони австралійських доларів. За попередніми підрахунками економічний збиток від розгулу стихії переви-

щив 6 млрд доларів. У Брісбене через розлив річки затоплені тисячі будинків. У австралійському штаті Квінсленд внаслідок потужної повені щонайменше 11 чоловік загинули і 72 пропали без вісті. Власті штату сподівалися на спад води, проте, нові дощі призвели до погіршення ситуації. Так, наприклад, рівень води в річці Фіцрой, що затопила австралійське місто Рокхемптон, піднявся на 9,2 метра і вона розлилася на тисячі квадратних кілометрів. Крім того, безперервні зливові дощі спричинили найсильнішу за останні 150 років повінь на новозеландському острові Південний. Основний удар стихії припав на райони Марлборо і Кентербері.

Як вже відзначалося вище, катастрофічні паводки та повені може спричиняти проходження мусонів. В якості яскравого прикладу, можна навести катастрофічну повінь, яка спостерігалася в липні – листопаді 2011 року в багатьох країнах південно-східної Азії і визнана найсильнішою за останнє сторіччя.

В середньому сезон літнього мусону в Індокитаї триває з травня по жовтень. В 2011 році його тривалість була на два місяці менше, а інтенсивність – значно більше. Як повідомив Кліматичний центр Метеорологічного агентства Японії, мусон тривав з червня по вересень і на 120 – 180 % перевищив звичайну норму опадів. Ущільнення графіка і посилення активності призвели до повеней в басейнах двох головних річок цієї території – Чао-Прайя і Меконг. Найбільшого збитку завдано Таїланду. Чотиримісячні суми опадів в Чиангмає (Північний Таїланд) становили 921 мм (134 % від норми), в Бангкоку (столиці Таїланду) – 1251 мм (140 % від норми), у В'єнтьяні (столиця Лаосу) – 1641 мм (144 % від норми) і в Пномпені (столиця Камбоджі) – 835 мм (107 % від норми). У першій половині жовтня 2011 року сильні зливи тривали в басейні річки Чао-Прайя. Крім того, зона найбільш сильної конвекції була зміщена на 10 – 20 ° широти на північ. Тобто найбільш сильні дощі випадали у верхній і середній частинах водозбору річки. Потім вода у величезній кількості стікала вниз за течією (рис.8.1).

Найбільш критична ситуація склалася в столиці Таїланду – Бангкоку. З моменту початку затоплення евакуація жителів була проведена в 8 з 50 міських районів. Стихія паралізувала північні і центральні провінції в кінці липня. За декілька місяців затопленими виявилися сотні промислових підприємств і понад мільйон гектарів рисових полів. Від повені постраждали більше 3 мільйонів чоловік. Приблизно 150 тисяч жителів країни лишилися без притулку. За словами експертів Центру по боротьбі з повінню, в середині жовтня з півночі над столицею Таїланду «нависало» 16 мільярдів кубометрів води. В результаті повені, що пройшла в липні – жовтні з півночі на південь, в країні загинули більше 500 чоловік. Стихійне лихо завдало Таїланду гігантського економічного збитку, знищивши більше мільйона гектарів посівів рису і зупинивши безліч заводів.

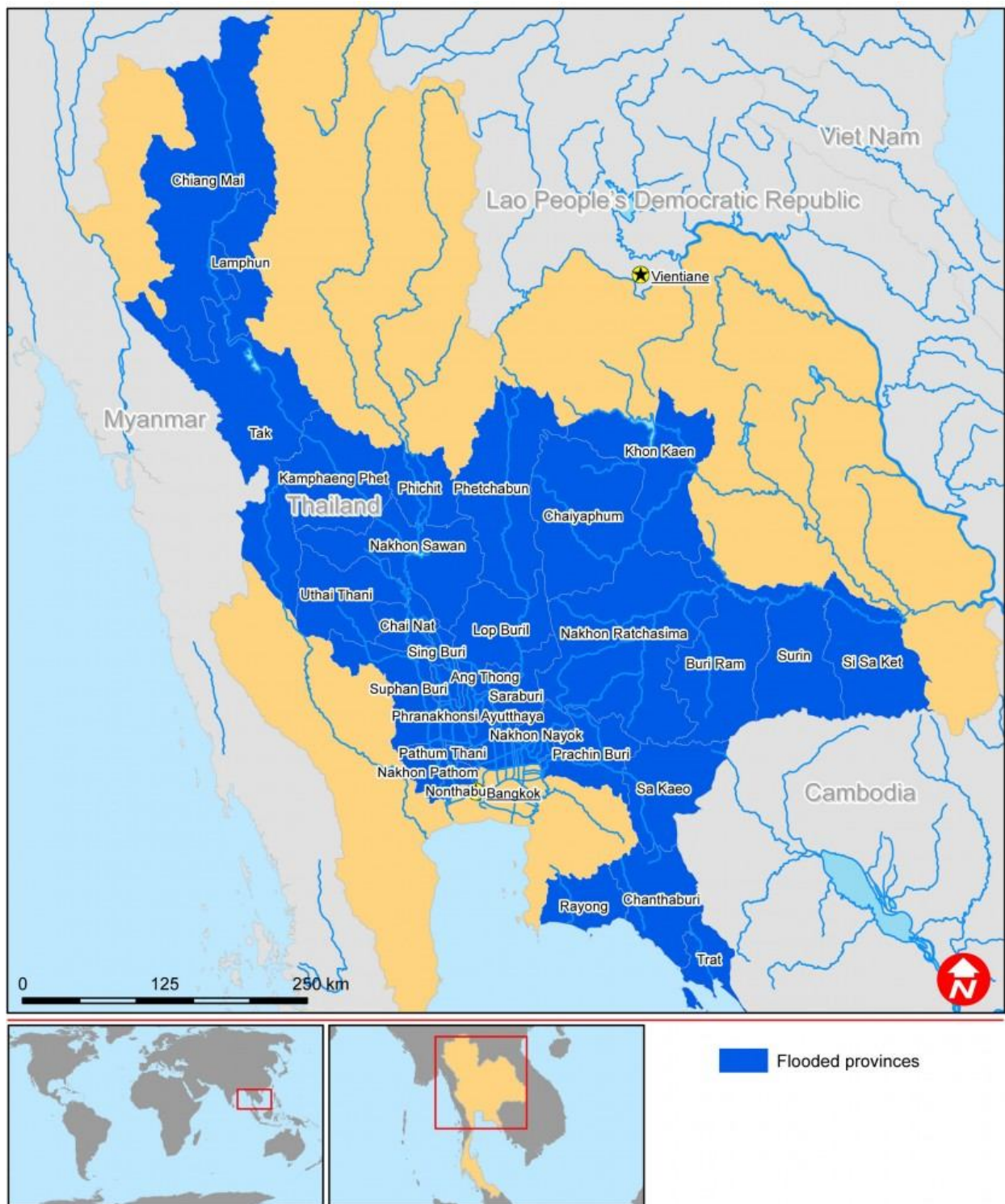


Рисунок 8.1 – Зони затоплення під час катастрофічної повені 2011 року у країнах південно-східної Азії.

Однак, точний розрахунок тайських гідрологів дозволив прем'єр – міністрові країни підтримати населення оптимістичною заявою, згідно з якою «місто не буде повністю затоплено, і в перший тиждень листопада ситуація з повинню почне поліпшуватися». Бангкок вистояв, а річка, навпаки, «відступила». Інженерні бригади спрацювали на випередження, відвівши частину води з північних районів Таїланду по каналах на схід і на захід від мегаполіса. Гідротехнічні споруди в основному витримали пік паводка, що співпав у часі з максимумом припливу в Сіамській затоці. Греблі не витримали навантаження лише в трьох місцях на східному березі річки Чао-Прая. Вода затопила декілька крупних вулиць в центрі міста. Рівень води в деяких районах досягав 2-х метрів.

Поширені паводки на річках Сибіру і Далекого Сходу Росії. Щорічно, а інколи й по декілька разів на рік відбуваються повені на р. Амур і її притоках - Зеї, Буреї, Усурі і Шилці. Мусонні дощі в цьому регіоні нерідко супроводжуються ураганами.

Р.А.Нежиховський в одній з монографій проаналізував розподіл по території колишнього СРСР водопіль і паводків рідкісної ймовірності перевищення (від 1 до 5 %) і для наочності представив їх у вигляді карти (рис.8.2).

Якщо розглянути територію України, то впродовж XX сторіччя та початку XXI наша країна також неодноразово потерпала від наслідків повеней різного походження. За даними Українського Гідрометцентру, до катастрофічних можна віднести такі:

- **1911 рік (8 – 9 липня)** - в басейнах річок Дністер, Прут і Сірет від зливових дощів сформувалися паводки, які на ділянці р.Прут нижче впадіння р.Черемош і на передгірних ділянках р.Сірет були найбільшими за весь період наявних спостережень.

- **1927 рік (30-31 серпня)** - паводок в басейнах річок Дністер і Прут призвів до підтоплення 10 міст і багатьох сіл, зруйновані дороги, мости й інше.

- **1931 рік** - надзвичайно високе весняне водопілля в басейні річки Дністер. Його рівні перевищили всі раніше відомі водопілля і паводки, починаючи з XVIII століття. Завдано великих збитків населенню.

- **1941 рік (1-2 вересня)** - надзвичайний паводок в басейні річки Дністер призвів до значних руйнувань.

- **1947 рік (кінець грудня)** - сильне потепління й інтенсивні дощі зумовили формування катастрофічного паводку в Закарпатті. Паводком завдано значної шкоди населенню сіл і міст. Зруйновано більше 35 залізничних мостів, розмиті захисні греблі в містах Вилок, Хуст.

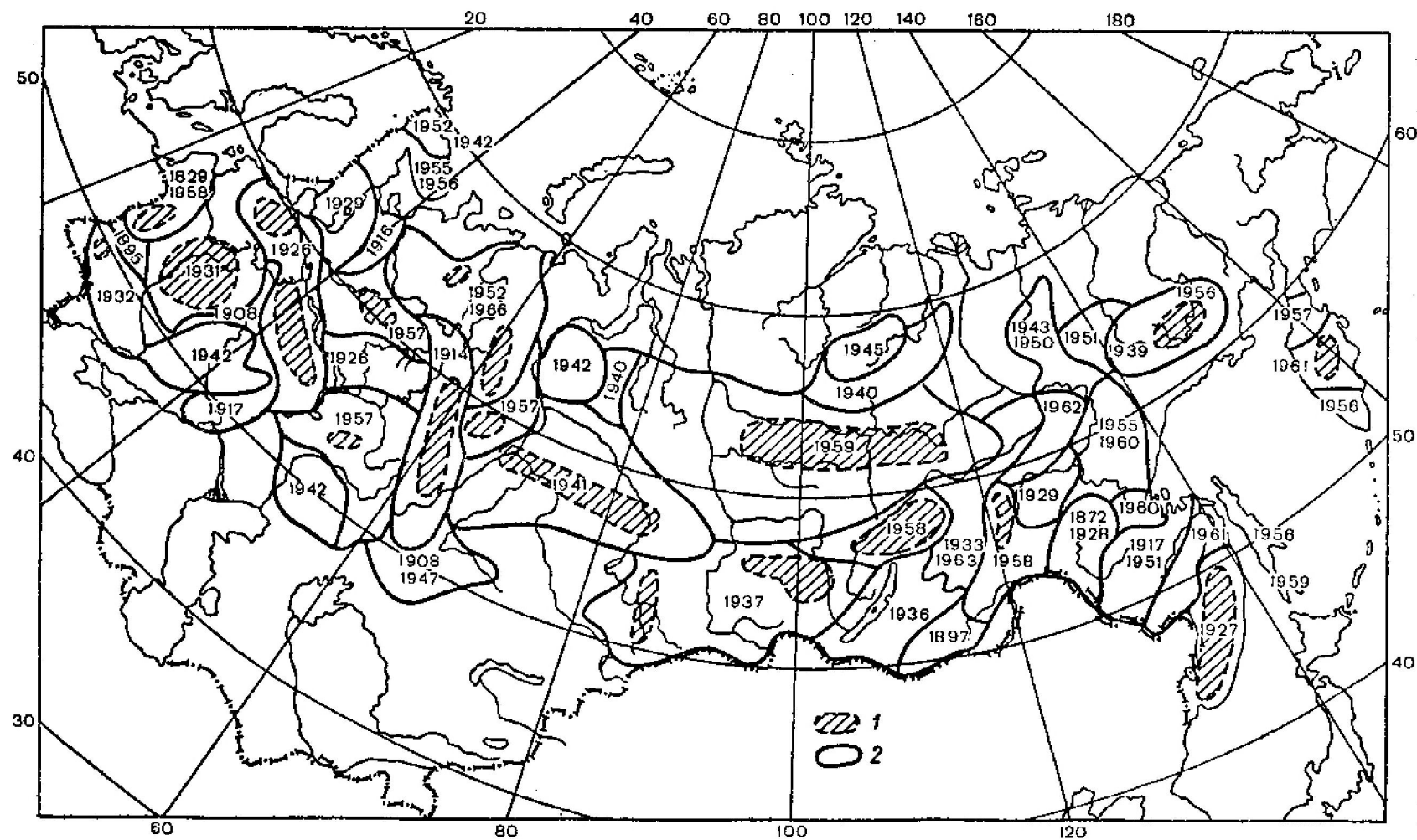


Рисунок 8.2 – Розповсюдження визначних водопіль і паводків на річках колишнього СРСР:

- 1- рік з забезпеченістю максимальних витрат води $P \approx 1\%$;
- 2- роки із забезпеченістю максимальних витрат води $P \approx 1-5\%$.

- **1957 рік (12-13 червня)** - в Передкарпатті катастрофічна за наслідками злива зумовила формування паводка, наслідком якого став величезний матеріальний збиток: розмито залізничне полотно, затоплені села, знесені господарські споруди, на великих площах пошкоджені і знищені посіви сільськогосподарських культур.

- **1970 рік** - весняне водопілля, великий підйом рівня води і затоплення територій спостерігалися в басейні річки Дніпро, у тому числі на притоках Десна й Прип'ять. Завдано істотних збитків населенню і господарствам Київської, Чернігівської, Житомирської, Рівненської та Сумської областей.

- **1980 рік (липень)** - катастрофічний паводок сформувався значними опадами в басейні річок Закарпаття, а саме: Дністра, Прута, Сирета. Завдані колосальні збитки населенню і народному господарству цих районів.

- **1998 рік (3-5 листопада)** - катастрофічний паводок в Закарпатті, внаслідок якого підтоплено більше 40 тисяч будинків, приблизно 2 тисячі зруйновано повністю. Зруйновані і пошкоджені водозахисні греблі, автомобільні дороги, мости, залізниця.

- **2001 рік (4-9 березня)** - катастрофічний паводок на території Закарпатської області. За три дні випало понад дві місячні норми опадів, рівні води на деяких річках перевищили на 1,5 – 2 м рівні паводка 1998р. Паводок спричинив величезні руйнування, загинуло 9 людей.

- **2008 рік (22-27 липня)** - катастрофічний паводок в шести західних областях України, підтоплено 20 тисяч будинків, 2020 км доріг, 7 тис.га сільгоспугідь, постраждали сотні мостів, загинуло 13 людей.

На рис.8.3 представлено розподіл території України катастрофічних паводків і водопіль. Аналізуючи розподіл цих явищ по території нашої країни, можна бачити, що природно, найбільша кількість руйнівних паводків припадає на найбільш паводконебезпечний район – Українські Карпати. Отже катастрофічні паводки в Карпатах є характерною рисою гідрологічного режиму річок цієї території. Вони повторюються майже через кожні 10 – 15 років і затоплюють значні території, завдаючи природі і народному господарству та населенню величезних втрат.

Стосовно рівнинної території України, то тут можуть спостерігатися визначні та катастрофічні водопілля. Ці явища не такі часті, як паводки (за ХХ сторіччя таких водопіль тільки два – в 1931 та 1970 роках), але вони охоплюють величезні території і можуть також призводити до суттєвих втрат як у народному господарстві, так і, на жаль, до людських.

У сучасному електронному атласі, підготовленому Інститутом географії НАН України (Атлас України, 1999-2000, електронний ресурс), наводиться карта розподілу небезпечних гідрологічних явищ, які спостерігалися внаслідок проходження максимальних рівнів та витрат води на річках України (рис.8.4). Як видно з цієї карти, паводки на річках України також можуть перевищувати водопілля в Карпатах, на півдні та в Криму.

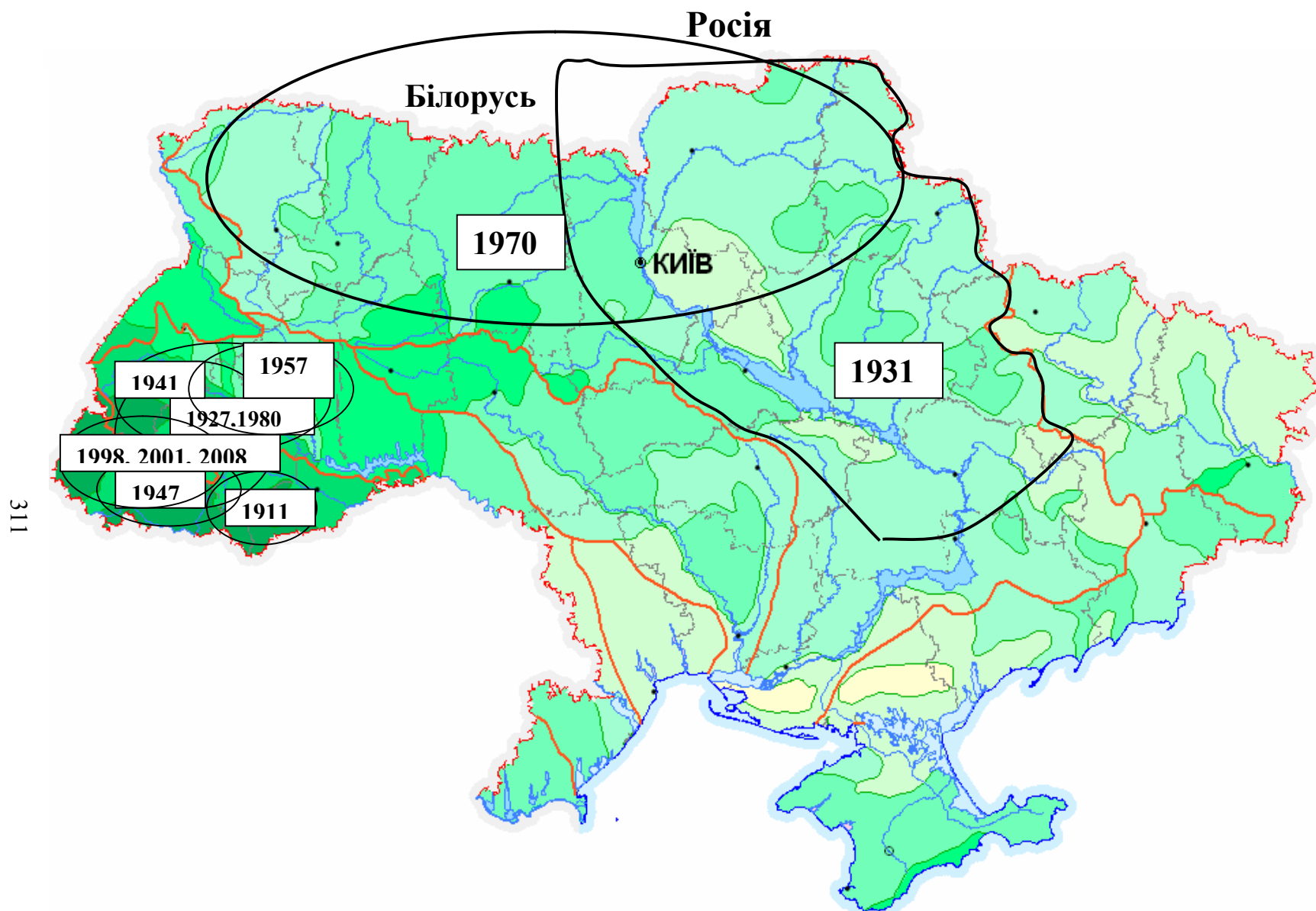
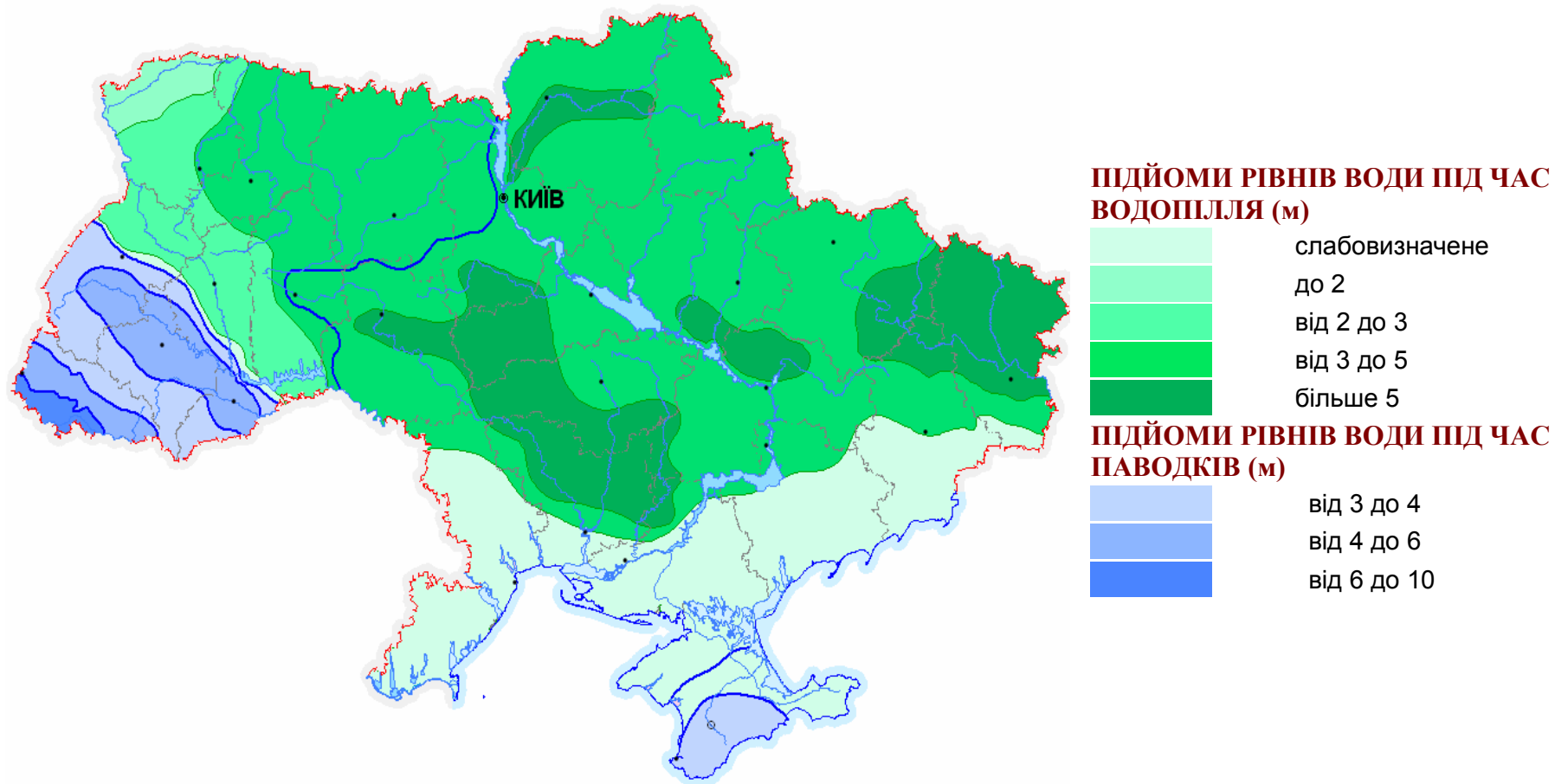


Рисунок 8.3 – Розподіл територією України катастрофічних паводків і водопіль.



ПІДЙОМИ РІВНІВ ВОДИ ПРИ ПАВОДКАХ ТА ВОДОПІЛЛЯХ

- зона найбільшої небезпеки від дощових та тало-дощових паводків
- 3 найбільші зафіксовані підйоми рівнів води при паводках порівняно з межевними позначками
- 2 найбільші зафіксовані підйоми рівнів води при водопіллі порівняно з межевними позначками

Рисунок 8.4 – Максимальний стік на річках України

Класифікація паводків за генетичними ознаками (за А.М.Бефані).

Паводковий процес - це складне гідрологічне явище, яке поки-що вивчене недостатньо, не дивлячись на величезне практичне значення розрахунку і прогнозу паводків. Багато років вивченню цієї проблеми присвятив видатний вчений-гідролог А.М.Бефані. На його думку, найважливішою рисою паводкового процесу є його регіональна зумовленість. Різноманіття кліматичних, ґрунтово - геологічних, геоморфологічних й інших природних умов на поверхні землі приводить до своєрідності процесів формування і розвитку паводкового стоку в різних кліматичних зонах, областях і районах планети.

Існують відмінності в самих процесах формування паводків і в генезисі максимального стоку на різних територіях. Мова йде про відмінності у самій суті генезису стоку, тобто не тільки про кількісні, але й про якісні.

Оскільки в різних зонах і районах процеси генезису стоку неоднакові, різняться й форми математичного відображення цих процесів, розрахункових формул, методів визначення характеристик паводків. Паводки різних районів можуть відрізнятися один від одного не тільки числовим значенням параметрів стоку, але й складом діючих чинників, математичними моделями стоку і способами їх реалізації.

Тому само вчення про паводки потребує диференціації. Наукові основи цього вчення і способи їх практичної реалізації повинні розглядатися окремо, наприклад, для паводків зони багаторічної мерзлоти, помірних широт і тропічних регіонів. Низка процесів формування річкових паводків, таких як руслове добігання, русло - заплавний водообмін і тому подібне, мають загальний характер, але такого роду процеси завжди переплетені з регіональними, які зумовлені більшою мірою особливостями підстильної поверхні.

Різноманітні поєднання кліматичних, геоморфологічних, геолого - ґрунтових й інших факторів створюють цілу низку якісно, тобто генетично різних видів паводкового стоку.

1. ***Поверхневий стік***, який виникає за рахунок поверхневого водоутворення, тобто надлишку інтенсивності дощу над поверхневими втратами, згідно своїй генезі іменований зливовим. Має три форми:

- стік розчленованих рівнин;
- зарегульований стік плоских рівнин, що мають велику кількість слабкопроточних схилових депресій;
- поверхневий стік гірських схилів, зарегульований в прируслових делювіально-алювіальних відкладах.

2. ***Ґрунтовий стік рівнин***. Утворюється внаслідок неоднорідності ґрунтового профілю – більш високої проникності ґрунту в порівнянні з материнською породою, що пов'язано з наявністю макропор головним чином біологічного походження (ходи коріння, що зітліли, черворіони і тому по-

дібне). Відносним водоупором в цьому випадку є або материнська порода, або ілювіальний горизонт ґрунту.

3. **Підпертий поверхневий стік** підтоплюваних низовин. Виникає на територіях з неглибоким заляганням ґрунтових вод, які за рясних опадів піднімаються до поверхні.

4. **Підпертий ґрунтовий стік рівнин**. Утворюється при підтопленні пухких ґрунтових горизонтів. Він гідравлічно зв'язаний з водами постійно діючих горизонтів, а також з підпертим поверхневим стоком при виникненні останнього.

5. **Поверхнево-ґрунтовий стік болотних вод**.

6. **Приповерхневий або так званий контактний стік з гірських схилів**. Виникає в поверхневому пухкому шарі ґрунту при контакті з підстильним відносним водоупором - скелею з поверхневою або рідкісною тріщинуватістю, каолінізованою уламковою породою й ін.

7. **Підпертий поверхневий стік з гірських схилів**. Утворюється місцями після насичення пухких відкладів. Гідравлічно пов'язаний з контактним.

Перераховані основні види стоку відрізняються один від одного умовами виникнення і розвитку, режимом зволоження ґрунту, характером процесів, що формують паводок. Зрозуміло, розрахункові залежності, що визначають шар паводкового стоку, максимальну витрату води, гідрограф стоку для кожного виду стоку повинні бути індивідуальними як за складом чинників, що враховуються, так і за функціональним виразом вказаних залежностей. Розподіл різних видів паводкового стоку по території колишнього СРСР, за класифікацією А.М.Бефані, представлено на рис.8.5.

Згідно з А.М.Бефані, проблеми аналізу і розрахунку стоку можна ставити тільки як регіональні, тобто кожен генетичний тип стоку має певну географічну область свого розповсюдження. Так, на рівнині із збільшенням сухості клімату ґрунтові води опускаються на велику глибину, і стік існує тільки в поверхневій формі. На плоских рівнинах у вологих районах ґрунтові води наближаються до поверхні ґрунту і виникають умови підпертого стоку з низовин (зазвичай поверхневого, але на болотах і в лісах він супроводжується ґрунтовим). У перехідній зоні помірно - вологого клімату на одних ділянках (височинах) існує поверхневий, а на інших (низовини) - підпертий стік і тому подібне. При складному поєднанні природних чинників на одному і тому ж водозборі, навіть схилі, можуть одночасно (або послідовно) виникати різні типи паводків. Області розповсюдження різних генетичних типів стоку частково накладаються одна на одну. В результаті утворюються як області з генетично однорідними, так і області зі змішаними типами паводків.

Паводкову область або **макрорегіон** А.М.Бефані визначив, як територію, на якій схиловий стік утворюється одними й тими ж його видами

при вираженій перевазі якої-небудь однієї складової або двох приблизно рівноцінних. Таке визначення необхідне, оскільки пік стоку за часом зазвичай відповідає максимуму найбільша складової, решта додається з урахуванням синхронності відповідних окремих гідрографів, тому переважання тієї або іншої складової змішаного стоку визначає можливості його моделювання. Паводкову область можна визначити і як територію, в межах якої використовується єдина математична модель паводків. На рис.8.6 зображена схематична карта областей паводкового стоку планети. Виділені такі області (А.М.Бефані):

Область 1 - розчленовані рівнини з незарегульованим поверхневим (зливовим) стоком.

Область 2 - плоскі рівнини з поверхневим стоком, зарегульованим в схилових депресіях (блюдцях, подах, лиманах і тому подібне).

Область 3 - сухі райони з повністю зарегульованим локальним стоком (до подів, больсонів¹ і тому подібне).

Область 4 - рівнинні зони високих ґрунтових вод з підпертим поверхневим стоком.

Область 5 - поля зрошування рису.

Область 6 - передгір'я і височини. Поверхневий стік з шлейфом дренажного.

Область 7 - рівнини із змішаним поверхневим і підпертим стоком (з переважанням підпертого).

Область 8 - озерні регіони з поверхнево-підпертим зарегульованим стоком.

Область 9 - рівнини із змішаним поверхневим і підпертим стоком (з переважанням поверхневого).

Область 10 - рівнинна тундра.

Область 11 - лісисті гори помірного і тропічного поясів: три області з переважанням контактно-поверхневого (А), контактно-підпертого (В) і контактного (С) стоку. Залісений нижній пояс гір.

Область 12 - гірські країни з сухим кліматом (контактний і контактно-поверхневий стік у поєднанні з селевим). Нижній пояс гір - безлісий.

Область 13 - гірська тундра.

Область 14 - плато зі складною генезою стоку (підпертий гірський і рівнинний, поверхневий гірський і рівнинний, місцями контактний і болотний).

¹ **Больсон** (ісп. bolsón, буквально — мішок), западини тектоніко-денудаційного походження між хребтами і масивами на південному заході Північної Америки, головним чином в міжгірських пустелях. Після дощів в них нерідко утворюються тимчасові озера. У багатьох больсонах є запаси ґрунтових вод, перспективні для штучного зрошування.

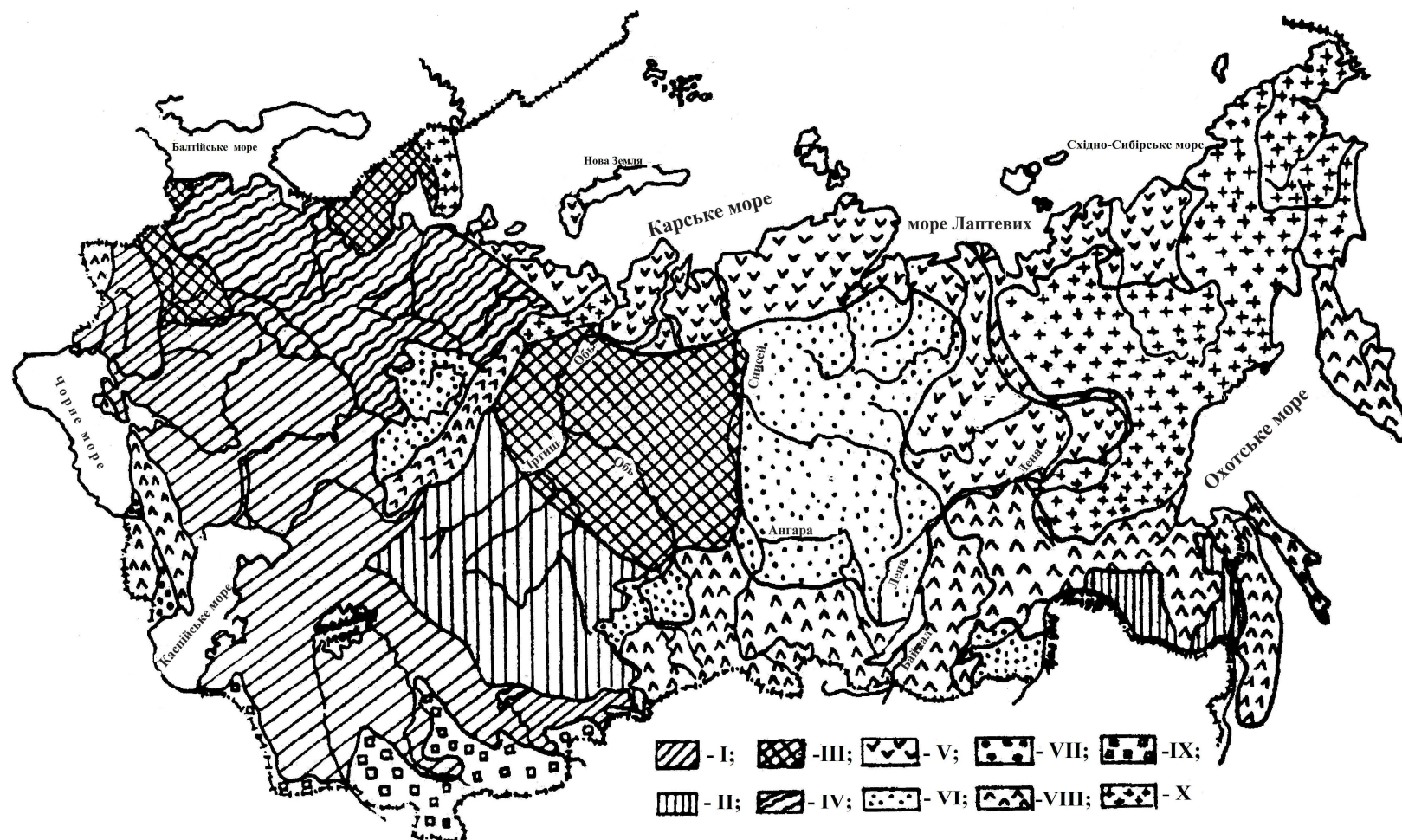


Рисунок 8.5 - Області паводкового стоку (за А.М.Бефані): 1- поверхневий або зливовий; 2 - підпертий поверхневий; 3 - внутрішньогрунтовий стік рівнин; 4 - підпертий внутрішньогрунтовий стік рівнин; 5 - поверхнево-грунтовий стік болотних вод; 6 - стік тундрових вод; 7 - приповерхневий або контактний стік з гірських схилів; 8 - підпертий поверхневий стік гірських схилів; 9 - селевий стік з крутих відкритих гірських водозборів; 10 - змішаний гірсько-тундровий.

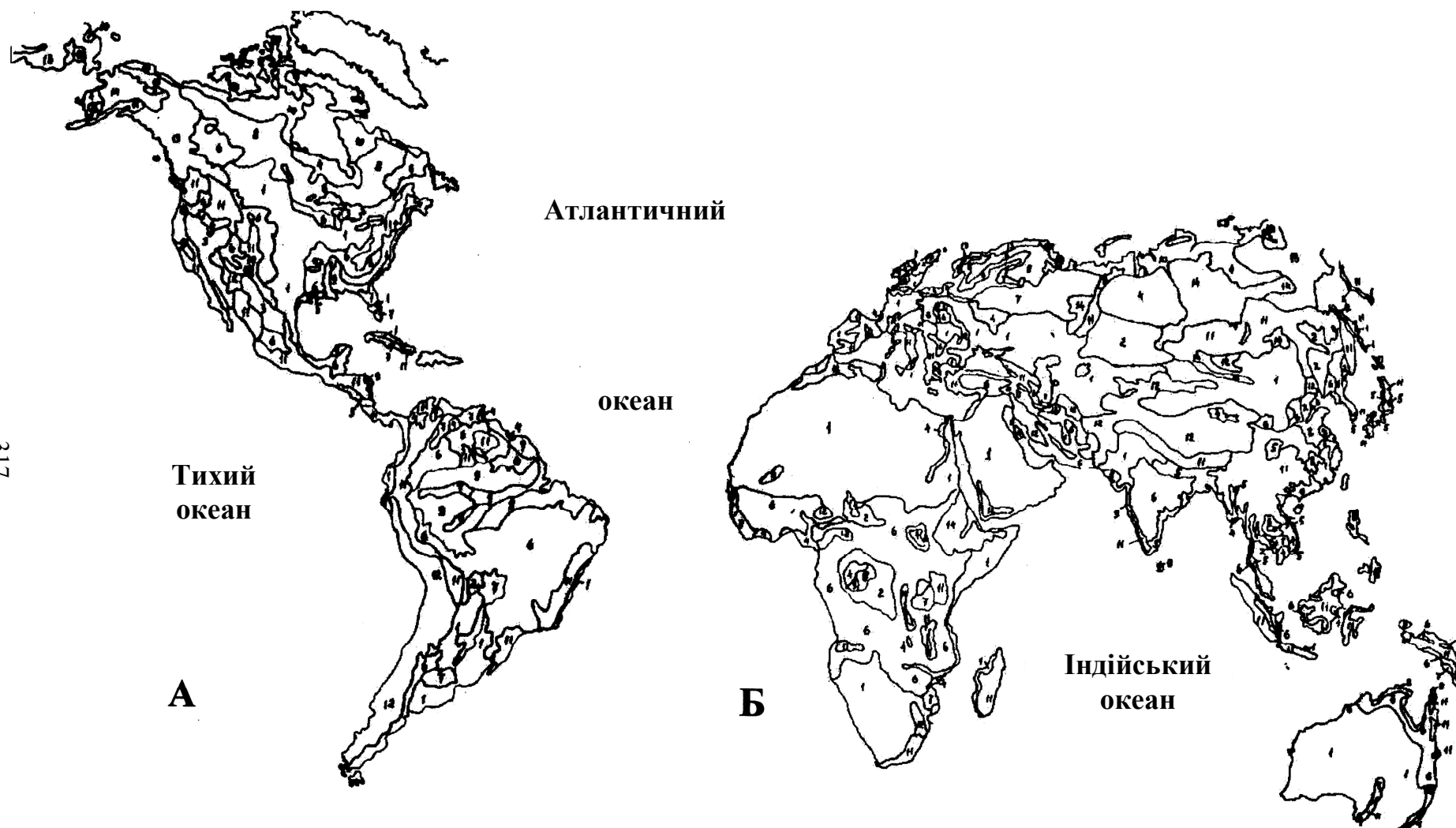


Рисунок 8.6 – Макрорегіони паводкового стоку: А - Західна півкуля, Б – Східна півкуля; макрорегіони позначені номерами генетичних типів паводків у відповідності з текстом.

8.2 Максимальний стік річок та методи його розрахунку

Максимальний стік на річках пов'язаний з багатоводними фазами їх гідрологічного режиму, тобто спостерігається під час весняного водопілля і дощових паводків. Схематично формування стоку можна представити у вигляді двооператорної системи «атмосферні опади – схиловий приплив – русловий стік» (рис.8.8).

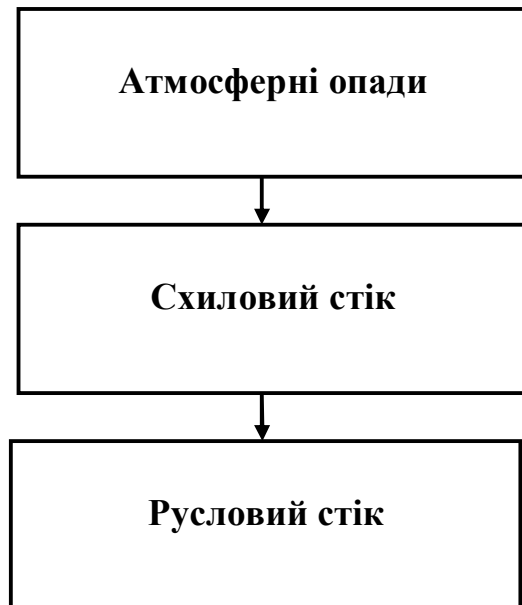


Рисунок 8.8 - Принципова схема формування річкового стоку

Весняне водопілля на території України обумовлене таненням сезонних снігів, тоді як паводки формуються під впливом дощових опадів. Загальною умовою формування і весняних водопілля, і дощових паводків є нерівність $a_t > i_t$, де a_t - інтенсивність водовіддачі снігу (в період весняного водопілля) або дощових опадів (під час дощових паводків), i_t - інтенсивність поглинання опадів (водовіддачі з снігу) підстильною поверхнею. Процеси сніготанення супроводжуються тимчасовою затримкою талих вод у сніговому покриві, причому її величина залежить від щільності і вологості снігу. Інтенсивність поглинання дощових опадів визначається головним чином пористістю ґрунтів і їх вологістю. Крім загальних рис у формуванні схилового стоку на поверхні водо-

зборів існують і суттєві відмінності. Зокрема, поглинання талих вод багато в чому залежить від промерзання ґрунтів. Дощові опади, перш ніж надходять на підстильну поверхню, затримуються різними ярусами рослинності (деревинною, трав'яною).

Дослідження різних авторів свідчать про те, що це перехоплення в процесах формування визначних паводків суттєвої ролі не відіграє. Фізично сутність перехоплення полягає в тому, що перші порції дощових опадів майже повністю затримуються на листях рослин у вигляді окремих крапель або тонкої плівки. Значна частина водяного пилу, що утворюється при ударах крапель об листя, випаровується і таким чином не досягає поверхні водозборів. Після повного змочування рослинного покриву кількість дощових опадів, що надходять до поверхні схилів, фактично дорівнює величині опадів, за виключенням випаровування з поверхні рослин. В процесах перехоплення значне місце займає вітер. З одного боку, під

впливом вітру зменшується об'єм перехопленої вологи, а з іншого, збільшується інтенсивність випаровування. Щодо випаровування з поверхні змоченого листа, то слід зауважити, що воно є значно меншим, ніж випаровування при ясній погоді. Це головним чином пов'язано зі значно більшою відносною зволоженістю повітря під час випадіння дощів.

Рослинний покрив багато в чому залежить від виду самих рослин. Зокрема, деякі рослини перехоплюють опади лише у вигляді тонкої плівки, тоді як інші утримують вологу у вигляді крапель. Сезонні коливання перехоплення визначаються головним чином зміною площі листяного покриву.

І все ж при розгляді випадків формування дощових паводків рідкісної ймовірності перевищення втрати опадів на перехоплення усіма ярусами рослинного покриву можна не враховувати.

Але стокоутворення на схилах залежить, крім перехоплення частки опадів, ще й від акумуляції у депресіях, що мають місце у великій кількості на схилах, особливо в умовах їх господарського використання. Таким чином, схиловий стік виникає лише тоді, коли до повної ємності заповнюються численні депресії. Після закінчення дощу накопичена в них вода витрачається на випаровування та інфільтрацію. Ємність поверхневого затримання пропорційна нахилу схилів, причому чим він більший, тим затримання менше.

Оранка поверхні водозборів сприяє руйнуванню природно утворених депресій, але в той же час, внаслідок відвалу ґрунту, утворюються нові ємності для поверхневої акумуляції опадів.

Залежно від співвідношення між інтенсивністю надходження води на поверхню басейнів річок і їх втратою на інфільтрацію і затримку у мікропониженнях рельєфу, схиловий стік поділяється (за генезисом) на поверхневий і підповерхневий. У свою чергу кожна з цих різновидностей схилового стікання поділяється на два підтипи:

1. У поверхневому стіканні розрізняють: зливовий і стік підпертих рівнин.
2. У підповерхневому стіканні схилових вод розрізняють: контактний і ґрунтовий.

8.3 Поверхневий зливовий стік

Необхідною і достатньою умовою його існування є нерівність: $a_t > i_t$. Різниця між ними називається інтенсивністю стокоутворення h_t , тобто

$$h_t = a_t - i_t. \quad (8.1)$$

Модель поверхневого зливогого стоку можна представити у вигляді лінійного профілю схилу з глибоким розташуванням водоупору (рис.8.2).

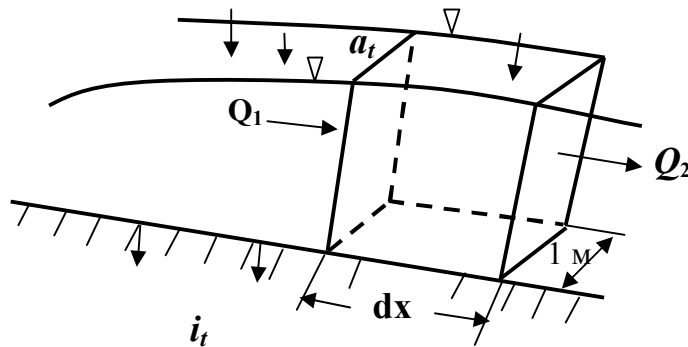


Рисунок 8.2 Елементарна ділянка схилу при $a_t > i_t$

Розглянемо баланс у схиловому потоці на ділянці довжиною dx і шириною 1 м. За розрахунковий проміжок часу dt :

- у прихідній частині об'єм стоку W_n буде дорівнювати

$$W_n = Q_1 dt + h_t dx dt ; \quad (8.2)$$

- у витратній відповідно

$$Q_2 dt = \left(Q_1 + \frac{\partial Q}{\partial x} dx \right) dt . \quad (8.3)$$

При складанні балансу за час dt необхідно взяти до уваги й те, що у межах ділянки dx відбувається регулювання стоку об'ємом dW

$$dW = \frac{\partial \omega}{\partial t} dt dx . \quad (8.4)$$

Беручи до уваги (8.2) – (8.4), балансове рівняння набуде вигляду

$$Q_1 dt + h_t dx dt = \left(Q_1 + \frac{\partial Q}{\partial x} dx \right) dt + \frac{\partial \omega}{\partial t} dt dx . \quad (8.5)$$

Після деяких простих перетворень

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = h_t. \quad (8.6)$$

Очевидно, що в (8.6) бічний приплив h_t витрачається на зміни витрат води Q по довжині схилу і площі поперечного перерізу ω - у часі. Відзначимо, що рівняння (8.6) поширюється лише на фазу стокоутворення. Якщо ж за деякий проміжок часу $a_t < i_t$ або після припинення дощу, то (8.6) необхідно записати в дещо іншій редакції, а саме:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = -i_t. \quad (8.7)$$

У праву частину входить інтенсивність інфільтрації в ґрунт, але на відміну від фази стокоутворення процес вбирання відбувається не на усій площі, а лише на затопленій її частині $\lambda_t < 1.0$.

Приступаючи до розв'язання диференціального рівняння (8.6), доцільно його дещо спростити. Зокрема, із гідравліки і гідрометрії відомо, що

$$Q = \omega \cdot V, \quad (8.8)$$

де V - швидкість потоку, яка за Шезі, описується рівнянням

$$V = c_0 \sqrt{RI}, \quad (8.9)$$

c_0 - швидкісний коефіцієнт, що залежить від шорсткості схилів;

R - гідравлічний радіус потоку;

I - ухил схилів.

Якщо умовно розглядати R , як рівномірно розподілений по поверхні схилу шар стоку y , то при лінійному профілі схилу можна (8.9) записати в редакції

$$V = cy^n, \quad (8.10)$$

де c - схиловий параметр, причому

$$c = c_0 \sqrt{I}. \quad (8.11)$$

З іншого боку, площа живого перерізу ω при $b=1.0$ м буде дорівнювати

$$\omega = y \cdot b = y. \quad (8.12)$$

З урахуванням (8.10) і (8.12)

$$Q = cy^{n+1}. \quad (8.13)$$

Тепер (8.12) і (8.13) підставимо у диференціальне рівняння (8.6), припустивши, що $h_t = h$

$$c(n+1)y^n \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} = h. \quad (8.14)$$

Інтегрування диференціального рівняння у часткових похідних вигляду (8.14) здійснюється за допомогою системи

$$\frac{dx}{c(n+1)y^n} = \frac{dt}{1} = \frac{dy}{h}. \quad (8.15)$$

Для характеристики поздовжнього профілю схилового потоку розглянемо перше і третє співвідношення, а також друге і третє, тобто

$$\frac{dx}{c(n+1)y^n} = \frac{dy}{h} \quad \text{і} \quad \frac{dt}{1} = \frac{dy}{h}. \quad (8.16)$$

З першого співвідношення

$$y = \left(\frac{hx}{c} \right)^{\frac{1}{n+1}} + C_1; \quad (8.17)$$

з другого

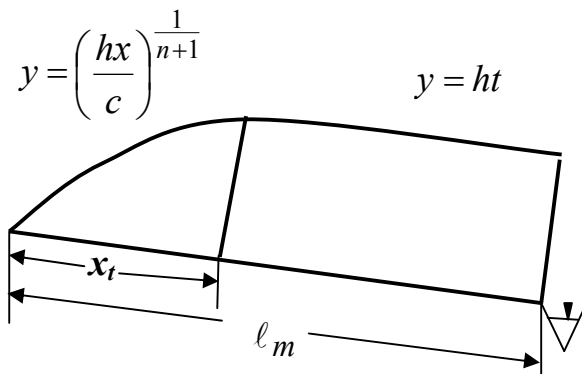
$$y = ht + C_2. \quad (8.18)$$

Для визначення постійних інтегрування C_1 і C_2 запишемо початкові і граничні умови: $t = 0$; $y = 0$ і $x = 0$; $y = 0$. Підставляючи їх у (8.17) і (8.18), отримаємо: $C_1 = 0$ і $C_2 = 0$. Таким чином, поздовжній профіль поверхневого схилового стоку у фазі стокоутворення одночасно описується двома рівняннями: сталого (у верхній частині схилу) і несталого (на ділянці $\ell_m - x_t$, де ℓ_m - довжина схилу, x_t - положення роздільного перерізу),

$$y = \left(\frac{hx}{c} \right)^{\frac{1}{n+1}} \quad (8.19)$$

$$y = ht. \quad (8.20)$$

Схематично поздовжній профіль схилового потоку ілюструється рис.8.3.



З часом, якщо дощ буде тривати протягом $T > t_{cx}$, де t_{cx} - тривалість схилового добігання роздільного перерізу до підшови схилу, поздовжній профіль набуде вигляду, представленого на рис.8.4.

Зауважимо, що на кінець стокоутворення величина S_T буде дорівнювати

$$S_T = hT. \quad (8.21)$$

Рисунок 8.3 - Поздовжній профіль поверхневого схилового потоку (за умови, що $\ell_m > x_t$)

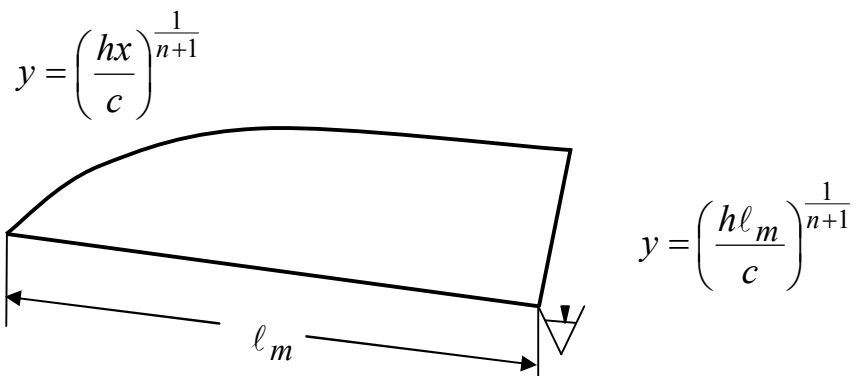


Рисунок 8.4 - Поздовжній профіль поверхневого схилового потоку (за умови, що $\ell_m < x_T$)

Положення роздільного перерізу на схилі можна визначити, виходячи з того, що у перерізі глибина потоку може визначатись як за допомогою (8.19), так і (8.20), тобто в площині перерізу

$$\left(\frac{hx_t}{c}\right)^{\frac{1}{n+1}} = ht. \quad (8.22)$$

Звідки

$$x_t = ch^n t^{n+1}. \quad (8.23)$$

В момент добігання роздільного перерізу до підшови схилу (за умови, що $T > t_{cx}$) $x_t = \ell_m$, а $t = t_{cx}$. Таким чином, спираючись на (8.23)

$$t_{cx} = \left(\frac{\ell_m}{ch^n}\right)^{\frac{1}{n+1}}. \quad (8.24)$$

Максимальні витрати води і модулі стоку, в залежності від співвідношення між T і t_{cx} , будуть становити:

а) при $T < t_{cx}$ (а таким чином, і $x_T < \ell_m$) максимум стоку буде визначатись за рівнянням (8.20)

$$Q_m = \omega_m V = ch^{n+1} T^{n+1} = x_T h, \quad (8.25)$$

де

$$x_T = ch^n T^{n+1}, \quad (8.26)$$

а максимальний модуль

$$q_m = \frac{Q_m}{\ell_m \cdot b} = \beta_T h, \quad (8.27)$$

$\beta_T = \frac{x_T}{\ell_m} < 1,0$ - коефіцієнт повноти поверхневого схилового стоку;

б) при $T > t_{cx}$ (а таким чином, і $x_T > \ell_m$) максимальна витрата води буде визначатись за рівнянням (8.19)

$$Q_m = \omega_m V = h \ell_m, \quad (8.28)$$

а

$$q_m = \frac{Q_m}{\ell_m \cdot b} = h. \quad (8.29)$$

Коефіцієнт повноти схилового стоку $0 \leq \beta_T < 1,0$, як видно з (8.26), буде залежати не лише від T/t_{cx} , але й від динаміки стокоутворення у часі. Зокрема, при $T/t_{cx} = 0$ коефіцієнт $\beta_T = 0$, а при $T/t_{cx} \geq 1,0$ відповідно $\beta_T = 1,0$. Характер цієї залежності ілюструється рис.8.5.

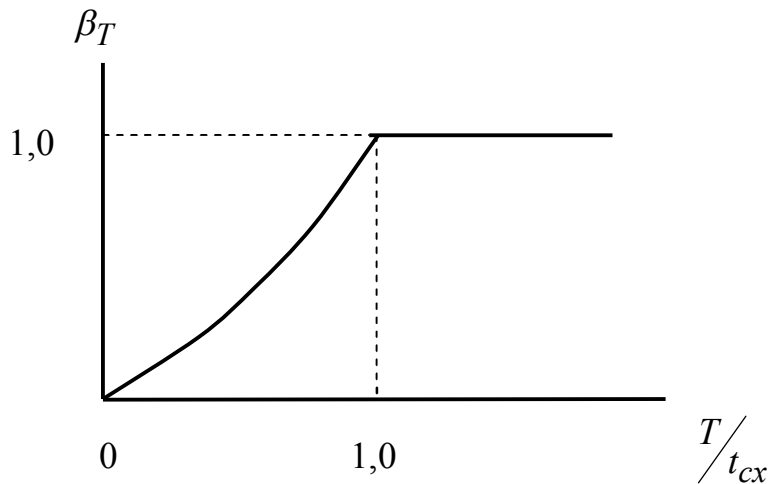


Рисунок 8.5 - Залежність коефіцієнта повноти поверхневого схилового стоку від співвідношення T/t_{cx}

Щоб мати уявлення про гілку підйому схилового гідрографа поверхневого стоку, запишемо рівняння для Q_t , виходячи з (8.20), яке розповсюджується у часі до $t < t_{cx}$, у вигляді

$$Q_t = ch^n t^{n+1}. \quad (8.30)$$

Оскільки $n > 0$, то рівнянню (8.30) буде відповідати профіль гілки підйому у вигляді параболи вигнутої форми. Причому процес формування поверхневого стоку на схилах буде відбуватись за (8.30) від початку стокоутворення ($t_{cm} = 0$) до його закінчення ($t_{cm} = T$) з максимумом в момент припинення стокоутворення. Таким чином, за умови $T < t_{cx}$ в усьому діапазоні t/T крива підйому буде описуватись рівнянням (8.30).

По іншому розвивається процес формування гілки підйому поверхневого стоку на схилах при тривалих дощах, тобто коли $T > t_{cx}$. За таких умов крива підйому стоку до $t = t_{cx}$ буде описуватись рівнянням (8.30). В момент $t = t_{cx}$ витрата води, згідно (8.28), дорівнює Q_m і на цьому рівні,

очевидно, буде залишатись протягом проміжку часу $\Delta t = T - t_{cx}$. Ця фаза відповідає усталеному процесу у формуванні поверхневого схилового стоку з фізичним максимумом при заданій інтенсивності стокоутворення h .

Різною буде динаміка поверхневого схилового стоку й у фазі спаду, тобто після припинення стокоутворення. Описується процес спаду схилового стоку рівнянням (8.7) або

$$c(n+1)y^n \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} = -i_t = -i_0 \lambda_t. \quad (8.31)$$

При інтегруванні (8.31), навіть у частковому спрощеному варіанті, не може розглядатись варіант $i_t = i_0$, де i_0 - усталена величина інфільтрації. Дощ з інтенсивністю $h_t = h$ охоплює усю площу, тоді як поглинання у фазі спаду є змінним процесом у часі, оскільки після припинення стокоутворення поглинання води на схилах буде відбуватись лише у межах затоплених ділянок λ_t . А це - мікрорусла схилових струмків з урахуванням коефіцієнта затоплення території λ_t , який у загальному вигляді можна представити рівнянням

$$\lambda_t = \lambda_0 \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)^m, \quad (8.32)$$

де λ_0 - коефіцієнт початкового затоплення поверхні схилу в момент припинення стокоутворення;

τ - тривалість поглинання схилового водоутворення.

Слід зауважити, що час t на спаді відраховується від моменту припинення стокоутворення. Таким чином, при інтегруванні (8.31) його необхідно записати у вигляді

$$c(n+1)y^n \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} = -i_0 \lambda_0 \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)^m. \quad (8.33)$$

Інтегрування (8.33) є досить складним і тому на його вирішенні зупинятись не будемо. Для бажаючих можна рекомендувати статтю професора Бефані А.М. (1949). Для розуміння процесів, що відбуваються на спаді поверхневого схилового стоку, розглянемо дві можливі в природі умови: $t_{cx} > T$ і $t_{cx} < T$. У першому випадку гілка підйому до моменту $t = T$, очевидно, буде формуватись за (8.30) з $Q_T = Q_m$ при $t = T$. Поздовжній профіль схематично можна представити рис. 8.3. Протягом $(t_{cx} - T)$ спад буде

відбуватись зоною рівномірного руху з глибиною на ділянці $(\ell_m - x_T)$, що дорівнює $y = hT$. Зменшення ординат схилового гідрографа зумовлене лише поглинанням води ґрунтом у межах затопленої зони. Після досягнення роздільним перерізом підшови схилу, як видно з рис. 8.3, розподіл глибин буде нерівномірним, а таким чином спад стоку буде відбуватись більш інтенсивно, ніж у попередній фазі. Відповідний гідрограф схилового стоку ілюструється рис.8.6.

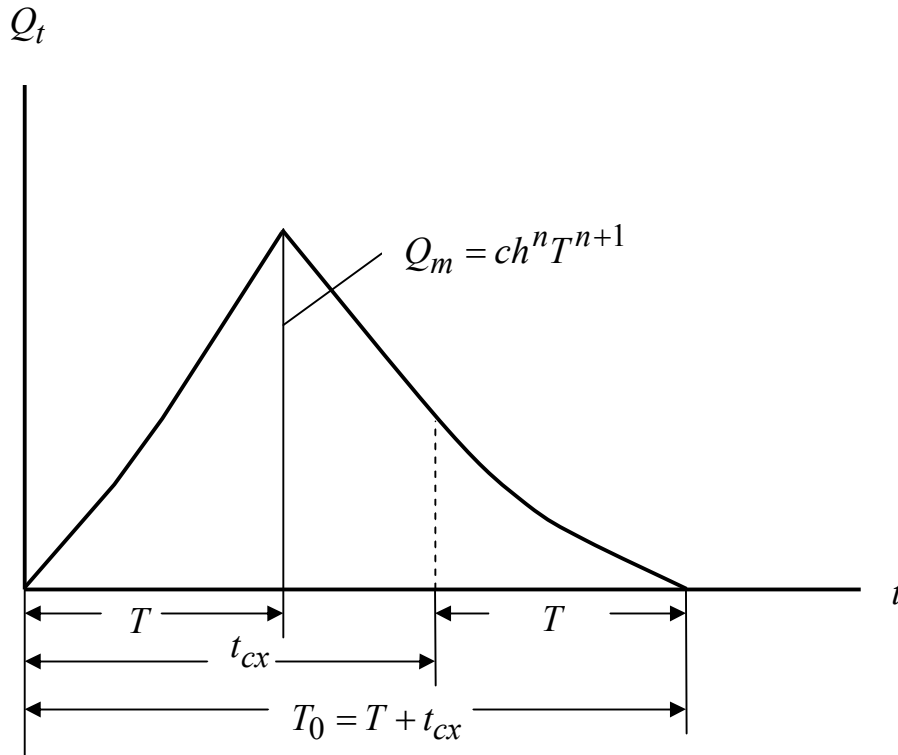


Рисунок 8.6 – Принципова схема формування гідрографа поверхневого схилового стоку за умови $t_{cx} > T$

У природних умовах гідрографи стоку мають більш згладжені гілки підйому й спаду за рахунок різних за часовим ходом інтенсивностей дощів і характеристик підстильної поверхні схилів. За схемою формування схилового стоку при $t_{cx} < T$ (див. рис.8.4) область сталого режиму охоплює всю ділянку довжиною $x_t = \ell_m$, а розподіл глибин описується рівнянням (8.19). У фазі підйому схилового стоку слід розглядати два періоди: до $t < t_{cx}$ і $t > t_{cx}$. Спочатку витрати води будуть описуватись рівнянням (8.30), а в момент $t = t_{cx}$ величина $Q_{t_{cx}} = Q_m$ - рівнянням (8.28), що є для того чи іншого схилу його фізичним максимумом при заданій інтенсивнос-

ті h . Фаза усталеного режиму на рівні $Q_{t>t_{cx}} = Q_m$ буде утримуватись протягом $\Delta t = T - t_{cx}$. Після закінчення стокоутворення розпочнеться доволі швидкий спад схилового стоку, оскільки ця фаза відповідає нерівномірному розподілу глибин на всій довжині схилу (див. рис.8.4). Гідрограф схилового поверхневого стоку ілюструється рис.8.7. На гідрографах стоку, навіть невеликих водотоків, майже ніколи не вдається виявити фази усталеного режиму, що начебто суперечить викладеній вище теорії формування поверхневого стоку. В дійсності ніяких розбіжностей немає. Це пояснюється декількома обставинами:

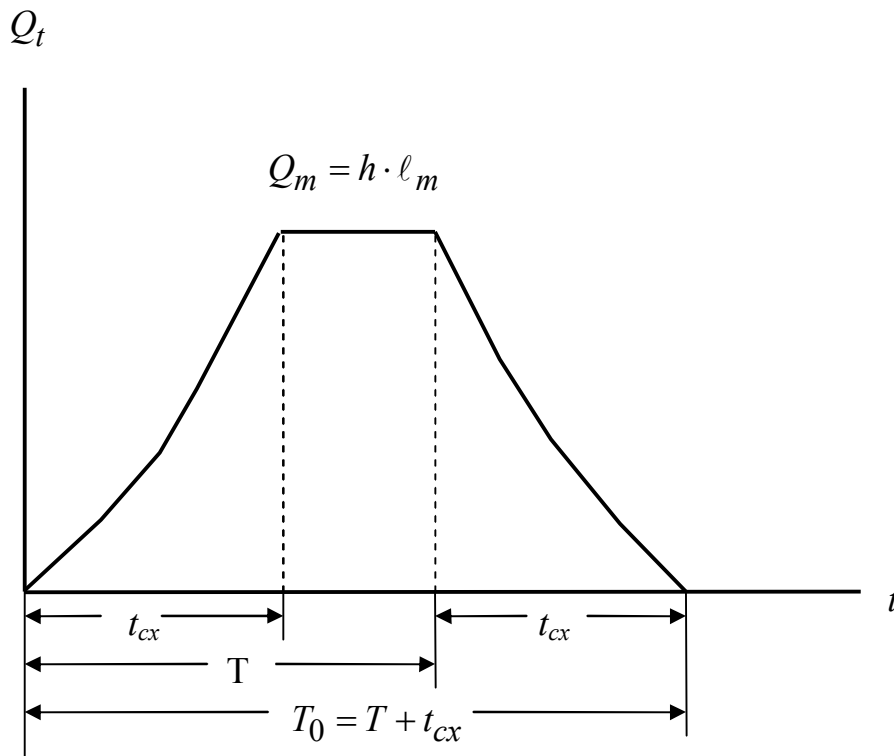


Рисунок 8.7 – Принципова схема формування гідрографа поверхневого схилового стоку за умови $t_{cx} < T$

1) природні дощі, особливо стокоутворюючі, майже ніколи не супроводжуються постійною інтенсивністю опадів у часі і по площі зрошування;

2) не є однорідною також і поверхня схилів водозборів.

Стосовно шару водоутворення за період дощу S_T , то він визначається доволі простим шляхом, бо

$$S_T = \int_0^T h_t dt = \int_0^T a_t dt - \int_0^T i_t dt. \quad (8.34)$$

Перша складова у рівнянні (8.34) є кількість опадів за дощ, а друга – втрати опадів на поглинання ґрунтом за період стокоутворення.

Безпосередньо до руслової мережі доходить менший шар стоку Y_m , аніж S_T , оскільки S_T не враховує втрат схилових вод впродовж фази спаду, тобто

$$Y_m = S_T - R_\tau, \quad (8.35)$$

де R_τ - втрата схилового стокоутворення на поглинання у мікро-струмковій мережі після закінчення дощу. В свою чергу R_τ залежить від генетичного типу ґрунтів на водозборах, їх механічного складу і самої величини S_T .

До областей розповсюдження поверхневого схилового стоку відносяться природні зони степу, а також у значній мірі – лісостепу.

8.4 Поверхневий підпертий схиловий стік

Розглядаючи чисто поверхневий тип схилового стоку, йшлося про те, що єдиною умовою його виникнення й існування є нерівність $a_t > i_t$, але як відомо, у багатьох регіонах дощові паводки виникають за рахунок не стільки інтенсивності, скільки за їх кількості. Це відноситься до тих регіонів, де зливові високоінтенсивні дощі є досить рідкісним явищем, а більш характерними бувають багаточасові опади зі значним шаром. До таких районів можна віднести територію Українського і Білоруського Полісся, зону багатолітньої мерзлоти (в Російській Федерації), прирусові низинні місцевості й ін. Умови можливого формування підпертого поверхневого стоку:

1. Наявність мінеральних ґрунтів у межах рівнинних територій.
2. Достатньо висока інфільтраційна спроможність ґрунтового покриву поверхні водозборів.
3. Неглибоке залягання водоутримуючого шару у ґрунтах або за наявності водоносного горизонту.
4. Велика, порівняно з акумулюючою спроможністю верхнього шару ґрунту (над водоносним водоутримувачем), кількість опадів за дощ.

Принципова схема формування підпертого схилового стоку показана на рис.8.8.

Для виникнення підпертого поверхневого схилового стоку необхідні такі співвідношення:

1. $a_t < i_t$ - відсутність поверхневого стокоутворення;

2. $i_t > k_t$ - умова стокоутворення на водоутримувачі;
3. $\delta H < x_{T_0}$ - умова виникнення підпертого стокоутворення, де δ - пористість ґрунту над водоутримувачем; x_{T_0} - кількість опадів за дощовий період.

Виходячи із загальних міркувань, очевидно, що при $a_t < i_t$ усі опади будуть акумулюватись у верхньому шарі ґрунту, тобто процес супроводжується коефіцієнтом стоку $\eta = 0$.

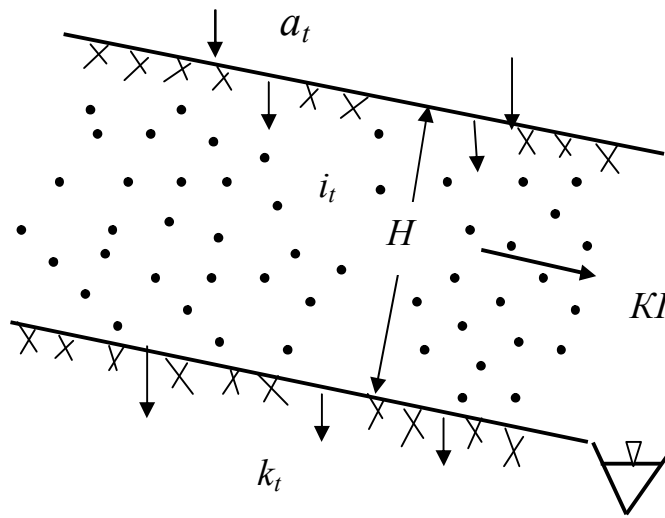


Рисунок 8.8 – Співвідношення між складовими умов формування підпертого схилового стоку:

a_t - інтенсивність опадів; i_t - інтенсивність поглинання опадів на поверхні розділу «атмосфера-ґрунт»; KI - горизонтальна складова швидкості фільтрації підповерхневих вод у верхньому шарі (≈ 0); H - товща пухкого шару ґрунту над водоутримувачем; k_t - інтенсивність поглинання води водоутримуючим горизонтом.

У момент $t = t_{ni0}$, коли $\delta H = x_{t_{ni0}} < x_{T_0}$, має місце вихід водоносного горизонту на поверхню, де відбувається стокоутворення з інтенсивністю

$$h_{ni0}(t) = a_t - k_t. \quad (8.36)$$

Диференціальне рівняння, за схемою поверхневого схилового стоку, у фазі підйому буде мати вигляд

$$c(n+1)y^n \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} = h_{ni0}(t), \quad (8.37)$$

а у фазі спаду

$$c(n+1)y^n \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} = -k_t. \quad (8.38)$$

Враховуючи, що в період спаду при підпертому стоці насиченим вологою залишається увесь схил, то замість k_t можна взяти впродовж усього часу спаду усталене поглинання води на рівні k_0 . Оскільки спад підпертого стоку відбувається в умовах низинного типу рельєфу, то його тривалість може продовжуватись протягом декількох діб, а тому у праву частину, припустивши $k_t = k_0$, необхідно включити випаровування E_t . Таким чином, (8.38) набуде вигляду

$$c(n+1)y^n \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} = -(k_0 + E_t). \quad (8.39)$$

Інтегрування (8.37) у випадку $h_{ni\partial}(t) = h_{ni\partial}$ особливих труднощів не створює і відбувається за схемою поверхневого схилового стоку, тобто:

- при $t_{cx} > T_{ni\partial}$

$$y = h_{ni\partial} \cdot t; \quad (8.40)$$

- при $t_{cx} < T_{ni\partial}$

$$y = \left(\frac{h_{ni\partial} \cdot x}{c} \right)^{\frac{1}{n+1}}. \quad (8.41)$$

Аналогічним шляхом можна отримати й інші характеристики підпертого схилового стоку (зокрема, Q_m, q_m, T_0).

Шар стокоутворення $S_{T_{ni\partial}}$ за дощ буде дорівнювати

$$S_{T_{ni\partial}} = h_{ni\partial} \cdot T_{ni\partial}, \quad (8.42)$$

а шар схилового припливу до руслової мережі Y_m є

$$Y_m = S_{T_{ni\partial}} - R_\tau - R_E,$$

де R_τ - втрати стоку на інфільтрацію за період спаду τ ;

R_E - втрати частини $S_{T_{ni\partial}}$ на випаровування.

8.5 Підповерхневий дренажний тип схилового стоку

Його формування найбільш імовірно на гірських схилах, для яких характерними рисами є значні ухили, наявність у ґрунтовому покриві уламкуватого матеріалу. Останнє зумовлює неоднорідність порового середовища, що у свою чергу при неглибокому заляганні відносного водоутримуючого горизонту (часто це - скельна порода), значній кількості опадів може сприяти промиванню верхньої уламкової товщі і таким чином формувати суттєвий схиловий стік підповерхневого походження. Принципова схема його утворення ілюструється рис.8.9.

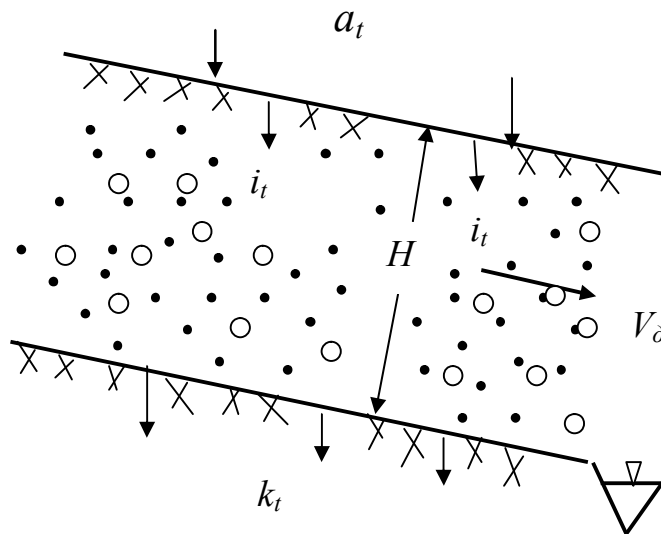


Рисунок 8.9 - Схема формування дренажного схилового стоку

Необхідними умовами для формування дренажного схилового стоку є:

1. Неглибоке залягання відносного водоутримуючого горизонту.
2. Інтенсивність опадів $a_t < i_t$, що свідчить про відсутність поверхневого водоутворення.
3. Інтенсивність поглинання $i_t > k_t$, що сприяє формуванню тимчасового водоносного горизонту на водоутримуючому шарі.
4. Відсутність утворення підпертого типу стокоутворення, умовою якого буде співвідношення $\delta \cdot H > x_{T_\delta}$.
5. Швидкість руху води по найбільш крупних порах V_δ , які утворюють у напрямі нахилу поверхні гірських водозборів своєрідні дрени, значно перевищує горизонтальну фільтрацію, тобто $V_\delta \gg KI$.

Підповерхнєве стокоутворення буде таким

$$h_\delta(t) = a_t - k_t, \quad (8.43)$$

що співпадає за редакцією з випадком підпертого стоку.

Диференціальне рівняння за формою має вигляд (8.6), але суттєво відрізняється від нього за змістом. Ці відмінності стосуються складових Q і ω . У пористому середовищі

$$\omega = \delta \cdot y. \quad (8.44)$$

Витрата ж води буде формуватись головним чином за рахунок дренажної складової, тобто

$$Q = \omega_{\partial} \cdot V_{\partial} = \delta_{\partial} \cdot y \cdot V_{\partial}. \quad (8.45)$$

Прийняття швидкості V_{∂} , незалежно від глибини підповерхневого шару водоутворення, передбачає, що схиловий стік відбувається при заповнених дренах.

Після підстановки у (8.6) виразів (8.44) і (8.45)

$$\delta_{\partial} V_{\partial} \frac{\partial y}{\partial x} + \delta \frac{\partial y}{\partial t} = h_{\partial}(t) \quad \text{для фази стокоутворення} \quad (8.46)$$

та

$$\delta_{\partial} V_{\partial} \frac{\partial y}{\partial x} + \delta \frac{\partial y}{\partial t} = -k_0 \quad \text{для фази спаду.} \quad (8.47)$$

Щоб проінтегрувати диференціальне рівняння (8.46), складається допоміжна система

$$\frac{dx}{\delta_{\partial} V_{\partial}} = \frac{dt}{\delta} = \frac{dy}{h_{\partial}(t)}. \quad (8.48)$$

Частинні розв'язки, допускаючи, що $h_{\ddot{a}}(t) = h_{\ddot{a}}$, складаються для співвідношень

$$\frac{dx}{\delta_{\partial} V_{\partial}} = \frac{dt}{\delta} \quad \text{і} \quad \frac{dt}{\delta} = \frac{dy}{h_{\partial}}. \quad (8.49)$$

У першому випадку

$$y = \frac{h_{\partial} x}{\delta_{\partial} V_{\partial}} + C_1, \quad (8.50)$$

а у другому

$$y = \frac{1}{\delta} h_{\partial} \cdot t + C_2. \quad (8.51)$$

Початкові і граничні умови, необхідні для визначення C_1 і C_2 , записуються таким чином – початкові: $t = 0$; $y = 0$; граничні - $x = 0$; $y = 0$. Підставляючи їх у відповідні рівняння, з'ясуємо, що $C_1 = 0$ і $C_2 = 0$. Таким чином рівняння (8.50) і (8.51) набувають остаточного вигляду:

- у верхній частині схилу

$$y = \frac{h_{\partial} x}{\delta_{\partial} V_{\partial}}; \quad (8.52)$$

- у нижній частині схилу (на довжині $\ell_m - x_t$)

$$y = \frac{1}{\delta} h_{\partial} \cdot t. \quad (8.53)$$

Поздовжній профіль дренажного схилового потоку ілюструється рис.8.10.

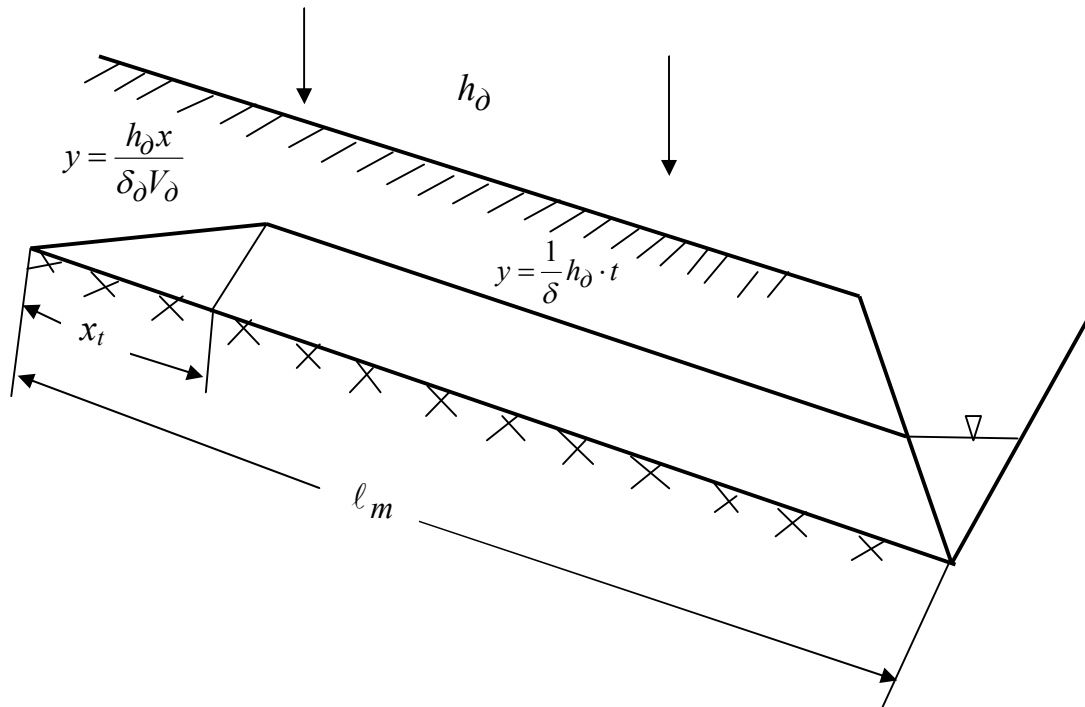


Рисунок 8.10 - Поздовжній профіль дренажного схилового стоку при $t_{cx} > T_{\partial}$

Рис.8.10 представляє собою перетин двох прямих ліній – усталеного (верхня частина) і неусталеного (нижня частина) режимів.

Очевидно, що поверхневий і дренажний типи формування схилового стоку характеризуються суттєвими відмінностями, що добре ілюструється рис.8.3 і 8.10. Положення роздільного перерізу на схилі у фазі стокоутворення x_t буде визначатись з тотожності

$$\frac{h_{\partial} x_t}{\delta_{\partial} V_{\partial}} = \frac{1}{\delta} h_{\partial} t. \quad (8.54)$$

Звідки

$$x_t = \frac{\delta_{\partial}}{\delta} V_{\partial} t. \quad (8.55)$$

Тривалість схилового добігання можна визначити, виходячи з умови, що $x_t = \ell_m$, а $t = t_{cx}$, тобто

$$t_{cx} = \frac{\delta}{\delta_{\partial} V_{\partial}} \ell_m. \quad (8.56)$$

Максимальні витрати дренажного схилового стоку дорівнюють:

а) при $t_{cx} > T_{\partial}$

$$Q_m = \omega_{\partial} V_{\partial} = \frac{\delta_{\partial} V_{\partial}}{\delta} h_{\partial} T_{\partial} = x_{T_{\partial}} \cdot h_{\partial}; \quad (8.57)$$

б) при $t_{cx} < T_{\partial}$

$$Q_m = \omega_{\partial} V_{\partial} = h_{\partial} \ell_m. \quad (8.58)$$

Відповідні максимальні модулі:

а) при $t_{cx} > T_{\partial}$

$$q_m = \frac{Q_m}{\ell_m} = \frac{x_{T_{\partial}}}{\ell_m} h_{\partial} = \beta_{T_{\partial}} h_{\partial}, \quad (8.59)$$

де $\beta_{T_{\partial}}$ - коефіцієнт повноти дренажного схилового стоку;

б) при $t_{cx} < T_{\partial}$

$$q_m = \frac{Q_m}{\ell_m} = h_{\partial}. \quad (8.60)$$

Гідрографи дренажного схилового стоку будуть за своєю формою суттєво відрізнятись від гідрографів поверхневого стоку, що видно з

рис.8.11 і 8.12 та рис.8.6 і рис.8.7. Гілка підйому стоку у фазі дренажного стокоутворення і при $t_{cx} > T_\partial$, і при $t_{cx} < T_\partial$ буде мати лінійний вигляд

$$Q_t = \frac{\delta_\partial V_\partial}{\delta} h_\partial t. \quad (8.61)$$

Після припинення дощу спадова фаза гідрографів дренажного стоку буде різною в залежності від співвідношення між t_{cx} і T_∂ .

У випадку $t_{cx} > T_\partial$ гідрограф дренажного схилового стоку (рис.8.11) буде формуватись у відповідності з поздовжнім розподілом глибин, як це показано на рис.8.10.

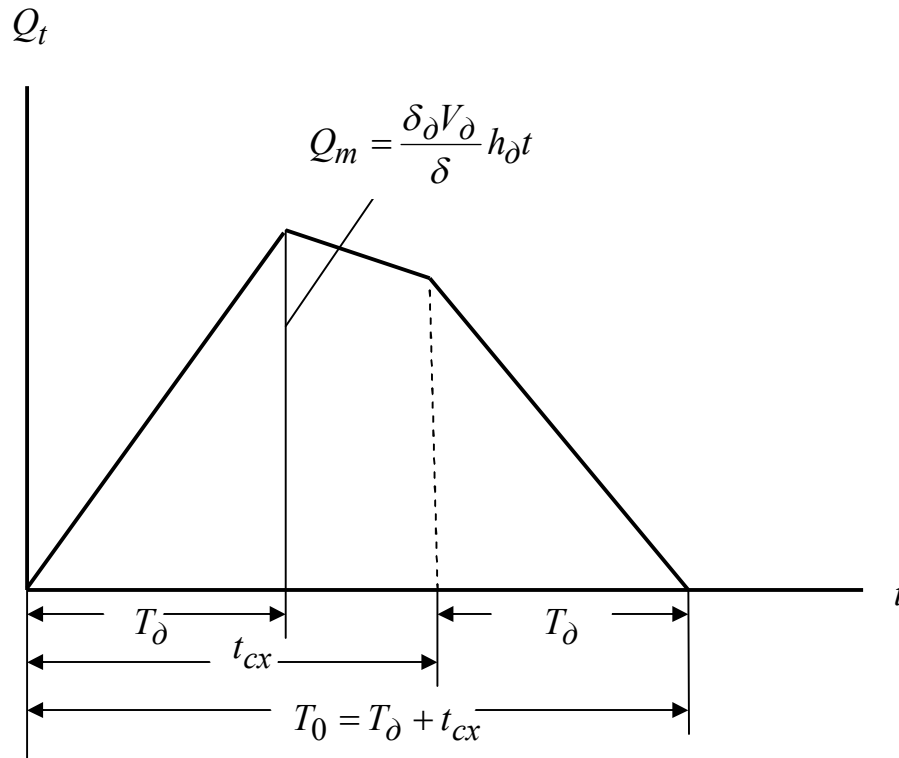


Рисунок 8.11 –Гідрограф дренажного схилового стоку
за умови $t_{cx} > T_\partial$

Оскільки поглинання води водоутримуючим горизонтом k_t є незначним, то інтенсивність спаду нижньої частини потоку буде доволі повільною. Після добігання роздільного перерізу спадова частина гідрографа буде визначатись нерівномірною глибиною потоку на ділянці $\ell_m - x_{T_\partial}$. Тривалість схилового припливу T_0 буде дорівнювати сумі $(T_\partial + t_{cx})$. При співвідношенні $t_{cx} < T_\partial$ до $t = t_{cx}$ розподіл ординат гідрографа стоку підлягає

рівнянню (8.61), маючи лінійну форму гілки підйому. В момент $t = t_{cx}$ витрата води $Q_{t_{cx}} = Q_m = h_d \ell_m$. На цій величині витрати води будуть утримуватись протягом часу $(T_d - t_{cx})$. По закінченню дощу розпочнеться прискорений спад (рис.8.12), оскільки поздовжній профіль схилового потоку має трикутну форму.

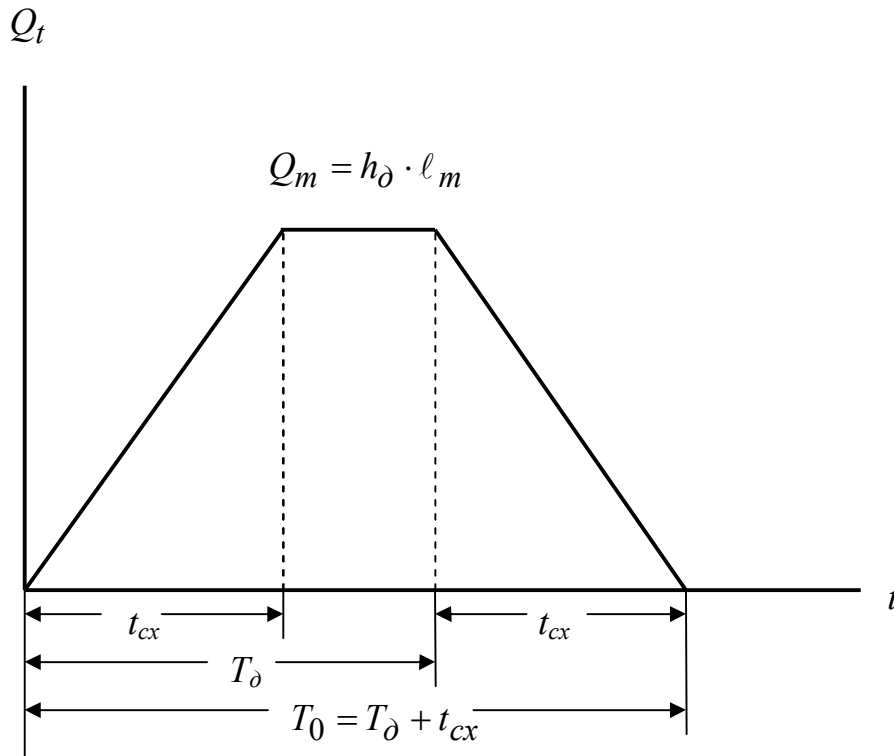


Рисунок 8.12 –Гідрограф схилового дренажного стоку за умови $T_d > t_{cx}$

Дренажний схиловий стік у гірських районах може сформувати самостійні і доволі високі дощові паводки. Але частіше він відбувається у змішаній формі (з поверхневим і підпертим типами стоку).

8.6 Підповерхневий ґрунтовий стік

При достатньо високій зволоженості ґрунтового покриву водозборів і наявності ерозійних утворень, хоча й незначний, але можливий підповерхневий ґрунтовий стік. Умови його формування можна представити таким чином:

- шар ґрунту вважається більш-менш однорідним з невисокою фільтраційною спроможністю;
- горизонтальна фільтрація відбувається зі швидкістю KI ;
- інтенсивність опадів $a_t < i_t$, що є умовою відсутності поверхневого стокоутворення;
- кількість опадів за дощ x_{T_0} не перевищує вологомісткість верхнього шару ґрунту, що слід вважати як глибоке розташування відносного водоутримувача, тобто $\delta H > x_{T_0}$;
- поглинання води, яка накопичується у ґрунтовому шарі, відбувається з інтенсивністю $k_t < i_t$, що є ознакою утворення водоносного підповерхневого горизонту.

Викладене вище ілюструється рис.8.13.

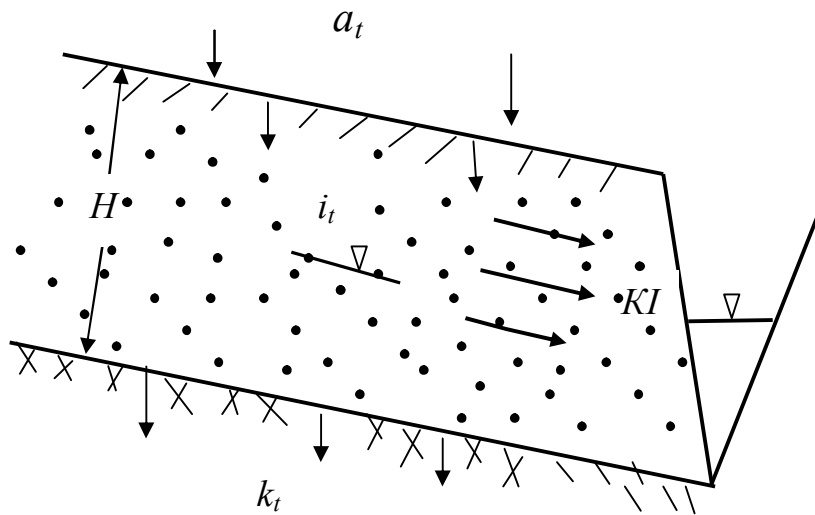


Рисунок 8.13 - Принципова схема формування ґрунтового стоку

Диференціальне рівняння ґрунтового стоку для фази стокоутворення відповідає у загальному вигляді (8.6), тобто

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = h_{zp}(t), \quad (8.62)$$

де $h_{zp}(t)$ - інтенсивність ґрунтового стокоутворення

$$h_{zp}(t) = a_t - k_t. \quad (8.63)$$

Для фази спаду

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = -(k_0 + E_\tau), \quad (8.64)$$

де k_0 - усталена інтенсивність поглинання ґрунтового стокоутворення;

E_τ - інтенсивність випаровування з поверхні водозбору за період спаду ґрунтового стоку τ .

Витрата води Q_t буде визначатись швидкістю горизонтальної фільтрації KI і площею живого перерізу схилового потоку $\omega = \delta y$, тобто

$$Q_t = \delta \cdot K \cdot I \cdot y. \quad (8.65)$$

Підставивши значення Q_t і ω в (8.62) і (8.64), одержимо рівняння:

- у фазі підйому

$$\delta \cdot KI \frac{\partial y}{\partial x} + \delta \frac{\partial \omega}{\partial t} = h_{zp}(t); \quad (8.66)$$

- у фазі спаду

$$\delta \cdot KI \frac{\partial y}{\partial x} + \delta \frac{\partial y}{\partial t} = -(k_0 + E_\tau). \quad (8.67)$$

До початку інтегрування (8.66) при $h_{zp}(t) = h_{zp}$ складається допоміжна система

$$\frac{dx}{\delta \cdot KI} = \frac{dt}{\delta} = \frac{dy}{h_{zp}}. \quad (8.68)$$

З першого і третього співвідношень системи (8.68)

$$y = \frac{1}{\delta} h_{zp} \frac{x}{KI} + C_1, \quad (8.69)$$

а з другого і третього

$$y = \frac{1}{\delta} h_{zp} t + C_2. \quad (8.70)$$

Початкові і граничні умови, необхідні для визначення C_1 і C_2 , беруться такими – початкові: $t = 0$; $y = 0$, а граничні: $x = 0$; $y = 0$. Підставляючи їх у відповідні рівняння (8.69) і (8.70), одержимо, що $C_1 = 0$ і $C_2 = 0$. Таким чином, рівняння, які описують поздовжній профіль потоку, будуть записані у вигляді:

- у верхній частині схилу

$$y = \frac{1}{\delta} h_{zp} \frac{x}{KI}, \quad (8.71)$$

- у нижній частині схилу (на ділянці $\ell_m - x_t$)

$$y = \frac{1}{\delta} h_{zp} t. \quad (8.72)$$

Поздовжній профіль ґрунтового фільтраційного потоку (рис.8.14) співпадає за формою з випадком формування дренажного стоку, але відрізняється стокоутворюючими параметрами.

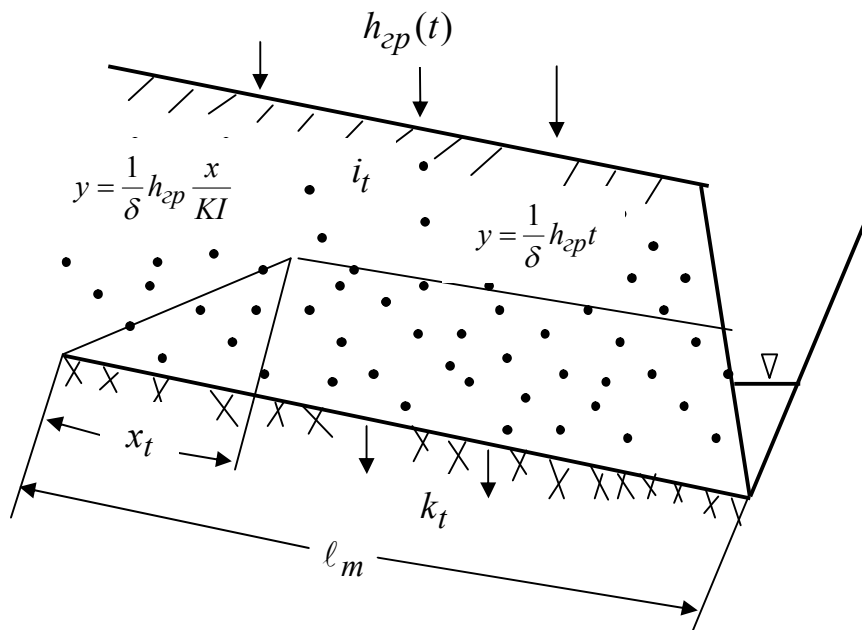


Рисунок 8.14 - Принципова схема формування ґрунтового стоку за умови $t_{cx} > T_{zp}$

Як і у випадку дренажного стоку, поздовжній профіль характеризується двома прямими, коли $t_{cx} > T_{zp}$, або описується тільки рівнянням усталеного руху.

Положення роздільного перерізу між усталеною і неусталеною ділянками потоку буде визначатись тотожністю

$$\frac{1}{\delta} h_{zp} \frac{x_t}{KI} = \frac{1}{\delta} h_{zp} t \quad (8.73)$$

або

$$x_t = KI \cdot t, \quad (8.74)$$

тобто x_t дорівнює добутку швидкості фільтраційного потоку KI і тривалості.

Тривалість схилового добігання роздільного перерізу (при $t = t_{cx}$ і $x_{t_{cx}} = \ell_m$) становить

$$t_{cx} = \ell_m / (KI). \quad (8.75)$$

Схожі за структурою також і формули максимальних витрат води і модулів стоку, а саме:

- при $t_{cx} > T_{zp}$

$$Q_m = \omega \cdot KI = h_{zp} \cdot KI \cdot T_{zp} \quad (8.76)$$

і

$$q_m = \frac{Q_m}{\ell_m} = h_{zp} \cdot KI \cdot T_{zp} = \beta_{T_{zp}} h_{zp}; \quad (8.77)$$

- при $t_{cx} < T_{zp}$

$$Q_m = \omega \cdot KI = h_{zp} \ell_m \quad (8.78)$$

і

$$q_m = \frac{Q_m}{\ell_m} = h_{zp}, \quad (8.79)$$

де $\beta_{T_{zp}} = KI \cdot T_{zp}$ - коефіцієнт повноти ґрунтового фільтраційного стоку.

На відміну від поверхневого і підпертого схилового стоку, у разі дренажного або ґрунтового стоку функція $\beta_{T_{zp}}$ в діапазоні $t < t_{cx}$ буде описуватись рівнянням прямої, при $t/t_{cx} = 1,0$ параметр $\beta_{t=t_{cx}} = 1,0$, а у подальшому, коли $t/t_{cx} > 1,0$, функція $\beta_{T_{zp}}$ залишається незмінною – на рівні свого верхнього граничного значення, яке дорівнює одиниці.

Щодо гідрографів ґрунтового фільтраційного стоку, то у фазі підйому вони будуть описуватись лінійним рівнянням

$$Q_t = \omega_t \cdot KI = h_{zp} KI \cdot t. \quad (8.80)$$

Причому, за умови $t_{cx} > T_{zp}$ гідрограф буде аналогічним рис.8.11, а при $t_{cx} < T_{zp}$ - рис.8.12, але враховуючи, що $V_d \gg KI$, гідрографи ґрунтового фільтраційного стоку будуть більш розтягнутими, особливо у фазі спаду.

Шар стокоутворення ґрунтового стоку за дощ дорівнює

$$S_{T_{zp}} = Y_{T_{zp}} \cdot T_{zp} = \frac{1}{\delta} h_{zp} \cdot T_{zp}. \quad (8.81)$$

Шар припливу ґрунтових вод до руслової мережі буде становити

$$Y_m = S_{T_{zp}} - R_\tau - R_E. \quad (8.82)$$

Ґрунтовий схиловий приплив, завдяки значній зарегульованості, самостійних паводків сформувати не може, а зазвичай входить складовою при інших генетичних типах паводків, як це показано на рис.8.15.

8.7 Формування максимального стоку річок

Повертаючись до рис.8.1, очевидно, що дослідження максимального стоку річок зводиться до вирішення питань трансформації схилового припливу русловою мережею в операторній системі «схиловий стік - русловий стік». Схиловий стік представляється у вигляді довільної функції t . Переміщення води у русловій мережі буде відбуватись за гідравлічними законами, з одного боку, та за рахунок ефектів русло-заплавного регулювання, з іншого. Схематично оператор «схиловий стік – русловий стік» наводиться на рис.8.16.

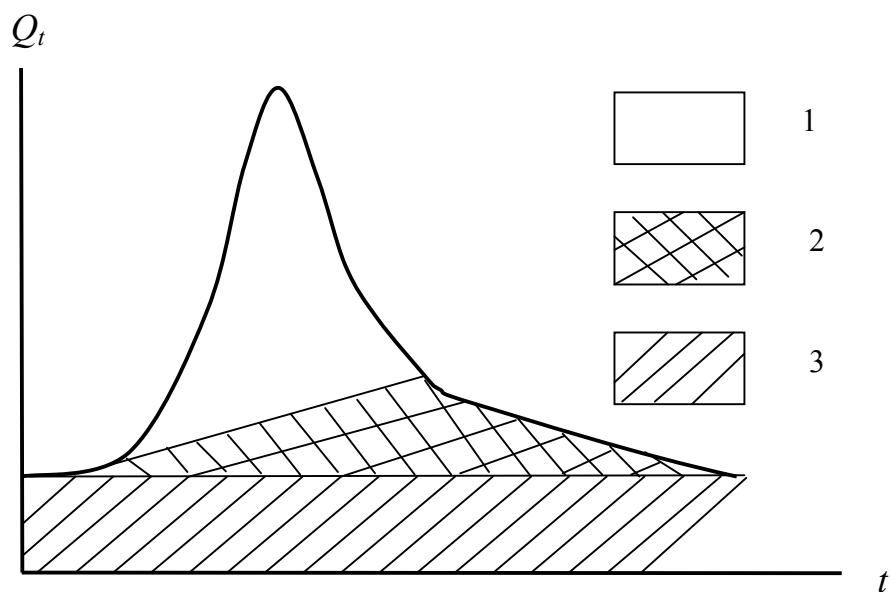
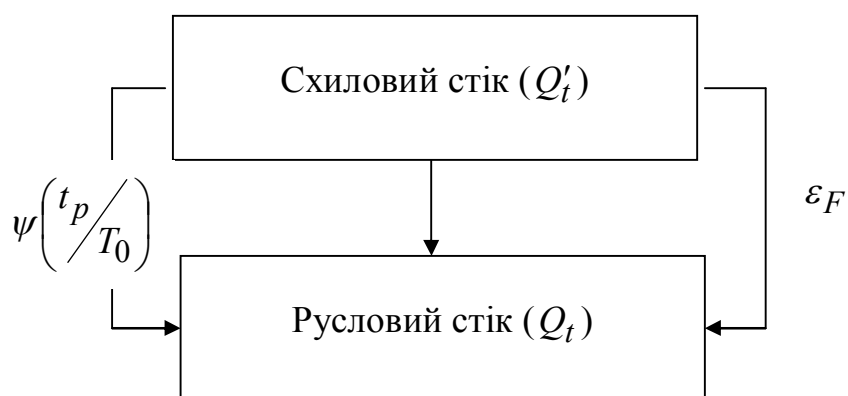


Рисунок 8.15 - Гідрограф паводкового стоку:
1 – поверхнева складова скилового стоку; 2 – ґрунтова складова скилового стоку; 3 – підземна складова скилового стоку



$\psi\left(\frac{t_p}{T_0}\right)$ - оператор розпластування під впливом руслового добігання;

ε_F - функція русло-заплавного регулювання

Рисунок 8.16 - Принципова схема формування руслового стоку

Трансформаційна функція $\psi\left(\frac{t_p}{T_0}\right)$ визначається головним чином тривалостями руслового добігання $t_p = L/V_\partial$ і припливу води зі схилів до руслової мережі T_0 . Таким чином, у розпластуванні повеневих і паводкових хвиль швидкість руслового добігання V_∂ відіграє провідну роль. Невипадково вона входить складовим параметром у більшість формул максимального стоку, причому як у розрахункових, так і прогнозних їх варіантах. Переміщення паводкових хвиль по довжині річок має складний характер у зв'язку зі змінами від одного створу до іншого шорсткості і форми русла й того, що хвилі виникають не миттєво, а є результатом збільшення витрат води на окремих відрізках русел. При впадінні крупних приток рух хвиль паводків ускладнюється ще й тому, що при концентрованому надходженні води виникають умови підвищеного розпластування потоку. Враховуючи складність будови річної мережі і характер бічної приточності, вирішення проблем несталого руху річкових потоків за допомогою теоретичних рівнянь практично неможливе. Отримати дані по швидкостях руслового добігання можна за наявності одночасних спостережень за режимом стоку у декількох створах по довжині річки. Але матеріалами відповідних витрат (рівнів) води слід користуватись з великою обережністю, оскільки запізнення максимуму в нижньому створі не завжди виражає собою добігання паводкової хвилі. За дослідженнями А.М.Бефані (1958), використання методу відповідних рівнів для визначення часу добігання допускається на ділянках з боковою приточністю не більше 50 % транзитної витрати води. Таким чином, у розпорядженні дослідника наявні виключно обмежені матеріали по швидкостях руслового добігання. Ось чому в гідрологічній літературі широкого розповсюдження набули емпіричні залежності, які базуються на фактичних матеріалах про швидкості течії при повенях і паводках з урахуванням основних факторів.

8.7.1 Короткий аналіз існуючих методів розрахунку швидкостей руслового добігання

В основу емпіричних формул зазвичай кладеться спрощене рівняння Шезі

$$V_\partial = \frac{1}{n_p} I^\alpha h_{сер}^\beta, \quad (8.83)$$

де n_p - коефіцієнт шорсткості, який залежить від гідравлічних елементів потоку і властивостей русла;

I - уклон русла;
 $h_{сер}$ - середня глибина потоку.

Для визначення коефіцієнтів шорсткості в каналах запропоновані рекомендації М.М. Павловським, Базеном, Маннінгом й ін. Стосовно природних водотоків найбільш повною вважається шкала n_p , розроблена М.Ф.Срібним (1959). Необхідно зауважити, що використання одним з аргументів у формулі (8.83) глибини потоку $h_{сер}$ зустрічає значні труднощі, оскільки глибини потоку досить суттєво змінюються від плесів до перекатів, які чергуються по довжині річок.

Вперше формулу швидкості на основі сумісного розгляду рівняння (8.83) і витрати води $Q = V_{\partial} \omega$ при незмінному коефіцієнті шорсткості $n_p = 0,04$ обґрунтував М.М.Протодьяконов (1932)

$$V_{\partial} = 0,276 \cdot I^{0,38} Q^{0,25}, \quad (8.84)$$

де V_{∂} - швидкість руслового добігання, у м/с.

Досліджуючи стійкість параметрів цієї формули, А.М.Бефані (1958) дійшов висновку, що показники степеня коливаються не тільки від одного водотоку до іншого, але й на різних ділянках однієї і тієї ж річки. При розгляданні динаміки швидкості V_{∂} від витрати води Q він встановив, що залежності $V_{\partial} = f(Q)$ не завжди є монотонними і однотипними для усього діапазону коливань Q . Зокрема, до виходу води на заплаву швидкість потоку вельми суттєво реагує на збільшення витрат води. При виході води з корінного русла динаміка швидкості усього живого перерізу потоку може набути зовсім іншого вигляду, порівняно з русловими витратами води.

Усі найбільш відомі формули швидкості руслового добігання умовно можна поділити на дві групи:

- 1) ті, що виведені для усього діапазону коливань рівнів води;
- 2) ті, що використовуються при розрахунках паводків рідкісної ймовірності перевищення.

Формули, віднесені нами до першої групи, фактично мають загальну структуру

$$V_{\partial} = a_0 \cdot I^{\alpha} Q^{\beta}, \quad (8.85)$$

а відрізняються одна від одної лише числовими значеннями параметрів a_0 , α і β . Наприклад, у формулі Г.А.Алексєєва $\alpha = 1/3$ і $\beta = 1/4$; у

А.М.Бефані - $\alpha = \beta = 1/4$; у М.В.Лаликіна - $\alpha = \beta = 1/3$. Швидкісний параметр a_0 задається у вигляді таблиці для руслових і заплавних умов.

До другої групи можна віднести формули, у яких швидкість руслового добігання пов'язується лише з одним фактором – уклоном річки або площею водозбору. Більш гнучкими в цьому відношенні є формули, запропоновані М.В.Лаликіним, О.Г.Іваненком, А.М.Бефані. В них, крім уклону річки, враховується й витрата води, але рідкісної ймовірності перевищення $Q_{кр}$, тобто

$$V_{\partial} = a_0 \cdot Q_{кр}^{\beta} I^{\alpha} \quad (8.86)$$

або

$$V_{\partial} = a_0 \cdot F^{\beta_1} I^{\alpha}, \quad (8.87)$$

де $Q_{кр}$ - витрата води, при якій вода виходить на заплаву.

Щоб одержати дані по критичних витратах води $Q_{кр}$, використовують залежності $V_{\partial} = f(Q)$, на яких $V_{кр}$ і $Q_{кр}$ відповідають точкам різкого перегину.

Спрощеним варіантом, який не потребує при визначенні α і β побудови емпіричних залежностей $V_{\partial} = f(Q)$, можна вважати їх одержання на основі аналізу морфометричних характеристик русел.

За Р.А.Нежиховським (1971), поперечний переріз русла описується залежністю вигляду:

$$B = b_0 h_m^{m_0}, \quad (8.88)$$

де B - ширина річки;

h_m - максимальна глибина потоку;

b_0 і m_0 - параметри, які залежать від шорсткості русла і заплави.

Більш гнучкою стосовно параметризації форми річкових русел є залежність, запропонована А.М.Бефані (1958)

$$h_m = A_0 \omega^{r_0}. \quad (8.89)$$

Аналізуючи спільно (8.89) і (8.85), він вивів рівняння для визначення α і β

$$\alpha = \frac{1}{2(r+1)}; \quad (8.90)$$

$$\beta = \frac{r}{r+1}, \quad (8.91)$$

де $r = r_0 \cdot Z$, причому для природних русел (чистих і зарослих травою) Z знаходяться на рівні $\frac{2}{3} - \frac{3}{4}$; для густих заростей – 1,0; для каналів і крупних водотоків – $\frac{2}{3}$. Численні матеріали з морфометрії річок рівнинної території України і Росії (включаючи басейни Дніпра, Дністра, Волги, Дону, Приазов'я й ін.) засвідчили, що в цілому для них можна вважати $\alpha = \beta = \frac{1}{3}$.

За схематизацією річкових русел Р.А.Нежиховського

$$\alpha = \frac{0,75(m_0 + 1)}{1,5m_0 + 2,5}, \quad (8.92)$$

$$\beta = \frac{1}{1,5m_0 + 2,5}. \quad (8.93)$$

Параметр a_0 у формулі (8.85) він пропонує розраховувати за виразом

$$a_0 = \frac{0,063}{\left(\frac{B}{h_m}\right)^{0,25} n_p^{0,75}}. \quad (8.94)$$

Р.А.Нежиховський також показав, що з рештою і $Q_{кр}$, і a_0 залежать від розміру водозборів, а тому для паводків рідкісної ймовірності перевищення доцільно скористатись більш простою структурою при розрахунках V_{∂} , а саме (8.87). З урахуванням цього авторами підручника при розрахунках максимального стоку дощових паводків і водопіль на річках України пропонується користуватись формулою вигляду

$$V = a_0 F^{\beta_1} I_{36}^{0,33}, \quad (8.95)$$

де V_{∂} - швидкість руслового добігання, км/год;

I_{36} - середньозважений уклон річки, ‰.

Параметри a_0 і β_1 представлені в табл.8.1.

Таблиця 8.1 - Параметри формули швидкості руслового добігання (8.95)

Район Параметр	Лісостеп	Полісся	Степова зона	Крим	Карпати
a_0	1,51	1,37	1,19	1,14	1,44
β_1	0,17	0,12	0,14	0,13	0,16

8.7.2 Русло-заплавне регулювання максимального стоку наводків і водопіль

Русло-заплавне регулювання відбувається за різних процесів, зокрема:

- 1) під впливом руслової акумуляції і проточності частини заплав;
- 2) за рахунок малорухомого заплавного запасу тимчасово затриманих на заплаві поверхневих вод, а на гирлових ділянках - від приток, які знаходяться у підпорі;
- 3) за рахунок алювіальних запасів, тобто тимчасової затримки води у ґрунтах заплави.

При вирішенні задач трансформації схилового припливу гідрографічною мережею водозборів необхідно дослідити й визначити у параметричній формі взаємозв'язок між русловими потоками та заплавними й акумуляційними процесами.

За дослідженнями А.М.Бефані і Н.Ф.Бефані (1977), середнє значення функції русло-заплавного водообміну і регулювання ε_p пропонується відображати в залежності від ширини заплави b_n у замикальному створі, а саме

$$\varepsilon_p = \left(1 + a_p \frac{b_n}{F^u} \right)^{-1}, \quad (8.96)$$

де a_p - параметр, який зворотним зв'язком поєднується зі ступенем заповнення ємності затримання;

F - площа водозбору.

8.8 Принципова схема формування річкового стоку по руслових системах

У формуванні річкового стоку взаємодіють фізико-географічні і метеорологічні чинники, а також гідроморфологічні характеристики гідрографічної мережі. Метеорологічні фактори визначають надходження вологи (у вигляді дощів або талих вод) на поверхню водозборів, які під впливом перехоплення, змочування рослинного покриву та акумуляції у мікропониженнях рельєфу трансформуються у схиловий стік. Теоретичні положення схилового стоку розглянуті нами у пп. 8.2- 8.4. У подальшому зі схилів вода надходить до руслової мережі, де під впливом руслового добігання й ефектів русло-заплавного регулювання та акумуляції відбувається й перетворення на русловий стік. Таким чином, формування дощових паводків і весняних водопіль є процесом підсумування у межах водозборів елементарних об'ємів схилового припливу, що надходять з різних частин території водозборів. Таку схему формування зазвичай представляють у вигляді річкової системи з нанесеними на неї ізохронами руслового добігання.

Ізохрони – це лінії однакового часу добігання від них до замикального створу. Крок у часі може бути різним: година, доба й ін. проміжки. Приклад такої системи наводиться на рис.8.17.

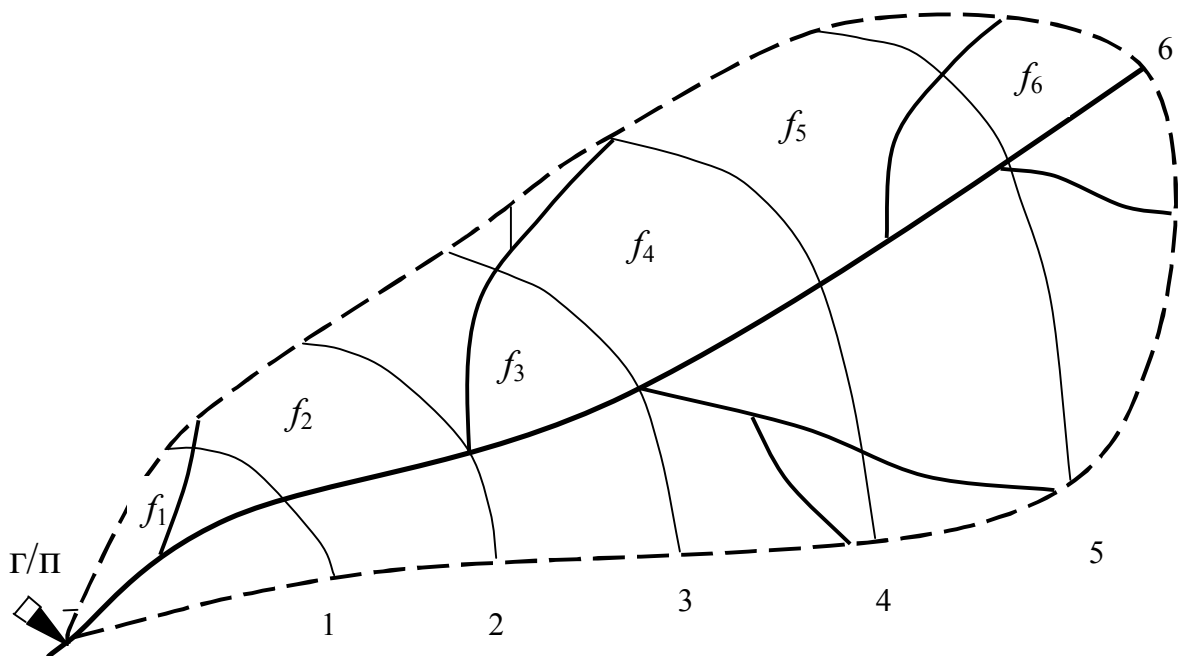


Рисунок 8.17 - Річковий водозбір з системою руслових ізохрони

Добігання води від найбільш віддаленої точки на водозборі називається тривалістю або часом руслового добігання t_p . Тривалість руслового добігання є відношенням гідрографічної довжини річки L до швидкості руслового добігання V_∂ . Якщо швидкість добігання мало змінюється у часі і по довжині річки, то ізохрони руслового добігання трансформуються у стаціонарну систему ліній рівної відстані.

Позначимо крок у часі при побудові схеми ізохрон $\Delta t = 1$ доба. Тривалість добігання паводкових чи повеневих хвиль від найбільш віддаленої ізохрони (шостої) до замикального створу дорівнює $t_p = 6\Delta t$ (д).

В залежності від співвідношення між тривалостями схилового припливу T_0 і руслового добігання t_p можливі два варіанти формування руслового стоку:

1) при $T_0 > t_p$ і 2) при $T_0 < t_p$.

Розглянемо кожен з варіантів окремо.

8.8.1 Формування річкового стоку по руслових системах при співвідношенні $T_0 > t_p$

За схемою, наведеною на рис.8.17, $t_p = 6\Delta t$. Щоб виконувалась перша умова, задамо, наприклад, $T_0 = 8\Delta t$. Гідрограф схилового припливу (в модулях) ілюструється рис.8.18.

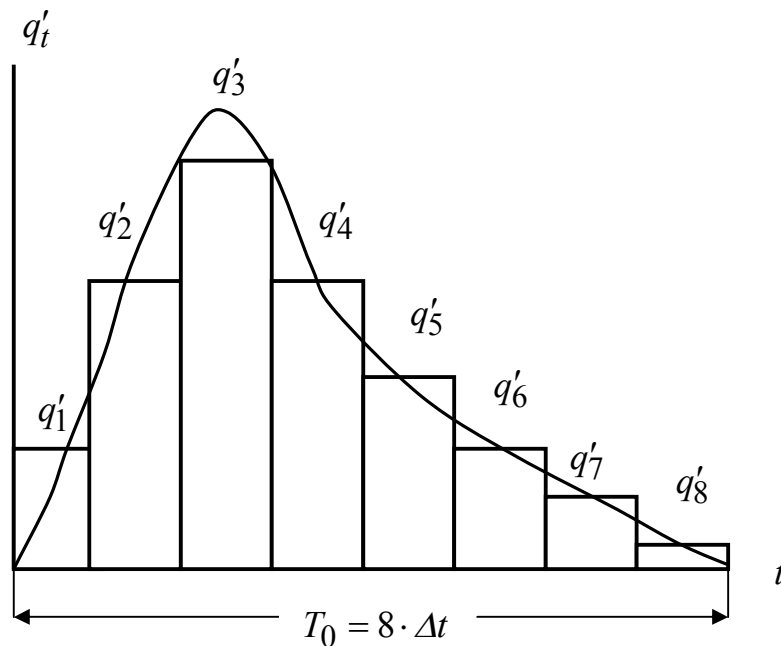


Рисунок 8.18 - Гідрограф схилового припливу води до руслової мережі

Розіб'ємо його за часом на 8 частин, кожна з яких характеризується часовим відрізком по абсцисі Δt . Далі здійснюється осереднення у межах Δt усіх ординат гідрографа схилового припливу, який завдяки такій процедурі перетворюється з безперервної функції q'_t на дискретну діаграму розподілу модулів припливу у часі.

За дискретним відрізком часу Δt вважається, що схиловий приплив q'_t надходить до руслової мережі на початку розрахункової одиниці, а переміщення об'єму води від кожної міжізохронної площі відбувається в кінці її.

Наприклад, на початку першої розрахункової одиниці часу на всю водозбірну площу надходить приплив води зі схилів з інтенсивністю q'_1 . В кінці першої одиниці по усіх руслах відбудеться переміщення міжізохронних об'ємів на одну ізохрону. Через замикальний створ (г/п) пройшла б витрата води

$$Q_1 = f_1 q'_1, \quad (8.97)$$

якби у межах кожної з міжізохронних площадок не відбувалось русло-заплавне регулювання. Характеризувати його можна деякою функцією часу $\varepsilon_t \leq 1,0$. Оскільки русло-заплавні процеси відбуваються в залежності від кількості міжізохронних площадок, то у часі ε_t будуть співпадати з $t_p \Delta t$ та ординатами: $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_{t=t_p}$. Таким чином, без урахування ефектів русло-заплавного регулювання витрата води Q_1 , визначена за (8.97), буде завищеною. У дійсності наприкінці першої розрахункової одиниці часу

$$Q_1 = f_1 q'_1 \varepsilon_1. \quad (8.98)$$

Слід звернути увагу на те, що в кінці першої одиниці відбувається відповідне переміщення об'ємів води з площадки на площадку в усіх вищерозміщених частках водозбору.

На початку другої розрахункової одиниці на водозбір надходить приплив з інтенсивністю q'_2 і русло-заплавне регулювання – з коефіцієнтами ε_2 , а в її кінці витрата води становитиме

$$Q_2 = f_1 q'_2 \varepsilon_1 + f_2 q'_1 \varepsilon_2. \quad (8.99)$$

Аналогічно в третю розрахункову одиницю і в подальші

$$Q_3 = f_1 q'_3 \varepsilon_1 + f_2 q'_2 \varepsilon_2 + f_3 q'_1 \varepsilon_3; \quad (8.100)$$

$$Q_4 = f_1 q'_4 \varepsilon_1 + f_2 q'_3 \varepsilon_2 + f_3 q'_2 \varepsilon_3 + f_4 q'_1 \varepsilon_4; \quad (8.101)$$

$$Q_5 = f_1 q'_5 \varepsilon_1 + f_2 q'_4 \varepsilon_2 + f_3 q'_3 \varepsilon_3 + f_4 q'_2 \varepsilon_4 + f_5 q'_1 \varepsilon_5; \quad (8.102)$$

$$Q_6 = f_1 q'_6 \varepsilon_1 + f_2 q'_5 \varepsilon_2 + f_3 q'_4 \varepsilon_3 + f_4 q'_3 \varepsilon_4 + f_5 q'_2 \varepsilon_5 + f_6 q'_1 \varepsilon_6. \quad (8.103)$$

Порівнюючи t_p і T_0 , очевидно, що в шосту одиницю часу вода від вододілу (найбільш віддаленої ізохрони на басейні) надійшла русловим шляхом до замикального створу. Тому в сьому одиницю часу і, включаючи й восьму, витрати води будуть формуватись у замикальному створі за схемою

$$Q_7 = f_1 q'_7 \varepsilon_1 + f_2 q'_6 \varepsilon_2 + f_3 q'_5 \varepsilon_3 + f_4 q'_4 \varepsilon_4 + f_5 q'_3 \varepsilon_5 + f_6 q'_2 \varepsilon_6; \quad (8.104)$$

$$Q_8 = f_1 q'_8 \varepsilon_1 + f_2 q'_7 \varepsilon_2 + f_3 q'_6 \varepsilon_3 + f_4 q'_5 \varepsilon_4 + f_5 q'_4 \varepsilon_5 + f_6 q'_3 \varepsilon_6. \quad (8.105)$$

На початку дев'ятої часової одиниці припинився приплив води зі схилів до руслової мережі, а тому у замикальному створі відбувається зменшення витрат води за схемою

$$Q_9 = f_2 q'_8 \varepsilon_2 + f_3 q'_7 \varepsilon_3 + f_4 q'_6 \varepsilon_4 + f_5 q'_5 \varepsilon_5 + f_6 q'_4 \varepsilon_6; \quad (8.106)$$

$$Q_{10} = f_3 q'_8 \varepsilon_3 + f_4 q'_7 \varepsilon_4 + f_5 q'_6 \varepsilon_5 + f_6 q'_5 \varepsilon_6; \quad (8.107)$$

$$Q_{11} = f_4 q'_8 \varepsilon_4 + f_5 q'_7 \varepsilon_5 + f_6 q'_6 \varepsilon_6; \quad (8.108)$$

$$Q_{12} = f_5 q'_8 \varepsilon_5 + f_6 q'_7 \varepsilon_6; \quad (8.109)$$

$$Q_{13} = f_6 q'_8 \varepsilon_6; \quad (8.110)$$

$$Q_{14} = 0. \quad (8.111)$$

Необхідно на основі отриманих даних визначатись з важливими характеристиками руслового стоку: тривалістю паводка (водопілля), часом настання максимальної витрати води та її величиною. Тривалість паводка (водопілля) T_n , очевидно, дорівнює

$$T_n = T_0 + t_p, \quad (8.112)$$

де

$$T_0 = T + t_{cx}, \quad (8.113)$$

$$t_{cx} = \frac{\ell_{cx}}{V_{cx}}. \quad (8.114)$$

Але в дійсності T_n буде дещо більшою величиною за рахунок спрацювання запасів води, що акумульованої у заплавах, алювії і берегах, а тому

$$T_n = T_0 + t_p + \Delta t_3, \quad (8.115)$$

де Δt_3 - час, необхідний для спрацювання русло-заплавних запасів води, які там знаходяться на момент добігання повеневих (паводкових) хвиль від вододілу до замикального створу.

Щодо максимальної ординати руслового стоку, то її легко можна було б визначити, якби відомі були функції f_t , q'_t і ε_t .

На жаль, отримати можливо лише дві з трьох функцій, а саме: f_t (побудовою карт ізохрон або еквідистант) та q'_t (шляхом організації спостережень за схиловим стоком на стокових і водно-балансових станціях). Дані по русло-заплавних процесах взагалі відсутні, а тому відсутні й відомості стосовно конкретного вигляду функції ε_t . Але, розглядаючи рівняння ординат (8.98 – 8.111) руслового гідрографа, можна очікувати, що Q_m буде спостерігатись у шосту, сьому або восьму часові одиниці, оскільки саме до рівнянь Q_t (8.103 – 8.105) входить найбільше складових. Причому, у формуванні цих ординат бере участь весь басейн, а не весь приплив – тільки частина його (за тривалість t_p). Проілюструвати наочно дану тезу можна за допомогою осереднення ординат кривих ізохрон ($f_t = f$) і русло-заплавного регулювання ($\varepsilon_t = \varepsilon$). У такому випадку

$$Q_m = f \cdot \varepsilon \left(\sum_{t_p} q'_t \right)_m. \quad (8.116)$$

Об'єктивно оцінити при таких припущеннях величину Q_m і його настання доволі просто, якщо побудувати відповідні гідрографи схилового і руслового стоку (рис.8.19)

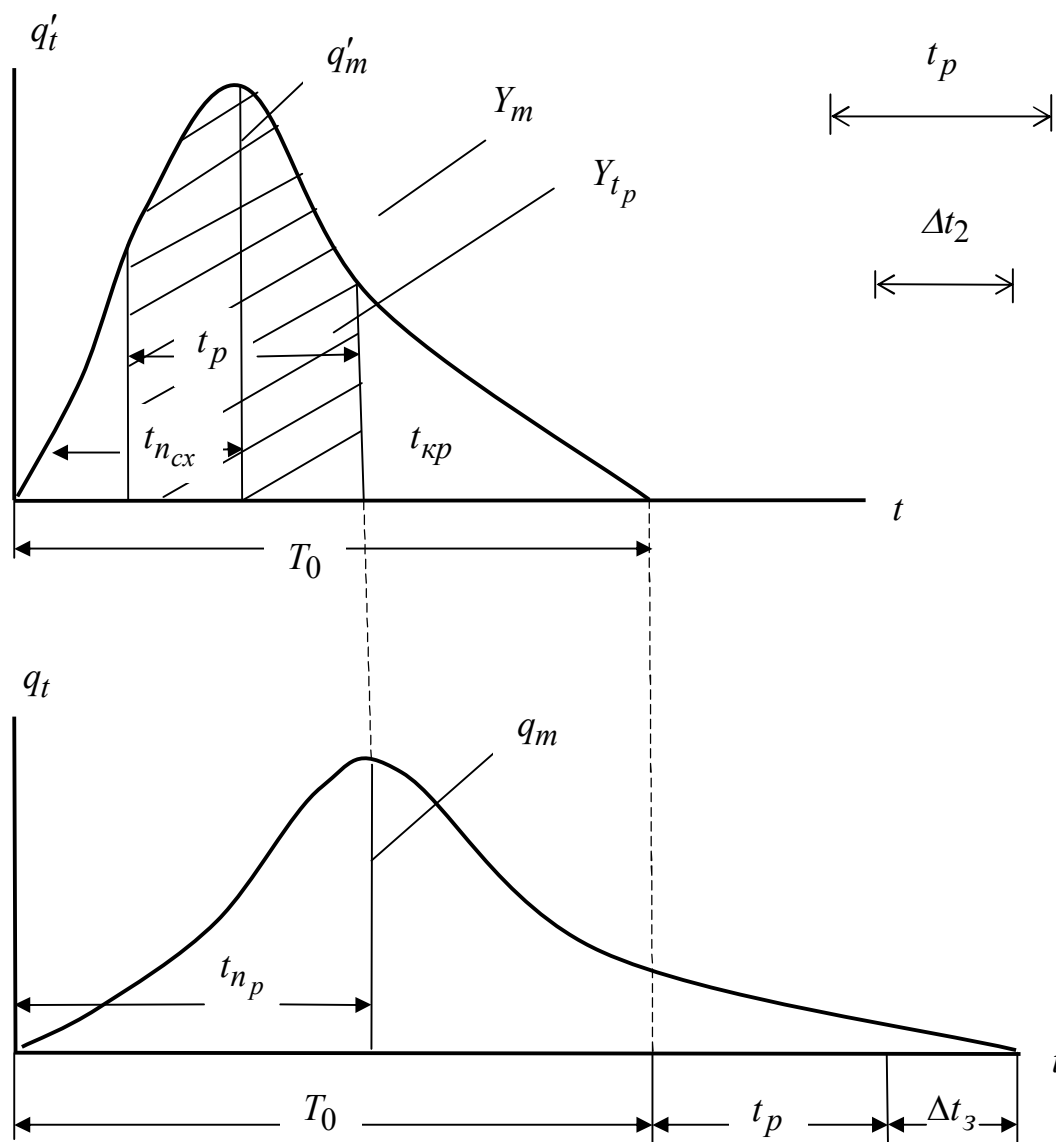


Рисунок 8.19 - Принципова схема трансформації схилогого припливу у русловий стік (за умови $T_0 > t_p$)

При симетричному гідрографі схилогого припливу максимальний модуль (витрата води), як видно з рис.8.19, спостерігається у часі із запізненням по відношенню до тривалості підйому схилогого стоку, бо

$$t_{np} = t_{ncx} + \frac{1}{2} \cdot t_p. \quad (8.117)$$

У загальному випадку час настання максимальної витрати води руслового стоку $t_{кр}$ відбувається тоді, коли в інтервалі t_p на схиловому гідрографі шар припливу Y_{t_p}

$$\left(\sum_{t_p} q'_t \right) = Y_{t_p} \quad (8.118)$$

буде найбільшим. З урахуванням (8.118)

$$Q_m = f \cdot \varepsilon \cdot Y_{t_p}, \quad (8.119)$$

де Y_{t_p} - діючий шар схилового стоку, який бере участь у формуванні максимальної витрати за умови $t_p < T_0$.

З рис.8.19 також видно, що $q'_m > q_m$. Пояснюється це тим, що шари стоку і схилового, і руслового гідрографів однакові (дорівнюють Y_m), а тривалості різні, зокрема, $T_n > T_0$.

Таким чином, основним фактором трансформації схилового припливу є розпластування паводкових і повеневих хвиль за рахунок тривалості руслового добігання й ефектів русло-заплавного регулювання максимального стоку річок.

8.8.2 Формування річкового стоку по руслових системах при співвідношенні $t_p > T_0$

Як вихідну, використаємо модель водозбору з ізохронами руслового добігання, наведену на рис.8.17, тобто при $t_p = 6\Delta t$. Для виконання умови $t_p > T_0$ візьмемо, наприклад, тривалість схилового припливу $t_p = 4\Delta t$ (рис.8.20).

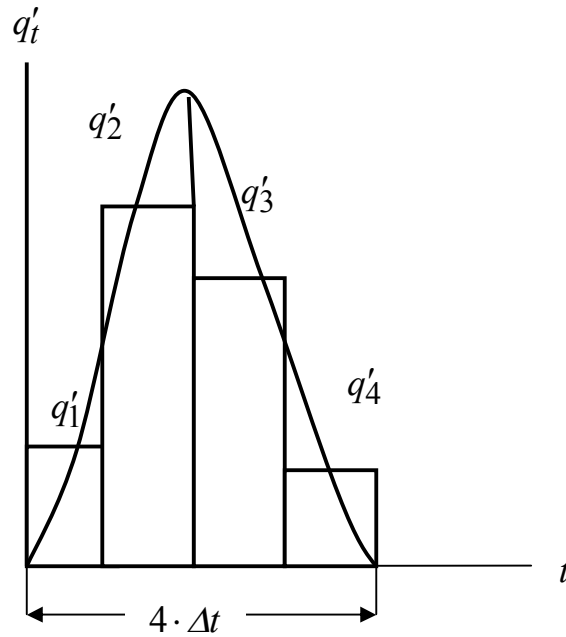


Рисунок 8.20 - Гідрограф схилового припливу до руслової мережі

Систему рівнянь для опису гідрографа руслового стоку при $t_p = 4\Delta t$ і $t_p = 6\Delta t$ запишемо у послідовності, яка розглядалась раніше:

$$Q_1 = f_1 q'_1 \varepsilon_1; \quad (8.120)$$

$$Q_2 = f_1 q'_2 \varepsilon_1 + f_2 q'_1 \varepsilon_2; \quad (8.121)$$

$$Q_3 = f_1 q'_3 \varepsilon_1 + f_2 q'_2 \varepsilon_2 + f_3 q'_1 \varepsilon_3; \quad (8.122)$$

$$Q_4 = f_1 q'_4 \varepsilon_1 + f_2 q'_3 \varepsilon_2 + f_3 q'_2 \varepsilon_3 + f_4 q'_1 \varepsilon_4. \quad (8.123)$$

В четверту одиницю часу припиняється схиловий приплив, а тому у подальшому:

$$Q_5 = f_2 q'_4 \varepsilon_2 + f_3 q'_3 \varepsilon_3 + f_4 q'_2 \varepsilon_4 + f_5 q'_1 \varepsilon_5; \quad (8.124)$$

$$Q_6 = f_3 q'_4 \varepsilon_3 + f_4 q'_3 \varepsilon_4 + f_5 q'_2 \varepsilon_5 + f_6 q'_1 \varepsilon_6. \quad (8.125)$$

В шостій розрахунковій одиниці мало місце добігання води від вододілу до замикального створу, а тому, починаючи з сьомої одиниці, почнеться спад руслового стоку:

$$Q_7 = f_4 q'_4 \varepsilon_4 + f_5 q'_3 \varepsilon_5 + f_6 q'_2 \varepsilon_6; \quad (8.126)$$

$$Q_8 = f_5 q'_4 \varepsilon_5 + f_6 q'_3 \varepsilon_6; \quad (8.127)$$

$$Q_9 = f_6 q'_4 \varepsilon_6; \quad (8.128)$$

$$Q_{10} = 0 \quad (8.129)$$

Тривалість руслового стоку, як і у першому випадку, буде дорівнювати

$$T_n = T_0 + t_p + \Delta t_3.$$

Очевидно, що максимальну ординату гідрографа стоку Q_m можна очікувати (у разі осереднення у часі q'_t і ε_t) в четверту, п'яту або шосту одиницю часу, а саме, коли

$$Q_m = q' \cdot \varepsilon \left(\sum_{T_0} f_t \right)_m. \quad (8.130)$$

Вираз, що стоїть у дужках, є площею одночасного формування руслового стоку (рис.8.21). Викладене свідчить про те, що за існування умови $t_p > T_0$ у формуванні максимального стоку бере участь весь схиловий приплив Y_m , але не вся площа водозбору, а тільки її частина – найбільша величина ($F_\partial < F$) за розрахункову тривалість схилового припливу T_0 , тобто

$$F_\partial = \left(\sum_{T_0} f_t \right)_m = B'_{cep} V_\partial \cdot T_0, \quad (8.131)$$

де B'_{cep} - середня ширина водозбору у межах F_∂ .

На рис.8.22 наводиться схема трансформації схилового стоку у русловий гідрограф при $t_p > T_0$.

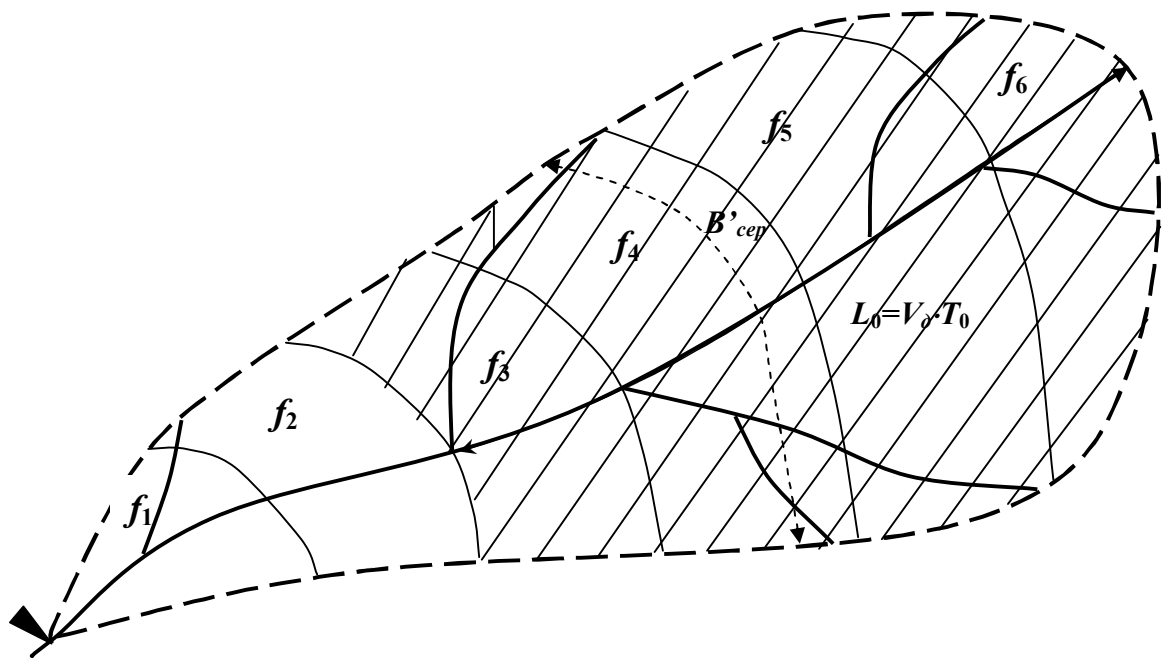



Рисунок 8.21 - Річковий водозбір з системою руслових ізохрон:

 - площа одночасного формування стоку F_{δ} ; $L_0 = V_{\delta} \cdot T_0$ - довжина ділянки, що формує Q_m .

З рис.8.22 видно, що максимальний модуль руслового стоку ($q_m < q'_m$) спостерігається наприкінці руслового добігання, тобто $t_{np} = T_0$.

Увагу читача ми привернули лише до основних положень формування паводкового стоку в рамках оператора «схилний стік – русловий стік», у тому числі й максимального. Нижче будуть розглянуті науково-методичні підходи щодо обґрунтування базових формул для нормування розрахункових характеристик річок.

8.9 Теоретичні основи створення розрахункових формул максимального стоку

В гідрологічній літературі наводиться велика кількість методик і формул із розрахунку характеристик максимального стоку паводків і весняних водопіль. Більшість з них має емпіричне походження і ґрунтується на залежностях максимальних модулів стоку від розміру водозборів або тривалості руслового добігання та декількох параметрах, за допомогою яких враховується регулюючий ефект озер, водосховищ, лісів й ін.

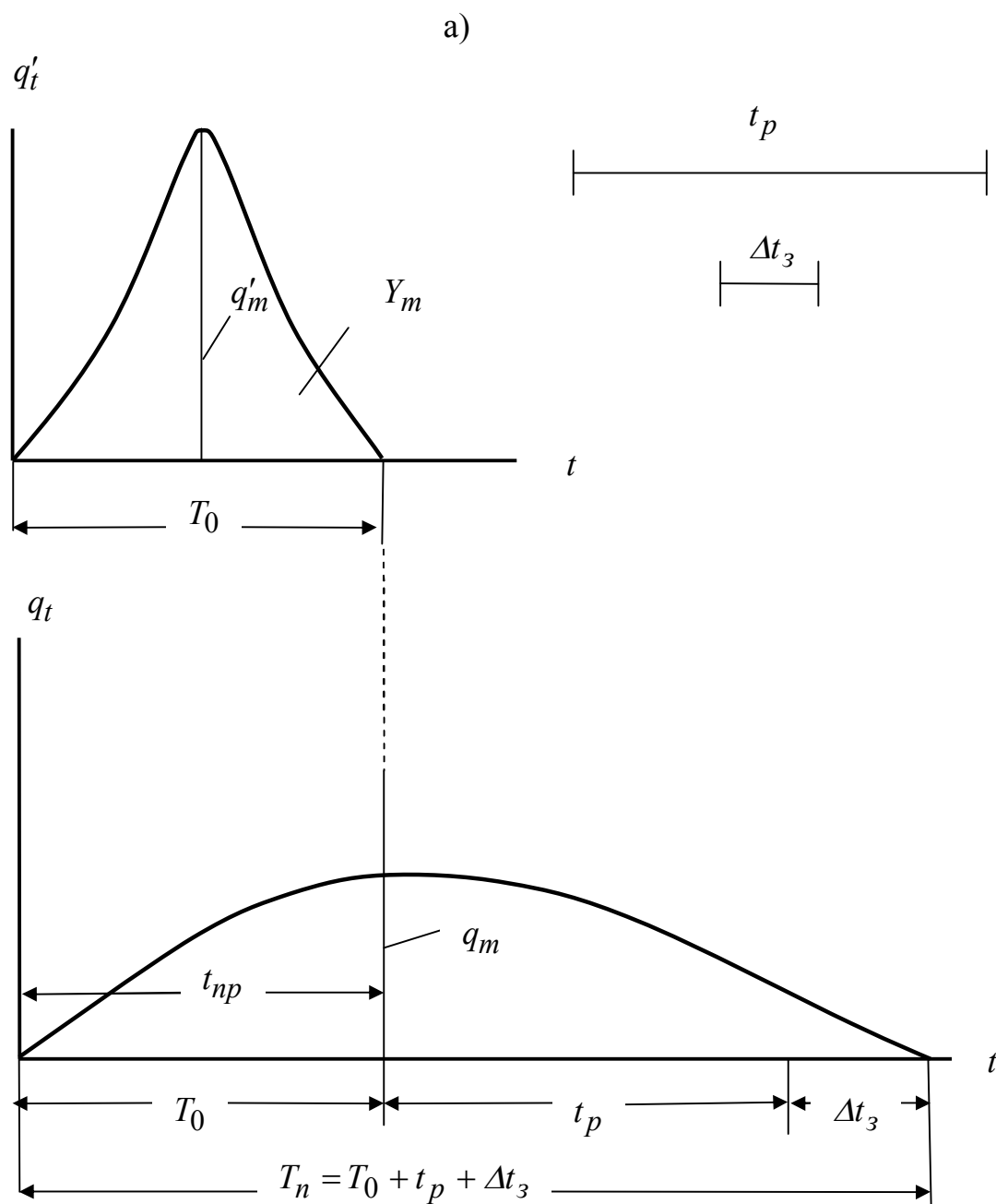


Рисунок 8.22 - Принципова схема трансформації схилого припливу у русловий стік (за умови $t_p > T_0$)

8.9.1 Редуційні формули максимального стоку річок

Першу спробу узагальнення напрацьованих формул і методів для розрахунку максимального стоку здійснив Д.Л.Соколовський (1959). Він поділив спочатку формули на 2 групи за областю застосування: окремо по

розрахунках максимального стоку весняного водопілля і дощових паводків. До першої групи віднесені редукційні й об'ємні формули. Класичним прикладом редукційної розрахункової методики є формула Д.І.Кочеріна (1932). Її загальний вигляд досить простий

$$q_m = \frac{q'_m}{(F+1)^{n_1}}, \quad (8.132)$$

де q_m - максимальний модуль стоку;

q'_m - максимальний модуль схилового припливу;

F - площа водозбору;

n_1 - показник редукції.

Наведені параметри, що входять до (8.132), визначаються за простою процедурою – логарифмуванням вихідної формули та побудовою емпіричної залежності $\lg q_m = f[\lg(F+1)]$. Тангенс кута нахилу лінії зв'язку до осі абсцис є показник степеня n_1 , а відрізок, що відсікається по ординаті (при $F=0$) – максимальний модуль схилового припливу q'_m . Проблемними питаннями, які стосуються структури (8.132), були й залишаються:

1. Адекватність запровадженої структури явищу формування максимального стоку.

2. Можливості просторового узагальнення параметрів базової структури. Недоліки, які необхідно віднести до існування першої проблеми, були чітко окреслені у наукових працях К.П.Воскресенського (1956), О.О.Соколова (1970) й ін. Вони пов'язані з тим, що крім площі водозбору характер редукції багато в чому залежить від шару стоку. І дійсно, виявилося, що модулі q'_m залежать від шару стоку за період водопілля та описуються рівнянням

$$q'_m = k_0 Y_m, \quad (8.133)$$

де k_0 - коефіцієнт «дружності» (за термінологією нормативного документу СН 435-72) весняного водопілля. На його змісті ми зупинимось дещо пізніше.

Підставимо (8.133) в (8.132), тоді

$$q_m = \frac{k_0 Y_m}{(F+1)^{n_1}} \delta \delta_1 \delta_2, \quad (8.134)$$

де δ - коефіцієнт впливу регулюючої місткості озер, водосховищ, ставків проточного типу на регулювання максимальних модулів (витрат) стоку;

δ_1, δ_2 - редукційні коефіцієнти впливу залісеності (δ_1) і заболоченості (δ_2) на характеристики максимального стоку річок.

У методичному відношенні шари стоку за період весняного водопілля рекомендується картувати, а k_0 - районувати або визначати за аналогією з сусідніми річками. З часом з'ясувалось, що формули у вигляді (8.132) і (8.134) не повною мірою описують загальну редукцію q_m при збільшенні розмірів водозборів. Відзначалось, що в області невеликих водозборів спостерігається уповільнення редукції, порівняно з середніми, а тим більш з великими річками. Щоб компенсувати цей структурний недолік, у знаменник було привнесено параметр b , величина якого залежить від географічного положення водозборів (табл.8.2).

Таблиця 8.2 - Значення параметра b по географічних зонах (для рівнинних річок)

Географічна зона	Тундри і лісова	Лісостепова	Степова, посушливих степів, полупустель
$b, \text{км}^2$	1,0	2,0	10,0

З урахуванням b формула набула такого структурного виразу

$$q_m = \frac{k_0 Y_m}{(F + b)^{n_1}} \quad (8.135)$$

Така «підгонка» структури (8.133) під описання природного процесу виявляється некоректною. Дійсно, з базової структури (8.132) граничною умовою зверху для відношення q_m / q'_m повинна бути одиниця (при $F = 0$). З «підкорегованої» (8.135) структури маємо дещо інший результат, а саме

$$q_m / q'_m = \frac{q_m}{k_0 Y_m} = \frac{1}{b^{n_1}} < 1,0 \quad (8.136)$$

Більш методично виваженим є інше представлення залежності $q_m = f(F)$ або $q_m/q'_m = f(F)$, якщо для них притаманним виявляється різний характер редукції в області невеликих і великих (за розмірами) водозборів:

а) при $F < F_0$, де F_0 - точка перегину на залежностях $\lg q_m = f[\lg(F+1)]$ або $\lg \frac{q_m}{Y_m} = f[\lg(F+1)]$ в редакції (8.132) чи (8.135);

б) при $F \geq F_0$

$$q_m = \left(\frac{q_{F_0}}{F^{n_2}} \right) \cdot F_0^{n_2 - n_1} \quad (8.137)$$

і

$$q_m = \frac{k_0 Y_m}{F^{n_2}} \cdot F_0^{n_2 - n_1} \quad (8.138)$$

Редукційні формули вигляду (8.134) до цього часу використовуються при нормуванні характеристик максимального стоку річок як в Україні (СНіП 2.01.14-83), так і в інших країнах (наприклад, в Російській Федерації і деяких країнах СНД – це СП 33-101-2003). У своїх працях Д.Л.Соколовський (1968) здійснив спробу надати емпіричній структурі (8.132), а таким чином й (8.134), теоретичне обґрунтування. Розглядалися одномодальні лінійні гідрографи схилового припливу Q'_t і руслового стоку Q_t з тривалостями, відповідно T_0 і $(T_0 + t_p)$, та максимальними ординатами Q'_m і Q_m . Виходячи з лінійної форми гідрографів, їх об'єми будуть дорівнювати:

а) для схилового припливу W_{np}

$$W_{np} = \frac{1}{2} T_0 Q'_m; \quad (8.139)$$

а) для руслового стоку W_{cm}

$$W_{cm} = \frac{1}{2} (T_0 + t_p) Q_m. \quad (8.140)$$

Вважаючи, що у русловій мережі втрат поверхневого стоку майже не відбувається, то $W_{cm} = W_{np}$, а

$$Q_m = \frac{Q'_m T_0}{T_0 + t_p} = \frac{Q'_m}{1 + \frac{t_p}{T_0}} . \quad (8.141)$$

Поділимо ліву і праву частини (8.141) на площу водозбору F , тоді

$$q_m = \frac{q'_m}{1 + \frac{t_p}{T_0}} . \quad (8.142)$$

З чисто формальних міркувань, порівнюючи емпіричну структуру (8.132) і (8.142), Д.Л.Соколовський робить висновок про те, що вираз (8.142) є доказом теоретичної моделі одномодальних трикутних за формою гідрографів у формулі (8.132), бо з порівняння випливає

$$\frac{1}{1 + \frac{t_p}{T_0}} = \frac{1}{(F + 1)^{n_1}} . \quad (8.143)$$

Тотожність (8.143) начебто є доказом, що основним і єдиним чинником редукції максимальних модулів q_m при збільшенні площі водозборів є тільки тривалість руслового добігання t_p , зокрема, нормована по T_0 .

Через відсутність вихідної інформації в усьому діапазоні F цей висновок не перевірявся. Але як потім з'ясувалось, такий висновок не повною мірою відповідає дійсності, про що буде йтися дещо пізніше.

8.9.2 Об'ємні формули максимального стоку річок

На відміну від редукційних, в їх основу покладено одномодальний гідрограф з тривалістю стоку T_n , об'ємом W_{cm} і максимальною витратою води Q_m . За такої геометричної моделі паводка або водопілля

$$W_{cm} = \frac{1}{k_\phi} Q_m T_n . \quad (8.144)$$

Звідки

$$Q_m = k_\phi \frac{W_{cm}}{T_n} , \quad (8.145)$$

де k_ϕ - коефіцієнт, який залежить від форми руслового гідрографа і з (8.145) він дорівнює

$$k_{\phi} = \frac{Q_m T_n}{W_{cm}} = \frac{Q_m}{\bar{Q}_{T_n}}, \quad (8.146)$$

\bar{Q}_T - середня за водопілля (паводок) витрата води.

Розділимо ліву і праву частини (8.145) на F , тоді

$$q_m = k_{\phi} \frac{Y_m}{T_n} \quad (8.147)$$

З теорії формування максимального стоку, заснованої на моделі руслових ізохрони, відомо, що $T_n = T_0 + t_p + \Delta t_z$ (див. п.8.6.1). Різна природа складових T_n змусила дослідників максимального стоку річок при розрахунках і узагальненні тривалості руслового стоку піти на деякі спрощення. Зокрема, А.В.Огієвський (1938) русловий гідрограф використав у вигляді лінійного трикутника, а тривалість T_n взяв як суму T_0 і t_p . Для такої моделі, очевидно, що $k_{\phi} = 2,0$ і таким чином

$$q_m = \frac{2Y_m}{T_0 + t_p}, \quad (8.148)$$

де t_p - тривалість руслового добігання

$$t_p = \frac{L}{V_{\partial}} = \frac{L}{\alpha_0 (I \cdot 10^4 + 30)}, \quad (8.149)$$

L - гідрографічна довжина річки;

I - ухил річки;

α_0 - коефіцієнт, який залежить від особливостей заплави.

Стосовно (8.148) слід зауважити, що гідрографи стоку зазвичай характеризуються $k_{\phi} > 2,0$ і $T_n > (T_0 + t_p)$, а тому запропонована А.В.Огієвським схематизація паводків і водопіль не відповідає дійсності. Ці структурні недоліки (8.148) були деякою мірою враховані В.І.Мокляком (1957) – ще одним представником київської наукової гідрологічної школи, заснованої А.В.Огієвським. Вихідний варіант формули В.І.Мокляка має вигляд

$$q_m = k_{\phi} \frac{Y_m}{m_0 T_0 + t_p + t_n}, \quad (8.150)$$

де m_0 - коефіцієнт для врахування впливу на тривалість припливу T_0 залісеності і заболоченості водозборів;

t_n - тривалість переміщення фронту сніготанення (водовіддачі) у межах водозбору.

В структурі (8.150) позитивним слід вважати спробу (за допомогою m_0) врахувати вплив на тривалість схилового припливу під час весняних водопіль регулюючої спроможності лісів і боліт, причому

$$m_0 = 1 + \alpha_L f_L + f_{\bar{b}}, \quad (8.151)$$

де α_L - коефіцієнт, який рекомендується для листяних лісів 0,7, а для хвойних – 1,0.

Коефіцієнти руслових гідрографів нормовано в залежності від площ водозборів:

а) при $(t_p + t_{cx}) < 1$ доби

$$k_{\phi} = 2,8 \cdot \sqrt{t_p + t_{cx}}; \quad (8.152)$$

б) при $(t_p + t_{cx}) > 11$ діб

$$k_{\phi} = 2,8 + 0,05(t_p + t_{cx} - 11); \quad (8.153)$$

в) в діапазоні 1 доби $< (t_p + t_{cx}) < 11$ діб

$$k_{\phi} = 2,8, \quad (8.154)$$

де t_{cx} - тривалість схилового добігання під час весняного водопілля.

Найбільш широке розповсюдження серед формул об'ємного типу отримала структура, яка була запропонована Д.Л.Соколовським (1945) для розрахунку характеристик паводкового стоку. Форма паводка береться у вигляді двох парабол, що збігаються у вершині. Рівняння гідрографа записується таким чином:

- гілка підйому

$$Q_t = Q_m \left(\frac{t}{t_n} \right)^m; \quad (8.155)$$

- гілка спаду

$$Q_t = Q_m \left(\frac{t_{cn} - t}{t_{cn}} \right)^{n'}, \quad (8.156)$$

де t_n - тривалість підйому;

t_{cn} - тривалість спаду.

Об'єм стоку у фазі підйому дорівнює

$$W_n = \int_0^{t_n} Q_t dt = Q_m \cdot \frac{1}{t_n^m} \int_0^{t_n} t^{m'} dt = \frac{1}{m' + 1} Q_m t_n \quad (8.157)$$

Аналогічно для фази спаду

$$W_{cn} = \int_0^{t_{cn}} Q_t dt = Q_m \cdot \frac{1}{t_{cn}^n} \int_0^{t_{cn}} (t_{cn} - t)^{n'} dt = \frac{1}{n' + 1} Q_m t_{cn} \quad (8.158)$$

Об'єм стоку за паводок дорівнює

$$W = W_n + W_{cn} = Q_m t_n \left(\frac{1}{m' + 1} + \frac{1}{n' + 1} \gamma \right), \quad (8.159)$$

де $\gamma = \frac{t_{cn}}{t_n} > 1,0$.

В узагальненому вигляді

$$W = Q_m t_n \left[\frac{(n' + 1) + \gamma(m' + 1)}{(m' + 1)(n' + 1)} \right] \quad (8.160)$$

Відносно Q_m (8.160) запишеться так

$$Q_m = \frac{W}{t_n} \frac{(m' + 1)(n' + 1)}{(n' + 1) + \gamma(m' + 1)} = \frac{W}{t_n} f, \quad (8.161)$$

де f - коефіцієнт форми гідрографа, тобто

$$f = \frac{(m' + 1)(n' + 1)}{(n' + 1) + \gamma(m' + 1)} \quad (8.162)$$

Максимальний модуль q_m становитиме

$$q_m = \frac{Y_m}{t_n} f. \quad (8.163)$$

З іншого боку,

$$T_n = t_n + t_{cn} = t_n(1 + \lambda). \quad (8.164)$$

З урахуванням (8.164) формула (8.163) запишеться в редакції

$$q_m = \frac{Y_m}{T_n} f(1 + \gamma). \quad (8.165)$$

За Д.Л.Соколовським (1968), структура (8.165) для розрахунку максимального стоку дощових паводків має вигляд

$$q_m = \frac{H \cdot \eta}{T_n} f(1 + \gamma), \quad (8.166)$$

де H_m - кількість опадів за дощ;

η - коефіцієнт паводкового стоку.

Сумарна величина максимального модуля паводкового стоку дорівнюватиме

$$q_{m_{\text{сум}}} = q_m + q_{\text{гр}}, \quad (8.167)$$

де $q_{\text{гр}}$ - модуль ґрунтової складової, який приблизно визначається по нормі ґрунтового стоку. У розглянутих вище варіантах в наш час об'ємні формули не використовуються.

Для розрахунку характеристик максимального стоку дощових паводків, крім редуційних формул, поширені й інші структури – граничної інтенсивності, а також ті, що засновані на моделі руслових ізохрон.

Коротка історична довідка по використанню у практичній діяльності формул граничної інтенсивності у межах країн СНД наводиться у підручнику Д.Л.Соколовського «Речной сток» (1968).

До науково-методичних аспектів, які стосуються удосконалення структури і параметрів формул граничної інтенсивності, ми повернемося дещо пізніше.

8.9.3 Математична модель формування річкового стоку з елементарних водозборів А.М.Бефані

Основоположником глибокого і послідовного напряму досліджень формування максимального стоку, заснованого на гідромеханічній теорії, нами вважається професор Бефані А.М. – засновник одеської наукової школи теоретичної і прикладної гідрології.

У науково-методичному відношенні водозбори ним поділяються на елементарні і розгалужені річкові системи. Елементарні водозбори моделюються у вигляді прямокутників з одним руслом посередині (рис.8.23). Розгалужені річкові системи можна порівняти з кроною дерева.

Для виділеної ділянки довжиною dx можна записати у довільній формі балансове рівняння

$$Q_1 dt + q'_t dx dt = Q_2 dt + \frac{\partial \omega}{\partial t} dt dx \quad (8.168)$$

або

$$Q_1 dt + q'_t dx dt = \left(Q_1 + \frac{\partial Q}{\partial x} dx \right) dt + \frac{\partial \omega}{\partial t} dt dx. \quad (8.169)$$

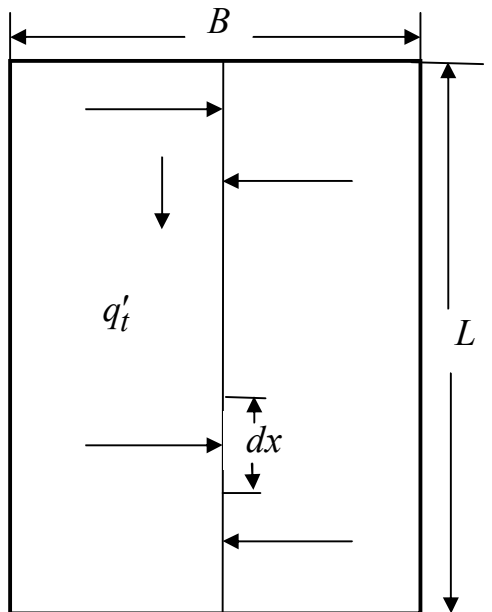


Рисунок 8.23 - Модель елементарного водозбору

Після деяких простих перетворень

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = q'_t. \quad (8.170)$$

Фактично (8.170) є диференціальне рівняння стоку з елементарних водозборів.

Враховуючи, що $Q = \omega V_\partial$, рівняння (8.170) можна дещо спростити, особливо якщо швидкість руслового добігання V_∂ паводкової хвилі по довжині водотоку змінюється у незначних межах. За Шезі,

$$V_\partial = a \sqrt{R I}, \quad (8.171)$$

де a - швидкісний коефіцієнт, який залежить від шорсткості русла і заплави;

R - гідравлічний радіус;

I - уклон водотоку.

Для природних водотоків, у яких ширина B перевищує суттєво глибину $h_{сер}$, замість R можна використати саме середню глибину. У свою чергу існує (на водотоках зі стійкими руслами) однозначна залежність між глибиною $h_{сер}$ і витратою води Q . Тоді (8.171) можна представити у вигляді

$$V_{\partial} = a_0 I^{\alpha} Q^{\beta}. \quad (8.172)$$

В п.8.5.1, де розглядалось питання про швидкість добігання повеневих (паводкових) хвиль V_{∂} , засвідчено, що на більшості річок України $\alpha = \beta \approx 1/3$, причому в залежності від довжини водотоків I і Q змінюються у протилежних напрямках. Ці обставини сприяють тому, що можна припустити незначну змінність V_{∂} по довжині водотоку. За таких умов (8.170) запишеться у вигляді

$$V_{\partial} \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = q'_t. \quad (8.173)$$

Приступаючи до інтегрування (8.173), попередньо складається допоміжна система

$$\frac{dx}{V_{\partial}} = \frac{dt}{1} = \frac{d\omega}{q'_t}. \quad (8.174)$$

Розглянемо співвідношення

$$\frac{dx}{V_{\partial}} = \frac{dt}{1} \quad \text{і} \quad \frac{dt}{1} = \frac{d\omega}{q'_t}. \quad (8.175)$$

Частинні рівняння мають вигляд

$$x = V_{\partial} t + C_1 \quad (8.176)$$

і

$$\omega = \int q'_t dt + C_2. \quad (8.177)$$

Для визначення постійних інтегрування C_1 і C_2 запишемо початкові і граничні умови: $t = 0$; $\omega = 0$ (початкові) і $x = 0$; $\omega = 0$ (граничні).

Якщо застосуємо до (8.176) і (8.177) початкові умови, то $C_1 = x$, а $C_2 = 0$ і у часі динаміка живого перерізу буде описуватись рівнянням

$$\omega = \int_0^t q'_t dt. \quad (8.178)$$

При застосуванні граничних умов

$$C_1 = -V_\partial t, \quad (8.179)$$

а

$$C_2 = -\int_0^t q'_t dt. \quad (8.180)$$

Для розв'язання (8.180) підставимо замість C_1 і C_2 їх значення, виходячи з (8.176) і (8.177), тоді

$$\omega = \int_0^t q'_t dt - \frac{-(x - V_\partial t)/V_\partial}{\int_0^t q'_t dt}. \quad (8.181)$$

Звідки

$$\omega = \int_0^t q'_t dt - \int_0^{t-t_x} q'_t dt = \int_{t-t_x}^t q'_t dt, \quad (8.182)$$

де $t_x = \frac{x}{V_\partial}$ - тривалість руслового добігання від вододілу до розрахункового створу, якому відповідає розрахункова ділянка довжиною x .

Таким чином, отримано два рівняння, якими описується динаміка живого перерізу у часі (8.178) і просторі (8.182).

Максимальна витрата води, якщо тривалість припливу $T_0 < t_p$, буде визначатись за рівнянням (8.178) і дорівнюватиме

$$Q_m = \omega_m V_\partial = V_\partial \int_0^{T_0} q'_t dt. \quad (8.183)$$

Інтеграл $\int_0^{T_0} q'_t dt$, очевидно, є площа гідографа, яка дорівнює шару стоку за паводок (водопілля) Y_m .

Тоді при ширині водозбору B

$$Q_m = V_{\partial} Y_m B, \quad (8.184)$$

а максимальний модуль дорівнюватиме

$$q_m = \frac{Q_m}{F} = \frac{Q_m}{B \cdot L} = \frac{Y_m}{t_p}. \quad (8.185)$$

Очевидно, що за умови $t_p > T_0$, у формуванні максимальної витрати (модуля) води на елементарних водозборах бере участь увесь об'єм (шар) стоку.

При $t_p < T_0$ формування стоку у замикальному створі буде відбуватись таким чином. До моменту $t < t_x$ ординати гідрографа будуть визначатись за рівнянням (8.183). За умови $t = t_p$ величина $x = L$, а $t_x = t_p$, тобто

$$Q_{t=t_p} = \int_0^{t_p} q'_t dt \quad (8.186)$$

Точно таким же чином запишеться і вираз (8.183). В інтервалі часу від $t = t_p$ і до кінця схилового припливу T_0 формування ординат стоку Q_t буде відбуватись за (8.182), а саме

$$Q_{t>t_p} = V_{\partial} \int_{t-t_p}^t q'_t dt \quad (8.187)$$

Максимальна ордината буде спостерігатись тоді, коли інтеграл за час t_p буде найбільшим, тобто

$$Q_m = V_{\partial} \left(\int_{t-t_p}^t q'_t dt \right)_m = V_{\partial} \int_{t_{kp}-t_p}^{t_{kp}} q'_t dt = V_{\partial} Y_{t_p} B, \quad (8.188)$$

де Y_{t_p} - найбільше значення шару припливу за час руслового добігання.

Інтеграл (8.187) ілюструється рис.8.24.

Максимальний модуль за таких умов дорівнюватиме

$$q_m = \frac{Q_m}{B \cdot L} = \frac{Y_{t_p}}{t_p}. \quad (8.189)$$

При співвідношенні $T_0 > t_p$ максимальний модуль q_m формується не усім шаром припливу Y_{t_p} , а тільки його часткою - $Y_{t_p} < Y_m$.

Структурні вирази (8.185) і (8.189) доцільно об'єднати, маючи на увазі, що

$$Y_{t_p} = \varphi \cdot Y_m, \quad (8.190)$$

де φ - коефіцієнт повноти формування максимального стоку, тобто

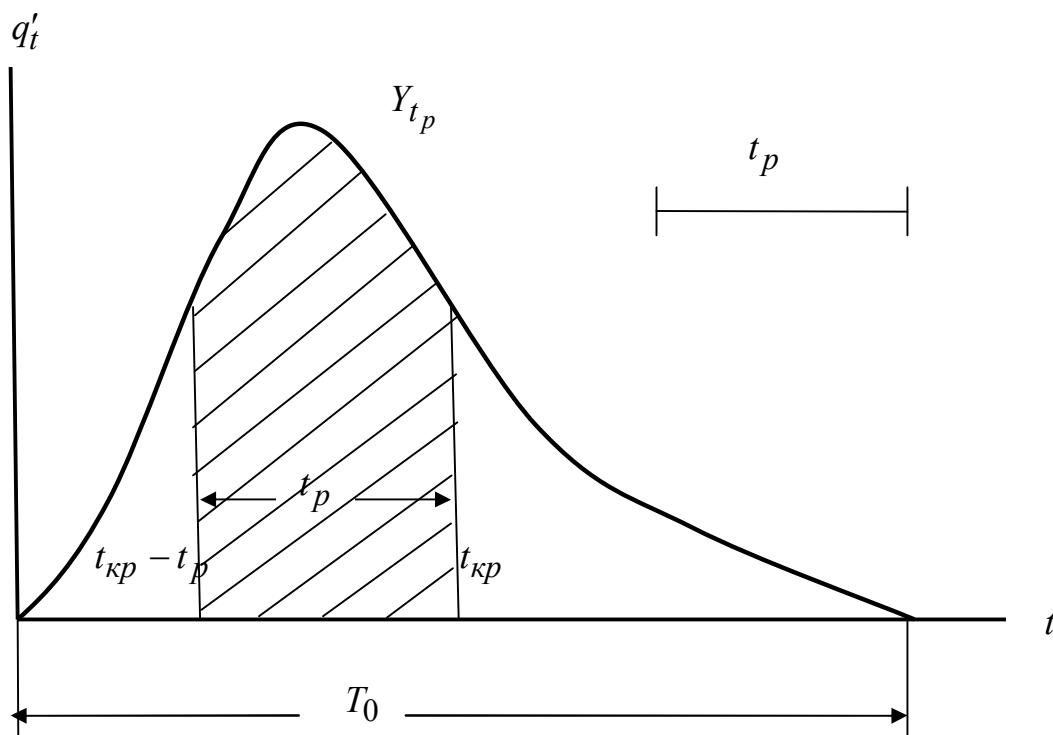


Рисунок 8.24 - Схема формування максимальної витрати води за умови $T_0 > t_p$

$$\varphi = \frac{Y_{t_p}}{Y_m}. \quad (8.191)$$

За відомим рівнянням, яким описується динаміка схилового припливу у часі q'_t ,

$$\varphi = \frac{\int_0^{t_{kp}} q'_t dt}{\int_0^{t_{kp}-t_p} q'_t dt} \quad (8.192)$$

Для вирішення задачі відносно розрахунку Y_{t_p} і Y_m доцільно гідрографи схилового припливу перебудувати, здійснюючи розгортку q'_t від максимальної ординати за схемою, показаною на рис.8.25.

Вихідний гідрограф схилового припливу (рис.8.25а) для зручності з кроком у часі Δt поділяється на 10 частин. На рис.8.25б цей же самий гідрограф, але вже перебудований і представлений у відносних координатах t/T_0 і q'_t/q'_m . Причому на новому графічному зображенні схилового гідрографа нульова координата відрахунку відноситься до $t/T_0 = 0$ і $q'_t/q'_m = 1.0$.

Кожна з 10 ординат вибирається таким чином, щоб вона була більшою за попередню (див.рис.8.25а). З'єднуючи точки на рис.8.25б, отримуємо перебудований гідрограф вигляду $q'_t/q'_m = f\left(\frac{t}{T_0}\right)$. Така процедура до-

зволяє потім досить просто визначати Y_{t_p} і Y_m , як $\int_0^{t_p} q'_t dt$ й $\int_0^{T_0} q'_t dt$. Аналі-

тично залежність 8.25б можна описати співвідношенням $q'_t/q'_m = 1 - \left(\frac{t}{T_0}\right)^n$,

звідки

$$q'_t = q'_m \left[1 - \left(\frac{t}{T_0} \right)^n \right]. \quad (8.193)$$

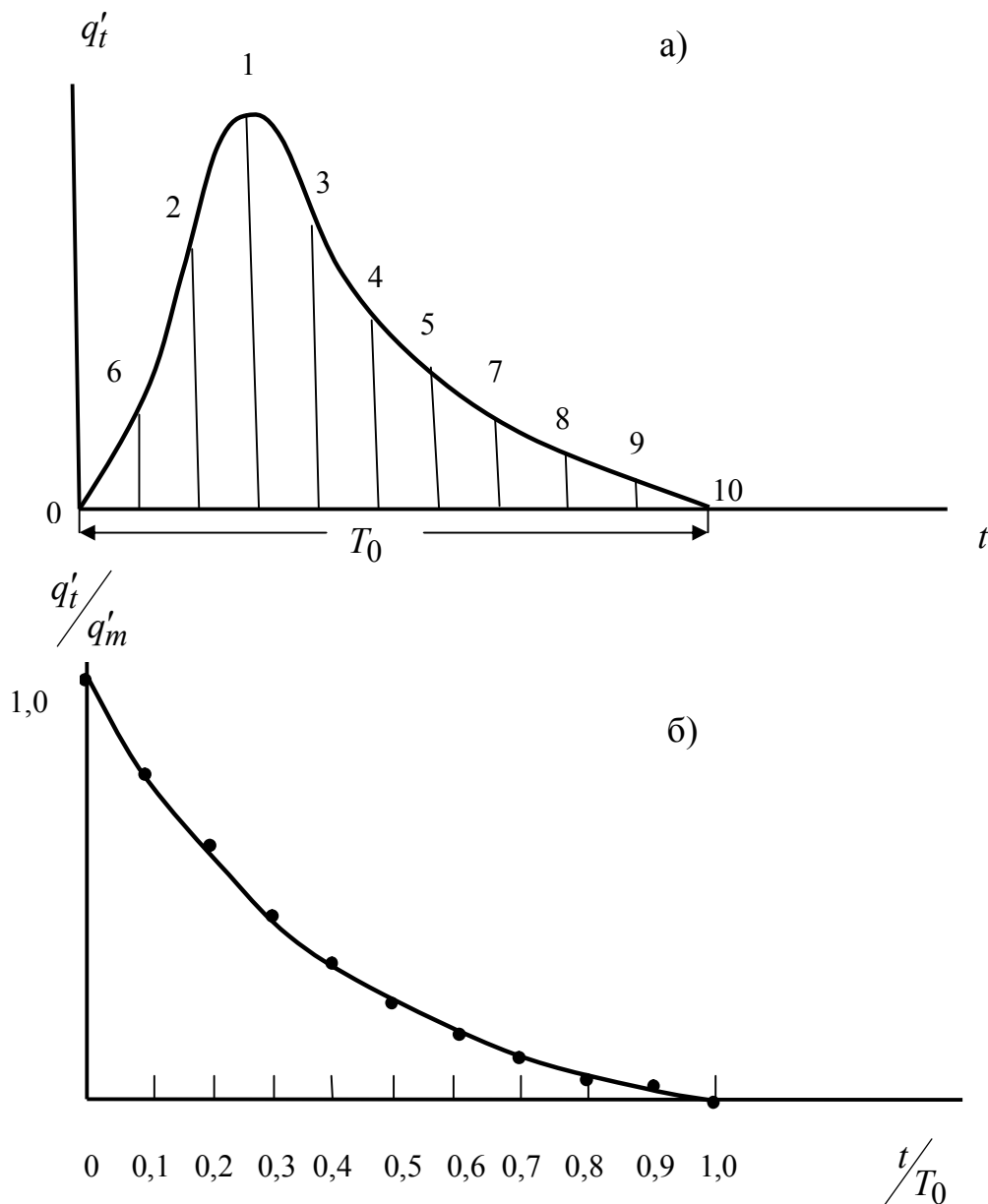


Рисунок 8.25 - Гідрографи схилового припливу: а) у хронологічному вигляді; б) у перебудованому варіанті

Рівняння (8.193) задовольняє умови: при $t = 0$ модуль $q'_{t=0} = q'_m$, а при $\frac{t}{T_0} = 1,0$ - $q'_{t=T_0} = 0$, що повною мірою узгоджується з рис.8.25б. Використовуючи (8.193), можна записати

$$\varphi = \frac{\int_0^{t_p} q'_t dt}{T_0 \int_0^{t_p} q'_t dt} = \frac{n+1}{n} \frac{t_p}{T_0} \left[1 - \frac{1}{n+1} \left(\frac{t_p}{T_0} \right)^n \right], \quad (8.194)$$

де $\frac{n+1}{n}$ - коефіцієнт часової нерівномірності схилового припливу.

Згідно з (8.194), коефіцієнт повноти схилового припливу, який бере участь у формуванні максимальної витрати руслового стоку, залежить від співвідношення між тривалостями руслового добігання t_p і схилового припливу T_0 та форми схилового гідрографа. Гідрографи схилового припливу характеризуються степеневим показником $n \leq 1,0$. На рис.8.26 наводиться залежність $\varphi = f\left(\frac{t_p}{T_0}, n\right)$.

Узагальнена формула максимального стоку, з урахуванням φ , набуває розрахункового вигляду

$$q_m = \frac{Y_m}{t_p} \varphi \quad (8.195)$$

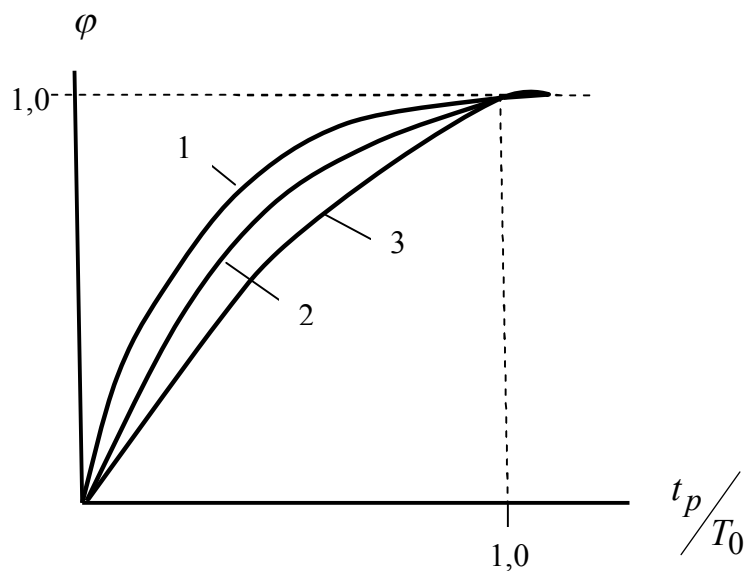


Рисунок 8.26 - Залежність коефіцієнта повноти схилового припливу φ

від співвідношення $\frac{t_p}{T_0}$ і $n_1 < n_2 < n_3$

8.9.4 Математична модель формування максимального стоку на річкових системах А.М.Бефані

Побудувати теоретичну модель формування максимального стоку на розгалужених річкових системах за схемою елементарних водозборів не вдається, оскільки на окремих ділянках русел до них надходить вода не лише зі схилів, але й за рахунок приток різного порядку. Тому А.М.Бефані (1958) для вирішення цієї проблеми використав модель руслових ізохрон (рис.8.27).

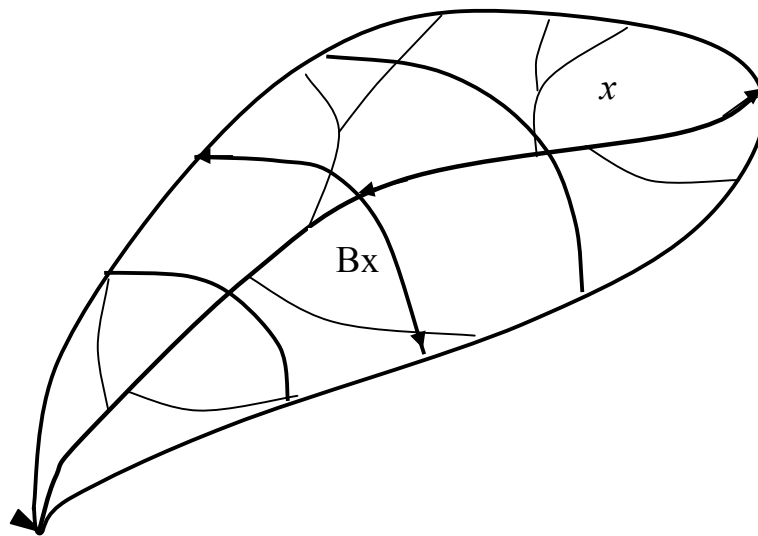


Рисунок 8.27 - Річкова система з ізохронами руслового добігання

Розглядається ізохрона шириною Bx , яка віддалена від основного вододілу на відстань x . Бічний приплив у площині кожної ізохрони можна записати як функцію q'_t , помножену на кількість русел, які перетинаються відповідною ізохроною. У такому випадку диференціальне рівняння руслового стоку запишеться у вигляді

$$V \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = n_x q'_t, \quad (8.196)$$

де n_x - кількість русел у площині ізохрони, віддаленої на відстань x від вододілу. Якщо мати на увазі, що до кожного русла відносяться на водозборах по 2 схили, то n_x буде становити

$$n_x = \frac{Bx}{2\ell}, \quad (8.197)$$

де ℓ - довжина схилу;

Bx - ширина водозбору по ізохроні руслового добігання.

Відношення $\frac{1}{2\ell}$ є коефіцієнт густоти гідрографічної мережі α , а тому $n_x = \alpha Bx$.

Підставимо (8.197) у (8.196), тоді

$$V_\partial \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = \alpha Bx q'_t. \quad (8.198)$$

При швидкості руслового добігання паводкових хвиль, яка незначно змінюється за довжиною річок, $Bx = B_t$, а (8.198) набуде вигляду

$$V_\partial \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = \alpha B_t q'_t. \quad (8.199)$$

Інтегрується (8.199) за схемою елементарних водозборів, тобто спочатку складається допоміжна система співвідношень:

$$\frac{dx}{V_\partial} = \frac{dt}{1} = \frac{d\omega}{\alpha B_t q'_t}. \quad (8.200)$$

На основі (8.200) можна записати

$$x = V_\partial t + C_1 \quad (8.201)$$

і

$$\omega = \alpha \int B_t q'_t dt + C_2. \quad (8.202)$$

Початкові та граничні умови: $t = 0$; $\omega = 0$ й $x = 0$; $\omega = 0$.

Розглянемо динаміку площі живого перерізу ω у часі, для чого скористуємось початковими умовами, тоді

$$C_1 = x, \quad (8.203)$$

а

$$\omega = \alpha \int_0^t q'_t B_t dt. \quad (8.204)$$

При застосуванні граничних обмежень:

$$C_1 = -V_\partial t, \quad (8.205)$$

i

$$C_2 = -\alpha \int_0^t q'_t B_t dt. \quad (8.206)$$

Об'єднуючим частинні інтеграли (8.205) і (8.206) є рівняння

$$C_2 = -\alpha \int_0^t \frac{-C_1}{V_\partial} q'_t B_t dt. \quad (8.207)$$

Визначаючи C_1 і C_2 з (8.201) і (8.202), підставимо їх у (8.207) і отримаємо вираз відносно ω

$$\omega = \alpha \int_0^t q'_t B_t dt - \alpha \int_0^{t-t_x} q'_t B_t dt = \alpha \int_{t-t_x}^t q'_t B_t dt, \quad (8.208)$$

$$\text{де } t_x = \frac{x}{V_\partial}.$$

Максимальні витрати і модулі стоку будуть розраховуватись в залежності від співвідношення між тривалостями руслового добігання t_p і схилового припливу T_0 . Так, при $t_p > T_0$, відповідно до (8.204)

$$Q_m = V_\partial \cdot \omega_m = V_\partial \cdot \alpha \int_0^{T_0} q'_t B_t dt. \quad (8.209)$$

Для того, щоб спростити розв'язання цього рівняння, здійснимо осереднення функції B_t по T_0 , тоді

$$(Q_m)_{np} = \alpha B'_{сер} V_\partial \int_0^{T_0} q'_t dt, \quad (8.210)$$

де $(Q_m)_{np}$ - максимальна витрата води, розрахована за умови переходу від реальної форми водозбору до прямокутної, шириною $B'_{сер}$.

Для врахування такої спрощеної процедури введемо спеціальний коефіцієнт k'_1 , який дорівнює

$$k'_1 = \frac{Q_m}{(Q_m)_{np}}. \quad (8.211)$$

Звідки

$$Q_m = k'_1 (Q_m)_{np} = V_\partial B'_{cep} k'_1 Y_m. \quad (8.212)$$

Максимальний модуль стоку q_m буде становити

$$q_m = \frac{Q_m}{F} = \frac{V_\partial B'_{cep} k'_1 Y_m}{B_{cep} L} = \frac{Y_m}{t_p} k'_1 \frac{B'_{cep}}{B_{cep}}, \quad (8.213)$$

$$\text{де } \frac{1}{t_p} = \frac{V_\partial}{L}, \text{ а } \alpha \int_0^{T_0} q'_t dt = Y_m.$$

Коефіцієнт k'_1 і відношення $\frac{B'_{cep}}{B_{cep}}$ залежать від форми річкових водозборів і тому їх можна об'єднати в один гідрографічний коефіцієнт k_2 . Тоді

$$q_m = \frac{Y_m}{t_p} k_2. \quad (8.214)$$

За умови $t_p < T_0$ максимальна витрата буде визначатись за (8.208), причому, $x = L$, $t_x = t_p$, а

$$\omega_m = \alpha \int_{t_{kp}-t_p}^{t_{kp}} q'_t B_t dt. \quad (8.215)$$

Таким чином

$$Q_m = V_\partial \omega_m = V_\partial \alpha \int_{t_{kp}-t_p}^{t_{kp}} q'_t B_t dt. \quad (8.216)$$

З (8.216) видно, що інтегрування повинно відбуватись в інтервалі t_p . Здійснимо його (для спрощення) стосовно прямокутної форми, якій відповідає B_{cep} . Замість (8.216) запишемо

$$(Q_m)_{np} = V_\partial B_{cep} \alpha \int_{t_{kp}-t_p}^{t_{kp}} q'_t B_t dt = V_\partial B_{cep} Y_{t_p}. \quad (8.217)$$

Перехідний коефіцієнт k_1 від $(Q_m)_{np}$ до Q_m буде дорівнювати

$$k_1 = \frac{Q_m}{(Q_m)_{np}}. \quad (8.218)$$

Звідки

$$Q_m = k_1 (Q_m)_{np} = k_1 V_{\partial} B_{cep} Y_{t_p}. \quad (8.219)$$

Відповідний максимальний модуль q_m дорівнюватиме

$$q_m = \frac{Q_m}{F} = \frac{k_1 V_{\partial} B_{cep} Y_{t_p}}{B_{cep} L} = \frac{Y_{t_p}}{t_p} k_1. \quad (8.220)$$

Узагальнюючи (8.214) і (8.220), маючи на увазі, що $Y_{t_p} = \varphi Y_m$, запишемо для розгалужених річкових систем формулу максимального модуля стоку у вигляді

$$q_m = \frac{Y_m}{t_p} \varphi k_z, \quad (8.221)$$

де k_z - гідрографічний коефіцієнт, який набирає значення $k_z = k_1$ при $t_p < T_0$ і $k_z = k_2$ - при $t_p \geq T_0$;

φ - коефіцієнт повноти схилового припливу, що бере участь у формуванні Q_m (за умови $t_p < T_0$)

$$\varphi = \frac{n+1}{n} \frac{t_p}{T_0} \left[1 - \frac{1}{n+1} \left(\frac{t_p}{T_0} \right)^n \right]; \quad (8.222)$$

при $t_p \geq T_0$

$$\varphi = 1,0. \quad (8.223)$$

Практичне застосування структури (8.221) для нормування характеристик максимального стоку як дощових паводків, так і весняних водопіль, показало, що вона не враховує повною мірою ефекти русло-заплавного регулювання. З метою удосконалення розрахункової формули А.М.Бефані (1981) дещо змінив вихідну редакцію диференціального рівняння (8.199), надавши йому такого вигляду

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t}(\omega + \omega_3 + \omega_a) = \alpha q'_t B_t, \quad (8.224)$$

де ω - площа живого перерізу основного русла;

ω_3 - площа водного перерізу на заплаві;

ω_a - площа водного перерізу акумуляції води в алювіальних відкладах і берегах.

Робочою гіпотезою передбачалось, що між ω , з одного боку, і ω_3 та ω_a , з іншого, існує лінійний зв'язок:

$$\omega_3 = \beta_1 \omega \quad (8.225)$$

і

$$\omega_a = \beta_2 \omega. \quad (8.226)$$

За таких умов

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + (1 + \beta_1 + \beta_2) \frac{\partial \omega}{\partial t} = \alpha q'_t B_t. \quad (8.227)$$

Величину у дужках позначено як ε'_I , тобто

$$\varepsilon'_I = \frac{1}{1 + \beta_1 + \beta_2} \leq 1,0. \quad (8.228)$$

Допоміжна система рівнянь, за прикладом (8.200), є

$$\frac{dx}{V_\partial} = \frac{dt}{\varepsilon'_I} = \frac{d\omega}{\alpha B_t q'_t} \quad (8.229)$$

Розв'язується рівняння (8.227), з урахуванням (8.228), за тією ж методикою, що й (8.199), тобто:

- при $t_p < T_0$

$$q_m = \frac{Y_{t_p}}{t_p} k_1 \varepsilon'_I; \quad (8.230)$$

- при $t_p \geq T_0$

$$q_m = \frac{Y_m}{t_p} k_2 \varepsilon'_\Pi. \quad (8.231)$$

В узагальненому вигляді розрахункова формула набуває вигляду

$$q_m = \frac{Y_m}{t_p} \varphi k_2 \varepsilon'_\Pi. \quad (8.232)$$

Слід зауважити, що при обґрунтуванні диференціального рівняння (8.227) і його розв'язанні, зроблено припущення стосовно незмінності ε'_Π на різних за розмірами водозборах. Практичне застосування структури (8.232) виявило залежність ε'_Π від площі водозборів, причому при $F = 0$ коефіцієнт $\varepsilon'_\Pi = 1,0$, а при збільшенні її величини - має поступово убуючий характер.

8.9.5 Гідрографічні коефіцієнти

Для дослідження впливу форми водозборів на величину максимальних витрат води необхідно спочатку у параметричному вигляді представити структуру гідрографічних коефіцієнтів k_2 . Перший гідрографічний коефіцієнт k_1 є відношенням

$$k_1 = \frac{Q_m}{(Q_m)_{np}} = \frac{\int_{t_{kp}-t_p}^{t_{kp}} q'_t B_t dt}{B_{сеп} \int_{t_{kp}-t_p}^{t_{kp}} q'_t dt}, \quad (8.233)$$

а другий k_2 -

$$k_2 = k'_1 \frac{B'_{сеп}}{B_{сеп}} = \frac{Q_m}{(Q_m)_{np}} \frac{B'_{сеп}}{B_{сеп}} = \frac{\int_0^{T_0} q'_t B_t dt}{B'_{сеп} \int_0^{T_0} q'_t dt} \frac{B'_{сеп}}{B_{сеп}} = \frac{\int_0^{T_0} q'_t B_t dt}{B_{сеп} \int_0^{T_0} q'_t dt}. \quad (8.234)$$

Раніше при обґрунтуванні коефіцієнтів повноти схилового припливу ϕ функція q'_t була взята в редакції (8.193). Інтегрування (8.233) і (8.234) потребує аналогічного вирішення для функції B_t . Річкові системи, як видно з рис.8.27, мають в цілому грушеподібну форму з $Bx = 0$ при $x = 0$ і L . Тому розподіл ширин по довжині головної річки можна представити кривою, показаною на рис.8.28.

Перебудована крива ізохрон (рис.8.28б) досить просто описується рівнянням

$$\frac{B_x}{B_m} = 1 - \left(\frac{x}{L} \right)^m \quad (8.235)$$

або при сталій швидкості руслового добігання паводкових і повеневих хвиль

$$\frac{B_t}{B_m} = 1 - \left(\frac{t}{t_p} \right)^m. \quad (8.236)$$

Звідки

$$B_t = B_m \left[1 - \left(\frac{t}{t_p} \right)^m \right]. \quad (8.237)$$

За літературними джерелами, m змінюється від 2,0 (невеликі водозбори) до 1,0 (середні водозбори) – 0,5 (великі розгалужені річкові системи).

Приступаючи до інтегрування (8.233), розглянемо його чисельник

$$\begin{aligned} \int_{t_{kp}-t_p}^{t_{kp}} q'_t B_t dt &= \int_0^{t_p} q'_t B_t dt = q'_m B_m \int_0^{t_p} \left[1 - \left(\frac{t}{T_0} \right)^n \right] \left[1 - \left(\frac{t}{t_p} \right)^m \right] dt = \\ &= q'_m B_m t_p \left[1 - \frac{m+1}{(n+1)(m+n+1)} \left(\frac{t_p}{T_0} \right)^n \right] \end{aligned} \quad (8.238)$$

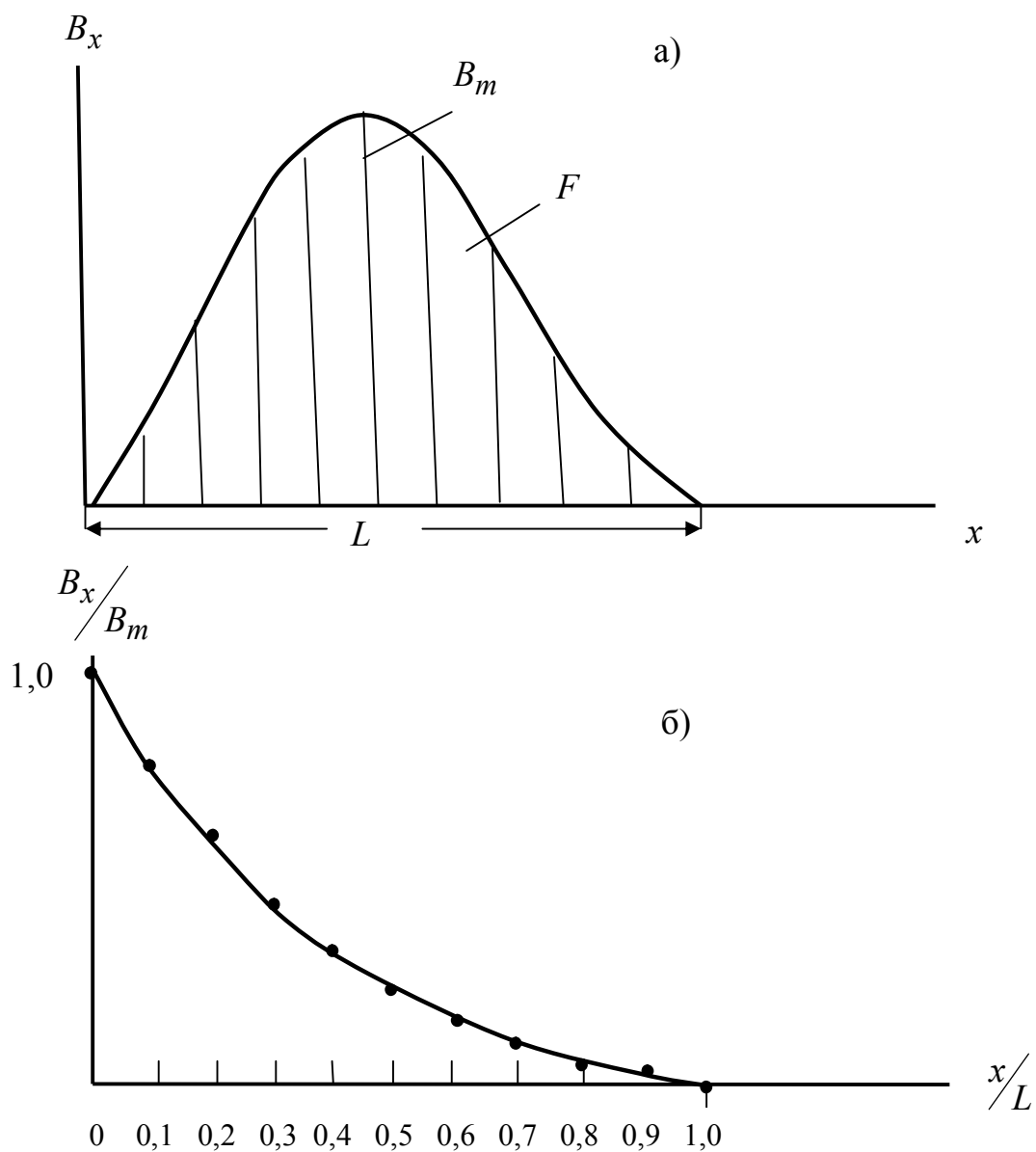


Рисунок 8.28 - Криві ізохрон руслового добігання: а) у хронологічному вигляді; б) у перебудованому варіанті

Інтегральна складова знаменника (8.233) дорівнює

$$\int_{t_{kp}-t_p}^{t_{kp}} q'_t dt = \int_0^{t_p} q'_t dt = q'_m \int_0^{t_p} \left[1 - \left(\frac{t}{T_0} \right)^n \right] dt = q'_m t_p \left[1 - \frac{1}{n+1} \left(\frac{t_p}{T_0} \right)^{n+1} \right]. \quad (8.239)$$

Середню ширину водозборів $B_{сер}$, маючи функцію B_t у вигляді (8.237), можна отримати таким чином

$$B_{сер} = \frac{1}{t_p} \int_0^{t_p} B_t dt = \frac{m}{m+1} B_m. \quad (8.240)$$

Тепер (8.238) – (8.240) підставимо в (8.233) і здійсимо нескладні перетворення, тоді

$$k_1 = \frac{1 - \frac{m+1}{(n+1)(m+n+1)} \left(\frac{t_p}{T_0} \right)^n}{1 - \frac{1}{n+1} \left(\frac{t_p}{T_0} \right)^n}. \quad (8.241)$$

Аналогічним чином виконуються розрахунки k_2 в редакції (8.234). Чисельник в (8.234) від (8.233) відрізняється лише областю інтегрування, оскільки

$$\int_0^{T_0} q'_t B_t dt = q'_m B_m T_0 \left[\frac{n}{n+1} - \frac{n}{(m+1)(m+n+1)} \left(\frac{T_0}{t_p} \right)^m \right]. \quad (8.242)$$

Вирішенням інтегрального виразу у знаменнику буде

$$\int_0^{T_0} q'_t dt = q'_m T_0 \frac{n}{n+1}. \quad (8.243)$$

Середня ширина $B_{сер}$, що входить у знаменник (8.234), визначається формулою (8.240). Після підстановки (8.242, (8.243) і (8.240) в (8.234) та перетворень отримаємо аналітичний вираз для k_2

$$k_2 = \frac{m+1}{m} - \frac{n+1}{m(m+n+1)} \left(\frac{T_0}{t_p} \right)^m. \quad (8.244)$$

Щоб отримати фізичні межі для k_2 , підставимо в (8.241) умову нижньої границі. Тоді $k_2 = k_1 = 1,0$, при $t_p/T_0 = 0$, незалежно від форми річкових водозборів і динаміки схилового припливу у часі. Верхньою границею k_2 (при $t_p \gg T_0$) буде $k_2 = \frac{m+1}{m}$. Зокрема, для невеликих водозборів ($m = 2,0$) $\frac{m+1}{m} = 1,5$, для середніх ($m = 1,0$) – 2,0, для великих ($m = 0,5$) – 3,0.

Характер зміни k_2 в залежності від співвідношення t_p/T_0 і форми водозборів ілюструється рис.8.29.

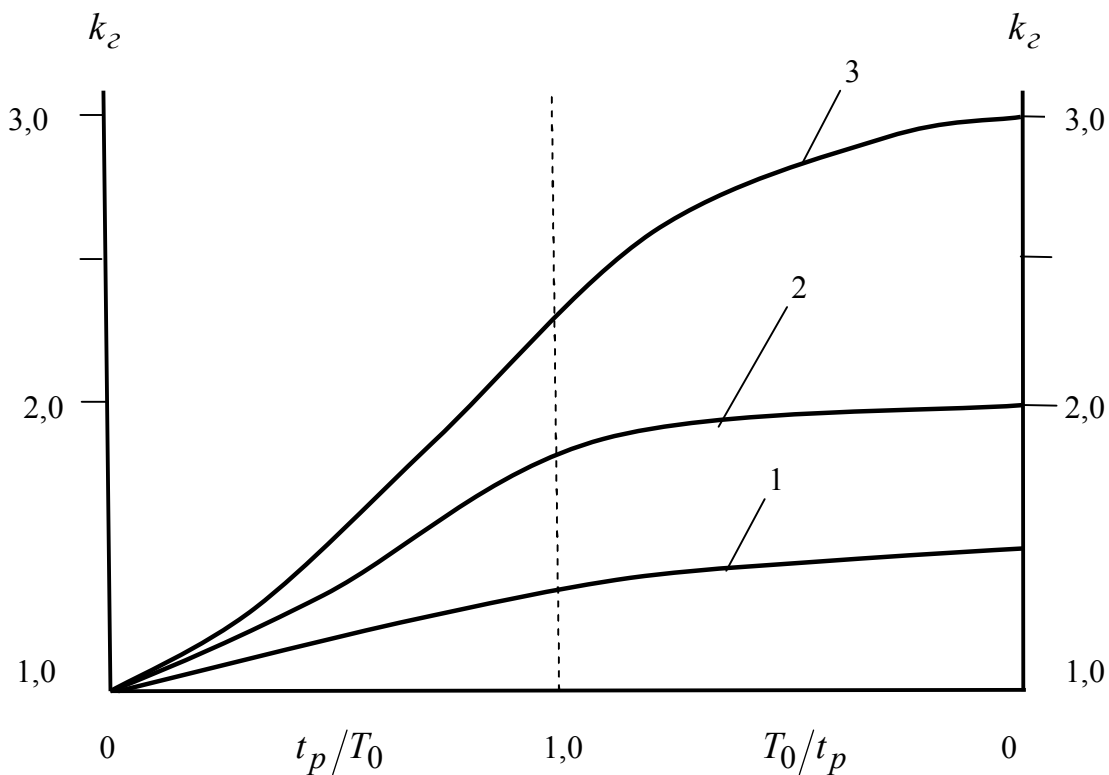


Рисунок 8.29 - Залежність гідрографічних коефіцієнтів k_2 від співвідношення t_p/T_0 при $m = 2,0$ (1); $1,0$ (2); $0,5$ (3)

Основні недоліки науково-методичної бази в області нормування характеристик максимального стоку паводків і водопіль полягають у такому:

1. Теоретично не мотивоване використання різної структури для розрахунку максимального стоку паводків і водопіль. Формування руслового

стоку є процесом трансформації річковою мережею схилового припливу. Тому структура розрахункових формул повинна залишатись однаковою, а відмінності стосуються параметрів, що їх описують.

2. Потребують більш чіткого методичного обґрунтування підходи щодо врахування окремими складовими впливів на параметри максимального стоку місцевих факторів, оскільки одні з них відносяться тільки до характеристик схилового стоку (залісеність, заболоченість, карст та ін.), а інші – до регулювання руслового стоку (водосховища, озера, ставки).

3. Об'ємні формули, хоч і є більш досконалішими за структурою, порівняно з редукційними, не набули поширення при нормуванні розрахункових параметрів як паводків, так і водопіль.

4. Формули граничної інтенсивності, зокрема, й ті, що увійшли свого часу до нормативних документів СН 435-72 і СНіП 2.01.14-83, мають штучну будову замість процесу «опаді – схиловий стік – русловий стік» у вигляді «опаді – русловий стік». Неправомірно використовується у якості трансформаційної функції крива редукції інтенсивності опадів у часі $\bar{\psi}(\tau)$. Басейнова тривалість добігання, яка є сумою схилового і руслового добігання, підмінюється так званою розрахунковою тривалістю $\tau > (t_p + t_{cx})$.

5. У теоретичній моделі А.М.Бефані при формалізації процесів формування максимального стоку не досить обґрунтовано осереднюється по території коефіцієнт густоти річкової мережі.

6. Не досить методично обґрунтовано вважаємо спробу врахувати вплив на трансформацію паводкових і повеневих хвиль русло-заплавного регулювання, особливо в частині формалізації залежностей між русловими, заплавними і алювіально-береговими водними перерізами (зокрема, застосуванням лінійної апроксимації).

8.10 Шляхи удосконалення розрахункової бази максимального стоку дощових паводків і весняних водопіль річок

8.10.1 Базові структури, засновані на теорії руслових ізохрон

Попередній аналіз науково-методичної бази свідчить про те, що вона недостатньо теоретично обґрунтована, а тому потребує розвитку й удосконалення. Принципові положення, розглянуті раніше, приводять до висновку про перспективність розвитку розрахункових методик, виходячи з таких модельних передумов. По-перше, доцільно розглянути модель «схиловий приплив – русловий стік» у вигляді редукційних гідрографів схилового і руслового (або тільки руслового) стоку. У геометричному варіанті така ви-

хідна модель ілюструється рис.8.19 (при $t_p < T_0$) і рис.8.22 (при $t_p \geq T_0$). По-друге, не вичерпані можливості моделі руслових ізохрон.

Зокрема, при $t_p \geq T_0$

$$Q_m = \sum_{T_0} q'_t f_t \varepsilon_t ; \quad (8.245)$$

- при $t_p < T_0$

$$Q_m = \sum_{t_p} q'_t f_t \varepsilon_t . \quad (8.246)$$

Зауважимо, що усі 3 функції розглядаються у редукційному вигляді. Площу елементарної площадки можна записати таким чином

$$f_t = B_t V_\partial \Delta t , \quad (8.247)$$

де B_t - середня ширина у межах елементарної площадки;

Δt - крок у часі.

З урахуванням (8.247) вихідні рівняння (8.245) і (8.246) будуть мати вигляд:

при $t_p < T_0$

$$Q_m = V_\partial \sum_{t_p} q'_t B_t \Delta t ; \quad (8.248)$$

при $t_p \geq T_0$

$$Q_m = V_\partial \sum_{T_0} q'_t B_t \Delta t . \quad (8.249)$$

Функції припливу q'_t й ізохрон B_t візьмемо в редакції (8.193) і (8.237). При $\Delta t \rightarrow 0$ (8.248) і (8.249) запишуться в інтегральному вигляді, тобто:

при $t_p < T_0$

$$Q_m = V_\partial \int_0^{t_p} q'_t B_t \varepsilon_t dt ; \quad (8.250)$$

при $t_p \geq T_0$

$$Q_m = V_{\partial} \int_0^{T_0} q'_t B_t \varepsilon_t dt. \quad (8.251)$$

Оскільки, як вже вказувалось раніше, параметрична формалізація ε_t невідома, скористуємось таким методичним прийомом. В обох рівняннях у першому наближенні осереднимо ε_t по t_p і по T_0 . Тоді при $t_p < T_0$

$$(Q_m)_{np} = V_{\partial} \bar{\varepsilon}_{t_p} \int_0^{t_p} q'_t B_t dt. \quad (8.252)$$

У такому випадку

$$k_{\varepsilon} = \frac{Q_m}{(Q_m)_{np}}, \quad (8.253)$$

звідки

$$\begin{aligned} Q_m &= k_{\varepsilon} (Q_m)_{np} = V_{\partial} \bar{\varepsilon}_{t_p} k_{\varepsilon} q'_m B_m \int_0^{t_p} \left[1 - \left(\frac{t}{T_0} \right)^n \right] \left[1 - \left(\frac{t}{t_p} \right)^m \right] dt = \\ &= V_{\partial} \varepsilon_F q'_m B_m \int_0^{t_p} \left[1 - \left(\frac{t}{t_p} \right)^m - \left(\frac{t}{T_0} \right)^n + \frac{t^{n+m}}{T_0^n t_p^m} \right] dt = \\ &= V_{\partial} \varepsilon_F q'_m B_m t_p \frac{m}{m+1} \left[1 - \frac{m+1}{(n+1)(m+n+1)} \left(\frac{t_p}{T_0} \right)^n \right]. \end{aligned} \quad (8.254)$$

Максимальний модуль стоку дорівнює

$$\begin{aligned} q_m &= \frac{Q_m}{B_{cep} L} = \frac{V_{\partial} \varepsilon_F q'_m B_m t_p \frac{m}{m+1} \left[1 - \frac{m+1}{(n+1)(m+n+1)} \left(\frac{t_p}{T_0} \right)^n \right]}{B_{cep} L} = \\ &= q'_m \frac{B_m}{B_{cep}} \frac{m}{m+1} \left[1 - \frac{m+1}{(n+1)(m+n+1)} \left(\frac{t_p}{T_0} \right)^n \right] \varepsilon_F. \end{aligned} \quad (8.255)$$

Відношення $\frac{B_m}{B_{сер}}$, виходячи з (8.240), дорівнює

$$\frac{B_m}{B_{сер}} = \frac{m+1}{m}. \quad (8.256)$$

Таким чином,

$$q_m = q'_m \left[1 - \frac{m+1}{(n+1)(m+n+1)} \left(\frac{t_p}{T_0} \right)^n \right] \varepsilon_F, \quad (8.257)$$

де $\varepsilon_F = k_\varepsilon \bar{\varepsilon}_{t_p}$ - коефіцієнт русло-заплавного регулювання, який залежить від розміру водозборів.

З (8.257) видно, що вираз у квадратних дужках є убуючою функцією відношення $\frac{t_p}{T_0}$ та сполучення степеневих показників n і m . Введемо позначення

$$\psi \left(\frac{t_p}{T_0} \right) = 1 - \frac{m+1}{(n+1)(m+n+1)} \left(\frac{t_p}{T_0} \right)^n. \quad (8.258)$$

Тоді

$$q_m = q'_m \psi \left(\frac{t_p}{T_0} \right) \varepsilon_F. \quad (8.259)$$

За своєю структурою (8.259) відповідає принциповій схемі формування стоку, наведеній на рис.8.1. Базовим параметром у розрахунковій формулі є максимальний модуль схилового припливу. Визначити його можна з рівняння (8.193), якщо проінтегрувати його по T_0 , тобто

$$Y_m = \int_0^{T_0} q'_t dt = q'_m \frac{n}{n+1} T_0. \quad (8.260)$$

Звідки

$$q'_m = \frac{n+1}{n} \frac{1}{T_0} Y_m, \quad (8.261)$$

де $\frac{n+1}{n}$ - коефіцієнт часової нерівномірності схилового припливу.

Розглянемо варіант формування максимальної витрати води Q_m при умові $t_p > T_0$, скориставшись рівнянням (8.251). Запишемо спочатку його спрощений варіант

$$(Q_m)_{np} = V_\partial \bar{\varepsilon}_{T_0} \int_0^{T_0} q'_t B_t dt, \quad (8.262)$$

а потім вираз для перехідного коефіцієнта k_ε

$$k_\varepsilon = \frac{Q_m}{(Q_m)_{np}}. \quad (8.263)$$

З (8.263)

$$\begin{aligned} Q_m &= k_\varepsilon (Q_m)_{np} = k_\varepsilon \bar{\varepsilon}_{T_0} V_\partial q'_m B_m \int_0^{T_0} \left[1 - \left(\frac{t}{T_0} \right)^n \right] \left[1 - \left(\frac{t}{t_p} \right)^m + \frac{t^{n+m+1}}{T_0^n t_p^m} \right] dt = \\ &= V_\partial q'_m B_m T_0 \frac{n}{n+1} \left[1 - \frac{n}{(m+1)(m+n+1)} \left(\frac{T_p}{t_p} \right)^m \right]. \end{aligned} \quad (8.264)$$

Максимальний модуль стоку дорівнює

$$q_m = \frac{Q_m}{B_{сеп} L} = q'_m \frac{B_m}{B_{сеп}} \frac{n}{n+1} \frac{T_0}{t_p} \left[\frac{m+1}{m} - \frac{n+1}{m(m+n+1)} \left(\frac{T_0}{t_p} \right)^m \right] \varepsilon_F. \quad (8.265)$$

Множник $\frac{n}{n+1} \frac{T_0}{t_p} \left[\frac{m+1}{m} - \frac{n+1}{m(m+n+1)} \left(\frac{T_0}{t_p} \right)^m \right]$ позначимо як $\psi \left(\frac{t_p}{T_0} \right)$, але при $t_p \geq T_0$. Таким чином

$$q_m = q'_m \psi \left(\frac{t_p}{T_0} \right) \varepsilon_F. \quad (8.266)$$

Підсумовуючи викладене вище, запишемо розрахункові рівняння для встановлення $\psi\left(\frac{t_p}{T_0}\right)$:

- при $\frac{t_p}{T_0} = 0$

$$\psi\left(\frac{t_p}{T_0}\right) = 1,0; \quad (8.267)$$

- при $0 < \frac{t_p}{T_0} < 1,0$

$$\psi\left(\frac{t_p}{T_0}\right) = 1 - \frac{m+1}{(n+1)(m+n+1)} \left(\frac{t_p}{T_0}\right)^n; \quad (8.268)$$

- при $\frac{t_p}{T_0} \geq 1,0$

$$\psi\left(\frac{t_p}{T_0}\right) = \frac{n}{n+1} \frac{T_0}{t_p} \left[\frac{m+1}{m} - \frac{n+1}{m(m+n+1)} \left(\frac{T_0}{t_p}\right)^m \right]; \quad (8.269)$$

- при $t_p \gg T_0$

$$\psi\left(\frac{t_p}{T_0}\right) = 0. \quad (8.270)$$

Характер залежності $\psi\left(\frac{t_p}{T_0}, n, m\right)$ наводиться на рис.8.30.

Коефіцієнт русло-заплавного регулювання ε_F має убуючий характер при збільшенні площі водозборів від свого верхнього граничного значення $\varepsilon_F = 1,0$ при $F = 0$. Залісеність і заболоченість водозборів враховуються у таких параметрах розрахункової формули як T_0 (у структурі коефіцієнта $\psi\left(\frac{t_p}{T_0}\right)$) і шарів стоку Y_m (у структурі максимального модуля схилового припливу q'_m). Проточні водойми (озера, водосховища, ставки),

під впливом яких безпосередньо відбувається регулювання q_m , враховується коефіцієнтом r , причому

$$r = 1 - f\left(\frac{\omega_{o3}}{F}\right), \quad (8.271)$$

де ω_{o3} - площа водної поверхні водойми;

F - площа водозбору.

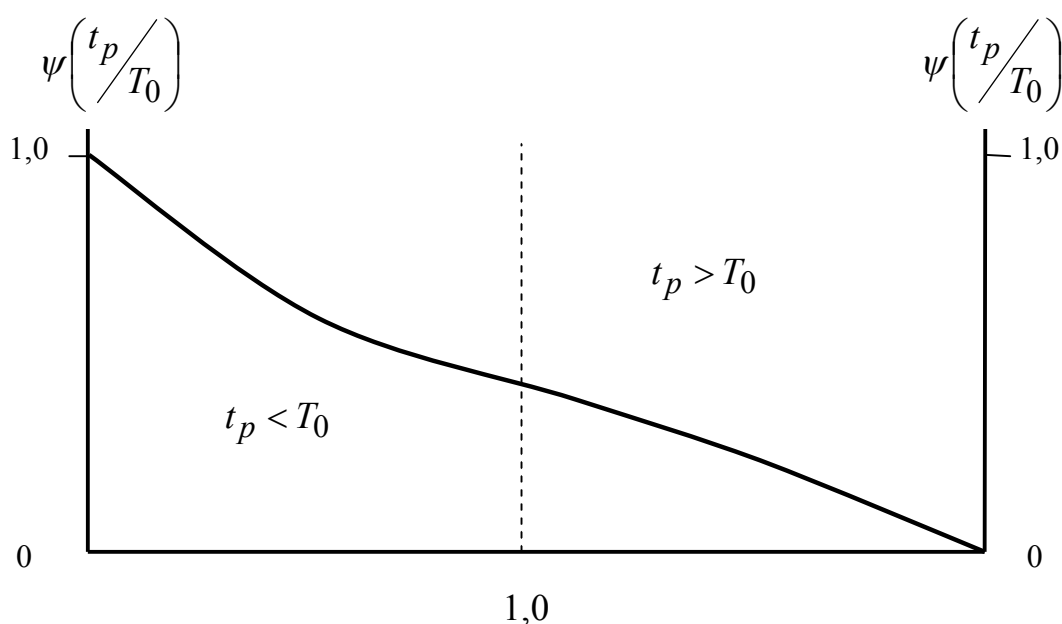


Рисунок 8.30 - Залежність функції трансформації $\psi(t_p/T_0)$ від співвідношення t_p/T_0

В СНіП 2.01.14-83 надається дещо інша редакція (8.271), а саме

$$r = \frac{1}{1 + C f'_{o3}}, \quad (8.272)$$

де C - коефіцієнт, який береться в залежності від середнього багаторічного шару весняного водопілля \bar{Y}_m ;

f'_{o3} - середньозважена озерність водозбору (у %), причому

$$f'_{o3} = \sum_{i=1}^n \left(100 \omega_i f_i / F^2 \right); \quad (8.273)$$

f_i - площа водозбору озера.

За відсутності відомостей по f_i , середньозважену озерність рекомендується визначити за формулою

$$f'_{oz} = (f_{oz} - 2)/2,8, \quad (8.274)$$

де f_{oz} - відносна озерність.

$$f_{oz} = \left(\sum_{i=1}^n \omega_i \cdot 100 \right) / F. \quad (8.275)$$

Якщо річка та її притоки беруть початок з озер, водозбори яких становлять більше 50 % площі водозбору, то

$$f'_{oz} = (f_{oz} - 2)/0,92. \quad (8.276)$$

З коефіцієнтом озерності розрахункова формула (8.266) набуває вигляду

$$q_m = q'_m \psi \left(\frac{t_p}{T_0} \right) \varepsilon_F r. \quad (8.277)$$

На методичних підходах до визначення параметрів цієї формули ми зупинемось окремо.

8.10.2 Базові структури, засновані на геометричній схематизації гідрографів стоку

За геометричною схематизацією гідрограф схилового припливу у редукційному вигляді описується рівнянням (8.193). За аналогією з ним редукційний гідрограф руслового стоку набуває вигляду

$$q_t = q_m \left[1 - \left(\frac{t}{T_n} \right)^{m_1} \right], \quad (8.278)$$

де T_n - тривалість водопілля (паводка);

q_m - максимальний модуль руслового стоку.

За відомих функцій q'_t і q_t можна знайти шар схилового припливу $(Y_m)_{np}$ і руслового стоку $(Y_m)_{cm}$:

$$(Y_m)_{np} = \int_0^{T_0} q'_t dt = \frac{n}{n+1} q'_m T_0, \quad (8.279)$$

а

$$(Y_m)_{cm} = \int_0^{T_n} q_t dt = \frac{m_1}{m_1+1} q_m T_n. \quad (8.280)$$

Вважаючи, що втрати схилового припливу у русловій мережі незначні, тобто $(Y_m)_{np} = (Y_m)_{cm} = Y_m$, прирівняємо праві частини (8.279) і (8.280), тоді

$$q_m = \left(\frac{m_1+1}{m_1} \bigg/ \frac{n+1}{n} \right) \frac{q'_m T_0}{T_n}. \quad (8.281)$$

Домножимо чисельник і знаменник (8.280) на $(T_0 + t_p)$, після чого

$$q_m = \frac{q'_m T_0}{T_0 + t_p} k_n k_m = \frac{q'_m}{1 + \frac{t_p}{T_0}} k_n k_m, \quad (8.282)$$

де $\frac{1}{1 + \frac{t_p}{T_0}} \leq 1,0$ - редуційний коефіцієнт, зумовлений, головним чином, тривалістю руслового добігання;

$k_n = \frac{T_0 + t_p}{T_n} \leq 1,0$ - коефіцієнт, зумовлений русло-заплавним регулюванням;

$k_m = \frac{m_1+1}{m_1} \bigg/ \frac{n+1}{n}$ - коефіцієнт трансформації форми гідрографа стоку.

Очевидно, що в структурі (8.282) реалізується природна послідовність трансформації «схильний приплив – русловий стік». На відміну від Д.Л.Соколовського (див.п.8.7), редуція максимального модуля q_m по

площі відбувається не лише за рахунок параметра $1/\left(1+\frac{t_p}{T_0}\right)$, але й під впливом k_n і k_m , тобто

$$\frac{1}{(F+1)^{n_1}} = \frac{k_m k_n}{1 + \frac{t_p}{T_0}}. \quad (8.283)$$

Далі зупинимось на окремих випадках, які стосуються (8.282), а вони такі:

1. Припустимо, що по території можна осереднити T_0 , тоді множник $1/\left(1+\frac{t_p}{T_0}\right)$, як і два інші (k_n і k_m), будуть залежати переважно від розміру водозборів, а саме

$$\frac{k_m k_n}{1 + \frac{t_p}{T_0}} = \frac{1}{(F+1)^{n_1}}.$$

Розрахункова формула 1-го рівня спрощення набуває вигляду

$$q_m = \frac{q'_m}{(F+1)^{n_1}}. \quad (8.284)$$

Відповідно до (8.261) максимальний модуль схилового припливу дорівнює

$$q'_m = \frac{n+1}{n} \frac{1}{T_0} Y_m, \quad (8.285)$$

де $\frac{n+1}{n} \frac{1}{T_0} = k_0$ - коефіцієнт трансформації весняного водопілля (відповідає терміну «коефіцієнт дружності», наведеного в СНіП 2.01.14-83.

З урахуванням цього

$$q_m = \frac{k_0 Y_m}{(F+1)^{n_1}}. \quad (8.286)$$

Структура (8.286) без поправкових коефіцієнтів на залісеність, заболоченість і озерність повною мірою відповідає нормативному документу СНіП 2.01.14-83 (в частині розрахунку характеристик максимального стоку весняного водопілля). Аналіз цього документу свідчить про те, що поправки на заболоченість і залісеність відносяться до T_0 , а це суперечить умовам спрощення (8.282) до рівня (8.286).

2. При можливості осереднення у межах території, крім T_0 , ще й шару стоку (8.286) спроститься до рівня

$$q_m = \frac{q'_m}{(F+1)^{n_1}}, \quad (8.287)$$

де $q'_m = k_0 Y_m$ - осереднений по території модуль схилового припливу.

Структура (8.287) використана у СН 435-72 і СНіП 2.01.14-83 для нормування характеристик максимального стоку дощових паводків (при $F > 200 \text{ км}^2$), правда, в дещо іншій редакції

$$q_m = q_{200} \left(\frac{200}{F} \right)^{n_1}, \quad (8.288)$$

де q_{200} - максимальний модуль стоку, приведений до умовної площі водозбору $F = 200 \text{ км}^2$.

У розрахунковому варіанті q_{200} картовано, що вступає в протиріччя стосовно вихідних умов, до яких можливе припущення щодо структури (8.287) і її часткового виразу (8.288).

3. За умови, що T_0 не підлягає осередненню, слід користуватись базовою формулою (8.282). З метою її спрощення підставимо в неї значення k_n , k_m і q'_m та здійснимо деякі прості перетворення, тоді

$$q_m = \frac{m_1 + 1}{m_1} \frac{Y_m}{T_n}. \quad (8.289)$$

Цей вираз повністю збігається зі структурами формул об'ємного типу (8.145) і (8.163). Порівняльний аналіз приводить до висновку, що k_δ у формулі (8.143) відповідає коефіцієнтові часової нерівномірності річкового стоку $\frac{m_1 + 1}{m_1}$. З іншого боку, виходячи з (8.163),

$$(1 + \gamma)f = \frac{m_1 + 1}{m_1}. \quad (8.290)$$

4. Формулу об'ємного типу (8.289) можна одержати безпосередньо з рівняння редукційного гідрографа (8.278), якщо проінтегрувати його по T_n , чому відповідає вираз (8.280). Виходячи з нього, маємо структуру (8.289).

8.10.3 Формули граничної інтенсивності

Повернемося тепер до аналізу структури формул граничної інтенсивності, зокрема, її найбільш відомого варіанта, використаного при складанні нормативних документів СН 435-72, а потім і СНіП 2.01.14-83 при розрахунках максимальних модулів стоку на невеликих річках ($F < 200 \text{ км}^2$)

$$q_m = 16,67 \bar{\psi}(\tau) H_{\partial} \eta, \quad (8.291)$$

де $16,67 \bar{\psi}(\tau) = A_1$ - ординати редукційних кривих найбільшої середньої інтенсивності опадів у часі, тобто

$$\bar{\psi}(\tau) = \frac{\bar{a} \tau}{H_{\partial}}; \quad (8.292)$$

H_{∂} - добовий максимум дощових опадів;

η - збірний коефіцієнт стоку;

τ - розрахункова тривалість опадів.

Ми вже привертали увагу читача, що в формулі (8.291) розглядається оператор «опади – русловий стік» замість «опади – схиловий приплив – русловий стік». При аналізі структурного виразу (8.291) розглянемо як невеликі водозбори, так і розгалужені річкові системи. Для невеликих річок, водозбори яких моделюються у вигляді прямокутників з одним водотоком посередені, максимальний модуль стоку (без урахування русло-заплавного регулювання) дорівнює

$$q_m = \frac{Y_m}{t_p} \varphi, \quad (8.293)$$

де φ - коефіцієнт повноти припливу схилового стоку, який формує максимальну витрату води, причому

- при $t_p < T_0$

$$\varphi = \frac{n+1}{n} \frac{t_p}{T_0} \left[1 - \frac{1}{n+1} \left(\frac{t_p}{T_0} \right)^n \right]; \quad (8.294)$$

- при $t_p \geq T_0$

$$\varphi = 1,0; \quad (8.295)$$

$\frac{n+1}{n}$ - коефіцієнт часової нерівномірності схилового стоку.

За умови, що у формуванні максимального стоку беруть участь опади H_m , які співпадають з їх добовими значеннями

$$H_{\partial} \eta = Y_m, \quad (8.296)$$

а (8.291) запишеться в редакції

$$q_m = 16,67 \bar{\psi}(\tau) Y_m. \quad (8.297)$$

З порівняння (8.293) і (8.297)

$$16,67 \bar{\psi}(\tau) = \frac{\varphi}{t_p} = \tilde{\varphi}(t_p). \quad (8.298)$$

Таким чином, функція $16,67 \bar{\psi}(\tau)$ буде розраховуватись в залежності від співвідношення між t_p і T_0 . Зокрема,

- при $0 < t_p < 1,0$

$$\tilde{\varphi}(t_p) = \frac{n+1}{n} \frac{1}{T_0} \left[1 - \frac{1}{n+1} \left(\frac{t_p}{T_0} \right)^n \right]; \quad (8.299)$$

- при $t_p \geq T_0$

$$\tilde{\varphi}(t_p) = \frac{1}{t_p}; \quad (8.300)$$

- при $t_p / T_0 = 0$

$$\tilde{\varphi}(t_p) = \frac{n+1}{n} \frac{1}{T_0}; \quad (8.301)$$

- при $t_p \gg T_0$

$$\tilde{\varphi}(t_p) = 0. \quad (8.302)$$

З (8.299) – (8.302) видно, що трансформаційна функція $\tilde{\varphi}(t_p) = 16,67 \overline{\psi}(\tau)$ безпосередньо не пов'язана з характеристиками опадів, а цілком залежить від співвідношення t_p , а при $t_p < T_0$ й від динаміки припливу води зі схилів до руслової мережі. В тій редакції, що наводиться вище, $\tilde{\varphi}(t_p)$ майже не піддається узагальненню, внаслідок її розмірності. Усунути цю незручність можна шляхом нормування $\tilde{\varphi}(t_p)$ по T_0 , тоді

- при $t_p / T_0 < 1,0$

$$\tilde{\varphi}(t_p) = \frac{n+1}{n} \left[1 - \frac{1}{n+1} \left(\frac{t_p}{T_0} \right)^n \right]; \quad (8.303)$$

- при $t_p / T_0 > 1,0$

$$\tilde{\varphi}(t_p) = \frac{T_0}{t_p}. \quad (8.304)$$

За умови $t_p / T_0 = 1,0$ по обох рівняннях маємо одиницю.

Нормована функція трансформації $\tilde{\varphi}(t_p) \cdot T_0$ за різних n наводиться на рис.8.31.

На основі викладеного слід формулу граничної інтенсивності (8.291) записати у вигляді

$$q_m = \tilde{\varphi}(t_p) H_\partial \cdot \eta. \quad (8.305)$$

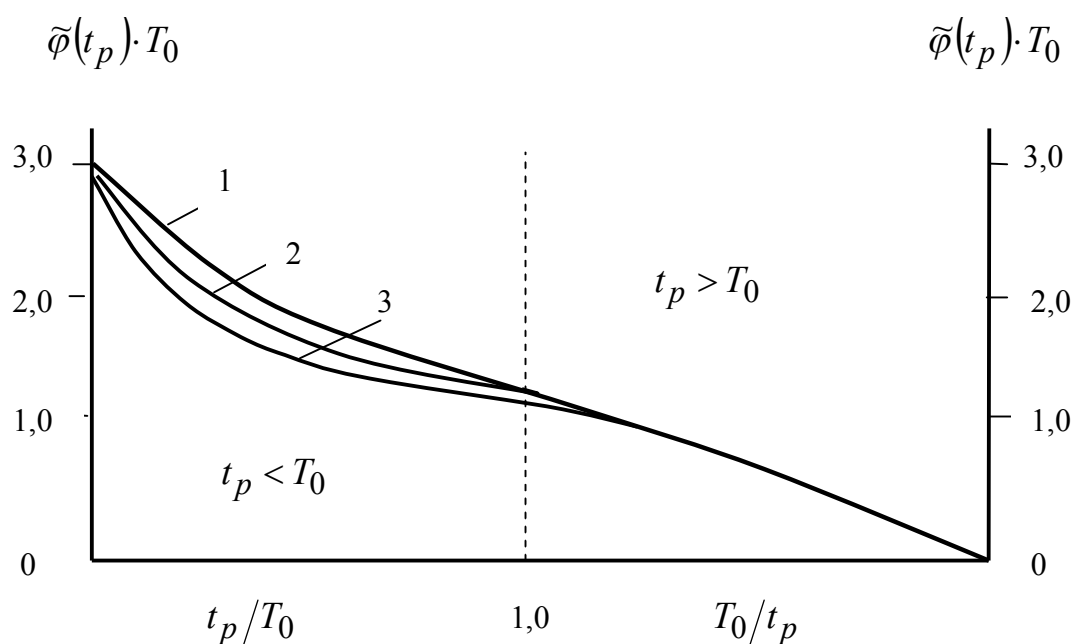


Рисунок 8.31 - Нормована функція трансформації $\tilde{\varphi}(t_p) \cdot T_0$ за різних n :
0,5(1); 0,33(2); 0,25(3)

При використанні шарів стоку (замість опадів)

$$q_m = \tilde{\varphi}(t_p) Y_m. \quad (8.306)$$

Останній вираз можна використовувати як для паводків, так і для водопіль.

Для розгалужених річкових систем скористаємось базовою структурою (8.266)

$$q_m = q'_m \psi\left(\frac{t_p}{T_0}\right) \varepsilon_F, \quad (8.307)$$

де q'_m - максимальний модуль схилового припливу

$$q'_m = \frac{n+1}{n} \frac{1}{T_0} Y_m; \quad (8.308)$$

ε_F - коефіцієнт русло-заплавного регулювання;

$\psi\left(\frac{t_p}{T_0}\right)$ - функція розпластування паводкових і повеневих хвиль під впливом тривалості руслового добігання.
Підставимо(8.308) в (8.307)

$$q_m = \frac{n+1}{n} \frac{1}{T_0} Y_m \psi\left(\frac{t_p}{T_0}\right) \varepsilon_F. \quad (8.309)$$

В результаті порівняння (8.309) і (8.297) отримаємо вираз

$$16,67\overline{\psi}(\tau) = \tilde{\varphi}(t_p) = \frac{n+1}{n} \frac{1}{T_0} \psi\left(\frac{t_p}{T_0}\right) \varepsilon_F. \quad (8.310)$$

Очевидно, що редукційна крива опадів $16,67\overline{\psi}(\tau)$ на розгалужених річкових системах повинна враховувати два чинника трансформації максимального стоку – розпластування і русло-заплавне регулювання.

У розгорнутому вигляді функцію $\tilde{\varphi}(t_p)$ можна розглянути в залежності від співвідношення між t_p і T_0 і окремо – з урахуванням русло-заплавного регулювання. Перша складова подається таким чином:

- при $0 < t_p < T_0$

$$\tilde{\varphi}'(t_p) = \frac{n+1}{n} \frac{1}{T_0} \left[1 - \frac{m+1}{(n+1)(m+n+1)} \frac{t_p}{T_0} \right]; \quad (8.311)$$

- при $t_p \geq T_0$

$$\tilde{\varphi}'(t_p) = \frac{1}{t_p} \left[\frac{m+1}{m} - \frac{n+1}{m(m+n+1)} \left(\frac{T_0}{t_p} \right)^m \right]; \quad (8.312)$$

- при $\frac{t_p}{T_0} = 0$

$$\tilde{\varphi}'(t_p) = \frac{n+1}{n} \frac{1}{T_0}; \quad (8.313)$$

- при $t_p \gg T_0$

$$\tilde{\varphi}'(t_p) = 0. \quad (8.314)$$

На великих водозборах структури формули граничної інтенсивності будуть мати вигляд

- при використанні опадів (дощові паводки)

$$q_m = \tilde{\varphi}'(t_p) H_{\partial} \cdot \eta \cdot \varepsilon_F; \quad (8.315)$$

- при використанні снігозапасів (весняне водопілля)

$$q_m = \tilde{\varphi}'(t_p) S_m \eta \varepsilon_F; \quad (8.316)$$

- при використанні шарів стоку (паводки і водопілля)

$$q_m = \tilde{\varphi}'(t_p) Y_m \varepsilon_F. \quad (8.317)$$

Слід зауважити, що структури (8.315 – 8.317) не мають обмежень з точки зору розмірів водозборів.

8.11 Нормативні документи з розрахунків характеристик максимального стоку

У нормативних документах наводяться методи і практичні прийоми розрахунку основних гідрологічних характеристик, які використовуються при будівничому проектуванні, при наявності даних гідрометричних спостережень достатньої тривалості, при обмеженості матеріалів спостережень, а також за відсутності спостережень у пунктах проектування.

Нормативні рекомендації зазвичай узагальнюють багаторічний досвід в області теорії і практики гідрологічних розрахунків, накопичений науково-дослідними інститутами та проектними водогосподарськими організаціями. До розрахункових характеристик в галузі максимального стоку весняних водопіль і дощових паводків відносяться: максимальні витрати води, об'єми та гідрографи стоку.

Положення нормативних документів поширюються на проектування річкових гідротехнічних споруд, залізниць і автомобільних доріг, меліоративних систем, водопостачання, планування і забудівлі населених пунктів, генеральних планів розвитку промислових і сільськогосподарських об'єктів, здійснення протиаварійних заходів.

У попередніх розділах наголошувалось, що визначення розрахункових гідрологічних характеристик за наявності часових рядів достатньої тривалості здійснюється на основі використання аналітичних функцій розподілу щорічних ймовірностей перевищення. Репрезентативними вважаються періоди з відносними середньоквадратичними похибками розрахункових величин на рівні до 10 %. При недостатності даних гідрометеорологічних спостережень до тривалих часових рядів відбувається їх подовження із застосуванням парної і множинної регресії. При цьому рекомендаціями СНіП 2.01.14-83 передбачені умови використання методів приведення розрахункових характеристик по коротких рядах до нормативних, зокрема,

$$n' \geq 10; \quad r = 0,7; \quad k/\sigma_k \geq 2,$$

де n' - число сумісних років спостережень у розрахунковому пункті та аналогу;

r - множинний або парний коефіцієнт кореляції,

k - коефіцієнт регресії;

σ_k - середня квадратична похибка коефіцієнта регресії.

Необхідно зробити ще одне принципове зауваження. Для максимального дощового стоку амплітуда коливань витрат води річки-аналога повинна підтверджуватись паралельними спостереженнями не менше ніж на 70-80 %. Нижче, використовуючи досвід Д.Л.Соколовського (1968), ми зупинимось на короткому історичному огляді й аналізі формул максимального стоку, які набули значного поширення.

Після неправильного розрахунку мостів і труб для пропуску зливових вод на одній з ділянок Московсько-Курської залізниці в 1882 році в Росії була застосована формула австрійського інженера Кестліна у вигляді

$$q_m = k_p a \eta, \tag{8.318}$$

де q_m - розрахунковий модуль дощового стоку;

a - розрахункова інтенсивність зливи, взята на рівні 0,96 мм/хв (при кількості опадів зливи за 10-хвилинну тривалість 9,6мм/хв);

k_p - коефіцієнт розмірності;

η - збірний коефіцієнт стоку, який дорівнює $\eta = \eta_1 \cdot \eta_2$;

η_1 - коефіцієнт стоку (нормований на рівні 0,50-0,57);

η_2 - коефіцієнт різної тривалості добігання води до розрахункового створу (на водозборах з довжиною водозбору $L > 4$ км параметр $\eta_2 < 1,0$). Кестлін запропонував таблицю коефіцієнта η (табл.8.3).

Таблиця 8.3 - Величини коефіцієнта η

Довжина улоговини, L , км	η_1	η_2	$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2$
$<4,0$	0,5	1,0	0,5
4,0-7,5	0,5	0,75-0,5	0,38-0,25
7,5-11,5	0,5	0,38-0,25	0,19-0,12
11,5-15,5	0,5	0,19-0,12	0,10-0,06

В 1900 році, внаслідок сильної зливи, мала місце аварія на Харківсько-Балашовській залізниці, що спонукало до критичного перегляду норм Кестліна, особливо враховуючи величезні розміри території Росії. Голова спеціально створеної комісії Л.Ф.Ніколаї запропонував зберегти структуру (8.318), але дещо уточнити таблицю збірного коефіцієнта стоку η . Він також додатково в формулу Кестліна ввів ще один коефіцієнт β , за допомогою якого враховується ухил басейна. Таким чином, формула (8.318) набула вигляду

$$q_m = k_p a \eta \beta. \quad (8.319)$$

Перша спроба теоретичного аналізу стоку зливових і весняних вод належить Ф.Г.Зброжеку (1902 р.). Секундний середній модуль стоку (у наших позначеннях) дорівнює

$$q_0 = \frac{1,95 H \alpha}{T_\partial + t_p}, \quad (8.320)$$

де H - шар дощових опадів;

α - коефіцієнт стоку;

T_∂ - тривалість дощу;

t_p - час руслового добігання;

$1,95 = k_p k_\phi$ - перевідний коефіцієнт, який визначається коефіцієнтами розмірності k_p і коефіцієнтом часової нерівномірності руслового стоку k_ϕ .

На наш погляд (8.320) є наслідком одномодального гідрографа з тривалістю паводка $T_n = T_\partial + t_p$, об'ємом стоку $Y_m = H \cdot \alpha$, максимальною секундною ординатою $q_m = q_0$. Дійсно, якщо гідрограф стоку представити у редуційному вигляді, то

$$q_t = q_0 \left[1 - \left(\frac{t}{T_\partial + t_p} \right) \right]^{m_1}. \quad (8.321)$$

Проінтегруємо (8.321) по $(T_\partial + t_p)$, тоді

$$Y_m = q_0 \frac{m_1}{m_1 + 1} \frac{1}{T_\partial + t_p}. \quad (8.322)$$

Звідки

$$q_0 = \frac{m_1 + 1}{m_1} \frac{Y_m}{T_\partial + t_p} = \frac{m_1 + 1}{m_1} \frac{H \cdot \alpha}{T_\partial + t_p}. \quad (8.323)$$

З урахуванням коефіцієнта розмірності k_p

$$q_0 = k_p \frac{m + 1}{m} \frac{H \cdot \alpha}{T_\partial + t_p}. \quad (8.324)$$

Порівнюючи (8.320) і (8.324), очевидно, що $k_p \frac{m_1 + 1}{m_1} = 1,95$. Ще один висновок. Він стосується структури (8.320), яку можна вважати «прообразом» формул об'ємного типу. На жаль, бажання удосконалити базове рівняння (8.320) деякими припущеннями, суттєво погіршило вихідну теоретичну модель. Слід також зробити зауваження стосовно прийняття тривалості паводка по сумі $(T_\partial + t_p)$. В дійсності

$$T_n = T_\partial + t_{cx} + t_p, \quad (8.325)$$

де T_∂ - тривалість стокоформуєного дощу;

t_{cx} - схилова тривалість добігання повеневих і паводкових хвиль.

Суттєвий внесок у розвиток теорії формування стоку зробив М.Є.Долгов. В результаті проведених ним експериментальних досліджень (район Катерининської залізниці) було отримано гідрограф повного схилового стоку (рис.8.32) з наявністю фази усталеного стоку.

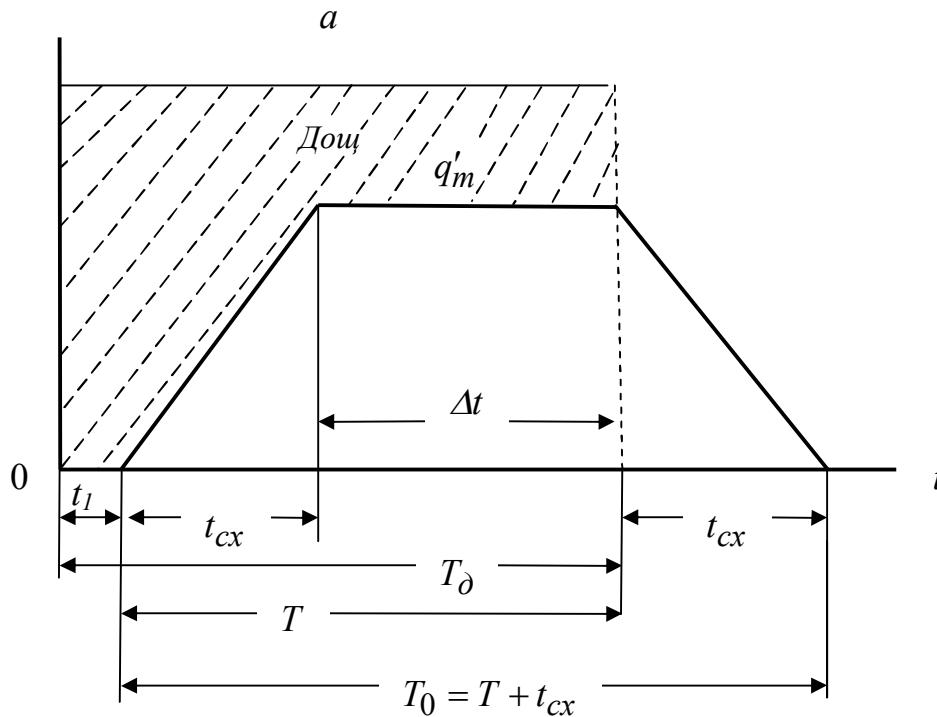


Рисунок 8.32 - Схема формування зливого стоку (за М.Є.Долговим): a – інтенсивність опадів; T_0 - тривалість опадів; t_l - початок стокоутворення; t_{cx} - тривалість схилового добігання; T - тривалість стокоутворення; $\Delta t = (T_0 - t_{cx})$ - тривалість усталеного режиму на рівні q'_m

За умови $t_p < \Delta t$ повний стік буде спостерігатися не лише в період стокоутворення на схилах, але й у русловій мережі, тобто

$$q_m = q'_m = k_p(a - i), \quad (8.326)$$

де a – інтенсивність опадів (середня за дощ);
 i – усталена інтенсивність інфільтрації.

У перші роки радянської влади розпочалась робота по уточненню існуючих норм максимального стоку дощових паводків і розробці нових. Під керівництвом Г.Д.Дубеліра були запропоновані, обговорені й прийняті у 1928 р. норми, відомі як формула НТКНКС (научно-технический комитет наркома путей сообщения). Вона мала вигляд

$$Q_m = C \eta F, \quad (8.328)$$

де Q_m - максимальна витрата води;

F - площа водозбору;

C – максимальний модуль стоку, який визначається кліматичними умовами регіону, його величина представлена картою ізоліній;

η - інтерпретується автором формули як збірний коефіцієнт стоку і в залежності від довжини й ухилу водотоку його табульовано.

Область застосування формули (8.328) - $F < 60 \text{ км}^2$. Слід погодитись з Д.Л.Соколовським (1968) про теоретичну необґрунтованість введення крім модуля стоку $q_m = C$ ще й коефіцієнта стоку η .

Наступним кроком у підготовці норм зливогого стоку були рекомендації, розроблені у Центральному науково-дослідному інституті транспортного будівництва (під керівництвом М.М.Протодьяконова) і введені в дію циркуляром НКПС у 1931 році. У подальшому ці норми були уточнені в 1938 р. Союзтранспроектом.

Розвиваючи ідеї М.Є.Долгова, М.М.Протодьяконов пропонує формулу граничної інтенсивності з урахуванням співвідношення між тривалістю припливу T_0 і руслового добігання t_p :

- при $t_p < T_0$

$$q_m = 16,67(a k - i), \quad (8.329)$$

де a – розрахункова інтенсивність зливи у центральному районі (при $k=1,0$), мм/хв;

k - кліматичний коефіцієнт для переходу від центрального до розрахункового району;

i - інтенсивність інфільтрації, мм/хв;

- при $t_p > T_0$

$$q_m = 16,67(a k - i)\varphi, \quad (8.330)$$

φ - коефіцієнт, який дорівнює відношенню площі одночасного стоку до F .

Розрахункову інтенсивність зливи a пропонується визначати за формулою

$$a_T = 5/(1 + 0,06 T), \quad (8.331)$$

де T - розрахункова тривалість дощу

$$T = 16,67 \left(\frac{L_1}{V_1} + \frac{L_2}{V_2} \right), \quad (8.332)$$

причому

$$16,67 \frac{L_1}{V_1} = t_p, \text{ а } 16,67 \frac{L_2}{V_2} = t_{cx},$$

L_1 і L_2 - довжина русла і схилів;

V_1 і V_2 - швидкості стікання води по руслах і схилах.

Оскільки при встановленні швидкості схилового і руслового стоку необхідно знати глибини потоків, М.М.Протодьяконов пропонує схему, засновану на методі ітерацій. Характеристики інфільтрації ним рекомендовано визначати шляхом проведення спеціальних польових експериментів. На наш погляд, здійснити ітераційну процедуру досить складно, бо йдеться разом по двох невідомих – швидкостях схилового і руслового добігання. Інше зауваження стосується до методики розрахунку інтенсивності опадів на основі формули (8.331). Вряд чи можна погодитися з тим, що для величезної території колишнього Союзу рекомендується одна типова залежність $X_T = f(T)$. Ще одне зауваження до методики М.М.Протодьяконова стосується розрахункової тривалості T , яка визначається по тривалостях схилового t_{cx} і руслового добігання t_p . Багаторічний досвід використання формули граничної інтенсивності показав, що розрахункова тривалість в однооператорній системі трансформації опадів в русловий стік більша, ніж $(t_p + t_{cx})$.

Оригінальну методику для розрахунку максимальних модулів стоку запропонували М.М.Чегодаєв і Є.В.Болдаков (1953), яка була реалізована в ВСН-55, а потім і в ВСН 63-61. Вихідне рівняння вже знайоме і має вигляд

$$q_m = 16,67 a_1 k_F \varphi \delta, \quad (8.333)$$

де a_1 - розрахункова інтенсивність водовіддачі;

k_F - коефіцієнт просторової редукції зливових опадів;

φ - коефіцієнт повноти стоку;

δ - коефіцієнт для врахування регулюючої ролі озер і водосховищ.

Основний параметр розрахункової схеми a_1 визначається по шару водовіддачі h_θ

$$a_1 = \frac{h_\theta}{t_\theta} = \frac{H - \sum i}{t_\theta}, \quad (8.334)$$

де t_θ - тривалість водовіддачі.

Визначення складових (8.334) досягається шляхом графічних побудовань, як це показано на рис.8.33.

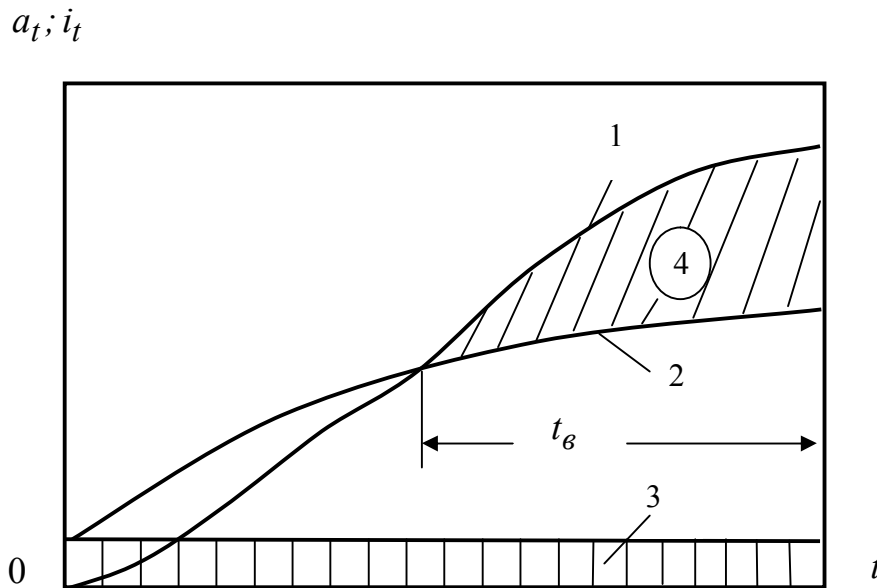


Рисунок 8.33 - Схема визначення тривалості t_e і шару водовіддачі $(H - \sum i)$:

- 1) інтегральна крива опадів; 2) інтегральна крива інфільтрації;
- 3) шар втрат опадів на поверхнєве затримання рослинним покривом;
- 4) шар водоутворення

Спочатку будуються інтегральні криві опадів й інфільтрації у часі. На території СРСР виділено 15 кліматичних районів з урахуванням категорії ґрунтів і ймовірності перевищення.

Коефіцієнт повноти стоку залежить від співвідношення $\frac{t_e}{t_{cx}}$. З теоретичної точки зору, φ слід було б визначати не за відношенням $\frac{t_e}{t_{cx}}$, а за $\frac{t_e}{t_p}$. У запропонованій розрахунковій схемі t_c обчислюється таким чином

$$t_c = \frac{18,6 v_{cx}^{0,4}}{[f(I_{cx})]^{0,4} m_{cx}^{0,4}}, \quad (8.335)$$

де v_{cx} - середня довжина безруслових схилів;

I_{cx} - уклон схилів;

m_{cx} - коефіцієнт шорсткості схилів.

В нормах 1931 року були запропоновані рекомендації щодо розрахунку максимальних модулів весняного водопілля на базі формули редукційного вигляду Д.І.Кочеріна, а в 1938 р. – в основу покладено ту ж саму формулу, але в редакції Д.Л.Соколовського (1937)

$$q_m = \frac{q'_m}{(F+1)^{0,25}} \delta \delta', \quad (8.336)$$

де q'_m - максимальний модуль схилового припливу (в позначеннях М.М.Протодьяконова - C , а Д.Л.Соколовського - A_m);

δ і δ' - коефіцієнти для врахування лісистості, озерності і заболоченості.

При практичному застосуванні формули (8.336) параметр q'_m визначається за відповідною картою.

Нормами М.М.Протодьяконова передбачається також розрахунок змішаного стоку від сніготанення і весняних дощів

$$Q_{зм} = Q_c + Q_d, \quad (8.337)$$

де Q_c - витрата води від сніготанення;

Q_d - витрата води від весняного дощу.

Витрата води Q_c визначалась за (8.336), а дощового Q_d , беручи для стоку дощових опадів весною по мерзлому ґрунту інтенсивність інфільтрації $i = 0$, за формулою граничної інтенсивності

$$Q_d = 16,67 a k \beta, \quad (8.338)$$

де a - інтенсивність опадів;

k - кліматичний параметр;

β - параметр для урахування нахилу схилів.

Об'єднуючи (8.336) і (8.338), отримаємо формулу змішаного стоку

$$q_m = (16,67 a k \beta + q_c) \quad (8.339)$$

Сама по собі ідея розрахунку максимального стоку змішаного походження заслуговує схвалення, але методичні підходи виявилися хибними. Причина полягає в тому, що співпадіння у часі максимумів снігового і дощового стоку швидше слід розглядати як виняток, а не як правило.

Підготовку нормативного документу «Указания по определению расчетных гидрологических характеристик (СН 435-72)» здійснював ко-

лектив наукових співробітників Державного гідрологічного інституту (м.Ленінград). В ньому узагальнено багаторічний досвід в області теорії і практики гідрологічних розрахунків Г.А.Алексєєва, А.М.Бефані, С.М.Крицького, М.Ф.Менкеля, Д.Л.Соколовського, М.М.Чегодаєва. Методи розрахунку максимальних витрат води розглядаються окремо для весняного водопілля і дощових паводків. За розрахунків беруться найбільші витрати води з отриманих значень, які лімітують роботу споруди або її частин. За необхідності передбачено виконання короткочасних польових досліджень. Вихідні часові ряди вважаються достатніми для встановлення розрахункових величин, якщо вони відповідають таким вимогам по періодах спостережень:

- для лісотундрової і лісової зон не менше - 25 років;
- для лісостепової - 30 років;
- для степової - 40 років;
- для сухостепової і напівпустельної - 50 років;
- для гірських районів - 40 років.

Якщо період спостережень менший від вказаних граничних значень, то результати розрахунку необхідно піддати додатковому аналізу, використовуючи матеріали річок-аналогів. Крім матеріалів систематичних гідрометричних спостережень рекомендується долучати до аналізу й найвищі історичні рівні води. За наявності ряду спостережень за n років і однієї достатньо надійно розрахованої витрати води Q_N , відносно якої відомо, що вона є найвищою за N років, параметри кривих розподілу ймовірностей \bar{Q}_m і C_V визначаються за формулами:

$$\bar{Q}_m = \frac{1}{N} \left(Q_N + \frac{N-1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} Q_i \right), \quad (8.340)$$

а

$$C_V = \sqrt{\frac{1}{N-1} \left[\left(\frac{Q_N}{\bar{Q}_m} - 1 \right)^2 + \frac{N-1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{Q_i}{\bar{Q}_m} - 1 \right)^2 \right]}, \quad (8.341)$$

де n - тривалість періоду спостережень;

N - тривалість періоду, протягом якого визначна максимальна витрата Q_N не була перевищена.

Величина коефіцієнта асиметрії береться за даними аналізу співвідношень річок-аналогів. Як правило, пропонується при статистичній обробці часових рядів весняного водопілля рівнинних річок брати: $C_S = 2,0 C_V$

та $C_S = 2,5C_U$, для дощових паводків і гірських річок з мусонним кліматом: $C_S = 3C_U \div 4C_U$, для витрат води гірських річок: $C_S = 4C_U$.

За відсутності або недостатньої тривалості часових рядів для водозборів з площами $F < 20000 \text{ км}^2$ на ЄТС і $F < 50000 \text{ км}^2$ – на Азіатській території СРСР, розрахунки здійснюються за формулами. Причому, умовно річки поділяються на 2 групи: 1 – рівнинні, 2 – гірські. Річки першої групи у свою чергу поділяються на:

- а) лісової і тундрової зон;
- б) лісостепової і степової зон;
- в) засушливих степів і напівпустель.

До другої групи віднесені гірські річки з різким коливанням висот (більше ніж 400 м).

Розрахункова максимальна витрата води рівнинних річок визначається за формулою

$$Q_p = q_p F = \frac{k_0 h_p \mu}{(F + 1)^{n_1}} \delta \delta_2 F, \quad (8.342)$$

де Q_p – розрахункова миттєва витрата води, ймовірність якої $P\%$, $\text{м}^3/\text{с}$;

q_p – модуль максимальної розрахункової витрати води, $\text{м}^3/(\text{с} \cdot \text{км}^2)$;

h_p – розрахунковий шар сумарного (без зрізки ґрунтового живлення) стоку водопілля ймовірністю перевищення $P\%$, мм;

F – площа водозборів, км^2 ;

k_0 – параметр, який характеризує дружність водопілля;

n_1 – показник степеня редукції відношення $\frac{q_p}{h_p}$ в залежності від площі водозборів;

δ – коефіцієнт для врахування регулюючого впливу на максимальний стік озер і водосховищ;

δ_2 – редукційний коефіцієнт для врахування впливу залісеності і заболоченості на водозборах;

μ – коефіцієнт, який враховує відмінність в статистичних параметрах шарів стоку і витрат води.

Значення параметрів n_1 і k_0 представлені у табличній формі, залежно від природних зон і категорії рельєфу (табл.8.4).

Таблиця 8.4 - Параметри n_1 і k_0 для рівнинних річок

Природні зони	n_1	Параметр k_0 при категорії рельєфу		
		I	II	III
А. Зона тундри і лісова зона				
1. ЄТС і Східний Сибір	0,17	0,010	0,008	0,006
2. Західний Сибір	0,25	0,015	0,013	0,010
Б. Лісостеп і степ				
3. ЄТС (без Північного Кавказу)	0,25	0,030	0,017	0,012
4. Північний Кавказ	0,25	0,030	0,025	0,015
5. Західний Сибір	0,25	0,030	0,020	0,015
В. Зона засушливого степу і напівпустель				
6. Західний і Центральний Казахстан	0,35	0,060	0,040	0,030

Категорія рельєфу визначається за відношенням

$$\alpha = \frac{I}{I_m}, \quad (8.343)$$

де I - середньозважений уклон водотоку;

I_m - типовий уклон

$$I_m = \frac{\Delta I}{(F + 1)^{0,5}} \quad (8.344)$$

Для рівнинної території ЄТС $\Delta I \approx 25,0$. При $\alpha > 1,0$ басейн відноситься за рельєфом до I категорії; при $\alpha = 1,0 - 0,5$ - до II категорії; при $\alpha < 0,5$ - до категорії III. Розрахунковий шар стоку за період водопілля визначається з використанням статистичних параметрів розподілу: \bar{h}_m , C_V і C_S . Середній багаторічний шар стоку \bar{h}_m представлено картою. В засушливих районах в знятті з карти значення вводяться поправки (більші за одиницю) в залежності від площі водозборів (в області $F < 3000 \text{ км}^2$). Коефіцієнти варіації C_V також картовані, до них вводяться поправки (більші за одиницю) на водозборах з $F < 200 \text{ км}^2$.

Розрахунки максимального стоку талих вод гірських річок здійснюються за структурним виразом (8.342) при $n_1 = 0,15$ і k_0 , заданих таблицею по окремих гірських районах (наприклад, для Карпат $k_0 = 0,0045$). Середні шари стоку за водопілля \bar{h}_m і коефіцієнти варіації C_V представлені кар-

тами, а $C_S = 3C_V \div 4C_V$. Пропонується на регіональному рівні будувати залежності $\bar{h}_m = f(H_{сер})$ та $C_V = f(H_{сер})$, де $H_{сер}$ - середня висота водозборів.

Максимальні витрати дощових паводків в залежності від площі водозборів розраховуються за одним з двох методів: за емпіричною редукційною формулою або за формулою граничної інтенсивності (табл.8.5).

Таблиця 8.5 - Границі застосування формул максимального стоку дощових паводків

Природні зони	Площа водозборів F , км ²	
	формула граничної інтенсивності	редукційна формула
А. Рівнинна територія		
1.Тундрова, лісова і лісостепова	< 50	50-30000
2. Степова	< 200	200-10000
3.Засушливих степів	< 200	200-1000
4.Напівпустель	< 200	-
Б.Гірські райони (500 м < $H_{сер}$ < 2000 м)		
1.Райони Середньої Азії	< 200	-
2.Інші регіони	< 200	200-10000

Редукційна формула використовується в редакції

$$q_p = q_{200} \left(\frac{200}{F} \right)^{n_1} \lambda_p \delta_1 \delta'_1, \quad (8.345)$$

де q_{200} - модуль максимальної витрати води ймовірністю перевищення $P=1\%$, приведений до площі водозбору $F=200$ км² (визначається за картою);

n_1 - показник степеня, який районовано;

λ_p - коефіцієнт забезпеченості;

δ_1 - коефіцієнт для врахування зарегулювання максимального стоку озерами і водосховищами;

δ'_1 - коефіцієнт заболоченості

$$\delta'_1 = 1 - 0,8 \lg(1 + 0,1 f_{\sigma}); \quad (8.346)$$

f_{δ} - відносна заболоченість, %.

Формула граничної інтенсивності має такий розрахунковий вигляд

$$q_p = A_{1\%} H_{1\%} \eta \delta_1 \lambda_p, \quad (8.347)$$

де $H_{1\%}$ - добовий максимум опадів забезпеченістю $P=1\%$, мм;

η - коефіцієнт паводкового стоку (табл.8.6);

$A_{1\%} = 16,67 \overline{\psi}(\tau)$ - максимальний модуль стоку (при $\delta_1 = 1,0$)

$$A_{1\%} = \frac{q_{1\%}}{H_{1\%} \eta}. \quad (8.348)$$

Таблиця 8.6 - Коефіцієнти паводкового стоку η

Категорія	Вид і характеристика поверхні	$H_{1\%}$, мм	η при площі водозбору F , км ²				
			<0,1	0,1-1,0	1,0-10,0	10-100	>100
I	асфальт, скеля без тріщин, бетон		1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
II	жирноглинисті ґрунти, такири і такирові ґрунти	≤80	0,80	0,70	0,65	0,65	0,60
		81-150	0,90	0,85	0,80	0,80	0,80
		151-200	0,95	0,90	0,90	0,90	0,90
		>200	0,95	0,95	0,95	0,90	0,90
III	суглинки, підзоли, підзолисті і сірі лісові суглинки, сіроземи потужносуглинні, тундрові і болотні ґрунти	≤80	0,70	0,60	0,55	0,50	0,45
		81-150	0,80	0,75	0,70	0,65	0,65
		151-200	0,85	0,80	0,75	0,65	0,65
		>200	0,85	0,85	0,80	0,70	0,70
IV	чорноземи звичайні і південні, світло-каштанові ґрунти, лес, карбонатні ґрунти, темно-каштанові ґрунти	<80	0,55	0,55	0,45	0,35	0,20
		81-150	0,65	0,63	0,56	0,45	0,30
		151-200	0,75	0,70	0,65	0,55	0,40
		>200	0,80	0,75	0,70	0,65	0,50

Продовження таблиці 8.6

Категорія	Вид і характеристика поверхні	$H_{1\%}$, мм	η при площі водозбору F , км ²				
			< 0,1	0,1-1,0	1,0-10,0	10-100	> 100
V	піщані, гравійні, пухкі кам'яністі ґрунти	<80	0,35	0,28	0,20	0,20	0,15
		81-150	0,45	0,35	0,25	0,25	0,20
		151-200	0,55	0,45	0,40	0,35	0,30
		>200	0,60	0,55	0,50	0,45	0,40
			0,25	0,20	0,15	0,10	0,10

Максимальний модуль стоку $A_{1\%}$ визначається за спеціальною таблицею в залежності від гідроморфологічного фактора русла Φ_p і тривалості схилового добігання t_{cx} , причому

$$\Phi_p = \frac{1000L}{mI^{1/3}F^{1/4}(\eta H_{1\%})^{1/4}}, \quad (8.349)$$

де m - коефіцієнт шорсткості русла і заплави.

Подальшим етапом удосконалення і розвитку нормативної бази в Радянському Союзі був СНіП 2.01.14-83. Основи його викладені в «Пособии по определению расчетных гидрологических характеристик» (Л., Гидрометеиздат, 1984). У цьому варіанті передбачено, що статистична обробка часових рядів повинна виконуватись методами моментів і найбільшої правдоподібності. Але допускаються також графоаналітичний і графічний методи.

Розрахунковий максимальний модуль стоку весняного водопілля заданої щорічної ймовірності перевищення $P\%$ визначається за структурою (8.342), але в дещо іншій редакції

$$q_{P\%} = \frac{k_0 h_{P\%}}{(F + b)^{n_1}} \mu \delta \delta_1 \delta_2 \delta_3, \quad (8.350)$$

де b - емпіричний параметр, який враховує зменшення інтенсивності редуції модуля максимального стоку в області невеликих водозборів (змінюється від 1 до 10 км²);

δ - коефіцієнт впливу озер і водосховищ на q_p ;

δ_1 - коефіцієнт зниження максимальних модулів стоку на залісених водозборах

$$\delta_1 = a/(f_{\text{л}} + 1)^{n'}, \quad (8.351)$$

n' - коефіцієнт редукції, представлений таблицею з урахуванням природної зони (лісової або лісостепової) та ґрунтового покриття водозборів, а також місцеположення лісу на водозборі;

$f_{\text{л}}$ - відносна залісеність водозборів, %;

$$\delta_2 = 1 - \beta \lg(0,1f_{\text{б}} + 1), \quad (8.352)$$

β - коефіцієнт впливу типу боліт на максимальний модуль q_m ;

$f_{\text{б}}$ - відносна заболоченість, %;

δ_3 - коефіцієнт зниження максимального модуля на розораних водозборах (табл.8.7).

Таблиця 8.7 - Коефіцієнт δ_3 в формулі (8.350)

Природна зона	Розораність водозбору, %		
	≥ 70	50	< 50
лісова і лісостепова	0,9	1,0	1,0
степова	0,8	0,9	1,0

Параметр k_0 визначається по річках-аналогах, виходячи зі структури (8.350).

Для гірських річок теж застосовується формула (8.350), але окремі параметри в ній пристосовані для тих чи інших гірських районів (табл.8.8). Виключаються зі структури базової формули коефіцієнти $\delta_1, \delta_2, \delta_3$, як такі, що в гірських умовах мають вторинне значення, порівняно з вертикальною зональністю. Шар весняного стоку h_p розраховується за такою ж схемою, що й в методиці СН 435-72. Відмінності полягають у тому, що в СНіП 2.01.14-83 вводяться додаткові параметри до карти шару стоку за водопілля h_0 : на розміри водозборів, ухили схилів, озерність, залісеність, заболоченість і розораність.

Таблиця 8.8 - Параметри k_0 і n_1 у формулі для гірських районів

Географічний район	$H_{сер}$, м	k_0	n_1
Урал	до 500	0,0025	0,15
Карпати	>500	0,0018	0,15
Закарпаття (південно-західний схил)	>400	0,0200	0,12
Північно-східний і південно-східний схили (басейни р.Дністер, Прут, Серет)	>400	0,0100	0,25
Казахський мілкосопочник і Мугоджари:			
Центральний Казахський дрібносопковик	100-1000	0,0020	0,25
Мугоджари	100-1000	0,0080	0,17
Алтай	до 1000	0,0025	0,15
Північний Схід СРСР	>2000	0,0010	0,15
Півострів Камчатка	>100	0,0010	0,15
о.Сахалін:			
північна частина	>100	0,0014	0,15
південна частина	>100	0,0020	0,15

Залишається нез'ясованим питання, чому у такому випадку не вводяться поправки до коефіцієнта дружності водопілля k_0 .

Максимальні модулі дощових паводків пропонується розраховувати за методом аналогій

$$q_{p\%} = q_{p\%a} \frac{\delta \delta_2}{\delta_a \delta_{2a}} \left(\frac{F_a}{F} \right)^{n_1}, \quad (8.353)$$

де $q_{p\%a}$ - максимальний миттєвий модуль стоку річки-аналога;

δ, δ_a - коефіцієнт озерності досліджуваної річки і річки-аналога;

δ_2, δ_{2a} - коефіцієнти редуційного впливу на максимальний стік заболоченості водозборів.

Область застосування формули (8.353) визначається умовами

$$k_\phi \leq 1,5 k_{\phi,a}, \quad (8.354)$$

де $k_\phi; k_{\phi,a}$ - коефіцієнти форми водозборів досліджуваної річки і річки-аналога

$$k_\phi = L/F^{0,56}. \quad (8.355)$$

При невиконанні умови (8.354) розрахунок максимальних модулів пропонується визначати за формулою

$$q_{p\%} = q_{p\%a} \left(\frac{\Phi_a}{\Phi} \right)^{n_1} \frac{\delta}{\delta_a}, \quad (8.356)$$

де Φ і Φ_a - гідроморфологічні параметри досліджуваної річки і річки-аналога

$$\Phi = \frac{1000 L}{m_p I^{1/3} F^{1/4}}, \quad (8.357)$$

m_p - гідравлічний параметр русла (змінюється від 7 до 11 в залежності від характеристики русла і заплави).

За відсутності річок-аналогів $q_{p\%}$ розраховуються за редукційною формулою

$$q_{p\%} = q_{200} \left(\frac{200}{F} \right)^{n_1} \delta \delta_2 \delta_3 \lambda_p, \quad (8.358)$$

де δ, δ_2 і δ_3 - параметри для урахування впливу на максимальний стік озерності, заболоченості і розораності (визначаються за схемою весняного водопілля);

q_{200} - максимальний модуль, приведений до площі $F = 200 \text{ км}^2$ і узагальнений у вигляді карти ізоліній.

Для невеликих водозборів, як і у попередньому нормативі СН 435-72, в СНіП 2.01.14-83 рекомендується структура граничної інтенсивності (8.347). Різниця полягає в розширенні і деталізації області застосування редукційної формули (8.358) і граничної інтенсивності (8.347), про що свідчать дані табл.8.9. Порівняння її з табл.8.5 дозволяє зробити висновки:

1. Дещо змінилася схема районування як рівнинних територій, так і гірських регіонів.

2. Звужені межі застосування формул граничної інтенсивності (з 200 до 100 км^2).

3. Відбулися корективи також районів застосування редукційної формули.

Таблиця 8.9 - Области використання формул (8.358) і (8.347)

Природна зона, район	Площі водозборів при розрахунках	
	за формулою граничної інтенсивності	за редукційною формулою
рівнинна територія:		
тундра і лісова	<50	50-50000
лісостепова	<100	100-20000
степова	<100	100-5000
засушливих степів	<100	100-1000
напівпустеля	<100	-
гірські райони ($500 \text{ м} < H_{сер} < 2000 \text{ м}$):		
Кавказ	<100	100-5000
Карпати	<100	100-10000
Крим	<200	200-1100
інші райони	<100	100-10000

Збірний коефіцієнт стоку η для рівнинних річок (за відсутності аналогів) розраховується за формулою

$$\eta = \frac{C_2 \eta_0}{(F + 1)^{n_4}} \left(\frac{I_p}{50} \right)^{m_2}, \quad (8.359)$$

де C_2 - емпіричний коефіцієнт: для тундри і лісової зон він дорівнює 1,2; для усіх інших зон – 1,3;

η_0 і m_2 - параметри, табульовані по природних зонах, за типами ґрунтів та їх механічним складом;

n_4 - степеневий показник: для лісотундри і лісової зон він приймається на рівні 0,07; для інших природних зон – 0,11.

Для гірських районів η_0 представлено табл.8.10 в залежності від типу ґрунтів. Як видно з цієї таблиці, у гірських Карпатах η_0 коливається у межах 0,15-0,80; на Кавказі – від 0,10 до 0,80; в Середній Азії – від 0,10 до 0,40.

Таблиця 8.10 - Розрахункові значення коефіцієнтів стоку η_0

Но- мер п/п	Тип ґрунту	η_0
Гірськи Карпати		
1	дерново-середньопідзолисті поверхнево оглеєні	0,80
2	буроземи середньопідзолисті	0,30
3	буроземи слабкопідзолисті	0,15
Кавказ		
4	бурі лісові і потужно-суглинні	0,80
	суглинні	0,50
	супіщані	0,20
5	гірсько-лугові: суглинні	0,40
	супіщані	0,25
6	чорноземи типові, гірсько-лісові	0,25
7	червоноземи, жовтоземи	0,35
8	гірсько-каштанові	0,20
9	чорноземно-каштанові потужно-суглинні	0,70
	суглинні	0,40
10	пустельно-степові	0,10
Середня Азія		
11	пухкі кам'яністі породи	0,10
12	лугові садові ґрунти	0,40
13	світлі сіроземи на лесах, коричневі і бурі гірсько-лісові ґрунти	0,55
14	суглинні ґрунти	0,65
Гірські райони Західного і Східного Сибіру		
15	гірсько-тундрові, мерзлотно-опідзолені, торф'янисто-болотні, перегнійно-карбонатні суглинні	0,80
16	перегнійно-карбонатні з пухкими відкладами, гірсько-тайгові чорноземи	0,50
17	чорноземи темно-каштанові	0,30
18	піски і доломити	0,20
19	-«-	0,08
20	дерново-підзолисті, гірсько-тайгові підзолисті	0,30

8.12 Проектування розрахункових гідрографів весняного водопілля і дощових паводків

Розрахункові гідрографи використовуються при проектуванні водосховищ, водовідводів від споруд в період їх будівництва, визначенні розмірів затоплення заплав, пропуску високих вод через дорожні й інші штучні споруди. Згідно з вимогами СНіП 2.01.14-83, форма розрахункових гідрографів береться за моделями спостережених високих водопіль чи дощових паводків з найбільш несприятливою їх формою, а основні елементи гідрографів найбільш наближені до розрахункових характеристик. В окремих випадках розрахунки здійснюються для декількох гідрографів – моделей з вибором найменш вигідної форми.

Розраховуються гідрографи за рівноймовірнісними значеннями витрат води та об'ємів стоку. Для весняного водопілля розрахункові гідрографи будуються за середніми добовими витратами води, для дощових паводків – за миттєвими їх значеннями.

В залежності від наявності часових рядів спостережень гідрографи проектується на основі використання фактичних даних, при обмеженості вихідних матеріалів – із застосуванням методу гідрологічної аналогії, перш за все, щодо визначення розрахункових витрат і шарів стоку, за відсутності – за типовими моделями, заснованими на геометричних формах гідрографів водопіль і паводків.

При тривалих рядах спостережень розрахунок гідрографів виконується переважно двома методами:

1. Переходом від гідрографа – моделі до розрахункового за допомогою коефіцієнтів:

$$k_1 = Q_p / Q_m; \quad (8.360)$$

$$k_2 = (W_p - Q_p \cdot 86400) / (W_m - Q_m \cdot 86400); \quad (8.361)$$

$$k_3 = (W'_p - W_p) / (W'_m - W_m), \quad (8.362)$$

де Q_m і Q_p - максимальні середньодобові витрати модельного і розрахункового гідрографів (для дощових паводків – миттєві), м³/с;

W_m і W_p - об'єми основної хвилі модельного і розрахункового гідрографів, м³;

W'_m і W'_p - повні об'єми водопілля (паводків) модельного і розрахункового гідрографів, м³.

2. Переходом від гідрографа – моделі до розрахункового з використанням коефіцієнтів k_1 і k_t , причому

$$k_t = \left(q_m / h_m \right) / \left(h_p / q_p \right), \quad (8.363)$$

де q_m і q_p - модельний і розрахунковий модулі максимальних середньодобових витрат води, м³/(с·км²);

h_m і h_p - шари стоку модельного і розрахункового гідрографів стоку, мм.

Перехід від модельного гідрографа до розрахункового можливо здійснювати лише за умови $\gamma_p = \gamma_m$; $k_{sp} = k_{sm}$, де γ_m і γ_p - коефіцієнти повноти γ' , причому

$$\gamma = q_m T_n / (0.0116 h_m), \quad (8.364)$$

де k_{sm} і k_{sp} - модельні і розрахункові коефіцієнти несиметричності гідрографів стоку

$$k_s = \frac{h_n}{h_m}, \quad (8.365)$$

q_m - модуль максимальної середньодобової (для дощових паводків – миттєвої) витрати води, м³/(с·км²);

T_n - тривалість водопілля (паводків), д;

h_n - шар стоку за період підйому паводків (водопілля), мм;

h_m - шар стоку за паводок (водопілля), мм.

Координати розрахункових гідрографів визначаються за коефіцієнтами k_1 і k_t :

$$Q_i = Q_{im} \cdot k_1; \quad (8.366)$$

$$t_i = t_{im} \cdot k_t. \quad (8.367)$$

За такою ж самою схемою відбувається проектування гідрографів дощових паводків, але не за середньодобовими витратами води, а за миттєвими.

При відсутності матеріалів спостережень за стоком річок одновершинні гідрографи рекомендується проектувати, використовуючи рівняння

$$y = 10^{-a(1-x)^2/x}, \quad (8.368)$$

де y - ординати розрахункових гідрографів Q_i , виражені у частках від максимальної миттєвої витрати води Q_p для паводків і максимальної середньодобової витрати води – для весняних водопіль;

x - абсциса розрахункового гідрографа, виражена в частках від умовної тривалості підйому паводка t_n ;

a - параметр, який залежить від коефіцієнта форми гідрографа λ .

Коефіцієнт форми λ , абсциса x і ордината y визначаються за спеціальною таблицею, що наводиться в СНіП 2.01.14-83 (табл.8.11). У цьому ж документі надаються рекомендації щодо параметра, який визначається за методом аналогії

$$k_{s,a} = h_{n,a} / h_a, \quad (8.369)$$

де $h_{n,a}$ - шар стоку за період підйому водопілля (паводка) на річці – аналогу;

h_a - сумарний шар стоку водопілля (паводка) на річці – аналогу.

Ординати розрахункових гідрографів рекомендується визначати за формулою

$$Q_i = y Q_p, \quad (8.370)$$

а абсциси за формулою

$$t_i = x t_n, \quad (8.371)$$

де a , y – відносні ординати розрахункових гідрографів стоку, які визначаються за табл. 8.11;

Q_p - розрахункова максимальна середньодобова витрата води весняного водопілля або a - максимальна миттєва витрата води дощових паводків, м³/с;

t_n - тривалість підйому весняного водопілля (паводка), визначається за формулою

$$t_n = 0.0116\lambda h_p / q_p, \quad (8.372)$$

q_p - розрахунковий модуль максимальної середньодобової витрати води весняного водопілля або максимальної миттєвої витрати води дощових паводків, $\text{м}^3/(\text{с}\cdot\text{км}^2)$.

Якщо максимальна витрата води водопілля більше, ніж у 1,5 рази перевищує максимальну середньодобову витрату води, то додатково можна побудувати гідрограф внутрішньодобового ходу стоку.

Внутрішньодобовий гідрограф стоку проектується з використанням формули (8.370). Значення відносних ординат у гідрографа беруться з табл. 8.12.

Для річок з водозбірними площами $F < 200 \text{ км}^2$ і тривалістю підйому дощового паводка $t_n < 1$ доби розрахункова тривалість визначається за виразом

$$t_n = \beta' \lambda h_p / q_p, \quad (8.373)$$

де β' - коефіцієнт розмірності, який береться рівним 0,28 (якщо підйом визначається у годинах) або 16,7 (якщо t_n - у хвиликах).

При проектуванні гідрографів паводкового стоку коефіцієнт несиметричності k_S береться по річках – аналогах; за відсутності аналогів допускається $k_S=0,30$, а за умови, якщо $F < 1 \text{ км}^2$ - $k_S=0,20$ (для степової і напівпустельної зон).

Перехідні коефіцієнти k_τ від максимальних миттєвих витрат води весняного водопілля Q'_p до середньодобових Q_p встановлюються по річках – аналогах. За відсутності аналогів для рівнинних річок можна скористатись табл. 8.13.

Для гірських річок значення k_τ пропонується визначати за допомогою залежностей k_τ від середньої висоти водозборів.

Таблиця 8.11 – Відносні ординати розрахункових гідрографів стоку води $y = Q_i / Q_p$

для $x = t_i / t_n$ за різними коефіцієнтами λ і k_S

$x = t_i / t$	$\lambda = qt_n / (0.116h_p)$									
	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
l	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0,1	0,023	0,002	0	0	0					
0,2	0,21	0,091	0,034	0,011	0,003	0	0	0	0	
0,3	0,45	0,29	0,18	0,099	0,050	0,022	0,009	0,003	0,001	0
0,4	0,66	0,51	0,39	0,28	0,19	0,12	0,076	0,043	0,024	0,013
0,5	0,78	0,69	0,59	0,49	0,40	0,31	0,24	0,18	0,13	0,088
0,6	0,88	0,62	0,75	0,69	0,61	0,54	0,47	0,39	0,33	0,27
0,7	0,94	0,91	0,87	0,83	0,79	0,74	0,69	0,64	0,59	0,54
0,8	0,97	0,96	0,35	0,93	0,91	0,89	0,87	0,84	0,81	0,78
0,9	0,99	0,99	0,99	0,98	0,98	0,97	0,97	0,96	0,96	0,95
1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
1,1	0,99	0,99	0,99	0,99	0,98	0,97	0,97	0,97	0,96	0,96
1,2	0,98	0,97	0,96	0,95	0,94	0,92	0,91	0,89	0,87	0,85
1,3	0,97	0,95	0,93	0,91	0,88	0,85	0,82	0,78	0,75	0,71
1,4	0,95	0,92	0,89	0,85	0,61	0,77	0,72	0,67	0,62	0,57
1,5	0,92	0,88	0,84	0,79	0,74	0,68	0,62	0,56	0,50	0,44

Продовження таблиці 8.11

$x = t_i / t$		$\lambda = qt_n / (0.116h_p)$									
	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,2	2,4	2,6
<i>l</i>	<i>l2</i>	<i>l3</i>	<i>l4</i>	<i>l5</i>	<i>l6</i>	<i>l7</i>	<i>l8</i>	<i>l9</i>	<i>l20</i>	<i>l21</i>	<i>l22</i>
0,1											
0,2											
0,3	0	0	0								
0,4	0,006	0,003	0,001	0	0	0	0	0			
0,5	0,059	0,039	0,025	0,015	0,009	0,005	0,003	0,002	0	0	0
0,6	0,22	0,18	0,14	0,12	0,088	0,066	0,049	0,036	0,017	0,009	0,004
0,7	0,48	0,43	0,39	0,34	0,30	0,26	0,22	0,19	0,14	0,094	0,062
0,8	0,75	0,72	0,69	0,66	0,62	0,59	0,55	0,52	0,46	0,40	0,34
0,9	0,94	0,93	0,92	0,91	0,90	0,89	0,88	0,87	0,84	0,82	0,79
1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
1,1	0,95	0,94	0,93	0,93	0,92	0,91	0,90	0,87	0,87	0,85	0,82
1,2	0,83	0,80	0,78	0,76	0,73	0,70	0,68	0,65	0,60	0,54	0,49
1,3	0,68	0,64	0,60	0,56	0,52	0,48	0,44	0,41	0,34	0,28	0,22
1,4	0,52	0,48	0,43	0,38	0,34	0,30	0,26	0,23	0,17	0,12	0,084
1,5	0,39	0,34	0,29	0,25	0,21	0,17	0,14	0,12	0,075	0,046	0,027

Продовження таблиці 8.11

$x = \frac{t_i}{t}$										
	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
<i>l</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	<i>11</i>
1,6	0,90	0,85	0,79	0,73	0,66	0,59	0,52	0,46	0,39	0,34
1,7	0,87	0,81	0,74	0,66	0,59	0,51	0,44	0,37	0,30	0,25
1,8	0,84	0,77	0,69	0,60	0,52	0,44	0,36	0,29	0,23	0,18
1,9	0,81	0,73	0,64	0,55	0,46	0,37	0,29	0,23	0,17	0,13
2,0	0,78	0,69	0,59	0,49	0,40	0,31	0,24	0,18	0,13	0,068
2,2	0,73	0,61	0,50	0,40	0,30	0,22	0,15	0,10	0,066	0,042
2,4	0,67	0,54	0,42	0,32	0,22	0,15	0,095	0,058	0,034	0,019
2,6	0,62	0,48	0,35	0,25	0,16	0,10	0,060	0,032	0,017	0,008
2,8	0,57	0,42	0,29	0,19	0,12	0,068	0,036	0,018	0,008	0,004
3,0	0,53	0,37	0,24	0,15	0,085	0,045	0,022	0,010	0,004	0,002
3,5	0,43	0,26	0,15	0,079	0,037	0,016	0,006	0,002	0	0
4,0	0,34	0,19	0,092	0,042	0,016	0,005	0,002	0		
5,0	0,21	0,091	0,034	0,011	0,003	0	0			
6,0	0,13	0,044	0,012	0,003	0					
8,0	0,052	0,010	0,002	0						
$k_S = \frac{h_n}{h_p} = f(\lambda)$	0,19	0,23	0,26	0,29	0,31	0,33	0,34	0,36	0,37	0,38

Продовження таблиці 8.11

$x = \frac{t_i}{t}$	$\lambda = qt_n / (0.116h_p)$										
	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,2	2,4	2,6
l	$l2$	$l3$	$l4$	$l5$	$l6$	$l7$	$l8$	$l9$	$l20$	$l21$	$l22$
1,6	0,28	0,23	0,19	0,15	0,12	0,092	0,071	0,054	0,030	0,016	0,008
1,7	0,20	0,15	0,12	0,089	0,066	0,047	0,034	0,024	0,011	0,005	0,002
1,8	0,13	0,10	0,072	0,050	0,035	0,023	0,015	0,010	0,004	0,001	0
1,9	0,089	0,063	0,043	0,028	0,018	0,011	0,007	0,004	0,001	0	
2,0	0,059	0,039	0,025	0,015	0,009	0,005	0,003	0,002	0		
2,2	0,025	0,014	0,008								
2,4	0,010	0,005	0,002								
2,6	0,004	0,002	0,001								
2,8	0,001	0,001	0								
3,0	0	0									
3,5											
4,0											
5,0											
6,0											
8,0											
$k_S = \frac{h_n}{h_p} = f(\lambda)$	0,38	0,39	0,40	0,40	0,41	0,42	0,42	0,42	0,43	0,43	0,44

Таблиця 8.12 – Відносні ординати гідрографів внутрішньодобового ходу стоку води весняного водопілля у

за різних коефіцієнтів $k_{\tau} = Q'_p / Q_p$

Години, год	k_{τ}											
	1	1,2	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0
8	1,0	0,82	0,40	0,23	0,13	0,09	0,06	0,02	0,02	0,01	0,01	0,0
9	1,0	0,78	0,38	0,22	0,13	0,11	0,08	0,03	0,03	0,03	0,02	0,01
10	1,0	0,74	0,40	0,22	0,14	0,15	0,10	0,05	0,08	0,04	0,12	0,08
11	1,0	0,72	0,42	0,21	0,18	0,25	0,16	0,11	0,24	0,18	0,31	0,27
12	1,0	0,72	0,43	0,29	0,23	0,44	0,36	0,30	0,44	0,39	0,53	0,45
13	1,0	0,71	0,45	0,36	0,35	0,65	0,60	0,54	0,73	0,64	1,00	1,00
14	1,0	0,71	0,50	0,48	0,55	0,92	0,86	0,81	1,00	1,00	0,75	0,75
15	1,0	0,70	0,58	0,62	0,71	1,00	1,00	1,00	0,84	0,80	0,56	0,56
16	1,0	0,72	0,63	0,78	0,94	0,93	0,88	0,83	0,63	0,60	0,41	0,40
17	1,0	0,76	0,70	0,95	1,00	0,78	0,71	0,68	0,45	0,43	0,26	0,25
18	1,0	0,81	0,79	1,00	0,95	0,62	0,56	0,50	0,32	0,29	0,14	0,12
19	1,0	0,84	0,88	0,96	0,82	0,45	0,39	0,35	0,20	0,15	0,06	0,04
20	1,0	0,88	0,98	0,87	0,69	0,53	0,25	0,21	0,11	0,08	0,03	0,01
21	1,0	0,90	1,00	0,77	0,54	0,25	0,18	0,14	0,07	0,05	0,02	0,0
22	1,0	0,94	0,98	0,66	0,44	0,18	0,14	0,10	0,04	0,03	0,01	0,0
23	1,0	0,99	0,93	0,57	0,35	0,15	0,10	0,06	0,04	0,03	0,01	0,0
24	1,0	1,00	0,87	0,50	0,30	0,13	0,08	0,05	0,04	0,03	0,0	0,0
1	1,0	0,99	0,81	0,43	0,26	0,12	0,07	0,05	0,03	0,03	0,0	0,0
2	1,0	0,97	0,76	0,39	0,23	0,11	0,07	0,05	0,03	0,03	0,0	0,0
3	1,0	0,94	0,71	0,36	0,21	0,11	0,07	0,05	0,03	0,03	0,0	0,0
4	1,0	0,91	0,66	0,33	0,19	0,10	0,06	0,04	0,03	0,03	0,0	0,0
5	1,0	0,88	0,58	0,29	0,18	0,10	0,06	0,04	0,02	0,02	0,0	0,0
6	1,0	0,86	0,50	0,27	0,16	0,10	0,06	0,04	0,02	0,02	0,0	0,0
7	1,0	0,84	0,42	0,24	0,14	0,09	0,06	0,04	0,02	0,01	0,0	0,0

Таблиця 8.13 – Перехідні коефіцієнти k_T

Природна зона	Площа водозбору, км ²										
	0,1	0,5	1	5	10	50	100	500	1000	2000	5000
тундри і північна частина лісової зони	1,9	1,7	1,6	1,4	1,3	1,2	1,15	1,05	1	1	1
південна частина лісової зони (мішані і листяні ліси)	3,7	3,0	2,7	2,3	2,1	1,7	1,5	1,3	1,2	1,1	1,0
лісостеп	4,4	3,6	3,3	2,7	2,5	2,0	1,9	1,4	1,3	1,15	1,0
степ	5,5	4,4	4,0	3,0	2,8	2,1	1,9	1,4	1,3	1,15	1,0
посушливий степ і напівпустелі	9,5	7,0	6,0	4,3	3,7	2,6	2,0	1,5	1,4	1,3	1,2

ЛІТЕРАТУРА

ОСНОВНА

1. Бефани А.Н. Основы теории липневого стока // Труды ОГМИ. – 1949. -Ч.I. – Вып. IV. - С.39-145.
2. Бефани А.Н. Основы теории липневого стока // Труды ОГМИ. – 1958. -Ч.II. – Вып. XIV. - 305 с.
3. Бефани А.Н. Пути генетического определения нормы стока. - Научный ежегодник ОГУ. - Одесса. - 1957. - 125 с.
4. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Государственное издательство физико-математической литературы. -1969.- 576 с.
5. Владимиров А.М. Гидрологические расчеты. – Л.: Гидрометеиздат,- 1990. – 365 с.
6. Гопченко Е.Д., Лобода Н.С. Водные ресурсы северо-западного Причерноморья (в естественных и нарушенных хозяйственной деятельностью условиях). – Київ: КНТ. – 2005. – 188 с.
7. Гопченко Е.Д., Романчук М.Е. Нормирование характеристик максимального стока весеннего половодья на реках Причерноморской низменности. Киев. – КНТ. – 2005. – 148 с.
8. Гопченко Е.Д., Гушля А.В. Гидрология с основами мелиорации. - Л.: Гидрометеиздат, 1988.- 303 с.
9. Клибашев К.П., Горошков И.Ф./ Под ред. А.И. Чеботарева. Гидрологические расчеты. - Ленинград:Гидрометеиздат. – 1970. – 459 с.
10. Лобода Н.С. Расчеты и обобщения характеристик годового стока рек Украины в условиях антропогенного влияния: Монография. – Одесса: Экологія, 2005. – 208 с.
11. Лобода Н.С., Гопченко Є.Д. Стохастичні моделі у гідрологічних розрахунках. Навчальний посібник. – Одеса: Екологія, 2006. – 200 с.
12. Лобода Н.С. Методи статистичного аналізу у гідрологічних розрахунках і прогнозах. Навчальний посібник. – Одеса: Екологія. – 2010. – 184с.
13. Рождественский А.В., Чеботарев А.И. Статистические методы в гидрологии. - Л.: Гидрометеиздат, 1974. – 424 с.
14. Соколовский Д.Л. Речной сток. – Л.: Гидрометеиздкат. – 1959. – 527с.
15. Школьный Є.П., Лоева І.Д., Гончарова Л.Д. Обробка та аналіз гідрометеорологічної інформації: навчальний підручник. - К.: Міносвіти України, 1999. - 600 с.

ДОДАТКОВА

До розділу 1

1. Алексеев Г.А. Графоаналитические способы определения и приведения к длительному периоду наблюдений параметров кривых распределения // Труды ГГИ. -1960.- Вып.73. – С.90-140.
2. Блохинов Е.Г. Об особенностях распределения выборочных оценок параметров речного стока // Труды ГГИ.- Вып. 134. - Л.: Гидрометеоздат.-1968.- С.115-150.
3. Блохинов Е.Г. Распределение вероятностей величин речного стока. - М.: Наука, 1974.-169 с.
4. Блохинов Е.Г., Сарманов О.В. Гамма-корреляция и ее использование при расчетах многолетнего регулирования речного стока // Труды ГГИ.- Вып. 143. - Л.: Гидрометеоздат.-1968.- С.52-75.
5. Болгов М.В., Сарманов О.В. Марковские процессы в гидрологии / Отв.редактор М.Г. Хубларян. – М.: Институт водных проблем РАН. – 2009. – 210 с.
6. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. – М.: Государственное издательство физико-математической литературы. -1969.- 576 с.
7. Водноэнергетические расчеты методом Монте-Карло / Под ред. А.Ш.Резниковского. – М.:Энергия. – 1969. – 302 с.
8. Казакевич Д.И. Основы теории случайных функций и ее применение в гидрометеорологии. – Л.: Гидрометеоздат, 1971. – 230 с.
9. Картвелиашвили Н.А. Стохастическая гидрология. - Л.: Гидрометеоздат, 1981. – 167 с.
10. Клибашев К.П., Горошков И.Ф./ Под ред. А.И. Чеботарева. Гидрологические расчеты. - Ленинград:Гидрометеоздат. – 1970. – 459 с.
11. Крицкий С.Н., Менкель М.Ф. Гидрологические основы управления речным стоком.- М. Наука, 1981. – 235 с.
12. Кузьменко Н.Н., Полищук Ю.В., Шаповалова Л.А. Применение теории случайных функций в геодезии. – К.: Вища школа. – 1980. – 144 с.
13. Раткович Д.Я. Многолетние колебания речного стока. - Л.: Гидрометеоздат. - 1976. - 255 с.
14. Рождественский А.В., Ежов А.В., Сахарюк А.В. Оценка точности гидрологических расчетов. - Л.: Гидрометеоздат, 1990. - 276 с.
15. Шелутко В.А. Статистические модели и методы исследования многолетних колебаний годового стока. - Л.: Гидрометеоздат. -1984.- 160с.
16. Шелутко В.А. Численные методы в гидрологии. -Л.: Гидрометеоздат, 1991.- 238 с.

17. Школьный Е.П., Лоева И.Д., Гончарова Л.Д. Обработка та анализ гидрометеорологической информации: Навальный учебник. – Одеса: Друк. ТЭС; 1999. - 600 с.

18. Школьный Е.П., Гончарова Л.Д., Миротворская Н.К. Методы обработки та анализа гидрометеорологической информации (сборник задач и упражнений): навальный учебник. - Одеса: Друк. ТЭС; 2000. - 419 с.

До розділу 2

1. Алексеев Г.А. Графоаналитические способы определения и приведения к длительному периоду наблюдений параметров кривых распределения // Труды ГГИ. -1960.- Вып.73. – С.90-140.

2. Андреев В.Г. Циклические колебания годового стока, их изменение по территории и учет при расчетах стока // Труды III Всесоюзного гидрологического съезда. - 1959. - Т.2.- С.326-335.

3. Анискина Н.А. Исследование зависимости годового стока рек СССР от атмосферной циркуляции // Труды ГГИ. - 1970.- вып.179. - С. 63-98.

4. Бефани А.Н. Пути генетического определения нормы стока. - Научный ежегодник ОГУ. - Одесса. - 1957. - 125 с.

5. Бефани Н.Ф. Прогнозирование дождевых паводков на основе территориально общих зависимостей. – Л.: Гидрометеиздат. - 1977. – 181с.

6. Блохинов Е.Г., Сотникова Л.Ф. Об оценке параметров распределения вероятностей годового стока рек СССР // Труды ГГИ.-Вып. 180. - Л. Гидрометеиздат.-1970.- С. 85-113.

7. Болгов М.В., Лобода Н.С., Николаевич Н.Н., Пространственное обобщение параметров внутрирядной связности рядов годового стока // Метеорология и гидрология. - 1993. - №7. - С. 83 - 91.

8. Болгов М.В., Лобода Н.С., Николаевич Н.Н. Пространственное обобщение коэффициентов автокорреляции годового стока Украины // Труды УкрНИГМИ. – 1993. - Вып. 245. - С. 22 - 29.

9. Вишневський В.І. Річки і водойми України. Стан і використання. - Київ.: Віпол, 2000. – 375 с.

10. Владимиров А.М. Гидрологические расчеты. – Л.: Гидрометеиздат,- 1990. – 365 с.

11. Воскресенский К.П. Гидрологические расчеты при проектировании сооружений на малых реках, ручьях и временных водотоках. – Л.: Гидрометеиздат, 1956. – 467 с.

12. Глушков В.Г. Географо-гидрологический метод. – Л.: Изв. ГГИ. – 1933. - №57-58. – С. 5-10.

13. Гончарова Л.Д. Клімат і загальна циркуляція атмосфери: Навчальний посібник / Гончарова Л.Д., Серга Е.М., Школьний Є.П. – Одеса: Вид-во “ТЭС”, 2005. – 251 с.
14. Гопченко Е.Д., Гушля А.В. Гидрология с основами мелиорации. - Л.: Гидрометеиздат, 1988.- 303 с.
15. Горошков И.Ф. Гидрологические расчеты. – Л.: Гидрометеиздат. – 1979. - 431 с.
16. Гребінь В.В. Сучасний водний режим річок України (ландшафтно-гідрологічний аналіз). – К.: Ніка-центр, 2010. -316 с.
17. Загальна гідрологія / Під ред. В.К. Хільчевського, О.Г. Ободовського. – К.: Київський університет. – 2008. – 399 с.
18. Клибашев К.П., Горошков И.Ф./ Под ред. А.И. Чеботарева. Гидрологические расчеты. - Ленинград:Гидрометеиздат. – 1970. – 459 с.
19. Крицкий С.Н., Менкель М.Ф. Гидрологические основы речной гидротехники.- М. – Л., Изд. АН СССР, 1950. – 392 с.
20. Кузин П.С. Циклические колебания стока рек Северного полушария. - Л.: Гидрометеиздат, 1970. - 178 с.
- 21.Крицкий С.Н., Менкель М.Ф. О методике совместного анализа наблюдений за стоком гидрологически сходных бассейнов // Труды ГГИ.- 1970. - Вып. 180. - С. 3-29.
- 22.Крицкий С.Н., Менкель М.Ф. Гидрологические основы управления речным стоком.- М. Наука, 1981. – 235 с.
- 23.Крицкий С.Н., Менкель М.Ф. Гидрологические основы управления водохозяйственными системами.- М. Наука, 1982. – 271 с.
24. Кузин П.С., Бабкин В.И. Географические закономерности гидрологического режима рек. - Л.: Гидрометеиздат, 1979. - 200 с.
25. Лобода Н.С. Расчеты и обобщения характеристик годового стока рек Украины в условиях антропогенного влияния: Монография. – Одесса: Экология, 2005. – 208 с.
26. Лобода Н.С. Оценка влияния атмосферных процессов Северной Атлантики на формирование полей годового стока рек Украины // Український гідрометеорологічний журнал, №3. – 2008. – с. 167-177.
27. Лобода Н.С., Коробчинская А.О., Рудник А.О. Колебания речного стоку в бассейне р. Дніпро у зв'язку із змінами клімату // Вісник Одеського державного екологічного університету. – Вип.5. - Одеса:ТЕС. –2008. - С.163-167.
28. Лобода Н.С. Закономірності коливань річного стоку річок України при змінах клімату на початку ХХІ сторіччя // Гідрологія, гідрохімія і гідроекологія. Відп. ред. В.К. Хільчевський.– К. ВГЛ ”Обрії”.- Т.18.-2010. – С.62-70.
29. Лобода Н.С., Коробчинська А.О. Оцінка впливу мінливості Північно-Атлантичного та Скандинавського коливань на гідрометеорологічні

характеристики України // Гідрологія, гідрохімія і гідроекологія. Відп. ред. В.К. Хільчевський. – К. ВГЛ "Обрії", Т.18. 2010.– С. 84-91.

30. Лобода Н.С., Сіренко А.М. Вплив Північно-Атлантичного коливання на строки продовження льодових явищ на річках Західної України // Міжвід. наук. зб. України. - Метеорологія, кліматологія та гідрологія. - Одеса. - 2010. – Вип. 50. - С. 182 – 189.

31. Лобода Н.С. Методи статистичного аналізу у гідрологічних розрахунках і прогнозах. Навчальний посібник. – Одеса: Екологія. – 2010. – 184с.

32. Логинов В.Ф. Характер солнечно-атмосферных связей. - Л.: Гидрометеиздат, 1973. – 48 с.

33. Мартазинова В.Ф., Иванова О.К., Чайка Д.Ю. Изменение атмосферной циркуляции в Северном полушарии в течение периода глобального потепления в XX веке // Украинский географический журнал, 3. - 2007. - С.10-20.

34. Новосад Я.М. Районирование территории западной части Украинского Полесья по условиям формирования минимального стока рек // Метеорология, климатология и гидрология. – Одесса. -1981.- Вип.17. – С. 31-35.

35. Огиевский А.В. Гидрология суши (общая и инженерная). – М.: Сельхозгиз, 1952.- 516 с.

36. Онуфриенко Л.Г., Волошин И.И. Определение годового стока рек Украины и Молдовы // Труды УкрНИИ Госкомгидромета. – М.:Московское отделение Гидрометеиздата. -1986. – Вип.217. – С.3-20.

37. Полонский А.Б., Башарин Д.В., Воскресенская Е.Н., Ворли С. Северо-Атлантическое колебание: описание и механизмы влияния на климат Евразии // Морской гидрофизический журнал. - 2004. - №2. – С.42-59

38. Пособие по определению расчетных гидрологических характеристик. - Л.:Гидрометеиздат,- 1984. – 447 с.

39. Пространственно-временные колебания стока рек СССР / Под ред.А.В. Рождественского. – Л.: Гидрометеиздат, 1988. – 376 с.

40. Раткович Д.Я. Многолетние колебания речного стока. - Л.: Гидрометеиздат. - 1976. - 255 с.

41. Руководство по определению расчетных гидрологических характеристик. – Л.: Гидрометеиздат. – 1973. – 111 с.

42. Сорокин В.Г. Средний многолетний сток орошаемых районов юга Европейской территории Советского Союза // Межвед.научн.сб. Метеорология,климатология и гидрология. - Одесса. -1974. – Вип.10. - С.121-129.

43. Справочник по водным ресурсам / Под ред. Б.И.Стрельца. - К.: Урожай,1987. - 304 с.

44. Христофоров А.В. Надежность расчетов речного стока. – М.: Изд.-во МГУ. – 1993. – 168 с.
45. Чеботарев А.И. Гидрологический словарь. Л.: Гидрометеиздат, 1978. – 308 с.
46. Четыркин Е.М. Статистические методы прогнозирования.- М.: Статистика, 1977. - 200 с.
47. Швебс Г.И., Игошин М.І. Каталог річок і водойм України: навчально-довідковий посібник / Під ред. Є.Д. Гопченка. – Одеса: Астропринт, 2003. – 390 с.
48. Шерешевский А.И., Вишневский П.Ф. Норма и изменчивость годового стока рек Украины / Гидробиологический журнал. - 1997. - Т.3. - С.81- 91.
49. Barnston, A. G., and R. E. Livezey. Classification, seasonality and persistence of low-frequency atmospheric circulation patterns. // Mon. Wea. Rev., 1987. – 115. – P. 1083–1126.
50. Uvo C.B. Analysis and regionalization of northern European winter precipitation based on its relationship with the north atlantic oscillation // International journal of climatology, 23. -2003 – P. 1185-1194.
51. Thompson D. W. and Wallace J.M. The arctic Oscillation signature in winter geopotential heights and temperature fields // Geophys.Res.Lett. 1998. Vol/25/ -P.1297-1300.
52. James W. Hurrell and Robert R. Dickson. Climate variability over the North Atlantic. // Marine Ecosystems and Climate Variation. The North Atlantic: A comparative perspective. – Oxford, 2005. – P. 15-31.

До розділу 3

1. Бефани А.Н., Мельничук О.П. Расчет нормы стока временных водотоков и горных Украинских Карпат // Труды УкрНИГМИ. - Л.: Гидрометеиздат. - 1967. - Вып. 69. - С. 105 -131.
2. Бефані А.М. Сучасні проблеми меліоративної гідрології. – Одеса. – 1998.- 81 с.
3. Гопченко Е.Д., Гушля А.В. Гидрология с основами мелиорации. - Л.: Гидрометеиздат, 1988.- 303 с.
4. Гопченко Є.Д., Лобода Н.С. Оцінювання природних водних ресурсів України за методом водно-теплогового балансу // Наук. праці УкрНДГМІ. –2001. – Вип.249. – С.106-120.
5. Гопченко Е.Д., Лобода Н.С. Водные ресурсы северо-западного Причерноморья (в естественных и нарушенных хозяйственной деятельностью условиях). – Київ: КНТ. – 2005. – 188 с.

6. Гопченко Є.Д., Лобода Н.С., Шахман І.О. Оцінювання природних водних ресурсів Нижнього Подніпров'я за метеорологічними даними // Міжвід. наук. зб. України. - Метеорологія, кліматологія та гідрологія. - Одеса. - 2005. – Вип. 49. - С. 485 – 496.
7. Воскресенский К.П. Гидрологические расчеты при проектировании сооружений на малых реках, ручьях и временных водотоках. – Л.: Гидрометеиздат, 1956. – 467 с.
8. Климат Украины / Под ред. Г.Ф. Прихотько, А.В. Ткаченко, В.Н. Бабиченко.-Л.: Гидрометеиздат, 1967.- 413 с.
9. Лобода Н.С., Нгуен Ле Минь. Оценка норм годового стока на основе уравнения водно-теплового баланса для территории Крымского полуострова // Міжвід. наук. зб. України. - Метеорологія, кліматологія та гідрологія. - Одеса. - 2003. – Вип. 47. - С. 202 –208.
10. Лобода Н.С. Расчеты и обобщения характеристик годового стока рек Украины в условиях антропогенного влияния: Монография. – Одесса: Экология, 2005. – 208 с.
11. Лобода Н.С. Шляхи оцінювання, передбачення та управління станом водних ресурсів Кримського півострова у природних та порушених антропогенною діяльністю умовах // Наукові записки. Серія – біологія. Спеціальний випуск: гідроекологія. – Тернопіль. – Тернопільський педагогічний університет. – 2005. – № 3(26). – С.256 – 258.
12. Лобода Н.С., Тучковенко Ю.С. Дослідження впливу змін річкового стоку за кліматичними сценаріями на гідроекологічний стан північно-західної частини Чорного моря // Наукові записки Тернопільського національного педагогічного університету імені Володимира Гнатюка. - Серія: біологія № 3 (44). -2010. – С. 143-145.
13. Мезенцев В.С., Карнацевич И.В. Увлажненность Западно-Сибирской равнины - Л.: Гидрометеиздат,1969. – 75 с.
14. Мезенцев В.С. Расчеты водного баланса: Учебное пособие. - Омск, 1976.- 75 с.
- 15.Пособие по определению расчетных гидрологических характеристик. - Л.:Гидрометеиздат,- 1984. – 447 с.
16. Режимы влагообеспеченности и условия гидромелиораций степного края / Под. ред. В.С. Мезенцева. - М.: Колос,1974. – 240 с.
17. Фан Ван Тинь, Гопченко Е.Д., Лобода Н.С. Климатические и водные ресурсы Украинского Полесья // Межвед. научн. сб. Украины. - Метеорология, климатология и гидрология. - Одесса. - 1999. – Вып. 39. - С.254 –267.
18. Loboda, N.S. The assessment of present and future Ukrainian water resources on meteorological evidence, in Proceedings the Second International Conference on Climate and Water.- Vol.3.- 1999. -P.1486-1494.

До розділу 4

1. Болгов М.В., Сарманов О.В. Марковские процессы в гидрологии. / Отв. редактор М.Г. Хублярян. – М.: Институт водных проблем РАН. – 2009. – 210 с.
2. Гопченко Е.Д., Лобода Н.С. Водные ресурсы северо-западного Причерноморья (в естественных и нарушенных хозяйственной деятельностью условиях). – Київ: КНТ. – 2005. – 188 с.
3. Гушля А.В., Мезенцев В.С., Водно-балансовые исследования - Л.: Гидрометеиздат, 1982. - 230 с.
4. Лалыкин Н.В., Светличный А.А., Солодкий А.Е. Влияние хозяйственной деятельности на средний многолетний сток рек Молдавии.-В кн.: Изучение и использование водных ресурсов. - М.: Гидрометеиздат. - 1980.- С.31-36.
5. Раткович Д.Я. Многолетние колебания речного стока. - Л.: Гидрометеиздат. - 1976. - 255 с.
6. Раткович Д.Я. Гидрологические основы водообеспечения.- М.: РАН ИВП. - 1995. - 428 с.
7. Раткович, Д.Я., Болгов, М.В. Стохастические модели колебаний составляющих водного баланса речного бассейна. - Москва: РАН ИВП. – 1997. - 262с.
8. Лобода Н.С., Шаменкова О.И. Обоснование стохастических моделей годового суммарного и подземного стока в условиях осушительных мелиораций (по материалам западного Полесья) // Міжвід. наук. зб. України. - Метеорологія, кліматологія та гідрологія. - Одеса. - 2002. – Вип. 46. - С. 279 – 293.
9. Лобода Н.С. Расчеты и обобщения характеристик годового стока рек Украины в условиях антропогенного влияния: Монография. – Одесса: Екологія, 2005. – 208 с.
10. Лобода Н.С. Методи статистичного аналізу у гідрологічних розрахунках і прогнозах. Навчальний посібник. – Одеса: Екологія. – 2010. – 184с.
11. Мезенцев В.С., Карнацевич И.В. Увлажненность Западно-Сибирской равнины - Л.: Гидрометеиздат, 1969. – 75 с.
12. Шикломанов И.А. Влияние хозяйственной деятельности на речной сток. - Л.: Гидрометеиздат, 1989. - 335 с.
13. Loboda, N.S., Phan Van Chinnh, Statistical modelling and estimating the irrigation and man-made effect on annual runoff and water resources, in: IAHS Publication in the IAHS Series of Proceedings and Reports 289. – 2004. - P.215-218.

До розділу 5

1. Гопченко Е.Д., Лобода Н.С. Оценка возможных изменений водных ресурсов Украины в условиях глобального потепления // Гидробиологический журнал. - Киев: Институт гидробиологии НАН Украины. - Т.36. - №3. - 2000. - С. 67 - 78.
2. Гребінь В.В. Сучасний водний режим річок України (ландшафтно-гідрологічний аналіз). –К.: Ніка-центр, 2010. -316 с.
3. Ерік Е. Массей. Досвід Європейського Союзу в адаптації до зміни клімату та застосування його в Україні. Бюро Координатора з економічної та довкільної діяльності ОБСЕ. – 2012.- 36 с.
4. Лобода Н.С., Романенко В.П. Імітаційне стохастичне моделювання побутового річного стоку лівобережжя р.Дністер // П'ята науково-практична конференція з міжнародною участю «Математичне та імітаційне моделювання систем МОДС'2010» (21-25 червня). -2010. – С.56-58.
5. Лобода Н.С., Гриб О.М., Сіренко А.М. Оцінка припливу прісних вод до Куяльницького лиману // Гідрологія, гідрохімія і гідроекологія. Гол. Ред.. Хільчевський В.К. – К. Видавництво Київського національного університету. - 2011. -Т.1(22). – С. 51-59.
6. Україна та глобальний парниковий ефект. Вразливість і адаптація екологічних та економічних систем до зміни клімату / Букша І.Ф., Гожик П.Ф., Ємельянова Ж.Л., Трофімов І.В., Шерешевський А.І., за редакцією В.В. Васильченка, М.В. Рапцуна, І.В. Трофімової. – Т.2. - Київ. Агентство з раціонального використання енергії та екології. - 1998. – 206 с.
7. Feyen L., Dankers R. Impact of global warming on stream flow drought in Europe // Geophys Res. V.114, D17116. -2009. - 17 p.
8. Loboda, N.S. The assessment of present and future Ukrainian water resources on meteorological evidence, in Proceedings the Second International Conference on Climate and Water.- Vol.3.- 1999. -P.1486-1494.
9. United Nations Framework Convention on Climate Change. – Geneva, UNEP/WMO, IUCC. -1992. -224 p.

До розділу 6

1. Вишневський В.І. Річки і водойми України. Стан і використання. - Київ.: Віпол, 2000. – 375 с.
2. Горощков И.Ф. Гидрологические расчеты. – Л.: Гидрометеиздат. – 1979. - 431 с.
3. Гребінь В.В. Сучасний водний режим річок України (ландшафтно-гідрологічний аналіз). –К.: Ніка-центр, 2010. -316 с.

4. Климат Украины / Под ред. Г.Ф. Прихотько, А.В. Ткаченко, В.Н. Бабиченко.-Л.: Гидрометеиздат, 1967.- 413 с.

5. Методические рекомендации по определению расчетных гидрологических характеристик при наличии данных гидрометрических наблюдений/ ГГИ - Санкт-Петербург, 2005- 103 с.

6. Пособие по определению расчетных гидрологических характеристик. - Л.:Гидрометеиздат,- 1984. – 447 с.

7.Справочник по водным ресурсам / Под ред. Б.И.Стрельца. - К.: Урожай,1987. - 304 с.

8. Loboda N.S. The assessment of present and future Ukrainian water resources on meteorological evidence // Proceedings of The Second International Conference on Climate and Water. - vol.3. - Espoo, Finland: Edita Ltd, Hesinki. – 1998.

До розділу 7

10. Горошков И.Ф. Гидрологические расчеты. – Л.: Гидрометеиздат. – 1979. - 431 с.

11. Гребін В.В. Сучасний водний режим річок України (ландшафтно-гідрологічний аналіз). –К.: Ніка-центр, 2010. -316 с.

13. Климат Украины / Под ред. Г.Ф. Прихотько, А.В. Ткаченко, В.Н. Бабиченко.-Л.: Гидрометеиздат, 1967.- 413 с.

16. Методические рекомендации по определению расчетных гидрологических характеристик при наличии данных гидрометрических наблюдений/ ГГИ - Санкт-Петербург, 2005- 103 с.

21. Пособие по определению расчетных гидрологических характеристик. - Л.:Гидрометеиздат,- 1984. – 447 с.

26. Loboda N.S. The assessment of present and future Ukrainian water resources on meteorological evidence // Proceedings of The Second International Conference on Climate and Water. - vol.3. - Espoo, Finland: Edita Ltd, Hesinki. – 1998.

До розділу 8

1. Алексеев Г.А. Паводочный сток рек СССР. – М.: Гидрометеиздат. - 1956. – 107 с.

2. Бефани Н.Ф. Прогнозирование дождевых паводков на основе территориально общих зависимостей. – Л.: Гидрометеиздат. - 1977. – 181с.

3. Бефани А.Н. , Бефани Н.Ф., Гопченко Е.Д. Региональные модели формирования стока на территории СССР. – Обнинск. – 1981. – Вып.2. - 60 с.

4. Бефані А.М. Сучасні проблеми меліоративної гідрології. – Одеса. – 1998.- 81 с.
5. Бефани А.Н., Мельничук О.П. Расчет нормы стока временных водотоков и горных Украинских Карпат // Труды УкрНИГМИ. - Л.: Гидрометеиздат. - 1967. - Вып. 69. - С. 105 -131.
6. Великанов М.А. Водный баланс суши. – М.: Гидрометеиздат, 1940. – 170 с.
7. Воскресенский К.П. Гидрологические расчеты при проектировании сооружений на малых реках, ручьях и временных водотоках. – Л.: Гидрометеиздат, 1956. – 467 с.
8. Гопченко Є.Д., Овчарук В.А., Шакирзанова Ж.Р. Розрахунки та довгострокові прогнози характеристик максимального стоку весняного водопілля в басейні р. Прип'ять. – Одеса. – «Екологія». – 2011. – 335 с.
9. Горошков И.Ф. Гидрологические расчеты. – Л.: Гидрометеиздат. – 1979. - 431 с.
10. Иваненко А.Г. Исследование скоростей добегания паводков на реках Закарпатской области // Труды ОГМИ. – 1961. – Вып.24. – С.52-53.
11. Кочерин Д.И. Вопросы инженерной гидрологии. – М.-Л.: «Энергоиздат». – 1932. – 208 с.
12. Лалыкин Н.В. О расчете скоростей добегания // Труды ОГМИ. – 1958. – Вып.15. – С.73-89.
13. Методические рекомендации по определению расчетных гидрологических характеристик при наличии данных гидрометрических наблюдений/ ГГИ - Санкт-Петербург, 2005- 103 с.
14. Мокляк В.І. Максимальні витрати від талих вод на річках УРСР. – Київ, видав. АН УРСР. – 1951. – 163 с.
15. Нежиховский Р.А. Русловая сеть бассейна и процесс формирования стока воды. – Л.: Гидрометеиздат. – 1971. – 181 с.
16. Огиевский А.В. Основные закономерности в процессах стока на речных бассейнах. – Л.: Гидрометеиздат. – 1945. – 187 с.
17. Огиевский А.В. Гидрология суши (общая и инженерная). – М.: Сельхозгиз, 1952.- 516 с.
18. Пособие по определению расчетных гидрологических характеристик. - Л.:Гидрометеиздат,- 1984. – 447 с.
19. Протодяконов М.М. теория стока поверхностных вод. – М.: Гос-трансиздат. – 1932. – 168 с.
20. Руководство по определению расчетных гидрологических характеристик. – Л.: Гидрометеиздат. – 1973. – 111 с.
21. Швебс Г.И., Ігошин М.І. Каталог річок і водойм України: навчально-довідковий посібник / Під ред. Є.Д. Гопченка. – Одеса: Астропринт, 2003. – 390 с.

ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК

Автокореляція 10, 86, 108, 11, 118

Вибірка 142, 198, 280, 293

Випадкова

- величина 14, 16, 200
- подія 12
- функція 100, 104

Випадкові

- похибки 34, 41, 57
- процеси 100, 112, 115

Витрата води 22, 122, 179, 324

Водопілля 22, 299, 301, 318

Генеральна сукупність 40

Гідрограф 423

Дисперсія 62, 83, 96, 102, 173

Довірчий інтервал 90, 91, 92

Ергодичність 114

Закон

- великих чисел 9
- розподілу 60, 71
- нормальний (Пірсона III) 57
- трипараметричного гамма-розподілу 68
- логарифмічно - нормальний 66

Ізохрони 349, 350, 352

Ймовірність події 12, 13, 16

Клітчаста ймовірності 71

Коваріація 80

Коефіцієнт

- асиметрії 22, 40, 141, 143,
- варіації 40, 56, 141, 143
- гідрографічний 379, 382
- детермінації 94
- «дружності» 360
- кореляції 79, 80, 95
- автокореляції 117

Коефіцієнт

- повноти формування максимального стоку 372
- природної зарегульованості стоку 272
- схилового припливу 391, 399
- часової нерівномірності 375
- шорсткості 344, 411, 417

Крива тривалості добових витрат води 271

Критерій Фішера 95, 99

Ланцюг Маркова 11, 117, 119, 190

Лімітуючий сезон 257, 259, 260, 264

Математична статистика 9

Математичне сподівання 23, 27, 32

Межень 8, 22

Медіана 26

Метод

- водно-теплогового балансу 182
- географічних узагальнень 157
- генетичний 168
- графо-аналітичний 22, 51, 143
- компонування 255
- найбільшої правдоподібності 44
- реального року 257
- моментів 27
- Монте-Карло 34
- найменших квадратів 86, 87

Мінливість річного стоку 127

Модуль стоку 360, 379, 389

Моменти

- центральний 28, 31
- початковий 27, 70

Нелімітуючий сезон 260, 265

Норма

- річного стоку 130
- річного кліматичного стоку 195
- зрошування 212
- природного стоку 207

Об'єм стоку 22, 122, 196, 320

Осушування 181

Паводок 8, 22, 299

Поверхня розподілу 76

Рівняння водного балансу 158

Річка – аналог 419, 421

Розподіл

- Пірсона III 64
- Стюдента 91, 95, 96
- Фішера 93

Руслове добігання 344, 355

Русло-заплавне регулювання 348

Ряд Маклорена 58, 60, 64

Систематичні похибки 34

Стохастичні моделі 199, 216

Стік

- ґрунтовий 337
- зливовий 319
- річний 122, 232
- кліматичний 191, 196
- максимальний 299, 342
- мінімальний 274, 277
- підпертих рівнин 319
- контактний 352

Схилловий приплив 350, 354

Теплоенергетичні ресурси
клімату 184, 188

Трансформаційна функція 344, 400

Тривалість паводка 352

Формули

- граничної інтенсивності 398
- редуційні 359
- об'ємні 360

Функція

- антропогенного впливу 223
- розподілу 101

Число Форстера 40

Шар стоку 122, 162

Щільність розподілу 19, 63

ІМЕННИЙ ПОКАЖЧИК

- Алексєєв Г.А. 51, 58, 345, 412
Андрєянов В.Г. 124
Аніскіна Н.А. 124
Бабкін В.І. 124
Базен 345
Бефані А.М. 124, 313, 376, 412
Бефані Н.Ф. 127, 348
Блохінов Є.Г. 11, 30, 42, 48
Болгов М.В. 12, 119, 199, 206
Болдаков Є.В. 409
Будико М.І. 183, 185
Булавко А.Г. 216
Вангенгейм 125
Веліканов М.А. 155, 183
Вентцель О.С. 9, 25, 44, 72
Вишневський П.Ф. 154, 162, 163
Владимиров А.М. 12, 278
Волошин І.І. 162, 163
Вольф 125
Воскресенський К.П. 124, 147, 360
Глушков В.Г. 157
Гопченко Є.Д. 124, 154, 211
Гребінь В.В. 154
Гушля О.В. 12, 185, 211
Давидов Л.К. 124
Дзердзеєвський 125
Докучаєв В.В. 216
Долгов М.Є. 406, 408
Дубелір Г.Д. 407
Жилінський І.І. 216
Зайков Б.Д. 124
Зброжек Ф.Г. 405
Іваненко О.Г. 124, 346
Іванов К.Є. 220
Казакевич Д.Л. 113
Кестлін 405
Кисельов П.О. 218
Кочерін Д.І. 124, 360, 411
Крицький С.М. 68, 222, 412
Лаликін М.В. 215, 346
Лобода Н.С. 124, 154, 178, 182, 206
Логінов В.Ф. 125
Маклорен 58, 60, 64
Маннінг 345
Марков 12, 117, 199
Мезенцев В.С. 182, 185, 211, 226
Мельничук О.М. 124, 157, 170
Менкель М.Ф. 50, 222, 412
Мішустін М.О. 218
Мокляк В.І. 364
Мольчак Я.О. 218
Нежиховський Р.А. 299, 308, 346
Нейман Дж. 34
Нікітін Н.Н. 216
Ніколаї Л.Ф. 405
Новіков С.М. 216, 218
Новосад Я.М. 171
Огієвський А.В. 124, 161, 364
Ольдекоп Е.М. 183, 185
Онуфрієнко Л.Г. 162, 163
Оппоков В.В. 216
Павловський М.М. 345
Пірсон К. 54, 68, 200
Поляков Б.В. 104
Протодьяконов М.М. 345, 408
Раткович Д.Я. 12, 118, 199, 202
Резніковський А.ІІІ. 119
Рождественський А.В. 9, 39, 97
Сарманов О.В. 11, 199
Соколов О.О. 360
Соколовський Д.Л. 124, 365, 412
Сорокін В.Г. 33
Срібний М.Ф. 345
Стьюдент 91, 95
Тюрк Л. 185
Улам С. 34
Фішер 93
Фостер 40

Кузін П.С. 124
Харченко С.І. 216
Чеботарьов О.І. 9, 39, 97, 123
Чегодаєв М.М. 409, 412
Шебеко В.Ф. 216
Шевельов М.Є. 168

Хазен 52
Шезі 321
Шелутко В.А. 46,58, 65
Шерешевський А.І. 162, 163
Школьний Є.П. 91, 96,138

Додатки

Додаток 1 - Нормовані відхилення від середнього значення ординат розподілу Пірсона III типу

$$\frac{x_{P\%} - \bar{x}}{\sigma} = \frac{k_{P\%} - 1}{C_V} = \Phi(P, C_S) \text{ (біноміальна крива розподілу)}$$

C_S	$P\%$											
	0,01	0,1	1,0	3,0	5,0	10	20	25	30	40	50	60
-4,0	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,500	0,49	0,49	0,46	0,41	0,31
-3,8	0,527	0,527	0,526	0,526	0,526	0,526	0,520	0,52	0,51	0,48	0,42	0,30
-3,6	0,556	0,556	0,556	0,556	0,556	0,555	0,550	0,54	0,54	0,49	0,42	0,28
-3,4	0,588	0,588	0,588	0,588	0,587	0,586	0,580	0,57	0,55	0,50	0,41	0,27
-3,2	0,625	0,625	0,625	0,625	0,625	0,621	0,610	0,59	0,57	0,51	0,41	0,25
-3,0	0,667	0,667	0,666	0,666	0,665	0,661	0,640	0,62	0,59	0,51	0,40	0,22
-2,8	0,715	0,715	0,715	0,714	0,711	0,703	0,670	0,64	0,60	0,51	0,39	0,20
-2,6	0,770	0,770	0,770	0,766	0,764	0,746	0,700	0,66	0,61	0,51	0,37	0,17
-2,4	0,835	0,833	0,830	0,826	0,820	0,792	0,720	0,67	0,62	0,51	0,35	0,17
-2,2	0,914	0,910	0,905	0,895	0,882	0,842	0,750	0,69	0,64	0,50	0,33	0,12
-2,0	1,01	1,00	0,990	0,970	0,950	0,900	0,780	0,71	0,64	0,49	0,31	0,09
-1,8	1,11	1,11	1,09	1,06	1,02	0,940	0,800	0,72	0,64	0,48	0,28	0,05
-1,6	1,26	1,24	1,20	1,14	1,10	0,990	0,810	0,73	0,64	0,46	0,25	0,02
-1,4	1,41	1,39	1,32	1,23	1,17	1,04	0,830	0,73	0,64	0,44	0,22	-0,02
-1,2	1,68	1,58	1,45	1,33	1,24	1,08	0,840	0,74	0,63	0,42	0,19	-0,05
-1,0	1,92	1,79	1,59	1,42	1,32	1,13	0,850	0,73	0,62	0,39	0,16	-0,09
-0,8	2,23	2,02	1,74	1,52	1,38	1,17	0,860	0,73	0,60	0,37	0,13	-0,12
-0,6	2,57	2,27	1,88	1,01	1,45	1,20	0,850	0,72	0,59	0,34	0,10	-0,16
-0,4	2,98	2,54	2,03	1,70	1,52	1,23	0,850	0,71	0,57	0,31	0,07	-0,19
-0,2	3,37	2,81	2,18	1,79	1,58	1,26	0,850	0,69	0,55	0,28	0,03	-0,22
0,0	3,72	3,09	2,33	1,88	1,64	1,28	0,840	0,67	0,52	0,25	0,00	-0,25
0,2	4,16	3,38	2,47	1,96	1,70	1,30	0,83	0,65	0,50	0,22	-0,03	-0,28
0,4	4,61	3,66	2,61	2,04	1,75	1,32	0,82	0,63	0,47	0,19	-0,07	-0,31
0,6	5,05	3,96	2,75	2,12	1,80	1,33	0,83	0,61	0,44	0,16	-0,10	-0,34
0,8	5,50	4,24	2,89	2,18	1,84	1,34	0,78	0,58	0,41	0,12	-0,13	-0,37
1,0	5,96	4,53	3,03	2,25	1,88	1,34	0,76	0,55	0,38	0,09	-0,16	-0,39

Продовження додатка 1

C_S	$P\%$											
	0,01	0,1	1,0	3,0	5,0	10	20	25	30	40	50	60
1,2	6,41	4,81	3,15	2,31	1,92	1,34	0,73	0,52	0,35	0,05	-0,19	-0,42
1,4	6,87	5,09	3,27	2,37	1,95	1,34	0,71	0,49	0,31	0,02	-0,22	-0,44
1,6	7,31	5,37	3,39	2,42	1,97	1,33	0,68	0,46	0,28	-0,02	-0,25	-0,46
1,8	7,76	5,64	3,50	2,46	1,99	1,32	0,64	0,42	0,24	-0,05	-0,28	-0,48
2,0	8,21	5,91	3,60	2,51	2,00	1,30	0,61	0,39	0,20	-0,08	-0,31	-0,49
2,2	8,63	6,14	3,68	2,54	2,02	1,27	0,57	0,35	0,16	-0,12	-0,33	-0,50
2,4	9,00	6,37	3,78	2,60	2,00	1,25	0,52	0,29	0,12	-0,14	-0,35	-0,51
2,6	9,39	6,54	3,86	2,63	2,00	1,21	0,48	0,25	0,085	-0,17	-0,37	-0,51
2,8	9,77	6,86	3,96	2,65	2,00	1,18	0,44	0,22	0,057	-0,20	-0,39	-0,51
3,0	10,16	7,10	4,05	2,66	1,97	1,13	0,39	0,19	0,027	-0,22	-0,40	-0,51
3,2	10,55	7,35	4,11	2,66	1,96	1,09	0,35	0,15	-0,006	-0,25	-0,41	-0,51
3,4	10,9	7,54	4,18	2,66	1,94	1,06	0,31	0,11	-0,036	-0,27	-0,41	-0,50
3,6	11,3	7,72	4,24	2,66	1,93	1,03	0,28	0,064	-0,072	-0,28	-0,42	-0,49
3,8	11,67	7,97	4,29	2,65	1,90	1,00	0,24	0,032	-0,095	-0,30	-0,42	-0,48
4,0	12,02	8,17	4,34	2,65	1,90	0,96	0,21	0,010	-0,120	-0,31	-0,41	-0,46
4,2	12,40	8,38	4,39	2,64	1,88	0,93	0,19	-0,10	-0,13	-0,31	-0,41	-0,45
4,4	12,76	8,60	4,42	2,63	1,86	0,91	0,15	-0,032	-0,15	-0,32	-0,40	-0,44
4,6	13,12	8,76	4,46	2,62	1,84	0,87	0,13	-0,052	-0,17	-0,32	-0,40	-0,42
4,8	13,51	8,96	4,50	2,60	1,81	0,82	0,10	-0,075	-0,19	-0,32	-0,39	-0,41
5,0	13,87	9,12	4,54	2,60	1,78	0,78	0,068	-0,099	-0,20	-0,33	-0,38	-0,40
5,2	14,25	9,27	4,59	2,60	1,74	0,73	0,035	-0,120	-0,21	-0,33	-0,37	-0,38
5,4	14,60	9,42	4,62	2,60	1,70	0,67	0,02	-0,100	-0,21	-0,33	-0,37	-0,37
5,6	14,95	9,59	4,65	2,60	1,67	0,62	0,0	-0,120	-0,21	-0,30	-0,36	-0,36
5,8	15,32	9,70	4,70	2,60	1,64	0,57	-0,02	-0,140	-0,21	-0,30	-0,35	-0,35
6,0	15,67	9,84	4,70	2,60	1,60	0,51	-0,05	-0,150	-0,21	-0,30	-0,34	-0,34
6,2	16,04	9,95	4,71	2,60	1,56	0,47	-0,05	-0,150	-0,21	-0,30	-0,34	-0,34
6,4	16,40	10,05	4,71	2,60	1,52	0,42	-0,05	-0,150	-0,21	-0,30	-0,33	-0,39

Продовження додатка 1

450

C_S	$P\%$								$\Phi_{5\%} - \Phi_{95\%}$	Коефіцієнт скошеності $S = \frac{x_{5\%} - x_{95\%} - 2x_{50\%}}{x_{5\%} - x_{95\%}}$
	70	75	80	90	95	97	99	99,9		
-4,0	-0,120	-0,010	-0,21	-0,96	-1,90	-2,65	-4,34	-8,17	2,40	-0,93
-3,8	-0,095	-0,032	-0,24	-1,00	-1,90	-2,65	-4,29	-7,97	2,426	-0,91
-3,6	-0,072	-0,064	-0,28	-1,03	-1,93	-2,66	-4,24	-7,72	2,486	-0,89
-3,4	-0,036	-0,11	-0,31	-1,06	-1,945	-2,66	-4,18	-7,54	2,527	-0,86
-3,2	-0,006	-0,15	-0,35	-1,09	-1,96	-2,66	-4,11	-7,35	2,58	-0,83
-3,0	-0,027	-0,19	-0,39	-1,13	-1,97	-2,66	-4,05	-7,10	2,64	-0,80
-2,8	-0,057	-0,22	-0,44	-1,18	-2,00	-2,65	-3,86	-6,86	2,71	-0,76
-2,6	-0,085	-0,25	-0,48	-1,21	-2,00	-2,63	-3,86	-6,54	2,76	-0,71
-2,4	-0,12	-0,29	-0,52	-1,25	-2,00	-2,60	-3,78	-6,37	2,82	-0,67
-2,2	-0,16	-0,35	-0,57	-1,27	-2,02	-2,54	-3,68	-6,14	2,90	-0,62
-2,0	-0,20	-0,39	-0,61	-1,30	-2,00	-2,51	-3,60	-5,91	2,92	-0,57
-1,8	-0,24	-0,42	-0,64	-1,32	-1,99	-2,46	-3,50	-5,64	3,01	-0,51
-1,6	-0,28	-0,46	-0,68	-1,33	-1,97	-2,42	-3,39	-5,37	3,07	-0,45
-1,4	-0,31	-0,49	-0,71	-1,34	-1,95	-2,37	-3,27	-5,09	3,12	-0,39
-1,2	-0,35	-0,52	-0,73	-1,34	-1,92	-2,31	-3,15	-4,81	3,16	-0,34
-1,0	-0,38	-0,55	-0,76	-1,34	-1,88	-2,25	-3,02	-4,53	3,20	-0,27
-0,8	-0,41	-0,58	-0,79	-1,34	-1,84	-2,18	-2,89	-4,24	3,22	-0,22
-0,6	-0,44	-0,61	-0,80	-1,33	-1,80	-2,12	-2,75	-3,96	3,25	-0,17
-0,4	-0,47	-0,63	-0,82	-1,32	-1,75	-2,04	-2,61	-3,66	3,27	-0,11
-0,2	-0,50	-0,65	-0,83	-1,30	-1,70	-1,96	-2,47	-3,38	3,28	-0,05
0,0	-0,52	-0,67	-0,84	-1,28	-1,64	-1,88	-2,33	-3,09	3,28	0,00
0,2	-0,55	-0,69	-0,85	-1,26	-1,58	-1,79	-2,18	-2,81	3,28	0,06
0,4	-0,57	-0,71	-0,85	-1,23	-1,52	-1,70	-2,03	-2,54	3,27	0,11
0,6	-0,59	-0,72	-0,85	-1,20	-1,45	-1,61	-1,88	-2,27	3,25	0,17

Продовження додатка 1

C_S	$P\%$								$\Phi_{5\%} - \Phi_{95\%}$	Коефіцієнт скошеності $S = \frac{x_{5\%} - x_{95\%} - 2x_{50\%}}{x_{5\%} - x_{95\%}}$
	70	75	80	90	95	97	99	99,9		
0,8	-0,60	-0,73	-0,86	-1,17	-1,38	-1,52	-1,74	-2,02	3,22	0,22
1,0	-0,62	-0,73	-0,85	-1,13	-1,32	-1,42	-1,59	-1,79	3,20	0,28
1,2	-0,63	-0,74	-0,84	-1,08	-1,24	-1,33	-1,45	-1,58	3,16	0,34
1,4	-0,64	-0,73	-0,83	-1,04	-1,17	-1,23	-1,32	-1,39	3,12	0,39
1,6	-0,64	-0,73	-0,81	-0,99	-1,10	-1,14	-1,20	-1,24	3,07	0,45
1,8	-0,64	-0,72	-0,80	-0,94	-1,02	-1,06	-1,09	-1,11	3,01	0,51
2,0	-0,64	-0,71	-0,78	-0,90	-0,95	-0,97	-0,99	-1,00	2,95	0,57
2,2	-0,64	-0,69	-0,75	-0,842	-0,882	-0,895	-0,905	-0,910	2,89	0,62
2,4	-0,62	-0,67	-0,72	-0,792	-0,820	-0,826	-0,830	-0,833	2,82	0,67
2,6	-0,61	-0,66	-0,70	-0,746	-0,764	-0,766	-0,770	-0,770	2,76	0,72
2,8	-0,60	-0,64	-0,67	-0,703	-0,711	-0,714	-0,715	-0,715	2,71	0,76
3,0	-0,59	-0,62	-0,64	-0,661	-0,665	-0,666	-0,666	-0,667	2,64	0,80
3,2	-0,57	-0,59	-0,61	-0,621	-0,625	-0,625	-0,625	-0,625	2,59	0,83
3,4	-0,55	-0,57	-0,58	-0,586	-0,587	-0,588	-0,588	-0,588	2,53	0,86
3,6	-0,54	-0,54	-0,55	-0,555	-0,556	-0,556	-0,556	-0,556	2,48	0,89
3,8	-0,51	-0,52	-0,52	-0,526	-0,526	-0,526	-0,526	-0,527	2,43	0,91
4,0	-0,49	-0,49	-0,50	-0,5000	-0,500	-0,500	-0,500	-0,500	2,40	0,92
4,2	-0,47	-0,473	-0,475	-0,476	-0,476	-0,476	-0,477	-0,477	2,36	0,94
4,4	-0,451	-0,454	-0,455	-0,455	-0,455	-0,455	-0,455	-0,455	2,32	0,95
4,6	-0,432	-0,434	-0,435	-0,435	-0,435	-0,435	-0,435	-0,435	2,28	0,97
4,8	-0,416	-0,416	-0,416	-0,416	-0,416	-0,416	-0,417	-0,417	2,23	0,98
5,0	-0,399	-0,400	-0,400	-0,400	-0,400	-0,400	-0,400	-0,400	2,18	0,98
5,2	-0,384	-0,385	-0,385	-0,385	-0,385	-0,385	-0,385	-0,385	2,12	0,98
5,4	-0,37	-0,37	-0,37	-0,37	-0,37	-0,37	-0,37	-0,37	2,07	1,00

Продовження додатка 1

C_S	$P\%$								$\Phi_{5\%} - \Phi_{95\%}$	Коефіцієнт скошеності $S = \frac{x_{5\%} - x_{95\%} - 2x_{50\%}}{x_{5\%} - x_{95\%}}$
	70	75	80	90	95	97	99	99,9		
5,6	-0,36	-0,36	-0,36	-0,36	-0,36	-0,36	-0,36	-0,36	2,03	1,00
5,8	-0,35	-0,35	-0,35	-0,35	-0,35	-0,35	-0,35	-0,35	1,99	1,00
6,0	-0,34	-0,34	-0,34	-0,34	-0,34	-0,34	-0,34	-0,34	1,94	1,00
6,2	-0,34	-0,34	-0,34	-0,34	-0,34	-0,34	-0,34	-0,34	1,90	1,00
6,4	-0,33	-0,33	-0,33	-0,33	-0,33	-0,33	-0,33	-0,33	1,85	1,00

Додаток 2
Ординати кривих трипараметричного гама-розподілу

P, %	Cv			
	0.1	0.2	0.3	0.4
Cs=-Cv				
0.001	1.38	1.71	1.90	1.76
0.01	1.35	1.64	1.82	1.73
0.03	1.32	1.60	1.78	1.72
0.05	1.31	1.58	1.76	1.71
0.1	1.29	1.55	1.73	1.70
0.3	1.26	1.50	1.67	1.67
0.5	1.25	1.47	1.64	1.66
1	1.22	1.43	1.59	1.64
3	1.18	1.36	1.51	1.59
5	1.16	1.32	1.46	1.56
10	1.13	1.25	1.37	1.49
20	1.08	1.17	1.26	1.39
25	1.07	1.14	1.22	1.33
30	1.05	1.11	1.18	1.28
40	1.03	1.06	1.10	1.17
50	1.00	1.01	1.02	1.05
60	0.976	0.956	0.941	0.924
70	0.949	0.899	0.850	0.782
75	0.933	0.868	0.798	0.703
80	0.916	0.832	0.740	0.617
90	0.871	0.736	0.587	0.412
95	0.833	0.657	0.466	0.275
97	0.808	0.606	0.394	0.204
99	0.760	0.510	0.274	0.108
99.5	0.734	0.459	0.218	0.072
99.7	0.715	0.425	0.184	0.053
99.9	0.679	0.359	0.128	0.028

Продовження додатка 2

P, %	Cv			
	0.1	0.2	0.3	0.4
Cs=-0,5Cv				
0.001	1,39	1,76	2,02	2,11
0.01	1,36	1,68	1,93	2,03
0.03	1,33	1,63	1,87	1,98
0.05	1,32	1,61	1,84	1,98
0.1	1,30	1,58	1,80	1,96
0.3	1,27	1,52	1,73	1,86
0.5	1,25	1,49	1,69	1,83
1	1,23	1,45	1,64	1,77
3	1,19	1,37	1,53	1,67
5	1,16	1,32	1,47	1,61
10	1,13	1,25	1,38	1,51
20	1,08	1,17	1,26	1,37
25	1,07	1,14	1,21	1,31
30	1,05	1,11	1,17	1,25
40	1,03	1,06	1,09	1,14
50	1,00	1,00	1,01	1,03
60	0,975	0,952	0,932	0,910
70	0,948	0,897	0,844	0,780
75	0,933	0,866	0,795	0,708
80	0,916	0,831	0,740	0,629
90	0,871	0,739	0,597	0,435
95	0,834	0,663	0,484	0,301
97	0,810	0,615	0,415	0,230
99	0,764	0,525	0,299	0,128
99.5	0,739	0,476	0,243	0,089
99.7	0,721	0,444	0,208	0,068
99.9	0,686	0,381	0,150	0,038

Продовження додатка 2

P, %	Cv				
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
Cs=0					
0.001	1,41	1,81	2,15	2,38	2,42
0.01	1,37	1,72	2,03	2,25	2,33
0.03	1,34	1,67	1,96	2,18	2,27
0.05	1,33	1,64	1,93	2,15	2,24
0.1	1,31	1,60	1,88	2,09	2,20
0.3	1,27	1,54	1,79	2,00	2,12
0.5	1,26	1,51	1,74	1,95	2,08
1	1,23	1,46	1,68	1,87	2,01
3	1,19	1,37	1,56	1,73	1,88
5	1,16	1,33	1,49	1,65	1,80
10	1,13	1,26	1,39	1,52	1,66
20	1,08	1,17	1,26	1,36	1,47
25	1,07	1,14	1,21	1,29	1,39
30	1,05	1,11	1,16	1,23	1,31
40	1,03	1,05	1,08	1,12	1,16
50	1,00	1,00	1,00	1,01	1,01
60	0,975	0,949	0,923	0,895	0,855
70	0,947	0,894	0,838	0,775	0,690
75	0,932	0,864	0,792	0,709	0,603
80	0,916	0,830	0,740	0,637	0,511
90	0,872	0,742	0,606	0,459	0,305
95	0,835	0,670	0,501	0,331	0,182
97	0,812	0,624	0,436	0,261	0,125
99	0,768	0,540	0,326	0,156	0,055
99.5	0,743	0,494	0,271	0,112	0,033
99.7	0,726	0,464	0,237	0,088	0,023
99.9	0,693	0,405	0,178	0,053	0,010

Продовження додатка 2

P%	Cv						
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7
Cs=0.5Cv							
0.001	1.42	1.87	2.29	2.66	2.94	3.08	3.00
0.01	1.38	1.76	2.13	2.47	2.74	2.91	2.89
0.03	1.35	1.71	2.05	2.37	2.64	2.81	2.83
0.05	1.34	1.68	2.01	2.32	2.58	2.76	2.79
0.1	1.31	1.63	1.95	2.25	2.50	2.69	2.74
0.3	1.28	1.56	1.85	2.12	2.36	2.55	2.64
0.5	1.26	1.53	1.79	2.05	2.28	2.48	2.59
1.0	1.24	1.48	1.72	1.95	2.17	2.37	2.50
3	1.19	1.38	1.58	1.78	1.97	2.16	2.33
5	1.17	1.33	1.51	1.68	1.86	2.03	2.22
10	1.13	1.26	1.39	1.53	1.67	1.83	2.01
20	1.08	1.17	1.25	1.35	1.44	1.56	1.70
25	1.07	1.13	1.20	1.27	1.35	1.45	1.56
30	1.05	1.10	1.16	1.21	1.27	1.34	1.42
40	1.02	1.05	1.07	1.10	1.12	1.15	1.16
50	0.999	0.997	0.993	0.988	0.980	0.962	0.920
60	0.974	0.946	0.915	0.881	0.839	0.780	0.690
70	0.947	0.882	0.834	0.769	0.693	0.596	0.476
75	0.932	0.862	0.789	0.709	0.615	0.503	0.376
80	0.915	0.829	0.740	0.643	0.533	0.409	0.282
90	0.872	0.744	0.615	0.480	0.343	0.215	0.115
95	0.837	0.676	0.517	0.362	0.221	0.113	0.047
97	0.814	0.633	0.458	0.295	0.160	0.070	0.024
99	0.772	0.554	0.354	0.189	0.080	0.025	0.006
99.5	0.748	0.511	0.302	0.144	0.051	0.013	0.002
99.7	0.732	0.482	0.269	0.117	0.037	0.008	0.001
99.9	0.700	0.428	0.210	0.076	0.019	0.003	0

Продовження додатка 2

P%	Cv										
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Cs=Cv											
0.001	1	1.46	1.94	2.46	2.97	3.47	3.94	4.36	4.73	5.06	5.35
0.01	1	1.38	1.81	2.26	2.70	3.15	3.57	3.95	4.31	4.64	4.92
0.03	1	1.35	1.74	2.15	2.56	2.97	3.37	3.74	4.09	4.41	4.69
0.05	1	1.34	1.71	2.10	2.49	2.89	3.27	3.64	3.98	4.29	4.58
0.1	1	1.32	1.67	2.03	2.40	2.77	3.13	3.48	3.82	4.13	4.42
0.3	1	1.28	1.59	1.91	2.23	2.56	2.89	3.21	3.53	3.84	4.14
0.5	1	1.27	1.55	1.84	2.15	2.46	2.77	3.08	3.38	3.69	3.99
1.0	1	1.24	1.49	1.76	2.03	2.30	2.59	2.88	3.16	3.46	3.75
3	1	1.19	1.39	1.60	1.82	2.04	2.27	2.50	2.75	3.01	3.29
5	1	1.17	1.34	1.52	1.70	1.90	2.10	2.30	2.53	2.76	3.02
10	1	1.13	1.26	1.40	1.54	1.68	1.83	1.99	2.16	2.35	2.55
20	1	1.08	1.17	1.25	1.34	1.42	1.51	1.60	1.70	1.80	1.90
25	1	1.07	1.13	1.20	1.26	1.33	1.39	1.46	1.52	1.59	1.64
30	1	1.05	1.10	1.15	1.20	1.24	1.29	1.33	1.37	1.39	1.40
40	1	1.02	1.04	1.06	1.08	1.09	1.10	1.10	1.080	1.050	0.995
50	1	0.998	0.993	0.985	0.972	0.954	0.928	0.891	0.836	0.760	0.665
60	1	0.973	0.943	0.909	0.870	0.824	0.768	0.698	0.613	0.512	0.406
70	1	0.946	0.890	0.830	0.764	0.692	0.609	0.515	0.413	0.309	0.215
75	1	0.932	0.861	0.787	0.708	0.622	0.528	0.426	0.321	0.224	0.144
80	1	0.915	0.829	0.740	0.648	0.549	0.445	0.338	0.237	0.151	0.088
90	1	0.873	0.748	0.623	0.500	0.378	0.264	0.165	0.092	0.045	0.019
95	1	0.838	0.683	0.533	0.392	0.263	0.157	0.081	0.036	0.013	0.004
97	1	0.816	0.642	0.478	0.329	0.202	0.107	0.048	0.018	0.005	0.001
99	1	0.775	0.568	0.383	0.229	0.115	0.047	0.015	0.004	0.001	0.1
99.5	1	0.752	0.528	0.335	0.182	0.081	0.028	0.008	0.002	0.2	0.3
99.7	1	0.737	0.502	0.303	0.154	0.062	0.019	0.004	0.001	0.9	0.1
99.9	1	0.707	0.451	0.247	0.108	0.036	0.008	0.001	$2 \cdot 10^{-3}$	0.1	0.2

Продовження додатка 2

P%	Cv									
	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
Cs=Cv										
0.001	5.58	5.76	5.9	6.02	6.12	6.2	6.26	6.32	6.36	6.4
0.01	5.16	5.34	5.46	5.58	5.68	5.76	5.82	5.88	5.92	5.96
0.03	4.94	5.16	5.29	5.42	5.51	5.58	5.65	5.70	5.74	5.78
0.05	4.83	5.06	5.20	5.32	5.42	5.49	5.56	5.62	5.67	5.72
0.1	4.69	4.92	5.06	5.18	5.29	5.37	5.44	5.49	5.54	5.58
0.3	4.44	4.74	4.92	5.06	5.16	5.24	5.31	5.36	5.42	5.46
0.5	4.29	4.58	4.75	4.91	5.02	5.11	5.18	5.24	5.28	5.32
1.0	4.06	4.36	4.55	4.72	4.84	4.94	5.0	5.07	5.12	5.16
3	3.59	3.92	4.14	4.33	4.46	4.58	4.68	4.76	4.84	4.92
5	3.31	3.63	3.84	4.02	4.16	4.28	4.4	4.50	4.6	4.69
10	2.78	3.03	3.26	3.46	3.64	2.56	3.94	4.05	4.15	4.25
20	2.00	2.10	2.2	2.32	2.44	1.66	2.67	2.80	2.92	3.03
25	1.68	1.69	1.70	1.70	1.68	0.96	1.61	1.56	1.51	1.46
30	1.39	1.34	1.26	1.17	1.07	0.38	0.84	0.72	0.60	0.45
40	0.916	0.808	0.72	0.60	0.50	0.15	0.28	0.20	0.11	0.04
50	0.559	0.446	0.34	0.26	0.20	0.075	0.105	0.07	0.04	0.01
60	0.306	0.216	0.19	0.13	0.10	0.025	0.055	0.035	0.015	0
70	0.141	0.085	0.06	0.045	0.035	0.005	0.015	0.01	0	0
75	0.086	0.046	0.025	0.02	0.01	0	0	0	0	0
80	0.047	0.023	0.015	0.005	0	0	0	0	0	0
90	0.007	0.002	0	0	0	0	0	0	0	0
95	0.001	3*10 ⁻⁴	0	0	0	0	0	0	0	0
97	0.0003	6*10 ⁻⁵	0	0	0	0	0	0	0	0
99	2*10 ⁻⁵	5*10 ⁻⁶	0	0	0	0	0	0	0	0
99.5	5*10 ⁻⁶	6*10 ⁻⁷	0	0	0	0	0	0	0	0
99.7	2*10 ⁻⁶	2*10 ⁻⁷	0	0	0	0	0	0	0	0
99.9	1*10 ⁻⁷	7*10 ⁻⁹	0	0	0	0	0	0	0	0

Продовження додатка 2

P %	C _v														
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
	C _s =1.5C _v														
0.01	1.47	2.01	2.63	3.30	4.03	4.81	5.64	6.50	7.41	8.39	9.41	10.4	11.5	12.7	13.9
0.01	1.40	1.86	2.38	2.94	3.55	4.19	4.88	5.61	6.38	7.19	8.03	8.92	9.83	10.8	11.8
0.03	1.37	1.79	2.26	2.76	3.30	3.88	4.50	5.14	5.82	6.56	7.33	8.13	8.96	9.80	10.7
0.05	1.32	1.75	2.20	2.68	3.18	3.73	4.31	4.93	5.58	6.26	6.95	7.67	8.43	9.22	10.1
0.1	1.33	1.70	2.11	2.54	3.02	3.52	4.06	4.62	5.22	5.84	6.50	7.18	7.88	8.61	9.38
0.3	1.29	1.61	1.97	2.34	2.74	3.17	3.62	4.10	4.61	5.14	5.72	6.32	6.95	7.60	8.25
0.5	1.27	1.57	1.90	2.24	2.61	3.00	3.41	3.85	4.31	4.80	5.32	5.87	6.44	7.04	7.66
1.0	1.24	1.51	1.79	2.09	2.42	2.76	3.11	3.49	3.89	4.30	4.74	5.21	5.70	6.24	6.78
3	1.19	1.40	1.62	1.85	2.09	2.34	2.60	2.88	3.16	3.46	3.78	4.12	4.48	4.86	5.27
5	1.17	1.35	1.53	1.72	1.92	2.13	2.34	2.57	2.80	3.03	3.28	3.55	3.83	4.12	4.44
10	1.13	1.26	1.40	1.54	1.68	1.82	1.97	2.11	2.26	2.41	2.56	2.71	2.86	3.00	3.13
20	1.08	1.16	1.25	1.32	1.40	1.47	1.54	1.61	1.67	1.72	1.76	1.80	1.82	1.83	1.83
25	1.07	1.13	1.19	1.25	1.30	1.35	1.39	1.43	1.46	1.48	1.49	1.49	1.48	1.46	1.43
30	1.05	1.10	1.14	1.18	1.21	1.24	1.27	1.28	1.28	1.28	1.26	1.24	1.20	1.16	1.10
40	1.02	1.04	1.06	1.06	1.06	1.06	1.05	1.03	0.994	0.952	0.901	0.840	0.766	0.692	0.622
50	0.998	0.990	0.977	0.958	0.934	0.902	0.862	0.814	0.756	0.690	0.618	0.541	0.463	0.388	0.320
60	0.972	0.940	0.903	0.860	0.812	0.757	0.695	0.627	0.553	0.475	0.398	0.324	0.253	0.193	0.142
70	0.946	0.888	0.826	0.760	0.690	0.616	0.538	0.457	0.376	0.298	0.228	0.168	0.118	0.079	0.051
75	0.931	0.860	0.785	0.708	0.630	0.545	0.460	0.377	0.297	0.223	0.161	0.111	0.072	0.045	0.027
80	0.915	0.829	0.741	0.652	0.562	0.472	0.384	0.299	0.223	0.156	0.100	0.067	0.039	0.022	0.012
90	0.874	0.751	0.632	0.518	0.409	0.310	0.222	0.148	0.092	0.053	0.028	0.014	0.006	0.003	0.001
95	0.840	0.689	0.548	0.419	0.305	0.207	0.130	0.074	0.038	0.018	0.008	0.003	0.001	0.3 10 ⁻⁴	0.2 10 ⁻³
97	0.819	0.651	0.498	0.363	0.247	0.155	0.088	0.045	0.020	0.008	0.003	0.001	0.3 10 ⁻³	0.8 10 ⁻³	0.3 10 ⁻⁴
99	0.780	0.581	0.410	0.268	0.160	0.084	0.038	0.015	0.005	0.001	0.4 10 ⁻³	0.1 10 ⁻³	0.4 10 ⁻⁴	0.8 10 ⁻⁵	0.2 10 ⁻⁵
99,5	0.758	0.545	0.366	0.223	0.122	0.057	0.023	0.008	0.002	0.5 10 ⁻³	0.1 10 ⁻³	0.1 10 ⁻⁴	0.9 10 ⁻⁵	0.6 10 ⁻⁶	0.2 10 ⁻⁶
99,7	0.744	0.520	0.337	0.205	0.108	0.043	0.016	0.005	0.001	0.2 10 ⁻³	0.5 10 ⁻⁴	0.4 10 ⁻⁴	0.1 10 ⁻⁵	0.4 10 ⁻⁶	0.8 10 ⁻⁷
99,9	0.714	0.474	0.284	0.152	0.066	0.024	0.007	0.001	0.3 10 ⁻³	0.4 10 ⁻⁴	0.6 10 ⁻⁵	0.1 10 ⁻⁵	0.2 10 ⁻⁶	0.3 10 ⁻⁷	0.2 10 ⁻⁸

Продовження додатка 2

P%	Cv										
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Cs=2Cv											
0.001	1	1.49	2.09	2.82	3.68	4.67	5.78	7.03	8.40	9.89	11.5
0.01	1	1.42	1.92	2.52	3.20	3.98	4.85	5.81	6.85	7.98	9.21
0.03	1	1.38	1.83	2.36	2.96	3.64	4.39	5.22	6.11	7.08	8.11
0.05	1	1.36	1.79	2.29	2.85	3.48	4.18	4.95	5.77	6.66	7.60
0.10	1	1.34	1.73	2.19	2.70	3.27	3.87	4.56	5.30	6.08	6.91
0.30	1	1.30	1.64	2.02	2.45	2.91	3.42	3.96	4.55	5.16	5.81
0.5	1	1.28	1.59	1.94	2.32	2.74	3.20	3.68	4.19	4.74	5.30
1.0	1	1.25	1.52	1.82	2.16	2.51	2.89	3.29	3.71	4.15	4.60
3.0	1	1.20	1.41	1.64	1.87	2.13	2.39	2.66	2.94	3.21	3.51
5.0	1	1.17	1.35	1.54	1.74	1.94	2.15	2.36	2.57	2.78	3.00
10	1	1.13	1.26	1.40	1.54	1.67	1.80	1.94	2.06	2.19	2.30
20	1	1.08	1.16	1.24	1.31	1.38	1.44	1.50	1.54	1.58	1.61
25	1	1.06	1.13	1.18	1.23	1.28	1.31	1.34	1.37	1.38	1.39
30	1	1.05	1.09	1.13	1.16	1.19	1.21	1.22	1.22	1.22	1.20
40	1	1.02	1.04	1.05	1.05	1.04	1.03	1.01	0.984	0.955	0.916
50	1	0.997	0.986	0.970	0.948	0.918	0.886	0.846	0.800	0.748	0.693
60	1	0.972	0.938	0.898	0.852	0.803	0.748	0.692	0.632	0.568	0.511
70	1	0.945	0.886	0.823	0.760	0.691	0.622	0.552	0.488	0.424	0.357
75	1	0.931	0.858	0.784	0.708	0.634	0.556	0.489	0.416	0.352	0.288
80	1	0.915	0.830	0.745	0.656	0.574	0.496	0.419	0.352	0.280	0.223
90	1	0.873	0.754	0.640	0.532	0.436	0.352	0.272	0.208	0.154	0.150
95	1	0.842	0.696	0.565	0.448	0.342	0.256	0.181	0.120	0.082	0.051
97	1	0.821	0.660	0.517	0.392	0.288	0.202	0.139	0.088	0.046	0.030
99	1	0.782	0.594	0.436	0.304	0.206	0.130	0.076	0.040	0.019	0.010
99.5	1	0.761	0.560	0.394	0.269	0.166	0.099	0.054	0.027	0.012	0.005
99.7	1	0.748	0.537	0.374	0.240	0.144	0.082	0.042	0.019	0.008	0.003
99.9	1	0.719	0.492	0.319	0.192	0.107	0.052	0.027	0.008	0.004	0.001

Продовження додатка 2

P%	Cv									
	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
Cs=2Cv										
0.001	13.2	15.1	17.2	19.3	21.6	23.9	26.2	28.6	31.3	34.4
0.01	10.5	11.8	13.2	14.7	16.4	18.2	20.2	22.2	24.4	26.6
0.03	9.20	10.3	11.6	12.9	14.3	15.6	17.0	18.5	20.0	21.4
0.05	8.61	9.65	10.8	11.9	13.1	14.2	15.5	16.7	18.0	19.4
0.10	7.75	8.65	9.60	10.6	11.6	12.5	13.5	14.6	15.8	17.0
0.30	6.47	7.10	7.98	8.70	9.50	10.5	11.0	11.9	12.7	13.6
0.5	5.90	6.50	7.13	7.80	8.42	9.0	9.5	10.1	10.8	11.4
1.0	5.05	5.53	6.02	6.55	7.08	7.5	8.0	8.6	9.2	9.8
3.0	3.80	4.12	4.42	4.71	4.98	5.2	5.5	5.8	6.2	6.5
5.0	3.22	3.40	3.60	3.80	3.96	4.0	4.3	4.5	4.7	5.0
10	2.40	2.50	2.57	2.64	2.70	2.7	2.6	2.6	2.6	2.6
20	1.62	1.63	1.62	1.61	1.59	1.6	1.6	1.56	1.5	2.5
25	1.39	1.35	1.33	1.31	1.28	1.26	1.24	1.22	1.2	1.18
30	1.18	1.14	1.11	1.08	1.04	1.015	0.98	0.95	0.92	0.89
40	0.870	0.830	0.770	0.725	0.670	0.625	0.58	0.53	0.48	0.44
50	0.640	0.580	0.520	0.460	0.405	0.355	0.310	0.265	0.23	0.20
60	0.450	0.390	0.334	0.283	0.234	0.190	0.160	0.130	0.105	0.085
70	0.300	0.250	0.203	0.155	0.120	0.090	0.070	0.060	0.05	0.045
75	0.241	0.193	0.146	0.106	0.077	0.060	0.050	0.040	0.03	0.025
80	0.175	0.130	0.094	0.065	0.046	0.035	0.027	0.020	0.015	0.01
90	0.074	0.049	0.030	0.016	0.009	0.005	0.004	0.003	0.002	0.001
95	0.030	0.016	0.009	0.004	0.002	0.001	0.0002	8 10 ⁻⁵	5 10 ⁻⁵	2 10 ⁻⁵
97	0.016	0.008	0.004	0.002	0.001	2 10 ⁻⁴	8 10 ⁻⁵	5 10 ⁻⁵	2 10 ⁻⁵	5 10 ⁻⁶
99	0.005	0.002	0.001	2 10 ⁻⁴	8 10 ⁻⁵	5 10 ⁻⁵	2 10 ⁻⁵	1 10 ⁻⁵	5 10 ⁻⁶	1 10 ⁻⁶
99.5	0.002	0.001	2 10 ⁻⁴	5 10 ⁻⁵	2 10 ⁻⁵	5 10 ⁻⁶	1 10 ⁻⁶	0	0	0
99.7	0.001	3 10 ⁻⁴	8 10 ⁻⁵	2 10 ⁻⁵	1 10 ⁻⁵	1 10 ⁻⁶	0	0	0	0
99.9	2 10 ⁻⁴	4 10 ⁻⁵	1 10 ⁻⁵	5 10 ⁻⁶	1 10 ⁻⁶	0	0	0	0	0

Продовження додатка 2

P%	Cv									
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Cs = 2.5Cv										
0.001	1.52	2.18	3.05	4.13	5.41	6.90	8.61	10.5	12.6	14.8
0.01	1.44	1.98	2.67	3.49	4.45	5.54	6.76	8.10	9.55	11.1
0.03	1.40	1.88	2.48	3.18	4.00	4.91	5.93	7.02	8.20	9.46
0.05	1.38	1.83	2.39	3.04	3.79	4.62	5.54	6.53	7.59	8.72
0.1	1.35	1.77	2.27	2.85	3.51	4.24	5.04	5.90	6.80	7.76
0.3	1.30	1.66	2.08	2.55	3.07	3.64	4.26	4.91	5.58	6.28
0.5	1.28	1.61	1.99	2.41	2.87	3.36	3.90	4.46	5.03	5.63
1	1.25	1.54	1.86	2.21	2.59	3.00	3.42	3.87	4.32	4.78
3	1.20	1.42	1.65	1.90	2.15	2.42	2.69	2.96	3.23	3.50
5	1.17	1.35	1.55	1.74	1.95	2.15	2.35	2.55	2.75	2.94
10	1.13	1.26	1.40	1.53	1.66	1.78	1.90	2.01	2.12	2.22
20	1.08	1.16	1.23	1.30	1.36	1.14	1.45	1.49	1.52	1.54
25	1.07	1.12	1.18	1.22	1.26	1.28	1.31	1.32	1.33	1.33
30	1.05	1.09	1.13	1.15	1.17	1.18	1.18	1.18	1.17	1.16
40	1.02	1.04	1.04	1.04	1.03	1.01	0.989	0.962	0.930	0.895
50	0.997	0.984	0.964	0.938	0.906	0.870	0.830	0.787	0.742	0.695
60	0.972	0.935	0.893	0.847	0.797	0.745	0.692	0.639	0.586	0.533
70	0.945	0.885	0.822	0.758	0.693	0.629	0.567	0.506	0.449	0.395
75	0.931	0.858	0.785	0.712	0.640	0.571	0.505	0.443	0.385	0.332
80	0.915	0.830	0.745	0.663	0.585	0.512	0.444	0.381	0.324	0.272
90	0.875	0.757	0.648	0.549	0.459	0.381	0.310	0.250	0.198	0.155
95	0.843	0.702	0.576	0.467	0.373	0.293	0.227	0.172	0.128	0.093
97	0.823	0.667	0.533	0.420	0.325	0.247	0.184	0.134	0.095	0.065
99	0.784	0.606	0.459	0.341	0.248	0.175	0.120	0.080	0.052	0.032
99,5	0.765	0.574	0.422	0.303	0.212	0.143	0.094	0.059	0.036	0.020
99,7	0.752	0.558	0.398	0.278	0.189	0.123	0.078	0.047	0.028	0.015
99,9	0.727	0.513	0.353	0.235	0.151	0.093	0.055	0.030	0.016	0.008

Продовження додатка 2

P%	Cv									
	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
Cs = 2.5Cv										
0.001	17.2	19.9	22.6	25.6	28.7	32.1	35.8	39.7	43.9	48.4
0.01	12.8	14.6	16.4	18.4	20.4	22.5	24.7	27.0	29.3	31.9
0.03	10.8	12.2	13.7	15.2	16.8	18.5	20.2	22.1	24.0	26.0
0.05	9.92	11.2	12.5	13.8	15.2	16.7	18.2	19.8	21.5	23.2
0.1	8.76	9.81	10.9	12.0	13.2	14.4	15.7	17.0	18.4	19.8
0.3	7.02	7.78	8.56	9.36	10.2	11.1	12.0	13.0	14.1	15.2
0.5	6.25	6.89	7.54	8.20	8.88	9.56	10.3	11.0	11.8	12.6
1	5.26	5.73	6.22	6.71	7.20	7.70	8.20	8.71	9.22	9.74
3	3.77	4.04	4.30	4.56	4.81	5.06	5.30	5.54	5.78	6.01
5	3.13	3.31	3.48	3.65	3.81	3.96	4.1	4.26	4.39	4.52
10	2.31	2.39	2.46	2.53	2.59	2.64	2.69	2.73	2.76	2.79
20	1.55	1.56	1.56	1.55	1.54	1.52	1.50	1.47	1.44	1.41
25	1.32	1.31	1.29	1.27	1.24	1.21	1.17	1.14	1.10	1.05
30	1.14	1.11	1.08	1.05	1.01	0.972	0.931	0.888	0.843	0.797
40	0.857	0.816	0.773	0.729	0.684	0.638	0.592	0.545	0.497	0.447
50	0.648	0.600	0.552	0.505	0.459	0.415	0.373	0.332	0.295	0.259
60	0.482	0.432	0.385	0.340	0.298	0.259	0.224	0.191	0.162	0.136
70	0.344	0.297	0.254	0.215	0.180	0.149	0.122	0.099	0.079	0.062
75	0.283	0.238	0.199	0.164	0.133	0.107	0.085	0.066	0.051	0.039
80	0.226	0.185	0.149	0.119	0.094	0.072	0.055	0.041	0.030	0.022
90	0.118	0.089	0.066	0.047	0.033	0.023	0.015	0.010	0.006	0.004
95	0.066	0.046	0.030	0.020	0.012	0.008	0.004	0.002	0.001	0.001
97	0.044	0.028	0.018	0.011	0.006	0.003	0.002	0.001	$4 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$
99	0.019	0.011	0.006	0.003	0.001	0.001	$3 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-5}$	$2 \cdot 10^{-5}$
99,5	0.011	0.006	0.003	0.001	$0.5 \cdot 10^{-3}$	$0.2 \cdot 10^{-3}$	$0.8 \cdot 10^{-4}$	$0.3 \cdot 10^{-4}$	$0.1 \cdot 10^{-4}$	$0.3 \cdot 10^{-5}$
99,7	0.008	0.004	0.002	$0.7 \cdot 10^{-3}$	$0.3 \cdot 10^{-3}$	$0.1 \cdot 10^{-3}$	$0.4 \cdot 10^{-5}$	$0.1 \cdot 10^{-4}$	$0.3 \cdot 10^{-5}$	$0.1 \cdot 10^{-5}$
99,9	0.004	0.001	0.001	$0.2 \cdot 10^{-3}$	$0.6 \cdot 10^{-4}$	$0.2 \cdot 10^{-4}$	$0.6 \cdot 10^{-5}$	$0.1 \cdot 10^{-5}$	$0.4 \cdot 10^{-6}$	$0.9 \cdot 10^{-7}$

Продовження додатка 2

P%	Cv										
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Cs=3Cv											
0.001	1	1.54	2.29	3.32	4.63	6.24	8.14	10.3	12.7	15.4	18.2
0.01	1	1.46	2.05	2.83	3.80	4.94	6.26	7.70	9.30	11.0	12.8
0.03	1	1.41	1.93	2.59	3.42	4.35	5.39	6.58	7.85	9.19	10.6
0.05	1	1.39	1.88	2.49	3.24	4.09	5.04	6.08	7.21	8.40	9.65
0.10	1	1.36	1.81	2.35	3.01	3.74	4.56	5.44	6.38	7.37	8.41
0.30	1	1.31	1.69	2.12	2.65	3.21	3.82	4.48	5.17	5.88	6.61
0.5	1	1.28	1.63	2.03	2.48	2.97	3.50	4.06	4.64	5.24	5.84
1.0	1	1.25	1.55	1.90	2.26	2.66	3.07	3.50	3.96	4.41	4.87
3.0	1	1.20	1.42	1.66	1.91	2.17	2.43	2.69	2.95	3.21	3.47
5.0	1	1.17	1.36	1.55	1.75	1.95	2.14	2.34	2.52	2.70	2.88
10	1	1.13	1.26	1.40	1.52	1.65	1.76	1.87	1.97	2.06	2.15
20	1	1.08	1.16	1.23	1.29	1.34	1.38	1.42	1.45	1.47	1.49
25	1	1.07	1.12	1.17	1.21	1.24	1.26	1.28	1.28	1.29	1.29
30	1	1.05	1.09	1.12	1.14	1.15	1.16	1.16	1.15	1.14	1.13
40	1	1.02	1.03	1.03	1.03	1.01	0.995	0.972	0.946	0.915	0.883
50	1	0.997	0.981	0.959	0.930	0.898	0.862	0.823	0.783	0.741	0.699
60	1	0.972	0.993	0.890	0.843	0.794	0.745	0.695	0.646	0.597	0.549
70	1	0.945	0.884	0.822	0.758	0.696	0.636	0.578	0.523	0.471	0.422
75	1	0.931	0.858	0.786	0.715	0.647	0.583	0.522	0.465	0.412	0.363
80	1	0.915	0.830	0.748	0.669	0.596	0.528	0.465	0.407	0.354	0.306
90	1	0.876	0.761	0.656	0.563	0.479	0.406	0.341	0.284	0.235	0.193
95	1	0.844	0.708	0.588	0.487	0.400	0.326	0.263	0.210	0.166	0.129
97	1	0.825	0.675	0.548	0.443	0.355	0.282	0.221	0.171	0.131	0.099
99	1	0.486	0.618	0.484	0.369	0.283	0.213	0.158	0.116	0.083	0.058
99.5	1	0.769	0.588	0.446	0.334	0.249	0.182	0.131	0.092	0.064	0.043
99.7	1	0.756	0.568	0.422	0.312	0.228	0.163	0.114	0.079	0.053	0.034
99.9	1	0.732	0.531	0.381	0.273	0.192	0.131	0.088	0.057	0.036	0.022

Продовження додатка 2

P%	Cv									
	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
Cs=3Cv										
0.001	21.3	24.5	27.9	31.5	35.3	39.3	43.4	47.8	52.5	57.4
0.01	14.8	16.8	19.0	21.2	23.5	25.9	28.4	31.0	33.7	36.5
0.03	12.1	13.7	15.3	17.0	18.8	20.6	22.4	24.3	26.3	28.4
0.05	11.0	12.4	13.8	15.2	16.8	18.3	19.9	21.5	23.3	25.1
0.10	9.49	10.6	11.8	13.0	14.2	15.4	16.7	18.0	19.4	20.8
0.30	7.37	8.15	8.94	9.75	10.6	11.4	12.3	13.1	14.0	14.8
0.5	6.47	7.10	7.75	8.41	9.07	9.74	10.4	11.1	11.8	12.4
1.0	5.33	5.79	6.26	6.74	7.21	7.68	8.14	8.61	9.07	9.53
3.0	3.73	3.98	4.20	4.44	4.67	4.89	5.10	5.31	5.51	5.70
5.0	3.05	3.22	3.37	3.52	3.66	3.80	3.92	4.04	4.15	4.26
10	2.23	2.30	2.36	2.42	2.47	2.51	2.55	2.58	2.60	2.62
20	1.50	1.50	1.50	1.49	1.48	1.46	1.45	1.42	1.40	1.37
25	1.28	1.27	1.25	1.23	1.20	1.18	1.15	1.12	1.08	1.05
30	1.11	1.08	1.06	1.03	0.997	0.964	0.929	0.892	0.855	0.818
40	0.848	0.812	0.775	0.736	0.697	0.659	0.620	0.581	0.544	0.507
50	0.656	0.614	0.572	0.531	0.491	0.452	0.415	0.379	0.345	0.313
60	0.503	0.459	0.417	0.377	0.339	0.304	0.271	0.240	0.212	0.186
70	0.375	0.333	0.293	0.257	0.224	0.194	0.166	0.142	0.121	0.102
75	0.318	0.277	0.239	0.206	0.176	0.149	0.125	0.105	0.087	0.071
80	0.263	0.224	0.190	0.160	0.133	0.110	0.090	0.073	0.059	0.047
90	0.156	0.126	0.100	0.078	0.061	0.047	0.035	0.026	0.019	0.014
95	0.100	0.076	0.057	0.042	0.030	0.022	0.015	0.010	0.007	0.004
97	0.073	0.054	0.038	0.027	0.018	0.012	0.008	0.005	0.003	0.002
99	0.040	0.027	0.017	0.011	0.007	0.004	0.002	0.001	0.001	4 10 ⁻⁴
99.5	0.028	0.018	0.011	0.006	0.004	0.002	0.001	6 10 ⁻⁴	3 10 ⁻⁴	1 10 ⁻⁴
99.7	0.022	0.014	0.008	0.004	0.002	0.001	6 10 ⁻⁴	3 10 ⁻⁴	1 10 ⁻⁴	6 10 ⁻⁵
99.9	0.013	0.007	0.004	0.002	0.001	4 10 ⁻⁴	2 10 ⁻⁴	8 10 ⁻⁵	3 10 ⁻⁵	1 10 ⁻⁵

Продовження додатка 2

P%	Cv									
	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Cs = 3.5Cv										
0.001	1.56	2.39	3.59	5.23	7.26	9.65	12.3	15.2	18.2	21.6
0.01	1.48	2.12	2.99	4.12	5.46	6.94	8.60	10.4	12.3	14.4
0.03	1.43	1.98	2.71	3.63	4.64	5.85	7.17	8.56	10.0	11.6
0.05	1.40	1.93	2.58	3.41	4.33	5.38	6.54	7.77	9.04	10.4
0.1	1.37	1.84	2.43	3.14	3.93	4.79	5.75	6.77	7.82	8.90
0.3	1.31	1.71	2.16	2.75	3.36	4.00	4.67	5.36	6.08	6.83
0.5	1.29	1.65	2.07	2.55	3.06	3.62	4.18	4.76	5.35	5.97
1	1.25	1.57	1.93	2.31	2.71	3.13	3.56	4.00	4.45	4.90
3	1.20	1.43	1.68	1.93	2.18	2.43	2.68	2.94	3.19	3.43
5	1.17	1.36	1.56	1.75	1.94	2.13	2.31	2.49	2.66	2.83
10	1.13	1.26	1.39	1.52	1.63	1.74	1.84	1.93	2.02	2.10
20	1.08	1.16	1.22	1.28	1.32	1.36	1.39	1.42	1.44	1.45
25	1.07	1.12	1.16	1.20	1.22	1.24	1.25	1.26	1.26	1.26
30	1.05	1.08	1.11	1.13	1.14	1.14	1.14	1.13	1.12	1.11
40	1.02	1.03	1.03	1.02	1.00	0.984	0.960	0.935	0.907	0.877
50	0.997	0.978	0.954	0.925	0.892	0.856	0.819	0.781	0.742	0.703
60	0.972	0.931	0.887	0.841	0.793	0.745	0.698	0.652	0.606	0.562
70	0.945	0.883	0.821	0.760	0.700	0.643	0.588	0.537	0.488	0.442
75	0.931	0.858	0.787	0.719	0.654	0.593	0.536	0.482	0.432	0.386
80	0.915	0.831	0.751	0.676	0.606	0.541	0.482	0.427	0.377	0.332
90	0.877	0.764	0.664	0.576	0.496	0.427	0.366	0.311	0.263	0.221
95	0.840	0.713	0.600	0.504	0.422	0.351	0.290	0.239	0.195	0.158
97	0.827	0.683	0.563	0.463	0.380	0.309	0.249	0.201	0.160	0.126
99	0.788	0.629	0.499	0.396	0.312	0.244	0.186	0.145	0.110	0.082
99,5	0.773	0.601	0.467	0.362	0.280	0.214	0.160	0.121	0.089	0.064
99,7	0.759	0.582	0.446	0.341	0.260	0.196	0.146	0.106	0.077	0.054
99,9	0.737	0.548	0.408	0.303	0.224	0.165	0.118	0.083	0.057	0.039

Продовження додатка 2

P%	Cv									
	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
Cs =3.5Cv										
0.001	25.1	28.9	32.8	36.9	41.2	45.7	50.3	55.1	60.1	65.4
0.01	16.5	18.8	21.1	23.5	26.0	28.6	31.3	34.0	36.8	39.9
0.03	13.2	14.8	16.6	18.4	20.2	22.1	24.1	26.1	28.1	30.2
0.05	11.8	13.2	14.7	16.3	17.8	19.4	21.1	22.8	24.5	26.2
0.1	10.0	11.2	12.4	13.6	14.9	16.1	17.4	18.8	20.1	21.4
0.3	7.59	8.37	9.17	9.97	10.8	11.6	12.4	13.3	14.1	15.0
0.5	6.59	7.22	7.86	8.50	9.14	9.79	10.4	11.1	11.8	12.4
1	5.36	5.80	6.26	6.71	7.16	7.61	8.05	8.49	8.92	9.36
3	3.67	3.90	4.12	4.34	4.55	4.75	4.95	5.14	5.32	5.50
5	2.98	3.14	3.28	3.42	3.55	3.67	3.78	3.89	3.99	4.08
10	2.17	2.23	2.29	2.34	2.38	2.42	2.46	2.48	2.51	2.52
20	1.46	1.46	1.46	1.45	1.44	1.43	1.41	1.39	1.37	1.35
25	1.25	1.24	1.22	1.21	1.18	1.16	1.14	1.11	0.108	1.05
30	1.09	1.07	1.04	1.02	0.989	0.960	0.929	0.897	0.864	0.831
40	0.845	0.812	0.777	0.743	0.708	0.673	0.638	0.604	0.570	0.537
50	0.664	0.625	0.587	0.549	0.513	0.477	0.443	0.410	0.379	0.350
60	0.520	0.479	0.440	0.403	0.368	0.335	0.303	0.274	0.247	0.222
70	0.398	0.358	0.321	0.286	0.254	0.225	0.199	0.175	0.153	0.134
75	0.343	0.304	0.268	0.236	0.206	0.180	0.156	0.135	0.116	0.099
80	0.290	0.253	0.219	0.189	0.163	0.139	0.118	0.100	0.084	0.070
90	0.185	0.154	0.127	0.104	0.085	0.069	0.055	0.044	0.035	0.027
95	0.127	0.101	0.080	0.062	0.048	0.037	0.028	0.021	0.016	0.011
97	0.098	0.076	0.058	0.044	0.033	0.024	0.018	0.013	0.009	0.006
99	0.061	0.044	0.032	0.022	0.016	0.011	0.007	0.005	0.003	0.002
99,5	0.046	0.032	0.022	0.015	0.010	0.006	0.004	0.003	0.002	0.001
99,7	0.038	0.026	0.017	0.011	0.007	0.004	0.003	0.002	0.001	0.5 10 ⁻³
99,9	0.026	0.016	0.010	0.006	0.004	0.002	0.001	0.001	0.3 10 ⁻³	0.2 10 ⁻³

Продовження додатка 2

P%	Cv										
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Cs=4Cv											
0.001	0	1.59	2.49	3.90	5.80	8.5	10.9	13.9	17.2	20.8	24.6
0.01	0	1.50	2.18	3.17	4.43	5.91	7.58	9.41	11.4	13.4	15.5
0.03	0	1.44	2.04	2.86	3.86	5.02	6.30	7.67	9.14	10.7	12.3
0.05	0	1.41	1.97	2.72	3.61	4.63	5.76	6.96	8.22	9.56	11.0
0.10	0	1.38	1.88	2.53	3.29	4.15	5.07	6.05	7.08	8.15	9.26
0.30	0	1.32	1.74	2.24	2.82	3.44	4.09	4.79	5.50	6.22	6.96
0.5	0	1.29	1.67	2.12	2.61	3.13	3.68	4.26	4.85	5.43	6.03
1.0	0	1.25	1.58	1.94	2.31	2.75	3.17	3.59	4.03	4.47	4.91
3.0	0	1.20	1.44	1.68	1.93	2.18	2.43	2.68	2.92	3.16	3.39
5.0	0	1.17	1.36	1.56	1.75	1.94	2.12	2.29	2.46	2.62	2.78
10	0	1.13	1.26	1.39	1.51	1.62	1.72	1.81	1.90	1.98	2.05
20	0	1.08	1.15	1.22	1.27	1.31	1.34	1.37	1.40	1.41	1.42
25	0	1.07	1.12	1.16	1.19	1.21	1.23	1.24	1.24	1.24	1.24
30	0	1.05	1.08	1.11	1.12	1.13	1.13	1.13	1.12	1.11	1.10
40	0	1.02	1.02	1.02	1.01	0.996	0.976	0.954	0.929	0.902	0.873
50	0	0.997	0.976	0.950	0.920	0.888	0.853	0.818	0.781	0.744	0.707
60	0	0.972	0.929	0.885	0.839	0.793	0.747	0.702	0.658	0.614	0.572
70	0	0.945	0.883	0.821	0.761	0.704	0.649	0.597	0.548	0.501	0.457
75	0	0.931	0.858	0.788	0.722	0.660	0.601	0.546	0.495	0.448	0.403
80	0	0.915	0.832	0.754	0.681	0.614	0.553	0.496	0.443	0.395	0.351
90	0	0.877	0.767	0.671	0.586	0.511	0.444	0.384	0.331	0.284	0.243
95	0	0.846	0.719	0.611	0.519	0.440	0.372	0.312	0.261	0.217	0.180
97	0	0.829	0.690	0.576	0.481	0.400	0.332	0.274	0.224	0.182	0.147
99	0	0.790	0.638	0.516	0.417	0.336	0.269	0.214	0.168	0.132	0.102
99.5	0	0.776	0.612	0.485	0.386	0.035	0.239	0.186	0.144	0.110	0.083
99.7	0	0.762	0.594	0.466	0.366	0.286	0.221	0.170	0.129	0.097	0.072
99.9	0	0.742	0.561	0.430	0.331	0.252	0.189	0.141	0.104	0.075	0.054

Продовження додатка 2

P%	Cv									
	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
Cs=4Cv										
0.001	28.6	32.8	37.2	41.8	46.6	51.5	56.6	61.8	67.2	72.8
0.01	17.9	20.3	22.8	25.4	28.0	30.8	33.6	36.5	39.4	42.4
0.03	14.0	15.8	17.6	19.4	21.3	23.3	25.3	27.3	29.4	31.5
0.05	12.4	13.9	15.4	17.0	18.6	20.3	21.9	23.7	25.4	27.2
0.10	10.4	11.6	12.8	14.0	15.3	16.6	17.9	19.2	20.6	21.9
0.30	7.73	8.53	9.31	10.1	10.9	11.7	12.5	13.3	14.2	15.0
0.5	6.65	7.29	7.91	8.53	9.16	9.79	10.4	11.0	11.7	12.3
1.0	5.34	5.79	6.22	6.66	7.09	7.52	7.95	8.37	8.78	9.19
3.0	3.62	3.83	4.04	4.25	4.45	4.64	4.83	5.01	5.18	5.34
5.0	2.93	3.07	3.21	3.34	3.46	3.57	3.68	3.78	3.87	3.96
10	2.12	2.18	2.24	2.28	2.32	2.36	2.39	2.42	2.44	2.45
20	1.43	1.44	1.43	1.43	1.42	1.41	1.39	1.38	1.36	1.33
25	1.23	1.22	1.21	1.19	1.17	1.15	1.13	1.10	1.08	1.05
30	1.08	1.06	1.04	1.01	0.985	0.958	0.929	0.900	0.871	0.841
40	0.843	0.812	0.781	0.748	0.716	0.684	0.652	0.620	0.588	0.558
50	0.670	0.634	0.598	0.562	0.529	0.495	0.464	0.433	0.403	0.375
60	0.532	0.494	0.457	0.421	0.388	0.356	0.327	0.299	0.273	0.249
70	0.416	0.377	0.341	0.308	0.277	0.248	0.223	0.199	0.177	0.157
75	0.362	0.325	0.290	0.258	0.230	0.203	0.179	0.158	0.139	0.121
80	0.311	0.274	0.242	0.212	0.185	0.162	0.140	0.122	0.105	0.090
90	0.207	0.176	0.148	0.125	0.104	0.087	0.072	0.060	0.049	0.040
95	0.148	0.121	0.098	0.080	0.064	0.051	0.041	0.032	0.025	0.019
97	0.119	0.095	0.075	0.059	0.046	0.036	0.028	0.021	0.016	0.012
99	0.078	0.060	0.045	0.034	0.025	0.018	0.013	0.009	0.006	0.004
99.5	0.062	0.046	0.034	0.024	0.017	0.012	0.008	0.006	0.004	0.003
99.7	0.053	0.038	0.027	0.019	0.013	0.009	0.006	0.004	0.003	0.002
99.9	0.038	0.026	0.018	0.012	0.008	0.005	0.003	0.002	0.001	0.001

Продовження додатка 2

	Cv									
P%	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Cs = 4.5Cv										
0.01	1.48	2.26	3.53	4.74	6.36	8.15	10.1	12.2	14.4	16.7
0.03	1.44	2.09	2.98	4.07	5.30	6.65	8.09	9.62	11.2	12.9
0.05	1.41	2.02	2.82	3.78	4.86	6.03	7.27	8.58	9.95	11.4
0.1	1.38	1.92	2.61	3.41	4.30	5.25	6.26	7.31	8.40	9.53
0.3	1.33	1.76	2.29	2.88	3.52	4.18	4.87	5.58	6.31	7.06
0.5	1.30	1.69	2.15	2.66	3.19	3.74	4.31	4.89	5.48	6.08
1	1.27	1.59	1.97	2.36	2.77	3.19	3.61	4.04	4.47	4.90
3	1.21	1.44	1.69	1.93	2.18	2.42	2.66	2.90	3.12	3.35
5	1.18	1.37	1.56	1.75	1.93	2.10	2.27	2.44	2.59	2.74
10	1.13	1.26	1.39	1.50	1.60	1.70	1.79	1.88	1.95	2.02
20	1.08	1.15	1.21	1.26	1.30	1.33	1.36	1.38	1.40	1.41
25	1.06	1.11	1.15	1.18	1.20	1.21	1.22	1.23	1.23	1.23
30	1.05	1.08	1.10	1.11	1.12	1.12	1.12	1.11	1.10	1.09
40	1.02	1.02	1.02	1.01	0.989	0.970	0.949	0.925	0.899	0.871
50	0.993	0.974	0.947	0.917	0.885	0.851	0.817	0.782	0.746	0.711
60	0.968	0.928	0.883	0.838	0.793	0.749	0.705	0.663	0.621	0.581
70	0.943	0.882	0.822	0.763	0.708	0.655	0.605	0.557	0.512	0.469
75	0.930	0.858	0.790	0.726	0.666	0.609	0.556	0.506	0.460	0.417
80	0.915	0.833	0.757	0.687	0.622	0.562	0.507	0.456	0.409	0.366
90	0.878	0.771	0.677	0.596	0.523	0.458	0.399	0.347	0.301	0.260
95	0.848	0.724	0.620	0.532	0.455	0.388	0.330	0.279	0.235	0.197
97	0.831	0.696	0.587	0.495	0.417	0.350	0.292	0.242	0.200	0.165
99	0.798	0.648	0.530	0.435	0.355	0.289	0.233	0.187	0.149	0.118
99.5	0.781	0.622	0.502	0.405	0.326	0.260	0.206	0.162	0.127	0.098
99.7	0.769	0.606	0.483	0.386	0.307	0.242	0.190	0.147	0.113	0.086
99.9	0.746	0.575	0.449	0.352	0.274	0.211	0.161	0.122	0.091	0.067

Продовження додатка 2

	Cv									
P%	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
Cs =4.5Cv										
0.01	19.1	21.8	24.3	26.9	29.6	32.5	35.4	38.4	41.4	44.5
0.03	14.6	16.5	18.4	20.3	22.2	24.2	26.2	28.3	30.4	32.6
0.05	12.8	14.4	16.0	17.6	19.2	20.9	22.5	24.3	26.0	27.8
0.1	10.7	11.9	13.1	14.3	15.6	16.9	18.2	19.5	20.8	22.2
0.3	7.82	8.60	9.31	10.2	10.9	11.7	12.5	13.3	14.1	14.9
0.5	6.68	7.30	7.88	8.53	9.14	9.76	10.4	11.0	11.6	12.2
1	5.33	5.75	6.17	6.61	7.03	7.44	7.85	8.26	8.66	9.05
3	3.57	3.77	3.98	4.18	4.37	4.55	4.73	4.90	5.06	5.22
5	2.89	3.01	3.15	3.27	3.39	3.50	3.60	3.69	3.78	3.86
10	2.09	2.14	2.19	2.24	2.28	2.31	2.34	2.37	2.39	2.40
20	1.41	1.14	1.41	1.41	1.40	1.39	1.38	1.36	1.34	1.32
25	1.22	1.21	1.20	1.18	1.16	1.14	1.12	1.10	1.07	1.05
30	1.07	1.05	1.03	1.01	0.982	0.957	0.930	0.903	0.876	0.848
40	0.843	0.814	0.783	0.753	0.722	0.692	0.662	0.632	0.602	0.573
50	0.676	0.642	0.607	0.573	0.541	0.509	0.479	0.449	0.421	0.394
60	0.542	0.507	0.470	0.436	0.404	0.373	0.345	0.318	0.292	0.269
70	0.429	0.394	0.357	0.324	0.294	0.267	0.241	0.218	0.196	0.176
75	0.377	0.343	0.306	0.275	0.247	0.221	0.197	0.176	0.156	0.139
80	0.327	0.294	0.258	0.229	0.203	0.179	0.158	0.138	0.121	0.106
90	0.224	0.195	0.165	0.141	0.120	0.102	0.086	0.073	0.061	0.051
95	0.165	0.140	0.114	0.094	0.077	0.063	0.052	0.042	0.034	0.027
97	0.135	0.113	0.089	0.072	0.058	0.046	0.037	0.029	0.023	0.018
99	0.093	0.075	0.056	0.043	0.033	0.025	0.019	0.014	0.011	0.008
99.5	0.075	0.060	0.044	0.033	0.024	0.018	0.013	0.010	0.007	0.005
99.7	0.065	0.051	0.036	0.027	0.020	0.014	0.010	0.007	0.005	0.003
99.9	0.049	0.038	0.025	0.018	0.013	0.009	0.006	0.004	0.003	0.002

Продовження додатка 2

	Cv									
P%	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Cs =5Cv										
0,001	1.67	2.75	4.38	6.87	9.90	13.35	17.05	21.15	25.30	
0.01	1.54	2.34	3.43	4.91	6.65	8.70	10.70	12.71	15.05	17.5
0.03	1.47	2.15	3.07	4.23	5.50	6.95	8.43	9.96	11.60	13.4
0.05	1.43	2.06	2.87	3.90	5.05	6.24	7.51	8.82	10.25	11.7
0.1	1.40	1.95	2.66	3.51	4.44	5.40	6.43	7.54	8.64	9.73
0.3	1.34	1.78	2.31	2.92	3.52	4.22	4.91	5.69	6.41	7.12
0.5	1.31	1.70	2.16	2.69	3.21	3.77	4.34	4.93	5.52	6.10
1	1.27	1.61	1.98	2.38	2.79	3.21	3.65	4.06	4.50	4.89
3	1.20	1.44	1.67	1.93	2.17	2.42	2.62	2.88	3.10	3.32
5	1.17	1.36	1.55	1.74	1.90	2.08	2.22	2.41	2.54	2.71
10	1.13	1.26	1.37	1.49	1.60	1.70	1.79	1.86	1.94	2.00
20	1.08	1.15	1.21	1.25	1.30	1.32	1.34	1.36	1.36	1.39
25	1.06	1.11	1.15	1.17	1.20	1.20	1.20	1.22	1.22	1.12
30	1.05	1.08	1.09	1.10	1.10	1.11	1.10	1.10	1.09	1.08
40	1.02	1.02	1.01	1.00	0.98	0.97	0.94	0.92	0.90	0.870
50	0.99	0.97	0.94	0.92	0.88	0.85	0.82	0.78	0.75	0.714
60	0.97	0.93	0.88	0.84	0.79	0.75	0.71	0.67	0.63	0.588
70	0.94	0.88	0.82	0.77	0.71	0.66	0.61	0.56	0.52	0.479
75	0.93	0.86	0.79	0.73	0.67	0.62	0.56	0.51	0.47	0.428
80	0.91	0.83	0.75	0.69	0.63	0.57	0.52	0.47	0.42	0.378
90	0.88	0.77	0.68	0.61	0.53	0.47	0.41	0.36	0.32	0.274
95	0.84	0.73	0.63	0.55	0.47	0.40	0.34	0.29	0.25	0.211
97	0.82	0.70	0.60	0.51	0.43	0.36	0.31	0.26	0.22	0.178
99	0.78	0.66	0.55	0.45	0.37	0.31	0.25	0.20	0.16	0.131
99.5	0.76	0.63	0.52	0.42	0.34	0.28	0.23	0.18	0.14	0.110
99.7	0.75	0.62	0.51	0.41	0.32	0.26	0.21	0.16	0.12	0.098
99.9	0.73	0.59	0.47	0.37	0.29	0.23	0.18	0.14	0.10	0.078

Продовження додатка 2

	Cv									
P%	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
Cs =5Cv										
0.01	20.0	22.6	25.4	28.3	31.2	34.1	37.1	40.1	43.2	46.3
0.03	15.1	17.0	18.8	20.9	22.8	24.8	26.9	29.0	31.1	33.3
0.05	13.2	14.7	16.3	18.0	19.6	21.3	23.0	24.7	26.5	28.3
0.1	10.9	12.1	13.3	14.6	15.8	17.1	18.4	19.7	21.0	22.4
0.3	7.87	8.63	9.40	10.2	11.0	11.7	12.5	13.3	14.1	14.9
0.5	6.70	7.30	7.90	8.50	9.12	9.71	10.3	10.9	11.6	12.1
1	5.31	5.73	6.14	6.54	6.97	7.37	7.77	8.16	8.54	8.92
3	3.53	3.73	3.93	4.10	4.30	4.48	4.65	4.81	4.97	5.12
5	2.85	2.98	3.10	3.21	3.33	3.44	3.53	3.62	3.71	3.79
10	2.06	2.11	2.16	2.20	2.24	2.28	2.31	2.33	2.35	2.36
20	1.40	1.40	1.40	1.39	1.39	1.38	1.37	1.35	1.33	1.32
25	1.21	1.20	1.19	1.17	1.16	1.14	1.12	1.10	1.07	1.05
30	1.06	1.04	1.03	1.00	0.981	0.957	0.932	0.906	0.880	0.854
40	0.843	0.815	0.786	0.758	0.728	0.699	0.670	0.641	0.613	0.586
50	0.680	0.647	0.614	0.584	0.551	0.520	0.491	0.463	0.435	0.409
60	0.550	0.514	0.480	0.450	0.416	0.387	0.359	0.323	0.308	0.284
70	0.440	0.403	0.369	0.341	0.303	0.281	0.256	0.232	0.211	0.191
75	0.389	0.353	0.319	0.292	0.261	0.235	0.212	0.190	0.171	0.153
80	0.339	0.304	0.272	0.246	0.217	0.193	0.171	0.152	0.135	0.119
90	0.238	0.206	0.178	0.157	0.133	0.114	0.098	0.084	0.071	0.061
95	0.178	0.150	0.126	0.109	0.088	0.073	0.061	0.050	0.042	0.034
97	0.148	0.122	0.101	0.085	0.068	0.055	0.045	0.036	0.029	0.023
99	0.105	0.083	0.066	0.054	0.041	0.032	0.025	0.019	0.015	0.011
99.5	0.087	0.067	0.052	0.042	0.031	0.023	0.018	0.013	0.010	0.007
99.7	0.076	0.058	0.044	0.035	0.025	0.019	0.014	0.010	0.008	0.006
99.9	0.059	0.044	0.032	0.025	0.017	0.012	0.009	0.006	0.004	0.003

Продовження додатка 2

	Cv									
P%	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
Cs =5.5Cv										
0.01	1.52	2.41	3.70	5.30	7.12	9.10	11.2	13.4	15.8	18.2
0.03	1.46	2.20	3.22	4.43	5.77	7.21	8.72	10.3	12.0	13.7
0.05	1.43	2.11	3.01	4.07	5.22	6.45	7.74	9.10	10.5	12.0
0.1	1.40	1.99	2.75	3.62	4.55	5.54	6.56	7.63	8.73	9.87
0.3	1.34	1.81	2.37	2.99	3.64	4.31	4.99	5.70	6.42	7.15
0.5	1.31	1.73	2.21	2.73	3.26	3.81	4.37	4.94	5.52	6.11
1	1.27	1.62	2.00	2.40	2.81	3.21	3.63	4.04	4.46	4.87
3	1.21	1.45	1.69	1.93	2.17	2.40	2.63	2.86	3.08	3.29
5	1.18	1.37	1.56	1.74	1.91	2.08	2.24	2.39	2.54	2.68
10	1.13	1.26	1.38	1.48	1.58	1.68	1.76	1.84	1.91	1.98
20	1.08	1.15	1.20	1.24	1.28	1.31	1.33	1.36	1.37	1.38
25	1.06	1.11	1.14	1.16	1.18	1.20	1.21	1.21	1.21	1.21
30	1.04	1.07	1.09	1.10	1.10	1.11	1.10	1.10	1.09	1.07
40	1.02	1.02	1.01	0.997	0.981	0.963	0.942	0.920	0.896	0.870
50	0.991	0.970	0.942	0.912	0.881	0.850	0.817	0.784	0.751	0.717
60	0.967	0.925	0.882	0.838	0.795	0.753	0.711	0.671	0.632	0.594
70	0.943	0.882	0.823	0.768	0.715	0.664	0.616	0.570	0.527	0.486
75	0.929	0.859	0.794	0.732	0.675	0.621	0.570	0.522	0.478	0.436
80	0.915	0.835	0.762	0.696	0.634	0.577	0.523	0.474	0.429	0.387
90	0.880	0.777	0.689	0.612	0.542	0.479	0.422	0.370	0.325	0.284
95	0.852	0.734	0.637	0.553	0.479	0.413	0.355	0.304	0.260	0.222
97	0.835	0.708	0.606	0.520	0.444	0.377	0.319	0.269	0.226	0.190
99	0.804	0.664	0.555	0.464	0.386	0.319	0.262	0.214	0.175	0.142
99.5	0.788	0.641	0.529	0.437	0.358	0.291	0.236	0.189	0.152	0.121
99.7	0.777	0.626	0.513	0.419	0.340	0.274	0.219	0.174	0.138	0.108
99.9	0.757	0.599	0.482	0.388	0.309	0.244	0.191	0.148	0.114	0.088

Продовження додатка 2

	Cv									
P%	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
Cs =5.5Cv										
0.01	20.8	23.4	26.1	29.0	31.9	34.9	38.0	41.2	44.4	47.6
0.03	15.5	17.4	19.3	21.2	23.2	25.2	27.3	29.4	31.6	33.8
0.05	13.5	15.0	16.6	18.2	19.9	21.6	23.3	25.0	26.8	28.6
0.1	11.0	12.2	13.4	14.7	16.0	17.3	18.6	19.9	21.2	22.5
0.3	7.90	8.66	9.42	10.2	11.0	11.7	12.5	13.3	14.0	14.8
0.5	6.70	7.29	7.89	8.48	9.07	9.65	10.2	10.8	11.4	12.0
1	5.28	5.70	6.10	6.51	6.91	7.81	7.68	8.07	8.44	8.81
3	3.49	3.69	3.88	4.07	4.25	4.44	4.58	4.74	4.89	5.04
5	2.82	2.95	3.07	3.18	3.29	3.40	3.48	3.57	3.65	3.73
10	2.04	2.09	2.14	2.18	2.22	2.26	2.28	2.30	2.32	2.33
20	1.39	1.39	1.39	1.39	1.38	1.37	1.36	1.34	1.33	1.31
25	1.20	1.19	1.18	1.17	1.15	1.13	1.11	1.09	1.07	1.05
30	1.06	1.04	1.02	1.00	0.980	0.957	0.933	0.909	0.884	0.859
40	0.844	0.816	0.789	0.761	0.732	0.703	0.677	0.649	0.622	0.596
50	0.684	0.652	0.620	0.589	0.558	0.526	0.501	0.473	0.447	0.422
60	0.557	0.522	0.488	0.456	0.426	0.394	0.370	0.344	0.320	0.297
70	0.448	0.412	0.379	0.348	0.319	0.289	0.267	0.244	0.223	0.204
75	0.398	0.362	0.330	0.300	0.272	0.243	0.223	0.202	0.183	0.165
80	0.349	0.314	0.283	0.254	0.228	0.200	0.183	0.163	0.146	0.130
90	0.249	0.217	0.189	0.164	0.143	0.121	0.107	0.093	0.080	0.069
95	0.189	0.161	0.136	0.115	0.097	0.079	0.069	0.058	0.049	0.041
97	0.159	0.132	0.110	0.092	0.076	0.060	0.052	0.043	0.035	0.029
99	0.115	0.092	0.074	0.060	0.047	0.036	0.030	0.024	0.019	0.015
99.5	0.096	0.076	0.060	0.047	0.036	0.027	0.022	0.017	0.013	0.010
99.7	0.085	0.066	0.051	0.040	0.030	0.022	0.018	0.014	0.010	0.008
99.9	0.067	0.051	0.038	0.029	0.021	0.015	0.012	0.009	0.006	0.004

Продовження додатка 2

	Cv									
P%	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
Cs =6Cv										
0,001	1.80	3.02	5.20	8.10	11.50	15.30	19.30	23.80	28.00	
0.01	1.60	2.48	3.75	5.48	7.30	9.39	11.50	13.80	16.40	18.8
0.03	1.52	2.25	3.25	4.54	5.90	7.37	8.90	10.53	12.30	14.0
0.05	1.47	2.15	3.05	4.15	5.25	6.57	7.85	9.26	10.70	12.2
0.1	1.41	2.02	2.80	3.68	4.58	5.54	6.57	7.63	8.79	9.97
0.3	1.35	1.83	2.38	2.98	3.64	4.31	5.00	5.66	6.38	7.18
0.5	1.32	1.74	2.22	2.73	3.26	3.82	4.38	4.93	5.51	6.11
1	1.29	1.63	2.01	2.40	2.81	3.22	3.63	4.03	4.44	4.85
3	1.21	1.45	1.68	1.92	2.14	2.38	2.60	2.82	3.04	3.26
5	1.18	1.37	1.55	1.73	1.89	2.05	2.20	2.36	2.51	2.66
10	1.14	1.26	1.37	1.47	1.56	1.66	1.73	1.82	1.90	1.96
20	1.08	1.14	1.19	1.23	1.27	1.30	1.32	1.34	1.36	1.37
25	1.07	1.10	1.13	1.16	1.18	1.19	1.20	1.21	1.20	1.20
30	1.04	1.07	1.08	1.10	1.10	1.10	1.10	1.09	1.08	1.07
40	1.02	1.02	1.01	0.99	0.98	0.96	0.94	0.92	0.89	0.870
50	0.99	0.97	0.94	0.91	0.88	0.85	0.82	0.79	0.75	0.720
60	0.96	0.92	0.88	0.84	0.80	0.76	0.72	0.68	0.64	0.598
70	0.94	0.88	0.83	0.77	0.72	0.67	0.63	0.58	0.54	0.493
75	0.93	0.86	0.80	0.74	0.68	0.63	0.58	0.53	0.49	0.443
80	0.91	0.84	0.77	0.70	0.64	0.58	0.53	0.48	0.44	0.395
90	0.88	0.78	0.70	0.62	0.55	0.49	0.43	0.38	0.33	0.293
95	0.85	0.74	0.65	0.56	0.49	0.43	0.37	0.32	0.27	0.231
97	0.83	0.72	0.62	0.53	0.46	0.39	0.33	0.28	0.24	0.199
99	0.80	0.67	0.57	0.48	0.4	0.33	0.28	0.23	0.19	0.151
99.5	0.78	0.65	0.55	0.45	0.37	0.31	0.25	0.20	0.17	0.129
99.7	0.76	0.64	0.53	0.43	0.36	0.29	0.24	0.19	0.15	0.117
99.9	0.75	0.61	0.50	0.40	0.33	0.26	0.21	0.16	0.12	0.096

Продовження додатка 2

	Cv									
P%	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
Cs =6Cv										
0.01	21.4	24.0	26.8	29.6	32.6	35.7	39.1	41.9	45.1	48.4
0.03	15.8	17.7	19.6	21.6	23.6	25.6	27.8	29.8	32.0	34.2
0.05	13.7	15.2	16.8	18.4	20.1	21.8	23.6	25.2	27.0	28.8
0.1	11.1	12.3	13.6	14.8	16.0	17.3	18.6	19.9	21.2	22,5
0.3	7.92	8.67	9.42	10.2	10.9	11.7	12.5	13.0	14.0	14.7
0.5	6.69	7.28	7.86	8.45	9.04	9.61	10.2	10.7	11.3	11.9
1	5.26	5.67	6.07	6.46	6.85	7.24	7.59	7.96	8.35	8.71
3	3.46	3.66	3.85	4.03	4.20	4.37	4.51	4.68	4.83	4.97
5	2.79	2.92	3.04	3.15	3.25	3.35	3.43	3.53	3.60	3.68
10	2.02	2.07	2.12	2.16	2.20	2.23	2.25	2.28	2.29	2.31
20	1.38	1.38	1.38	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.32	1.31
25	1.20	1.19	1.18	1.16	1.15	1.13	1.11	1.09	1.07	1.05
30	1.06	1.04	1.02	1.00	0.973	0.957	0.935	0.910	0.887	0.863
40	0.844	0.818	0.791	0.764	0.736	0.703	0.684	0.655	0.630	0.604
50	0.688	0.656	0.625	0.594	0.565	0.536	0.511	0.481	0.456	0.432
60	0.562	0.528	0.495	0.464	0.434	0.406	0.382	0.353	0.330	0.308
70	0.455	0.420	0.387	0.357	0.328	0.302	0.280	0.353	0.233	0.214
75	0.406	0.371	0.338	0.309	0.281	0.256	0.236	0.211	0.192	0.175
80	0.357	0.323	0.291	0.263	0.237	0.213	0.195	0.172	0.155	0.139
90	0.257	0.226	0.198	0.173	0.152	0.132	0.188	0.100	0.088	0.076
95	0.198	0.169	0.145	0.123	0.105	0.089	0.078	0.064	0.055	0.046
97	0.167	0.141	0.118	0.099	0.083	0.069	0.060	0.048	0.040	0.033
99	0.123	0.100	0.081	0.066	0.053	0.043	0.036	0.027	0.022	0.018
99.5	0.104	0.083	0.066	0.053	0.042	0.033	0.027	0.020	0.016	0.012
99.7	0.092	0.073	0.057	0.045	0.035	0.027	0.022	0.016	0.013	0.010
99.9	0.074	0.057	0.044	0.033	0.025	0.019	0.015	0.011	0.008	0.006

