

Е.Л.БОЯРИНЦЕВ

КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

По курсу

«ГИДРОЛОГИЧЕСКИЕ РАСЧЁТЫ»

раздел

«Максимальный сток»

Специальность «Гидрология и гидрохимия»

Направление подготовки

«Гидрометеорология»

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
ОДЕССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ЭКОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Е.Л.БОЯРИНЦЕВ

КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ

По курсу

«ГИДРОЛОГИЧЕСКИЕ РАСЧЁТЫ»

раздел

«Максимальный сток»

Специальность «Гидрология и гидрохимия»

Направление подготовки
«Гидрометеорология»

Одесса - 2003

СОДЕРЖАНИЕ

1. Виды стока и методы его определения	5
2. Баланс склоновых вод	7
2.1 Понятие водообразования	8
2.2 Потери на впитывание	9
2.3 Потери на перехват растительностью	12
2.4 Поверхностное задержание	13
2.5 Почвенное задержание	15
2.6 Расчёт водообразования	15
3. Общее дифференциальное уравнение стока	17
4. Виды склонового стока	17
5. Основные дифференциальные уравнения склонового стока	22
6. Интегрирование дифференциального уравнения склонового стока (в фазе подъёма)	24
6.1 Элементарная схема формирования склонового стока	26
6.2 Определение координаты раздельного сечения (волны стока)	28
6.3 Формулы склонового стока	28
7. Спад склонового стока	29
7.1 Определение коэффициента λ_0	30
8. Дифференциальные уравнения стока для элементарного русла и разветвлённых русловых систем	34
8.1 Дифференциальные уравнения стока для элементарного русла	34
8.2 Дифференциальные уравнения стока для разветвлённых русловых систем	35

8.3	Закономерности изменения скорости добегаания по длине реки при прохождении максимальных расходов	36
8.4	Интегрирование дифференциальных уравнений стока по русловым системам	37
8.5	Замедленный сток по русловым системам	39
8.6	Развитый сток по русловым системам	40
8.7	Обобщённая формула максимального модуля стока по русловым системам	41
9.	Природа редукции максимальных модулей стока с ростом водосборной площади.	47
9.1	Упрощённая модель редукции максимального модуля с ростом водосборной площади	47
9.2	Общая модель редукции максимального модуля с ростом водосборной площади	48
9.3	Упрощённые редукционные формулы	51
9.3.1	Формула первого уровня упрощения	51
9.3.2	Формула второго уровня упрощения	52
10.	Расчётная формула максимального стока с малых водосборов	53
10.1	Редукционные кривые максимальной интенсивности осадков за расчётное время	54
10.2	Методика СНИПа 2.01.14-83 по определению ординат редукционных кривых максимальной интенсивности осадков	55
10.3	Объёмные формулы	58
10.4	Однофазовая объёмная формула	60
10.5	Объёмная формула Огиевского	61
10.6	Объёмная формула Алексева	61
10.7	Редукционная формула	62
10.8	Формула Воскресенского	64

1. Виды стока и методы его определения.

Процесс стока в общих чертах проходит нижеследующие стадии. Вначале выпадающие осадки (или талые воды) стекают по всей поверхности склонов многочисленными широкими, но мелкими струями. Затем концентрируются в периодически действующих логах, оврагах и балках и, стекая по направлению общего уклона водосборного бассейна, образуют потоки, нарастающие по мере удаления от начала лога. Часть осадков, успевающая за время их выпадения и последующего стока по поверхности впитаться в почву, стекает по водоупорным пластам в виде почвенных и грунтовых вод. В пониженных элементах рельефа воды внутреннего стока, выклиниваясь на дневную поверхность, сливаются с многочисленными поверхностными потоками и дают начало речному стоку.

Различаются следующие *категории стока*:

1. Склоновый сток, происходящий тонким, расчленённым на отдельные потоки слоем по неразработанной и чрезвычайно шероховатой поверхности склонов.
2. Тальвеговый, или овражно – балочный сток, наблюдающийся периодически, сосредоточенными потоками, в более или менее разработанном русле и образующийся от слияния вод, стекающих со склонов отдельными струями.
3. Почвенный и грунтовый сток.
4. Речной сток происходит в хорошо разработанном русле, наблюдается, как правило, в течение всего года питается как поверхностными, поступающими из овражно – балочной сети, так и грунтовыми водами.

Вторая и четвёртая категории стока с гидравлической точки зрения рассматриваются как руслевой сток.

Такая классификация учитывает как гидравлические особенности движения, обусловленных характером среды или ложа, в которых оно происходит, так и гидрологическую специфику перечисленных видов стока.

Склоновый сток занимает особое положение как по гидравлическим особенностям движения, так и по гидрологической роли. Дело в том, что все потери поверхностного стока практически слагаются из просачивания на склонах и механического задержания воды во впадинах микрорельефа. Конечно, наблюдается просачивание и в водотоках овражно – балочной сети, но по величине оно несоизмеримо со склоновым просачиванием, так как площадь, занятая этим тальвеговыми водотоками, составляет очень небольшую долю от всей поверхности. Речные же потоки даже получают некоторое грунтовое питание.

Объём (слой) паводочного стока в любом замыкающем створе реки или тальвега приближённо равен общему объёму поверхностного стока с вышележащих склонов в сеть водотоков. Слой паводочного стока связан с продолжительностью склонового стока и определяется характером склонов, но не протяжённостью водотоков, не размерами всего бассейна в целом. По водотокам происходит в основном только суммирование (во времени и по длине водотока) объёмов склонового стока без существенных потерь, т.е. имеет место трансформация гидрографов притока со склонов, их сглаживание. Но даже и характер этой трансформации склонового стока зависит не только от протяжённости и других свойств водотока, но и от формы гидрографа притока со склонов. Таким образом склоновый сток является первым и важнейшим этапом в формировании речного стока.

Тальвежный и овражно – балочный сток выделяется по признаку его продолжительности в противоположность непрерывному речному стоку. Кроме того ему присущи ещё две особенности:

- 1) равномерное орошение дождём всей площади бассейна

с гидравлической точки зрения – непрерывным нарастанием радиуса и средней скорости при увеличении расхода.

В противоположность этому, речному стоку свойственны следующие черты:

- 1) Поступление влаги от дождей только на отдельные участки бассейна и формирование паводка от ряда

дождей, выпавших не одновременно в разных местах и с интенсивностью, непостоянной по площади. Поэтому склоновый сток при анализе речных паводков в общем случае следует считать функцией и времени и пространства.

- 2) Расчленение потока во время паводка на собственно русловой и пойменный.

Максимальный расход (модуль) стока зависит от трёх групп факторов, а именно:

- 1) от поступления воды на бассейн – интенсивности дождя и динамики его во времени и по площади, общей продолжительности или количества;
- 2) от потерь поверхностного стока на бассейне определяемых в основном характером почвы и динамикой её влажности, а также уклоном и микрорельефом;
- 3) от времени, в течении которого происходит на данном бассейне стекание поступивших вод.

2. Баланс склоновых поверхностных вод.

Уравнение баланса склоновых вод можно представить в виде:

$$P - R - E - Y_{нов} = \Delta V \quad (2.1)$$

где P - количество выпавших на поверхность склона осадков;

R - потери на впитывание;

E - испарение с суши и водной поверхности в период выпадения осадков;

ΔV - накопление воды на склоне в различном состоянии.

Сюда входят безвозвратные потери стока на задержание (D_3) и потери на временное задержание ($D_{вр}$).

Безвозвратные потери подразделяются на 3 вида:

А) потери, идущие на заполнение поверхностной бессточной ёмкости;

Б) потери на смачивание растительности.

В) потери на почвенное задержание

Временное задержание ($D_{вр}$) включает в себя объём воды, находящейся в ручейковой сети, и полузамкнутых понижениях на склоне. Эта влага примет участие в стоке на спаде паводка.

Для отрезка времени, превышающего время склонового добегаания уравнение (2.1) примет вид:

$$P - R - E - Y_{нов} = D_з \dots\dots\dots (2.2)$$

можно определить величину поверхностного стока:

$$Y_{нов} = P - R - D_з \dots\dots\dots (2.3)$$

E - величина испарения в период выпадения осадков невелика, и ею вполне можно пренебречь.

Если рассматривается баланс за достаточно продолжительный отрезок времени (декада и более), то и величиной $D_з$ можно пренебречь, поскольку всё впитается и войдёт в R .

Потери на впитывание рассчитываются как:

$$R = Tk_T + \tau k_\tau \lambda_{cp} = R_T + R_\tau \dots\dots\dots (2.4)$$

В этом выражении первое слагаемое представляет собой величину впитывания за время дождя (T), а второе – впитывание после окончания дождя за период склонового добегаания (τ); λ - коэффициент затопления поверхности.

2.1 Понятие водообразования

Разность между осадками и всеми видами потерь, т.е. то количество воды, которое образовалось на поверхности склона, А.Н.Бефани назвал **водообразованием (S)**.

Активное водообразование – это та часть влаги, которая формирует склоновый сток, находится в движении в .

Пассивное водообразование – влага, которая расходуется на заполнение русловых и полупроточных ёмкостей – стекает после окончания осадков.

Поверхностный склоновый сток формируется разностью между водообразованием и потерями на впитывание на спаде склонового стока:

$$Y_{нов} = S - R_\tau \dots\dots\dots (2.5)$$

3.1 Потери на впитывание

Потери поверхностного паводочного стока составляются главным образом, инфильтрацией воды в почву.

На основании теоритических обобщений и экспериментальных исследований получена двучленная степенная функция времени:

$$k_t = k + \frac{A}{\sqrt{t}} \dots\dots\dots (2.6)$$

1-й член этой формулы выражает скорость фильтрации под действием силы тяжести.

2-й член - зависит от капиллярного напора и характеризует скорость просачивания под действием капиллярных сил.

Первый член формулы постоянен, второй является функцией времени.

Кривая, описываемая этим уравнением, называется *кривой инфильтрации*.

В натуре структура пористости не похожа на приведённую схему. Она имеет древовидный характер, 1-й порядок – «ствол»- наиболее крупные поры, 2-й – отходящие от него более мелкие, и дальней шее дробление. В крупных порах менисковые силы не действуют, т.е. 2-й член исчезает.

В мелких порах движение происходит в основном за счёт капиллярных сил (в основном в сторону) – т.о на практике процесс впитывания происходит наоборот – сначала действуют силы тяжести, а потом, с уменьшением пор – капиллярные силы.

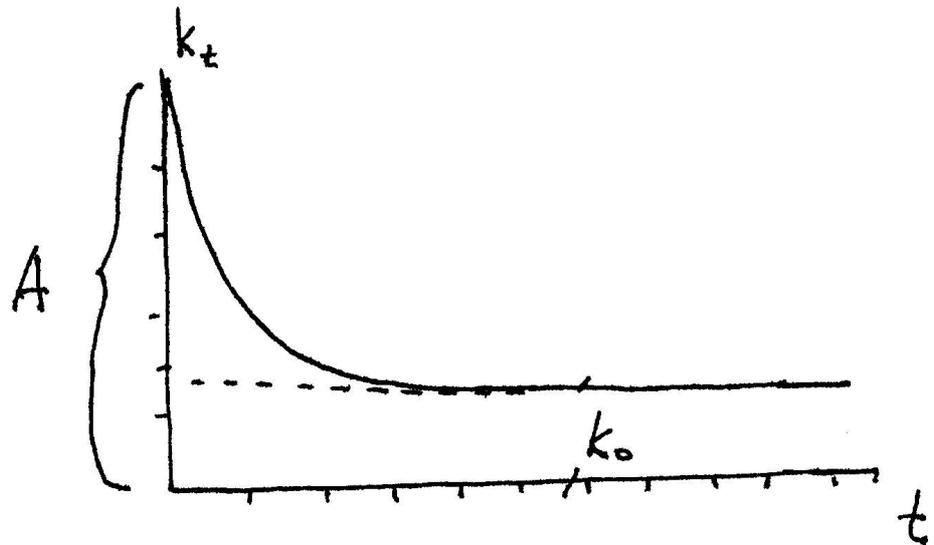


Рис. 3.1. Инфильтрационная кривая

С глубиной капиллярные силы погашаются, и остаётся только сила тяжести в тонких волосяных порах.

В таких условиях начальная интенсивность будет больше, а в дальнейшем - меньше, чем в формуле (2.6).

Формула (2.6) должна быть представлена в виде:

$$k_t = k_0 + \frac{A}{t^n} \dots\dots\dots (2.7),$$

где $n < 1$ - показатель редукции впитывания; k_0 - минимальная, или установившаяся интенсивность впитывания.

Показатель редукции определяется амплитудой диаметра пор. Чем в почве диаметр макропор больше по сравнению с диаметром микропор, тем больше показатель редукции.

Наибольшая амплитуда диаметров пор в глине, здесь $n = 0,75$ и более; для однородных сухих песков $n = 0,5$.

Параметр A определяется начальной интенсивностью впитывания - это величина впитывания в первую единицу времени.

В естественных условиях на поверхности почвы выражен микрорельеф. В связи с этим почва имеет различную впитывающую способность на повышениях и в микротальвегах. В тальвегах происходит кальмотаж пор,

поэтому на бугорках впитывающая способность в несколько раз больше, чем в понижениях.

На незалитых водой участках верхний и нижний мениски уравниваются, и впитывание происходит только под действием капиллярных сил. Поэтому в естественных условиях, на участках склона, не затопленных сплошным слоем воды, впитывание замедляется за счет частичного появления верхних менисков, а сток может возникнуть даже при интенсивности дождя, значительно меньшей интенсивности впитывания. С ростом интенсивности дождя возрастает интенсивность впитывания, т.к. увеличивается размер струек в микротальвегах, и в сток включаются участки с большей проницаемостью.

Когда полностью будет затоплен склон, впитывание будет наибольшим.

Параметры A и n зависят от интенсивности дождя, микрорельефа, растительности, структуры поверхности.

Соотношение между минимальной интенсивностью впитывания k и интенсивностью дождя можно представить в виде:

$$k = k_{\min} (1 + ah_0) \quad (2.8)$$

где h_0 - интенсивность дождя. Параметр a зависит от характера почвы.

Для простейшей модели $A = \sqrt{0,5kDH}$. Параметр D является очень важным фактором впитывания, это есть разность между полной влагоёмкостью (A_c) и влажностью почвы на данный момент (V). Однако способы определения влажности почвы весьма трудоёмки, а точность полученных результатов невысока.

Поэтому для учёта последней А.Н.Бефани рекомендует использовать **индексы увлажнения**, в частности – **момент осадков**, в частности, показательная формула индекса:

$$I_V = \sum k^t X_t \quad (2.9)$$

где t – число суток после выпадения дождя X . Здесь учитываются осадки каждого дня с соответствующим

коэффициентом. Зная индекс на предыдущий день, можно определить индекс на сегодня и т.д.

2.3 Потери на перехват растительностью

Это часть осадков, которая остаётся на листьях, стеблях и т.д. Сначала смачивается верхний ярус, затем с листьев каплют более крупные капли на нижние ветки. Большую роль играет порода дерева. Максимум задержания осадков на ели и пихте.

Чем сильнее ветер, тем меньше ёмкость перехвата. Сначала растительность перехватывает все осадки, а постепенно задержание всё меньше и меньше, и наконец все осадки достигают почвы.

При длительном морозящем дожде некоторая часть осадков испаряется.

Общее уравнение, определяющее ёмкость перехвата, имеет вид:

$$V_i = Z_i + C_p Et \quad (2.10)$$

здесь: Z_i - полная ёмкость перехвата, E - испарение с поверхности растений; C_p - отношение суммарной поверхности растительного покрова к геометрической площади, на которой покров находится. Применительно к отдельному дереву – отношение всей поверхности листьев, ствола, сучьев к проекции дерева на землю. t - время от начала дождя. Полностью ёмкость восполняется только при продолжительных осадках.

Чаще пользуются упрощённой формулой:

$$V_i = a + bX^m \quad (2.11)$$

здесь параметры a, b, m нормируются в зависимости от характера растительности.

2.4 Поверхностное задержание

Это количество влаги, которое расходуется на заполнение бессточных впадин поверхности склона.

Когда интенсивность впитывания становится меньше интенсивности дождя, возникает водообразование. На первых этапах оно пассивное, до тех пор, пока не заполнятся мелкие впадины. Поскольку ёмкость впадин различна, будет одновременно и сток, и дальнейшее восполнение ёмкостей. Постепенно всё большая часть склона будет включаться в сток. Каждый склон имеет максимальную величину ёмкости поверхностного задержания V_a . Заполнение этой ёмкости есть затухающий процесс. Эта функция отображается кривой, асимптотически приближающейся к пределу поверхностного задержания V_s .

$$V_s = V_a \left(1 - e^{-\frac{x}{V_a}} \right) \quad (2.12)$$

Неизвестным параметром в этой формуле является величина V_a . Основным фактором ёмкости поверхностного задержания является уклон местности.

При наклонном склоне задержание возможно только в части $(H_0 - \Pi)$. Если длина депрессии l , то $\Delta H = \Pi$. При уклоне равном 0 глубина этой ёмкости будет H_0 , а $V_a = V_{\max}$. Тогда:

$$\frac{V_a}{V_{\max}} = \frac{H_0 - \Pi}{H_0}, \text{ откуда:}$$

$$V_s = V_{\max} \left(1 - \frac{\Pi}{H_0} \right) \left(1 - e^{-\frac{x}{V_{\max}}} \right) \quad (2.13)$$

Резюмируя сказанное, отметим, что потери слагаются из трёх частей: впитывание, перехват растительностью и поверхностное задержание.

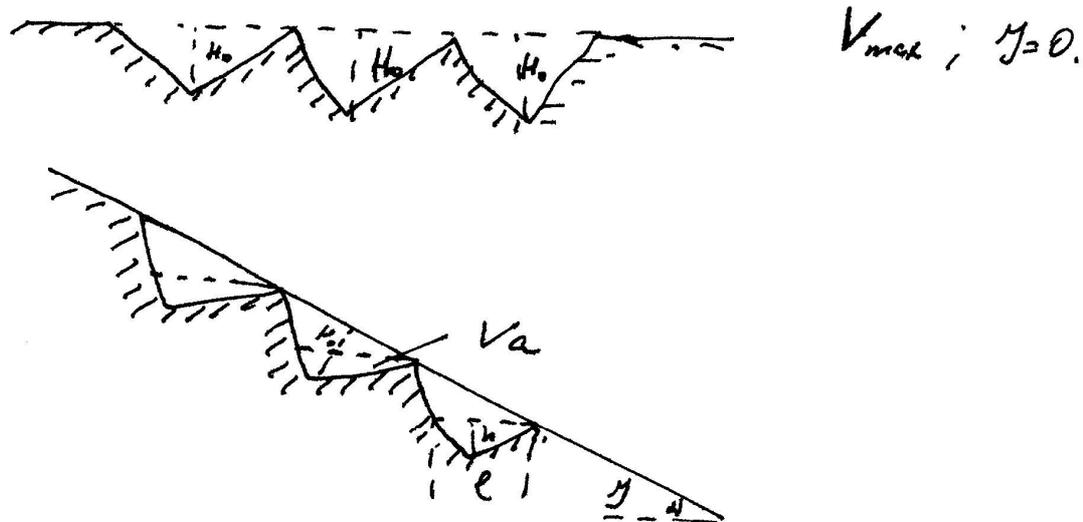


Рис. 2.2. Схема формирования потерь на поверхностное задержание.

Основную роль в балансе потерь принадлежит впитыванию. На крутых незалесённых склонах это единственный вид потерь.

При слабых уклонах, в лесах задержание и перехват играют существенную роль, особенно задержание. Поскольку потери определяются суммарно, то наибольшее значение имеет впитывание.

В связи с этим для расчёта суммарной величины потерь А.Н.Бефани рекомендует выражение:

$$k_t = \left(k_0 + \frac{B}{t^n} \right) (1 - \alpha I) \quad (2.14)$$

где $B = A + V_a + Z_i$; I - уклон склона; α - коэффициент.

2.5 Почвенное задержание

Величина почвенного задержания контактной составляющей паводочного стока определяются: 1) полной ёмкостью задержания, зависящей от мощности пласта рыхлых отложений и предшествующей влажности; 2) слоем осадков, который в сочетании с кривой распределения ёмкости задержания на бассейне определяет ту часть общей ёмкости, которая восполняется в данном конкретном случае.

Получена зависимость вида:

$$H_z = H(a - bI_w), \quad (2.15)$$

где H - мощность пласта рыхлых отложений (точнее – его верхнего яруса с переменной почвенной влажностью); I_w - индекс предшествующего увлажнения; a и b - параметры, зависящие от строения почвогрунтов.

2.6 Расчет водообразования

Водообразование – это разность между осадками и потерями, которая образует сток. Это сток с элементарной поверхности.

Интенсивность образования слоя воды на водосборе в рамках теории А.Н.Бфани можно представить так:

$$h_t = h_{0_t} - k_t = h_{0_t} \left(1 - \frac{k_t}{h_{0_t}}\right) \dots \dots \dots (2.16)$$

обозначив: $\left(1 - \frac{k_t}{h_{0_t}}\right) = \delta_t$, получим: $h_t = \delta_t h_{0_t}$ (2.16)

Переходя к слою водообразования, запишем:

$$S = P - \sum k = P \left(1 - \frac{\sum k}{P}\right), \dots \dots \dots (2.18)$$

обозначив $\left(1 - \frac{\sum k}{P}\right) = \delta_0$, получим: $S = \delta_0 P$ (2.19)

Здесь: h_t - интенсивность водообразования в момент t , k – интенсивность впитывания; h_0 - интенсивность осадков.

В скобках выражений (2.18) и (2.19) – отношение слоя водообразования к слою осадков. Эту величину называют

коэффициентом водообразования, причём δ_t - значение коэффициента водообразования в любой момент времени, δ_0 - среднее значение коэффициента водообразования.

Учитывая, что $y = S - R_t$, констатируем, что коэффициент стока $\delta = \frac{y}{P}$ всегда меньше, чем коэффициент водообразования.

Предполагается, что формирование выдающихся паводков происходит на фоне высокого предшествующего увлажнения, поэтому интенсивность впитывания в период водообразования можно принять постоянной, равной k_{\min} .

По данным плювиометрической сети и имеющимся кривым инфильтрации для различных угодий строят ряды водообразования, статистическими расчётами определяют величину водообразования 1%-ной вероятности превышения, и эту величину картируют.

Водообразование определяют для основного типа почв, характерных для данного региона. Для других типов почв водообразование оценивается через переходный почвенный коэффициент:

$$S_n = k_n S_{осн} \quad (2.20)$$

Переходные почвенные коэффициенты определяются по данным стоковых площадок.

Если на бассейне имеются различные поверхности (луг, лес, пашня и т.д.), тогда общее водообразования можно рассчитать так:

$$S = S_{осн} (\alpha_{пашня} 1 + \alpha_{луг} k_{луг} + \alpha_{лес} k_{лес}) \quad (2.21)$$

$S_{осн}$ - величина водообразования на основных типах почв данного бассейна (данном случае пашне), α - доля площади водосбора, занятая соответствующей поверхностью (лесом, лугом и т.д.).

3. Общее дифференциальное уравнение стока

Движение воды в руслах рек представляет собой процесс трансформации склонового притока, формирующегося в результате снеготаяния или выпадения дождевых осадков.

Составим уравнение баланса для элементарного участка русла длиной dx :

- а) Приходная часть: приток воды с верхнего участка русла Q_1 ; боковой приток в виде расхода воды склонового притока $Q'(t)$
 б) Расходная часть: сток воды через нижний участок русла

$$Q_2 = Q_1 + \frac{\partial Q}{\partial x} dx \quad (3.1)$$

Тогда за время dt

$$Q_1 dt + Q'(t) dx dt = Q_2 dt + \frac{\partial \varpi}{\partial t} dt dx \quad (3.2)$$

где $\frac{\partial \varpi}{\partial t} dt$ – изменение объёма воды на участке dx .

После преобразования имеем:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = Q'(t) \quad (3.3)$$

Выражение (3.3) является дифференциальным уравнением стока, построенном на базе уравнений неразрывности и баланса.

Оно констатирует, что боковой приток расходуется на увеличение расхода по длине реки и возрастание поперечного сечения во времени.

4. Виды склонового стока

По характеру стекания паводки можно разделить на:

Поверхностные

Подповерхностные

Паводки поверхностного типа можно разбить на две группы: первая – поверхностные паводки подвешенного типа; вторая – поверхностные паводки подпёртого типа (по терминологии А.Н. Бефани).

Если обозначить интенсивность выпадения осадков a_t , а интенсивность впитывания – k_t , то чисто поверхностные типы паводка характеризуются соотношением $a_t > k_t$.

Для поверхностного стока дифференциальное уравнение записывается в виде:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial t} = h_t \quad (4.1)$$

Расход воды, как известно равен

$$Q = Vw, \quad (4.2)$$

где V - скорость движения потока, w – площадь поперечного сечения

$$V = C_0 \sqrt{RI} = C \cdot y^n, \quad (4.3)$$

где V - фактическая скорость ручейкового стекания, выраженная через глубину фиктивного сплошного слоя y , величина $c = mI^n$ постоянна для данного склона и зависит от его уклона, микрорельефа, растительности, т.е. от факторов относительно устойчивых, поэтому величину c принято называть **склоновой постоянной**, величина c, n например, для травостоя, можно принять равной единице.

C_0 - коэффициент поверхности, зависит от микрорельефа и шероховатости, I – уклон поверхности, R – гидравлический радиус, но так как слой воды h равномерно распределённый по склону, то смоченный периметр приблизительно равен ширине, следовательно вместо гидравлического радиуса можно использовать y , глубину; n – приведённый гидравлический показатель сечения.

Площадь сечения при единичной ширине потока равна

$$w = by = 1y \quad (4.4)$$

Перепишем (4.2) с учётом (4.3) и (4.4), то есть

$$Q = cy^{n+1} \quad (4.5)$$

Подставим (4.5) в (4.1) получим:

$$c(n+1)y^n \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} = h_t, \quad (4.6)$$

где h_t – интенсивность водообразования, равная

$$h_t = a_t - k_t \quad (4.7)$$

Из (4.7) видно, что для фазы спада при $a_t = 0$

$$h_t = -k_t \quad (4.8)$$

Следовательно, для фазы спады (4.6) переписывается в виде

$$c(n+1)y^n \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} = -k_t \quad (4.9)$$

Рассмотрим подпёртый склоновый сток.

Условия водообразования *подпёртого склонового стока*:

1. Интенсивность выпадения осадков a_t меньше, чем интенсивность впитывания k_t (что является условием отсутствия поверхностного водообразования);
2. Интенсивность впитывания через относительный водоупор i_t меньше, интенсивности впитывания k_t (условие существования водоносного горизонта на водоупоре);
3. $KI \approx 0$, что является условием отсутствия подповерхностного оттока;
4. $H\delta < X_{Тд}$ – условие выхода воды на дневную поверхность, где $H\delta$ – количество воды, необходимое для заполнения пор в слое H , а $X_{Тд}$ – количество осадков за дождь.

Слой водообразования подпёртого склонового стока $S_{\text{под}}$ равен:

$$S_{\text{под}} = x_{\text{тд}} - x_{\text{тп}} \quad (4.10)$$

Подпёртый сток распространён на территории низинных болот и на равнинах с неглубоким залеганием грунтовых вод.

После времени t_n коэффициент стока будет равен 1, поэтому паводки подпёртого типа могут быть очень и очень высокими, но они менее динамичны, чем поверхностные. Паводки подпёртого типа растянуты во времени и характеризуются большими объёмами.

Для подпертых паводков можно записать, что $h_t = a_t - i_t$. Тогда (4.6) примет вид:

$$c(n+1)y^n \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} = a_t - i_t. \quad (4.11)$$

Контактный склоновый сток.

Условия образования контактного склонового стока:

1. Наличие крупнообломочного материала в составе верхнего рыхлого слоя мощностью H ;
2. Интенсивность выпадения осадков меньше интенсивности впитывания $a_t < k_t$;
3. Водовмещающая ёмкость больше количества осадков, то есть $\delta H > X_{Тд}$;
4. Интенсивность просачивания через относительный водоупор меньше интенсивности впитывания ($i_t < k_t$);
5. Скорость движения воды по водоупору больше скорости движения воды в капиллярах почвы в сторону уклона $V_k \gg KI$.

Скорость контактового стока сопоставима со скоростью поверхностного движения воды.

Скорость контактового стока, в свою очередь равна:

$$V_k = m \sqrt{I_{скл}}, \quad (4.12)$$

где m – шероховатость стенок.

Водообразование контактного стока

$$h_t = a_t - i_t \quad (4.13)$$

Площадь поперечного сечения равна

$$w = \delta y l, \quad (4.14)$$

где δ - общая пористость.

Стокообразующая площадь живого сечения w_d есть

$$w_d = \delta_d y l, \quad (4.15)$$

где δ_d – дренажная пористость.

Тогда расход равен

$$Q = w_d V_k = \delta_d y V_k \quad (4.16)$$

А дифференциальное уравнение для фазы подъёма примет вид

$$V_k \delta_d \frac{\partial y}{\partial x} + \delta \frac{\partial y}{\partial t} = h_{k(t)} \quad (4.17)$$

Для фазы спада

$$V_k \delta_d \frac{\partial y}{\partial x} + \delta \frac{\partial y}{\partial t} = -i_t \quad (4.18)$$

Необходимо отметить, что на спаде инфильтрация через относительный водоупор i_t происходит по всей площади.

Контактный вид стока распространён в горных районах.

Почвенный сток.

Условия возникновения почвенного стока:

1. Интенсивность осадков меньше впитывания $a_t < k_t$;
2. Интенсивность впитывания больше интенсивности просачивания $k_t > i_t$;
3. Отсутствие подпёртого стока ($\delta H > X_{qt}$)
4. Скорость движения воды в почве равна KI , намного меньше $V_{пов}$, то есть $KI \ll V_{пов}$.

Слой водообразования при почвенном стоке равен

$$h_t = a_t - i_t \quad (4.19)$$

Тогда выражение (1.1) с учётом (1.19) переписется как

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial t} = a_t - i_t, \quad (4.20)$$

где w находится по формуле:

$$w = \delta y l. \quad (4.21)$$

Расход можно выразить как:

$$Q = wV = \delta y Kl \quad (4.22)$$

Следовательно, уравнение (1.20) запишется в более общем виде:

$$\delta Kl \frac{\partial y}{\partial x} + \delta \frac{\partial y}{\partial t} = a_t - i_t \quad (4.23)$$

Для фазы спада (4.23) имеет вид:

$$\delta Kl \frac{\partial y}{\partial x} + \delta \frac{\partial y}{\partial t} = -i_t \quad (4.24)$$

Почвенный сток не играет самостоятельной роли в формировании максимума паводка, обнаруживая себя только на спаде половодья, образуя так называемый шлейф половодья.

5. Основные дифференциальные уравнения склонового стока

Общая форма дифференциального уравнения стока, как категории неустановившегося движения с боковым притоком, исходя из условия неразрывности (баланса), приложенного к бесконечно малому отрезку по длине русла dx получается в виде:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial \varpi}{\partial t} = q_{xt} \quad (5.1)$$

где x и t - координаты расстояния и времени, Q и ϖ - расход и площадь потока. В общем случае боковой приток есть функция времени и пространства, что и показывают соответствующие индексы.

В результате обширных натурных и теоретических исследований А.Н.Бефани принимает за основу формулу скорости в виде:

$$V = cy^n \quad (5.2)$$

Поскольку между действующим гидравлическим радиусом склоновых ручейков R и глубиной слоя y , равномерно распределённого по ширине склона, существует прямая зависимость, возможна замена R на y в формуле ручейковой скорости. Выделив на склоне полосу метровой ширины при фактической глубине потока, распределённой равномерно по всей ширине склона y , получим $\varpi = y$ и $Q = cy^{n+1}$, где величина $c = mI^n$ постоянна для данного склона и зависит от его уклона, микрорельефа, растительности, т.е. от факторов относительно устойчивых, поэтому величину c принято называть **склоновой постоянной**, величина c, n например, для травостоя, можно принять равной единице.

Боковой приток на метровую полосу за время дождя равен переменной во времени интенсивности водообразования, т.е. $q_{xt} = h_t$. После окончания дождя вместо водообразования поверхность будет терять воду на просачивание и испарение, т.е. $q_{xt} = -k$, где k - сумма потерь на просачивание и испарение в единицу времени.

Таким образом дифференциальное уравнение склонового стока в фазе подъёма можно представить в виде:

$$(n+1)cy^n \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} = h_t \dots\dots\dots (5.3)$$

Выясним, функцией каких переменных является функция q_{xt} . Водообразование h_t - изменяется только во времени, поскольку склон занимает малую площадь, и водообразование по ней не редуцирует. График водообразования h_t определяется графиками

дождя и впитывания, типизировать которые очень трудно. В первом приближении будем считать, что $h_t = \text{const}$.

6. Интегрирование уравнения склонового стока (в фазе подъёма)

Из курса математики известно, что если между частными производными функции существует линейная связь, то данное диф. уравнение может быть записано в виде системы характеристических уравнений. Тогда:

$$(n+1)cy^n \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} = h \dots\dots\dots (6.1)$$

откуда

$$\frac{dx}{(n+1)cy^n} = \frac{dt}{1} = \frac{dy}{h}; \text{ рассмотрим первую пару уравнений:}$$

$$\frac{dx}{(n+1)cy^n} = \frac{dy}{h}, \text{ следовательно:}$$

$hdx = (n+1)cy^n dy$; после интегрирования получим:

$$hx = cy^{n+1} + C_1 \dots\dots\dots (6.2)$$

Вторая пара уравнений:

$$dt = \frac{dy}{h} \text{ откуда } hdt = dy;$$

после интегрирования:

$$ht = y + C_2 \dots\dots\dots (6.3)$$

Необходимо найти общее решение дифференциального уравнения, выражающее зависимость y от обоих переменных x и t . Для этого необходимо найти связь между коэффициентами C_1 и C_2 , т.е. $\Phi(C_1 C_2) \equiv 0$.

Произвольная функция $\Phi(C_1 C_2)$ даёт бесчисленное множество решений, из которых необходимо выбрать те, которые удовлетворяют условиям поставленной задачи, т.е. соответствуют нашей модели явления, а именно – поставить начальные и граничные условия.

Начальные условия: в момент времени $t=0$ расчётный слой стока тоже равен 0.

С другой стороны граничные условия предполагают, что в начале отсчёта (на водоразделе) слой стока равен нулю.

Итак, начальные условия:

$$t = 0 \Rightarrow y = 0$$

граничные условия:

$$x = 0 \Rightarrow y = 0$$

Подставив начальные условия в (6.3), получим $C_2 = 0$, тогда

$$y = ht \dots\dots\dots (6.4)$$

Используя граничные условия из (6.2) получим $C_1 = 0$, соответственно:

$$hx = cy^{n+1} \dots\dots\dots (6.5)$$

Таким образом, получены два частных, независимых друг от друга решения уравнения (6.1).

Из (6.4) и (6.5) видно, что между C_1 и C_2 связи нет, т.е. общий интеграл дифференциального уравнения склонового стока не существует.

Функция стока имеет разрыв .

Если существуют два частных, независимых друг от друга решения, одно из которых выражает зависимость Y от X , т.е. от расстояния, а второе – описывает изменение Y во времени, то это значит, что первое уравнение справедливо в целом интервале значений t , т.е. выражает зависимость стока только от координат пространства, второе же выражает зависимость стока только от времени, и не зависит от расстояния.

Физически это явление объясняется тем, что верхняя часть потока в профиле имеет криволинейный характер и описывается уравнением (6.5). Сток в этой части склона не зависит от времени, значит это выражение характеризует *установившееся во времени движение*.

Уравнение (6.4) описывает сток в нижней части склона, где глубины нарастают пропорционально общему слою водообразования (пропорционально времени), поэтому здесь имеет место *неустановившееся во времени, но неизменное в пространстве движение*.

Криволинейная часть поперечного профиля склонового потока смыкается с прямолинейной в некоторой плоскости, называемой *раздельным сечением*. В этой плоскости имеет место разрыв непрерывности функции стока.

6.1 Элементарная схема формирования склонового стока.

Предполагается, что склон орошается дождём постоянной интенсивности (h_0). Потери на впитывание (k_0) также постоянны. В таком случае постоянна и интенсивность водообразования, т.е. $h = h_0 - k_0 = const$.

Допустим, что скорость добегаания постоянна. Если принять за единицу времени 1сек., то слой водообразования образуется в начале, а сток с бассейна происходит в конце каждой секунды. Таким образом V - это путь, который проходит частица воды за 1сек.

В 1-ю единицу времени бассейн покроется слоем h . В конце 1 сек. вода стечёт с 1-й полосы бассейна, прилегающей к водоприемнику. Объём стёкшей воды равен за этот период произведению интенсивности водообразования h на площадь 1-2-3-4, а расход будет $Q_1 = Vbh = Vb\sigma_0 h_0$, где b - ширина потока. У водораздела освободится полоска 1-2.

За вторую секунду стока в водоприемник стечёт как вода, образованная в начале этой секунды на первой полоске, так и вода, образованная на второй полоске в начале первой секунды и передвинувшаяся за первую секунду на нижнюю полоску. Следовательно, расход будет равным: $Q_2 = 2hVb$;

В продольном профиле образовавшийся в начале второй секунды слой воды восстановит на участке А-1 глубину h , а на участке 1'-В, напластавшись на ранее образовавшийся слой воды, доведёт глубину до $2h$. За 2-ю секунду поток вновь передвинется на длину V в направлении уклона. При этом расход стока, как произведение скорости на площадь сечения F , будет как в выходном створе, так и выше, равным $VF = 2Vbh$.

Таким же образом будет развиваться сток и дальше. В 3-ю секунду в водоприемник поступит вода с трёх полосок: с третьей, возникшая в 1-ю секунду, со 2-й, возникшая во 2-ю секунду, и с 3-ей, возникшая в 1-ю секунду. Расход станет равным $Q_3 = 3hvb$. При этом глубина воды на расстоянии V от водораздела будет по-прежнему h , на расстоянии $2V$, как и во вторую секунду $2h$, и на

расстоянии $3V$ и до конца склона $-3h$, при расходе $Q_3 = FV = 3Vbh$.

В общем случае в t -ю секунду сток со склона составит из притока с t полосок длиной V , т.е. с площади длиной Vt . Эта площадь, с которой вода, образовавшаяся в разные интервалы времени на различно удалённых полосках, поступает к водоприемнику одновременно, формируя секундный расход стока, называется площадью одновременного стока w_t . Следовательно, расход в произвольный момент времени t будет $Q_t = hw_t = Vtbh$. В продольном профиле формирование этого расхода можно представить как движение объёма длиной V , образовавшегося в первую секунду на t -й полоске, т.е. на расстоянии Vt от водоприемника. Этот объём, передвигаясь за каждую секунду на расстояние V , суммируется со следующим во времени объёмом водообразования, поэтому глубина потока в t -ю секунду становится равной ht , площадь – bht , и расход $Q = Vbht$. Таким же образом из сложения последующих объёмов воды, образующихся за время движения капли по склону, слагаются и расходы, на всём нижнем участке $(L - Vt)$, с постоянной глубиной ht и постоянным расходом.

В верхней части склона, на длине Vt , глубины потока равномерно убывают к водоразделу. Во времени глубины нарастают только в нижней части потока. Так, в створе, удалённом от водораздела на расстояние, например, $10V$, глубина будет нарастать лишь до $10h$, т.е. до 10-й секунды – до момента добегания элементарного объёма, образовавшегося в начале дождя у водораздела. Объём же воды, образовавшийся у водораздела во 2-ю, 3-ю и т.д. секунды после начала дождя, возникают на полоске, с которой уже сбежал объём водообразования предыдущей секунды, и движутся, при условии постоянства скорости, до вышеуказанного створа опять – таки в течении 10 секунд – (со 2-й по 11-ю, с 3 по 12-ю и т.д.), т.е. наращивают один и тот же слой $10h$. Максимальное значение сток с прямоугольного склона имеет в момент окончания дождя, т.к. после этого взамен водообразования начинается водоотдача на всей поверхности склона в атмосферу (испарение) и в почву.

Форма стока и характер продольного сечения потока в момент наибольшего развития стока, т.е. в момент окончания дождя,

зависит от соотношения между продолжительностью дождя T и временем добега воды по склону $t_{ck} = l/V$.

6.2 Определение координаты раздельного сечения (волны стока).

Выразим величину y из (6.5):

$$y = \left(\frac{hx}{c} \right)^{\frac{1}{n+1}} \dots\dots\dots (6.6)$$

Приравняв (6.5) и (6.6), найдём *путь добега раздельного сечения, или волны склонового стока* :

$$x_t = ch^n t^{n+1} \dots\dots\dots (6.7)$$

Момент времени, к которому волна достигнет замыкающего створа, т.е. *время добега волны T'* , получим, подставив $x_t = l$ и $t = T'$:

$$T' = \left(\frac{l}{ch^n} \right)^{\frac{1}{n+1}} \dots\dots\dots (6.8)$$

6.3 Формулы склонового стока

Расход с единицы ширины склона равен cy^{n+1} , следовательно, модуль склонового стока

$$q = \frac{c}{l} y^{n+1}$$

$$y = S_T = h_{cp} T, \dots\dots\dots (6.9)$$

При постоянстве водообразования в момент окончания дождя (водообразования) T путь добега согласно (6.7):

$$x_T = cT^{n+1}h^n \dots\dots\dots (6.10)$$

Очевидно, что при $x < l$, т.е. если длина больше пути добега, то в момент окончания дождя поток состоит из двух частей и в замыкающем створе ещё наблюдается неполный сток с глубиной потока $\dots\dots\dots$ (6.11)

где S_T означает полный слой водообразования от данного дождя и h_{cp} - среднюю за время дождя интенсивность водообразования.

Следовательно, (6.9) переписать в виде:

$$q = \frac{c}{l} S_T^{n+1} = \frac{c}{l} h_{cp}^{n+1} T^{n+1} \dots\dots\dots (6.12)$$

Как показывает (6.12), модуль неполного стока зависит только от общего слоя водообразования, на нём не отражаются колебания водообразования во время выпадения осадков.

При постоянном водообразовании (6.12) можно записать так:

$$q = \frac{c h^n T^{n+1}}{l} h = \frac{x_T}{l} h = \beta h \dots\dots\dots (6.13)$$

где $\beta = \frac{x_T}{l}$ представляет собой *коэффициент полноты стока*.

При $x_T \Rightarrow \beta = 1$ и сток становится полным.

При постоянном водообразовании $y = \left(\frac{hl}{c}\right)^{\frac{1}{n+1}}$, следовательно с учётом (11) получим известную формулу полного стока $q = h$.

7. Спад склонового стока

Здесь рассматриваются закономерности стекания после конца водообразования.

Дифференциальное уравнение стока на спаде запишется в виде:

$$(n+1)cy^n \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} = -k'_t \quad (7.1)$$

В период водообразования впитывание k_t может быть принято постоянным. После окончания осадков вода быстро концентрируется в микроручейковой сети и по ней происходит быстрый сброс в водоприемник. В этот период впитывание k_t происходит только в руслах ручейков, поэтому площадь, на которой происходит впитывание, резко сокращается, и процесс этот происходит непрерывно.

Для учёта этого явления используется коэффициент затопления склона λ :

$$\lambda_t = \frac{w_t}{w}, \text{ где } w - \text{ общая площадь склона, } w_t - \text{ площадь склона,}$$

занятая ручейками на момент времени t , λ_t -переменный коэффициент затопления, наибольший в момент окончания водообразования (λ_0)

$$\lambda_0 = \frac{w_0}{w} = \frac{b}{B} - \text{ для створа шириной } B \text{ при ширине ручейков } b \text{ в}$$

момент окончания водообразования.

Тогда величину впитывания на спаде можно записать так:

$$k'_t = \lambda_t k_t \dots\dots\dots (7.2)$$

Динамика коэффициента затопления во времени описывается следующим выражением:

$$\lambda_t = \lambda_0 \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)^\delta \dots\dots\dots (7.3)$$

где τ - продолжительность стока ; δ - показатель степени, характеризующий убывание затопленной площади во времени, он изменяется в пределах $1=1,5$.

7.1 Определение коэффициента λ_0

Представим, что на склоне шириной B находятся N ручейков со средней высотой бугорков (бугристостью) равной ΔH ; тогда ширина ручейков в заполненном состоянии составит

$$B' = \frac{B}{N} \dots\dots\dots (7.4)$$

В момент окончания водообразования за время t_{ck} (для случая неполного стока) на склоне находится слой воды, равный общему слою водообразования. Общая площадь сечения потока в створе составит $S_{t_{ck}} B$; с другой стороны

$$S_{t_{ck}} B = \frac{1}{2} b' h N \dots\dots\dots (7.5)$$

где h - глубина ручейков при данном слое водообразования;
 b' - ширина ручейков при данной степени заполнения. Из рисунка
 следует пропорция:

$$\frac{\Delta H}{h} = \frac{B'}{b'}, \text{ откуда: } h = \frac{\Delta H b'}{B'} \text{ с учётом (7.4) получим:}$$

$$h = \frac{\Delta H b' N}{B}, \dots\dots\dots (7.6)$$

подставим (7.6) в (7.5):

$$S_T B = \frac{b' N \Delta H b' N}{2B}, \text{ учитывая, что } b' N \text{ есть общая ширина всех}$$

ручейков в створе, получим:

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{2S_T}{\Delta H}} \dots\dots\dots (7.7)$$

Тогда:

$$k'_t = \lambda_t k_t = \lambda_0 \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)^\delta k_\tau = \sqrt{\frac{2S_T}{\Delta H}} \left(1 - \frac{t}{\tau}\right)^\delta k_\tau \dots\dots\dots (7.8)$$

Интегрирование дифференциального уравнения для случая
 полного стока даёт общее решение в виде:

$$\left(\lambda_0 k_t + \frac{\lambda_0 k_t}{2\tau} - y \right)^2 = \frac{h}{c} \left(x - c \lambda_0 k_\tau t^2 + \frac{2}{3} \frac{c \lambda_0 k_t}{\tau} t - 2c y t \right) \quad (7.9)$$

Это уравнение получено для $n=1$ и $\delta=1$.

Если в (7.9) подставить $x=l$, а $t=\tau$, можно определить
 продолжительность спада для случая полного стока:

$$\tau = \left(\frac{l}{c k_\tau^n \eta} \right)^{\frac{1}{n+1}} \dots\dots\dots (7.10)$$

где η - параметр, зависящий от формы ландшафта.

Отсюда можно определить длину склона, которую пройдёт
 вода, прежде чем впитаться:

$$l = t^{n+1} c k_\tau^n \eta \dots\dots\dots (7.11)$$

где l - длина склона, которая освободится к моменту времени t .

При неполном стоке поток в момент окончания водообразования состоит из двух элементов – нижнего с глубиной $y = S_T = h_T t$, на участке, где ещё не добежала волна, и верхнего, с условиями полного стока, на участке завершившегося добегания. **Поэтому и динамика спада при неполном стоке складывается из двух элементов, имея разрыв непрерывности в момент добегания волны стока t_{1c} .**

Первоначально стекает нижняя часть потока, имевшая к концу водообразования глубину S_T . Интегрирование при начальных условиях $t = 0 \Rightarrow y = ht$, даёт:

$$y = S_T - \frac{\lambda_0 k_t}{1+\delta} \tau \left[1 - \left(1 - \frac{t}{\tau} \right)^{1+\delta} \right] \dots\dots\dots (7.12)$$

Кривая, соответствующая уравнению (7.12) называется кривой спада типа I.

В момент добегания t_{1c} , начинается спад верхней части потока, происходящий по кривой второго типа.

Суммарное впитывание за время t , считая от начала спада, определяется так:

$$\sum k'_t = \int_0^t k'_t dt = \int_0^t \lambda_0 k_t \left(1 - \frac{t}{\tau} \right)^\delta dt = \frac{\lambda_0 k_t}{1+\delta} \left[1 - \left(1 - \frac{t}{\tau} \right)^{1+\delta} \right] (7.13)$$

Сопоставляя (12) и (13), запишем:

$$y = S_T - \sum k'_t = S_T - k_{cp,\tau} \tau \dots\dots\dots (7.14)$$

где $k_{cp,\tau}$ - средняя интенсивность за время спада, произведение $k_{cp,\tau} \tau$ - есть общие потери стока на впитывание после окончания водообразования.

Модуль стока в этом случае определяется уравнением:

$$q = \frac{c}{l} (S_T - k_{cp,\tau} \tau)^{n+1} \dots\dots\dots (7.15)$$

это- параболическая кривая, имеющая меньшую вогнутость, обычно она приближается к параболе 2-го порядка.

Сток может закончиться ещё до истечения времени t_{1c} в результате истощения слоя водообразования на впитывание, т.е. в момент времени τ_1 , когда в уравнениях (7.12 и 7.14) величина $y=0$. В этом случае τ_1 называется «временем истощения» слоя водообразования и определяется простым соотношением

$$\tau_1 = \frac{S_T}{k_\tau} \dots\dots\dots (7.16)$$

Итак, особенности динамики спада заставляют выделить две качественно различные формы склонового стока.

1. Сток завершённый, наблюдающийся, если добегание волны завершится до момента, к которому весь образовавшийся слой воды истощится на впитывание, т.е. *если $t_{1c} < \tau_1$* .

Продолжительность спада при завершённом стоке определяется *временем стекания (временем отвода) τ* по выражению (7.10).

Если в формулу времени отвода (7.10) подставить из (7.16) значение времени $\tau = \tau_1$, в течении которого слой водообразования истощится на впитывание, получим:

$$l_{\max} = \eta c \frac{S_T^{n+1}}{k_\tau} \dots\dots\dots (7.17)$$

Величина l_{\max} представляет собой ту длину склона, которую успевают пробежать волна как в течении времени водообразования (путь x_T), так и после него – до момента истощения стекающего слоя на впитывание. *Завершённый сток имеет место в случае $l < l_{\max}$ и, следовательно, характеризуется участием в стоке всей площади склона.* Полный сток всегда бывает завершённым и характеризуется кривой спада типа II. При неполном завершённом стоке кривая спада имеет сложные очертания – кривая I в момент времени t_1 сменяется кривой II.

2. Сток незавершённый наблюдающийся при $l > l_{\max}$ или, иначе говоря, когда $t_{1c} > \tau_1$, то есть в случае, когда истощение стока произойдёт раньше, чем волна стока достигнет водоприемника. В этом случае продолжительность спада определяется только впитывающей способностью почв и слоем водообразования, а кривая спада неразрывна. В этом случае в стоке участвует только

нижняя часть склона длиной l_{\max} ; верхняя часть склона длиной $l - l_{\max}$ участия в стоке не принимает не только в фазе подъёма, но и в фазе спада. Все выпавшие на неё осадки поглощаются в процессе стекания по склону.

8. Дифференциальное уравнение стока для элементарного русла и разветвлённых русловых систем.

Движение воды в руслах рек представляет собой процесс трансформации склонового притока, формирующегося в результате снеготаяния или выпадения дождевых осадков.

Временные водотоки и элементарные водосборы могут быть смоделированы в виде прямоугольника, прорезаемого руслом реки. В этом случае водосбор представляется в виде «раскрытой книги». В этом случае допускают, что функция притока не меняется по длине реки.

8.1 Дифференциальное уравнение стока для элементарного русла

Дифференциальное уравнение руслового стока для элементарного водосбора (с учётом факторов руслопойменного и берегового регулирования) получено А.Н.Бефани из уравнения неразрывности и водного баланса в виде:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial \omega'}{\partial t} = Q'(t), \quad (8.1)$$

где ω' включает в себя площадь живого сечения потока независимо от того, происходит движение только в русле или в виде руслопойменного потока, т.е:

$$\omega' = \omega + \omega_n + \omega_a,$$

где ω - живое сечение русла, ω_n - общее сечение всего пойменного потока, ω_a - площадь водного сечения аллювиальных вод, т.е. той части пойменного и руслового потока, которая расходуется на заполнение аллювия ложа и берега при увеличении уровня воды, и вновь сбрасывается в русло при его понижении.

Между степенью заполнения русла и площадью сечения пойменного и аллювиального потоков существует прямая зависимость, поэтому можно записать: $\omega_n = \alpha_1 \omega$, а $\omega_a = \alpha_2 \omega$, где α_1 и α_2 - угловые коэффициенты зависимостей $\omega_n = f(\omega)$ и $\omega_a = f(\omega)$.

Тогда:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t}(\omega + \alpha_1 \omega + \delta \alpha_2 \omega) = Q'(t), \quad (8.2)$$

или:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + (1 + \alpha_1 + \delta \alpha_2) \frac{\partial \omega}{\partial t} = Q'(t). \quad (8.3)$$

Обозначив $(1 + \alpha_1 + \delta \alpha_2) = a_p$, где a_p - коэффициент, характеризующий степень руслопойменного регулирования, а δ - коэффициент водоотдачи аллювия.

Запишем уравнение которое описывает изменение расхода воды по длине участка и площади живого сечения во времени и эффекты руслопойменного водообмена и регулирования для элементарного русла:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial t} a_p = Q'(t) \quad (8.4)$$

где $Q'(t)$ - интенсивность склонового притока.

8.2 Дифференциальное уравнение стока для разветвлённых русловых систем.

На разветвлённых русловых системах процессы формирования стока имеют более сложный характер. Здесь при составлении уравнения необходимо учитывать не только поступление воды со склонов, но и концентрированное поступление воды при впадении притоков, и неравномерность водоотдачи по площади.

А.Н.Бефани при описании формирования стока для разветвлённых русловых систем совместил два метода: изохрон и аналитический.

Общее дифференциальное уравнение стока для разветвлённых систем можно представить в виде :

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = n_1 Q'(t), \quad (8.5)$$

где n_1 - количество русел, пересекаемой изохроной руслового добегания, удалённой на расстояние x от водораздела. Приближённо:

$$n_1 = \frac{B_x}{2l} = \alpha B_x = \alpha B(t), \quad (8.6)$$

где α - коэффициент густоты овражно – балочной и речной сети; B_x - ширина бассейна по изохронам руслового добегания. Подставляя (2) в (1) и учитывая, что $Q = \omega V_\delta$, А.Н.Бефани

получает следующее дифференциальное уравнение для разветвлённых русловых систем:

$$V_\delta \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial t} a_p = \alpha B_x Q'(t) \quad (8.7)$$

Для получения общего решения (8.7) необходимо доказать правомерность допущения $V = Const.$, в противном случае получается множество частных решений.

8.3 Закономерности изменения скорости добегания по длине реки при прохождении максимальных расходов

Известно, что $Q = \omega V_\delta$; с другой стороны для расчёта скорости добегания разработана формула:

$$V_\delta = c \sqrt{h_{cp} I_p}, \quad (8.8)$$

где h_{cp} - средняя глубина; c - коэффициент шероховатости, I_p - уклон реки. Однако средняя глубина потока на безприточном участке значительно изменяется от переката к плёсу, при постоянном расходе.

Поэтому разработана другая методика, в которой h_{cp} выражается через так называемый «критический расход» Q_{kp} . При выходе воды на пойму шероховатость резко возрастает, а скорость

стабилизируется, или даже снижается. Точка стабилизации кривой $V = f(Q)$ соответствует критическому расходу.

Тогда формула для расчёта скорости добегания запишется в виде:

$$V_{\partial} = c_0 Q_{kp}^{\alpha} I^{\beta} \quad (8.9)$$

С другой стороны, с увеличением длины реки (или площади водосбора) уклон реки уменьшается по вогнутой кривой, а критический расход наоборот, возрастает.

Совместное влияние расхода и уклона приводит к тому, что скорость добегания волны для максимумов практически не изменяется по длине реки, что подтверждается и натурными наблюдениями, т.е. допущение $V_{\partial} = Const$ является вполне оправданным.

8.4 Интегрирование дифференциальных уравнений стока по русловым системам.

Интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных достигается при помощи системы вспомогательных уравнений в обыкновенных дифференциалах. В частности, для (8.7) оно запишется:

$$\frac{dx}{V_{\partial}} = \frac{dt}{a_p} = \frac{d\omega}{\alpha B(t)Q'(t)} \quad (8.10)$$

Найдём частные решения системы (8.10), описывающей динамику площадей притока во времени и в пространстве. Рассмотрим два частных уравнения:

$$1. \quad dx = \frac{V_{\partial}}{a_p} dt \quad \text{откуда} \quad x = \frac{V_{\partial} t}{a_p} + C_1, \quad (8.11)$$

$$2. \quad d\omega = \frac{1}{a_p} \alpha B(t)Q'(t) dt \quad \text{или} \quad \omega = \frac{1}{a_p} \int Q'(t)B(t)dt + C_2 \quad (8.12)$$

Введём обозначение:

$$\xi' = \frac{1}{a_p} = \frac{1}{1 + \alpha_1 + \delta\alpha_2} \quad - \quad \text{коэффициент руслопойменного}$$

регулирования.

Для отыскания постоянных интегрирования C_1 и C_2 зададимся начальными ($t=0; \omega=0$) и граничными ($x=0; \omega=0$) условиями.

При использовании начальных условий приходим к выражению, отражающему динамику площадей живого сечения ω во времени. В этом случае:

$$C_1 = x; C_2 = 0, \text{ а } \omega = \alpha \xi' \int_0^t Q'(t) B(t) dt \quad (8.13)$$

Для того, чтобы получить уравнение, описывающее динамику площади живого сечения в пространстве, воспользуемся граничными условиями. Тогда :

$$C_1 = -\xi' V_{\partial} t;$$

$$C_2 = -\alpha \xi' \int_0^t Q'(t) B(t) dt$$

Общее решение дифференциального уравнения (8.9) есть некоторая функция $\Phi(C_1; C_2) \equiv 0$. Учитывая, что $t = -\frac{C_1}{\xi' \frac{V_{\partial}}{a_p}}$, то

$C_2 = -\alpha \xi' \int_0^{-\frac{C_1}{\xi' \frac{V_{\partial}}{a_p}}} Q'(t) B(t) dt$. Подставив вместо C_1 и C_2 их значения в (8.13), получим:

$$\omega = \alpha \xi' \int_0^t Q'(t) B(t) dt - \alpha \xi' \frac{-x + \frac{V_{\partial}}{a_p} t}{\xi' \frac{V_{\partial}}{a_p}} \int_0^{\frac{-x + \frac{V_{\partial}}{a_p} t}{\xi' \frac{V_{\partial}}{a_p}}} Q'(t) B(t) dt;$$

После несложных преобразований :

$$\omega = \alpha \xi' \int_0^t Q(t) B(t) dt - \alpha \xi' \int_0^{t-t_x} Q'(t) B(t) dt, \quad (8.14)$$

Из (8.14) получим выражение, описывающее формирование стока в пространстве:

$$\omega = \alpha \xi' \int_{t-t_x}^t Q'(t) B(t) dt. \quad (8.15)$$

8.5 Замедленный тип стока по русловым системам (с учётом руслопойменного регулирования)

В этом случае имеет место соотношение $t_p > T_0$, т.е. продолжительность склонового притока T_0 меньше времени руслового добега t_p .

В этом случае площадь живого сечения, формирующая Q_m , равна:

$$\omega_{\max} = \alpha \xi' \int_0^{T_0} Q'(t) B(t) dt \quad (8.15)$$

При осреднении ширины водосбора в пределах действующей площади одновременного стока, формирующей Q_m , запишем приближённо:

$$\omega'_{\max} = \alpha \xi' B'_{cp} \int_0^{T_0} Q'(t) dt = \xi' B'_{cp} y_m, \quad (8.16)$$

где y_m - общий слой склонового притока, B'_{cp} - средняя ширина водосбора в пределах действующей площади.

Обозначим отношение ω_{\max} естественного водосбора к ω'_{\max} через K'_2 . Тогда:

$$\omega_{\max} = \omega'_{\max} K'_2 = \xi' B'_{cp} y_m K'_2, \quad (8.17)$$

где $y_m = \int_0^{T_0} Q' dt$

Выражение для максимального расхода примет вид:

$$Q_m = \omega_m V_\partial = \xi' B_{cp} y_m K_2' V_\partial \quad (8.18)$$

Модуль максимального стока:

$$q_m = \frac{Q_m}{F} = \frac{y_m B_{cp}' \xi' K_2' V_\partial}{B_{cp} L} = \frac{y_m}{t_p} K_2' \frac{B_{cp}'}{B_{cp}} \xi' \quad (8.19)$$

Обозначим отношение $\frac{B_{cp}'}{B_{cp}}$ через K_B , а произведение $K_2' K_B$

- через K_2 .

Коэффициент K_2 , по терминологии А.Н.Бэфани, является вторым гидрографическим коэффициентом и служит для перехода от прямоугольной формы бассейна к реальной. С учётом вышеизложенного:

$$K_2 = \frac{\int_0^{T_0} Q'(t) B(t) dt}{B_{cp} \int_0^{T_0} Q'(t) dt} \quad (8.21)$$

Таким образом,

$$q_m = \frac{y_m}{t_p} K_2 \xi' \quad (8.22)$$

8.6 Развитый сток по русловым системам.

Развитый тип стока имеет место когда $t_p < T_0$. В этом случае площадь живого сечения, формирующая максимальный расход равна

$$\omega_m = \alpha \xi' \int_{t_{kp} - t_p}^{t_{kp}} Q'(t) B(t) dt, \quad (8.23)$$

а

$$\omega_m' = \alpha \xi' B_{cp} \int_{t_{kp} - t_p}^{t_{kp}} Q'(t) dt = \xi' B_{cp} y_{tp}, \quad (8.24)$$

где $y_{t_p} = \int_{t_{кр}-t_p}^{t_{кр}} Q'(t)dt$ - действующий слой стока за предшествующее время руслового добегания t_p , начиная от момента $t_{кр}$.

$$\text{Обозначим: } K_1 = \frac{\omega_m}{\omega'_m} = \frac{\int_{t_{кр}-t_p}^{t_{кр}} Q'(t)B(t)dt}{B_{cp} \int_{t_{кр}-t_p}^{t_{кр}} Q'(t)dt}. \quad (8.25)$$

$$\text{Тогда: } \omega_m = \xi' B_{cp} y_{tp} K_1,$$

а

$$Q_m = \omega_m V_\partial = \xi' B_{cp} y_{tp} K_1 V_\partial.$$

Максимальный модуль стока равен:

$$q_m = \frac{Q_m}{F} = \frac{B_{cp} y_{tp} L}{B_{cp} L t_p} K_1 \xi' = \frac{y_{tp}}{t_p} K_1 \xi', \quad (8.26)$$

где K_1 - первый гидрографический коэффициент.

8.7 Обобщённая формула максимального модуля стока по русловым системам

Получены две структуры для расчёта модулей максимального стока. Чтобы их обобщить и получить единое уравнение для всего диапазона площадей водосборов, а следовательно и для любых соотношений t_p и T_0 , необходимо проанализировать взаимосвязь между y_{tp} и y_m .

Запишем выражения для расчёта этих величин:

$$y_{tp} = \int_{t_{кр}}^{t_{кр} - t_p} Q'(t) dt; \quad y_m = \int_0^{T_0} Q'(t) dt. \quad (8.27)$$

Для удобства математической аппроксимации представим график склонового притока в относительных координатах и в развёртке от максимального значения в виде:

$\frac{Q'(t)}{Q'_m} = 1 - \frac{t}{T_0}$. В этом случае гидрограф примет вид нелинейного треугольника и может быть описан простым аналитическим выражением:

$$Q'(t) = Q'_m \left[1 - \left(\frac{t}{T_0} \right)^n \right]. \quad (8.28)$$

Интегрирование (26) в соответствующих пределах (от 0 до t_p и от 0 до T_0) после несложных преобразований позволяет получить :

$$y_{tp} = Q'_m t_p \left[1 - \frac{1}{n+1} \left(\frac{t_p}{T_0} \right)^{n+1} \right] \quad (8.29)$$

и

$$y_m = Q'_m T_0 \frac{n}{n+1} \quad (8.30)$$

Коэффициент действующего слоя стока $\varphi = \frac{y_{tp}}{y_m}$ показывает,

какая часть общего слоя стока склонового притока участвует в формировании максимального расхода, т.е. показывает величину слоя притока, успевшего поступить со склонов за период руслового добегания t_p , когда последний меньше общей продолжительности склонового притока T_0 .

С учётом (8.30) и (8.31) получим:

$$\varphi = \frac{n+1}{n} \frac{t_p}{T_0} \left[1 - \frac{1}{n+1} \left(\frac{t_p}{T_0} \right)^n \right] \quad (8.31)$$

Коэффициент φ изменяется от 0 при $\frac{t_p}{T_0} \Rightarrow 0$ до 1 при $\frac{t_p}{T_0} \geq 1$.

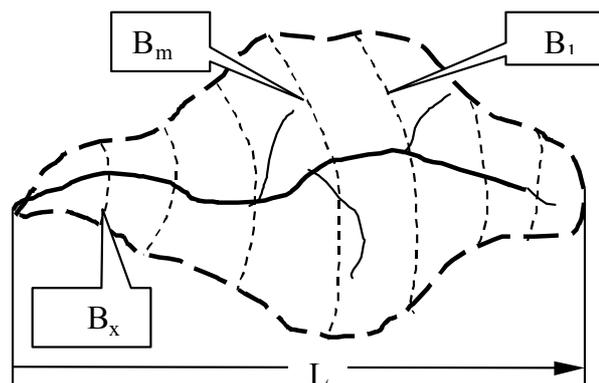


Рис. 8.1. Распределение ширин водосбора по длине реки.

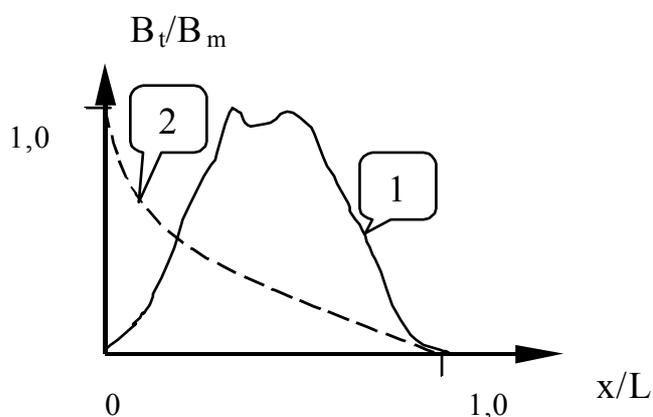


Рис.8.2. Изменение ширины водосбора по длине реки в относительных координатах (1) и в развёртке от максимального значения (2).

Для установления численных значений K_2 и K_1 в рамках выражений (8.21) и (8.25), необходимо наряду с функцией притока (8.28), располагать распределением ширин бассейна по длине потока. Для этого с использованием топографических карт крупного масштаба строится график изменения ширин водосбора по длине реки, который затем представляется в относительных

координатах в развёртке от максимального значения (рис. 8.1, 8.2).

Аналитически зависимость $B=f(x)$ или $B=f(t)$ можно записать в виде:

$$\frac{B(t)}{B_m} = 1 - \left(\frac{t}{T_0} \right)^{m'}$$

$$\text{Откуда } B(t) = B_m \left[1 - \left(\frac{t}{t_p} \right)^{m'} \right]. \quad (8.32)$$

Степенной показатель m' зависит от формы водосбора в плане и колеблется от 2,0 для малых водосборов до 0,5 и менее - для больших рек.

С учётом вышеизложенного, числитель в (8.21) запишется в виде:

$$\int_0^{T_0} Q'(t)B(t)dt = \frac{n}{n+1} Q'_m B_m T_0 * \left[1 - \frac{n+1}{(m'+n+1)(m'+1)} \left(\frac{T_0}{t_p} \right)^{m'} \right], \quad (8.33)$$

а знаменатель:

$$B_{cp} \int_0^{T_0} Q'(t)dt = \frac{m'n}{(m'+1)(n+1)} B_m Q'_m T_0 \quad (8.34)$$

После подстановки (31) и (32) в (20) и, произведя несложные преобразования, получим:

$$K_2 = \frac{m'+1}{m} \left[1 - \frac{n+1}{(m'+n+1)(m'+1)} \left(\frac{T_0}{t_p} \right)^{m'} \right] \quad (8.35)$$

Аналогично преобразуем выражение (8.24) для расчёта 1-го гидрографического коэффициента.

Числитель (8.25) представим в виде:

$$\int_0^{t_p} Q'(t)B(t)dt = \frac{m'}{m'+1} B_m Q'_m t_p \left[1 - \frac{m'+1}{(m'+n+1)(n+1)} \left[\frac{t_p}{T_0} \right]^n \right],$$

а знаменатель:

$$B_{cp} \int_0^{t_p} Q'(t) dt = Q'_m t_p \left[1 - \frac{1}{n+1} \left(\frac{t_p}{T_0} \right)^n \right].$$

Тогда

$$K_1 = \frac{1 - \frac{m'+1}{(m'+n+1)(n+1)} \left(\frac{t_p}{T_0} \right)^n}{1 - \frac{1}{n+1} \left(\frac{t_p}{T_0} \right)^n} \quad (8.36)$$

Из выражений (8.35) и (8.36) видно, что они представляют собой непрерывные возрастающие функции и зависят от одних и тех же параметров: показателей степени графика склонового притока (n) и кривой изохрон (m') и соотношения $\frac{t_p}{T_0}$.

Нижнее значение гидрографических коэффициентов (k_1) равно 1, когда $\frac{t_p}{T_0} = 0$. Верхний предел гидрографического

коэффициента (K_2) равен отношению $\frac{m'}{m'+1}$.

Зависимость K_1 и K_2 от t_p показано на рис.8.3.

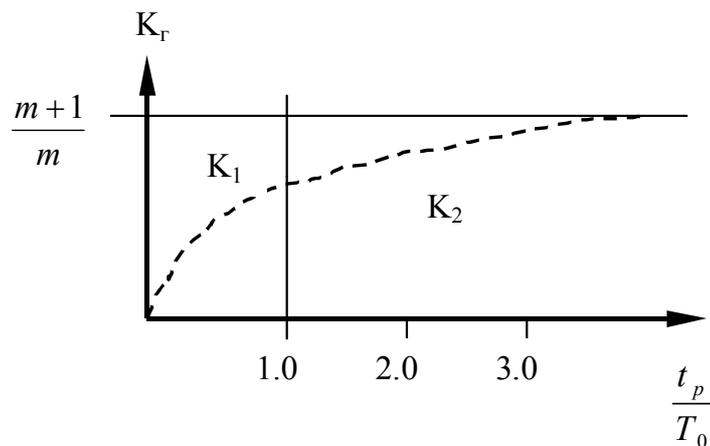


Рис.8.3. Зависимость $K_{г} = f(t_p/T_0)$.

Учитывая, что K_1 и K_2 зависят от одних и тех же аргументов, а

при соотношении $\frac{t_p}{T_0} = 1$ один переходит в другой, то формулу максимального модуля стока для русловых систем можно записать в виде:

$$q_m = \frac{y_m}{t_p} \varphi K_2 \quad (8.37)$$

где K_2 - гидрографический коэффициент, причём если $\frac{t_p}{T_0} < 1$,

то $K_2 = K_1$; в случае $\frac{t_p}{T_0} > 1 \Rightarrow K_2 = K_2$; а при

$$\frac{T_0}{t_p} \rightarrow 0 \Rightarrow K_2 = K_2 = \frac{m'+1}{m'}$$

Формула (8.37) построена на принципе добега паводочной волны. Дополнительное распластывание потока за счёт русло – пойменного водообмена и берегового регулирования и неравномерность распределения водоподачи по площади учитывается путём введения редуционного коэффициента $k_F < 1$, тогда :

$$q_m = \frac{y_m}{t_p} \varphi k_2 k_F \quad (8.38)$$

9. Природа редукии максимальных модулей стока с ростом водосборной площади.

Основной и причиной редукии склонового максимума является время руслового добега или площадь водосбора.

9.1 Упрощённая модель редукии максимального модуля с ростом водосборной площади

Склоновый и русловой гидрографы схематизируем в виде линейных треугольников. Рассмотрим замедленный тип стока, т.е. $t_p > T_0$. Допускаем, что потери в русловой сети отсутствуют, тогда объём стока равен объёму притока, т.е: $W_{np} = W_{cm}$.

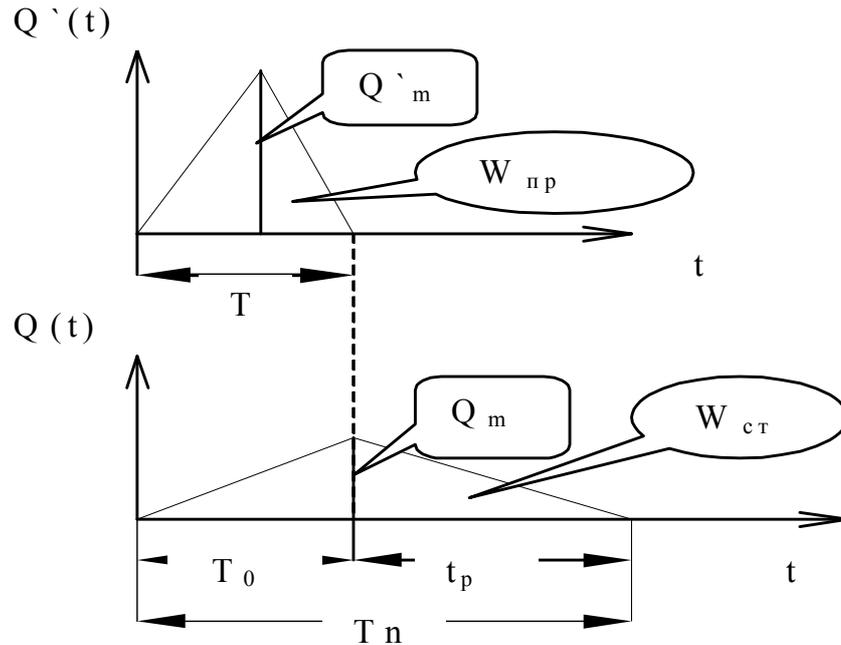


Рис. 9.1 Линейная схематизация склонового и руслового гидрографов.

Поскольку $W_{np} = \frac{1}{2} Q'_m T_0$, а $W_{cm} = \frac{1}{2} Q_m (T_0 + t_p)$, можно

записать:

$$\frac{1}{2} Q'_m T_0 = \frac{1}{2} Q_m (T_0 + t_p) \quad \text{Тогда}$$

$$Q_m = \frac{Q'_m T_0}{T_0 + t_p} \quad (9.1)$$

Разделив и правую части выражения (1) на величину площади водосбора F , а числитель и знаменатель в правой части и на T_0 , получим:

$$q_m = \frac{q'_m}{1 + \frac{t_p}{T_0}} \quad (9.2)$$

Из выражения (9.2) видно, что $q_m < q'_m$ всегда, кроме случая, когда $t_p = 0$. С возрастанием t_p степень редукции увеличивается.

Как известно, t_p является функцией площади водосбора, поэтому можно редуционные графики строить как в зависимости от F или $(1+t_p/T_0)$.

Учитывая этот факт, Соколовский делает допущение :

$$\frac{1}{t_p/T_0} = \frac{1}{(F+1)^n}, \text{ тогда } q_m = \frac{q'_m}{(F+1)^n} \quad (9.3)$$

Из (9.2) следует, что при малой изменчивости продолжительности склонового притока T_0 , редукция максимального модуля обусловлена только распластыванием волны паводка под влиянием времени руслового добега, что же касается (9.3), то из неё не следует, какой именно фактор обуславливает редуцию, но видно, что интегрально редуция может быть описана величиной площади водосбора, т.е. (9.2) в точности соответствует (9.3).

9.2 Общая модель редуции максимального модуля с ростом водосборной площади.

Рассмотрим трансформацию склонового притока в русловой гидрограф при развитом ($t_p < T_0$) типе стока. При линейной схематизации гидрографов (по треугольникам) получаем:

$$W_{np} = 1/2 Q'_m T_0, \text{ откуда } \frac{Q'_m T_0}{W_{np}} = 2; \text{ учитывая, что } \frac{W_{np}}{T_0} = Q'_{cp},$$

получаем в данном случае $\frac{Q'_m}{Q'_{cp}} = 2$, или в общем случае

коэффициент формы склонового гидрографа $K'_\phi = \frac{Q'_m}{Q'_{cp}}$, а

коэффициент формы руслового гидрографа $K_\phi = \frac{Q_m}{Q_{cp}}$

С учётом этих обстоятельств, можно записать:

$$W_{np} = \frac{1}{K'_\phi} Q'_m T_0, \quad \text{а} \quad W_{ст} = \frac{1}{K_\phi} Q_m T_n \quad \text{допуская отсутствие}$$

потерь в русловой сети, принимаем равенство объёмов склонового и руслового стока. Тогда:

$$\frac{1}{K'_\phi} Q'_m T_0 = \frac{1}{K_\phi} Q_m T_n, \quad \text{откуда вытекает:}$$

$$Q_m = \frac{K_\phi T_0 Q'_m}{K'_\phi T_n} \quad \text{разделив на площадь водосбора } F \quad \text{и}$$

домножив на $(T_0 + t_p)$, получим:

$$q_m = \frac{K_\phi q'_m}{K'_\phi} \frac{T_0 + t_p}{1 + \frac{t_p}{T_0}} \quad (9.4)$$

Коэффициент K_ϕ может быть получен по данным наблюдений на гидрологической сети.

Коэффициент K'_ϕ может быть определён только по данным воднобалансовых станций, где производятся наблюдения за склоновым стоком, однако существуют они не во всех регионах. Он может быть получен также графическим способом, путём экстраполяции зависимости $K_\phi = f[\lg(F+1)]$ на ось ординат.

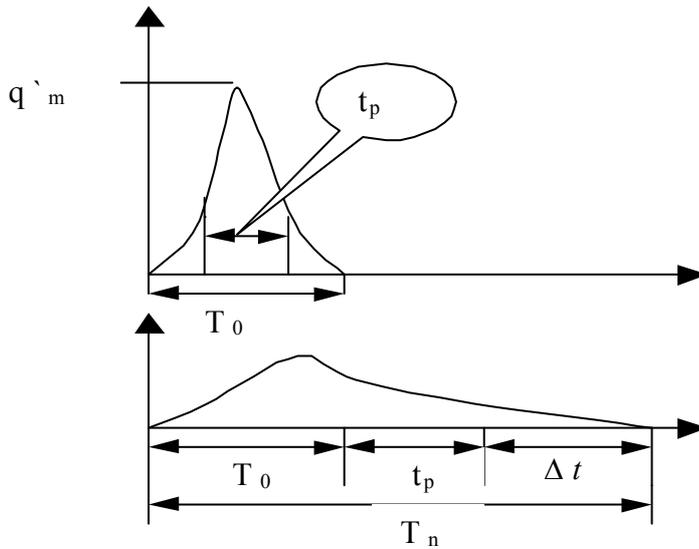


Рис. 9.2 Схема трансформации склонового гидрографа в русловой.

Интервал времени Δt обусловлен опоражнением русло-пойменной ёмкости. Снижение максимального модуля под влиянием русло-пойменного регулирования учитывается коэффициентом $K_n = \frac{T_0 + t_p}{T_n}$, величина которого уменьшается с ростом водосборной площади за счёт развития пойм и уменьшения уклонов водосбора.

В рамках существующих методик определения параметров формулы (9.4), коэффициент K_n является составной частью сомножителя $\frac{K_\phi}{K'_\phi}$.

Равенство слоёв (объёмов) склонового и руслового стока отмечается далеко не всегда. За счёт неравномерности распределения осадков (снегозапасов) по территории, слой руслового стока обычно меньше склонового. Эта особенность учитывается коэффициентом $K_y = \frac{1}{1 + aF^m}$, который называется *коэффициентом неравномерности (редукции) слоя стока по территории*.

Тогда в окончательной редакции формула (9.4) запишется в виде:

$$q_m = \frac{K_\phi}{K'_\phi} \frac{q'_m}{1 + \frac{t_p}{T_0}} K_y \quad (9.5)$$

Резюмируя сказанное, можно констатировать, что редукция максимального стока по площади обусловлена следующими факторами:

1. Неравномерностью распределения по площади слоя стока, которая учитывается коэффициентом K_y .
2. Распластыванием паводочных волн под влиянием времени руслового добега (сомножитель $\frac{1}{1 + \frac{t_p}{T_0}}$),
3. Руслопойменным водообменом и регулированием (сомножитель $\frac{K_\phi}{K'_\phi}$).

9.3 Упрощённые редукционные формулы .

Реализация формулы (9.5) является процессом достаточно сложным.

Поэтому существует два уровня упрощения расчётной структуры, связанных с определёнными упрощениями и допущениями.

9.3.1. Формулы первого уровня упрощения

Первый уровень упрощения предполагает:

$$\frac{K_\phi}{K'_\phi} \frac{1}{1 + \frac{t_p}{T_0}} K_y = \frac{1}{(F+1)^{n'}}, \text{ тогда: } q_m = \frac{q'_m}{(F+1)^{n'}} \dots (9.6)$$

Учитывая, что:

$$y'_m = \frac{1}{K'_\phi} q'_m T_0, \text{ получаем } q'_m = \frac{K'_\phi}{T_0} y'_m = K_0 y'_m.$$

Таким образом приходим к выражению:

$$q_m = \frac{K_0 y'_m}{(F+1)^{n'}} \dots \dots \dots (9.7)$$

Такая структура может применяться в однородных по продолжительности склонового притока регионах.

Коэффициент K_0 определяется как тангенс угла наклона линии связи $q'_m = f(y'_m)$.

При пространственных обобщениях K_0 и n' подлежат районированию, а y'_m картируется.

9.3.2. Формулы второго уровня упрощения

Здесь территориальному осреднению подвергается не только T_0 , но и y'_m . Такое упрощение возможно для дождевых паводков, но не для половодий. Тогда:

$$q'_m = K_0 y'_m = A, \text{ тогда: } q_m = \frac{A}{(F+1)^{m'}} \dots \dots \dots (9.8)$$

Эта формула обоснована Кочериным, затем несколько усовершенствована Соколовским.

К недостаткам формулы можно отнести:

1. Поправки на снижение максимумов за счёт залесённости и заболоченности вводятся непосредственно к максимальному модулю, в то время как они являются факторами, определяющими продолжительность склонового притока.
2. Не учитывается редукция склонового притока по площади.
3. Морфометрические характеристики водосборов учитываются интегрально через их площадь. Это неизбежно приводит к большим погрешностям, особенно если обобщаются одновременно горные и равнинные территории.

10. Расчётная формула максимального стока с малых водосборов

В нормативном документе СНиП 2.01.14-83 для определения максимального стока с малых водосборов рекомендуется формула вида :

$$Q_{P\%} = A_{1\%} \varphi H_{1\%} \delta \lambda_{P\%} F \quad (10.1)$$

Прежде всего необходимо отметить, что под термином «малый водосбор» понимается водосбор с площадью менее 50-200 км², в зависимости от природной зоны или района, где расположен водосбор. Так, например, для равнинной территории зоны тундры малый водосбор имеет площадь менее 50 км², а в горных районах Крыма – до 200 км².

В формуле (10.1): $A_{1\%}$ - максимальный модуль стока вероятностью превышения P , равной 1%; $H_{1\%}$ - максимальный суточный слой осадков вероятностью превышения P , равной 1%; φ - сборный коэффициент стока; $\lambda_{P\%}$ - переходной коэффициент от максимальных мгновенных расходов воды ежегодной вероятностью превышения P , равной 1%, к максимальным расходам воды другой вероятности превышения.

Сборный коэффициент стока φ для равнинных рек при наличии реки-аналога определяется по формуле:

$$\varphi = \frac{q_{1\%}}{166 \bar{\psi}(\tau_{\delta}) H_{1\%}} \left(\frac{I_{\delta}}{I_{\delta a}} \right)^{n_2} \left(\frac{F_a + 1}{F + 1} \right)^{n_3}, \quad (10.2)$$

где $q_{1\%}$ - модуль максимального мгновенного расхода воды реки-аналога ежегодной вероятностью превышения P , равной 1%; $166 \bar{\psi}(\tau_{\delta})$ - ордината кривой редукиции осадков, определяемая по таблице, в зависимости от области распространения кривой редукиции осадков и времени бассейнового добегаания (τ_{δ}); F - площадь водосбора реки - аналога; δ и $H_{1\%}$ тоже, что и в (3.1); I_{δ} и $I_{\delta a}$ - средний уклон водосборов соответственно для исследуемой

реки и для реки аналога; n_2 и n_3 – коэффициенты, определяемые по таблице; τ_{δ} – продолжительность бассейнового добегания (мин), определяемая по формуле

$$\tau_{\delta} = 1.2t_p^{1.1} + t_{ск}, \quad (10.3)$$

где t_p – продолжительность руслового добегания, определяемая по формуле

$$t_p = \frac{1000L}{m_p I_p^m F^{1/4} q_{1\%}^{1/4}}, \quad (10.4)$$

где L – длина реки; F – площадь водосбора; I_p – средний уклон реки; $q_{1\%}$, – тоже, что и в (3.2), m_p – гидравлический параметр русла, $t_{ск}$ – время склонового добегания, колеблется в пределах от 10 до 150 минут в зависимости от географического положения водосбора.

10.1 Редукционные кривые максимальной интенсивности осадков за расчётное время.

Согласно существующей методики, для каждого климатического района бывшего СССР, однородного по характеру выпадения дождей, строятся кривые максимальной интенсивности осадков за интервал времени τ , ординаты которых выражены в долях от суточных осадков H , то есть

$$\frac{I_{\tau}}{H} = \frac{H_{\tau}}{\tau H} = \frac{\psi(\tau)}{\tau} = \bar{\psi}(\tau), \quad (10.5)$$

где I_{τ} – интенсивность осадков; H_{τ} – наибольший слой осадков за время τ ; H – суточный слой осадков.

Рассмотрим, как были получены редукционные кривые интенсивности осадков.

По данным плювиометрической сети определялось количество осадков за интервалы времени 5,10,20,60,120,...,1440 минут для

дождей за возможно большее количество лет. Далее эти ряды ранжировались в порядке убывания признака H_τ , находилась обеспеченность, и строились кривые обеспеченности по интервалам. После чего строилась зависимость слоя осадков, от продолжительности дождя, для заданной обеспеченности.

Интенсивность осадков $\bar{a}_\tau = \frac{H_\tau}{\tau}$ заданной обеспеченности, отнесённая к суточному слою осадков, и будет давать ординату редуцированной кривой интенсивности осадков $\bar{\psi}(\tau) = \frac{\bar{a}_\tau}{H_c}$.

Как выяснилось при построении, редуцированные кривые в пределах одной климатической зоны совпадают, что и дало в последствии возможность объединить их и выделить 33 района, для которых были получены свои редуцированные кривые.

10.2 Методика СНиПа 2.01.14-83 по определению ординат редуцированных кривых максимальной интенсивности осадков.

В нормативном документе СНиП 2.01.14-83 для расчёта максимальных модулей с малых водосборов ($F < 100 \text{ км}^2$) рекомендует формулу предельной интенсивности

$$q_m = A_{1\%} H_c \eta, \quad (10.6)$$

где $A_{1\%}$ - максимальный модуль стока ежегодной вероятностью превышения P , равной 1%; H_c - максимальный суточный слой осадков; η - коэффициент стока.

Более известна следующая редакция этой формулы:

$$q_m = 16,67 \bar{\psi}(\tau) H_c \eta \quad (10.7)$$

Сопоставляя эти две структуры, видим, что $A_{1\%}$ и $16,67 \bar{\psi}(\tau)$ имеют одинаковое значение.

В структуре (10.7) τ определяется по формуле

$$\tau = 1,2t_p^{1,1} + t_{ск} \quad (10.8)$$

Время руслового добегания t_p есть

$$t_p = \frac{L}{V_d}, \quad (10.9)$$

где L – длина реки, V_d – скорость руслового добегания. Время склонового движения $t_{ск}$ можно определить:

$$t_{ск} = \frac{l^{1/2}}{mI_{ск}^{1/4} [H_c \eta 16,67 \bar{\psi}(t_{ск})]^{1/2}} \quad (10.10)$$

Перепишем $16,67 \bar{\psi}(t_{ск})$ в левую часть, тогда

$$t_{ск} [16,67 \bar{\psi}(t_{ск})]^{1/2} = \frac{l^{1/2}}{mI_{ск}^{1/4} [H_c \eta]^{1/2}} \quad (10.11)$$

Обозначим правую часть уравнения (10.11) через $\Phi_{ск}$ – гидроморфометрическая характеристика склонов, то есть

$$t_{ск} [16,67 \bar{\psi}(t_{ск})]^{1/2} = \frac{l^{1/2}}{mI_{ск}^{1/4} [H_c \eta]^{1/2}} = \Phi_{ск} \quad (10.12)$$

Теперь, задаваясь различными $t_{ск}$, определяют значение $\Phi_{ск}$ (10.12) и строят график $\Phi_{ск} = f(t_{ск})$.

Трудность определения $\Phi_{ск}$ состоит в том, что тяжело определить l – длину склона, $I_{ск}$ – уклон склона. Поэтому в нормативном документе СНиП 2.01.14-83 предложено значения $t_{ск}$ устанавливать по характеру подстилающей поверхности.

Вернёмся теперь к (10.9). Согласно Г.А. Алексееву, V_d есть

$$V_d = m_p Q^{1/4} I^{1/3} \quad (10.13)$$

Учитывая (10.9) и (10.13), получаем

$$t_p = \frac{L}{m_p Q^{1/4} I^{1/3}} \quad (10.14)$$

Так как Q_m можно выразить через (10.7), то

$$t_p = \frac{L}{m_p I^{1/3} [16,67\bar{\psi}(\tau) H_C \eta F]^{1/4}} \quad (10.15)$$

Перенесём $16,67\bar{\psi}(\tau)$ в левую часть и получим

$$t_p [16,67\bar{\psi}(\tau)]^{1/4} = \frac{L}{m_p [H_C \eta F]^{1/4} I^{1/3}} \quad (10.16)$$

Обозначим правую часть (10.16) как Φ_p – гидроморфометрическая характеристика русла. Следовательно,

$$\Phi_p = \frac{L}{m_p [H_C \eta F]^{1/4} I^{1/3}} = t_p [16,67\bar{\psi}(\tau)]^{1/4}, \quad (10.17)$$

Задаваясь значениями t_p при фиксированном значении $t_{ск}$, определяют функцию Φ_p .

При производстве расчётов $A_{1\%}$ опираются на морфометрические характеристики склонов и русла, а также H_C и η .

10.3 Объёмные формулы

Объёмные формулы основаны на схематизации гидрографа стока по одной из геометрических фигур – трапеции или треугольника. Трапециидальные гидрографы встречаются редко, и могут иметь место только на малых водосборах при малоизменяющейся во времени интенсивности притока. Такие гидрографы в природе встречаются редко. Обычно высокие паводки имеют одномодальную треугольную форму. Наиболее полно объёмная формула изложена обоснована в работах Соколовского. Гидрограф он представляет в виде двух парабол, пересекающихся в вершине. (рис.10.3.1)

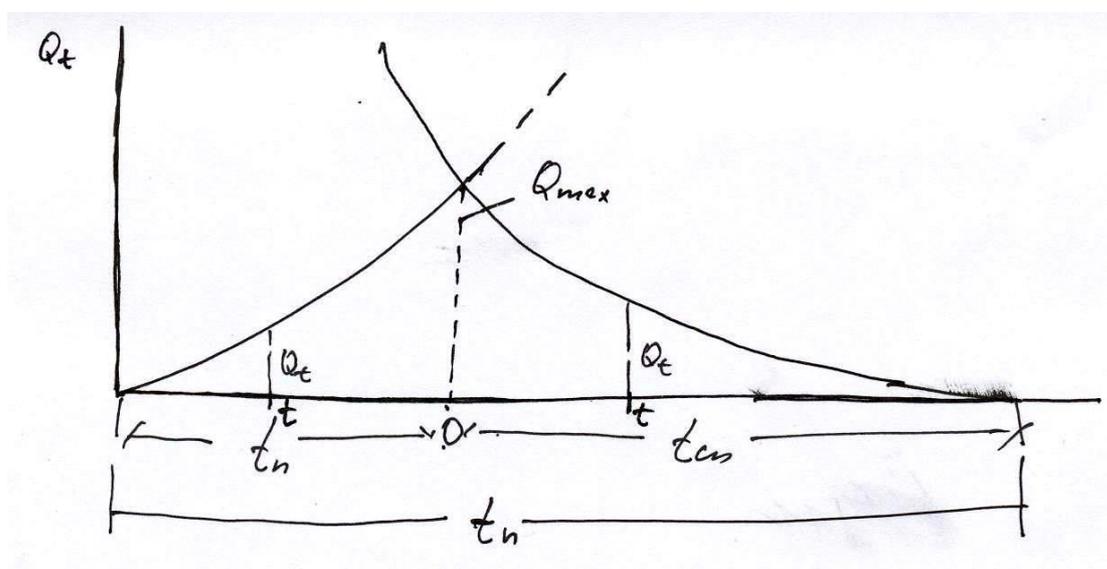


Рис. 10.3.1 Схематизация гидрографа в виде двух пересекающихся в вершине парабол (по Соколовскому).

Уравнения кривых подъёма и спада можно записать из уравнения треугольников и их подобия:

На подъёме :

$$\frac{Q_t}{Q_{\max}} = \left(\frac{t}{t_n}\right)^m; \quad Q_t = Q_{\max} \left(\frac{t}{t_n}\right)^m$$

На спаде:

$$\frac{Q_t}{Q_{\max}} = \left(\frac{t_{cn} - t}{t_n}\right)^n; \quad Q_t = Q_{\max} \left(\frac{t_{cn} - t}{t_{cn}}\right)^m$$

$$W_n = \int_0^{t_n} Q_t dt = Q_m t_n \frac{1}{m+1}; \quad (10.18)$$

$$W_{cn} = \int_0^{t_{cg}} Q_t dt = Q_m t_{cn} \frac{1}{n+1} \quad (10.19)$$

Тогда общий объём паводка составит:

$$\begin{aligned} W &= Q_m t_n \frac{1}{m+1} + Q_m t_{cn} \frac{1}{n+1} = Q_m t_n \left[\frac{1}{m+1} + \frac{t_{cn}}{t_n(n+1)} \right] = \\ &= Q_m t_n \left[\frac{1}{m+1} + \frac{\gamma}{n+1} \right], \end{aligned} \quad (10.20)$$

где $\gamma = \frac{t_{cn}}{t_n} > 1$ - коэффициент, характеризующий симметричность гидрографа;

$$Q_m = \frac{W}{t_n} f, \quad (10.21)$$

где $f = \frac{(m+1)(n+1)}{(n+1) + \gamma(m+1)}$ - характеризует форму гидрографа паводка.

$$\text{Учитывая, что } W = y_m F, \text{ запишем: } Q_m = \frac{y_m}{t_n} f \quad (10.22)$$

Переходя к модулю стока, получим:

$$q_m = \frac{y_m}{t_n} f \quad (10.24)$$

Возможна и другая редакция объёмной формулы.

Учитывая, что $T_n = t_n + t_{cn} = t_n(1 + \gamma)$. Тогда $t_n = \frac{T_n}{(1 + \gamma)}$, откуда

$$q_m = \frac{y_m}{T_n} f(1 + \gamma) = \frac{y_m}{T_n} k_\phi \quad (10.25)$$

Если вновь выразить через расход, получим:

$$Q_m = \frac{y_m F}{T_n} k_\phi = \frac{W}{T_n} k_\phi = Q_{cp} k_\phi, \text{ следовательно } k_\phi = \frac{Q_m}{Q_{cp}}.$$

Относительно максимумов дождевого стока Соколовский вместо y_m вводит расчётный слой осадков. тогда:

$$y_m = \alpha(H_m - H_0), \text{ где } \alpha = \frac{y_m}{H_m - H_0}, \text{ в этом случае:}$$

$$q_m = \frac{\alpha(H_m - H_0)}{t_n} = \frac{\alpha(H_m - H_0)}{T_n} (1 + \gamma) f \quad (10.26)$$

Основной недостаток формулы – необоснованное допущение $t_n = t_p$, сложности при нормировании показателей степени подъёма и спада, и величины T_n .

10.4 Однофазовая объёмная формула.

Однофазовая объёмная формула в значительной степени лишена перечисленных выше недостатков.

Русловой гидрограф, по аналогии со склоновым, можно представить в относительных координатах в развёртке от максимальной ординаты:

$$Q_t = Q_m \left[1 - \left(\frac{t}{T_i} \right)^n \right] \quad (10.27)$$

Тогда объём стока за паводок:

$$W = \int_0^{T_n} Q_t dt = \int_0^{T_n} Q_m \left[1 - \left(\frac{t}{T_n} \right)^m \right] dt = Q_m T_n \left[1 - \frac{1}{1+m} \right] = \quad (10.28)$$

$$\frac{m}{m+1} Q_m T_n$$

Откуда, разделив числитель и знаменатель на T_n , получим:

$$\frac{m+1}{m} = \frac{Q_m T_n}{W} = \frac{Q_m}{\bar{Q}} \quad (10.29)$$

где $\frac{m+1}{m}$ - коэффициент неравномерности руслового стока во времени и соответствует коэффициенту $f(1+\nu)$ в формуле Соколовского.

Переходя к модулям стока, (8) запишем в виде:

$$Y = \frac{m}{m+1} T_n q_m, \quad (10.30)$$

откуда:

$$q_m = \frac{m'+1}{m'} \frac{y_m}{T_n} = \frac{m'+1}{m'} \frac{y_m}{T_0 + t_p} k_p \quad (10.31)$$

10.5 Объёмная формула Огиевского

Огиевский записывает объёмную формулу в следующей редакции:

$$q_m = k_\phi \frac{y_m^r}{T_n}, \quad (10.32)$$

причём $T_n = m t_c + t_p + \tau_\phi$, где τ_ϕ - время перемещения фронта снеготаяния, m - к-т, учитывающий влияние леса и болот, y' - слой стока, сопряжённый с расходом соответствующей вероятности превышения, r - к-т, учитывающий снижение макс. модуля под влиянием озёр и водохранилищ.

10.6 Объёмная формула Алексева

Формула Алексева имеет вид:

$$q_m = \frac{q'_m}{1 + \frac{q' L}{y_m V_{доб}}} = \frac{q'_m}{1 + \frac{q'_m t_p}{y_m}} \quad (10.33)$$

Учитывая, что $y_m = T_0 q'_m$, получаем: $q_m = \frac{q'_m}{1 + \frac{t_p}{T_0}}$, т.е. сводится к

виду редуционной формулы.

10.7 Редуционная формула

Впервые редуционная формула для расчёта весенних максимумов была предложена в 1928 году Кочериным. Структура этой формулы была получена эмпирически, путём обобщения данных по максимальному стоку рек ЕТС. Была получена зависимость максимального модуля от площади водосбора, имеющая убывающий (редуционный) характер (рис.10.7.1).

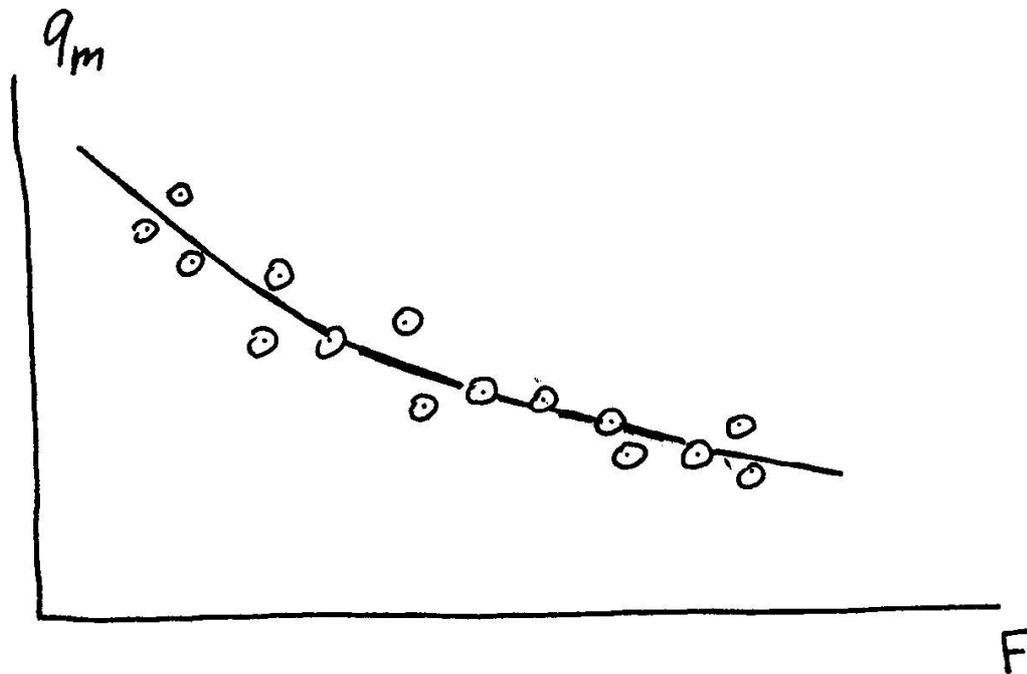


Рис. 10.7.1. Зависимость модуля максимального стока от площади водосбора

Для этой эмпирической кривой получено уравнение:

$$q_m = \frac{A}{(F+1)^{n_1}}$$

Физически параметр A трактуется как максимальный модуль стока с элементарного водосбора, т.е. $q_m = A$ при $F \Rightarrow 0$.

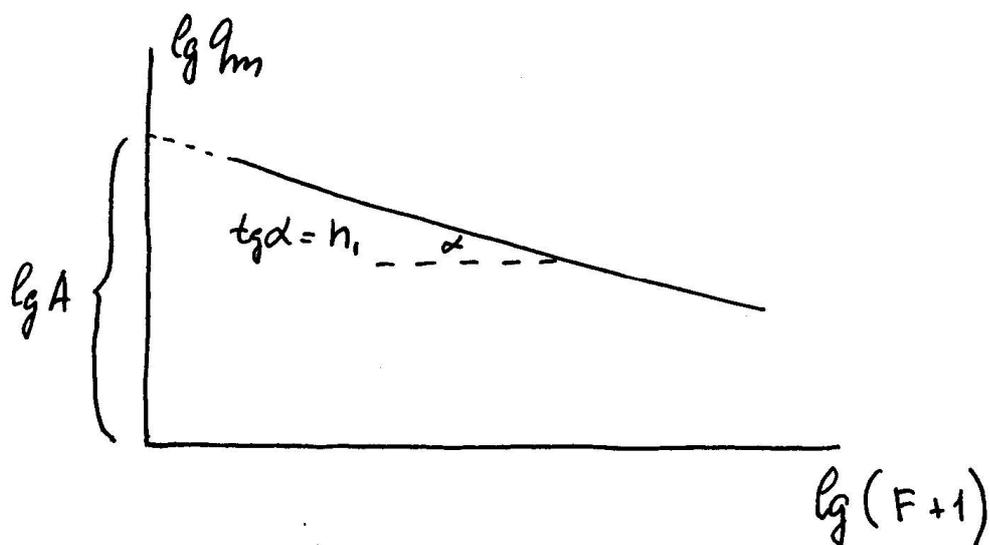


Рис. 10.7.2 Зависимость максимального модуля стока от площади водосбора в логарифмических координатах.

Из графика (рис 10.7.2) следует:

$$\lg q_m = \lg A - n_1 \lg(F+1) \quad (10.34)$$

Для всей территории ЕТС Соколовский получил $n_1 = 0,25$, однако эта зависимость характеризовалась большим разбросом точек. Поэтому параметр A был не осреднён, а получен обратным расчетом $A = q_m (F+1)^{n_1}$ и затем картирован. Появилась первая методика расчёта максимального стока весеннего половодья.

10.8 Формула Воскресенского

В поисках более устойчивого расчётного параметра К.П.Воскресенский предложил вместо параметра A использовать коэффициент дружности или формы гидрографа половодья на

разных реках как отношение максимального модуля к слою стока за половодье:

$$\frac{q_{\max p}}{h_p} = \frac{K_0}{(F+C)^{n_1}},$$

где параметр C – отражает уменьшение редукции в зоне малых площадей.

Переходя к максимальному расходу с единичной площади

$$K_0 = \frac{q'_{\max}}{h} = \frac{A}{h}$$

В результате была предложена расчётная формула максимального стока талых вод вида:

$$q_{\max p} = \frac{K_0 h_p}{(F+10)^{0,25}} \delta_1 \delta_2. \quad (10.35)$$

СНИПом – 83 рекомендуется формула редукционного типа:

$$Q_{p,\%} = \frac{k_0 y_{p\%}}{(F+F_0)^n} \mu \delta \delta_1 \delta_2 F \quad (10.36)$$

k_0 - коэффициент дружности весеннего половодья, его рекомендуется определять по методу аналогии, Для этого по ряду изученных водотоков соседних рек обратным расчётом находится

$$k_0 = \frac{q_{p\%}}{y_p} (F + F_0)^n$$

а для неизученного водосбора эта величина

определяется по интерполяции между соседними известными значениями. Нередуцирующая площадь F_0 и показатель степени редукции рекомендуется определять по географическим зонам:

№п/п	Зоны	n	F ₀
1	Лесотундра и тундра	0,17	1
2	Лесная	0,25	2
3	Лесостепь и степь	0,35	10

μ - поправочный коэффициент, учитывающий несопряжённость при расчёте статистических параметров q_m и y_m , он задан таблицей в зависимости от обеспеченности.

δ_1 - коэффициент, учитывающий снижение максимального модуля под влиянием болот:

$$\delta_1 = 1 - 0,8 \lg(1 + 0,1 f_{\bar{\sigma}}) \quad (10.37)$$

δ - коэффициент, учитывающий снижение максимального модуля под влиянием озёр:

$$\delta = \frac{1}{1 + c f'_{oz}} \quad (10.38)$$

δ_2 - коэффициент, учитывающий снижение максимального модуля под влиянием леса:

$$\delta_2 = \frac{1}{(1 + f_{лес})^{n'}} \quad (10.39)$$