МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

РОБОЧИЙ ЗОШИТ

з дисципліни «ФІЗИКА»
для слухачів факультету довузівської підготовки
(частина 1)

Одеса - 2008

РОБОЧИЙ ЗОШИТ з дисципліни «ФІЗИКА» для слухачів факультету довузівської підготовки. Частина 1
/ Расторгуєва Т.Є., Галич Є.А., Хохлова О. П. – Одеса: ОДЕКУ, 2008. – 129 с.

ЗМІСТ

Зміст.....3
Передмова.....4
1 Вектори. Операції з векторами. Таблиця 1.....5
2 Кінематика прямолінійного руху. Таблиця 2.....6
Заняття 1. Переміщення, шлях.....9
Заняття 2. Середня швидкість.....14
Заняття 3. Прямолінійний рівномірний рух.....19
Заняття 4. Відносність руху. Додавання швидкостей.....23
Заняття 5. Прямолінійний рівнозмінний рух.....27
Заняття 6. Прямолінійний рівнозмінний рух.....31
Заняття 7. Рух тіла по вертикалі під дією сили тяжіння.....35
Заняття 8. Рух тіла під дією сили тяжіння, коли початкова швидкість спрямована під кутом до обрію.....39
3 Кінематика криволінійного руху. Таблиця 3.....44
Заняття 9. Рівномірний рух по колу 45
4 Динаміка. Таблиця 4.....50
Заняття 10. Закон всесвітнього тяжіння.....54
Заняття 11. Динаміка прямолінійного руху.....59
Заняття 12. Динаміка прямолінійного руху.Вага тіла.....63
Заняття 13. Динаміка криволінійного руху.....68
5 Статика. Таблиця 5.....72
Заняття 14.....73
6 Закон збереження імпульсу. Таблиця 6.....77
Заняття 15. Імпульс тіла. Зміна імпульсу.....78
Заняття 16. Закон збереження імпульсу.....83
7 Енергія. Закон збереження енергії. Таблиця 7.....87
Заняття 17. Закон збереження механічної енергії (замкнена система).....88
Заняття 18. Закон збереження енергії (розімкнута система).....92
8 Механічна робота. Потужність. Таблиця 8.....96
Заняття 19. Механічна робота.....97
Заняття 20. Потужність. ККД.....101
9 Механіка рідин і газів. Таблиця 9.....105
Заняття 21. Гідростатичний тиск. Закон Паскаля.....106
Заняття 22. Закон Архімеда.....111
10 Механічні коливання і хвилі. Таблиця 10.....117
Заняття 23. 119
Перелік навчальної літератури…….....128
Додатки.....129

ПЕРЕДМОВА

Запропонований навчальний посібник “Робочий зошит з фізики” є частиною методичного забезпечення, розробленого нами для тих школярів, які готуються до вступу в Одеський державний екологічний університет.

Якісна підготовка слухачів з фізики на факультеті довузівської підготовки за десятимісячний термін можлива лише при ретельному підборі задач для практичних занять, а також при використанні сучасних методик організації занять. У зв’язку з цим весь навчальний матеріал у “Робочому зошиті” (частина 1), що охоплює теми програм першого семестру, розбитий на двадцять три заняття, причому кожній темі, в залежності від її складності, відповідає від одного до трьох занять. Кожне заняття містить як аудиторну роботу, так і домашнє завдання. Домашні завдання до більшості занять аналогічні аудиторним, але трохи простіші від них, оскільки зошит розрахований на великий обсяг самостійної роботи учня.

Для виконання цих завдань потрібні теоретичні знання фізики в обсязі середньої школи.

Задачі в завданнях систематизовані з урахуванням методики їхнього рішення і відповідно до рівня складності.

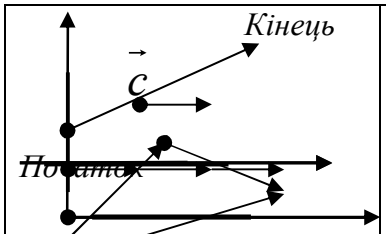
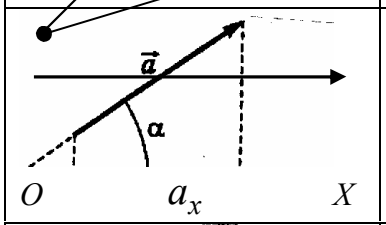
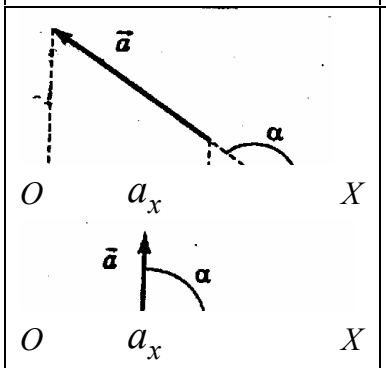
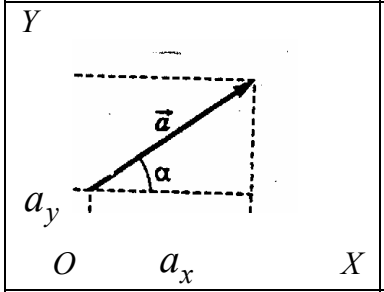
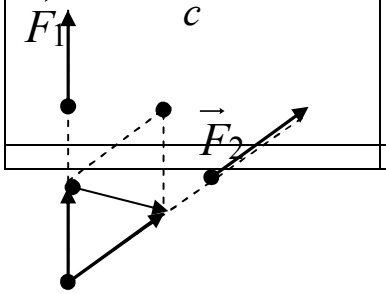
Перед кожною темою, яка вивчається, приведені таблиці основних формул теми, що дозволяє слухачам вільно оперувати з цими формулами і запам’ятовувати їх. У цих же таблицях представлені фізичні константи, та довідкові значення фізичних величин.

Після умови задач залишене поле для оформлення їх рішення. Щоб не вийти за межі цього поля, слухач повинен бути дуже уважненим у зображенні малюнків і запису рішень.

“Робочий зошит з фізики” в основному призначений для навчання під керівництвом викладача, але для добре підготовленого учня він буде корисним і при самостійній роботі.

1 ВЕКТОРИ. ОПЕРАЦІЇ З ВЕКТОРАМИ

Таблиця 1

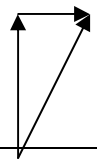
		**Вектор** ($\vec{c}$) – напрямлений відрізок. Векторні величини мають числове значення (модуль), напрямок, точку прикладення.
	$\frac{a_x}{a} = \cos\alpha$ $a_x = a\cos\alpha$	Проекція вектора $\vec{a}$ на ось OX – довжина відрізка (a_x), який з'єднує проекцію початку і кінця вектора на ось OX.
		Проекція вектора може бути додатною, від'ємною і дорівнювати нулю. Якщо кут між напрямком вектора і віссю гострий, то $\cos\alpha > 0 \Rightarrow a_x > 0$; якщо кут тупий, то $\cos\alpha < 0 \Rightarrow a_x < 0$; якщо кут прямий, то $\cos 90^\circ \Rightarrow a_x = 0$.
	$a_x = a\cos\alpha$ $a_y = a\sin\alpha$ $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$	**Модуль векторної величини** можна визначити через проекції вектора на осі OX і OY.
$\vec{b}$ $\vec{a}$	$\vec{a} = k\vec{b}$ $\vec{a} = 3\vec{b}$, якщо $k = 3$	При **множенні векторної величини на скаляр** одержуємо вектор, колінеарний даному.
$\vec{b}$ $\vec{a}$	Тільки для вільних векторів ($\vec{a}, \vec{\upsilon}$).	**Додавання векторів за правилом трикутника (багатокутника):** паралельним перенесенням суміщається початок другого вектора з кінцем першого, початок третього з кінцем другого і т.д.; тоді сума векторів – це вектор, що з'єднує початок першого з кінцем останнього.
	Для $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$ всіх векторів: вільних ($\vec{a}, \vec{\upsilon}$),	**Додавання векторів за правилом паралелограма:** паралельним перенесенням (для вільних векторів), вздовж лінії дії

$\vec{F}_1{}'$ $\vec{F}$ $\vec{F}_2{}'$	та зв'язаних ($\vec{F}$). $\vec{F}_1+\vec{F}_2=\vec{F}$	(для зв'язаних) суміщаються початки двох векторів, тоді сума векторів – діагональ, побудована на цих векторах як на сторонах паралелограма.

2 КІНЕМАТИКА ПРЯМОЛІНІЙНОГО РУХУ

Таблиця 2

Формула	Назва формули	Назва величин у формулах
$\upsilon_{сер.шлях}=\frac{\Delta S_{0i}}{\Delta t_{0i}}=\frac{S_i-S_0}{t_i-t_0}=$ $=\frac{Весь\ шлях}{Весь\ час}$	**Середня шляхова швидкість** – величина, яка дорівнює відношенню шляху до часу, за який він пройдений.	S_0, S_i - початковий і кінцевий шляхи; t_0, t_i - початковий і кінцевий час.
$\vec{\upsilon}_{сер}=\frac{\Delta\vec{r}_{0i}}{\Delta t_{0i}}=\frac{\vec{r}_i-\vec{r}_0}{t_i-t_0}$	**Середня швидкість переміщення** – величина, яка дорівнює відношенню переміщення до часу, протягом якого воно відбувалося.	$\vec{r}_0, \vec{r}_i$ - початкове і кінцеве переміщення.
$\upsilon_{сер.шлях}=\lvert\vec{\upsilon}_{сер}\rvert$	При **прямолінійному однонапрямленому** русі середня шляхова швидкість дорівнює модулю середньої швидкості.	$[\upsilon]=1\ \frac{м}{с}$.
$\vec{\upsilon}_i=\underset{\rightarrow}{\lim}\frac{\Delta\vec{r}_{0i}}{\Delta t_{0i}}=\vec{r}'$ $\upsilon_{ix}=\underset{\rightarrow}{\lim}\frac{\Delta x_{0i}}{\Delta t_{0i}}=x'$	**Миттєва швидкість тіла** – швидкість тіла в даний момент часу в даній точці траєкторії.	$\vec{r}'$ - похідна вектору переміщення; x' - похідна проекції вектора переміщення.
$\vec{\upsilon}=const$	**Прямолінійним рівномірним рухом** називають рух, при якому тіло (матеріальна точка)	

	за будь-які проміжки часу здійснює однакове переміщення, або рух зі сталою швидкістю вздовж прямої.	
$\Delta r_x = \Delta x_{0i} = \upsilon_x \Delta t_{0i} = x_i - x_0$	**Проекція переміщення** на ось *OX* при рівномірному прямолінійному русі.	x_0, x_i - початкова і кінцева координати.
$x_i = x_0 + \upsilon_x \Delta t_{0i}$	Рівняння рівномірного прямолінійного руху тіла $x = x(t)$	
$x_i = x_0 \pm \upsilon \Delta t_{0i}$	Рівняння рівномірного прямолінійного руху тіла в скалярному вигляді, якщо тіло рухається вздовж осі *OX*, то $\upsilon_x = \upsilon$, якщо проти, то $\upsilon_x = -\upsilon$.	
$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon_1} + \vec{\upsilon_2}$	**Класичний закон додавання швидкостей**: швидкість тіла відносно системи, яку вважають нерухомою, дорівнює геометричній сумі швидкості тіла в рухомій системі відліку ($\vec{\upsilon_1}$) й швидкості самої рухомої системи відліку ($\vec{\upsilon_2}$).	$\vec{\upsilon_2}$ $\vec{\upsilon_1}$ $\vec{\upsilon}$
$\vec{a}_{сер} = \dfrac{\Delta \vec{\upsilon}_{0i}}{\Delta t_{0i}} = \dfrac{\vec{\upsilon}_i - \vec{\upsilon}_0}{t_i - t_0}$	**Середнє прискорення** – величина, яка дорівнює відношенню зміни швидкості тіла до інтервалу часу, протягом якого ця зміна відбувалася.	$[\vec{a}] = 1\ \frac{м}{с^2}$. $\vec{\upsilon}_0, \vec{\upsilon}_i$ - початкова і кінцева швидкість.
$\vec{a}_i = \underline{\lim}\ \dfrac{\Delta \vec{\upsilon}_{0i}}{\Delta t_{0i}} = \vec{\upsilon}'$	**Миттєве прискорення.**	$\vec{\upsilon}'$ - похідна вектора швидкості.
$\vec{a}_i = const = a_x \equiv a$	**Прискорення** рівно	

	змінного прямолінійного руху.	
$\upsilon_{ix} = \upsilon_{0x} + a_x \Delta t_{0i}$	**Проекція миттєвої швидкості** на вісь *OX* при рівно змінному прямолінійному русі.	
$\upsilon_i = \upsilon_0 \pm a \Delta t_{0i}$	Рівняння **миттєвої швидкості** в **скалярному** вигляді.	
$\lvert \Delta \vec{r}_{0i_x} \rvert = \Delta x_{0i}$ $\Delta x_{0i} = \frac{(v_{ix} + v_{0x})}{2} \Delta t_{0i}$ $\Delta x_{0i} = \upsilon_{0x} \Delta t_{0i} + \frac{a_x \Delta t_{0i}^2}{2}$	**Проекція переміщення** при рівно змінному прямолінійному русі.	
$\Delta x_{0i} = x_i - x_0$ $x_i = x_0 + \upsilon_{0x} \Delta t_{0i} + \frac{a_x \Delta t_{0i}^2}{2}$ $\Delta S_{0i} = \lvert x_{0i} \rvert \geq 0$	**Рівняння руху** при рівно змінному прямолінійному русі.	
$\vec{\upsilon}_0 = 0$, $\vec{a} = \vec{g}$ $\upsilon_{iy} = g_y \Delta t_{0i}$ $y_i = y_0 + \frac{g_y \Delta t_{0i}^2}{2}$	**Вільне падіння тіл** – це рівно змінний рух під дією лише сили тяжіння ($m\vec{g}$).	$\vec{g} = 9{,}81 \ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ - прискорення вільного падіння.

Алгоритм розв'язання кількісних задач з фізики

1. Вивчити умову задачі і записати її згідно з прийнятою символікою.
2. Перевести всі дані задачі в СІ.
3. Зробити в разі необхідності рисунок до розв'язку задачі.
4. Використовуючи відомі закономірності та формули, розв'язати задачу в загальному вигляді.
5. Установити чи перевірити одиниці певних величин: наприклад, $[m]$ = кг.
6. Розрахувати числові значення певної величини: наприклад, $\lvert m \rvert$ = 2000.
7. Записати відповіді і проаналізувати їх реальність, відповідність умові задачі.
8. Відповідь записується згідно з умовами Держстандарту:

наприклад, відповідь: $m =$ 2 т.

Заняття 1
Переміщення, шлях

Приклад 1. Матеріальна точка рухається рівномірно і прямолінійно з положення координати x_1= 3 м в положення з координатою x_2 = -5 м. Знайти переміщення точки вздовж вісі *OX*, та шлях, який пройшла точка.

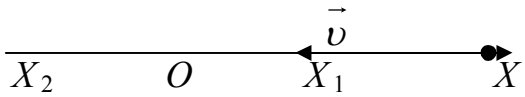
Дано:
x_1= 3 м
x_2= -5 м

Δr_x - ?
S - ?

Розв'язання:

Переміщення точки вздовж вісі *OX*

$\Delta r_x = x_2 - x_1 = (-5 - 3)$ м = -8 м



"-" – точка рухається проти вісі *OX*.

Шлях, який пройшла точка

$S = |x_2 - x_1| = |-5-3|$ м $= 8$ м.

Відповідь: Δr_x = -8 м; S = 8 м.

Приклад 2. Тіло переміщується з точки P_1 з координатами x_1= -1 м та y_1= 4 м в точку P_2 з координатами x_2 = 5 м та y_2 = 1 м. Побудувати вектор переміщення. Знайти проекції вектора переміщення на вісі координат та його модуль.

Дано:
x_1 = -1 м
y_1 = 4 м
x_2 = 5 м
y_2 = 1 м

Δr_x - ?
Δr_y - ?
$|\Delta\vec{r}|$ – ?

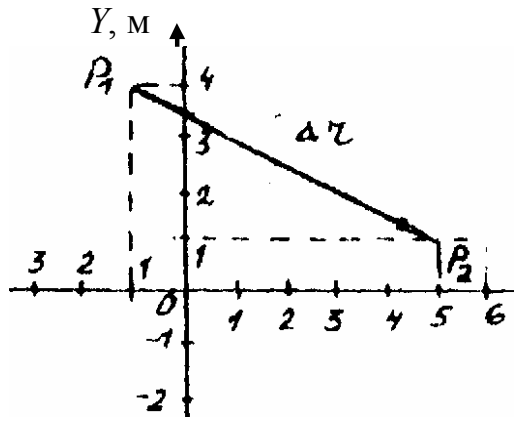
Розв'язання:

Побудуємо декартову систему координат з масштабом 1 м = 1 см. В цьому масштабі наносимо на вісі *OX* і *OY* крапки P_1 (-1 м, 4 м), P_2 (5 м, 1 м). З'єднуємо ці крапки відрізком прямої. Вектор P_1P_2 – це вектор переміщення $\Delta\vec{r}$.

Знайдемо проекції переміщення:

$\Delta r_x = x_2 - x_1 = [5-(-1)]$ м $= 6$ м,

$\Delta r_y = y_2 - y_1 = (1-4)$ м $= -3$ м.



Модуль переміщення знайдемо з формули:

$$|\Delta\vec{r}| = \sqrt{\Delta r_x^2 + \Delta r_y^2} = \sqrt{[6^2 + (-3)^2]\,\text{м}^2} =$$

$= \sqrt{45\,\text{м}^2} = 6{,}7$ м.

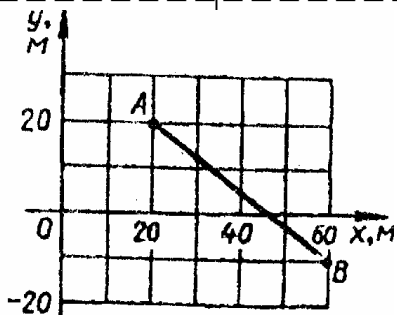
$\vec{X}$, м

Відповідь: $\Delta r_x = 6$ м ; $\Delta r_y = -3$ м; $|\Delta\vec{r}| = 6{,}7$ м.

Аудиторне заняття

1. На малюнку зображено траєкторію руху матеріальної точки з А в В. Визначити координати точки на початку і в кінці руху, проекції переміщення на осі координат, модуль переміщення.

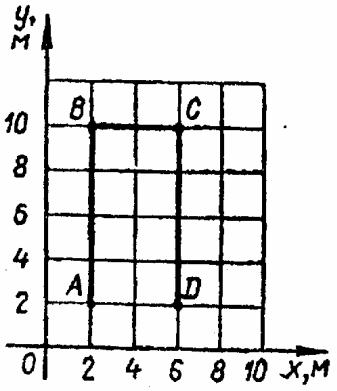
Дано: Розв'язання:



Відповідь: А (20 м; 20 м); В (60 м; -10 м); 40 м; -30 м; 50 м.

2. На малюнку зображено траєкторію ABCD руху матеріальної точки з А в D. Визначити координати точки на початку і в кінці руху, пройдений шлях, переміщення, проекції переміщення на осі координат.

Дано: Розв'язання:



Відповідь: A (2 м; 2 м); D (6 м; 2 м); 20 м; 4 м; 4 м; 0.

3. Автомобіль, який рухається рівномірно, зробив розворот, описавши половину дуги кола. Накреслити шляхи і переміщення автомобіля за весь час розвороту та за третину цього часу. У скільки разів шляхи, пройдені за вказані проміжки часу, більші від модулів векторів відповідних переміщень?

Дано:

Розв’язання:

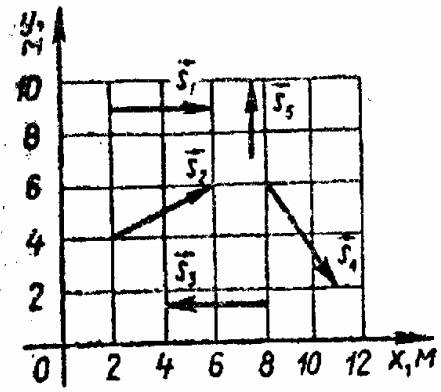
Відповідь: у $\frac{\pi}{2}$ разів; у $\frac{\pi}{2}$ разів.

Домашнє завдання

1. На малюнку зображено переміщення п'ятьох матеріальних точок. Визначити проекції векторів переміщення на осі координат.
Знайти підсумковий вектор: $\vec{R} = \vec{S}_i + 2\vec{S}_2 - 0{,}5\vec{S}_3 + \vec{S}_4 - 1{,}5\vec{S}_5$

Дано:

Розв'язання:



Відповідь: $S_{1x} = 4$ м; $S_{1y} = 0$; $S_{2x} = 4$ м; $S_{2y} = 2$ м; $S_{3x} = -4$ м; $S_{3y} = 0$; $S_{4x} = 3$ м; $S_{4y} = -4$ м; $S_{5x} = 0$; $S_{5y} = 3$ м.

2. Тіло перемістилося з точки, координати якої $x_1 = 0$ м, $y_1 = 2$ м, у точку з координатами $x_2 = 4$ м, $y_2 = -1$ м. Зробити малюнок і визначити вектор переміщення та його проекції на осі координат.

Дано:

Розв'язання:

Відповідь: 5 м; 4 м; -3 м.

3. Катер пройшов по озеру в напрямі точно на північний схід 2 км, а потім ще 1 км на північ. Визначити графічно модуль і напрям вектора переміщення.

Дано:

Розв’язання:

Відповідь: 2,8 км; 30^0 на північ.

Заняття 2
Середня швидкість

Приклад 1. Автомобіль проїхав 30 км зі швидкістю 15 м/с, потім 40 км – за 1 год. З якою середньою швидкістю рухався автомобіль на всьому шляху?

Дано:	СІ:	Розв'язання:
S_1 = 30 км	$S_1 = 3 \cdot 10^4$ м	За умовою задачі рух автомобіля є нерівномірним, оскільки автомобіль змінив свою швидкість. Позначимо пройдений шлях, швидкість і час руху на першій ділянці S_1, υ_1 і t_1, на другій – відповідно S_2, υ_2 і t_2. Згідно з цими позначеннями запишемо умову задачі.
υ_1 = 15 м/с	υ_1 = 15 м/с	
S_2 = 40 км	$S_2 = 4 \cdot 10^4$ км	
t_2 = 1 год	$t_2 = 3{,}6 \cdot 10^3$ с	
$\upsilon_{сер}$ - ?		

$$\upsilon_{сер} = \frac{S}{t} = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2}.$$

Аналізуючи умову задачі і формулу середньої швидкості, бачимо, що нам невідоме t_1. Його знаходимо по відомим S_1 і υ_1:

$$t_1 = \frac{S_1}{\upsilon_1}$$

і зробимо підстановку в формулу середньої швидкості

$$\upsilon_{сер} = \frac{S_1 + S_2}{\frac{S_1}{\upsilon_1} + t_2}.$$

Обчислення:

$$[\upsilon] = \frac{\text{м} + \text{м}}{\frac{\text{м}}{\text{м}/\text{с}} + \text{с}} = \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$|\upsilon_{сер}| = \frac{(3 \cdot 10^4 = 4 \cdot 10^4)}{\left(\frac{3 \cdot 10^4}{15} + 3{,}6 \cdot 10^3\right)} = \frac{7 \cdot 10^4}{(2 \cdot 10^3 + 3{,}6 \cdot 10^3)} = \frac{7 \cdot 10^4}{5{,}6 \cdot 10^3} = 12{,}5.$$

Відповідь: $\upsilon_{сер} = 12{,}5$ м/с.

Приклад 2. Автомобіль першу половину шляху рухався зі швидкістю 40 км/год, а другу – зі швидкістю 60 км/год. Яка середня швидкість на всьому шляху?

Дано:

$\upsilon_1 = 40$ км/год

$\upsilon_2 = 60$ км/год

$S_1 = S_2 = S/2$

$\upsilon_{сер}$ - ?

Розв'язання:

Аналізуючи умову задачі, треба звернути увагу на поняття «половину шляху». Воно означає , що весь шлях S можна подати як суму двох рівних шляхів S_1 і S_2 тобто $S_1 = S_2 = \frac{S}{2}$.

Оскільки рух є нерівномірним, застосуємо формулу середньої швидкості для двох ділянок шляху відповідно до умови задачі

$$\upsilon_{сер} = \frac{S}{t} = \frac{S_1 + S_2}{t_1 + t_2} .$$

Аналізуючи умову задачі і формулу середньої швидкості, бачимо, що відсутні t_1 і t_2. Знайдемо їх за відомими S_1 , υ_1 і S_2 , υ_2 :

$$t_1 = \frac{S_1}{\upsilon_1} , \quad t_2 = \frac{S_2}{\upsilon_2}$$

У формулі середньої швидкості замість t_1 підставимо його значення $\frac{S_1}{\upsilon_1}$, а замість $t_2 - \frac{S_2}{\upsilon_2}$.

Знайдемо: $\upsilon_{сер} = \dfrac{S_1 + S_2}{\dfrac{S_1}{\upsilon_1} + \dfrac{S_2}{\upsilon_2}}$.

Виконаємо підстановку в формулу середньої швидкості значень S_1 і S_2 відповідно до умови задачі $(S_1 = \frac{S}{2}, S_2 = \frac{S}{2})$:

$$\upsilon_{сер} = \frac{\dfrac{S}{2} + \dfrac{S}{2}}{\dfrac{S}{2\upsilon_1} + \dfrac{S}{2\upsilon_2}} = \frac{S}{\dfrac{S}{2}(\dfrac{1}{\upsilon_1} + \dfrac{1}{\upsilon_2})}.$$

Скорочуючи на S чисельник і займенник, отримаємо:

$$\upsilon_{сер} = \frac{1}{\dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{\upsilon_1} + \dfrac{1}{\upsilon_2})}.$$

Виконуючи дії над дробами, дістанемо такі співвідношення:

$$\upsilon_{сер} = \frac{2}{\frac{1}{\upsilon_1} + \frac{1}{\upsilon_2}} = \frac{2}{\frac{\upsilon_1 + \upsilon_2}{\upsilon_1 \upsilon_2}} = \frac{2\upsilon_1 \upsilon_2}{\upsilon_1 + \upsilon_2}.$$

<u>Обчислення:</u>

$$[\upsilon] = \frac{2\,(\text{км}/\text{год} \cdot \text{км}/\text{год})}{\text{км}/\text{год} + \text{км}/\text{год}} = \frac{2\,(\text{км}/\text{год})^2}{2\,\text{км}/\text{год}} = \frac{\text{км}}{\text{год}}.$$

$$\left|\upsilon_{сер}\right| = \frac{2 \cdot 40 \cdot 60}{60 + 40} = 48.$$

<u>Відповідь:</u> $\upsilon_{сер} = 48$ км/год.

<u>Аудиторне заняття</u>

1. Автомобіль рухався 1 хвилину зі швидкістю 18 км/год, потім він за 2 хвилини пройшов шлях 1,2 км, потім він пройшов 400 м зі швидкістю 72 км/год. Знайти середню швидкість автомобіля на всьому шляху?

<u>Дано:</u> | <u>СІ:</u> | <u>Розв'язання:</u>

<u>Відповідь:</u> $\upsilon_{сер} = 9{,}5$ м/с.

2. Автомобіль пройшов шлях *S*. Першу половину шляху $S_1 = S/2$ він рухався зі швидкістю $\upsilon_1 = 60$ км/год, а другу половину шляху $S_2 = S/2$ він рухався зі швидкістю $\upsilon_2 = 40$ км/год. Знайти середню швидкість автомобіля на всьому шляху?

Дано:	СІ:	Розв'язання:

Відповідь: $\upsilon_{сер} = 48$ км/год.

Домашнє завдання

1.Першу третину шляху автомобіль проїхав зі швидкістю 10 км/год, другу – зі швидкістю 20 км/год і останню третину – зі швидкістю 60 км/год. Визначити середню швидкість руху автомобіля на всьому шляху.

Дано:	Розв'язання:

Відповідь: 18 км/год.

2. Вершник за перші 40 хв. проїхав 5 км. Наступну годину він просувався зі швидкістю 10 км/год, а останні 6 км шляху зі швидкістю 12 км/год. Визначити середню швидкість вершника за весь час руху, за першу годину руху і на першій половині шляху.

Дано: | СІ: | Розв'язання:

Відповідь: 9,7 км/год; 8,3 км/год; 8,63 км/год.

3. Автомобіль проїхав половину шляху зі швидкістю $\upsilon_1 = 60$ км/год. Останню половину часу, він рухався зі швидкістю $\upsilon_2 = 15$ км/год, а другу половину цього часу - зі швидкістю $\upsilon_3 = 45$ км/год. Знайти середню швидкість автомобіля на всьому шляху?

Дано: | Розв'язання:

Відповідь: $\upsilon_{сер} = 40$ км/год.

Заняття 3
Прямолінійний рівномірний рух

Приклад1. Крапка рухає рівномірно та прямолінійно. В момент часу $t_1 = 5$ с її координата $x_1 = 5$ м, а в момент $t_2 = 25$ с її координата $x_2 = 35$ м. Знайти швидкість крапки. Записати залежність $x(t)$ для цієї крапки та побудувати її графік.

Дано:
$t_1 = 5$ с
$x_1 = 5$ м
$t_2 = 25$ с
$x_2 = 35$ м

υ_x - ?

$x(t)$ - ?

Розв'язання:

Залежність $x(t)$ для рівномірного прямолінійного руху:

$x_i = x_0 + \upsilon_x \cdot t_i$.

Підставимо x_1, t_1, та x_2, t_2, розв'яжемо та знайдемо x_0 та υ_x:

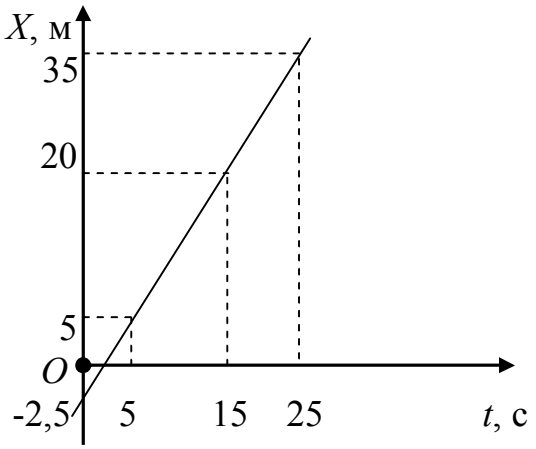
$$\begin{cases} x_1 = x_0 + \upsilon_x \cdot t_1 \\ x_2 = x_0 + \upsilon_x \cdot t_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5 = x_0 + 5\upsilon_x \\ 35 = x_0 + 25\upsilon_x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 5 - 5\upsilon_x \\ 35 = 5 - 5\upsilon_x + 25\upsilon_x \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x_0 = 5 - 5 \cdot 1{,}5 \\ \upsilon_x = 1{,}5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0 = -2{,}5 \\ \upsilon_x = 1{,}5 \end{cases}.$$

Залежність $x(t)$: $x = -2{,}5 + 1{,}5 \cdot t$.

Таблиця

t, с	x, м
0	2,5
5	5
10	12,5
15	20



Відповідь: $x(t) = -2{,}5 + 1{,}5\,t$.

Аудиторне заняття

1. Тіло рухається рівномірно та прямолінійно зі швидкістю $\upsilon_x = -4$ м/с, її початкова координата (при $t_0 = 0$) дорівнює $x_0 = 60$ м. Записать залежність $x(t)$ для цього руху. Знайти координату тіла через 12 с після початку руху. Побудувати графік залежності $x(t)$.

Дано:

Розв'язання:

Відповідь: $x = 60 - 4t$; 12 м.

2. Рівняння руху двох тіл має вид: а) $x_1 = -270 + 12t$; $x_2 = -1{,}5t$; б) $x_1 = 5t$; $x_2 = 150 - 10t$. Визначити величину и напрямок швидкості кожного тіла. Знайти час зустрічі тіл та координати точки, в якій вони зустрінуться для випадків а) та б).

Дано: | Розв'язання:

Відповідь: $\upsilon_{1x} = 12$ м/с; $\upsilon_{2x} = -1{,}5$ м/с; $t = 20$ с; $x = -30$ м.

Домашнє завдання

1. Рухи двох велосипедистів задано рівняннями: $x_1 = 5t$, $x_2 = 150 - 10t$. Побудувати графіки залежності $x = x(t)$. Визначити координату і час зустрічі.

Дано: | Розв'язання:

Відповідь: $t = 10$ с; $x = 50$ м.

2. Тіло рухається рівномірно та прямолінійно зі швидкістю υ = 10 м/с. У початковий момент часу (t_0 = 0) тіло знаходилось на відстані x_0 = 70 см від початку відліку. Де буде знаходиться тіло через 15 с? Який шлях пройде тіло за час руху? Побудувати графіки шляху та координати для цього руху.

Дано:	СІ:	Розв'язання:

Відповідь: $x = 2{,}2$ м; S = 1,5 м.

Заняття 4
Відносність рух. Додавання швидкостей

Приклад1. Катер йде по течії річки з точки А в точку В за час Δt_1 = 3 год, а проти течії з В в А за час Δt_2 = 6 год. За який час Δt_3 катер пройде из А в В при вимкнутому моторі.

Дано:

Δt_1 = 3 год

Δt_2 = 6 год

Δt_3 - ?

Розв'язання:

S – відстань від А в В;

υ - швидкість катера відносно води;

U – швидкість течії річки;

$\upsilon_1 = \upsilon + U$ - швидкість катера при переміщенні по течії;

$\upsilon_2 = \upsilon + U$ - швидкість катера при переміщенні проти течії;

$\upsilon_3 = U$ - швидкість катера при вимкнутому моторі.

Тоді: $\begin{cases} \upsilon + U = \dfrac{S}{\Delta t_1} & (1) \\ \upsilon - U = \dfrac{S}{\Delta t_2} & (2) \end{cases}$, $\quad (1)-(2) \Rightarrow 2U = \dfrac{S}{\Delta t_1} - \dfrac{S}{\Delta t_2} \Rightarrow U = \dfrac{S(\Delta t_2 - \Delta t_1)}{2\Delta t_1 \Delta t_2}$,

$$\Delta t_3 = \frac{S}{U} = \frac{S \cdot 2\Delta t_1 \cdot \Delta t_2}{S(\Delta t_2 - \Delta t_1)} \Rightarrow \quad \Delta t_3 = \frac{2\Delta t_1 \cdot \Delta t_2}{\Delta t_2 - \Delta t_1}.$$

Обчислення:

$$|\Delta t_3| = \frac{2 \cdot 3 \cdot 6}{6-3} = 12 \text{ год.}$$

Відповідь: Δt_3 = 12 год.

Приклад 2. Людина перепливає річку товщіной $d = 200$ м. Швидкість людини відносно води $\upsilon_1 = 1$ м/с та направлена перпендикулярно течії. Швидкість руху води $\upsilon_2 = 2$ м/с. Визначити швидкість людини відносно берега, шлях людини та час, за який людина перепливатиме річку.

Дано:

υ_1 = 1 м/с

υ_2 = 2 м/с

$d = 200$ м

υ - ?

S =АВ - ?

t - ?

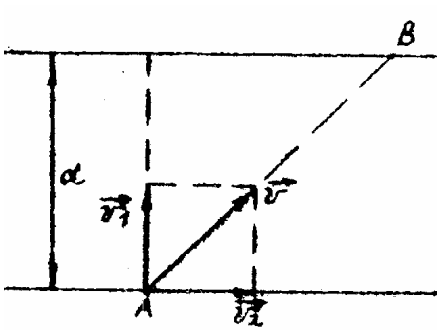
Розв'язання:

Швидкість людини відносно берега є підсумковою швидкістю руху людини $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}_2$.

$\vec{\upsilon} = |\vec{\upsilon}| = \sqrt{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2}$

Час, за який людина перепливє річку (пройдє шлях S), дорівнює:

$t = \dfrac{S}{\upsilon} = \dfrac{d}{\upsilon_1}$.



Шлях S дорівнює: $S = \upsilon \cdot t$.

Обчислення:

$$\upsilon = \sqrt{(1^2 + 2^2)\,\text{м}^2/\text{с}^2} = 2{,}24 \text{ м/с};$$

S = 2,24 м/с ·200 с = 448 м.

$$t = \frac{200\,\text{м}}{1\,\text{м/с}} = 200 \text{ с};$$

Відповідь: υ = 2,24 м/с; S = 448 м; t = 200 с.

Аудиторне заняття

1. Літак летить з пункту А в пункт В та повертається зі швидкістю υ = 300 км/год відносно повітря. Відстань між А і В дорівнює АВ = 600 км. По направленню з А в В дме повітря зі швидкістю υ = 60 км/год. Знайти час руху літака.

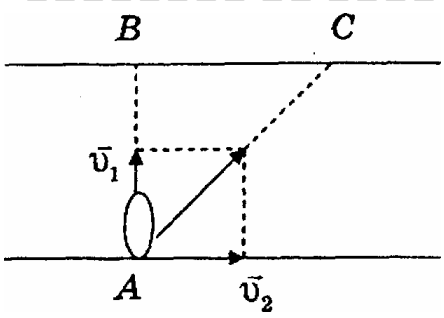
Дано: | СІ: | Розв'язання:

Відповідь: t = 4 год 10 хв.

2. Човен йде через річку шириною АВ = 600 м. Швидкість човна відносно води υ_1= 2 м/с спрямована перпендикулярно берегу річки. Швидкість руху води υ_2= 1,6 м/с. Визначити переміщення човна АС і ВС та швидкість човна відносно землі υ.

Дано:

Розв'язання:



Відповідь: ВС = 480 м; АС = 768 м; υ = 2,56 м/с.

Домашнє завдання

1. З якою швидкістю і за яким курсом повинен летіти літак, щоб за час t = 2 год пролетіти точно на північ шлях S = 300 км, якщо під час польоту дме північно-західний вітер під кутом $\alpha = 30^0$ до меридіана зі швидкістю υ = 27 км/год?

Дано:

Розв'язання:

Відповідь: υ = 174 км/год; на північний захід під кутом 5^0 до меридіана.

2. Човен проходить по течії річки відстань 120 м та повертається за час 1,5 хв. Швидкість течії 3,6 км/год. Знайти швидкість човна відносно води.

Дано:	СІ:	Розв'язання:

Відповідь: υ = 3 м/с.

3. Знайти кут α, під яким повинна бути спрямована швидкість човна $\vec{\upsilon}_1$, щоб він рухався перпендикулярно берегу у напрямку АВ. Швидкість човна відносно води дорівнює υ_1= 8 м/с, швидкість течії річки υ_2=4 м/с. Знайти час руху човна з А в В, якщо АВ = 690 м.

Дано: | Розв'язання:

Відповідь: $\alpha = 30^0$; t = 100 с.

Заняття 5
Прямолінійний рівнозмінний рух

Приклад1. Із записаних формул вибрати залежності $x(t)$ та, які описують рівноприскорений прямолінійний рух.

Дано:
1) $x = 3 - 2t$;
2) $\upsilon_x = 5 + 4t$;
3) $x = 2t + 3t^2$;
4) $\upsilon_x = -8 + 3t$;
5) $x = 2 - 3t - 5t^2$;
6) $x = -7t + t^2$;
7) $\upsilon_x = 7$;

$x(t)$ - ? $\upsilon_x(t)$ - ?

Розв'язання:

Залежності $x(t)$ та $\upsilon_x(t)$ для рівноприскореного прямолінійного руху мають вигляд:

$$x = x_0 + \upsilon_{0x} \cdot t + \frac{a_x \cdot t^2}{2}; \quad \upsilon_x = \upsilon_{0x} + a_x \cdot t,$$

при цьому $a_x \neq 0$, υ_x і a_x мають однакові знаки.

Із записаних формул до таких залежностей відносяться:

2) $\upsilon_x = 5 + 4t$, (υ_x>0, a_x>0) – рівноприскорений по OX;

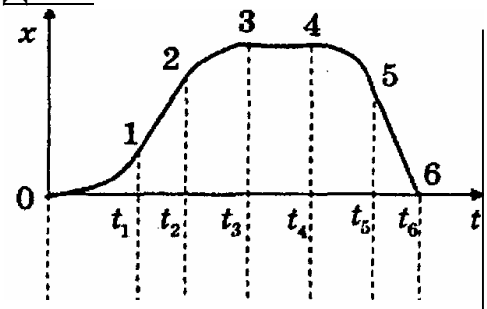
3) $x = 2t + 3t^2$, ($\upsilon_x>0$, $a_x>0$) – рівноприскорений по *OX*;

5) $x = 2 - 3t - 5t^2$ ($\upsilon_x<0$, $a_x<0$) – рівноприскорений рух проти *OX*.

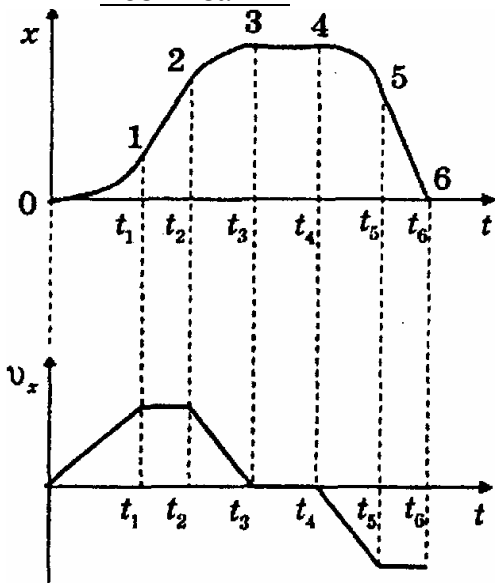
Відповідь: 2); 3); 5).

Приклад2. Даний графік залежності $x(t)$. Побудувати графік $\upsilon_x(t)$ для цього руху. Назвати вид руху на кожній ділянці.

Дано:



Розв'язання



$\upsilon_x(t)$ - ?

Вид руху на кожній ділянці:

0-1: $\upsilon_x> 0$, $a_x> 0$ – рівноприскорений рух по осі *OX*;

1-2: $\upsilon_x> 0, a_x = 0$ – рівномірний рух по осі *OX*;

2-3: $\upsilon_x< 0$, $a_x< 0$ – рівносповільнений рух по осі *OX*;

3-4: $\upsilon_x= 0$, $a_x= 0$ – стан покою;

4-5: $\upsilon_x<0$, $a_x<0$ – рівноприскорений рух проти осі *OX*;

5-6: $\upsilon_x< 0$, $a_x= 0$ – рівномірний рух проти осі *OX*.

Аудиторне заняття

1. Залежність пройденого тілом шляху від часу задається рівнянням: $S = A - Bt + Ct^2$, де A = 6 м, B = 3 м/с, C = 2 м/с^2. Знайти середню швидкість і середнє прискорення за інтервал часу від 1 до 4 с. Знайти миттєву швидкість тіла в момент часу $t_2 = 4$ с.

Дано: Розв’язання:

Відповідь: $\upsilon_{сер} = 7$ м/с; $a = 4$ м/с^2; $\upsilon_2 = 13$ м/с.

2. Один автомобіль рухається рівноприскоренно з початковою швидкістю 3 м/с і прискоренням 0,25 м/с^2, а інший – рівносповільнено з початковою швидкістю 15 м/с і прискоренням 1,25 м/с^2. Побудувати графіки швидкості цих рухів і по графіках визначити, через який час автомобілі будуть мати однакову швидкість і яку саме. Який шлях пройде кожен автомобіль за цей час? Перевірити відповіді аналітично.

Дано: Розв’язання:

Відповідь: t = 8 с; υ = 5 м/с; υ_1 = 32 м; υ_2 = 80 м.

Домашнє завдання

1. Тіло рухається уздовж осі x за законом $x(t) = 3 - 2t + 0{,}5t^2$. Побудувати графік залежності $x(t)$ для $t > 0$. Визначити швидкість і прискорення як функції часу. На яку найменшу відстань може підійти тіло до початку відліку? Чому при цьому рівна швидкість і прискорення? Чому дорівнює середня швидкість за перші 2 с руху?

Дано: Розв'язання:

Відповідь: $\upsilon(t) = t - 2$, x_{min}=1м; $\upsilon(t_0) = 0$; $a = 2$ м/с^2; $\upsilon_{сер} = -1$ м/с.

2. Тіло рухається уздовж осі $0x$ з постійним прискоренням $a_x = -4$ м/с^2. У момент часу t = 3 с швидкість тіла дорівнює $\upsilon_x = -10$ м/с, а координата x = -7 м. Знайти початкову швидкість тіла υ_{0x}, початкову координату x_0 та переміщення тіла Δr_x за час t = 3 с.

Дано: Розв'язання:

Відповідь: $\upsilon_{0x} = 2$ м/с; $\Delta r_x = -12$ м.

Заняття 6
Прямолінійний рівнозмінний рух

Приклад 1. Тіло рухається рівно прискорено з початковою швидкістю $\upsilon_0 = 1$м/с. Коли воно пройшло шлях *S*, його швидкість стала дорівнювати υ = 7 м/с. Знайти швидкість тіла υ_1 в середині цього шляху, тобто при $S_1 = S/2$.

Дано:

$\upsilon_0 = 1$ м/с

υ = 7 м/с

$S_1 = S/2$

υ_1 - ?

Розв'язання:

$$S = \frac{\upsilon^2 - \upsilon_0^2}{2a},\ S_1 = \frac{\upsilon_1^2 - \upsilon_0^2}{2a},\ S_1 = \frac{S}{2} \Rightarrow \frac{\upsilon_1^2 - \upsilon_0^2}{2a} =$$

$$= \frac{\upsilon^2 - \upsilon_0^2}{4a} \Rightarrow 2\upsilon_1^2 - 2\upsilon_0^2 = \upsilon^2 - \upsilon_0^2 \Rightarrow$$

$$\upsilon_1 = \sqrt{\frac{\upsilon_0^2 + \upsilon^2}{2}}.$$

Обчислення:

$$[\upsilon_1] = \sqrt{\frac{(\text{м/с})^2 + (\text{м/с})^2}{2}} = \text{м/с};$$

$$|\upsilon_1| = \sqrt{\frac{1^2 + 7^2}{2}} = 5.$$

Відповідь: υ_1= 5 м/с.

Приклад 2. Тіло почало рухатися рівно прискорено і за 10 с пройшло шлях 100 м. Визначити прискорення тіла і шлях, який воно пройшло за першу і десяту секунди руху.

Дано:	Розв'язання:
$\upsilon_0 = 0$ м/с	S_{10} - шлях, який пройшло тіло за 10 с;
$t_{10} = 10$ с	$S_{10} = \frac{a t_{10}^2}{2} \Rightarrow a = \frac{2S_{10}}{t_{10}^2}$;
$S_{10} = 100$ м	$\Delta S_1 = \frac{a t_1^2}{2}$, $t_1 = 1$ с;
	ΔS_{10} - шлях, який тіло пройшло за десяту секунду;
a - ?	$\Delta S_{10} = S_{10} - S_9$;
ΔS_1 - ?	S_9 - шлях, який пройшло тіло за 9 с;
ΔS_{10} - ?	$S_9 = \frac{a t_9^2}{2}$, $t_9 = 9$ с.

Тоді: $\Delta S_{10} = \frac{a t_{10}^2}{2} - \frac{a t_9^2}{2} \Rightarrow \Delta S_{10} = \frac{a(t_{10}^2 - t_9^2)}{2}$.

Обчислення:

$$|a| = \frac{2 \cdot 100}{10^2} = 2 \ \text{м/с}^2;$$

$$|\Delta S_1| = \frac{2 \cdot 1^2}{2} = 1 \ \text{м};$$

$$|\Delta S_{10}| = \frac{2(10^2 - 9^2)}{2} = 19 \ \text{м}.$$

Відповідь: $\Delta S_1 = 1$ м; $\Delta S_{10} = 19$ м.

Аудиторне заняття

1.Два тіла починають рухатися з однієї точки. Перше тіло рухається рівномірно зі швидкістю $\upsilon = 2$ м/с, а друге рівноприскорено без початкової швидкості з прискоренням $a = 0{,}5$ м/с^2. Знайти час, за який друге тіло наздожене перше.

Дано: Розв’язання:

Відповідь: t = 8 с.

2. При швидкості υ_1 = 15 км/год гальмівний шлях автомобіля (шлях, який проходить автомобіль до зупинки) рівний S_1= 1,5 м. Знайти гальмівний шлях S_2 при швидкості υ_2= 90 км/год. Прискорення в обох випадках однакове.

Дано: СІ: Розв’язання:

Відповідь: S_2 = 54 м.

Домашне завдання

1. Два тіла почали рухатися одночасно. Перше тіло рухається з початковою швидкістю υ_{01} = 3 м/с і прискоренням a_1 = 1 м/с^2, а друге тіло – з початковою швидкістю υ_{02} = 15 м/с і прискоренням a_2= -2 м/с^2. В який момент часу швидкість тіл стане однаковою? Чому дорівнює ця швидкість?

Дано:

Розв'язання:

Відповідь: t = 4 с; $\upsilon_1 = \upsilon_2$ = 7 м/с.

2. Велосипедист має початкову швидкість υ_0 = 2 м/с і починає рухатися з прискоренням 0,4 м/с^2. Знайти швидкість велосипедиста через 8 с після початку руху і його середню швидкість за цей час.

Дано: | Розв'язання:

Відповідь: υ = 5,2 м/с; $\upsilon_{сер}$ = 3,6 м/с.

Заняття 7
Рух тіла по вертикалі під дією сили тяжіння

Приклад 1. Тіло вільно падає вниз без початкової швидкості. Кінцева швидкість падіння $\upsilon_к$ = 20 м/с. Знайти висоту h, з якої падало тіло, і час падіння $t_п$. (В цій і інших задачах рахувати $g \approx 10$ м/с^2).

Дано:
υ_0 = 0 м/с
$\upsilon_к$ = 20 м/с
$g \approx 10$ м/с^2

h - ?
$t_п$ - ?

Розв'язання:

Формула кінцевої швидкості $\upsilon_к$ при падінні з висоти h, без початкової швидкості, має вид:

$$\upsilon_к = \sqrt{2gh} \Rightarrow h = \frac{\upsilon_k^2}{2g}.$$

Формула кінцевої швидкості $\upsilon_к$ також має вид:

$$\upsilon_к = gt_п \Rightarrow t_п = \frac{\upsilon_к}{g}.$$

Обчислення:

$$[h]=\frac{(\text{м}/\text{с})^2}{\text{м}/\text{с}^2}=\text{м};\quad |h|=\frac{20^2}{2\cdot 10}=20;$$

$$[t_n]=\frac{\text{м}/\text{с}}{\text{м}/\text{с}^2}=\text{с};\qquad |t_n|=\frac{20}{10}=2.$$

Відповідь: h = 20 м; t_n = 2 с.

Приклад 2. Тіло кинуто з деякої висоти вертикально вгору з початковою швидкістю υ_0 = 30 м/с. Знайти координату і швидкість тіла у момент t = 10 с, а також шлях, який пройшло тіло за цей час.

Дано:

υ_0 = 30 м/с

t = 10 с

$g \approx 10$ м/с^2

---

y - ?

υ_y - ?

S - ?

Розв'язання:

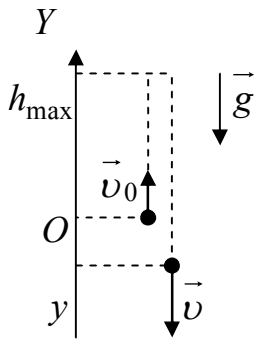
Формула визначення координати y має вид:

$$y=\upsilon_0 t-\frac{gt^2}{2}.$$

Формула проекції швидкості υ_y на ось y має вид:

$$\upsilon_y=\upsilon_0-gt.$$

Так як ми одержимо $y < 0$, тоді за час t тіло буде знаходитись нижче точки, з якої його кинули. Дивлячись на малюнок можна здогадатись, що пройдений шлях знаходиться з формули:



$$S=2h_{\max}+|y|=2\frac{\upsilon_0^2}{2g}+|y|\Rightarrow\quad S=\frac{\upsilon_0^2}{g}+|y|.$$

Обчислення:

$$[y]=\frac{\text{м}}{\text{с}}\cdot\text{с}-\frac{\text{м}/\text{с}^2\cdot\text{с}^2}{2}=\text{м};\quad |y|=30\cdot 10-\frac{10\cdot 10^2}{2}=-200;$$

$$[\upsilon_y]=\text{м}/\text{с}-\text{м}/\text{с}^2\cdot\text{с}=\text{м}/\text{с};\quad |\upsilon_y|=30-10\cdot 10=-70;$$

$$[S]=\frac{(\text{м}/\text{с})^2}{\text{м}/\text{с}^2}+\text{м}=\text{м};\quad |S|=\frac{30^2}{10}+200=290.$$

Відповідь: $y=-200$ м; υ_y = - 70 м/с; S = 290 м.

Аудиторне заняття

1. З висоти h_0 = 14 м почало вільно падати тіло без початкової швидкості. Одночасно з землі кинули вертикально вгору друге тіло із швидкістю υ_0 = 14 м/с. В який момент часу t і на якій висоті h тіла зустрінуться?

Дано: | Розв'язання:

Відповідь: t = 1 с; h = 9 м.

2. Перше тіло падає без початкової швидкості з висоти h_1, друге падає з висоти $h_2 (h_2 > h_1)$. Якою повинна бути початкова швидкість другого тіла, щоб час падіння обох тіл був однаковими.

Дано: | Розв'язання:

Відповідь: $\upsilon_0 = \dfrac{h_2 - h_1}{\sqrt{2h_1/g}}$.

Домашнє завдання

1. Скільки часу та з якої висоти падало тіло, якщо за останні дві секунди воно пролетіло 60 м?

Дано:

Розв'язання:

Відповідь: t_n = 4 с; h = 80 м.

2. Стріла, випущена з луку вертикально вгору, впала на землю через 6 с. Яка початкова швидкість стріли і максимальна висота її підйому?

Дано: | Розв'язання:

Відповідь: υ_0 = 30 м/с; h_{max} = 45 м.

Заняття 8

Рух тіла під дією сили тяжіння, коли початкова швидкість спрямована під кутом до обрію

Приклад 1. Тіло кинуто горизонтально з висоти h з початковою швидкістю υ_0 = 10 м/с. Горизонтальна дальність польоту дорівнює висоті кидання ($x_{max} = h$). Знайти висоту h.

Дано:
υ_0 = 10 м/с
$x_{max} = h$
$g \approx 10$ м/с^2

h - ?

Розв'язання:

Повний час руху тіла, кинутого горизонтально з висоти h дорівнює:

$$t_n = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Горизонтальна дальність польоту тіла дорівнює:

$$x_{\max} = \upsilon_0 \cdot t_n = \upsilon_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

За умовою задачі $x_{\max} = h$, тоді одержимо

$$h = \upsilon_0 \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Зведемо обидві частини рівняння в квадрат:

$$h^2 = \upsilon_0^2 \cdot \frac{2h}{g} \Rightarrow \quad h = \frac{2\upsilon_0^2}{g}.$$

Обчислення:

$$[h] = \frac{(\text{м}/\text{с})^2}{\text{м}/\text{с}^2} = \text{м}; \qquad |h| = \frac{2 \cdot 10^2}{10} = 20.$$

Відповідь: h = 20 м.

Приклад 2. Тіло кинуто під кутом 30^0 до обрію. На висоті h тіло було в момент t_1= 3 с і t_2= 5 с після початку руху. Знайти висоту h і початкову швидкість тіла υ_0.

Дано:	Розв'язання:
$\alpha = 30^0$ t_1= 3 с t_2= 5 с $g \approx 10$ м/с^2	Формула визначення координати y, кинутого під кутом до обрію тіла має вид: $y = \upsilon_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$.
h - ? υ_0 - ?	Якщо $y = h$, тоді $h = \upsilon_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}$. З умови $y = h$ при $t = t_1$ и $t = t_2$, маємо:

$$h = \upsilon_0 \sin\alpha \cdot t_1 - \frac{gt_1^2}{2}, \qquad (1)$$

$$h = \upsilon_0 \sin\alpha \cdot t_2 - \frac{gt_2^2}{2}. \qquad (2)$$

Дорівняємо праві частини рівнянь:

$$\upsilon_0 \sin\alpha \cdot t_1 - \frac{gt_1^2}{2} = \upsilon_0 \sin\alpha \cdot t_2 - \frac{gt_2^2}{2} \Rightarrow \upsilon_0 \sin\alpha (t_1 - t_2) =$$

$$= \frac{g(t_2^2 - t_1^2)}{2} \Rightarrow \upsilon_0 = \frac{g(t_1 + t_2)}{2\sin\alpha}.$$

Підставимо υ_0 у (1) рівняння:

$$h = \frac{g(t_1 + t_2)}{2\sin\alpha} \cdot \sin\alpha \cdot t_1 - 2\frac{gt_1^2}{2} \Rightarrow h = \frac{g\,t_1\,t_2}{2}.$$

Обчислення:

$$[\upsilon_0] = \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{с} = \frac{\text{м}}{\text{с}}; \quad |\upsilon_0| = \frac{10\,(3+5)}{2\sin 30^0} = 80;$$

$$[h] = \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{с} \cdot \text{с} = \text{м}; \quad |h| = \frac{10 \cdot 3 \cdot 5}{2} = 75.$$

Відповідь: h = 75 м; υ_0 = 80 м/с.

Аудиторне заняття

1. Тіло кинуте горизонтально. Через час t = 5 с після початку руху швидкість тіла спрямована під кутом $\alpha = 45^0$ до обрію. Знайти швидкість тіла υ у цей момент часу і початкову швидкість тіла υ_0.

Дано:

Розв'язання:

Відповідь: υ = 70,7 м/с; υ_0 = 50 м/с.

2. М’яч кинутий зі швидкістю 10 м/с під кутом 30^0 до обрію. Визначити горизонтальні і вертикальні складові швидкості в початковий момент, висоту найбільшого підйому, час та дальність польоту (g = 10 м/с^2).

Дано: Розв’язання:

Відповідь: υ_x = 8,66 м/с; υ_y = 5 м/с; h_{max} = 1,25 м; t = 1 с; S = 8,66 м.

Домашнє завдання

1. Снаряд вилетів з далекобійної гармати з початковою швидкістю υ_0 = 1000 м/с під кутом 30^0 до обрію. Скільки часу снаряд буде знаходитися в повітрі? На якій відстані від гармати він упаде на землю? Гармата і точка падіння снаряда знаходяться на одній горизонталі. Опором повітря зневажити.

Дано: Розв’язання:

Відповідь: t = 102 с; S = 88,3 км.

2. Яку горизонтальну швидкість мав літак при скиданні бомби з висоти 800 м, якщо бомба упала на відстані 500 м по горизонталі від місця кидання? Під яким кутом впаде бомба на землю? Опором повітря зневажити.

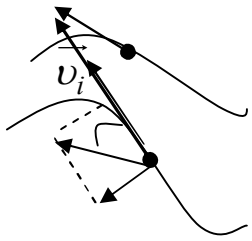
Дано:

Розв'язання:

Відповідь: υ_x = 39 м/с; $\alpha = 73^0$.

3 КІНЕМАТИКА КРИВОЛІНІЙНОГО РУХУ

Таблиця 3

Формула	Назва формули	Назва величин у формулах
	**Миттєва швидкість** при криволінійному русі напрямлена по дотичній до траєкторії.	
$\vec{\upsilon}_i$ $\vec{a}_\tau$ $\vec{a}_i$ α $\vec{a}_n$ $\vec{a}_i = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$, $\vec{a}_\tau \parallel \vec{\upsilon}_i$, $\vec{a}_n \perp \vec{\upsilon}_i$, $\alpha = (\vec{a}_i, \hat{} \vec{\upsilon}_i)$ $a_\tau = \lvert\vec{a}_i\rvert \cos\alpha$, $a_n = \lvert\vec{a}_i\rvert \sin\alpha$, $\vec{a}_n = \frac{\upsilon_i^2}{R_i}$, $\lvert\vec{a}_i\rvert = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$	**Вектор прискорення** $\vec{a}_i$ **при криволінійному** русі має дві складові: дотичне, або тангенціальне $\vec{a}_\tau$ прискорення (визначає зміну швидкості за величиною) і нормальне прискорення $\vec{a}_n$ (визначає зміну швидкості за напрямком), напрямлене перпендикулярно (нормально) до вектора швидкості.	$[\vec{a}_\tau] = 1\ \frac{м}{с^2}$, $[\vec{a}_n] = 1\ \frac{м}{с^2}$.
$\vec{a}_\tau = 0$	**Тангенційне прискорення** при рівномірному русі точки по колу.	
$\vec{a}_Д = \frac{\upsilon^2}{R} = \omega^2 R$	**Доцентрове** $\vec{a}_Д$ **(нормальне** $\vec{a}_n$**) прискорення**.	$[\vec{a}_Д] = 1\ \frac{м}{с^2}$; R – радіус кола;
$\omega = \frac{\Delta\varphi_{0i}}{\Delta t_{0i}}$	**Кутова швидкість** рівномірного руху по колу.	$\Delta\varphi_{0i}$ - кут повороту; $[\omega] = 1\ \frac{рад}{с}$.
$\upsilon = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R\nu$	**Лінійна швидкість.**	
$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu}$	**Період обертання** (T) – це час, за який здійснює один повний оберт по колу.	$[T] = 1$ с.
$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$	**Кутова швидкість.**	
$\nu = \frac{1}{T}$	**Частота обертання** (ν) – кількість повних обертів за одиницю часу.	$[\nu] = 1\ с^{-1}$.

$\upsilon = \omega R$	Зв'язок між **лінійною та кутовою** швидкостями.	
$\varepsilon = \dfrac{\Delta\omega_{0i}}{\Delta t_{0i}} = \dfrac{\omega_i - \omega_0}{t_i - t_0}$	**Кутове прискорення.**	ω_0 , ω_i - початкова і кінцева кутова Швидкість; $[\varepsilon] = 1\ \dfrac{\text{рад}}{\text{с}^2}$.

Заняття 9
Рівномірний рух по колу

Приклад 1. Точка рівномірно рухається по колу з доцентровим прискоренням $a_Д = 200\pi^2$ м/с^2. Кут $\Delta\varphi = \pi$ точка проходить за час Δt = 0,1 с. Знайти: період, частоту, кутову і лінійну швидкості обертання, радіус кола.

Дано:

$a_Д = 200\pi^2$ м/с^2

$\Delta\varphi = \pi$

Δt = 0,1 с

T - ? ν - ?

ω - ? υ - ?

R -?

Розв'язання:

Знайдемо кутову швидкість:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\pi}{0{,}1} = 10\pi\ \text{с}^{-1}.$$

Знайдемо період:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{10\pi} = 0{,}2\ \text{с},$$

і частоту обертання $\nu = \dfrac{1}{T} = 5\ \text{с}^{-1}$.

Знайдемо лінійну швидкість:

$$a_Д = \upsilon \cdot \omega \Rightarrow \upsilon = \frac{a_Д}{\omega} = \frac{200\pi^2}{10\pi} = 20\pi\ \text{м/с}.$$

Знайдемо радіус кола:

$$\upsilon = \omega R \Rightarrow R = \frac{\upsilon}{\omega} = \frac{20\pi\ \text{м/с}}{10\pi\ \text{с}^{-1}} = 2\ \text{м}.$$

Відповідь: T = 0,2 с; $\nu = 5\ \text{с}^{-1}$; $\upsilon = 20\pi$ м/с; $\omega = 10\pi\ \text{с}^{-1}$; R = 2 м.

Приклад 2. Дві точки рухаються по колах радіусами R_1 і R_2, $R_1 = 2R_2$. Знайти відношення доцентрових прискорень точок, якщо: а) лінійні швидкості точок рівні; б) періоди обертання точок рівні.

Дано:

Розв'язання:

$R_1=2R_2$, а) $a_{Д1}=\frac{\upsilon_1^2}{R_1}=\frac{\upsilon^2}{R_1}$,

а) $\upsilon_1=\upsilon_2=\upsilon$, $a_{Д2}=\frac{\upsilon_2^2}{R_2}=\frac{\upsilon^2}{R_2}$, $\Rightarrow$ $\frac{a_{Д1}}{a_{Д2}}=\frac{R_2}{R_1}=\frac{R_2}{2R_2}=\frac{1}{2}$;

б) $T_1=T_2=T$, б) $a_{Д1}=\frac{4\pi^2}{T_1^2}\cdot R_1=\frac{4\pi^2}{T^2}\cdot R_1$,

$\frac{a_{Д1}}{a_{Д2}}$ - ? $a_{Д2}=\frac{4\pi^2}{T_2^2}\cdot R_2=\frac{4\pi^2}{T^2}\cdot R_2$, $\Rightarrow$ $\frac{a_{Д1}}{a_{Д2}}=\frac{R_1}{R_2}=\frac{2R_2}{R_2}=2$.

Відповідь: а) $\frac{a_{Д1}}{a_{Д2}}=\frac{1}{2}$; б) $\frac{a_{Д1}}{a_{Д2}}=2$.

Аудиторне заняття

1. При рівномірному обертанні диска лінійна швидкість точки А дорівнює υ_1 = 6 м/с, а точки В - υ_2 = 5,5 м/с. Відстань АВ = 15см. Знайти радіус R диска.

Дано: Розв'язання:

Відповідь: R = 1,8 м.

2. Дві матеріальні точки рухаються по колах радіусами R_1 і R_2, при умові $R_1 = 2R_2$. Порівняти їх доцентрові прискорення у випадках: а) коли їх лінійні швидкості однакові; б) коли їх періоди однакові.

Дано: Розв'язання:

Відповідь: а) 1: 2; б) 2:1.

3. Яке доцентрове прискорення поїзда, що рухається по колу радіусом 800 м зі швидкістю 20 м/с?

Дано:

Розв’язання:

Відповідь: $a_Д = 0{,}5$ м/с^2.

Домашне завдання

1. З якою швидкістю автомобіль повинен проїжджати середину опуклого мосту радіусом 40 м, щоб доцентрове прискорення дорівнювало прискоренню вільного падіння (g = 10 м/с^2)?

Дано: | Розв'язання:

Відповідь: υ = 20 м/с.

2. Обчислити доцентрове прискорення точок колеса автомобіля, які дотикаються до дороги, якщо автомобіль рухається зі швидкістю 72 км/год і при цьому частота обертання колеса становить 8 с$^{-1}$.

Дано: | СІ: | Розв'язання:

Відповідь: $a_Д$ = 1 м/с^2.

3. Частота обертання вітроколеса вітродвигуна дорівнює 30 об/хв, якоря електродвигуна 1500 об/хв, барабана сепаратора 8400 об/хв, шпинделя шліфувального верстата 96000 об/хв. Обчислити їх періоди.

Дано: СІ: Розв'язання:

Відповідь: T = 2 с; T = 0,04 с; $T = 7{,}1 \cdot 10^{-3}$ с; $T = 625 \cdot 10^{-6}$ с.

4. Шків діаметром 0,3 м робить 600 оборотів за 30 с. Визначити період обертання, кутову і лінійну швидкість точок на колі шківа.

Дано: Розв'язання:

_____ __ ____ _____
_____ _____
_____ __ ____ _____
_____ _____
_____ __ ____ _____
_____ _____
_____ _____
_____ _____
_____ _____
_____ _____
_____ _____

Відповідь: T = 0,05 с; ω = 125,6 рад/с; υ = 18,8 м/с.

4 ДИНАМІКА

Таблиця 4

Формула	Назва формули	Назва величин у формулах
$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0$, $\vec{\upsilon}$ = const, $\vec{a} = 0$	**<u>Перший закон Ньютона</u> – закон інерції**: існують такі системи відліку, відносно яких поступально рухоме тіло зберігає свою швидкість сталою, якщо на нього не діють інші тіла (або вплив інших тіл компенсується).	$[F]$ = = 1 Н (ньютон). 1 Н = 1 кг $\frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.
m	**Маса** – фізична величина, яка кількісно характеризує інертні властивості тіла. **Маса** – міра інертності тіла.	$[m]$ = 1 кг.
$\vec{F} = m\vec{a}$	**<u>Другий закон Ньютона</u>:** Сила, яка діє на тіло, дорівнює добутку маси тіла на прискорення, яке надається даною силою.	
$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n = m\vec{a}$ $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = m\vec{a}$	**Основне рівняння динаміки** – якщо на тіло діє декілька сил, то геометрична сума усіх зовнішніх сил дорівнює добутку маси тіла на прискорення, з яким	

	рухається тіло під впливом усіх сил.	
$a_Д = \frac{\upsilon^2}{R} = \omega^2$	**Доцентрове прискорення.**	υ – лінійна швидкість рівномірного руху по колу радіусом R; ω – кутова швидкість.
$F_R = ma_Д$	**Другий закон Ньютона** для рівномірного руху по колу.	$\vec{F}_R = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$ - підсумкова сила.
$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$, $\lvert \vec{F}_1 \rvert = \lvert \vec{F}_2 \rvert$	**<u>Третій закон Ньютона</u>:** тіла діють одне на одне із силами, спрямованими уздовж однієї прямої, рівними за модулем і протилежними за знаком. Сили взаємодії тіл прикладені до різних тіл і тому не мають рівнодіючої.	
$F = G\frac{m_1 m_2}{r_{12}^2}$	**<u>Гравітаційні сили</u>. Закон всесвітнього тяжіння, (Ньютон):** дві матеріальні точки притягуються одна до одної із силами, модуль яких прямо пропорційний добутку їх мас і обернено пропорційний квадрату відстані між ними.	r - відстань між тілами.
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{м^3}{(кг \cdot с^2)}$	Коефіцієнт пропорційності називають **гравітаційною сталою**.	
$\vec{F}_T = m\vec{g}$	Одним із проявів сили всесвітнього тяжіння є сила притягання тіла до Землі, яка називається **силою тяжіння**.	$g = 9{,}81 \frac{м}{с^2}$ - прискорення вільного падіння.

$g = \frac{GM_з}{R_з^2}$	**Прискорення вільного падіння** біля поверхні Землі.	$M_з = 6 \cdot 10^{24}$ кг – маса Землі; $R_з$ = 6400 км – середній радіус Землі.
$g = \frac{GM_з}{(R_з + h)^2}$	**Прискорення вільного падіння** на висоті h над поверхнею Землі.	
$\vec{F}_{тер} = \mu \vec{N}$	**<u>Сила тертя</u>** – це сила, які виникає під час руху одного тіла по поверхні іншого, що перешкоджає цьому руху.	$\vec{N}$ - сила нормальної реакції опори; μ - коефіцієнт Тертя ковзання, який залежить від виду речовин тіл, безрозмірна величина.
$F_{пруж} = -k\,x$	**<u>Сили пружності</u>** – це сили, які виникають при деформації тіла і перешкоджають цій деформації. **<u>Закон Гука</u>**: сила пружності при пружній деформації прямо пропорційна абсолютному подовженню тіла і протилежно йому напрямлена.	$x = l - l_0 = \Delta l$ - **абсолютне подовження тіла** визначається різницею кінцевої і початкової довжини тіла; $[x]$ = 1 м.
$k = \frac{SE}{l_0}$	Тут k - коефіцієнт пружності або жорсткості, залежить від геометричних розмірів тіла (S, l_0) та виду речовини E.	S – площа поперечного перерізу; E – модуль пружності (Юнга); l_0 - початкова

		довжина тіла; $[\,l_0\,] = 1$ м; $[E] = 1\ \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} =$ $= 1$ Па; $[\,k\,] = 1\ \frac{\text{Н}}{\text{м}}$.
$\lvert\varepsilon\rvert = \frac{\lvert\Delta l\rvert}{l_0}$	**Відносне подовження тіла** (ε).	
$\sigma = \frac{F_{пруж}}{S}$, $\sigma = E \cdot \lvert\varepsilon\rvert$	**Механічна напруга** (σ).	S – площа поперечного перерізу; $[\sigma] = 1\ \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} =$ 1 Па.
$\vec{P} = m\vec{g}$ $P = m(g + a)$ $P = m(g - a)$ $\vec{a} = \vec{g}$, $\vec{P} = 0$	**<u>Вага тіла</u>** ($\vec{P}$) – це сила, з якою тіло діє на опору чи підвіс внаслідок притягання його до Землі. Вага тіла, яке рухається з прискоренням, змінюється. Якщо прискорення напрямлене вертикально угору, то його вага збільшується. Якщо прискорення напрямлене вертикально вниз, то його вага зменшується. Якщо прискорення тіла дорівнює прискоренню вільного падіння, то вага тіла дорівнює нулю (стан невагомості).	

Методичні рекомендації відносно розв’язування задач з динаміки:

1. Зробити рисунок до задачі, вказавши всі діючи на тіло сили та вісь, вздовж якої рухається тіло. Вісь раціонально орієнтувати у напрямку прискорення тіла, що рухається.
2. Якщо при проектуванні фізичних величин на вибрану вісь виходить рівняння з двома невідомими, необхідно ввести другу вісь, перпендикулярно першій, і проектувати величини також на неї.

Заняття 10
Закон всесвітнього тяжіння

Приклад 1. У скільки разів період обертання штучного супутника, що рухається по коловій орбіті на висоті h над поверхнею Землі (радіус Землі - R), більший, ніж період супутника, який обертався би безпосередньо біля її поверхні ($h = 0$)?

Дано:
R
h
$\frac{T_1}{T_2} - ?$

Розв'язання:

У першому випадку супутник рухається по колу радіусом $R + h$. Модуль доцентрового прискорення супутника дорівнює:

$$a_Д = \omega_1^2 (R + h),$$

де ω_1 - кутова швидкість. Цього прискорення надає супутнику сила тяжіння Землі, спрямована до її центра. Модуль цієї сили становить:

$$F = G\frac{mM}{(R+h)^2},$$

де G - гравітаційна стала, m - маса супутника, M - маса Землі.

За другим законом Ньютона, $\vec{F} = m\vec{a}$. Отже, для проекцій на вісь, спрямовану до центра орбіти, маємо:

$$G\frac{mM}{(R+h)^2} = m\omega_1^2 (R+h). \qquad (1)$$

Період обертання T_1 пов'язаний із кутовою швидкістю співвідношенням $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$. Підставивши це значення в рівняння (1), отримаємо (2):

$$G\frac{M}{(R+h)^2} = \frac{4\pi^2 (R+h)}{T_1^2}. \qquad (2)$$

У другому випадку супутник рухається колом, радіус якого приблизно дорівнює радіусу Землі R. Міркуючи аналогічно, отримаємо таке рівняння:

$$G\frac{M}{R^2}=\frac{4\pi^2 R}{T_2^2}. \qquad (3)$$

Поділивши рівняння (3) на рівняння (2), маємо:

$$\frac{(R+h)^2}{R^2}=\frac{T_1^2 R}{T_2^2(R+h)}.$$

Звідси:

$$\frac{T_1}{T_2}=\sqrt{\left(1+\frac{h}{R}\right)^3}.$$

<u>Відповідь:</u> $\frac{T_1}{T_2}=\sqrt{\left(1+\frac{h}{R}\right)^3}$.

<u>Приклад 2.</u> Штучний супутник запустили в площині земного екватора так, що він постійно перебуває над однією і тією самою точкою поверхні земної кулі (геостаціонарна орбіта). Визначити відстань від поверхні Землі до супутника. Прискорення вільного падіння поблизу поверхні Землі g = 9,8 м/с^2, радіус Землі R = 6370 км.

<u>Дано:</u>	<u>СІ:</u>	<u>Розв'язання:</u>
g = 9,8 м/с^2 R = 6370 км T = 24 год r - ?	$R = 6{,}37\cdot10^6$ м $T = 86{,}4\cdot10^3$ с	Нехай r - відстань від центра Землі до супутника, m - маса супутника. Сила тяжіння надає супутнику доцентрове прискорення. За другим законом Ньютона, маємо:

$$G\frac{mM}{r^2}=m\omega^2 r, \qquad (1)$$

де G - гравітаційна стала, M - маса Землі, ω - кутова швидкість супутника.

Супутник постійно перебуває над однією і тією самою точкою земної кулі. Тому кутова швидкість супутника дорівнює кутовій швидкості обертання Землі навколо своєї осі:

$$\omega=\frac{2\pi}{T}, \qquad (2)$$

де T - період обертання Землі.

Підставивши значення (2) у рівняння (1), отримаємо:

$$G\frac{M}{r^2}=\frac{4\pi^2 r}{T^2}.$$

Помноживши і поділивши ліву частину цього виразу на R^2, тоді:

$$G\frac{M}{R^2}\frac{R^2}{r^2}=\frac{4\pi^2 r}{T^2}.$$

Оскільки $G\frac{M}{R^2}=g$, то $\frac{gR^2}{r^2}=\frac{4\pi^2 r}{T^2}$. Звідси:

$$r=\sqrt[3]{\frac{gT^2R^2}{4\pi^2}}.$$

Отже, відстань від поверхні Землі до супутника становить:

$$h=r-R=\sqrt[3]{\frac{gT^2R^2}{4\pi^2}}-R.$$

<u>Обчислення:</u>

$$[h]=\sqrt[3]{\text{м/с}^2\cdot\text{с}^2\cdot\text{м}^2}-\text{м}=\text{м};$$

$$|h|=\sqrt[3]{\frac{9{,}8\cdot(86{,}4\cdot10^3)^2\cdot(6{,}37\cdot10^6)^2}{4\cdot3{,}14^2}}-6{,}37\cdot10^6=3{,}2\cdot10^7.$$

<u>Відповідь:</u> $h = 3{,}2\cdot 10^7$ м.

<u>Аудиторне заняття</u>

1. Визначити, на яку висоту підніметься тіло на Місяці, якщо при тій же початковій швидкості на Землі воно піднімається на висоту 2 м. Вважати, що радіус Місяця в 3,8 рази менше радіуса Землі, а маса Місяця в 81 разів менше маси Землі.

<u>Дано:</u>

<u>Розв'язання:</u>

Відповідь: h = 11,2 м.

2. Підлетівши до невідомої планети, космонавти додали своєму кораблеві горизонтальну швидкість 11 км/с. Ця швидкість забезпечила політ корабля по круговій орбіті радіусом 9100 км. Яке прискорення вільного падіння у поверхні планети, якщо її радіус 8900 км?

Дано:

Розв'язання:

Відповідь: $g_п$ = 13,9 м/с^2.

Домашнє завдання

1.Яке прискорення вільного падіння на Сонці, якщо його радіус у 108 разів більше радіуса Землі, а середні щільності сонячної і земної матерії відносяться як 1:4?

Дано:

Розв'язання:

Відповідь: $27g_3 \approx 264{,}6$ м/с^2.

2.Середня висота супутника над поверхнею Землі 1700 км. Визначити його швидкість і період обертання.

Дано:

Розв'язання:

Відповідь: $\upsilon = 7{,}1 \cdot 10^3$ м/с; $T = 7{,}2 \cdot 10^3$ с.

Заняття 11

Динаміка прямолінійного руху

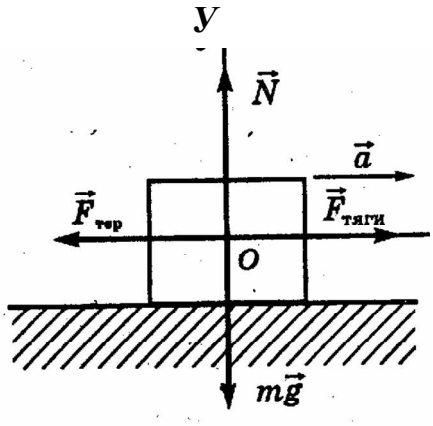
Приклад 1. Автомобіль масою 5 т рушає з місця з прискоренням 0,6 м/с^2. Знайти силу тяги, якщо коефіцієнт тертя становить 0,04.

Дано:	Розв'язання:
$\upsilon_0 = 0$	Вивчивши умову задачі, побудуємо малюнок.
$a = 0{,}6$ м/с^2	Вважаємо, що траєкторія руху автомобіля прямолінійна.
m = 5 т = 5000 кг	Автомобіль рухається рівноприскоренно. Зобразимо
$\mu = 0{,}04$	сили, які діють на автомобіль, враховуючи, що

$g = 9{,}8$ м/с^2 прискорення сонапрямлене з рівнодіючою силою.

$F_{тяги}$ - ? Отже, модуль сили тяги більший за модуль сили тертя.

Згідно з другим законом Ньютона



$$\sum \vec{F}_i = m\vec{a}. \qquad (1)$$

Розпишемо рівнодіючу силу як геометричну суму сил, що діють на тіло:

$$\sum \vec{F}_I = \vec{F}_{тяги} + \vec{F}_{тер} + \vec{N} + m\vec{g}.$$

Підставимо значення рівнодіючої сили у вираз (1)

$$\vec{F}_{тяги} + \vec{F}_{тер} + \vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a}. \qquad (2)$$

Виберемо вісь для проектування, яка збігається з напрямом прискорення, і спроектуємо на вісь OX ліву і праву частини виразу (2)

$$OX:\ F_{тягих} + F_{терх} + N_x + mg_x = ma_x. \qquad (3)$$

Розпишемо проекції на вісь OX:

$$F_{тягих} = F_{тяги}\cos 0^0 = F_{тяги}1 = F_{тяги},$$

оскільки cos 0° = 1.

$$F_{терх} = F_{тер}\cos 180^0 = F_{тер}(-1) = -F_{тер},$$

оскільки cos 180° = -1.

$$mg_x = mg\cos 90^0 = mg \cdot 0 = 0,$$

$$N_x = N\cos 90^0 = N \cdot 0 = 0,$$

оскільки cos 90° = 0.

$$ma_x = ma\cos 0^0 = ma.$$

Підставимо значення проекцій у вираз (2)

$$F_{тяги} - F_{тер} = ma.$$

Тобто $F_{тяги} = ma + F_{тер}$, де $F_{тер} = \mu N$.

При горизонтальному русі можна вважати, що $N = mg$, тобто $F_{тер} = \mu mg$.

Звідси

$$F_{тяги} = ma + \mu mg = m(a + \mu g).$$

Обчислення:

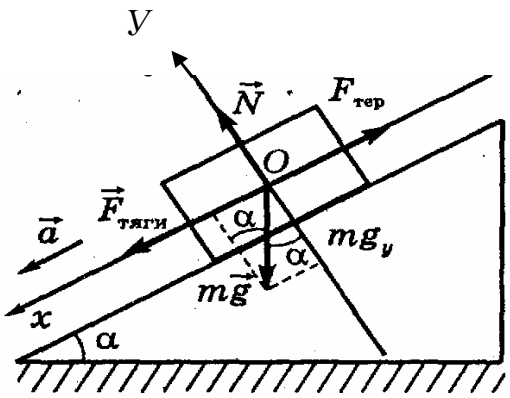
$[F_{тяги}]$ = кг (м/с^2 + м/с^2) = кг ·м/с^2 = Н;

$|F_{тяги}| = 5 \cdot 10^3 \cdot 0{,}6 + 0{,}04 \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot 9{,}8 = 5 \cdot 10^3$.

Відповідь: $F_{тяги}$ = 5 кН.

Приклад 2. Потяг масою 3000 т їде вниз під уклон, що дорівнює 0,003. Коефіцієнт опору руху дорівнює 0,008. З яким прискоренням рухається потяг, якщо сила тяги локомотива дорівнює: а) 300 кН; б) 150 кН; в) 90 кН?

Дано:	Розв'язання:
$m = 3 \cdot 10^6$ кг	Оскільки кут $\sin\alpha$ мізерно малий, то $\cos\alpha = 1$:
$\sin\alpha = 0{,}003$	$\vec{F}_{тяги} + \vec{F}_{тер} + m\vec{g} + \vec{N} = \vec{a}m.$
$F_{тяги1} = 3 \cdot 10^5$ Н	З проекції на вісь *OX:*
$F_{тяги2} = 1{,}5 \cdot 10^5$ Н	$a = \dfrac{F_{тяги} - F_{тер} + mg\sin\alpha}{m}.$
$F_{тяги3} = 0{,}9 \cdot 10^5$ Н	З проекції на вісь *OУ* :
$\mu = 0{,}008$	$N = mg\cos\alpha.$
a_1 - ? a_2 - ? a_3 - ?	Розпишемо $F_{тер}$: $F_{тер} = \mu N = \mu mg\cos\alpha$, тоді



$$a = \frac{F_{тяги} + mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{m}.$$

Обчислення:

$$[a] = \frac{\text{Н} + \text{кг}\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}}{\text{кг}} = \frac{\text{кг}\dfrac{\text{м}}{\text{с}^2}}{\text{кг}} = \text{м/с}^2;$$

$$|a_1| = \frac{3 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^6 \cdot 9{,}8 \cdot (0{,}003 - 0{,}008 \cdot 1)}{3 \cdot 10^6} \approx \frac{1{,}5 \cdot 10^5}{3 \cdot 10^6} \approx 0{,}05;$$

$$|a_2| = \frac{1{,}5 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^6 \cdot 9{,}8 \cdot (0{,}003 - 0{,}008 \cdot 1)}{3 \cdot 10^6} = 0.$$

Оскільки $a_2 = 0$, а $F_{тяги3} < F_{тяги2}$, тобто в третьому випадку сила тяги ще менша, то рух у третьому випадку буде уповільнюватись. Отже, прискорення буде напрямленим вгору вздовж похилої площини, і проекція прискорення на вибрану вісь буде від'ємною: $a_{3x} = -a_3$.

Тоді

$$a_3 = -\frac{F_{тяги3} + mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)}{m};$$

$$|a_3| = -\frac{0{,}9 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^6 \cdot 9{,}8 \cdot (0{,}003 - 0{,}008 \cdot 1)}{3 \cdot 10^6} = 0{,}02$$

Відповідь: a_1 = 0,05 м/с^2 - тіло рухається прискорено; a_2 = 0 м/с^2 - тіло рухається рівномірно і прямолінійно; a_3 = 0,02 м/с^2 - тіло рухається уповільнено.

Аудиторне заняття

1. По похилій площині довжиною 5 м і висотою 1,5 м піднімають вантаж масою 180 кг. Визначити силу, необхідну для підйому вантажу і для його утримання на похилій площині. Коефіцієнт тертя дорівнює 0.3.

Дано: Розв'язання:

Відповідь: 1034 Н; 26,46 Н.

2.Мотоцикл масою 180 кг рухає з місця і під дією сили тяги в 214 Н розганяється на горизонтальній ділянці шляху довжиною 250 м. Коефіцієнт опору рухові 0,04. Скільки часу триває розгін? Яка швидкість досягається?

Дано: Розв'язання:

Відповідь: t = 20 с; υ = 20 м/с.

Домашнє завдання

1. Вантаж масою 54 кг переміщається по горизонтальній площині під дією сили 294 Н, спрямованої під кутом 30^0 до обрію. Коефіцієнт тертя вантажу об площину 0,1. Визначити прискорення руху вантажу.

Дано: Розв'язання:

Відповідь: a = 3,9 м/с^2.

2. Дерев'яний брусок сковзає по похилій площині, що складає з обрієм кут 45^0. Пройшовши відстань 36,4 см, вона здобуває швидкість 2 м/с. Чому дорівнює коефіцієнт тертя дерева о площину?

Дано: Розв'язання:

_____ _____ __ ____ _____
_____ __
_____ __ ____ _____
_____ _____
_____ __ ____ _____
_____ _____
_____ __ ____ _____
_____ _____
_____ __ ____ _____
_____ _____
_____ __ ____ _____
_____ _____
_____ __ ____ _____
_____ _____

Відповідь: 0,2.

Заняття 12
Динаміка прямолінійного руху. Вага тіла

Приклад 1. До стелі кабіни ліфта прикріплено динамометр, до якого підвішений тягар масою *m.* Якими будуть покази динамометра в таких випадках: 1) ліфт перебуває в стані спокою; 2) ліфт підіймається з прискоренням $\vec{a}_2$, спрямованим вертикально вгору; 3) ліфт опускається з прискоренням $\vec{a}_2$, спрямованим вертикально вниз ($\vec{a}_2 < g$); 4) ліфт вільно падає?

Дано:

$a_{y1} = 0$

$a_{y2} = a_2$

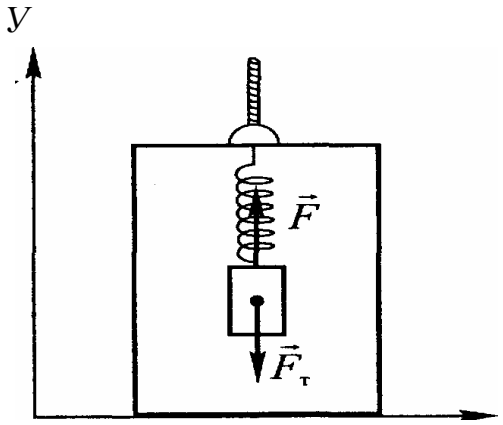
$a_{y3} = -a_3$

$a_{y4} = -g$

F-?

Розв'язання:

Координатну вісь *ОУ* спрямуємо вертикально вгору (мал.). На тягар діють дві сили: сила тяжіння $\vec{F}_T$ і сила пружності *F* (динамометр показує модуль цієї сили). Згідно з другим законом Ньютона, запишемо рівняння руху тягаря у векторній формі: $\vec{F} + \vec{F}_T = m\vec{a}$, а потім у проекціях на вісь *ОУ*:



$F - mg = m a_y$.

Звідси: $F = m(g + a_y)$.

Відповідь: 1) $a_{y1} = 0$; $F_1 = mg$; 2) $a_{y2} = a_2$; $F_2 = m(g + \alpha_2)$; 3) $\alpha_{y3} = -\alpha_3$; $F_3 = m(g - a_3)$; 4) $a_{y4} = -g$; $F_4 = m(g - g) = 0$, це стан невагомості.

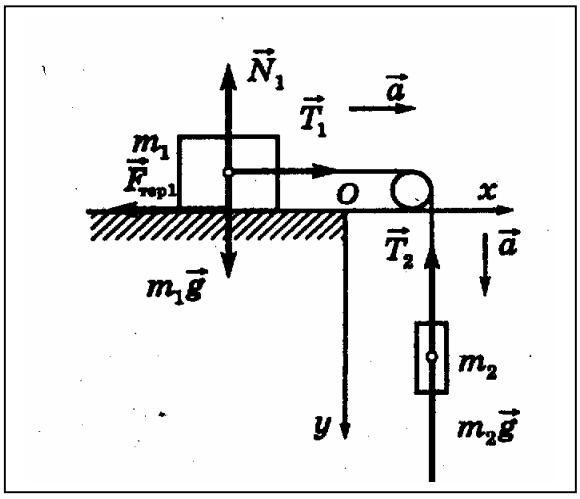
Проаналізувавши отримані результати, можна зробити висновок, що вага тіла (покази динамометра) залежить від прискорення, з яким рухається ліфт: за умови прискореного руху вгору вага тіла збільшується, прискореного руху вниз - зменшується, під час вільного падіння вага дорівнює нулю. Лише за умови, що $a = 0$, тобто коли ліфт перебуває у стані спокою або рухається рівномірно прямолінійно, модуль ваги тіла дорівнює модулю сили тяжіння, що діє на тіло ($F = mg$).

Розгляньте самостійно такі випадки: ліфт рухається вгору рівносповільнено з прискоренням a_3; ліфт рухається вниз рівносповільнено з прискоренням a_4; ліфт рухається вниз з прискоренням $a_5 = 2g$.

Приклад 2. Брусок масою 400 г під дією вантажу масою 100 г проходить із стану спокою 8 см за 2 с. Визначити коефіцієнт тертя.

Дано:	СІ:	Розв'язання:
$m_1 = 400$ г	$m_1 = 0{,}4$ кг	$T_1 = T_2$ за третім законом Ньютона.
$m_2 = 100$ г	$m_2 = 0{,}1$ кг	Запишемо основне рівняння динаміки
$\upsilon_{01} = 0$ м/с	$\upsilon_{01} = 0$ м/с	для кожного з тіл та спроектуємо на осі
$S_1 = 8$ см	$S_1 = 0{,}08$ м/с	OX, OY.
$t = 2$ с	$t = 2$ с	І тіло: $\vec{T}_1 + m_1\vec{g} + \vec{N}_1 + \vec{F}_{тер1} = \vec{a}m_1$.
μ - ?		На вісь OX: $T_1 - F_{тер1} = am_1$.

Оскільки поверхня горизонтальна, то
$F_{тер1} = \mu N_1 = \mu m_1 g$.
Тоді $T_1 - \mu m_1 g = m_1 a$.
ІІ тіло: $\vec{T}_2 + m_2\vec{g} = \vec{a}m_2$.



На вісь OY: $m_2 g - T_2 = m_2 a$.

Виразимо T_2: $T_2 = m_2 g - m_2 a$.
Оскільки $T_1 = T_2$, тоді
$m_1 a + \mu m_1 g = m_2 g - m_2 a$,
$\mu m_1 g = m_2 g - m_2 a - m_1 a$,

$$\mu = \frac{m_2 g - a(m_1 + m_2)}{m_1 g}.$$

Прискорення визначимо з рівняння кінематики:

$S_1 = \frac{at^2}{2} (\upsilon_0 = 0)$, $a = \frac{2S_1}{t^2}$.

Підставимо в μ:

$$\mu = \frac{m_2 g - \frac{2S_1}{t^2}(m_1 + m_2)}{m_1 g}$$

Обчислення:

$$[\mu] = \frac{\text{кг}\frac{\text{м}}{\text{с}^2} - \frac{\text{м}}{\text{с}^2}\text{кг}}{\text{кг}\frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = \frac{\text{кг}\frac{\text{м}}{\text{с}^2}}{\text{кг}\frac{\text{м}}{\text{с}^2}} = 1;$$

$$|\mu| = \frac{0{,}1 \cdot 9{,}8 - \frac{2 \cdot 0{,}08}{4} \cdot 0{,}5}{0{,}4 \cdot 9{,}8} \approx \frac{0{,}96}{4} \approx 0{,}24.$$

Відповідь: $\mu = 0{,}24$.

Аудиторне заняття

1. Тіло масою 500 кг підвісили на канаті і ця система рівноприскоренно рухається вниз. За перші 10 с від початку руху тіло проходить шлях 20 м. Чому рівна сила натягу каната і швидкість тіла в момент часу 10 с? З яким прискоренням тіло повинне рухатися вниз, щоб натяг каната був дорівнює нулеві?

Дано: | Розв'язання:

_____

_____

_____

_____ _____
_____ __ ____ _____

Відповідь: 4700 Н; 4 м/с; 9,8 м/с^2.

2. Ліфт Останкінської телевізійної вежі розганяється до швидкості 7 м/с протягом 15 с. За такий самий час він і зупиняється. На скільки зміниться вага людини, масою 80 кг на початку і в кінці руху ліфта?

Дано: | Розв'язання:

_____ __
_____ __ ____ _____
_____ __
_____ __ ____ _____
_____ __
_____ __ ____ _____
_____ __
_____ __ ____ _____
_____ _____
_____ __ ____ _____
_____ _____
_____ __ ____ _____
_____ _____
_____ __ ____ _____
_____ _____
_____ __ ____ _____
_____ _____

Відповідь: $\pm$ 37 Н.

Домашнє завдання

1. На скільки зменшується сила ваги, яка діє на літак ТУ-154 масою 90 т, під час польоту на висоті 11 км, де прискорення вільного падіння дорівнює 9,77 м/с^2? Прискорення вільного падіння на поверхні Землі вважати рівним 9,81 м/с^2.

Дано: | Розв'язання:

_____ __
_____ __ ____ _____
_____ __
_____ __ ____ _____
_____ __
_____ __ ____ _____
_____ __

Відповідь: на 36 кН.

2. Космічна ракета під час старту з поверхні Землі рухається вертикально з прискоренням 20 м/с^2. Визначити вагу льотчика-космонавта в кабіні, якщо його маса 80 кг. Якого перевантаження зазнає льотчик?

Дано: Розв'язання:

Відповідь: 24 кН.

Заняття 13

Динаміка криволінійного руху

Приклад 1. Танк масою $m = 5{,}0 \cdot 10^4$ кг рухається по мосту рівномірно зі швидкістю $\upsilon = 10$ м/с. Радіус кривизни моста дорівнює $R = 500$ м. Знайти силу, з якою танк діє на середину моста, якщо міст: а) увігнутий ; б) опуклий. З якою силою діяв би танк на плоский міст?

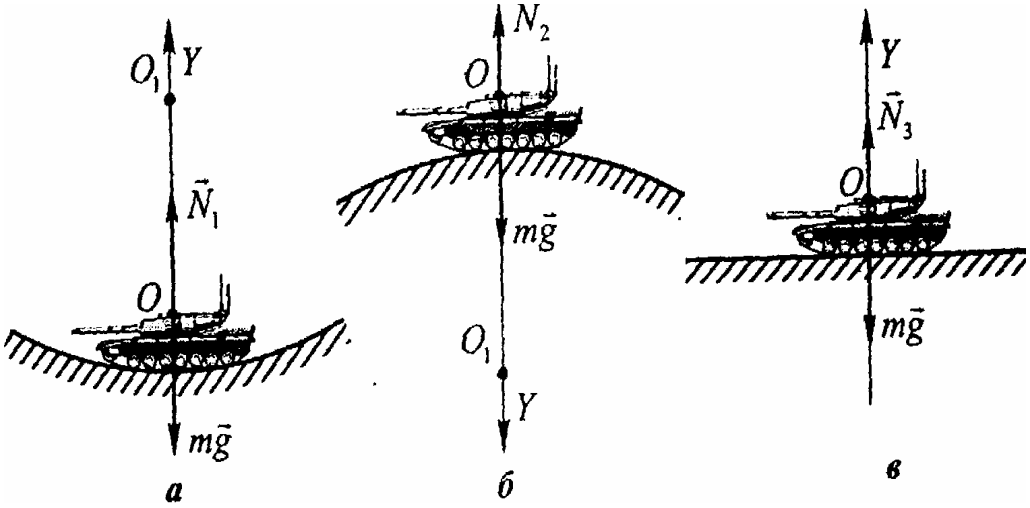
Дано: Розв'язання:

$m = 5{,}0 \cdot 10^4$ кг
$\upsilon = 10$ м/с
$R = 500$ м
$g = 9{,}8$ м/с^2

F_1 - ?
F_2 - ?
F_3 - ?

На танк діють дві сили: сила тяжіння $\vec{F}_T = m\vec{g}$ і сила нормальної реакції моста, що в першому випадку дорівнює $\vec{N}_1$, (мал. *а*), в другому - $\vec{N}_2$ (мал. *б*) і і в третьому - $\vec{N}_3$(мал. *в*).

Згідно з третім законом Ньютона, сила $\vec{F}$, з якою танк діє на міст, за модулем дорівнює силі реакції моста та спрямована вертикально вниз.



Силу реакції моста в кожному випадку знайдемо за другим законом Ньютона. Оберемо за початок координат верхню частину моста і спрямуємо вісь OY у випадках *а* і *б* до центра кола O_1, а у випадку плоского моста вертикально вгору. Запишемо для кожного випадку, згідно з другим законом Ньютона, рівняння руху танка у векторній формі:

$$\vec{N}_1 + m\vec{g} + m\vec{a}_1, \qquad \vec{N}_2 + m\vec{g} + m\vec{a}_2, \qquad \vec{N}_3 + m\vec{g} = 0,$$

де $\vec{a}_1$, $\vec{a}_2$ - доцентрові прискорення. За модулем $a_1 = a_2 = \dfrac{\upsilon^2}{R}$.

У проекціях на вісь OY маємо:

$$N_1 - mg = m\frac{\upsilon^2}{R}, \qquad mg - N_2 = m\frac{\upsilon^2}{R}, \qquad N_3 - mg = 0,$$

Звідси знаходимо:

$$N_1 = m\left(g + \frac{\upsilon^2}{R}\right), \qquad N_2 = m\left(g - \frac{\upsilon^2}{R}\right), \qquad N_3 = mg.$$

З такими самими за модулем силами танк діє на міст:

<u>Обчислення:</u>

$$[N] = \text{кг}\left(\text{м/с}^2 + \frac{\text{м}^2/\text{с}^2}{\text{м}}\right) = \text{кг} \cdot \text{м/с}^2 = \text{Н}$$

$$|F_1| = 5\cdot 10^4\left(10+\frac{9{,}8^2}{500}\right) = 51\cdot 10^4$$

$$|F_2| = 5\cdot 10^4\left(10-\frac{9{,}8^2}{500}\right) = 48\cdot 10^4$$

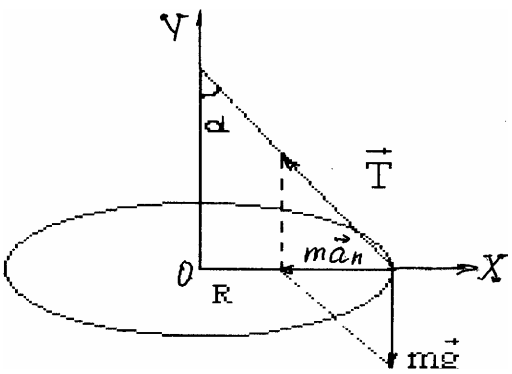
$$|F_3| = 5\cdot 10^4\cdot 9{,}8 = 49\cdot 10^4$$

Відповідь: $F_1 = N_1 = 51\cdot 10^4$ Н; $F_2 = N_2 = 48\cdot 10^4$ Н; $F_3 = N_3 = 49\cdot 10^4$ Н.

Приклад 2. Кулька, підвішена на нитці, робить обертальний рух у горизонтальній площині з кутовою швидкістю π рад/с. Радіус траєкторії кульки 80 см.

1. Визначити лінійну швидкість кульки.
2. Чому дорівнює період обертання?
3. На який кут від вертикалі відхилилася нитка?

Дано:	Розв'язання:
$\omega = \pi$, с$^{-1}$	1) $\upsilon = \omega\cdot R$, υ=3,14 с$^{-1}$· 0,8 м = 2,5 м/с.
R = 0,8 м	2) $T = \frac{2\pi}{\omega}$, $T = \frac{2\pi}{\pi\ \text{с}^{-1}} = 2$ с.
g = 9,8 м/с^2	3) Застосуємо другий закон Ньютона
υ - ?	$\vec{T} + m\vec{g} = m\vec{a}_Д$,
T - ?	де $\vec{T}$ - сила пружності нитки; $m\vec{g}$ - сила тяжіння;
α - ?	$\vec{a}_Д$ - доцентрове прискорення.



Спроектуємо це рівняння на осі OX і $OУ$ и розв'яжемо відносно α :

$$tg\alpha = \frac{ma_Д}{mg}.$$

Так як $a_Д = \frac{\upsilon^2}{R}$, тоді $\alpha = arctg\frac{\upsilon^2}{Rg}$

$$\alpha = arctg\frac{(2{,}5\text{м/с})^2}{0{,}8\text{м}\cdot 9{,}8\text{м/с}^2} = arctg\,0{,}7972,$$

$\alpha \approx 38^0 30'$.

Відповідь: υ = 2,5 м/с; T =2 с; $\alpha \approx 38^0 30'$.

Аудиторне заняття

1. Гиря масою 0,2 кг обертається на нитці у вертикальній площині. Наскільки сила натягу нитки буде більше при проходженні гирі через нижню точку, чим через верхню?

Дано:

Розв’язання:

Відповідь: $T = 4$ Н.

2. З якою максимальною швидкістю може їхати велосипедист на повороті і на який кут від вертикалі він повинний відхилитися убік заокруглення для того, щоб не упасти, якщо коефіцієнт тертя гуми об полотнину дороги 0,4, а радіус заокруглення шляхи 100 м?

Дано:

Розв’язання:

Відповідь: $V = 20$ м/с; $\alpha = 22^0$.

Домашнє завдання

1. Вантаж масою 0,5 кг описує окружність у горизонтальній площині, при цьому шнур довжиною 0,5 м, на якому підвішений вантаж, описує бічну поверхню конуса й утворить з вертикаллю кут 60^0. Визначити швидкість обертання вантажу, доцентрову силу і силу натягу шнура. Розтягання шнура не враховувати.

Дано: Розв'язання:

Відповідь: $\upsilon = 2{,}7$ м/с; $F_д = 8{,}33$ Н; $F_н = 9{,}8$ Н.

2. Літак, що летить зі швидкістю 100 м/с описує «мертву петлю» радіусом 200 м у вертикальній площині. Як велика сила, що притискає льотчика до сидіння в найвищій і нижчій точці петлі, якщо маса льотчика 70 кг? Визначити найменшу швидкість літака, при якій льотчик у верхній частині петлі не відривається від сидіння.

Дано: Розв'язання:

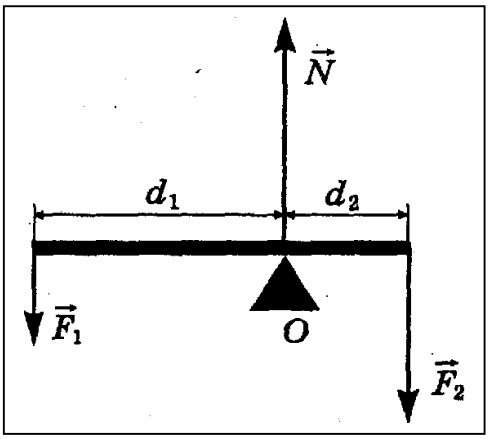
_____

_____

_____

F_1 = 5 Н	F_1 = 5 Н
F_2 = 10 Н	F_2 = 10 Н
d_2 = 4 см	d_2 = 0,04 м
d - ?	

Позначимо меншу силу, яка прикладена до довшого плеча важеля $\vec{F}_1$. Відповідно плече цієї сили - d_1, силу яка прикладена до короткого плеча важеля - $\vec{F}_2$, плече цієї сили - d_2, довжину усього важеля - d (мал.)



Важіль знаходиться в рівновазі, коли модулі сил, що діють на нього, обернено пропорційні плечам сил:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{d_1}{d_2}. \qquad (1)$$

Довжина важеля дорівнює сумі його плечей:

$$d = d_1 + d_2. \qquad (2)$$

Виразимо значення d_1 з (1) та підставимо його в (2):

$$F_1 d_1 = F_2 d_2, \quad d_1 = \frac{F_2 d_2}{F_1}, \quad d = \frac{F_2 d_2}{F_1} + d_2 = d_2\left(\frac{F_2}{F_1} + 1\right).$$

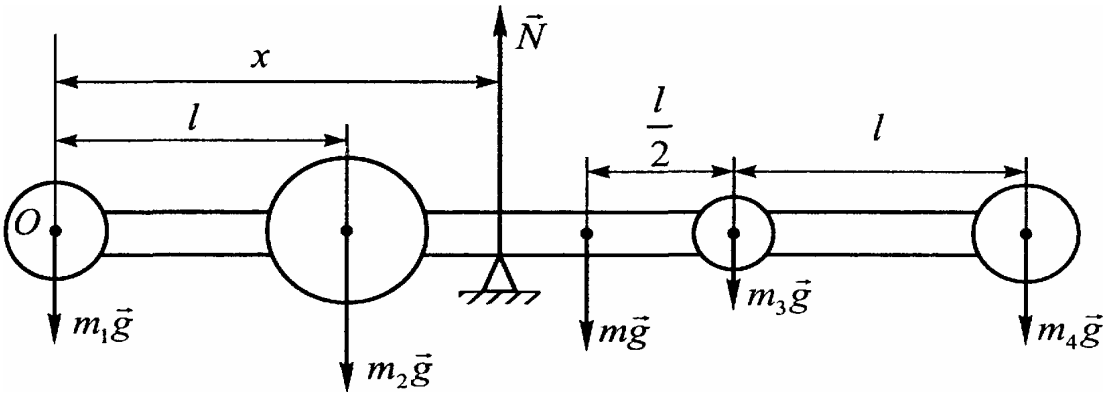
Обчислення:

$$[d] = \text{м}\frac{\text{Н}}{\text{Н}} = \text{м}; \qquad |d| = 0{,}04\left(\frac{10}{5} + 1\right) = 0{,}12.$$

Відповідь: d = 0.12 м.

Приклад 2. Чотири кулі масами m_1, m_2, m_3 і m_4 нанизані на стрижень так, що їхні центри перебувають на однакових відстанях один від одного. Маса стрижня становить m. Визначити положення центра тяжіння системи.

Дано:	Розв'язання:
m_1	Припустимо, що центр тяжіння знаходиться на відстані X
m_2	від центра лівої кулі (мал.). Якщо поставити в цьому місці
m_3	опору, то система перебуватиме в стані рівноваги. Тому сума
m_4	моментів усіх сил відносно осі, яка проходить через будь-яку
X - ?	точку, дорівнюватиме нулю.



На систему діють сили тяжіння куль $m_1\vec{g}$, $m_2\vec{g}$, $m_3\vec{g}$ і $m_4\vec{g}$, стрижня $m\vec{g}$ і сила нормальної реакції опори $\vec{N}$. Сума моментів цих сил відносно горизонтальної осі, яка проходить через точку *O* перпендикулярно до стрижня, дорівнює нулю:

$$m_2gl + mg \cdot 1{,}5l + m_3g \cdot 2l + m_4g \cdot 3l - NX = 0.$$

Сума проекцій всіх сил на вертикальний напрям також дорівнює нулю:

$$N - mg - m_1g - m_2g - m_3g - m_4g = 0.$$

Розв'язавши систему цих двох рівнянь, знайдемо:

$$X = \frac{(m_2 + 1{,}5m + 2m_3 + 3m_4)l}{m + m_1 + m_2 + m_3 + m_4}.$$

<u>Відповідь:</u> $X = \dfrac{(m_2 + 1{,}5m + 2m_3 + 3m_4)l}{m + m_1 + m_2 + m_3 + m_4}$.

<u>Аудиторне заняття</u>

1. За допомогою важеля підняли вантаж масою 200 кг. На яку висоту було піднято вантаж, якщо сила, що діє на довге плече важеля, була 500 Н і точка прикладання сили перемістилася на 60 см? Тертям знехтувати.

<u>Дано:</u> | <u>СІ</u>: | <u>Розв'язання:</u>

Відповідь: S_1 = 15 см.

2. Ліхтар масою 10 кг підвішений на канатику над серединою вулиці, що має ширину 10 м. Яка повинна бути висота кріплення канатика, якщо точка прикріплення ліхтаря до канатика знаходиться на висоті 5 м? Припустимий натяг канатика 500 Н.

Дано:

Розв'язання:

Відповідь: h = 5,5 м.

Домашнє завдання

1. Знайти величину і точку додатка рівнодіючої двох антипаралельних сил 200 і 500 Н, якщо відстань між їх крапками додатка 45 см.

Дано: СІ: Розв’язання:

Відповідь: F_R = 300 Н; l_2 = 30 см; l_1 = 75 см (l_2 і l_1 – відстань від точок додатка вихідних сил до точці додатка рівнодіючої сили).

2. Стрижень циліндричної форми довжиною 40 см складається наполовину довжини з свинцю і наполовину з заліза. Знайти його центр ваги ($\rho_{св}$ = 11,4 г/см^3, $\rho_з$ = 7,8 г/см^3).

Дано: СІ: Розв’язання:

Відповідь: $1{,}87 \cdot 10^{-2}$ м від середини стрижня.

6 ЗАКОН ЗБЕРЕЖЕННЯ ІМПУЛЬСУ

Таблиця 6

Формула	Назва формули	Назва величин у формулах
$\vec{p} = m\vec{\upsilon}$	**Імпульсом тіла** називають добуток маси тіла на його швидкість.	$[p] = 1$ кг $\frac{\text{м}}{\text{с}}$.
$\vec{F}\Delta t$	**Імпульсом сили** називають добуток сили на час її дії.	$[F] = 1$ Н.
$\vec{F}\Delta t = m\vec{\upsilon} - m\vec{\upsilon}_0$	**Другий закон Ньютона в імпульсній формі:** імпульс сили, діючої на тіло, дорівнює зміні імпульсу тіла.	
$m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 + \ldots + m_n\vec{\upsilon}_n = const$	**<u>Закон збереження імпульсу</u>:** геометрична сума імпульсів тіл, які складають замкнуту систему, є стала величина.	
$m\frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} = \vec{F} - \vec{u}\frac{\Delta m}{\Delta t}$	**Реактивним рухом** – називається рух, виникаючий в результаті взаємного відштовхування витікаючого струменя рідини чи газу і корпусу ракети тощо. **Рівняння руху тіла** із змінною масою.	$\vec{u}$ – швидкість витікання газів відносно ракети.
$\vec{F}_p = -\vec{u}\frac{\Delta m}{\Delta t}$	**Реактивна сила тяги.**	

Методичні вказівки

Якщо в задачі треба визначити зміну імпульсу тіла, слід зробити малюнок, на якому геометричною побудовою визначити напрям вектора зміни імпульсу.

При абсолютно непружному ударі тіла після взаємодії рухаються як одне ціле; частина механічної енергії перетворюється у внутрішню. При абсолютно пружному ударі тіла після взаємодії повністю відновлюють свою форму; повна механічна енергія тіл зберігається.

Заняття 15
Імпульс тіла. Зміна імпульсу

Приклад 1. З якою середньою силою $\vec{F}$ тисне на плече ручний кулемет під час стрільби, якщо маса кулі m = 10 г, її швидкість при вильоті зі ствола υ = 800 м/с і кулемет робить n = 600 пострілів за хвилину?

Дано:	СІ:	Розв'язання:
m = 10 г	m = 0,01 кг	Згідно з другим законом Ньютона, маємо: $\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}$,
υ = 800 м/с		
n = 600		де $\Delta\vec{p}$ - зміна імпульсу, що відбувалася
t = 1 хв	t = 60 с	впродовж часу Δt. У проекціях на
F - ?		горизонтальний напрям ця формула матиме

вигляд: $F\Delta t = \Delta p$.

Упродовж часу Δt імпульс куль змінюється на $\Delta p = m\,\upsilon n$. Тому, врахувавши, що Δt = 1 хв = 60 с, знайдемо:

$$F = \frac{m\upsilon n}{\Delta t}.$$

Обчислення:

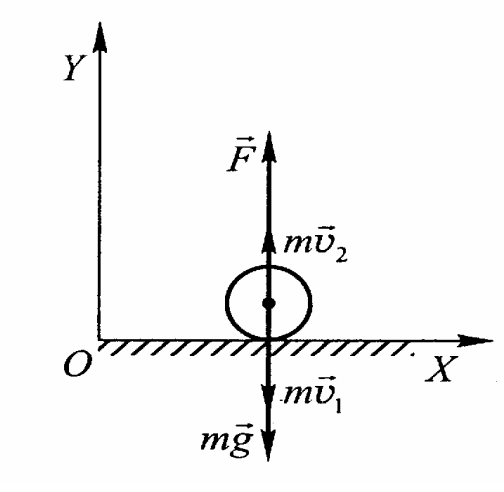
$$[F] = \left[\frac{\text{кг}\cdot\text{м/с}}{\text{с}}\right] = \frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н};$$

$$F = \frac{0{,}1\cdot 800\cdot 600}{60} = 80.$$

Відповідь: F = 80 Н.

Приклад 2. Кулька масою m = 20 г падає зі швидкістю υ_1 = 5,0 м/с на сталеву плиту і відскакує від неї в протилежному напрямку зі швидкістю υ_2 = 4,0 м/с. Визначити модуль зміни імпульсу кульки та модуль середньої сили, яка діє на кульку під час удару, якщо співударяння тривало $\tau = 1{,}0\cdot 10^{-2}$ с.

Дано:	СІ:	Розв'язання:
υ_1 = 5,0 м/с		Вибравши напрями осей OX і OY,
m = 20 г	m = 0,2 кг	покажемо вектори імпульсів кульки до і
υ_2 = 4,0 м/с		після удару. Зміна імпульсу кульки - це
$\tau = 1{,}0\cdot 10^{-2}$ с		вектор $\Delta\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 = m\vec{\upsilon}_2 - m\vec{\upsilon}_1$.
F - ?		Модуль цього вектора становить:
$\lvert\Delta\vec{p}\rvert$ - ?		$\lvert\Delta\vec{p}\rvert = \sqrt{(\Delta p_x)^2 + (\Delta p_y)^2}$,
Δp - ?		



де $\Delta p_x = \Delta p_y$ - проекції вектора $\Delta\vec{p}$ на осі OX і OY відповідно.

Знаходимо: $\Delta p_x = 0$,

$\Delta p_y = m\upsilon_{2y} - m\upsilon_{1y} = m\upsilon_2 + m\upsilon_1 =$

$= m(\upsilon_1 + \upsilon_2)$.

Отже, модуль зміни вектора імпульсу кульки дорівнює:

$$|\Delta\vec{p}| = m(\upsilon_1 + \upsilon_2). \qquad (1)$$

Згідно з другим законом Ньютона, зміна імпульсу тіла дорівнює імпульсу сили. На кульку під час удару діють дві сили: сила нормальної реакції плити $\vec{F}$ і сила тяжіння $m\vec{g}$. Тому, за другим законом Ньютона $\Delta\vec{p} = (\vec{F} + m\vec{g})\tau$. У проекціях на вісь OY маємо: $m(\upsilon_1 + \upsilon_2) = (F - mg)\tau$. Звідси:

$$F = \frac{m(\upsilon_1 + \upsilon_2)}{\tau} + mg. \qquad (2)$$

Слід зауважити, що модуль зміни вектора імпульсу $|\Delta\vec{p}|$ і зміна модуля вектора імпульсу $\vec{p}$, визначена як $\Delta p = p_2 - p_1$ - це різні величини. У цій задачі, наприклад, а $\Delta p = p_2 - p_1 = m\upsilon_2 - m\upsilon_1 = m(\upsilon_2 - \upsilon_1)$.

<u>Обчислення:</u>

$$[F] = \left(\frac{\text{кг}\left(\frac{\text{м}}{\text{с}} + \frac{\text{м}}{\text{с}}\right)}{\text{с}} + \text{кг}\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right) = \text{кг}\frac{\text{м}}{\text{с}^2} = \text{Н};$$

$$|F| = \frac{0{,}2(5{,}0 + 4{,}0)}{1{,}0 \cdot 10^{-2}} = 18;$$

$$[\Delta p] = \text{кг}\left(\frac{\text{м}}{\text{с}} + \frac{\text{м}}{\text{с}}\right) = \text{кг}\frac{\text{м}}{\text{с}};$$

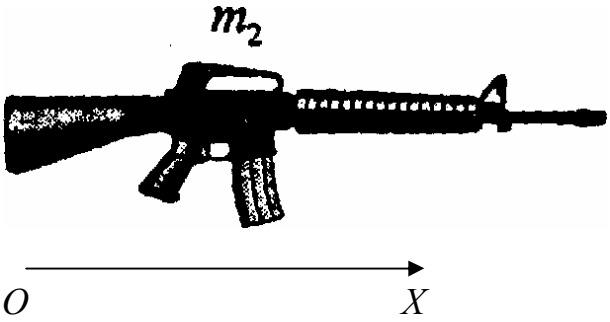
$$|\Delta p| = 0{,}2(5{,}0 + 4{,}0) = 0{,}18;$$

$$|\Delta p| = 0{,}2(4{,}0 - 5{,}0) = -0{,}2.$$

<u>Відповідь:</u> $F = 18$ Н; $|\Delta p| = 0{,}18$ кг·м/с; $\Delta p = -\ 0{,}2$ кг·м/с.

<u>Прикалад 3.</u> Куля вилітає з гвинтівки в горизонтальному напрямку зі швидкістю $u_1 = 800$ м/с. Визначити швидкість гвинтівки при віддачі, якщо її маса в 400 разів перевищує масу кулі.

Дано:	Розв'язання:
u_1 = 800 м/с $\frac{m_2}{m_1} = 400$	Нехай додатний напрям осі OX збігається з напрямком швидкості кулі в момент вильоту з гвинтівки.
u_{2x} - ?	У цьому напрямку зовнішні сили не діють (опором повітря нехтуємо), тому, згідно із законом збереження імпульсу:



$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = const$,
де $\vec{p}_1$ - імпульс кулі, $\vec{p}_2$ - імпульс гвинтівки.
Сума проекцій імпульсів гвинтівки і кулі на вісь OX до пострілу дорівнює сумі проекцій їхніх імпульсів після пострілу:
$m_1\upsilon_{1x} + m_2\upsilon_{2x} = m_1u_{1x} + m_2u_{2x}$.

Оскільки $\upsilon_{1x} = 0$, $\upsilon_{2x} = 0$, $u_{1x} = u_1$, то $m_1u_1 + m_2u_{2x} = 0$.
Звідси:

$$u_{2x} = -\frac{m_1}{m_2}u_1.$$

Обчислення:

$$[u_{2x}] = \frac{\text{кг}}{\text{кг}}\frac{\text{м}}{\text{с}} = \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$|u_{2x}| = -\frac{800}{400} = -2.$$

Відповідь: u_{2x} = - 2 м/с. Мінус вказує на те, що напрям вектора швидкості гвинтівки $\vec{u}_2$ протилежний до напряму вектора швидкості кулі $\vec{u}_1$.

Аудиторне заняття

1. Кулька масою 100 г вільно упала на горизонтальну плиту, маючи в момент удару швидкість 10 м/с. Визначити зміну імпульсу в разі абсолютно непружного і абсолютно пружного ударів. Визначити середню силу, що діє на кульку під час удару, якщо непружний удар тривав 0,05 с , а пружний – 0,01 с.

Дано: СІ: Розв’язання:

Відповідь: 1 кг·м/с; $2{,}5 \cdot 10^4$ кг·м/с; 20 Н; 200 Н.

2. М’яч масою 100 г , що летів з швидкістю 20 м/с, ударився об горизонтальну площину. Кут падіння (кут між напрямом швидкості і перпендикуляром до площини) дорівнює 60^0. Визначити зміну імпульсу, якщо удар абсолютно пружний, а кут відбиття дорівнює кутові падіння.

Дано: СІ: Розв’язання:

Відповідь: 2 кг·м/с.

Домашнє завдання

1. Поїзд, маса якого 2000 т, рухаючись прямолінійно,збільшив швидкість від 36 до 72 км/год. Визначити зміну імпульсу.

Дано: | СІ: | Розв'язання:

Відповідь: $2 \cdot 10^7$ кг·м/с .

2. Рух матеріальної точки описується рівнянням $x = 5 - 8\ t + 4\ t^2$. Вважаючи, що маса точки дорівнює 2 кг, визначити імпульс через 2 с і через 4 с після початку відліку часу, а також силу, шо викликала цю зміну імпульсу.

Дано: | Розв'язання:

_____ _____ _____ _

Приклад 2. Візок із піском рухається зі швидкістю υ_1 = 1 м/с по горизонтальній поверхні. На зустріч візку летить куля масою m = 3 кг зі швидкістю υ_2 = 8 м/с, спрямованою під кутом α = 60° до горизонту. Після зіткнення з візком куля застряє в піску. З якою швидкістю і в який бік рухатиметься візок після зіткнення з кулею? Маса візка з піском M = 10 кг. Силою опору коченню можна знехтувати.

Дано:

υ_1 = 1 м/с
m = 3 кг
υ_2 = 8 м/с
α = 60°
M = 10 кг
u_x - ?

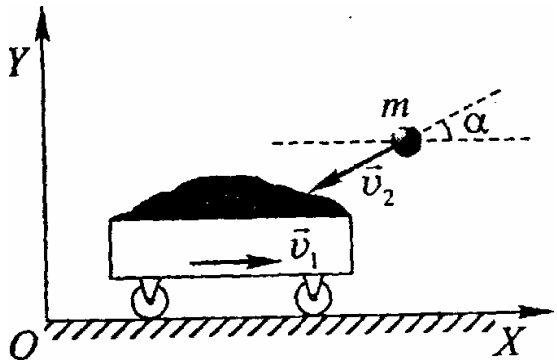
Розв'язання:

Координатну вісь OX спрямуємо горизонтально. Уздовж цієї осі зовнішні сили не діють, тому сума проекцій імпульсів візка і кулі на вісь OX є сталою:

$$M\upsilon_{1x} + m\upsilon_{2x} = (M + m)u_x,$$

де u_x - проекція на вісь OX швидкості візка з кулею, що застряла в піску. Оскільки $\upsilon_{1x} = \upsilon_1$, $\upsilon_{2x} = -\upsilon_2 \cos\alpha$, то

$$M\upsilon_1 - m\upsilon_2 \cos\alpha = (M + m)u_x.$$



Звідси:

$$u_x = \frac{M\upsilon_1 - m\upsilon_2 \cos\alpha}{M + m}.$$

Обчислення:

$$[u_x] = \frac{\text{кг}\frac{\text{м}}{\text{с}} - \text{кг}\frac{\text{м}}{\text{с}}}{\text{кг}} = \frac{\text{м}}{\text{с}};$$

$$u_x = \frac{10 \cdot 1 - 3 \cdot 8 \cdot \cos 60^0}{10 + 3} = -0{,}2.$$

Відповідь: u_x = - 0,2 м/с. Мінус вказує на те, що візок покотиться у від'ємному напрямі осі OX, тобто в бік, протилежний до початкового напрямку руху.

Аудиторне заняття

1. Залізнична платформа масою m_1 = 20 т рухається зі швидкістю υ_1 = 9 км/год. Зі знаряддя, установленого на платформі, випущений снаряд масою m_2 = 25 кг зі швидкістю υ_2 = 700 м/с. Визначити швидкість платформи після пострілу:

а) коли він був зроблений у напрямку руху платформи;

б) коли він був зроблений у протилежному напрямку.

Дано: СІ: Розв’язання:

Відповідь: 1,62 м/с; 3,4 м/с.

2. Знайти швидкість краплі, що утворилася при злитті крапель масами 60 мг і 80 мг, що рухалися перед злиттям під кутом 60^0 друг до друга зі швидкостями 4 м/с і 3 м/с відповідно.

Дано: СІ: Розв’язання:

Відповідь: 3 м/с.

Домашнє завдання

1. Людина масою 60 кг, що стоїть на льоді ловить м’яч масою 0,5 кг, що летить горизонтально зі швидкістю 20 м/с. На яку відстань відкотиться людина з м’ячем по горизонтальній поверхні льоду, якщо коефіцієнт тертя дорівнює 0,05?

Дано: Розв’язання:

Відповідь: 0,027 м.

2. Візок масою 120 кг рухається по інерції зі швидкістю 6 м/с по горизонтальній площині. З візка зіскакує людина масою 80 кг під кутом $\alpha = 30^0$ до напрямку її руху. Швидкість візка зменшилася до 4 м/с. Яка була швидкість стрибка?

Дано: Розв’язання:

Відповідь: 10,4 м/с.

7 ЕНЕРГІЯ. ЗАКОН ЗБЕРЕЖЕННЯ ЕНЕРГІЇ

Таблиця 7

Формула	Назва формули	Назва величин у формулах
E = const	**Закон збереження енергії:** енергія не виникає і не зникає, вона тільки перетворюється із одного виду в інший і передається від одного тіла до іншого в рівних кількостях.	
$E = mc^2 = \dfrac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\dfrac{\upsilon^2}{c^2}}}$	**Повна енергія тіла.**	$c = 3\cdot 10^8 \dfrac{\text{м}}{\text{с}}$ - швидкість світла; m_0 - маса спокою.
$E_0 = m_0 c^2$	**Енергія спокою тіла** (внутрішня енергія).	$[E]$ = 1 Дж = = 1 кг$\dfrac{\text{м}^2}{\text{с}^2}$
$E = E_k + E_n$	**Повна механічна енергія замкнутої системи тіл** складається з кінетичної і потенціальної енергії.	E_k, E_n - кінетична і потенціальна енергія.
$E_k = \dfrac{m\overrightarrow{\upsilon^2}}{2}$	**Кінетична енергія –** це енергія рухомого тіла.	
$E_n = mgh$	**Потенціальна енергія –** це енергія обумовлена взаємодією тіл або частинок тіла.	h – висота; $[m]$ = 1кг.
$E_n = \dfrac{kx^2}{2}$	**Потенціальна енергія пружнодеформованого тіла.**	k -коефіцієнт пружності; x - абсолютне подовження тіла.
$E_n = -\dfrac{Gm_1m_2}{r}$	**Потенціальна енергія гравітаційної взаємодії** двох матеріальних точок на відстані (r).	r - відстань між тілами.

$(E_k + E_n)_1 =$ $(E_k + E_n)_2 =$ $= E = const$	**Закон збереження повної механічної енергії** замкненої системи тіл.	
$\Delta E = (E_k + E_n)_2 -$ $-(E_k + E_n)_1 = A_{опір}$	Зміна повної механічної енергії тіла незамкненої системи дорівнює роботі сил опіру.	$A_{опір}$ - робота опіру.

При рішенні задач насамперед необхідно з'ясувати, чи є система тіл замкнутою або розімкнутою.

Заняття 17
Закон збереження механічної енергії (замкнена система)

Приклад1. Тіло, що вільно падає вертикально вниз без початкової швидкості, має в землі кінцеву швидкість $\upsilon_к$ = 20 м/с. Знайти висоту h_0, з яким падало тіло і висоту, на якій його швидкість дорівнює $\upsilon = \frac{\upsilon_к}{2}$.

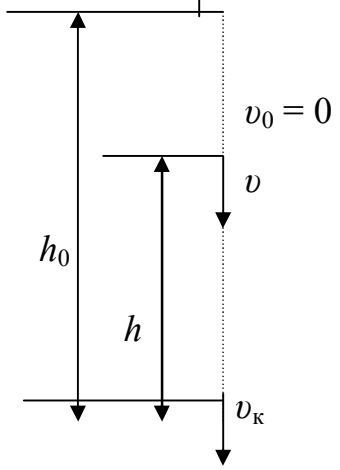
Дано:
$\upsilon_0 = 0$
$\upsilon_к$ = 20 м/с
$\upsilon = \frac{\upsilon_к}{2}$
g = 10 м/с^2
h_0 - ?

Розв'язання:

Запишемо закон збереження механічної енергії для цього тіла:

$$mgh_0 = \frac{m\upsilon^2}{2} + mgh = \frac{m\upsilon_к^2}{2}.$$

З рівняння: $mgh_0 = \frac{m\upsilon_к^2}{2} \Rightarrow h_0 = \frac{\upsilon_к^2}{2g}$.



З рівняння: $\frac{m\upsilon^2}{2} + mgh = \frac{m\upsilon_к^2}{2}$,

підставимо $\upsilon = \frac{\upsilon_к}{2}$, одержимо

$$\frac{m\upsilon_к^2}{2} + mgh = \frac{m\upsilon_к^2}{2} \Rightarrow h = \frac{3\upsilon_к^2}{8g}.$$

Обчислення:

$$[h]=\frac{\text{м}^2/\text{с}^2}{\text{м/с}}=\text{м};\quad |h_0|=\frac{20^2}{2\cdot 10}=20;\qquad |h|=\frac{3\cdot 20^2}{8\cdot 10}=15.$$

Відповідь: h_0 = 20 м; h = 15 м.

Приклад 2. Людина масою 80 кг гойдається на гойдалці. Амплітуда її коливань 1 м. За 1 хв людина здійснює 15 коливань. Знайти кінетичну й потенціальну енергію через 1/12 періоду від початку коливань. Тертям знехтувати.

Дано:

x_{max} = 1 м
m = 80 кг
t_1 = 1 хв = 60 с
$t=\frac{1}{12}T$
N =15

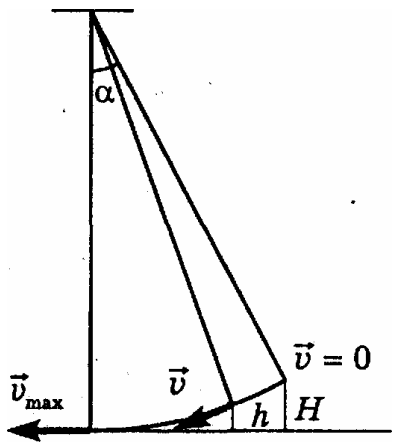
$E_к$ - ?
$E_п$ - ?

Розв'язання:

Приймаємо за нульовий рівень потенціальної енергії системи «Земля – людина на гойдалці» положення гойдалки в рівновазі. Тоді за законом збереження механічної енергії:

$$E=E_{к\,max}=E_{п\,max}=mgh+\frac{m\upsilon^2}{2}.$$

Оскільки даних для відшукання $E_п$ немає, то визначаємо $E_к$:



$$E_к=\frac{m\upsilon^2}{2}\quad \upsilon=x_{max}\omega\cos(\omega t+\frac{\pi}{2})=-x_{max}\omega\sin\omega t,$$

Повна енергія

$$E=E_{к\,max}=\frac{m\upsilon_{max}^2}{2},\qquad \upsilon_{max}=x_{max}\omega,$$

$$\omega=\frac{2\pi}{T},\quad T=\frac{t_1}{N};\quad \omega t=\frac{2\pi}{T}\frac{1}{12}T;$$

$$E_к=\frac{m}{2}(-x_{max}\omega\sin 30^0)^2,\quad E=\frac{m}{2}(x_{max}\omega)^2,$$

$$E_п=E-E_к.$$

Обчислення:

$$[E]=\text{кг}\cdot\text{м}^2\cdot(\text{с}^{-1})^2=\text{Дж}$$

$$T=\frac{60}{15}=4\,\text{с},\quad \omega=\frac{2\cdot 3{,}14}{4}=1{,}57;$$

$$\omega t=\frac{2\pi}{12}=\frac{2\cdot 180}{12}=30^0;$$

$$|E_k|=\frac{80}{2}(-1\cdot 1{,}57\cdot\sin 30)^0=24{,}65\approx 25;$$

$$|E| = \frac{80}{2}(1 \cdot 1{,}57)^2 = 98{,}6 \approx 100;$$
$$|E_n| = 100 - 25 = 75.$$

Відповідь: $E_к \approx 25$ Дж; $E \approx 100$ Дж; $E_п \approx 75$ Дж.

Аудиторне заняття

1. Визначити кінетичну і потенційну енергію тіла масою 0,2 кг, кинутого вертикально нагору зі швидкістю 30 м/с, після закінчення 2 с після кидання.

Дано: Розв'язання:

Відповідь: 10 Дж; 80 Дж.

2. Вантаж масою 0,5 кг падає з деякої висоти на плиту масою 1 кг, укріплену на пружині з коефіцієнтом твердості k = 980 Н/м. Визначити величину найбільшого стиску пружини, якщо в момент удару вантаж мав швидкість 5 м/с. Удар не пружний.

Дано: Розв'язання:

Відповідь: 8,2 см.

Домашнє завдання

1. З вежі висотою Н вертикально вниз зі швидкістю υ_0, кинуте тіло. На якій висоті кінетична енергія тіла буде дорівнює його потенційної енергії? Опір повітря не враховувати.

Дано:

Розв’язання:

Відповідь: $h = \frac{H}{2} + \frac{\upsilon_0^2}{4g}$.

2. Куля масою m попадає в дерев'яний брусок масою М, підвішений на нитці довжиною l (балістичний маятник), і застряє в ньому. Визначити, на який кут α відхилиться маятник, якщо швидкість кулі дорівнює υ.

Дано:

Розв’язання:

_____ _____
_____ __ ____ _____
_____ _____
_____ __ ____ _____

Відповідь: $\cos\alpha = 1 - \dfrac{m^2\upsilon^2}{2gl(m+M)^2}$.

Заняття 18
Закон збереження енергії (розомкнута система)

Приклад 1. Хлопчик стоїть на льоду поряд із санчатами. Маса хлопчика *M,* а маса санчат - *m.* Хлопчик штовхає санчата і надає їм швидкості υ_1, а сам рухається в протилежному напрямку. Яку роботу виконав хлопчик ?

Дано:
M
m
$\upsilon = 0$
υ_1
A - ?

Розв'язання:

Робота, яку виконав хлопчик, дорівнює зміні кінетичної енергії санчат і хлопчика:

$$A = \left(\frac{m\upsilon^2}{2} - 0\right) + \left(\frac{M\upsilon_1^2}{2} - 0\right) = \frac{m\upsilon^2}{2} + \frac{M\upsilon_1^2}{2},$$

де υ_1 - швидкість, з якою почав рухатися хлопчик.

За додатний напрям осі OX оберемо напрямок швидкості санчат. Застосувавши закон збереження імпульсу, запишемо рівняння в проекціях на вісь OX: $m\upsilon - M\upsilon_1 = 0$. Звідси: $\upsilon_1 = \dfrac{m\upsilon}{M}$.

Підставивши це значення у вираз для роботи, отримаємо:

$$A = \frac{m\upsilon^2}{2}\left(1 + \frac{m}{M}\right).$$

Відповідь: $A = \dfrac{m\upsilon^2}{2}\left(1 + \dfrac{m}{M}\right)$.

Приклад 2. Куля масою m = 10 г, що летіла зі швидкістю υ = 800 м/с, влучає в дерево і заглиблюється в нього на S = 10 см. Визначити силу опору дерева і час руху кулі в дереві, вважаючи цей рух рівносповільненим.

Дано:	СІ:	Розв'язання.
m = 10 г	m = 0,1 кг	Зміна кінетичної енергії кулі дорівнює
υ = 800 м/с		роботі сили опору:
S = 10 см	S = 0,1 м	
t - ? F_{on} - ?		

$$0-\frac{m\upsilon^2}{2}=A_{on}. \qquad (1)$$

Вектор сили опору $\vec{F}_{on}$ спрямований у протилежному напрямку до вектора переміщення $\vec{s}$, тому

$$A_{on}=F_{on}S\cos 180^0=-F_{on}S. \qquad (2)$$

З формул (1) і (2) отримуємо:

$$F_{on}=\frac{m\upsilon^2}{2S}. \qquad (3)$$

Час руху кулі в дереві $t=-\frac{S}{\upsilon_{сер}}$, де $\upsilon_{сер}$ - середня швидкість кулі.

Оскільки куля рухається рівносповільнено, то її середня швидкість дорівнює пів сумі початкової та кінцевої швидкостей, тобто

$$\upsilon_{сер}=\frac{(\upsilon+0)}{2}=\frac{\upsilon}{2}.$$

Отже, $t=\frac{2s}{\upsilon}$.

<u>Обчислення:</u>

$$F_{on}=\frac{0{,}1\cdot 800^2}{2\cdot 0{,}1}=32\cdot 10^3 \text{ Н};$$

$$[t]=\frac{\text{м}}{\text{м/с}}=\text{с}; \quad |t|=\frac{2\cdot 0{,}1}{800}=2{,}5\cdot 10^{-4}.$$

<u>Відповідь:</u> $t=2{,}5\cdot 10^{-4}$ с; $F_{on}=32$ кН.

Цю задачу можна розв'язати іншим способом. Зміна імпульсу кулі дорівнює імпульсу сили опору: $\Delta\vec{p}=\vec{F}_{on}\cdot t$. У проекціях на координатну вісь, додатний напрям якої збігається з напрямом сили $\vec{F}_{on}$, це рівняння набуває вигляду: $0-(-m\upsilon)=F_{on}\,t$ або $m\upsilon=F_{on}\,t$. Тоді $F_{on}=\frac{m\upsilon}{t}$. Підставивши значення t з формули (4), отримаємо вираз (3).

<u>Аудиторне заняття</u>

1. Ковзаняр, розігнавши до швидкості 27 км/год, хоче в'їхати на крижану гору. На яку висоту від початкового рівня в'їде ковзаняр з розгону, якщо підйом гори складає 0,5 м на кожні 10 м по горизонталі і коефіцієнт тертя коників об лід дорівнює 0,02?

Дано: | СІ: | Розв’язання:

Відповідь: 2,39 м.

2. Літак масою 2 т рухається горизонтально зі швидкістю 50 м/с. Знаходячись на висоті 420 м, він переходить на зниження при виключеному двигуні і досягає доріжки аеродрому, маючи швидкість 30 м/с. Визначити роботу сили опору повітря під час планувального польоту.

Дано: | СІ: | Розв’язання:

Відповідь: -10^7 Дж.

Домашнє завдання

1. Від удару копра масою 500 кг, що вільно падає з деякої висоти, паля занурюється в ґрунт 1 м. Визначити силу опору ґрунту, вважаючи її постійної, якщо швидкість копра перед ударом 10 м/с. Масою палі при розрахунку зневажити.

Дано: | Розв'язання:

Відповідь: $3 \cdot 10^4$ Н.

2. Вагон масою 50 т рухається зі швидкістю 12 км/год і зустрічає платформу, що стоїть на шляху, масою 30 т. Знайти швидкість спільного руху вагона і платформи безпосередньо після того, як спрацює автозчеплення, і втрату кінетичної енергії в процесі зіткнення.

Дано: | СІ: | Розв'язання:

Відповідь: 7,5 км/год; $9{,}6 \cdot 10^4$ Дж.

8 МЕХАНІЧНА РОБОТА І ПОТУЖНІСТЬ

Таблиця 8

Формула	Назва формули	Назва величин у формулах
$A = \Delta E_{0i}$	**Робота (*A*)** є міра зміни і перетворення енергії.	[*A*] = 1 Дж = = 1 кг $\frac{м^2}{с^2}$.
$A = E_{ki} - E_{k0} = \frac{m\upsilon_i^2}{2} - \frac{m\upsilon_0^2}{2}$	Робота всіх сил, що діють на тіло, дорівнює зміні його кінетичної енергії – **теорема про кінетичну енергію**.	
$A = -(E_{ni} - E_{n0})$	**Робота** сили тяжіння і пружності дорівнює зміні потенційної енергії тіла, взятої з протилежним знаком.	
$A = (\vec{F} \cdot \vec{r})$ $A = F\,r\cos\alpha$, $\alpha = (\vec{F} \hat{,} \vec{r})$	**Робота постійної сили** – це скалярний добуток сили ($\vec{F}$) на переміщення ($\vec{r}$).	[*F*] = 1 Н.
$A = F\,r$	**Робота постійної сили максимальна,** коли $\alpha = 0$ ($\cos\alpha = 1$).	
$N = \frac{A}{\Delta t_{0i}}$ - у механіці, $P = \frac{A}{\Delta t_{0i}}$ - в електриці	**Потужність** – фізична величина, що характеризує швидкість виконання роботи. **Потужність** – це величина, що дорівнює відношенню виконаної роботи до проміжку часу, протягом якого вона виконувалась.	[*N*] = 1 Вт (ватт)= = 1 $\frac{Дж}{с}$.
$N = \vec{F} \cdot \vec{\upsilon}$	**Потужність при постійній силі.**	$\vec{\upsilon}$ - вектор швидкості.
$\eta = \frac{A_k}{A_n}$,	**Коефіцієнт корисної дії (ККД)** (η) – відношення корисної роботи до повної роботи.	A_k - корисна робота;

$\eta = \frac{Q_k}{A_n}$, $\eta = \frac{A_k}{Q_n}$, $\eta = \frac{Q_k}{Q_n}$, $\eta = \frac{N_k}{N_n}$.	$\eta < 1$, ($\eta < 100$ %). **Корисна робота** (A_k) – робота здійснювана двигуном.	A_n - повна робота; Q_k - корисна кількість тепла; Q_n - повна кількість тепла.

Заняття 19
Механічна робота

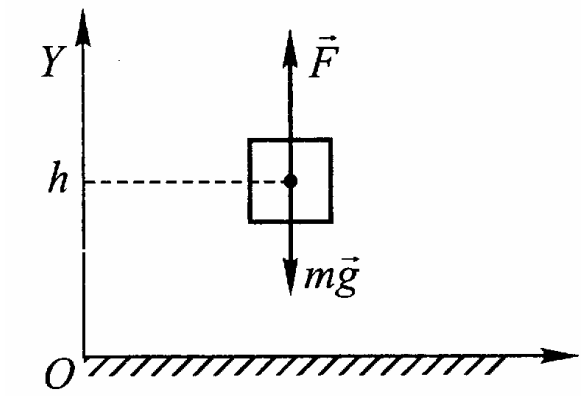
Приклад 1. Під дією постійної сили тіла масою m = 100 кг піднімається на висоту h = 15 м упродовж часу τ = 10 с. Визначити роботу цієї сили. Початкова швидкість тіла дорівнює нулю.

Дано:
m = 100 кг
h = 15м
τ = 10 с
$\upsilon_0 = 0$
g = 9,8 м/с^2
A - ?

Розв'язання:

Координатну вісь *ОУ* спрямуємо вертикально вгору, розташувавши початок системи координат на поверхні землі (мал.). На тіло діють сила $\vec{F}$ і сила тяжіння $\vec{F}_T = m\vec{g}$.Роботу, яку виконує сила $\vec{F}$, визначимо за формою:

$$A = Fh. \qquad (1)$$



Для знаходження модуля сили $\vec{F}$, згідно з другим законом Ньютона, складемо рівняння у векторній формі:

$$\vec{F} + m\vec{g} = m\vec{a},$$

а потім у проекціях на вісь *ОУ:*

$$F - mg = ma_y, \qquad (2)$$

де a_y - проекція прискорення тіла на вісь *ОУ*. Цю проекцію знайдемо з кінематичного рівняння для координати $y = \frac{a_y t^2}{2}$, урахувавши, що $y = h$ при $t = \tau$. Одержимо $a_y = \frac{2h}{\tau^2}$. Підставивши це значення в рівняння (2), знайдемо:

$$F = m\left(g + \frac{2h}{\tau^2}\right).$$

Відповідно до формули (1), маємо:

$$A = m\left(g + \frac{2h}{\tau^2}\right)h \ .$$

Обчислення:

$$[A] = \text{кг}\left(\frac{\text{м}^2}{\text{с}^2} + \frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right)\cdot \text{м} = \text{Дж}, \qquad |A| = 100\left(9{,}8 + \frac{30}{100}\right)\cdot 15 = 1{,}5\cdot 10^4 .$$

Відповідь: $A = 1{,}5\cdot 10^4$ Дж.

Приклад 2. Для розтягнення пружини на 4 мм необхідно здійснити роботу 0,02 Дж. Яку роботу треба здійснити, щоб розтягти цю пружину на 4 см?

Дано:	СІ:	Розв'язання:
$x_0 = 0$	$x_0 = 0$	$A_1 = \frac{kx_1^2}{2}$.
$x_1 = 4$ мм	$x_1 = 4\cdot 10^{-3}$ м	Звідси $k = \frac{2A_1}{x_1^2}$
$A_1 = 0{,}02$ Дж	$A_1 = 0{,}02$ Дж	$A_2 = \frac{kx_2^2}{2} = \frac{2A_1}{x_1^2}x_2^2 = A_1\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2$,
$x_2 = 4$ см	$x_2 = 4\cdot 10^{-2}$ м	
$k_1 = k_2 = k$		$A_2 = A_1\left(\frac{x_2}{x_1}\right)^2$.
A_2 - ?		

Обчислення:

$$[A_2] = \text{Дж (м/м)}^2 = \text{Дж};$$

$$|A_2| = 2\cdot 10^{-2}\left(\frac{4\cdot 10^{-2}}{4\cdot 10^{-3}}\right)^2 = 2\cdot 10^{-2}\cdot 100 = 2.$$

Відповідь: $A_2 = 2$ Дж.

Аудиторне заняття

1. Щоб розтягнути пружину на 4 мм, треба виконати роботу, яка дорівнює 0,02 Дж. Яку роботу треба виконати, щоб розтягнути цю саму пружину на 4 см.

Дано: | СІ: | Розв’язання:

Відповідь: A = 2 Дж.

2. Швидкість тіла масою 4 кг у вільному падінні на якомусь шляху збільшилося з 2 до 8 м/с. Визначити роботу сили тяжіння на цьому шляху.

Дано: | Розв’язання:

Відповідь: A = 120 Дж.

Домашнє завдання

1. Тіло масою 0,1 кг, кинуте вертикально вниз з висоти 20 м і зі швидкістю 10 м/с, упало на землю зі швидкістю 20 м/с Знайти роботу з подоланню опору повітря.

Дано: Розв'язання:

Відповідь: 5 Дж.

2. Із шахти глибиною 200 м піднімають вантаж масою 500 кг на канаті, кожен метр якого важить 15 Н. Яка робота відбувається при піднятті вантажу? Який КПД установки?

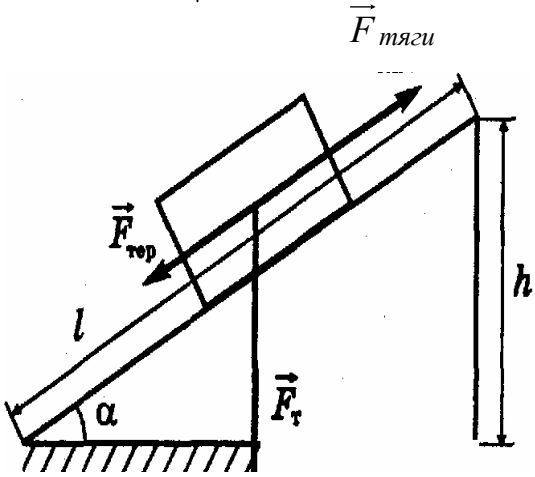
Дано: Розв'язання:

Відповідь: $A = 1{,}3 \cdot 10^6$ Дж; 77%.

Заняття 20
Потужність ККД

Приклад1. При рівномірному переміщенні вантажу масою 15 кг вздовж похилої площини динамометр, прив'язаний до вантажу, показував силу 40 Н. Обчислити ККД похилої площини, якщо її довжина 1,8 м, висота 30 см.

Дано:	СІ:	Розв'язання:
m = 15 кг	m = 15 кг	Позначимо масу вантажу,
$F_{тяги}$ = 40 Н	$F_{тяги}$ = 40 Н	що піднімається, m, виміряну
l = 1,8 м	l = 1,8 м	динамометром силу, що прикладена до
h = 30 см	h = 0,3 м	вантажу, $F_{тяги}$, довжину площини l її
η - ?		висоту (мал.).



Коефіцієнт корисної дії

$$\eta = \frac{A_{кор.}}{A_{повна}} 100\%.$$

Корисна робота при підніманні тіла на висоту h

$$A_{кор} = Ph = mgh.$$

Повна робота або робота сили тяги на шляху l

$$A_{повна} = F_{ТЯГИ}\, l.$$

Отже, ККД (η) похилої площини з урахуванням сили тертя при рівномірному русі вантажу вздовж похилої площини

$$\eta = \frac{mgh}{F_{тяги} l} 100\%.$$

Обчислення:

$$[\eta] = \frac{\text{кг}\,\frac{\text{Н}}{\text{м}}}{\text{кг}} \% = \%, \qquad |\eta| = \frac{15 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}3}{40 \cdot 1{,}8} 100 = 62{,}5.$$

Відповідь: η = 62,5%.

Приклад 2. Визначити середню потужність насоса, який подає 4,5 м^3 води на висоту 5 м за 5 хвилин.

Дано:	Розв'язання:
$V_в = 4{,}5$ м^3 $h = 5$ м $t = 5$ хв $= 300$ с $g = 9{,}8$ м/с^2	Для розрахунку середньої потужності насоса $\rho_в = 1000$ кг/м^3 застосуємо основну формулу потужності: $N_{сер} = \frac{A}{t}$. Розпишемо роботу, виконану насосом, як добуток модуля піднімальної сили F насоса на висоту піднімання води h: $A = Fh$.
$N_{сер}$ - ?	

Піднімальна сила насоса дорівнює за модулем вазі води, що піднімається:

$$F = P_в = m_в g = \rho_в V_в g.$$

Підставимо значення модуля сили у формулу роботи:

$$A = \rho_в V_в g h.$$

Отже, середня потужність насоса

$$N_{сер} = \frac{A}{t} = \frac{\rho_в V_в g h}{t}.$$

Обчислення:

$$[N_{сер}] = \frac{\frac{кг}{м^3} м^3 \frac{м}{с^2} м}{с} = \frac{Н \cdot м}{с} = \frac{Дж}{с} = Вт;$$

$$|N_{сер}| = \frac{1000 \cdot 4{,}5 \cdot 9{,}8 \cdot 5}{300} = 735.$$

Відповідь: $N_{сер} = 735$ Вт.

Приклад 3. Електровоз, рухаючись зі швидкістю $\upsilon = 72$ км/год, споживає потужність $N_з = 600$ кВт. Визначити силу тяги електровоза, якщо його коефіцієнт корисної дії $\eta = 80\%$.

Дано:	СІ:	Розв'язання:
$\upsilon = 72$ км/год $N_з = 600$ кВт $\eta = 80\%$	$\upsilon = 10$ м/с $N_з = 600 \cdot 10^3$ кВт $\eta = 0{,}8$	Корисну потужність електровоза визначимо за формулою: $N_к = F\upsilon$ (1)
F - ?		

Згідно з визначенням, ККД дорівнює відношенню корисної потужності до затраченої, тобто

$$\eta = \frac{N_к}{N_з}. \quad (2)$$

З формул (1) і (2) отримаємо:

$$F = \frac{\eta N_з}{\upsilon}.$$

Обчислення:

$$[F] = \frac{\text{Вт}}{\text{м/с}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{м} \cdot \text{с}}{\text{с} \cdot \text{м}} = \text{Н};$$

$$|F| = \frac{0{,}8 \cdot 600 \cdot 10^3}{10} = 24 \cdot 10^3.$$

Відповідь: $F = 24 \cdot 10^3$ Н.

Аудиторне заняття

1. Потяг масою 600 т, відійшовши від станції на 2,5 км, здобуває швидкість 60 км/ч. Яку середню потужність розвиває локомотив, якщо коефіцієнт тертя дорівнює 0,005?

Дано: | СІ: | Розв'язання:

Відповідь: 5,4 · 10 Вт.

2. Визначити роботу підйому вантажу по похилій площині, середню потужність і ККД піднімального пристрою, якщо маса вантажу складає 100 кг, довжина похилої площини 2 м, кут її нахилу до обрію 30^0. Коефіцієнт тертя дорівнює 0,1, прискорення при підйомі 1 м/с^2. У підстави похилої площини вантаж знаходиться в спокої (g = 10 м/с^2).

Дано: | СІ: | Розв’язання:

Відповідь: $A = 1{,}37 \cdot 10^3$ Дж; $N \approx 0{,}7$ квт; $\eta = 73\%$.

Домашнє завдання

1. На горизонтальній ділянці шляху довжиною 2 км швидкість потяга збільшилася з 15 до 20 м/с. Визначити роботу і середню потужність, що розвивається потягом на цій ділянці, якщо маса потяга 800 т і коефіцієнт тертя 0,005.

Дано: | СІ: | Розв’язання:

Відповідь: $1{,}5 \cdot 10^8$ Дж; $1{,}31 \cdot 10^6$ Вт.

2. Автомобіль масою 2 т рухається в гору з ухилом 4 м на кожні 100 м шляхи. Коефіцієнт тертя дорівнює 0,08. Визначити роботу, зроблену двигуном на шляху 3 км, і потужність, що розвивається їм,, якщо цей шлях був пройдений за 4 хв.

Дано:

Розв'язання:

Відповідь: $7{,}2 \cdot 10^6$ Дж; 30 кВт.

9 МЕХАНІКА РІДИН І ГАЗІВ

Таблиця 9

Формула	Назва формули	Назва величин у формулах
$p = \frac{F_n}{S}$	**Тиск** рідини або газу на площину *S*.	F_n - модуль сили, яка діє перпендикулярно до площину *S*; $[p] = 1\ \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = 1$ Па.
$\frac{\vec{F}_1}{\vec{F}_2} = \frac{S_1}{S_2}$ $\frac{\vec{F}_1}{\vec{F}_2} = \frac{h_1}{h_2}$	**Перша** формула **гідравлічного пресу**. **Друга** формула **гідравлічного пресу**.	$\vec{F}_1, \vec{F}_2$ - сили, що діють на поршні пресу, площі яких S_1 і S_2, а переміщення поршнів h_1 і h_2.
$p_h = p_0 + \rho g h$	**Формула гідростатичного тиску**.	p_0 - тиск атмосфери на рівні моря (p_0 = 1013,2 г Па

		= 760 мм рт. ст.); p_h - тиск на глибині h в рідині з густиною ρ .
$\overrightarrow{F_A} = \rho_{ж} g V_T$	**Сила Архімеда** – виштовхуюча сила рідини.	$\rho_{ж}$ - густина рідини; V_T - об'єм зануреної частини тіла в рідину.
$\upsilon_1 S_1 = \upsilon_2 S_2 ... = const$	Рівняння нерозривності струменя	υ_1, υ_2 - швидкості ламінарного потоку в перерізах S_1 і S_2.
$\frac{\rho \upsilon_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho \upsilon_2^2}{2} + p_2 = const$	**Рівняння Бернуллі** для стаціонарного (ламінарного) потоку рідини.	p - статичний тиск; $\frac{\rho \upsilon^2}{2}$ - динамічний тиск рідини.

Між різними одиницями виміру тиску існує наступний зв'язок:

1) 1 мм. рт. ст. = 133 Па;
2) 1 фіз. атм. = 760 мм. рт. ст = $1{,}013 \cdot 10^5$ Па;
3) 1 техн. атм. = 9,8 Н/см^2 = $0{,}98 \cdot 10^5$ Па;
4) 1 бар = 10^5 Па.

Заняття 21
Гідростатичний тиск. Закон Паскаля

Приклад1. Малий поршень гідравлічного преса за один хід опускається на відстань h_1 = 0,20 м, а великий поршень піднімається на h_2 =0,01 м (мал.). З якого силою діє прес на затиснуте в ньому тіло, якщо на малий поршень діє сила F_1 = 500 Н?

Дано:

h_1 = 0,20 м

h_2 = 0,01 м

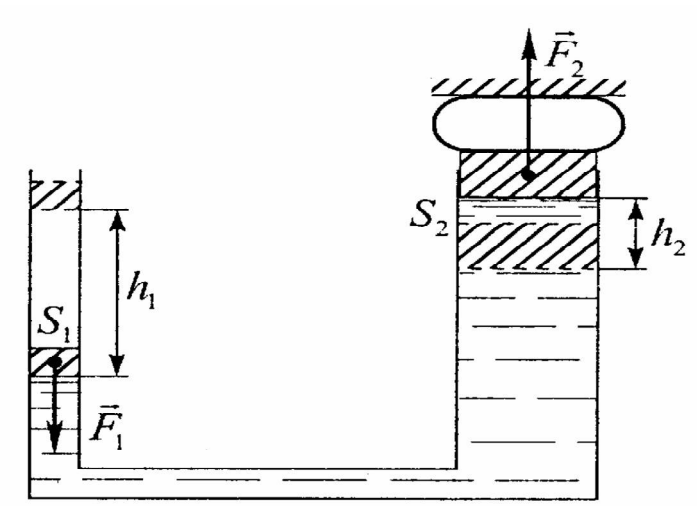
F_1 = 500 Н

F_2 - ?

Розв'язання:

Сила $\vec{F}_1$ створює тиск $p = \frac{F_1}{S_1}$, де S_1 - площа малого поршня. Згідно із законом Паскаля, такий самий тиск буде і у великому циліндрі преса. Отже, на великий поршень із боку рідини діє сила

$$F_2 = pS_2 = \frac{F_1 S_2}{S_1} \qquad (1)$$



де S_2 - площа великого поршня. Запишемо умову нестискуваності рідини:

$$S_1 h_1 = S_2 h_2 \qquad (2)$$

З рівностей (1) і (2) отримаємо:

$$F_2 = \frac{F_1 h_1}{h_2}, \quad F_2 = 1{,}0 \cdot 10^4 \text{ Н}. \quad (3)$$

З такою самою силою прес діє на затиснуте в ньому тіло.

Аналіз формул (1) і (3) показує, що гідравлічний прес дає виграш у силі в $\frac{S_2}{S_1}$ разів, але не дає виграшу в роботі. Так, з формули (3) маємо: $F_1 h_1 = F_2 h_2$. Однак $F_1 h_1 = A_1$ - це робота сили $\vec{F}_1$, $F_2 h_2 = A_2$ - робота сили $\vec{F}_2$.

Отже, $A_1 = A_2$.

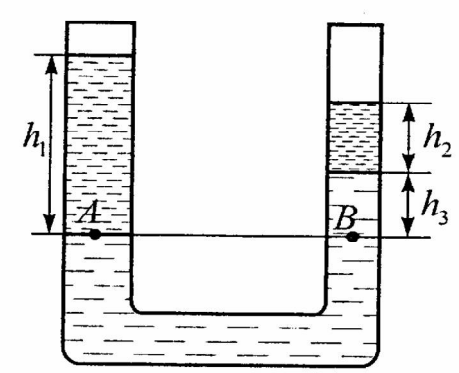
<u>Відповідь:</u> $F_2 = 1{,}0 \cdot 10^4$ Н.

<u>Приклад 2.</u> У сполучені посудини налили ртуть, а поверх неї в одну з посудин - стовпчик олії заввишки h_1 = 48 см, в іншу - стовпчик гасу заввишки h_2 = 20 см. Визначити різницю рівнів ртуті в обох посудинах. Густина олії $\rho_1 = 0{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3, гасу $\rho_2 = 0{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3, ртуті $\rho_з = 13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3.

<u>Дано:</u>	<u>СІ:</u>
h_1 = 48 см	h_1 = 0,48 м
h_2 = 20 см	h_2 = 0,2 м
$\rho_1 = 0{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3	
$\rho_2 = 0{,}8 \cdot 10^3$ кг/м^3	
$\rho_з = 13{,}6 \cdot 10^3$ кг/м^3	
h_3 - ?	

<u>Розв'язання:</u>

Нехай поверхня однакового рівня проходить по найнижчій поверхні розподілу рідин олія - ртуть (мал.). Рідини перебувають у стані рівноваги, тому тиски в точках A і B цієї поверхні однакові: $p_A = p_B$. Враховуючи, що



$$\rho_A = \rho_{атм} + \rho_1 g h_1,$$

$$\rho_B = \rho_{ATM} + \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3,$$

можна записати:

$$\rho_{ATM} + \rho_1 g h_1 = \rho_{ATM} + \rho_2 g h_2 + \rho_3 g h_3.$$

Звідси:

$$h_3 = \frac{\rho_1 h_1 - \rho_2 h_2}{\rho_3}.$$

Обчислення:

$$[h] = \frac{\text{кг/м}^3 \cdot \text{м}}{\text{кг/м}^3} = \text{м}; \quad |h| = \frac{0{,}9 \cdot 10^3 \cdot 0{,}48 - 0{,}8 \cdot 10^3 \cdot 0{,}2}{13{,}6 \cdot 10^3} = 2 \cdot 10^{-2}.$$

Відповідь: $h_3 = 2 \cdot 10^{-2}$ м.

Приклад 3. Акваріум, який має форму прямокутного паралелепіпеда, заповнений водою. З якою силою давить вода на стінку акваріума, якщо її довжина a, висота b? Атмосферний тиск не враховувати.

Дано:	Розв'язання:
a	Площа бокової стінки акваріума $S = a \cdot b = a \cdot h$.
$h = b$	Гідростатичний тиск води на стінку лінійно
$\rho_в$	змінюється від $p_1 = 0$ до $p_2 = pgh$. Тоді $p_{сер} = \frac{p_1 + p_2}{2} = \frac{\rho gh}{2}$.
F_T - ?	Сила тиску на стінку дорівнює $F_T = p_{сер}S = \frac{\rho_в gh}{2} ah = \frac{\rho_в gah^2}{2}$.

Відповідь: $F_T = \frac{\rho gah^2}{2}$.

Аудиторне заняття

1. Площі поршнів гідравлічного преса 2 і 400 см^2. Визначити силу тиску на великий поршень і висоту його підняття, якщо при опусканні малого поршня на 20 см виробляється робота 98 Дж.

Дано:	СІ:	Розв'язання:

Відповідь: 105 Н; 10^{-3} м.

2. У сполучених посудинах знаходиться ртуть. Діаметр однієї судини в два рази більше іншого. У вузьку судину наливають стовп води висотою 0,7 м. На скількох підніметься рівень ртуті в одній судині й опуститься в іншому?

Дано:	СІ:	Розв'язання:

Відповідь: 1 см; 4 см.

3. По горизонтальній трубі діаметром 5 см тече вода зі швидкістю 30 см/с при тиску 2 атм. Знайти тиск у вузькій частині труби, ща має діаметр 2 см.

Дано:	СІ:	Розв'язання:

Відповідь: 1,982 атм. = 2 Па.

Домашнє завдання

1. Яка сила тиску може бути отримана на гідравлічному пресі, якщо до довгого плеча важеля прикладена сила 100 Н співвідношення пліч важеля дорівнює 9, а площі поршнів преса відповідно складають 5 і 500 см^2 ? ККД гідравлічного преса дорівнює 0,8.

Дано: | СІ: | Розв'язання:

Відповідь: $7{,}2 \cdot 10^4$ Н.

2. Акваріум глибиною h наповнений доверху водою. З якою силою давить вода на стінку акваріума, що має форму прямокутника довжиною l і складає з вертикаллю кут α ?

Дано: | Розв'язання:

Відповідь: $F = \frac{hl}{\cos\alpha}(p_{AT} + \frac{\rho g h}{2})$.

3. З якою швидкістю знижується рівень води в баці, площа перетину якого дорівнює 1 м^2, якщо швидкість бігу води в трубі, що відводить, перетином 20 см складає 2 м/с? Чому дорівнює витрата води в баці?

Дано: | СІ: | Розв'язання:

Відповідь: $0{,}4 \cdot 10^{-2}$ м/с; $4 \cdot 10^{-3}$ м/с.

Заняття 22

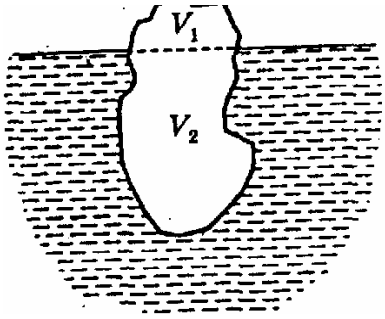
Закон Архімеда

Таблиця 9 а

Поведінка тіла	Тіло		
	неоднорідне	однорідне	
Тоне	$F_А < mg$	$\rho_т > \rho_р$.	m – маса тіла
Спливає	$F_А > mg$	$\rho_т < \rho_р$	$\rho_т$ - густина тіла
Плаває всередині рідини	$F_А = mg$	$\rho_т = \rho_р$	$\rho_р$ - густина рідини
Плаває на поверхні рідини (часткове занурення)	$F_А = mg$	$\rho_т < \rho_р$	$\rho_р$ - густина рідини

Приклад 1. Айсберг плаває в морі, виступаючи на 150 м^3 над поверхнею води. Визначити об'єм підводної частики айсберга.

Дано:	Розв'язання:
$V_1 = 150$ м^3	Умова плавання тіл: $F_A = mg$.
$\rho_B = 1{,}03 \cdot 10^3$ кг/м^3	Розпишемо F_A і m
$\rho_\pi = 0{,}9 \cdot 10^3$ кг/м^3	$F_A = \rho_B g V_2, m = \rho_\pi (V_1 + V_2)$,
V_2 -?	$\rho_B g V_2 = \rho_\pi (V_1 + V_2) g$,
	$V_2 = \dfrac{\rho_\pi V_1}{\rho_u - \rho_\pi}$



Обчислення:

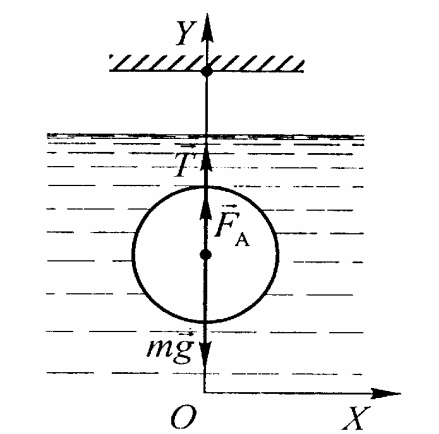
$$[V_2] = \frac{\text{кг}/\text{м}^3 \cdot \text{м}^3}{\text{кг}/\text{м}^3 - \text{кг}/\text{м}^3} = \text{м}^3;$$

$$\{V_2\} = \frac{0{,}9 \cdot 10^3 \cdot 150}{(1{,}03 - 0{,}9) \cdot 10^3} = 1038$$

Відповідь: $V_2 = 1038$ м^3.

Приклад 2. Вага тіла, зануреного в рідину густиною ρ_1, дорівнює P_1, а зануреного в рідину густиною ρ_2 – P_2 .Визначити густину тіла ρ.

Дано:	Розв'язання:
P_1	Припустимо, що тіло підвішали на невагомій нитці в рідині.
ρ_1	(мал.). На тіло діють три сили: сила тяжіння $m\vec{g}$,
P_2	Архімедова сила $\vec{F}_A$ і сила натягу нитки $\vec{T}$. Тіло перебуває в
ρ_2	стані рівноваги. Отже, сума діючих на нього сил
ρ- ?	



$$\vec{T} + \vec{F}_A + m\vec{g} = 0.$$

Спрямувавши координатну вісь *ОУ* вертикально вгору і спроектувавши на неї всі сили, отримаємо: $T + F_A + mg = 0$. Звідси: $T = mg - F_A$.

Позначимо об'єм тіла літерою *V*, тоді $F_A = \rho_p g V$, де ρ_p - густина рідини. Отже, маємо:

$$T = mg - \rho_p g V = g(m - \rho_p V).$$

Модуль сили натягу нитки дорівнює модулю ваги тіла: $T = P$. Таким чином, вагу тіла масою *m,* зануреного в рідину густиною ρ_p, можна визначити а такою формулою:

$$P = (m - \rho_p V)g\,. \qquad (1)$$

На основі формули (1) можна записати:

$$P_1 = (m - \rho_1 V)g\,,\ P_2 = (m - \rho_2 V)g\,.$$

Поділивши ліву та праву частини цих рівнянь на V і врахувавши, що $\frac{m}{V} = \rho$, отримаємо:

$$\frac{P_1}{gV} = \rho - \rho_1\,; \qquad (2)$$

$$\frac{P_2}{gV} = \rho - \rho_2\,. \qquad (3)$$

Розв'язавши рівняння (1) та (2), знайдемо густину тіла:

$$\rho = \frac{P_2\rho_1 - P_1\rho_2}{P_2 - P_1}\,.$$

Отже, густину тіла можна знайти, зваживши його в двох різних рідинах, густини яких відомі.

Відповідь: $\rho = \frac{P_2\rho_1 - P_1\rho_2}{P_2 - P_1}$.

Приклад 3. Шматок металу масою m = 1,0 кг, повністю занурений у бензин, важить P_1 = 9,3 Н. У певному розчині він важить P_2 = 8,8 Н. Визначити густину розчину ρ_2, якщо густина бензину $\rho_1 = 7{,}2 \cdot 10^2$ кг/м^3, а густина металу більша за густину бензину і розчину.

Дано:
m = 1,0 кг
P_1 = 9,3 Н
P_2 = 8,8 Н
$\rho_1 = 7{,}2 \cdot 10^2$ кг/м^3
g = 9,8 м/с^2

ρ_2 - ?

Розв'язання:

На основі формули (1), отриманої при розв'язуванні приклада 1, для визначення ваги тіла в рідині можна записати:

$P_1 = mg - \rho_1 gV$, або $P_2 = mg - \rho_2 gV$,

або $mg - P_1 = \rho_1 gV$, або $mg - P_2 = \rho_2 gV$,

Звідси:

$$\frac{mg - P_1}{mg - P_2} = \frac{\rho_1}{\rho_2},\ \rho_2 = \frac{(mg - P_2)\rho_1}{mg - P_1},$$

Таким способом можна практично визначити густину розчину.

Обчислення:

$$[\rho_2] = \frac{\text{кг} \cdot \text{м/с}^2 \cdot \text{кг/м}^3}{\text{кг} \cdot \text{м/с}^2} = \text{кг/м}^3\,; \quad |\rho_2| = \frac{(1 \cdot 9{,}8 - 8{,}8) \cdot 7{,}2 \cdot 10^2}{1 \cdot 9{,}8 - 9{,}3} = 1{,}4 \cdot 10^3\,.$$

Відповідь: $\rho_2 = 1{,}4 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Приклад 4. Прямокутний металевий брусок, густина якого становить ρ_1, площа основи - S і висота – h_1, лежить на дні посудини. В посудину налили до висоти $h_2 > h_1$, рідину густиною ρ_2. Визначити силу, з якою брусок тисне на дно посудини.

Дано:

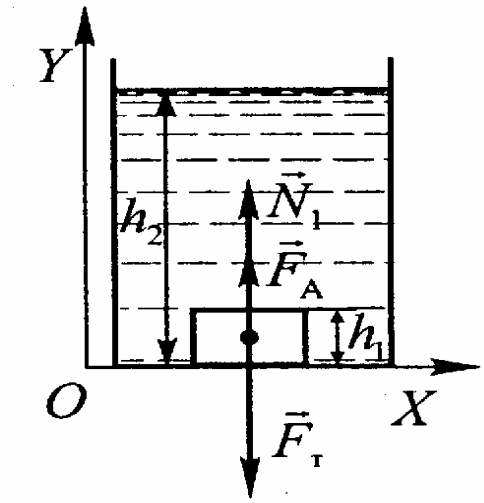
ρ_1
S
h_1
$h_2 > h_1$
ρ_2

N_1 - ?

Розв'язання:

Можливі два випадки: 1) брусок нещільно при лягає до дна посудини; 2) брусок прилягає до дна настільки щільно, що рідина під нього не підтікає. Розглянемо кожен випадок зокрема.

1) Знизу на брусок діє сила з боку рідини. Ця сила більша за силу, зумовлену тиском рідини зверху, тому «виникає» архімедова сила. Таким чином, у цьому разі на брусок діють три сили: архімедова сила $\vec{F}_A$, сила тяжіння $\vec{F}_T = m\vec{g}$ і сила реакції дна $\vec{N}_1$.



Умову рівноваги бруска запишемо так: $\vec{F}_T + \vec{F}_A + \vec{N}_1 = 0$.

У проекціях на вісь *OY* отримаємо: $N_1 + F_A - F_T = 0$. Звідси: $N_1 = F_T - F_A$.

Оскільки $\vec{F}_T = mg = \rho_1 S h_1 g$ і $F_A = \rho_2 S h_1 g$, то $N_1 = (\rho_1 - \rho_2) S g h_1$.

Відповідь: $N_1 = (\rho_1 - \rho_2) S g h_1$.

Аудиторне заняття

1. Порожня мідна куля важить у повітрі 2,64 Н, а у воді – 2,21 Н. Визначити обсяг внутрішньої порожнини кулі. Густина міді 8,9 г/см^3. Виштовхуючою силою повітря зневажити.

Дано:

СІ:

Розв'язання:

Відповідь: 13,6 см^3 = 13,6 · 10^{-6} м^3.

2. Куб, що плаває в ртуті, занурений у неї на ¼ свого обсягу. Яка частина обсягу куба буде занурена в ртуть, якщо поверх неї налити шар води, цілком закриваючий кую? Гутина ртуті 13,6 г/см^3.

Дано:	СІ:	Розв'язання:

Відповідь: 0,19.

3. Шматок скла падає у воді з прискоренням 5,8 м/с^2. Знайти густину скла. Густина води 1 г/см^3. Опором середовища зневажити.

Дано:	СІ:	Розв'язання:

Відповідь: $2{,}45 \cdot 10^3$ кг/м^3.

Домашнє завдання

1. Порожня кулька з алюмінію ($\rho = 2{,}7 \cdot 10^3$ кг/м^3) важить у воді 0,24 Н, а в бензині ($\rho_б$ = 700 кг/м^3) – 0,33 Н. Знайти обсяг порожнини. Виштовхуючою силою повітря зневажити.

Дано: | СІ: | Розв'язання:

Відповідь: 10 см^3.

2. Аеростат масою 500 кг і обсягом 600 м^3 піднімається рівноприскоренно угору. На яку висоту підніметься аеростат за 10 с? Густину повітря прийняти рівної 1,3 кг/м^3. Опором середовища зневажити.

Дано: | СІ: | Розв'язання:

_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
Відповідь: 274 м.

10 МЕХАНІЧНІ КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ

Таблиця 10

Формула	Назва формули	Назва величин у формулах
$T = \frac{t}{n}, \nu = \frac{n}{t}$	**Період і частота** коливань.	n - число повних коливань тіла за час t.
$T = \frac{1}{\nu}$	Зв'язок періоду з частотою.	$[\nu] = 1\ \text{с}^{-1}$.
$\omega = 2\pi\, n / t$	**Циклічна** (кругова) частота коливань.	
$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}$	Зв'язок циклічної частоти зі звичайною частотою і періодом коливань.	T – період; ν - частота.
$\varphi_t = \omega t + \varphi_0$	**Фаза гармонічних коливань.**	φ_0 – початкова фаза коливання.
$x = A\sin(\omega t + \varphi_0)$	**Рівняння гармонійного коливання.**	A – амплітуда коливань; x– зсув коливної величини від положення рівноваги.

$\upsilon = x' =$ $= A\omega\cos(\omega t + \varphi_0)$	**Швидкість крапки** при гармонійному коливанні.	x' – похідна від координати за часом.
$a = \upsilon' = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0)$ $a = -\omega^2 x$	**Прискорення крапки** при гармонійному коливанні.	υ' – похідна від швидкості за часом.
$\vec{F} = -m\omega^2 x$	**Сила,** що повертається, при гармонійному коливанні	m – маса коливного тіла.
$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$	**Період коливань математичного маятника.**	l – довжина нитки маятника; $g = 9{,}81\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$ - прискорення вільного падіння.
$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$	**Період коливання пружини.**	k – коефіцієнт пружності.
$T = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$	**Період коливань пружинного маятника**.	$[T] = 1$ с.
$E = \frac{kA^2}{2} = \frac{m\omega^2 A^2}{2}$	**Повна енергія тіла** при гармонійному коливанні	A – амплітуда коливань.
$\lambda = \upsilon T = \upsilon / \nu$	Зв'язок довжини хвилі з періодом і частотою.	υ - швидкість поширення механічної хвилі.

Заняття 23

Приклад1. Тіло здійснює гармонічні коливання за законом $x = 0{,}1\cos(20\pi t + \frac{\pi}{3})$ м. Визначити амплітуду, період, частоту, зміщення, фазу, швидкість та прискорення в момент часу 0,05 с. В який момент часу прискорення буде максимальне?

Дано:

$x = 0{,}1\cos(20\pi t + \frac{\pi}{3})$ м

$t_1 = 0{,}05$ с

A - ? T - ? υ -? x_1 -? φ_1 -? υ_1 -? a_1 -? t_2 -?

Розв'язання:

1) Досліджуючи дане рівняння гармонічних коливань і порівнюючи його з рівнянням гармонічних коливань у загальному вигляді $x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$ знаходимо значення A, ω, φ_0.

$A = 0{,}1$ м; $\omega = 20\pi \ \frac{1}{c}$; $\varphi_0 = \frac{\pi}{3}$ рад.

Формула зв'язку циклічної частоти з періодом дозволяє визначити період коливань

$$T = \frac{2\pi}{\omega}; \quad T = \frac{2\pi}{20\pi} \cdot c = 0{,}1 \text{ с.}$$

З формули $T = \frac{1}{\upsilon}$ визначимо $\upsilon = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}1c} = 10$ Гц.

2) Для визначення зміщення тіла від положення рівноваги необхідно в дане рівняння підставити значення часу $t_1 = 0{,}05$ с:

$$x_1 = 0{,}1\cos(20\pi \cdot 0{,}05 + \frac{\pi}{3}) \text{ м} = -0{,}05 \text{ м.}$$

Фазу коливань в момент часу $t_1 = 0{,}05$ с знаходимо за формулою:

$$\varphi = \omega t + \varphi_0; \quad \varphi = 20\pi \cdot 0{,}05 + \frac{\pi}{3} = \frac{4}{3}\pi.$$

Швидкість в момент часу $t_1 = 0{,}05$ с знаходимо як першу похідну координати за часом

$$\upsilon = x_1 = -A\omega\sin(\omega t + \varphi_0)$$

Виконавши підстановку значень А, ω, t_1, φ_0, отримаємо

$$\upsilon_1 = -0{,}1 \cdot 20\pi\sin(20\pi \cdot 0{,}05 + \frac{\pi}{3}) = 5{,}44 \text{ м /с.}$$

Прискорення в момент часу $t_1 = 0{,}05$ с знаходимо як першу похідну швидкості за часом:

$$a = -A\omega^2 \cos(\omega t_1 + \varphi_0) = -20^2 \cdot 3{,}14^2 \cdot 0{,}1 \cos(20\pi \cdot 0{,}05 + \frac{\pi}{3}) = 197 \frac{м}{c^2}.$$

3) Прискорення тіла буде максимальним, коли cos $(\omega t_2 + \varphi_0) = 1$. Розв'яжемо рівняння відносно t_2:

$$t_2 = \frac{\arccos 1 - \varphi_0}{\omega}, \qquad t_2 = \frac{2\pi - \frac{\pi}{3}}{20\pi} = 0{,}083 \text{ с}.$$

<u>Відповідь:</u> A = 0,1 м; $\omega = 20\pi \frac{1}{c}$; $\varphi_0 = \frac{\pi}{3}$ рад; υ =10 Гц; x_1 = - 0,05 м; $\varphi = \frac{4}{3}\pi$; $\upsilon_1 = 5{,}44$ м /с; a_1 =197 м /с^2; t_2 = 0,083 с.

<u>Приклад 2.</u> Матеріальна точка масою 20 г здійснює гармонічні коливання з амплітудою 10 см. Знайти максимальну силу. що діє на точку, якщо коефіцієнт пружності 0,18 Н/м. Знайти прискорення, швидкість та потенціальну енергію точки в момент часу, коли іі зміщення дорівнює 6 см. Силою тертя знехтувати.

<u>Дано:</u>	<u>СІ:</u>	<u>Розв'язання:</u>
A = 10 см $\kappa = 0{,}18$ Н/ м x = 6 см m = 20 г	A = 0,1 м $\kappa = 0{,}18$ Н/ м x = 0,06 м m = 0,02 кг	Очевидно, на точку діє найбільша сила в момент часу, коли її зміщення дорівнює амплітуді, тобто при $x = A$. Отже, $F_{max} = \kappa A$; F_{max} = 0,018 Н.
F_{max} - ? a_x - ? υ - ? ω_n - ?		Проекція прискорення $a_x = -\kappa \frac{x}{m}$; $a_x = -0{,}54$ м/с^2.

Потенціальна енергія дорівнює роботі зовнішніх сил, яку треба виконати, щоб вивести матеріальну точку зі стану спокою та відхилити її на величину зміщення x. Робота пружної сили чисельно дорівнює $\frac{1}{2}$ kx^2.0тже, потенціальна енергія

$$W_n = \frac{1}{2} kx^2; \; W_n = 3{,}24 \cdot 10^{-4} \text{ Дж}.$$

Швидкість визначається з формули кінетичної енергії

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2W_k}{m}}.$$

Кінетична енергія дорівнює різниці повної і потенціальної енергії, але оскільки повна енергія для будь-якого моменту часу дорівнює потенціальній у крайньому положенні, то

$$W_k = \frac{kA^2}{2} - \frac{kx^2}{2} = \frac{k}{x}(A^2 - x^2).$$

Отже, $\upsilon = \sqrt{\frac{k(A^2 - x^2)}{m}}$; $\upsilon \approx 0{,}24$ м/с.

<u>Відповідь:</u> $F_{\max} = 0{,}018$ Н; $a_x = -0{,}54$ м/с^2; $W_n = 0{,}32$ мДж; $\upsilon = 0{,}24$ м/с.

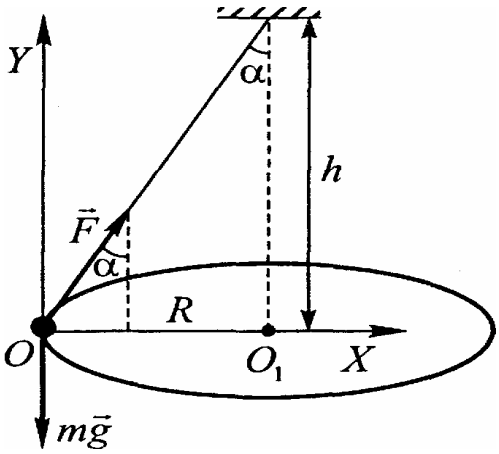
<u>Приклад 3.</u> Кулька, прикріплена до невагомої нерозтяжної нитки, рухається в горизонтальній площині по колу з постійною швидкістю (математичний). Відстань від точки підвісу до площини обертання дорівнює *h*. Визначити період обертання кульки.

<u>Дано:</u>
h
g
T - ?

<u>Розв'язання:</u>

Нехай α - кут, який утворює нитка з вертикаллю.

На кульку діють дві сили: сила натягу нитки $\vec{F}$ і сила тяжіння $\vec{F}_T = m\vec{g}$, де *m* - маса кульки. Спрямуємо координатну вісь *OX* від кульки вздовж радіуса до центра кола O_1, а вісь *OУ* - вертикально вгору. За другим законом Ньютона, маємо:



$\vec{F} + m\vec{g} = m\vec{a}_Д$, де $\vec{a}_Д$ - доцентрове прискорення кульки.

Його модуль $a = \frac{\upsilon^2}{R}$, де *R* - радіус кола.

Для проекцій на вісь О*X* отримаємо:

$$F_{\sin\alpha} = \frac{m\upsilon^2}{R} \qquad (1)$$

Уздовж осі О*У* прискорення немає, тому сума проекцій сил на цю вісь дорівнює нулю:

$$F\cos\alpha - mg = 0, \text{ або } F\cos\alpha = mg. \qquad (2)$$

Поділивши почленно рівняння (1) на рівність (2), одержимо:

$$tg\alpha = \frac{\upsilon^2}{gR} \qquad (3)$$

Лінійна швидкість кульки $\upsilon = \frac{2\pi R}{T}$, де Т - період обертання.

Підставивши це значення у формулу (3), матимемо:

$$tg\alpha = \frac{4\pi^2 R}{gT^2} \qquad (4)$$

При цьому, згідно з мал., визначимо, що

$$tg\alpha = \frac{R}{h} \ . \qquad (5)$$

З формул (4) і (5) отримуємо:

$$\frac{R}{h} = \frac{4\pi^2 R}{gT^2}$$

Звідси знаходимо період обертання:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{h}{g}} \ .$$

Аналіз останньої формули підтверджує, що період обертання математичного маятника залежить лише від відстані h між площиною обертання і точкою підвісу та від прискорення вільного падіння і не залежить від довжини нитки, маси кульки, радіуса кола і лінійної швидкості кульки.

Відповідь: $T = 2\pi\sqrt{\frac{h}{g}}$.

Аудиторне заняття

1. Рівняння руху крапки дано у виді $x = 2\sin(\frac{\pi t}{2} + \frac{\pi}{4})$ см. Знайти: 1) період коливань; 2) максимальну швидкість крапки; 3) її максимальне прискорення.

Дано:	СІ:	Розв'язання:

Відповідь: 1) 4 с; 2) $3{,}14 \cdot 10^{-2}$ м/с; 3) $4{,}93 \cdot 10^{-2}$ м/с^2.

2. На гладкому горизонтальному столі лежить куля масою 0,8 кг, прикріплений до пружини твердістю 100 Н/м. У кулю попадає і застряє в ньому куля масою 10 г, що мала в момент удару горизонтальну швидкість 100 м/с. Знайти період і амплітуду коливань кулі.

Дано: | СІ: | Розв'язання:

Відповідь: $T = 0{,}56$ с; $A = 0{,}11$ м.

3. Період коливань математичного маятника в ракеті, що піднімається, став у два рази менше, ніж на Землі. Вважаючи прискорення вільного падіння g незмінним , визначити прискорення ракети.

Дано: | Розв'язання:

Відповідь: $a = 3g$.

4. До гумового шнура довжиною 40 см і радіусом 1 мм підвішена гиря масою 0,5 кг. Знаючи , що модуль Юнга цієї гуми дорівнює 3 Н/мм^2, знайти період вертикальних коливань гирі.

Дано: | СІ: | Розв'язання:

Відповідь: T = 0,92 с.

5. Поперечна хвиля поширюється уздовж натягнутого шнура. Відстань між найближчими крапками, що мають однакові зсуви, – 0,25 м. Визначити довжину хвилі, якщо фази коливань крапок у цей момент часу відносяться між собою, як 1 : 2.

Дано: | Розв'язання:

Відповідь: λ = 1,5 м.

Домашнє завдання

1. Математичний маятник робить коливання з амплітудою 0,03 м. Визначити найбільшу швидкість, який володіє вантаж маятника, якщо період коливань $T = 3{,}9$ с.

Дано: Розв'язання:

Відповідь: 0,048 м/с.

2. Гиря, підвішена на пружині, коливається з амплітудою 3 см. Коефіцієнт пружності пружини дорівнює 980 Н/м. Визначити найбільшу кінетичну енергію гирі.

Дано: СІ: Розв'язання:

Відповідь: 0,44 Дж.

3. Повна енергія тіла, що робить гармонійний коливальний рух, дорівнює $3 \cdot 10^{-5}$ Дж, максимальна сила, що діє на тіло, дорівнює $1{,}5 \cdot 10^{-3}$ Н. Написати рівняння руху цього тіла, якщо період коливань складає 2 с і початкова фаза $\pi / 3$.

Дано: Розв'язання:

Відповідь: $x = 0{,}04 \cdot \sin(\pi t + \pi / 3)$ м.

4. Знайти період коливань маятника довжиною 1 м, що переміщається угору (униз) із прискоренням 1,1 м/с^2.

Дано: Розв'язання:

Відповідь: $0{,}95 \cdot T_0$; $1{,}05 \cdot T_0$; $T_0 = 2\pi\sqrt{l / g} = 2c$

5. Хвиля поширюється зі швидкістю 2,4 м/с і має частоту, рівну 3 Гц. Визначити різниця фаз коливань двох крапок, що відстоять друг від друга на 20 см.

Дано: | СІ: | Розв'язання:

Відповідь: 90^0.

6. Вантаж масою 400 кг здійснює коливання на пружині з жорсткістю 250 Н/м. Амплітуда коливання 15 см. Знайти повну механічну енергію коливань і найбільшу швидкість руху вантажу. Тертям знехтувати.

Дано: | СІ: | Розв'язання:

Відповідь: $\upsilon_{max.} \approx 3{,}8$ м/с; $E_{nex} \approx 2{,}8$ Дж.

Перелік навчальної літератури

1. Коршак Є.В., Фізика 9 кл.: Підручник для загально освіт. навч. закл. / Коршак Є.В., Ляшенко О.І., Савченко В.Ф. – 2-ге вид., перероб. та доп. – К; Ірпень: ВТФ “Перун”, 2005. – 200 с.
2. Соколович Ю.А., Богданова Г.С. Фізика: Довідник з прикладами розв’язування задач / Соколович Ю.А., Богданова Г.С.- 2-ге вид. перероб. – Х.: Веста: Видавництво «Ранок», 2006. - 464с.
3. Гончаренко С.У., Фізика 9 К. " Осв1та " 2005 р.
4. Римкевич А.П., Збірник задач з фізики для 9-11 кл. середн. школи. 12 - те вид, Х., ББК: 2006. - 208 с.
5. Савченко М.О. Розв’язування задач з фізики: Навчальний посібник / Пер. з рос. ПФ. Пістуна. - Тернопіль: Навчальна книга - Богдан, 2004. - 504 с.

ДОДАТКИ

Міжнародна система одиниць

Одиниці фізичних величин в СІ			
Величини		Одиниці	
Найменування	Позначення	Найменування	Позначення
Основні			
Довжина	l	Метр	м
Маса	m	Кілограм	кг
Час	t	Секунда	с
Температура	T	Кельвін	К
Сила струму	I	Ампер	А
Сила світла	J	Кандела	кд
Кількість речовини	ν	Моль	моль
Додаткові одиниці			
Плоский кут	φ	Радіан	рад
Тілесний кут	Ω	Стерадіан	ср

РОБОЧИЙ ЗОШИТ

з дисципліни «ФІЗИКА»
для слухачів факультету довузівської підготовки
(частина 1)

Укладачі:
доцент кафедри довузівської підготовки Расторгуєва Т. Є.,
викладач кафедри довузівської підготовки Галич Є. А.,
ст. лаб. кафедри довузівської підготовки Хохлова О. П.

Підп. по друку Формат Папір
Умовн. друк. арк. Тираж Зам. №

Надруковано з готового оригінал – макета

Одеський державний екологічний університет
65114, Одеса, вул. Львівська, 15