

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**Методичні вказівки
до виконання курсової роботи
з дисципліни**

**ВИЩА МАТЕМАТИКА
розділ**

**Теорія імовірності та математична статистика
для студентів II курсу
за спеціальністю 103 «Науки про Землю»**

Одеса 2016

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**Методичні вказівки
до виконання курсової роботи**

з дисципліни

ВИЩА МАТЕМАТИКА
розділ

Теорія імовірності та математична статистика
для студентів II курсу
за спеціальністю 103 «Науки про Землю»

Затверджено
на засіданні методичної комісії ГМІ
протокол №____ від____ ____ 2016р.
Голова комісії _____ Овчарук В.А.

Затверджено
на засіданні кафедри вищої та
прикладної математики
протокол №____ від____ ____ 2016р.
Зав. каф. _____ Глушков О.В.

Одеса 2016

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**Методичні вказівки
до виконання курсової роботи
з дисципліни**

ВИЩА МАТЕМАТИКА

Теорія імовірності та математична статистика
для студентів II курсу
за спеціальністю 103 «Науки про Землю»

Затверджено
методичною комісією ГМІ
протокол № ____ від ____ ____ 2016р.

Одеса 2016

Методичні вказівки до виконання курсової роботи з дисципліни
«Вища математика» розділ «Теорія імовірності та математична
статистика» для студентів II курсу за спеціальністю 103 «Науки про
Землю»

Укладачі:

Глушков О.В., доктор фіз.-мат. наук, професор, завідувач кафедри вищої
та прикладної математики

Вітавецька Л.А., канд.фіз.-мат.наук, доцент; Одеса, ОДЕКУ,

Чернякова Ю.Г., канд.фіз.-мат.наук, доцент; Одеса, ОДЕКУ,
2016р., 46 с., укр.мова

Відповідальний редактор:

Глушков О.В., доктор фіз.-мат. наук, професор, завідувач кафедри
вищої та прикладної математики

ЗМІСТ

I ЗАГАЛЬНА ЧАСТИНА.....	6
II ПОЯСНЕННЯ ДО ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ	9
III ПРАВИЛА ОФОРМЛЕННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ.....	12
Додаток А. Зразок титульного аркуша курсової роботи.....	16
Додаток Б. Зразок завдання на курсову роботу.....	17
Додаток В. Приклади рішення завдань.....	18
Додаток Г. Варіанти завдань курсової роботи.....	26
Додаток Д. Розрахункові таблиці.....	43

1 ЗАГАЛЬНА ЧАСТИНА

Математична статистика (МС) це наука, яка вивчає способи відбору та обробки статистичних даних для одержання наукових та практичних висновків. Ці дані носять не абсолютний, а ймовірнісний характер, тому їх аналіз вимагає широкого використання методів теорії ймовірностей. Таким чином МС може розглядатися як застосування методів теорії ймовірностей до задач практики.

Як і теорія ймовірностей, МС це наука суттєво математична, і використовує різноманітний математичний апарат.

До основних задач МС відносяться наступні:

1. Вказання способів відбору та групування статистичних відомостей.
2. Розробка методів аналізу статистичних даних залежно від мети дослідження. Сюди відносяться:
 - а) оцінка невідомої ймовірності події; оцінка параметрів розподілу, вигляд якого відомо; оцінка залежності випадкової величини від однієї або декількох інших випадкових величин;
 - б) перевірка статистичних гіпотез про вигляд невідомого розподілу.

Сучасна МС розробляє способи визначення числа необхідних випробувань до початку дослідження (планування експерименту), в процесі дослідження (послідовний аналіз), та вирішує багато інших задач. Тому сучасну МС визначають як науку про прийняття рішень в умовах невизначеності.

У зв'язку з розвитком масових процесів у виробництві і в економіці, а також через необхідність більш тонкого аналізу результатів експерименту, математичного моделювання і розв'язання оптимізаційних задач, ймовірнісні і статистичні методи широко проникли в економічні, технічні та технологічні науки, науки про Землю. Це обумовлює **актуальність** і значимість даної роботи, направленої на застосування основних понять математичної статистики.

Вивчення розділу «Теорія ймовірності та математична статистика» надає студентам спроможність використовувати на практиці набуті знання та аналізувати отримані результати.

Метою даної роботи є формування, систематизація, накопичування та закріплення базових знань з основ застосування ймовірісно-статистичного апарату.

Для допомоги при виконанні курсової роботи у Додатку В наведені приклади варіантів розв'язку завдань.

Всі студенти виконують курсову роботу на тему: Розв'язання основних задач математичної статистики.

Варіант завдання задається викладачем – керівником курсової роботи. Це може бути один з варіантів наведених у додатку Г.

Курсова робота має бути оформлена у відповідності до вимог ДСТУ 3008-95, основні положення якого наведено в розділі 3 методичних вказівок.

Структура курсової роботи

1. Титульний аркуш (додаток А).
2. Завдання до виконання курсової роботи, яке видається студенту керівником роботи (додаток Б).
3. Зміст курсової роботи. Вміст «Змісту»:
 - вступ;
 - назви всіх розділів і підрозділів, які наведено в роботі;
 - висновки;
 - список літератури;
 - назви додатків.
- «Зміст» курсової роботи починається з нового аркуша і розташовується після завдання. Проти кожної складової частини «Змісту» обов'язково вказуються номери сторінок, з яких починаються розділи та підрозділи.
4. Вступ, який розпочинається з нового аркуша.
5. Основна частина курсової роботи складається з окремих розділів, які поділяються на підрозділи. Кожний розділ і підрозділ має містити закінчену інформацію. Всі значення математичних величин надаються в системі SI.
6. Висновки (з нової сторінки).

7. Список літератури, на яку є посилання в роботі. Він надається у порядку, який відповідає послідовності посилання на неї у тексті роботи, згідно з чинними стандартами бібліотечної та видавничої справи. У відповідних місцях тексту роботи обов'язково мають бути посилання на першоджерела (у квадратних дужках ставлять номер згідно з наведеним списком літератури).
8. Додаток, в якому наводять додаткові ілюстрації або таблиці.

Рекомендований список літератури, який потрібно використовувати при виконанні курсової роботи

1. Глушков О.В., Хецеліус О.Ю., Амбросова С.В., Свиначенко А.А., Ігнатенко Г.В., Теорія ймовірностей та математична статистика: Конспект лекцій. - Одеса, вид-во: Екологія, 2011. - 124с.
2. Глушков О.В., Хецеліус О.Ю., Ігнатенко Г.В., Методичні вказівки до самостійного вивчення та виконання контрольних робіт з дисципліни "Вища математика" (розд. Теорія імовірності та математична статистика) "Одеса: Екологія, 2010.- 24с.
3. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей: учебник / Б. В. Гнеденко. – Изд. 6-е, перераб. и доп. – М. : Наука. Гл. Ред. физ. -мат. лит., 1988. – 448 с.
4. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике / В. Е. Гмурман. – М.: Высшая школа, 1979.
5. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В. Е. Гмурман. – М.: Высшая школа, 1977.
6. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Т.1,2 – М.: «Наука», 1978.
7. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч. II.– М.: Высшая школа, 1974.
8. Чорней Р.К., Дюженкова О.Ю., Жильцов О.Б., Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики: Навч. посіб. – К.: МАУП, 2003. – 328 с.
9. <http://mir.zavantag.com/matematika/720299/index.html?page=8>
10. http://zyurvas.narod.ru/knyhy2/Mat_stat.pdf

2 ПОЯСНЕННЯ ДО ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

Зміст

Вступ

1 Основні поняття математичної статистики

1.1 Вибірковий метод

1.2 Числові характеристики вибірки та методи їх обчислення

2 Статистичні оцінки параметрів розподілу

2.1 Точкові оцінки

2.2 Інтервальні оцінки

3 Перевірка статистичних гіпотез про характер розподілу

3.1 Перевірка гіпотез за критерієм Пірсона

4 Елементи теорії регресії і кореляції

4.1 Рівняння прямої лінії регресії. Лінійна кореляція

5 Розв'язання деяких основних задач математичної статистики та аналіз отриманих результатів

5.1 Розв'язання задач

5.2 Порівняльна таблиця характеристик випадкової величини та їх статистичних аналогів

Висновки

Література

Пояснення до виконання курсової роботи згідно з наведеним планом

Вступ.

Основна мета курсової роботи - формування, систематизація, накопичування та закріплення базових знань з основ застосування ймовірісно-статистичного апарату.

Тому у вступі треба сформулювати основну мету курсової роботи, вказати загальну постановку типових задач математичної статистики та основні етапи їх рішення, відповідно до наданого теоретичного матеріалу при вивченні розділу «Теорія ймовірності та математична статистика».

1 Основні поняття математичної статистики.

В цьому розділі необхідно надати класифікацію числових характеристик, обчислення яких є одним з важливих засобів обробки даних. Найбільш важливі з них: середнє значення або математичне сподівання, дисперсія, середньоквадратичне відхилення. Ці характеристики можуть бути обчислені наближено за даними вибірки. За аналогією з математичним сподіванням, дисперсією та середньоквадратичним відхиленням визначають вибіркові характеристики.

2 Статистичні оцінки параметрів розподілу

В цьому розділі треба охарактеризувати точкові та інтервальні оцінки параметрів розподілу.

3 Перевірка статистичних гіпотез про характер розподілу

В цьому розділі треба надати поняття статистичної гіпотези та охарактеризувати критерії для перевірки гіпотези, пояснити застосування критерія Пірсона для видів розподілу.

4 Елементи теорії регресії і кореляції

В цьому розділі треба привести загальні відомості про статистичні та кореляційні залежності, які знаходять численні застосування в усіх сферах природознавства. Наприклад, існує кореляційна залежність між органічними речовинами, що є у ґрунті, з неорганічними мінеральними компонентами порід. Такого типу залежності лежать в основі багатьох методів підрахунку природних ресурсів, на них спираються прогностичні побудови, розрахункові схеми.

5 Розв'язання деяких основних задач математичної статистики та аналіз отриманих результатів

В цьому розділі треба розв'язати задачі згідно з варіантом завдання, провести порівняльний аналіз значень теоретичних та емпіричних характеристик параметрів розподілу.

Підсумовуючи викладене вище, скласти таблицю, до якої занесено основні характеристики випадкових величин та статистичні аналоги, що їм відповідають, або вибіркові характеристики.

Висновки

Це завершальний етап курсової роботи, в якому необхідно зробити висновки за кожним отриманим результатом.

3 ПРАВИЛА ОФОРМЛЕННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

Документ відповідає вимогам ДСТУ 3008-95 "Документація. Звіти в сфері науки і техніки. Структура і правила оформлення ", РСТУ 1743-82 "Скорочення українських слів та словосполучень в бібліографічному описі".

1.1. Загальні вимоги.

Курсову роботу складають у вигляді тексту, ілюстрацій, таблиць; оформляють на аркушах формату А4 (210 x 297мм). Курсову роботу можна оформлювати від руки, або з використанням друкарських засобів на одному боці аркуша білого паперу в одному кольорі.

За машинного способу робота оформлюється згідно з вимогами цього стандарту і стандарту на виконання документів з використанням друкувальних і графічних пристроїв виведення ЕОМ.

За машинописного способу курсову роботу друкують з розрахунку не більше 40 рядків на сторінці за умови рівномірного її заповнення та висотою літер і цифр не менш, ніж 1,8 мм.

Текст роботи слід друкувати, дотримуючись таких розмірів: верхній, лівий і ніжній — не менше 20мм, правий - не менше 10мм. Всі лінії, літери, цифри і знаки мають бути однаково чіткими впродовж усієї роботи.

Структурні елементи "Зміст", "Вступ", "Висновки", "Список літератури" не нумерують. У випадку підготовки курсової роботи у виді рукопису дотримуються також наведених стандартів.

Заголовки структурних елементів і заголовки розділів слід розташовувати посередині рядка і друкувати великими літерами без крапки в кінці, не підкреслюючи. Заголовки підрозділів, пунктів і підпунктів слід починати з абзацного відступу і друкувати маленькими літерами, крім першої великої, не підкреслюючи, без крапки в кінці.

Абзацний відступ повинен бути однаковим впродовж; усього тексту роботи і дорівнювати п'яти знакам.

Якщо заголовок складається з двох і більше речень, їх розділяють крапкою. В кінці заголовку крапка не ставиться. Перенесення слів у заголовку розділу не допускається.

Відстань між заголовком і подальшим чи попереднім текстом має бути:

- за рукописного способу - не менше, ніж два рядки;
- за машинного способу - не менше, ніж два рядки. Відстань між основами рядків заголовку, а також між двома заголовками приймають такою, як у тексті. Не допускається розміщувати назву розділу, підрозділу, а також пункту й підпункту в нижній частині сторінки, якщо після неї розміщено тільки один рядок тексту.

1.2. Нумерація сторінок курсової роботи.

Сторінки роботи слід нумерувати арабськими цифрами, додержуючись наскрізної нумерації впродовж усього тексту. Номер сторінки проставляють у правому верхньому куті сторінки без крапки в кінці.

Титульний аркуш та завдання включають до загальної нумерації сторінок. Номер сторінки на титульному аркуші та завданні не проставляють. Ілюстрації й таблиці, розміщені на окремих сторінках, включають до загальної нумерації сторінок курсової роботи.

1.3. Нумерація розділів, підрозділів.

Розділи, підрозділи роботи слід нумерувати арабськими цифрами.

Розділи роботи повинні мати порядкову нумерацію в межах викладення суті роботи і позначатися арабськими цифрами без крапки, наприклад, 1, 2, 3 і т.д.

Підрозділи повинні мати порядкову нумерацію в межах кожного розділу. Номер підрозділу складається з номера розділу і порядкового номера підрозділу, відокремлених крапкою. Після номера підрозділу крапку не ставлять, наприклад, 1.1, 1.2 і т.д.

3.4. Ілюстрації.

Ілюстрації (рисунок, графіка) слід розмішувати у роботі безпосередньо після тексту, де вони згадуються вперше, або на наступній сторінці.

На всі ілюстрації мають бути посилання у роботі. Ілюстрації мають назву, яку розмішують під ілюстрацією; вона позначається словом "Рисунок", яке разом з назвою ілюстрації розмішують після пояснювальних даних, наприклад, "Рисунок 3.1 - Приземне поле тиску". Ілюстрації слід нумерувати арабськими цифрами (в межах розділу), наприклад, рисунок 3.2 - другий рисунок третього розділу. Якщо в роботі вміщено тільки одну ілюстрацію, її нумерують.

3.5. Таблиці.

Таблицю слід розташовувати безпосередньо після тексту, у якому вона згадується вперше, або на наступній сторінці. На всі таблиці мають бути посилання в тексті роботи, їх слід нумерувати арабськими цифрами порядковою нумерацією в межах розділу, наприклад, таблиця 2.1 - перша таблиця другого розділу. Якщо у роботі одна таблиця, її нумерують.

Таблиця має назву, яку друкують малими літерами (крім першої великої) і вміщують над таблицею. Слово "таблиця" пишуть над таблицею зліва.

3.6. Формули та рівняння.

Розташовують безпосередньо після тексту, в якому вони згадуються, посередині сторінки й нумерують порядковою нумерацією в межах розділу, наприклад, формула 1.3. - третя формула першого розділу. Вище і нижче кожної формули (або рівняння) повинно бути залишено не менше одного вільного рядка. Номер формули (або рівняння) вказують на рівні формули (або рівняння) в дужках у крайньому правому положенні на рядку. Пояснення значень символів і числових коефіцієнтів, що входять до

рівняння, слід наводити безпосередньо під формулою у тій послідовності, в якій вони наведені у формулі. Перший рядок пояснення починають з абзацу словом "де" без двокрапки. Формули, які йдуть одна за одною і не розділені текстом, відокремлюють комою.

3.7. Посилання.

Посилання в тексті роботи на джерела слід зазначати порядковим номером за переліком посилань, виділеним двома квадратними дужками, наприклад, "... у роботі [1]..."

При посиланнях на розділи, підрозділи, пункти, підпункти, ілюстрації, таблиці, формули, додатки зазначають їх номери. При посиланнях слід писати "... у розділі 3...", "... дивись 2.1 ...", "... за 3.1 ...", "... відповідно до 2.3.1 ...", "... у таблиці 3.2 ...", "... (див 3.2) ...", "... за формулою (3.1) ...", "... у рівняннях (1.12) -(1.15) ...", "... у додатку А..."

3.8. Список літератури.

Оформлюється згідно з ДСТУ. Приклад оформлення літератури дивитись на сторінки 4 даних методичних вказівок.

3.9. Додатки

Додатки слід оформлювати як продовження роботи на його наступних сторінках, або у вигляді окремої частини, розташовуючи додатки в порядку появи посилань на них у тексті роботи.

Якщо додатки оформлюють на наступних сторінках роботи, кожний такий додаток повинен починатися з нової сторінки. Додаток повинен мати заголовок, надрукований вгорі малими літерами з першої великої симетрично відносно тексту сторінки. Посередині рядка над заголовком малими літерами з першої великої повинно бути надруковано слово "Додаток __" і велика літера, що позначає додаток. Додатки слід позначати послідовно великими літерами української абетки, наприклад, додаток А, додаток Б і т.д. Один додаток позначається як додаток А. Додатки повинні мати спільну з рештою роботи наскрізну нумерацію сторінок.

Додаток А. Зразок титульного аркуша курсової роботи

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Одеський державний екологічний університет

Кафедра вищої та
прикладної математики
Факультет _____

КУРСОВА РОБОТА

по _____

на тему _____

Виконав студент групи _____

(прізвище, ім'я, по-батькові)

Курсова робота перевірена та
допущена до захисту

Керівник _____

Дата _____

Національна шкала _____

Кількість балів _____

Оцінка ECTS _____

Члени комісії

1. _____

2. _____

3. _____

ОДЕССА - 201_

Додаток Б. Зразок завдання на курсову роботу

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Одеський державний екологічний університет

Кафедра_вищої та прикладної
математики
Факультет_____

ЗАВДАННЯ

На курсову роботу

(прізвище, ім'я, по-батькові)

1. Тема курсової роботи_____
- _____
- _____
2. Строк здачі студентом закінченої роботи_____
3. Вихідні дані до курсової роботи_____
- _____
- _____
- _____
4. Дата видачі завдання
- _____

Керівник

(підпис)

Завдання прийняв до виконання
(підпис)

Додаток В. Приклади рішення завдань

Нижче наведені приклади рішення деяких завдань, які допоможуть студенту виконати курсову роботу.

Приклад на обчислення числових характеристик вибірки.

Приклад 1. Задано вибірку:

$$x_i \quad 2 \quad 5 \quad 7 \quad 10$$

$$n_i \quad 16 \quad 12 \quad 8 \quad 14$$

Знайти вибіркове середнє \bar{x}_B , вибірккову дисперсію D_B , вибірккове середньоквадратичне відхилення σ_B , виправлену вибірккову дисперсію s^2 , виправлене середньоквадратичне відхилення s .

Знайдемо об'єм вибірки: $n = 16 + 12 + 8 + 14 = 50$.

Далі знайдемо вибірккове середнє:

$$\bar{x}_B = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i = \frac{16 \cdot 2 + 12 \cdot 5 + 8 \cdot 7 + 14 \cdot 10}{50} = 5,76$$

Вибіркову дисперсію знайдемо за формулою:

$$D_B = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k n_i x_i^2 - (\bar{x}_B)^2 = \frac{16 \cdot 4 + 12 \cdot 25 + 8 \cdot 49 + 14 \cdot 100}{50} - 5,76^2 = 9,9424$$

Тоді:

$$\sigma_B = \sqrt{D_B} = \sqrt{9,9424} \approx 3,153, \quad s^2 = \frac{n}{n-1} D_B = \frac{50}{49} \cdot 9,9424 \approx 10,145$$

$$s \approx \sqrt{10,145} ; 3,185$$

Приклад 2. Знайти емпіричну функцію розподілу за даним статистичним розподілом вибірки:

x_i 2 6 10

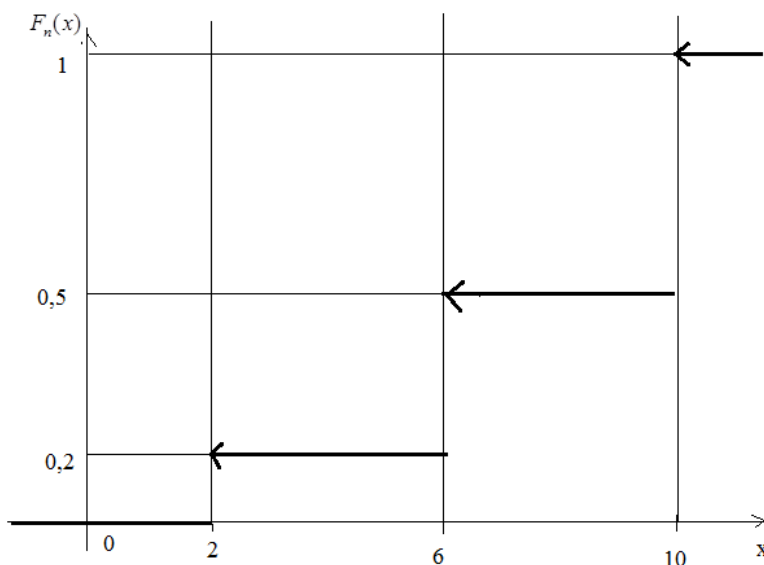
n_i 12 18 30

Побудувати графік функції $F_n(x)$.

Об'єм вибірки дорівнює $n = 12 + 18 + 30 = 60$. Найменша варіанта $x_1 = 2$, отже $F_n(x) = 0$ при $x \leq 2$. Найбільша варіанта $x_3 = 10$, отже $F_n(x) = 1$ при $x > 10$. Знайдемо $F_n(x)$ при $2 < x \leq 6$. Подія $X < x$ у цьому випадку еквівалентна події $X = 2$, а відносна частота цієї події $12/60 = 0,2$, тобто $F_n(x) = 0,2$. При $6 < x \leq 10$ подія $X < x$ еквівалентна сумі подій $X = 2$, $X = 6$, і відносна частота цієї суми $(12 + 18)/60 = 30/60 = 0,5$, тобто $F_n(x) = 0,5$. Отже дістаємо:

$$F_n(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2, \\ 0,2, & 2 < x \leq 6, \\ 0,5, & 6 < x \leq 10, \\ 1, & x > 10. \end{cases}$$

Графік цієї функції має вигляд:



Цей графік можна розглядати як наближений графік теоретичної функції розподілу. Він демонструє перелічені вище властивості функції $F_n(x)$, а також наступні властивості: ця функція кусково-стала, у точках, що відповідають значенням ознаки, вона має розриви I роду і неперервна зліва в цих точках. Легко помітити, що ці властивості аналогічні властивостям функції розподілу дискретної випадкової величини.

Приклад побудови прямих ліній регресії.

Нехай величини X та Y приймають значення:

X	-7,00	-6,00	-5,00	-4,00	-3,00	-2,00	-1,00	0,00	1,00
Y	7,75	6,27	5,67	4,26	3,09	2,03	1,32	0,79	-0,70

Знайти вибіркового коефіцієнт кореляції, визначити тісноту зв'язку між величинами X та Y , побудувати рівняння прямих ліній регресії Y на X та X на Y , побудувати ці прямі на координатній площині.

Для знаходження вибіркового коефіцієнта кореляції скористаємось формулою:

$$r_B = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x}_B \bar{y}_B}{n \sigma_x \sigma_y}$$

Знайдемо:

$$\sum_{i=1}^n x_i = -27, \quad \sum_{i=1}^n y_i = 30,48, \quad \sum_{i=1}^n x_i^2 = 141, \quad \sum_{i=1}^n y_i^2 = 166,1974,$$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = -152,61, \quad \bar{x}_B = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = -3, \quad \bar{y}_B = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \approx 3,39,$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x}_B^2} \approx 2,58, \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 - \bar{y}_B^2} \approx 2,64$$

Отже: $r_B \approx -0,996, |r_B| \approx 0,996$

Ми бачимо, що $|r_B|$ досить близький до 1, отже зв'язок між величинами X

та Y значний.

Рівняння прямої лінії регресії Y на X :

$$y - \bar{y}_B = r_B \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x}_B)$$

Підставляючи знайдені величини, отримаємо:

$$y - 3,39 = -0,996 \cdot \frac{2,64}{2,58} (x + 3) \quad \text{Або:} \quad y - 3,39 = -1,019(x + 3)$$

Або:

$$y = -1,019x + 0,333$$

Рівняння прямої лінії регресії X на Y :

$$x - \bar{x}_B = r_B \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - \bar{y}_B)$$

Підставляючи знайдені величини, отримаємо:

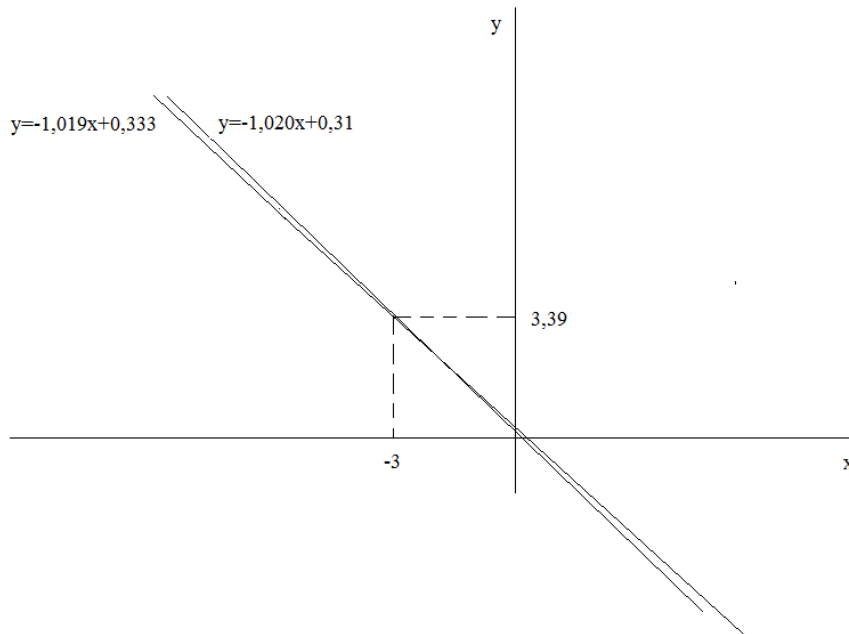
$$x + 3 = -0,996 \cdot \frac{2,58}{2,64} (y - 3,39) \quad \text{Або:} \quad x + 3 = -0,973(y - 3,39)$$

Або:

$$y = -1,02x + 0,31$$

Ми бачимо, що кутові коефіцієнти цих прямих майже співпадають, і обидві ці прямі проходять через точку $(-3; 3,39)$ – центр сумісного розподілу. Отже ці прямі також майже співпадають, що також свідчить про тісний зв'язок між величинами X та Y .

Прямі лінії регресії Y на X та X на Y мають вигляд



Приклад перевірки статистичної гіпотези про нормальний розподіл випадкової величини за допомогою критерію Пірсона.

За допомогою критерію Пірсона на рівні значущості $\alpha = 0,01$ треба перевірити гіпотезу про нормальний розподіл випадкової величини за даними наступної вибірки об'єму $n = 50$:

0,60 1,64 2,07 2,20 2,31 2,81 2,82 2,91 3,41 3,42
 3,54 3,77 3,90 4,23 4,33 4,34 4,57 5,08 5,15 5,49
 5,50 5,51 5,64 5,66 5,77 5,96 6,08 6,09 6,13 6,16
 6,31 6,38 6,39 6,59 6,68 7,18 7,41 7,44 7,72 8,12
 8,29 8,42 8,55 8,87 8,93 9,24 9,52 9,56 10,07 10,72

Знайдемо числові характеристики цієї вибірки:

$$\bar{x}_B = 5,7896, D_B = 5,6886, \sigma_B = 2,3851, s^2 = 5,8047, s = 2,4093.$$

У припущенні, що випадкова величина розподілена нормально, знайдемо з надійністю $\gamma = 0,95$ довірчі інтервали для оцінки математичного сподівання та середньоквадратичного відхилення випадкової величини. Довірчий інтервал для оцінки математичного сподівання знаходимо за формулою

$$\left(\bar{x}_B - \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}}, \bar{x}_B + \frac{t_\gamma s}{\sqrt{n}} \right), \text{ де значення параметра } t_\gamma = t_\gamma(\gamma, n) \text{ для } \gamma = 0,95, n = 50$$

дорівнює: $t_\gamma = 2,009$. Підставивши до цієї формули числові дані, отримуємо: $(5,105; 6,4741)$.

Довірчий інтервал для оцінки середньоквадратичного відхилення знаходимо за формулою $(s(1-q), s(1+q))$, де s – виправлене вибіркве середньоквадратичне відхилення, а t_γ – спеціальний параметр, який знаходиться за таблицею (див. Додаток, Таблиця 3) за відомими γ і n , де значення параметра $q = q(\gamma, n)$ для $\gamma = 0,95, n = 50$ дорівнює: $q = 0,21$. Підставивши числові дані, отримуємо: $(1,90; 2,92)$.

Перейдемо тепер до перевірки статистичної гіпотези про нормальний розподіл. Оберемо відрізок $[0,12]$, до якого входять всі елементи вибірки, і розіб'ємо його на 6 частинних проміжків довжиною $h = 2$: $[0,2]$, $[2,4]$, $[4,6]$, $[6,8]$, $[8,10]$, $[10,12]$. Для кожного проміжку знайдемо ймовірність, що випадкова величина X набуватиме значення з цього проміжку, за формулою:

$$p_i \approx \Phi\left(\frac{s_{i+1} - \bar{x}_B}{\sigma_B}\right) - \Phi\left(\frac{s_i - \bar{x}_B}{\sigma_B}\right), i = 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

Маємо:

$$\begin{aligned} p_1 &\approx \Phi\left(\frac{2 - 5,7896}{2,3851}\right) - \Phi\left(\frac{0 - 5,7896}{2,3851}\right) \approx \Phi(-1,59) - \Phi(-2,43) = \\ &= \Phi(2,43) - \Phi(1,59) = 0,4924 - 0,4441 = 0,0483, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_2 &\approx \Phi\left(\frac{4 - 5,7896}{2,3851}\right) - \Phi\left(\frac{2 - 5,7896}{2,3851}\right) \approx \Phi(-0,75) - \Phi(-1,59) = \\ &= \Phi(1,59) - \Phi(0,75) = 0,4441 - 0,2734 = 0,1707, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_3 &\approx \Phi\left(\frac{6 - 5,7896}{2,3851}\right) - \Phi\left(\frac{4 - 5,7896}{2,3851}\right) \approx \Phi(0,09) - \Phi(-0,75) = \\ &= \Phi(0,09) + \Phi(0,75) = 0,0359 + 0,2734 = 0,3093, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p_4 &\approx \Phi\left(\frac{8 - 5,7896}{2,3851}\right) - \Phi\left(\frac{6 - 5,7896}{2,3851}\right) \approx \Phi(0,93) - \Phi(0,09) = \\ &= 0,3238 - 0,0359 = 0,2879, \end{aligned}$$

$$p_5 \approx \Phi\left(\frac{10-5,7896}{2,3851}\right) - \Phi\left(\frac{8-5,7896}{2,3851}\right) \approx \Phi(1,77) - \Phi(0,93) = 0,4616 - 0,3238 = 0,1378,$$

$$p_6 \approx \Phi\left(\frac{12-5,7896}{2,3851}\right) - \Phi\left(\frac{10-5,7896}{2,3851}\right) \approx \Phi(2,60) - \Phi(1,77) = 0,4953 - 0,4616 = 0,0337.$$

Тепер для кожного частинного проміжку знайдемо теоретичні частоти np_i :

$$\begin{aligned} np_1 &= 50 \cdot 0,0483 = 2,42, & np_2 &= 50 \cdot 0,1707 = 8,53, \\ np_3 &= 50 \cdot 0,3093 = 15,46, & np_4 &= 50 \cdot 0,2879 = 14,39, \\ np_5 &= 50 \cdot 0,1378 = 6,89, & np_6 &= 50 \cdot 0,0337 = 1,68. \end{aligned}$$

Далі для кожного частинного проміжку знайдемо емпіричні частоти v_i , тобто підрахуємо, скільки елементів вибірки потрапило до цього частинного проміжку. Отримаємо:

$$v_1 = 2, \quad v_2 = 11, \quad v_3 = 13, \quad v_4 = 13, \quad v_5 = 9, \quad v_6 = 2.$$

Зведемо отримані дані до наступної таблиці:

Частинні проміжки	Емпіричні частоти v_i	Ймовірності p_i	Теоретичні частоти np_i	$(v_i - np_i)^2$	$\frac{(v_i - np_i)^2}{np_i}$
[0,2]	2	0,0483	2,42	0,1764	0,073
[2,4]	11	0,1707	8,53	6,1	0,715
[4,6]	13	0,3093	15,46	6,05	0,391
[6,8]	13	0,2879	14,39	1,93	0,134
[8,10]	9	0,1378	6,89	4,45	0,646

[10,12]	2	0,0337	1,68	0,01	0,06
---------	---	--------	------	------	------

Обчислимо суму елементів останнього стовпця таблиці, тобто

$$\chi^2 = \sum_{i=0}^5 \frac{(v_i - np_i)^2}{np_i} = 2,019$$

Порівняємо це значення з критичною точкою χ_{kp}^2 , яка знаходиться за таблицею (див. Додаток, Таблиця 5) для числа ступенів вільності

$k = 6 - 3 = 3$ та рівня значущості $\alpha = 0,01$: $\chi_{kp}^2 = 11,3$. Оскільки $\chi^2 < \chi_{kp}^2$, то гіпотеза про нормальний розподіл випадкової величини приймається.

Додаток Г. Варіанти завдань курсової роботи.

Завдання 1

Мета завдання – закріплення знань по основах теорії кореляції, набуття вмінь та навичок в оцінюванні тісноти кореляційної залежності між двома випадковими величинами.

Зміст завдання.

- знайти вибірковий коефіцієнт кореляції,
- визначити тісноту зв'язку між величинами X та Y ,
- побудувати рівняння прямих ліній регресії Y на X та X на Y ,
- побудувати ці прямі на координатній площині.

Варіант №1

Y / X	1	6	11	16	21	26
10	2	4				
20		3	5			
30			5	35	5	
40			2	8	17	
50				4	7	3

Варіант №2

Y / X	2	7	12	17	22	27
15	2	4				
25		3	5			
35			5	30	10	
45			7	10	8	
55				5	5	3

Варіант №3

Y / X	3	8	13	18	23	28
20	4	1				
25		6	4			
30			2	50	2	
35			1	9	7	
40				4	3	7

Варіант №4

Y / X	4	9	14	19	24	29
20	1	5				
30		5	3			
40			3	40	12	
50			2	10	5	
60				3	4	7

Варіант №5

Y / X	6	10	15	20	25	30
25	3	5				
30		4	4			
35			7	35	8	
40			2	10	8	
45				5	6	3

Варіант №6

Y / X	6	11	16	21	26	31
30	2	4				
40		6	3			
50			6	35	4	
60			2	8	6	
70				14	7	3

Варіант №7

Y / X	7	12	17	22	27	30
35	3	4				
40		6	3			
45			6	35	2	
50			12	8	6	
55				4	7	4

Варіант №8

Y / X	8	13	18	23	28	33
40	3	3				
50		5	4			
60			40	2	8	
70			5	10	6	
80				4	7	3

Варіант №9

Y / X	9	14	19	24	29	34
45	2	6				
50		5	3			
55			7	40	2	
60			4	9	6	
65				4	7	5

Варіант №10

Y / X	10	15	20	25	30	35
50	5	1				
60		6	2			
70			5	40	5	
80			2	8	7	
90				4	7	8

Варіант №11

Y / X	1	6	11	16	21	26
10	2	4				
20		3	5			
30			5	35	5	
40			2	8	17	
50				4	7	3

Варіант №12

Y / X	2	7	12	17	22	27
15	2	4				
25		3	5			
35			5	30	10	
45			7	10	8	
55				5	5	3

Варіант №13

Y / X	3	8	13	18	23	28
20	4	1				
25		6	4			
30			2	50	2	
35			1	9	7	
40				4	3	7

Варіант №14

Y / X	4	9	14	19	24	29
20	1	5				
30		5	3			
40			3	40	12	
50			2	10	5	
60				3	4	7

Варіант №15

Y / X	6	10	15	20	25	30
25	3	5				
30		4	4			
35			7	35	8	
40			2	10	8	
45				5	6	3

Варіант №16

Y / X	6	11	16	21	26	31
30	2	4				
40		6	3			
50			6	35	4	
60			2	8	6	
70				14	7	3

Варіант №17

Y / X	7	12	17	22	27	30
35	3	4				
40		6	3			
45			6	35	2	
50			12	8	6	
55				4	7	4

Варіант №18

Y / X	8	13	18	23	28	33
40	3	3				
50		5	4			
60			40	2	8	
70			5	10	6	
80				4	7	3

Варіант №19

Y / X	9	14	19	24	29	34
45	2	6				
50		5	3			
55			7	40	2	
60			4	9	6	
65				4	7	5

Варіант №20

Y / X	10	15	20	25	30	35
50	5	1				
60		6	2			
70			5	40	5	
80			2	8	7	
90				4	7	8

Варіант №21

Y / X	1	6	11	16	21	26
10	2	4				
20		3	5			
30			5	35	5	
40			2	8	17	
50				4	7	3

Варіант №22

Y / X	2	7	12	17	22	27
15	2	4				
25		3	5			
35			5	30	10	
45			7	10	8	
55				5	5	3

Варіант №23

Y / X	3	8	13	18	23	28
20	4	1				
25		6	4			
30			2	50	2	
35			1	9	7	
40				4	3	7

Варіант №24

Y / X	4	9	14	19	24	29
20	1	5				
30		5	3			
40			3	40	12	
50			2	10	5	
60				3	4	7

Варіант №25

Y / X	6	10	15	20	25	30
25	3	5				
30		4	4			
35			7	35	8	
40			2	10	8	
45				5	6	3

Варіант №26

Y / X	6	11	16	21	26	31
30	2	4				
40		6	3			
50			6	35	4	
60			2	8	6	
70				14	7	3

Варіант №27

Y / X	7	12	17	22	27	30
35	3	4				
40		6	3			
45			6	35	2	
50			12	8	6	
55				4	7	4

Варіант №28

Y / X	8	13	18	23	28	33
40	3	3				
50		5	4			
60			40	2	8	
70			5	10	6	
80				4	7	3

Варіант №29

Y / X	9	14	19	24	29	34
45	2	6				
50		5	3			
55			7	40	2	
60			4	9	6	
65				4	7	5

Варіант №30

Y / X	10	15	20	25	30	35
50	5	1				
60		6	2			
70			5	40	5	
80			2	8	7	
90				4	7	8

Варіант №31

Y / X	1	6	11	16	21	26
10	2	4				
20		3	5			
30			5	35	5	
40			2	8	17	
50				4	7	3

Варіант №32

Y / X	2	7	12	17	22	27
15	2	4				
25		3	5			
35			5	30	10	
45			7	10	8	
55				5	5	3

Варіант №33

Y / X	3	8	13	18	23	28
20	4	1				
25		6	4			
30			2	50	2	
35			1	9	7	
40				4	3	7

Варіант №34

Y / X	4	9	14	19	24	29
20	1	5				
30		5	3			
40			3	40	12	
50			2	10	5	
60				3	4	7

Варіант №35

Y / X	6	10	15	20	25	30
25	3	5				
30		4	4			
35			7	35	8	
40			2	10	8	
45				5	6	3

Варіант №36

Y / X	6	11	16	21	26	31
30	2	4				
40		6	3			
50			6	35	4	
60			2	8	6	
70				14	7	3

Варіант №37

Y / X	7	12	17	22	27	30
35	3	4				
40		6	3			
45			6	35	2	
50			12	8	6	
55				4	7	4

Варіант №38

Y / X	8	13	18	23	28	33
40	3	3				
50		5	4			
60			40	2	8	
70			5	10	6	
80				4	7	3

Варіант №39

Y / X	9	14	19	24	29	34
45	2	6				
50		5	3			
55			7	40	2	
60			4	9	6	
65				4	7	5

Варіант №40

Y / X	10	15	20	25	30	35
50	5	1				
60		6	2			
70			5	40	5	
80			2	8	7	
90				4	7	8

Варіант №41

Y / X	1	6	11	16	21	26
10	2	4				
20		3	5			
30			5	35	5	
40			2	8	17	
50				4	7	3

Варіант №42

Y / X	2	7	12	17	22	27
15	2	4				
25		3	5			
35			5	30	10	
45			7	10	8	
55				5	5	3

Варіант №43

Y / X	3	8	13	18	23	28
20	4	1				
25		6	4			
30			2	50	2	
35			1	9	7	
40				4	3	7

Варіант №44

Y / X	4	9	14	19	24	29
20	1	5				
30		5	3			
40			3	40	12	
50			2	10	5	
60				3	4	7

Варіант №45

Y / X	6	10	15	20	25	30
25	3	5				
30		4	4			
35			7	35	8	
40			2	10	8	
45				5	6	3

Варіант №46

Y / X	6	11	16	21	26	31
30	2	4				
40		6	3			
50			6	35	4	
60			2	8	6	
70				14	7	3

Варіант №47

Y / X	7	12	17	22	27	30
35	3	4				
40		6	3			
45			6	35	2	
50			12	8	6	
55				4	7	4

Варіант №48

Y / X	8	13	18	23	28	33
40	3	3				
50		5	4			
60			40	2	8	
70			5	10	6	
80				4	7	3

Варіант №49

Y / X	9	14	19	24	29	34
45	2	6				
50		5	3			
55			7	40	2	
60			4	9	6	
65				4	7	5

Варіант №50

Y / X	10	15	20	25	30	35
50	5	1				
60		6	2			
70			5	40	5	
80			2	8	7	
90				4	7	8

Варіант №51

Y / X	1	6	11	16	21	26
10	2	4				
20		3	5			
30			5	35	5	
40			2	8	17	
50				4	7	3

Варіант №52

Y / X	2	7	12	17	22	27
15	2	4				
25		3	5			
35			5	30	10	
45			7	10	8	
55				5	5	3

Варіант №53

Y / X	3	8	13	18	23	28
20	4	1				
25		6	4			
30			2	50	2	
35			1	9	7	
40				4	3	7

Варіант №54

Y / X	4	9	14	19	24	29
20	1	5				
30		5	3			
40			3	40	12	
50			2	10	5	
60				3	4	7

Варіант №55

Y / X	6	10	15	20	25	30
25	3	5				
30		4	4			
35			7	35	8	
40			2	10	8	
45				5	6	3

Варіант №56

Y / X	6	11	16	21	26	31
30	2	4				
40		6	3			
50			6	35	4	
60			2	8	6	
70				14	7	3

Варіант №57

Y / X	7	12	17	22	27	30
35	3	4				
40		6	3			
45			6	35	2	
50			12	8	6	
55				4	7	4

Варіант №58

Y / X	8	13	18	23	28	33
40	3	3				
50		5	4			
60			40	2	8	
70			5	10	6	
80				4	7	3

Варіант №59

Y / X	9	14	19	24	29	34
45	2	6				
50		5	3			
55			7	40	2	
60			4	9	6	
65				4	7	5

Варіант №60

Y / X	10	15	20	25	30	35
50	5	1				
60		6	2			
70			5	40	5	
80			2	8	7	
90				4	7	8

Завдання 2

Мета завдання – засвоїти процедуру обчислень при перевірці статистичних гіпотез, набуття вмінь та навичок в прийнятті статистичних рішень при перевірці статистичних гіпотез.

Зміст завдання. За даним статистичним рядом

- 1) побудувати гістограму частот,
- 2) сформулювати гіпотезу про вид розподілу,
- 3) знайти оцінки параметрів розподілу,
- 4) на рівні значущості $\alpha = 0,05$ перевірити гіпотезу про розподіл випадкової величини. Всі проміжні обчислення оформити у вигляді відповідних таблиць.
- 5) обчислити відповідні теоретичні характеристики згідно з визначеним типом розподілу, використавши імовірнісний апарат.
- 6) порівняти результати, отримані в п.5), скласти порівняльну таблицю.

інтервали	Частота випадкової величини									
	Номер варіанта									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-2	3	3	7	4	2	3	3	5	2	1
2-3	5	6	7	5	5	5	8	8	5	3
3-4	16	18	15	21	19	20	17	19	24	16
4-5	36	36	33	43	51	46	36	42	65	44
5-6	43	45	26	57	65	62	44	68	106	70
6-7	30	34	23	44	48	46	32	44	68	46
7-8	18	19	15	18	21	21	16	21	21	14
8-9	7	7	11	5	7	6	7	9	6	4
9-10	2	2	6	3	2	3	2	4	3	2
	Номер варіанта									
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1-3	6	4	3	4	5	1	5	3	7	6
3-5	12	8	8	7	10	3	6	9	12	12
5-7	20	18	27	26	28	16	25	23	32	20
7-9	32	34	53	52	36	44	51	33	40	32
9-11	54	49	61	65	38	70	69	38	37	54
11-13	30	31	51	52	32	46	53	34	31	30
13-15	22	20	25	23	25	14	21	21	28	22
15-17	16	11	8	7	9	4	6	8	10	16
17-19	8	5	4	4	2	2	4	1	3	8

інтервали	Частота випадкової величини									
	Номер варіанта									
	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1-2	2	4	8	4	3	4	4	6	3	2
2-3	4	6	7	5	5	5	8	8	5	3
3-4	16	18	15	21	19	20	17	19	24	16
4-5	34	36	33	43	50	46	36	42	65	44
5-6	43	45	25	57	64	62	44	69	104	71
6-7	32	34	22	44	49	46	32	44	68	46
7-8	18	19	15	18	21	21	16	21	22	14
8-9	6	7	11	5	7	6	7	9	6	4
9-10	2	3	7	3	4	4	3	5	4	3
	Номер варіанта									
	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
1-3	5	3	2	5	6	2	6	4	8	7
3-5	12	8	8	7	10	3	6	9	12	12
5-7	20	18	27	26	28	16	25	23	32	20
7-9	32	34	53	52	36	44	51	33	40	32
9-11	54	49	61	65	38	70	69	38	37	54
11-13	30	31	51	52	32	46	53	34	31	30
13-15	22	20	25	23	25	14	21	21	28	22
15-17	16	11	8	7	9	4	6	8	10	16
17-19	7	4	3	5	3	3	5	2	4	9

інтервали	Частота випадкової величини									
	Номер варіанта									
	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
1-2	4	4	8	5	3	4	4	6	3	2
2-3	6	7	8	6	6	6	9	9	6	4
3-4	16	18	16	21	19	20	17	19	24	16
4-5	36	36	33	43	51	46	36	42	65	44
5-6	43	45	26	57	65	62	44	68	106	70
6-7	30	34	23	44	48	46	32	44	68	46
7-8	18	19	15	18	21	21	16	21	21	14
8-9	7	7	11	5	7	6	7	9	6	4
9-10	2	2	6	3	2	3	2	4	3	2
	Номер варіанта									
	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
1-3	6	4	3	4	5	1	5	3	7	6
3-5	12	8	8	7	10	3	6	9	12	12
5-7	20	18	27	26	28	16	25	23	32	20
7-9	32	34	53	52	36	44	51	33	40	32
9-11	54	49	61	65	38	70	69	38	37	54
11-13	30	31	51	52	32	46	53	34	31	30
13-15	22	20	25	23	25	14	21	21	28	22
15-17	16	11	8	7	9	4	6	8	10	16
17-19	8	5	4	4	2	2	4	1	3	8

Контрольні питання

1. У чому полягає предмет математичної статистики, які її основні задачі?
2. Що є основним методом математичної статистики?
3. Що таке генеральна та вибірка сукупності?
4. Що таке повторна та безповторна вибірка?
5. Які існують способи відбору з генеральної сукупності?
6. Що таке статистичний розподіл вибірки? Які у нього спільні риси із законом розподілу дискретної випадкової величини?
7. Що таке емпірична функція розподілу? Які у неї спільні риси з функцією розподілу випадкової величини?
8. Що таке полігон і гістограма? Як будується гістограма? Що є аналогом гістограми в теорії випадкових величин?
9. Що таке точкові оцінки параметрів розподілів, які існують вимоги до них?
10. Що таке вибіркове середнє та вибіркова дисперсія? Аналогом яких характеристик випадкових величин є ці числові характеристики вибірки?
11. Що таке початкові та центральні емпіричні моменти?
12. У чому полягає метод моментів точкових оцінок параметрів розподілів?
13. У чому полягає метод найбільшої правдоподібності точкових оцінок параметрів розподілів?
14. Що таке мода, медіана, розмах вар'ювання?
15. У чому полягає ідея інтервальних оцінок параметрів розподілів? У яких випадках доцільніше використання точкових оцінок, а у яких – інтервальних?
16. Що таке довірчий інтервал і довірча ймовірність?
17. Як будується довірчий інтервал для оцінки математичного сподівання нормального розподілу?
18. Що таке статистична гіпотеза?
19. Що таке критерій узгодженості? Які бувають критерії узгодженості? Як ними користуються на практиці?
20. Що таке функціональна, статистична та кореляційна залежності? Наведіть відповідні приклади.
21. Що таке вибірковий коефіцієнт кореляції, що він характеризує?
22. У чому полягає ідея методу найменших квадратів побудови прямих ліній регресії?

Додаток Д. Розрахункові таблиці

Таблиця 1

$$\text{Значення функції } \varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	0,3989	0,3989	0,3988	0,3986	0,3984	0,3982	0,3980	0,3977	0,3973
0,1	0,3970	0,3965	0,3961	0,3956	0,3951	0,3945	0,3939	0,3932	0,3925	0,3918
0,2	0,3910	0,3902	0,3894	0,3885	0,3876	0,3867	0,3857	0,3847	0,3836	0,3825
0,3	0,3814	0,3802	0,3790	0,3778	0,3765	0,3752	0,3739	0,3726	0,3712	0,3697
0,4	0,3683	0,3668	0,3653	0,3637	0,3621	0,3605	0,3589	0,3572	0,3555	0,3538
0,5	0,3521	0,3503	0,3485	0,3467	0,3448	0,3429	0,3410	0,3391	0,3372	0,3352
0,6	0,3332	0,3312	0,3292	0,3271	0,3251	0,3230	0,3209	0,3187	0,3166	0,3144
0,7	0,3123	0,3101	0,3079	0,3056	0,3034	0,3011	0,2989	0,2966	0,2943	0,2920
0,8	0,2897	0,2874	0,2850	0,2827	0,2803	0,2780	0,2756	0,2732	0,2709	0,2685
0,9	0,2661	0,2637	0,2613	0,2589	0,2565	0,2541	0,2516	0,2492	0,2468	0,2444
1,0	0,2420	0,2396	0,2371	0,2347	0,2323	0,2299	0,2275	0,2251	0,2227	0,2203
1,1	0,2179	0,2155	0,2131	0,2107	0,2083	0,2059	0,2036	0,2012	0,1989	0,1965
1,2	0,1942	0,1919	0,1895	0,1872	0,1849	0,1826	0,1804	0,1781	0,1758	0,1736
1,3	0,1714	0,1691	0,1669	0,1647	0,1626	0,1604	0,1582	0,1561	0,1539	0,1518
1,4	0,1497	0,1476	0,1456	0,1435	0,1415	0,1394	0,1374	0,1354	0,1334	0,1315
1,5	0,1295	0,1276	0,1257	0,1238	0,1219	0,1200	0,1182	0,1163	0,1145	0,1127
1,6	0,1109	0,1092	0,1074	0,1057	0,1040	0,1023	0,1006	0,0989	0,0973	0,0957
1,7	0,0940	0,0925	0,0909	0,0893	0,0878	0,0863	0,0848	0,0833	0,0818	0,0804
1,8	0,0790	0,0775	0,0761	0,0748	0,0734	0,0721	0,0707	0,0694	0,0681	0,0669
1,9	0,0656	0,0644	0,0632	0,0620	0,0608	0,0596	0,0584	0,0573	0,0562	0,0551
2,0	0,0540	0,0529	0,0519	0,0508	0,0498	0,0488	0,0478	0,0468	0,0459	0,0449
2,1	0,0440	0,0431	0,0422	0,0413	0,0404	0,0396	0,0387	0,0379	0,0371	0,0363
2,2	0,0355	0,0347	0,0339	0,0332	0,0325	0,0317	0,0310	0,0303	0,0297	0,0290
2,3	0,0283	0,0277	0,0270	0,0264	0,0258	0,0252	0,0246	0,0241	0,0235	0,0229
2,4	0,0224	0,0219	0,0213	0,0208	0,0203	0,0198	0,0194	0,0189	0,0184	0,0180
2,5	0,0175	0,0171	0,0167	0,0163	0,0158	0,0154	0,0151	0,0147	0,0143	0,0139
2,6	0,0136	0,0132	0,0129	0,0126	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110	0,0107
2,7	0,0104	0,0101	0,0099	0,0096	0,0093	0,0091	0,0088	0,0086	0,0084	0,0081
2,8	0,0079	0,0077	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0067	0,0065	0,0063	0,0061
2,9	0,0060	0,0058	0,0056	0,0055	0,0053	0,0051	0,0050	0,0048	0,0047	0,0046
3,0	0,0044	0,0043	0,0042	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036	0,0035	0,0034
3,1	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026	0,0025	0,0025
3,2	0,0024	0,0023	0,0022	0,0022	0,0021	0,0020	0,0020	0,0019	0,0018	0,0018
3,3	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014	0,0013	0,0013
3,4	0,0012	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010	0,0010	0,0009	0,0009
3,5	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007	0,0007	0,0007	0,0006
3,6	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004
3,7	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
3,8	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
3,9	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001
4,0	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001

Таблиця 2

Значення функції $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-t^2/2} dt$

0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2703	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,0	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990
3,1	0,4990	0,4991	0,4991	0,4991	0,4992	0,4992	0,4992	0,4992	0,4993	0,4993
3,2	0,4993	0,4993	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4994	0,4995	0,4995	0,4995
3,3	0,4995	0,4995	0,4995	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4996	0,4997
3,4	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4997	0,4998
3,5	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998	0,4998

Таблиця 3

Значення $t_\gamma = t_\gamma(\gamma, n)$

n	γ			n	γ		
	0,95	0,99	0,999		0,95	0,99	0,999
5	2,78	4,60	8,61	20	2,093	2,861	3,883
6	2,57	4,03	6,86	25	2,064	2,797	3,745
7	2,45	3,71	5,96	30	2,045	2,756	3,659
8	2,37	3,50	5,41	35	2,032	2,720	3,600
9	2,31	3,36	5,04	40	2,023	2,708	3,558
10	2,26	3,25	4,78	45	2,016	2,692	3,527
11	2,23	3,17	4,59	50	2,009	2,679	3,502
12	2,20	3,11	4,44	60	2,001	2,662	3,464
13	2,18	3,06	4,32	70	1,996	2,649	3,439
14	2,16	3,01	4,22	80	1,991	2,640	3,418
15	2,15	2,98	4,14	90	1,987	2,633	3,403
16	2,13	2,95	4,07	100	1,984	2,627	3,392
17	2,12	2,92	4,02	120	1,980	2,617	3,374
18	2,11	2,90	3,97	∞	1,960	2,576	3,291
19	2,10	2,88	3,92				

Таблиця 4

Значення $q = q(\gamma, n)$

n	γ			n	γ		
	0,95	0,99	0,999		0,95	0,99	0,999
5	1,37	2,67	5,64	20	0,37	0,58	0,88
6	1,09	2,01	3,88	25	0,32	0,49	0,73
7	0,92	1,62	2,98	30	0,28	0,43	0,63
8	0,80	1,38	2,42	35	0,26	0,38	0,56
9	0,71	1,20	2,06	40	0,24	0,35	0,50
10	0,65	1,08	1,80	45	0,22	0,32	0,46
11	0,59	0,98	1,60	50	0,21	0,30	0,43
12	0,55	0,90	1,45	60	0,188	0,269	0,38
13	0,52	0,83	1,33	70	0,174	0,245	0,34
14	0,48	0,78	1,23	80	0,161	0,226	0,31
15	0,46	0,73	1,15	90	0,151	0,211	0,29
16	0,44	0,70	1,07	100	0,143	0,198	0,27
17	0,42	0,66	1,01	150	0,115	0,160	0,211
18	0,40	0,63	0,97	200	0,099	0,136	0,185
19	0,39	0,60	0,92	250	0,089	0,120	0,162

Таблиця 5
Критичні точки χ^2_{kp} критерія Пірсона

Число ступенів вільності	Рівень значущості			
	0,01	0,025	0,05	0,1
1	6,635	5,024	3,841	2,706
2	9,210	7,378	5,991	4,605
3	11,345	9,348	7,815	6,251
4	13,277	11,143	9,488	7,779
5	15,086	12,832	11,070	9,236
6	16,812	14,449	12,592	10,645
7	18,475	16,013	14,067	12,017
8	20,090	17,535	15,507	13,362
9	21,666	19,023	16,919	14,684
10	23,209	20,483	18,307	15,987
11	24,725	21,920	19,675	17,275
12	26,217	23,337	21,026	18,549
13	27,688	24,736	22,362	19,812
14	29,141	26,119	23,685	21,064
15	30,578	27,488	24,996	22,307
16	32,000	28,845	26,296	23,542
17	33,409	30,191	27,587	24,769
18	34,805	31,526	28,869	25,989
19	36,191	32,852	30,144	27,204
20	37,566	34,170	31,410	28,412
21	38,932	35,479	32,676	29,615
22	40,289	36,781	33,924	30,813
23	41,638	38,076	35,172	32,007
24	42,980	39,364	36,415	33,196
25	44,314	40,646	37,652	34,382
26	45,642	41,923	38,885	35,563
27	46,963	43,194	40,113	36,741
28	48,278	44,461	41,337	37,916
29	49,588	45,722	42,557	39,087
30	50,892	46,979	43,773	40,256