

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**Методичні вказівки**

**для самостійної роботи та виконання**  
**контрольних робіт з дисципліни**

**ВИЩА МАТЕМАТИКА ТА МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ**  
**ДОСЛІДЖЕННЯ ОПЕРАЦІЙ**

**для студентів 3 курсу денної форми навчання**

**Спеціальність – комп'ютерні науки**  
**( за скороченою програмою підготовки)**

**Одеса 2018**

Методичні вказівки до СРС та виконання контрольної роботи з дисципліни “Вища математика та математичні методи дослідження операцій” для студентів III курсу денної форми навчання. Спеціальність – комп’ютерні науки (за скороченою програмою підготовки)

Одеса, ОДЕКУ, 2018р., 30 с., укр. мова.

Укладачі: Глушков О.В., д.ф.-м.н., проф., Бакуніна О.В., к.ф.-м.н., доц., Буяджі В.В., к.ф.-м.н., доц., Чернякова Ю.Г., к.ф.-м.н., доц.

Відповідальний редактор: Глушков О.В., д.ф.-м.н., проф., завідувач кафедри вищої та прикладної математики

## ЗМІСТ

### I ЗАГАЛЬНА ЧАСТИНА

1.1 Передмова

1.2 Зміст дисципліни

1.2.1 Елементи лінійної алгебри та аналітичної геометрії

1.2.2 Введення в математичний аналіз

1.2.3 Диференціальне числення функції однієї та багатьох змінних

1.2.4 Інтегральне числення функції однієї змінної

1.2.5 Звичайні диференціальні рівняння та їх системи

1.2.6 Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли

1.2.7 Математичні методи дослідження операцій

1.3 Перелік навчальної та методичної літератури

### II МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

2.1 Загальні поради

2.2 Методичні вказівки та завдання для виконання контрольних робіт з вищої математики

2.3 Методичні вказівки та завдання з математичних методів дослідження операцій

# І ЗАГАЛЬНА ЧАСТИНА

## 1.1 Передмова

*Вища математика* є однією з основних дисциплін фундаментального циклу у підготовці фахівців зі спеціальності комп'ютерні науки. Вона спрямована на вивчення основних положень диференціального та інтегрального числення, числових та функціональних рядів, звичайних диференціальних рівнянь, кратних та криволінійних інтегралів та узагальнення можливостей практичного використання вивчених методів при вирішенні практичних задач у конкретній науково-практичній діяльності. *Дослідження операцій* включає в себе широкий спектр методів, використовуваних в прагненні поліпшити процес прийняття рішень і підвищення ефективності цих рішень, таких як моделювання, математична оптимізація, теорія масового обслуговування та інших моделей стохастичного процесу, прийняття Маркова, економетричні методи, нейронні мережі, експертні системи, аналіз рішень і аналіз ієрархій. Майже всі ці методи включають в себе побудову математичних моделей, які намагаються описати систему. Дослідження операцій також має тісні зв'язки з інформатикою та аналітикою. Використовуючи методи з інших математичних наук, таких як математичне моделювання, статистичний аналіз, математична оптимізація, дослідження операцій має перекриватися з іншими дисциплінами, зокрема виробничо-технічного та оперативного управління.

**Мета вивчення дисципліни** – забезпечити фундаментальне засвоєння теоретичного курсу вищої математики та ММДО, сприяти формуванню навичок у застосуванні відомих методів в різних галузях, навичок творчого дослідження та математичного моделювання задач. Загальний обсяг навчального процесу в годинах, рівнянь знань та вмінь при вивченні дисципліни визначаються освітньо-професійними програмами.

**Завдання дисципліни** “Вища математика та ММДО” - навчити студентів правильно використовувати вивчені методи при розв'язанні задач й аналізувати результати математичних обчислень та досліджень. Вивчення дисципліни “Вища математика та ММДО” базується на засадах інтеграції теоретичних і практичних знань, отриманих студентами у загально-освітніх навчальних закладах.

Після вивчення дисципліни студент має засвоїти базові знання та вміння; він повинен

**знати** основні визначення, положення та теореми лінійної і векторної алгебри, диференціального і інтегрального числення функцій однієї та багатьох змінних; основні типи диференціальних рівнянь та кратних і криволінійних інтегралів ; матеріал ММДО у обсязі програми.

**вміти**

- використовувати теоретичні знання та навички при розв'язанні задач математичного аналізу, обчисленні похідних та інтегралів, розв'язанні диференціальних рівнянь, застосовувати низку практичних навичок при реалізації методів вищої математики щодо розв'язання прикладних математичних задач.
- будувати математичні моделі проблемних ситуацій;
- будувати моделі і розв'язувати задачі лінійного програмування;
- будувати моделі і розв'язувати задачі параметричного програмування;
- будувати моделі і розв'язувати задачі не лінійного програмування;
- будувати моделі і розв'язувати задачі дискретного програмування;
- будувати моделі і розв'язувати задачі динамічного програмування;
- будувати моделі і розв'язувати задачі стохастичного програмування;
- будувати моделі багатокритеріальної оптимізації.

## **1.2 Зміст дисципліни**

### **1.2.1. Елементи лінійної алгебри та аналітичної геометрії.**

Системи координат. Вектори. Лінійні операції над векторами. Скалярний добуток векторів і його властивості. Визначники другого і третього порядків, їх властивості та обчислення. Векторний добуток двох векторів, його властивості. Мішаний добуток трьох векторів. Рівняння ліній на площині. Різні форми рівняння прямої на площині. Криві другого порядку: коло, еліпс, гіпербола, парабола, їхні геометричні властивості і рівняння. Рівняння площини і прямої в просторі. Рівняння поверхні в просторі. Матриці, дії над ними. Поняття оберненої матриці. Системи лінійних рівнянь. Матричний запис системи лінійних рівнянь. Правило Крамера. Система  $m$  лінійних рівнянь з  $n$  невідомими. Метод Гаусса.

### **1.2.2. Введення в математичний аналіз.**

Основні елементарні функції, їх властивості і графіки. Складні і зворотні функції, їх графіки. Границя функції у точці. Теореми про границі. Визначні границі. Безперервність функцій у точці. Нескінченно малі в точці функції, їхні властивості.

### **1.2.3. Диференціальне числення функцій однієї та багатьох змінних.**

Поняття функції, диференційованої у точці. Диференціал функцій. Похідна функції, її геометричний та фізичний зміст. Правила здобування похідної і диференціалу. Похідна складеної і оберненої функції. Інваріантність форми диференціалу. Точка екстремуму функцій. Теорема Ферма, Ролля, Лагранжа, Коші, їх застосування. Похідна і диференціали вищих порядків. Правило Лопіталя розкриття невизначеностей.

Розвинення функцій по формулі Тейлора. Умови монотонності функції. Екстремуми функції, необхідна та достатні умови. Загальна схема дослідження функцій і побудова її графіка. Частинні похідні, повний диференціал. Частинні похідні II порядку, диференціал другого порядку.

#### **1.2.4. Інтегральне числення функцій однієї змінної.**

Первісна. Невизначений інтеграл та його властивості. Таблиця первісних. Безпосереднє інтегрування функцій. Інтегрування частинами та підстановкою. Інтегрування раціональних функцій за допомогою розкладання на найпростіші дроби. Тригонометричні підстановки і метод «раціоналізації» інтегралів. Задачі, що приводять до поняття визначеного інтегралу. Властивості визначеного інтегралу. Формула Ньютона-Лейбніца. Геометричний зміст визначеного інтегралу. Обчислення інтеграла за допомогою інтегрування частинами і заміни змінної. Невласні інтеграли.

#### **1.2.5 Звичайні диференціальні рівняння та їх системи**

Основні типи ДР 1-го порядку. ДР, що розв'язуються пониженням порядку. Лінійні однорідні та неоднорідні ДР 2-го порядку із сталими коефіцієнтами. Системи ДР.

#### **1.2.6 Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли**

Подвійний та потрійний інтеграли в різних системах координат, їх обчислення, зміна порядку інтегрування. Криволінійні інтеграли 1-го та 2-го роду. Поверхневі інтеграли.

#### **1.2.7 Математичні методи дослідження операцій**

**Теоретична частина:** Математична постановка оптимізаційних задач. Класифікація моделей і методів розв'язання задач математичного програмування. Постоптимальний аналіз розв'язків задач програмування. Канонічна та стандартна форми задачі лінійного програмування. Двоїста задача лінійного програмування. Двоїстий метод. Задача параметричного програмування, методи розв'язання задач параметричного програмування та аналізу отриманих розв'язків. Задачі та моделі цілочисельного лінійного програмування. Метод відсікань розв'язання задач цілочисельного програмування. Задачі та моделі дискретного програмування. Метод гілок та меж розв'язання задач дискретного програмування.

**Практична частина:** Зробити загальний опис і оволодіти технологією роботи з пакетом імітаційного моделювання GPSS World. Працювати з графічними вікнами. Досліджувати динамічні вікна моделювання. Досліджувати GPSS вирази. Створити черги і Q-таблиці.

Формувати процес перевизначення матриці засобами GPSS. Моделювати логічні комірки, кадри процесу. Зчитувати та записувати інформацію в зовнішні файли. Записувати в вибраний рядок файлу використовуючи довільний доступ. Оволодіти бібліотечною процедурою і дисперсійним аналізом. Оволодіти технологією безперервного моделювання в GPSS.

### 1.3 Перелік навчальної та методичної літератури

#### *Основна:*

1. О.В.Глушков, Ю.О.Кругляк, Ю.Г. Чернякова. Лінійна алгебра. Конспект лекцій.- Одеса, ОДЕКУ, «ТЭС»-2004.
2. Сборник задач по математике для ВТУЗов: Линейная алгебра и основы математического анализа /Под ред. А.В. Ефимова и Б.П. Демидовича.- М.: Наука, 1986.
3. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч. 1. М. «Высшая школа», 1986.
4. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Ч. 1, 2. М., «Наука», 1976.
5. Глушков О.В., Чернякова Ю.Г., Вітавецька Л.А., Хецеліус О.Ю., Дубровська Ю.В., Лобода А.В., Середенко С.С. Вища математика: Конспект лекцій. Ч.1. -Одеса, 2011.
6. [www.library-odeku.16mb.com](http://www.library-odeku.16mb.com)
7. Конюховський П.В., "Математичні методи дослідження операцій в економіці". -С. Петербург, Пітер: 2000. -208С.
8. Глушков О.В., Хецеліус О.Ю., Амбросов С.В., Свиначенко А.А., Ігнатенко Г.В., "Теорія ймовірностей і математична статистика." - Одеса, Екологія. 2011 р.
9. Глушков О.В., Сербов М.Г., Хецеліус О.Ю., Дубровська Ю.В., Флорко Т.О. "Прикладна математика".-Одеса: Екологія. 2007.
10. Глушков О.В., Кругляк Ю.О., Чернякова Ю.Г., "Конспект лекцій лінійна алгебра." -Одеса, ТЕС, 2004. -117с
11. Глушков О.В., Амбросов С.В, Вітавецька Л.А., Лобода А.В., "Конспект лекцій математичне програмування." -Одеса, ТЕС. 2003- 95С.
12. Великодний С.С., "Математичні методи дослідження операцій." -Одеса, Е- print. 2015.

#### *Додаткова:*

13. Кудрявцев В.А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики. М., «Наука», 1986.
14. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М., «Наука», 1984.
15. Бакельман І.Я. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. М., «Просвещение», 1976.
16. Мышкис А.С. Лекции по высшей математике. М., «Наука», 1973.
17. GPSS World reference manual. Fourth Edition 2001. Copyright Minuteman

Software. Holly Springs, NC, U.S.A. 2001.

18. Lapin L. Quantitative methods for business decisions with cases. Fourth edition. HBJ, 1988.

19. Liittle I.D.C., Murty K.G., Sweeney D.W., Karel C. An algorithm for traveling for the traveling salesman problem. — Operation Research, 1963, vol.11, No. 6, p. 972-989

20. Taha H. Introduction to Operations Research / Ed. from English. Moscow, 1985.

## II МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

### 2.1 Загальні поради

Основною формою навчання студента є робота з навчальним матеріалом, що складається з таких елементів: вивчення матеріалу за допомогою підручників та навчальних посібників, розв'язання задач, самоперевірка, виконання практичних та контрольних робіт. На допомогу студентам університет організує читання лекцій, проведення практичних занять. Крім того, студент може звертатися до викладача з питаннями для одержання письмової чи усної консультації. Однак студент повинен пам'ятати, що тільки при систематичній і наполегливій самостійній роботі допомога викладача виявиться досить ефективною. Програмою передбачається написання модульних контрольних робіт, а також виконання низки лабораторних робіт, що оцінюється згідно з робочою програмою. Вся робота повинна виконуватися самостійно і служити деякою мірою і гарантією того, що дана дисципліна є засвоєною студентом.

### 2.2 Методичні вказівки та завдання для виконання контрольних робіт з вищої математики

*Лінійна алгебра*

**Приклад 1.** Розв'язати систему лінійних рівнянь методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases}$$

Оберемо за ведуче третє рівняння і поміняємо їх місцями. Одержимо:



$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 5 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}$$

Відніmemo від другого рівняння перше, помножене на 2, а потім із третього — перше, помножене на 3. Прийдемо до еквівалентної системи:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 5 \\ 3x_2 - 5x_3 = -9 \\ 5x_2 - 8x_3 = -14 \end{cases}$$

Помножимо друге рівняння на  $\frac{3}{5}$  і відніmemo від третього :

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = 5 \\ 3x_2 - 5x_3 = -9 \\ \frac{1}{3}x_3 = 1 \end{cases}$$

Послідовно, починаючи з третього рівняння, знаходимо

$$x_3 = 3, \quad x_2 = \frac{-9 + 15}{3} = 2, \quad x_1 = 5 - 6 + 2 = 1.$$

Таким чином, остаточно рішенням вихідної системи будуть:

$$x_1 = 1; \quad x_2 = 2; \quad x_3 = 3.$$

### Варіант №1

1. Обчислити матрицю, зворотну матриці А. Методом Гауса розв'язати систему рівнянь

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & -4 & -3 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8; \\ 2x_1 - 4x_2 - 3x_3 = -1; \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

2. Обчислити довжину векторів  $\overrightarrow{AB}$  і  $\overrightarrow{CD}$ , якщо А(1; 2; 3), В(0; 1; 5), С(-1; 2; 1), D(2; 1; 3). Чи будуть вони перпендикулярні?

### Варіант №2

1. Обчислити матрицю, зворотну матриці А. Методом Гауса розв'язати систему рівнянь

$$A = \begin{pmatrix} -4 & -1 & 3 \\ 8 & 3 & -6 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{cases} -4x_1 - x_2 + 3x_3 = -3; \\ 8x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 2; \\ x_1 + x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

2. При якому значенні  $h$  вектори  $\vec{c}$  і  $\vec{d}$  перпендикулярні?

$\vec{c} = 2\vec{i} + h\vec{j} + 4\vec{k}$ ,  $\vec{d} = h\vec{i} - 7\vec{j} + \vec{k}$ . Обчислити довжини цих векторів.

#### Варіант №3

1. Обчислити матрицю, зворотну матриці  $A$ . Методом Гауса розв'язати систему рівнянь

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 8 & -1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{cases} 5x_1 + 8x_2 - x_3 = 7; \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1; \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9. \end{cases}$$

2. Знайти скалярний добуток векторів  $\overline{AB}$  і  $\overline{CD}$ , якщо  $A(1; 1; 1)$ ,  $B(3; -1; 2)$ ,  $C(-4; 1; 2)$ ,  $D(0; 5; 2)$ . Чи будуть вони перпендикулярні? Знайти довжини цих векторів.

#### Варіант №4

1. Обчислити матрицю, зворотну матриці  $A$ . Методом Гауса розв'язати систему рівнянь

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -4 \\ 1 & -2 & 3 \\ 3 & -2 & -5 \end{pmatrix}, \quad \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 20; \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6; \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 6. \end{cases}$$

2. Обчислити довжину векторів  $\overline{AB}$  і  $\overline{CD}$ , якщо  $A(1; 1; 1)$ ,  $B(3; 4; -3)$ ,  $C(2; 2; 2)$ ,  $D(-1; 2; -1)$ . Чи будуть вони перпендикулярні?

#### Варіант №5

1. Обчислити матрицю, зворотну матриці  $A$ . Методом Гауса розв'язати систему рівнянь

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 8; \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = -4; \\ x_1 + 5x_2 + x_3 = 0. \end{cases}$$

2. Знайти скалярний добуток векторів  $\overline{AB}$  і  $\overline{CD}$ , якщо  $A(-1; 3; 1)$ ,  $B(5; 7; -2)$ ,  $C(0; 5; 4)$ ,  $D(0; 5; 1)$ . Чи будуть вони перпендикулярні? Обчисліть їх довжини.

*Введення в мат. аналіз та диференціальне числення функцій однієї та багатьох змінних*

Для рішення задач необхідно розібратися в понятті межі функції, засвоїти визначення похідної, її геометричний і механічний зміст.

**Приклад 1.** Знайти  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 5x^2 + 3x - 2}{3x^3 - 4x + 5}$ . Розв'язання:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^3 - 5x^2 + 3x - 2}{3x^3 - 4x + 5} = \left[ \frac{\infty}{\infty} \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 \frac{x^3}{x^3} - 5 \frac{x^2}{x^3} + 3 \frac{x}{x^3} - \frac{2}{x^3}}{3 \frac{x^3}{x^3} - 4 \frac{x}{x^3} + \frac{5}{x^3}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 - \frac{5}{x} + \frac{3}{x^2} - \frac{2}{x^3}}{3 - \frac{4}{x^2} + \frac{5}{x^3}} = \frac{4}{3}$$

**Приклад 2.** Знайти  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4x + 5}$ . Розв'язання:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4x + 5} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)(x-5)} = \frac{-1-1}{-1-5} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

**Приклад 3.** Знайти похідну функції  $y = \operatorname{tg}(\ln x^2)$ . Розв'язання:

За правилом обчислення похідної складної функції маємо:

$$y' = (\operatorname{tg}(\ln x^2))' = \frac{1}{\cos^2(\ln x^2)} (\ln x^2)' = \frac{1}{\cos^2(\ln x^2)} \cdot \frac{1}{x^2} (x^2)' = \frac{1}{\cos^2(\ln x^2)} \frac{1}{x^2} \cdot 2x = \frac{2}{\cos^2(\ln x^2) x}$$

**Приклад 4.** Знайти частинні похідні першого та другого порядку функції

$z = 3x^2 y^2 + 15 \sin x \cdot y^3$  Розв'язання:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = (3x^2 y^2 + 15 \sin x \cdot y^3)'_x = 3y^2 (x^2)' + 15y^3 \cdot (\sin x)' = 6y^2 x + 15y^3 \cdot \cos x$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = (3x^2 y^2 + 15 \sin x \cdot y^3)'_y = 3x^2 (y^2)' + 15 \sin x \cdot (y^3)' = 6x^2 y + 45y^2 \cdot \sin x$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = (6y^2 x + 15y^3 \cdot \cos x)'_x = 6y^2 - 15y^3 \cdot \sin x$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = (6x^2 y + 45y^2 \cdot \sin x)'_y = 6x^2 + 90y \sin x$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = (6y^2 x + 15y^3 \cdot \cos x)'_y = 12yx + 45y^2 \cdot \cos x$$

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = (6x^2 y + 45y^2 \cdot \sin x)'_x = 12xy + 45y^2 \cdot \cos x$$

Варіант № 1

Обчислити: 1)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 6x + 9}$  2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-7}{x+3} \right)^{x+5}$  3)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{3x^2 + x + 4}$

4) по правилу Лопіталя:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x^2}{1 - \cos 4x}$

Знайти похідну: 5)  $y = (\ln x + 7x^2) \cdot \sqrt{x}$  6)  $y = \ln\left(\operatorname{tg} \frac{4}{x}\right)$  7)  $y = e^{\arcsin 2x}$  8)  $y = \operatorname{arctg} \frac{1}{\sin x}$

Знайти частинні похідні I порядку: 9)  $z = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$

Знайти частинні похідні II порядку: 10)  $z = 4x^3 + 3x^2y + 5xy^2 - y^3$

Варіант № 2

Обчислити: 1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 2x + 1}{2x^2 + x - 3}$  2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{2x^2}$  3)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 3x + 2}{2x^2 + x - 6}$

4) по правилу Лопіталя:  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ell^{x^2} - 1}{\cos x - 1}$

Знайти похідну: 5)  $y = \frac{4x + 2}{5x - 3}$  6)  $y = \cos^3(2x + 5)$  7)  $y = \operatorname{arctg} \sqrt{2x + 1}$  8)  $y = x \cdot \arccos x^2$

Знайти частинні похідні I порядку: 9)  $z = x \cdot \sin(x + y)$

Знайти частинні похідні II порядку: 10)  $z = 5x^4 - 6x^2y + 10xy^2 - 3$

Варіант № 3

Обчислити: 1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 + 5x^2 + 7}{2x^4 - 2x + 6}$  2)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x}$  3)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + x - 3}{x^2 + x - 2}$

4) по правилу Лопіталя:  $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \operatorname{ctg} 7x$

Знайти похідну: 5)  $y = \frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}$  6)  $y = \ln^3(2x + 1)$  7)  $y = x^3 \cdot \ell^{\cos 5x}$  8)  $y = \sqrt{\frac{1 + x^2}{1 - x^2}}$

Знайти частинні похідні I порядку: 9)  $z = y^{\ln x}$

Знайти частинні похідні II порядку: 10)  $z = 6x^3y^2 - 4x \sin y + 4$

Варіант № 4

Обчислити: 1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 4x^3 - 1}{3x + 1 + 2x^3}$  2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x - 7}{2x - 3}\right)^{4x}$  3)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{5x + 1} - 4}{x - 3}$

4) по правилу Лопіталя:  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 - 3x + 2}$

Знайти похідну: 5)  $y = (e^{\sin x} - 1)^2$  6)  $y = x^3 \cdot \arccos x$  7)  $y = \frac{\cos 4x - 1}{3 - \sin 4x}$  8)  $y = \frac{1}{3} \operatorname{tg}^3(2x)$

Знайти частинні похідні I порядку: 9)  $z = \arcsin(xy)$

Знайти частинні похідні II порядку: 10)  $z = 4x^2y^3 - 3xy + 10$

Варіант № 5

Обчислити: 1)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 7x)^{\frac{2}{x}}$  2)  $\lim_{x \rightarrow 10} \frac{\sqrt{x - 1} - 3}{x - 10}$  3)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{3x^2 - 14x - 5}{x^2 - 6x + 5}$

4) по правилу Лопітала:  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3x + 4}{2x^3 + 5x - 1}$

Знайти похідну: 5)  $y = \frac{\sin x}{1 - \cos x}$  6)  $y = \operatorname{arctg} e^{2x}$  7)  $y = \ln^4(\sin 2x)$  8)  $y = x \cdot \arcsin 2^x$

Знайти частинні похідні I порядку: 9)  $z = \operatorname{tg}(3x + 5y)$

Знайти частинні похідні II порядку: 10)  $z = 5x^2y - 6xy + 10x^5y^2 + 4$

*Інтегральне числення функції однієї змінної. Кратні та криволінійні інтеграли*

Розв'язання задач на тему "Невизначений і визначений інтеграл" повинна виявити володіння методами обчислення невизначеного інтеграла і вміле застосування визначеного інтеграла для обчислення деяких фізичних, механічних і геометричних величин.

**Приклад 1.** Обчислити інтеграл:  $\int e^{x^2+6x}(x+3)dx$ . Розв'язання:

Якщо позначити  $U = x^2 + 6x$ , то  $dU = (2x + 6)dx = 2(x + 3)dx$ , вихідний інтеграл відразу прийме табличний вигляд

$$\int e^{x^2+6x}(x+3)dx = \left| \begin{array}{l} U = x^2 + 6x \\ dU = 2(x+3)dx \end{array} \right| = \frac{1}{2} \int e^U dU = \frac{1}{2} e^U + C = \frac{1}{2} e^{x^2+6x} + C.$$

**Приклад 2.** Знайти координати центра ваги однорідної фігури, обмеженої лініями:  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 2$ ;  $x=0$ ,  $y=0$ . Розв'язання:

Використовуємо формули:  $X_c = \frac{M_y}{M}$ ;  $Y_c = \frac{M_x}{M}$ ;

$$M = \int_a^b \gamma(y_b - y_n)dx; \quad M_y = \int_a^b \gamma(y_b - y_n)x dx;$$

У нашому випадку  $y_b = (2 - \sqrt{x})^2$ ;  $Y_m = 0$  границі інтегрування  $a=0$ ,  $b=4$ ,  $\gamma = 1$  (однорідна фігура).

$$M = \int_0^4 (2 - \sqrt{x})^2 dx = \int_0^4 (4 - 4\sqrt{x} + x) dx = (4x - 4 \frac{x^{3/2}}{3/2} + \frac{x^2}{2}) \Big|_0^4 = 8/3$$

Обчислимо статистичний момент щодо осі OY.

$$M_y = \int_0^4 x(2 - \sqrt{x})^2 dx = \int_0^4 (4x - 2x^{2/3} + x^2) dx = (4 \frac{x^2}{2} - 2 \frac{x^{5/2}}{5/2} + \frac{x^3}{3}) \Big|_0^4 = 32/15$$

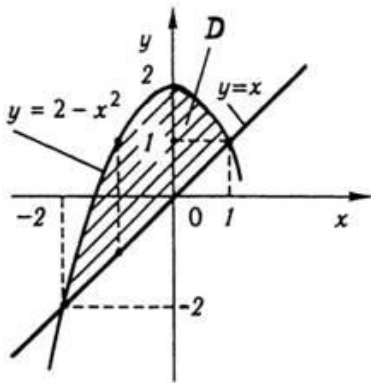
$x_c = \frac{32}{15} : 8/3 = 4/5$ ;  $y_c = x_c = 4/5$  – координати центра ваги розглянутої фігури.

При обчисленні подвійного інтеграла, якщо область  $D$  обмежена двома неперервними кривими  $x = \phi_1(y)$ ,  $x = \phi_2(y)$  і двома прямими

$y=c, y=d$  ( $c < d$ ), причому  $\phi_1(y) \leq \phi_2(y)$  для всіх  $y \in [c; d]$ , то справедлива формула

$$\iint_D f(x, y) dx dy = \int_c^d dy \int_{\phi_1(y)}^{\phi_2(y)} f(x, y) dx.$$

У формулі внутрішнім є інтеграл по змінній  $x$ . Обчислюючи його в межах від  $\phi_1(y)$  до  $\phi_2(y)$  (при цьому  $y$  вважається сталою), дістанемо деяку функцію від однієї змінної  $y$ . Інтегруючи потім цю функцію в межах від  $c$  до  $d$ , одержимо значення подвійного інтеграла. Визначена таким чином область  $D$  є правильна в напрямі осі  $Ox$ .



**Приклад 3.** Обчислити  $\iint_D (1+x-y) dx dy$ ,

якщо область  $D$ , обмежена лініями  $y = x, y = 2 - x^2$ .

*Розв'язання.* Побудуємо область  $D$ . Координати точок перетину ліній знаходимо із системи рівнянь

$$\begin{cases} y = x, \\ y = 2 - x^2. \end{cases}$$

Звідси  $x_1 = 1, x_2 = -2, y_1 = 1, y_2 = -2$  (див. рис.). Оскільки область  $D$  правильна в напрямі осі  $Oy$ , то подвійний інтеграл обчислюється за

формулою :

$$\iint_D f(x, y) dx dy = \int_a^b dx \int_{\phi_1(x)}^{\phi_2(x)} f(x, y) dy$$

$$\begin{aligned} \iint_D (1+x-y) dx dy &= \int_{-2}^1 dx \int_x^{2-x^2} (1+x-y) dy = \int_{-2}^1 \left( y + xy - \frac{y^2}{2} \right) \Big|_x^{2-x^2} dx = \\ &= \int_{-2}^1 \left( x - x^3 - \frac{x^4}{2} + \frac{x^2}{2} \right) dx = \left( \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} - \frac{x^5}{2 \cdot 5} + \frac{x^3}{2 \cdot 3} \right) \Big|_{-2}^1 = \frac{9}{20}. \end{aligned}$$

### Варіант 1

I Обчислити: 1.  $\int \frac{e^x}{(e^x - 5)^3} dx$  2.  $\int (x-15) \cdot \sin x dx$  3.  $\int \frac{2x+5}{4x^2+12x+9} dx$

4.  $\int \frac{x^2+6}{x(x+3)^2} dx$  5.  $\int_0^3 x \cdot e^{5x} dx$  6.  $\int_1^{e^2} \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}$

II Обчислити площу фігури, обмеженої графіками функцій  $\begin{cases} y = \sqrt{x} \\ y = x^2 \end{cases}$

III Обчислити  $\iint_D (12x^2 y^2 + 16x^3 y^3) dx dy$ ;  $D: x=1, y=x^2, y=-\sqrt{x}$ .

Варіант 2

I Обчислити: 1.  $\int \frac{1-6x+4x^2}{x^2} dx$  2.  $\int \frac{\arctg^4 x}{1+x^2} dx$  3.  $\int \frac{2x-7}{x^2-1} dx$

4.  $\int \frac{x-4}{(x^2+2x-15)x} dx$  5.  $\int_1^e x \cdot \ln x dx$  6.  $\int_2^4 \sqrt{6-x} dx$

II Обчислити площу фігури, обмеженої графіками функцій  $\begin{cases} y=2x^2 \\ y=x^3 \end{cases}$

III Обчислити  $\int_{AB} \left( \frac{x}{y} - 2 \right) dx - x^2 y dy$ , де  $AB$ —ламана  $ACB$ ,  $A(2;1), C(2;4), B(3;4)$ .

Варіант 3

I Обчислити: 1.  $\int (x+5) \cdot 9^x dx$  2.  $\int \frac{x^2}{\sqrt{5-x^3}} dx$  3.  $\int \frac{2x+1}{x^2+x-3} dx$

4.  $\int \frac{7x+12}{(x-1)(3x+1)} dx$  5.  $\int_0^1 x^2 \sqrt{1+x^3} dx$  6.  $\int_1^8 \frac{1+2\sqrt{x}}{x^3} dx$

II Обчислити площу фігури, обмеженої графіками функцій  $\begin{cases} y=x^3/3 \\ y=x^2 \end{cases}$

III Обчислити  $\iint_D (9x^2 y^2 + 48x^3 y^3) dx dy$ ;  $D: x=1, y=\sqrt{x}, y=-x^2$ .

Варіант 4

I Обчислити: 1.  $\int \frac{1}{\sqrt{x}} \ln x dx$  2.  $\int \frac{dx}{\arctg^3 x (1+x^2)}$  3.  $\int \frac{2}{x^2+4x+10} dx$

4.  $\int \frac{2x+3}{(x-2)(x+1)} dx$  5.  $\int_0^1 x \cdot 6^{2x} dx$  6.  $\int_{-1}^2 \frac{1}{2\sqrt{x+2}} dx$

II Обчислити площу фігури, обмеженої графіками функцій  $\begin{cases} y=4/x \\ x+y-5=0 \end{cases}$

III Обчислити  $\iint_D (36x^2 y^2 - 96x^3 y^3) dx dy$ ;  $D: x=1, y=\sqrt[3]{x}, y=-x^3$ .

Варіант 5

I Обчислити: 1.  $\int \frac{x^3}{\sqrt{8-x^8}} dx$  2.  $\int \frac{dx}{x^2+2x+11}$  3.  $\int \sin 4x \cdot \sin 10x dx$

4.  $\int \frac{x-4}{(x^2+9)(x-3)} dx$  5.  $\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{1+\ln x}}$  6.  $\int_1^4 \left( \frac{4}{x^2} + 2x \right) dx$

II Обчислити площу фігури, обмеженої графіками функцій  $\begin{cases} y = 3x - x^2 \\ y = -x \end{cases}$

III Обчислити  $\int_{AB} x y dx - x^2 dy$ ;  $y = \frac{1}{x}$  від т.А (1/2; 2) до т.В (1/3; 3).

*Диференціальні рівняння*

**Приклад 1.**  $y dy = \frac{e^x}{1+e^x} dx$  – рівняння з відокремленими змінними.

Розв'язання: Проінтегруємо  $\int y dy = \int \frac{e^x}{1+e^x} dx$ ;  $\frac{y^2}{2} = \ln(1+e^x) + C$  – загальний інтеграл даного рівняння.

**Приклад 2.**  $x y'' = y'$ , або  $y'' = \frac{y'}{x}$  – в правій частині відсутній  $y$ . Це рівняння допускає пониження порядку.

Розв'язання: Заміна  $y' = p(x)$  – нова невідома функція,

$y'' = p'$ , де  $p' = \frac{dp}{dx}$ .  $x p' = p$ ,  $x \cdot \frac{dp}{dx} = p$  – рівняння з відокремлюваними змінними.

$\int \frac{dp}{p} = \int \frac{dx}{x}$ ,  $\ln|p| = \ln|x| + \ln|C_1|$ ,  $p = x C_1$ ,  $y' = x C_1$ ,  $\frac{dy}{dx} = x C_1$ ,  $\int dy = \int x C_1 dx$

.

$y = \frac{x^2}{2} C_1 + C_2$ .

Варіант №1

- $x^3 y' + y = 7$ ,  $y(1) = 5$
- $(2xy + y) y' = 3 - y^2$ ,  $y(0) = 2$
- $(x^2 + y^2) dx - 2xy dy = 0$
- $y'' - 2y' + 2y = 0$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$

Варіант №2

- $y' - \frac{1}{x} y = x^2$ ,  $y(1) = 0,5$
- $x \cdot \ln y \cdot y' = x^3 y$ ,  $y(0) = e$
- $y - x y' = y \ln \frac{x}{y}$
- $y'' - 2y' + 10y = 0$ ,  $y(0) = 2$ ,  $y'(0) = 1$

Варіант №3

- $y' - 3y = e^{-2x}$ ,  $y(0) = 0$
- $y \sin x dx + (\cos x - 1) dy = 0$ ,  $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$
- $(y^2 - 3x^2) dy + 2xy dx = 0$
- $y'' - 7y' + 6y = 0$ ,  $y(0) = 6$ ,  $y'(0) = 7$

Варіант №4



1.  $y' + \frac{1}{x}y = e^{x^2}$ ,  $y(1) = \frac{e}{2}$
2.  $x y' \ln y - y = 0$ ,  $y(1) = e^2$
3.  $y dy + (x - 2y) dx = 0$
4.  $y'' - 6y' + 9y = 0$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 2$

Варіант №5

1.  $x y' + y = y^2$ ,  $y(1) = 0,5$
2.  $(x + 1)^3 dy - (y - 2)^2 dx = 0$
3.  $\left(x - y \cos \frac{y}{x}\right) dx + x \cos \frac{y}{x} dy = 0$ ;
4.  $y'' + 4y' + 29y = 0$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 15$

## 2.3 Методичні вказівки та завдання з ММДО

### ТЕОРЕТИЧНА ЧАСТИНА

#### *Запитання до контрольної роботи*

##### ***Варіант 1***

1. Для чого в операторі START використовується операнд NP?
2. За допомогою яких команд можна виконати зупинку і відповідно продовження процесу моделювання в системі GPSSWorld?
3. Який оператор служить для виділення блоку моделі під час зупинки процесу моделювання. Охарактеризуйте принцип процесу зупинки процесу моделювання системи.
4. За допомогою використання якої команди стає можливим створення процесу трасування?
5. Яка інформація виводиться користувачеві після застосування операції трасування?

##### ***Варіант 2***

1. Яким чином можна зняти всі умови зупинки, що були накладені на модель?
2. Скориставшись якою командою можна створити звіт всього процесу моделювання?
3. Назвіть додаткове призначення діалогового вікна SHOW.
4. Перечисліть повну ієрархію арифметичних і логічних операцій в GPSS.
5. В якому вікні можна переглянути результат виконання операцій, що записуються в діалогове вікно SHOW?

##### ***Варіант 3***

1. Вкажіть в якому форматі користувач отримує значення обчислення логічних операцій?
2. За допомогою якої команди можна здійснити перехід на рядок, що містить помилку коду програми?
3. Наведіть правило використання логічних операцій?
4. В якому діалоговому вікні відображаються пристрої моделі.
5. Поетапно охарактеризуйте процес створення генератора випадкових чисел.

##### ***Варіант 4***

1. Назвіть функціональні клавіші, значення яких при необхідності можна змінювати.
2. Наведіть мету застосування блоків QUEUE і DEPART.
3. Назвіть один з найважливіших атрибутів черги.
4. Вкажіть перевагу використання черг моделі.
5. Назвіть два види оформлення черг.

#### ***Варіант 5***

1. Яка команда використовується для виводу гістограми? Вкажіть та охарактеризуйте її параметри.
2. За допомогою якої функціональної клавіші можна зупинити процес моделювання?
3. Яка команда відповідає за перезапуск процесу моделювання?
4. Вкажіть назву вікна перегляду гістограм.
5. Наведіть формат запису команди, що використовується для завдання матриці в мові GPSS.

### **ПРАКТИЧНА ЧАСТИНА**

#### **ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1**

##### ***Робота з графічними вікнами***

Вибрати з папки прикладів Sample1.gps. Після зчитування файлу в GPSS відбувається створення моделі, але не її запуск. Виконати трансляцію моделі Command/Create Simulation. В журналі, який з'явиться після запуску моделі, буде відображатися інформація про успішну трансляцію моделі. Необхідно виконати настройку графічного вікна. Для правильного оформлення графічної інформації необхідно підключити значення СЧА, яке в залежності від того, який фізичний стан цікавить, має свій ідентифікатор. СЧА приєднується до пристрою обслуговування (його мітці) за допомогою символу \$. Для того, щоб підготувати оперативні дані моделювання необхідно викликати діалогове вікно налаштування графіку потрібно застосувати команду Window/Plot Window. В вікні, яке з'явилося, необхідно ввести оперативну інформацію для моделювання.

**Plot (1)** – необхідна для поточної побудови виразу.

**Memorize** – використовується для збереження заданого виразу, з метою подальшого вилучення і поновлення процесу моделювання.

**Plot (2)** – необхідна для нової побудови збереженого виразу.

Поле **Expression**– синтаксис оброблюваної інформації.

Після натискання кнопки ОК відбувається побудова осей графіка: Необхідно виконати запуск побудови графічних даних. Після виклику команди START, з'явиться інтерактивне вікно, в якому необхідно значення за замовчуванням змінити на свій варіант. Відкриваємо графік. Після старту моделі в графічному вікні відображатиметься поточна залежність. Після закінчення моделювання в журналі з'явиться повідомлення – Simulation pod added. Після чого з'явиться повідомлення про формування звіту: **Report is complete.**

Після завершення процесу моделювання необхідно дослідити отримані результати . Для цього призначене діалогове вікно SHOW. В інтерактивному вікні введемо значення C1. Дана команда виводить в вікні журналу і рядку стану GPSSW відносний модельний час.

В інтерактивному вікні Show, написати: SHOW Qm\$BARBER. Команда показує максимальну довжину черги до пристрою BARBER, який також буде введено в журнал і рядок стану.

Варіанти значень команди Start:

1. 50	5. 150	9. 250
2. 75	6. 175	10. 275
3. 100	7. 200	11. 300
4. 125	8. 225	12. 325

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2

### Дослідження динамічних вікон моделювання

Робочою моделлю буде створена в попередній лабораторній роботі модель – Sample1.gps. Необхідно відкрити та транслювати модель.

Відкрити вікно виразів Expression Window (Window/Simulation Window/Expression Window). В вікні, яке з'явилося, в полі *Label* необхідно записати значення *Время*, а полі *Expression* – *AC1*. Після цього необхідно виконати перегляд і запам'ятовування заданих значень за допомогою *View* и *Memorize* (*перегляд дійсний при 1 прогоні моделі*). Потім натисніть кнопку ОК. В випадку необхідності, повторне редагування виразів здійснюється при активному вікні Expression Window через пункт меню Edit. Необхідно редагувати вираз для дослідження нового активного транзакта. В вікні Expression Window необхідно записати: *Label* - активний транзакт; *Expression* - *XS1*. Потім натисніть кнопку ОК.

Перейти до дослідження вікон приладів Facilities Window. Необхідно виконати перезапуск процесу моделювання за допомогою завдання в операторі START наступних операнд в форматі: START 10000, NP. Можна спостерігати зміни необхідних статистик без переривання на виведення звіту процесу моделювання. Виконати зупинку процесу (за допомогою команди HALT), згорнути вікна Expression Window і Facilities Window. Відкрити вікно блоків Block Window (дослідження умов зупинки і затримки). Продовжити процес моделювання за допомогою команди F2. Впевнитися в графічній динаміці моделювання. Виконати зупинку і помітку необхідного оперативного блока. Для виділення блоку (мишкою) і його підсвічування необхідно натиснути Place. Після цього процес моделювання буде кожний раз зупинятися, коли будь-який транзакт спробує ввійти в відмічений блок (*все це необхідно відстежувати в журналі моделювання*). Перейти до трасування. Меню Command/Custom. В

діалоговому вікні, яке з'явилося, ввести команду TRACE. В результаті цього в активному вікні буде виведена інформація з індексацією трасування. Таким чином, виконується режим ручного моделювання (відладки), який є обов'язковою частиною складної моделі. Для подальшої нормальної роботи моделі необхідно зняти всі умови зупинки наступним чином: Window/Simulation Snapshot/User Stops/Remove All. Потім виконати перезапуск моделі (F2). Після того, як моделювання зупинено або підійшло до кінця необхідно вивести звіт, скориставшись командою Command/Custom/Report.

#### Варіанти значень команди Start:

1 – 1000	5 – 5000	9 – 9000
2 – 2000	6 – 6000	10 – 10000
3 – 3000	7 – 7000	11 – 11000
4 – 4000	8 – 8000	12 – 12000

### **Дослідження GPSS виразів**

Додатковим призначенням команди SHOW є використання даного діалогового вікна в якості складного калькулятора.

У діалоговому вікні SHOW можна компонувати складні вирази з використанням СЧА і спеціалізованих функцій GPSS. Результат обчислених виразів буде надаватися у вікні Journal у форматі подвійної точності (float).

Апробувати результат обчислення простої арифметики. Для цього створити модель і відкрити вікно SHOW, скориставшись пунктом меню Command/SHOW і введіть значення Вашого варіанту. У вікні Journal з'явився відповідь у формат float. Моделювання STOP по помилці. Для цього в діалоговому вікні SHOW навмисно ввести вираз, що виражає результат помилки: SHOW 3/0. Після виконання цієї команди у вікні журналу з'явиться звіт про стан помилки. Необхідно створити модель, яка складається лише з двох рядків і містить очевидні помилки. Вручну введіть у вікні коду програмної моделі два рядки помилок, таких як:

HENERATE 10

TERMINATE 1

Потім запусить створену модель Command / Create Simulation. Виконайте редагування помилки, яка була виявлена. Для цього натисніть кнопку Search/Go To Line. Тоді ви повинні змінити H на G і ретранслювати модель Command / Retranslate, а також перевірте журнал.

Виконайте наступні операції:

- 1) Відкрийте зразок файлу Sample1.gps
- 2) Запусить моделювання.
- 3) Відкрийте вікно пристроїв.

У вікні відсутні будь-які пристрої до першого звернення до нього за допомогою команди START, введіть значення з вашого варіанту. Натисніть кнопку ОК. Тоді в пристроях з'являються певні блоки.

Обчислити складний вираз, наприклад:  $\log(\text{моделного часу}) + (\text{максим. довжина черги})$ . Для цього в настройках вікна вираження в полі Label ви повинні написати: складний вираз, а в Expression -  $\text{LOG}(C1) + (Q\$BARBER)^2$ . Після заповнення полів необхідно натиснути кнопку View. Крім того, у вікні з пристроями з'являться значення. При використанні логічних операторів не забудьте поставити лапки і уникнути пропусків між оператором і операндами.

Виконати моделювання логічних виразів. Для цього в вікні Expression Window в полі Label необхідно записати: Label - менш ніж 6 в очікуванні, Expression -  $1 + 99 \# ((Q \$ BARBER) 'GE'6)$ . Цей вираз дасть в результаті один в разі, якщо черга менша, ніж 6 клієнтів, або 100 в будь-якому іншому випадку. Виконати моделювання потоку випадкових чисел. Для цього вибрати Command/SHOW і в діалогове вікно SHOW внести наступне значення: SHOW RN1000. RN повертає випадкове число в діапазоні від 0 до 999 в рядку стану і журналі моделювання.

Виконати попередній запит знову, і в журналі з переважною ймовірністю буде інший результат. Після цього виконати функціональне налаштування генератора випадкових чисел. Для цього в меню Edit/Settings необхідно перейти на закладку Function Keys і поряд з міткою F9 записати SHOW RN1000. Перейти до Journal і приблизно 5 разів виконати натискання клавіші F9. Таким чином, ми можемо гарантувати, що при декількох послідовних запитах відбувається видача результатів потоку випадкових чисел. На закладці Function Keys є можливість закріпити за будь-якою функціональною клавішею (окрім F1) окрему команду, яка буде містити логічний вираз.

Варіанти значень команди Start:

- |          |          |           |
|----------|----------|-----------|
| 1. 87654 | 5. 48725 | 9. 39261  |
| 2. 34567 | 6. 52398 | 10. 92761 |
| 3. 92784 | 7. 27483 | 11. 18942 |
| 4. 29365 | 8. 92517 | 12. 39271 |

Варіанти значень команди Show:

- |   |  |
|---|--|
| 1. $8762 - 2345/20 \# (120 - 112)^2$        | 7. $1900 @ 2 \# 90/3 + 543$                  |
| 2. $275 \# 32/20 + (60 \# 20) - 125$        | 8. $125 + 30^2/15 \# 55 + 180$               |
| 3. $1515 + 125 - (60 \# 20) - 275 \# 20/22$ | 9. $8880 @ 40/20 \# 3 + 1200$                |
| 4. $578 + 1678 - 320/20 \# 85 + 1200$       | 10. $9999 \setminus 9/11 \# 90 + 3578 - 125$ |
| 5. $(874 - 124) \# 120 \setminus 5$         | 11. $80 \# 90/2 + 8520 - 1120$               |
| 6. $1250 \setminus 12 \# 50 + 867/2$        | 12. $100 \# 40 @ 20 + 980 \# 2$              |

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 3

### Черги і Q-таблиця

Блоки QUEUE і DEPART необхідні для статичного збору інформації. Особливо важливе значення має статична інформація про структуру черги. Перш за все, блоки QUEUE і DEPART не затримують просування транзактів, а лише тільки призначені для організації динамічних міток входу і виходу транзактів. Черга до пристрою обслуговування створюється за необхідності і не потребує опису в явному вигляді. Одним з важливих атрибутів черги є параметр, який називається зміст черги. Крім того, не менш важливим є параметр – довжина черги. Коли транзакт входить в блок QUEUE зміст черги збільшується на величину транзакту, коли транзакт проходить блок DEPART – зміст зменшується. Перевага використання черги полягає в тому, що GPSS формує статистику і числові характеристики черги, дана статистика видається в стандартному звіті, крім того вона доступна в процесі моделювання для дослідження за допомогою СЧА. Графічно черга може бути оформлена в вигляді Q-таблиці, а також в вигляді діаграми. Крім того, доступно діалогове вікно QUEVES для динамічного перегляду поточного стану моделювання.

Відкрити файл Sampque.gps. В даній моделі блоки QUEUE і DEPART заключають між собою блок SEIZE. Для транзактів, які можуть негайно зайняти пристрій обслуговування буде зареєстровано час очікування, крім того, середня довжина і середній час перебування будуть виведені в стандартному звіті. Статистика черги при моделювання. Виконати створення процесу моделювання. Відкрити вікно черги. Для цього Window/Simulation Window/Queues Window. В даному стані в вікні не сформовано ні однієї черги, однак в тому випадку, коли в моделі з'явиться один транзакт буде представлена інформація про черги і їх параметрів. Для цього виберемо Command/START і введемо значення (по варіанту). Для прикладу значення – 10000. Зупинимо процес моделювання за допомогою F4 і почнемо створювати гістограму обслуговування. Гістограми графічно відображають динамічні дані, які змінюються. При створенні гістограми використовуються для відображення статистики на основі блоків QUEUE и DEPART. Для виводу гістограми необхідно перейти в редактор моделі і додати останній рядок в такому форматі:

*Waittime QTABLE Barber,2,3,20;* гістограма

де BARBER – пристрій, на основі статистики якого будуються гістограми;  
2 – початкове значення гістограми;

3 – прирощення на операнду В;

20 – кількість прирощень на операнду В.

Блок QTABLE робить графічне формування Q-таблиці, побудова якої може відбуватися в процесі моделювання. Виконати ретрансляцію моделі Command/Retranslate. Перезапустити моделювання і замість START 1 ввести шестизначне число (по варіантам), натиснути ОК і зразу ж F4. Відкрити вікно огляду діаграм. Для цього використати команду Simulation Window/Table Window і в наведеному вікні вибрати задану позначку. На представленій гістограмі на вертикальній осі відкладаються транзакти, на

горизонтальній в вигляді стовбців зображується їх кількість для кожного інтервалу часу очікування. Для спостереження динаміки побудови гістограми необхідно натиснути F2, після чого стовпці гістограми придуть в статистичний рух. Відкрити вікно блоків Window/Simulation Window/Block Window. В даному вікні буде відбуватися вертикальне переміщення транзактів. Відкрити вікно пристроїв FacilitiesWindow і провести аналіз завантаженості обох пристроїв обслуговування.

Варіанти значення для команди Start:

- |          |          |           |
|----------|----------|-----------|
| 1. 35000 | 5. 55000 | 9. 75000  |
| 2. 40000 | 6. 60000 | 10. 80000 |
| 3. 45000 | 7. 65000 | 11. 85000 |
| 4. 50000 | 8. 70000 | 12. 90000 |

Варіанти значення для команди Start:

- |           |            |
|-----------|------------|
| 1. 111111 | 7. 650000  |
| 2. 222222 | 8. 700000  |
| 3. 333333 | 9. 750000  |
| 4. 444444 | 10. 800000 |
| 5. 550000 | 11. 900000 |
| 6. 600000 | 12. 950000 |

### ***Формування процесу перевизначення матриці засобами GPSS***

У GPSS підтримується формування матриць розмірністю до 6.

Відкрити файл Sample9.gps. Для того, щоб встановити матрицю в GPSS використовується наступний формат команди:

<Ім'я> MATRIX, B, C, D, E, F, G

Після блоку MATRIX операнд A пропускається. Операнди від B до G визначають розмірність матриці. В GPSS не існує поняття рядка чи стовпця. Для кожної розмірності матриці використовується так названий індекс розмірності, який задається в відповідному вікні настройки. Таким чином, наприклад, щоб задати 2-у матрицю розмірністю 5\*10 необхідно записати:

<Ім'я> MATRIX, 5,10

Для звернення до розмірності матриці слід використовувати команду MSAVEVALUE. Однак, дане звернення застосовується тільки до перших двох розмірностей. До решти розмірностей слід звертатися за допомогою спеціально сформованих PLUS – процедур. Матриця ніколи не видаляється з області видимості GPSS, однак її можна перевизначити за допомогою повторного блоку MATRIX. В момент створення матриці всім її елементам присвоюється нульове значення. Однак, в випадку якщо необхідно змінити тип даних елемента необхідно скористатися командою INITIAL, після якої всім елементам присвоюється невизначений тип USP. Після зміни типу елемента можна сформувану матрицю, яка нас цікавить. Для звернення до елемента матриці використовується MX:

MX MATRIX (1,2) , то ім'я та розмірність матриці.

SHOW MX\$MATR1 (1,2)

Розпочніть процес створення моделі. Для перегляду матриці є певне діалогове вікно, яке відображає будь-які два обрані розмірності матриці. Відкрийте матрицю Window / Simulation Window / Matrix Window. Оскільки спочатку у файлі Sample9 задається тільки одна матриця, то її ім'я відразу буде занесено у відповідне поле. Після виконання налаштування з'явиться розмітка матриці. Для зміни площин відображення необхідно у вікні налаштувань матриці переорієнтувати прив'язку до розмірності. Запустити процес моделювання за допомогою команди START з значенням 100. Перейти до вікна відображення матриці Matrix Window, в якому з'являться обчислені значення.

MATRIX1 MATRIX

MSAVEVALUE MATRIX1, 2, 2, QA\$PROCESS  
A B C D

Команда MSAVEVALUE записується в наступному форматі:

A операнд - ім'я матриці;

B операнд - умовна рядок;

C операнд - умовний стовпець;

D операнд - значення для новоствореного елемента.

Необхідно вибрати оптимальне розміщення елемента в матриці за допомогою поля INDEX в вікні налаштувань. Застосувати режим ручного моделювання з подальшим перевизначенням 25 елементів матриці (за варіантами). Для цього в меню Command/Custom і всі подальші завдання виконувати таким чином:

MSAVEVALUE MATRIX1,1,1,1000

Після виконання команди Custom необхідно в журналі моделювання впевнитися в присвоєнні значень, а потім відкрити вікно матриці і перевірити відповідний елемент. Таким чином, сформувані і заповнені масив даних, який складається з 25 елементів. Визначимо матрицю більш високої розмірності (по варіантам). Для цього у вікні Custom необхідно задати команду в наступному форматі:

MATRIX2 MATRIX 2,3,4,2,5,7

Впевнитися в створенні масиву, після чого необхідно перейти до діалогового вікна налаштувань матриці, в якому в верхньому полі потрібно обрати нове ім'я матриці. Оскільки матриця шестирозрядна, активні всі поля в вікні Cross Section. Для зміни видимого перерізу матриці, необхідно визначитися яка з розмірностей буде виступати в якості рядків, а яка в якості стовпців. Для решти вимірювань необхідно обрати значення індексу для оптимального завдання відповідного виміру.

Варіанти значень для матриць:\*\*

1)

800	100	555	800	5000
350	A	600	333	215
200	2000	700	0	750
500	450	0,5	3050	600
-200	300	900	D	950

7)

500	200	1000	430	Are
770	630	380	400	690
0	470	-999	850	910
999	407	305	405	300
555	800	And	400	700



2)

333	121	676	932	100
F	0	586	821	756
222	343	One	654	565
444	454	346	545	465
Lab	565	768	0	354

3)

For	700	1500	7000	M
500	300	1,9	320	9000
900	180	300	0	1005
200	4000	R	4009	2000
150	400	750	800	500

4)

100	710	680	840	900
500	320	-99	400	250
0,85	150	550	9050	300
800	640	770	810	555
200	600	0	340	880

5)

800	100	555	800	5000
350	A	600	333	215
200	2000	700	0	750
500	450	0,5	3050	600
-200	300	900	D	950

6)

Hi	510	700	100	-20
600	290	200	660	955
0,01	300	0	490	380
800	750	810	260	765
430	900	500	170	U

8)

910	390	420	500	0
740	930	840	330	440
Five	370	730	955	700
500	800	6,06	900	310
1000	200	745	890	-11

9)

D	320	126	439	790
3000	500	810	950	260
250	-33	710	L	800
499	555	300	888	200
Zero	800	420	950	500

10)

One	710	680	750	810
900	840	330	900	500
6000	730	40,5	232	300
800	640	222	343	0
Null	444	750	340	-9

11)

0	165	3400	1000	Boom
900	SM	250	888	215
999	2,05	700	650	810
4000	450	100	500	111
0	300	77,7	555	-666

12)

A	650	300	0	1000
350	400	777	560	610
700	-1,5	7500	410	333
111	450	900	Null	850
5555	280	490	790	Z

Перевизначення матриць:

- 1) 1,2,4,5,6,3
- 2) 3,5,7,2,1,4
- 3) 2,6,1,2,7,3
- 4) 4,3,1,7,5,2
- 5) 1,5,4,3,2,6
- 6) 3,5,4,2,7,1
- 7) 1,2,4,3,6,7
- 8) 3,7,2,4,1,6
- 9) 4,6,5,7,1,3
- 10) 7,1,3,4,5,2
- 11) 3,5,6,1,2,4
- 12) 2,4,7,1,5,6

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4

### Логічні осередки кадри процесу моделювання

Відкрити файл Sample9.gps. Запустити моделювання, установити значення до команди START: 1000NP. Зупинити моделювання, натиснувши клавішу F4. Відкрити вікно Window/Simulation Window/Logicswitches Window. Відкрити вікно комірок Window/Simulation Window/Savevalues Window. Обрати спосіб відображення, який не перекриває вікон (мозаїка). Запустити процес моделювання в покроковому режимі (F5) і провести спостереження за поведінкою логічних ключів. Далі натиснути F2, і після чого зупинити процес моделювання. Відключити деталізацію огляду View/EntityDetail для кожного з вікон. Продовжити процес моделювання і зробити поточний знімок екрану. Кадри процесу моделювання відображають статичну картину моделі. Кадри процесу моделювання не оновлюються в процесі моделювання, однак, можуть бути викликані стільки разів скільки визначив користувач. Необхідно ретранслювати модель, попередньо закривши вікна ключів і комірок. Задати параметр START 1000,NP і після запуску зупинити процес моделювання. Вибрати вікно кадру списку поточних подій. Для цього вибрати команду Window/Simulation Snapshot/CEC Snapshot.

В цьому вікні відображаються транзакти згруповані по пріоритету. Деталізація пріоритету наводить параметри транзактів, які представлені в вигляді відповідних приміток. Після подальшої деталізації з'явиться список параметрів, який складається з прапорів транзактів, зробити поточний знімок екрану. Вибрати отриманий транзакт і ввести його в відповідному кадрі транзакту Window/Simulation Snapshot/Transaction Snapshot. В діалоговому вікні, яке з'явилося, ввести номер транзакту. З'явиться вікно транзакту. В даному кадрі міститься інформація про транзакт, включаючи поточне значення часу, пріоритет, номер блоку, номер наступного блоку, номер рядка, номер сімейства транзактів і т.д. В списку, що розкривається відображаються параметри транзакту. Виконати запуск і зупинку процесу моделювання не менше 3 раз і після кожної зупинки спостерігати за змістом вікон списку поточних подій.

Виконати моделювання списку майбутніх подій. Для цього скористатися командою Window/Simulation Snapshot/FEC Snapshot і виконати аналогічні дії, але з одним транзактом. Виконати формування кадру групи транзактів Window/Simulation Snapshot/XN Groups Snapshot. Після чого з'явиться вікно заголовків кадрів Transaction Group Snapshot. Виконати формування кадру числових груп Window/Simulation Snapshot/Userchains Snapshot. Виконати формування кадру числових груп Window/Simulation Snapshot/Numeric Groups Snapshot. В сформованому вікні будуть відображатися змодельована числова група з внутрішньою ієрархією. В останній числовій групі присутні два доданих значення в

процесі моделювання. До числових груп додаються значення параметрів транзактів, а також при запуску процесу моделювання додаються вихідні значення, які потім використовуються при проміжних контролях перевіркою системи. Таким чином, в даній моделі кожний транзакт додає значення в групу.

### ***Читання і запис даних на зовнішні файли***

Відкрити модель Tstrd.gps. Створити процес моделювання Command/Create Simulation. Відкрити діалогове вікно Matrix Window. У випадяючому списку якого відображається мітка TOTAL, так як це єдина матриця в цій моделі.

Встановити параметр START 1NP. В процесі моделювання матриця заповнюється значеннями від 1 до 7, знайденому в файлі Tstrd.txt. Блок OPEN розміщуються в окремому сегменті моделі, так як файл відкривається один раз. Транзакт з самим високим пріоритетом в першу чергу при запуску процесу моделювання відкриває файл для читання. Кожне зчитане значення поміщається в параметр транзакту Numero. Наступні три блоки обновлюють лічильник (осередок), який потім заноситься в параметр і використовується як номер рядка в матриці. Потім значення в блоці MSAVEVALUE, зчитане в P\$Numero, розміщується в відповідному рядку матриці TOTAL. Коли досягнуто кінець файлу, транзакт відправляється в блок CLOSE з міткою Finis, закриваючи файл даних.

Закрийте вікно моделі і вікно Matrix Window. Відкрити файл моделі Tstskrd.gps. Створити процес моделювання. Відкрити вікно матриць Window/Simulation Window/Matrix Window. Задати значення для параметру START 1, NP після чого з'явиться діалогове вікно матриць. По завершенню процесу моделювання в комірці матриці (рядки 4 і 6) були внесені значення 4 і 6 (по варіантам), які були задані в коді моделі. Блок OPEN розміщується в окремому сегменті моделі, так як файл відкривається один раз. Потім транзакт, який буде здійснювати читання, входить в блок SEEK, переміщуючи поточну позицію рядка в рядок 4. Значення зчитується за допомогою блоку READ, після чого заноситься в матрицю, і потім виконується перевірка для визначення необхідності виконання наступного зчитування. Такі дії здійснюються і для другого значення. При виникненні помилки в блоці OPEN чи CLOSE транзакт переходить в блоки з міткою Flag и Flag1. В папці прикладів моделей необхідно створити новий текстовий файл, який буде містити 10 рядків з наступними значеннями: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Після створення файлу необхідно прописати його відкриття в файлі моделі.

```

; GPSS World Sample File - TSTSKRD.GPS
*****
; Read a file in two specific locations
; using SEEK and puts the stores the values
; in a matrix. Closes file after second value
; is read and stored.
*****
Total  MATRIX      ,10,1
      GENERATE    ,,,1
      OPEN        ("TSTRD NEW.TXT"),,Flag
      SEEK        4
      TRANSFER    ,Dord
Again  SEEK        6
Dord   READ        Numero,,Finis
      MSAVEVALUE  Total,P$numero,1,P$numero
      TEST E      P$Numero,4,Finis
      TRANSFER    ,Again
Finis  CLOSE       Prob,,Flag1
      TERMINATE   1
Flag   TERMINATE   1
Flag1  TERMINATE   1

```

Для роботи з моделлю TSTSKRD.gps. Змініть значення для блоків SEEK.

```

; GPSS World Sample File - TSTSKRD.GPS
*****
; Read a file in two specific locations
; using SEEK and puts the stores the values
; in a matrix. Closes file after second value
; is read and stored.
*****
Total  MATRIX      ,10,1
      GENERATE    ,,,1
      OPEN        ("TSTRD_NEW.TXT"),,Flag
      SEEK        4
      TRANSFER    ,Dord
Again  SEEK        6
Dord   READ        Numero,,Finis
      MSAVEVALUE  Total,P$numero,1,P$numero
      TEST E      P$Numero,4,Finis
      TRANSFER    ,Again
Finis  CLOSE       Prob,,Flag1
      TERMINATE   1
Flag   TERMINATE   1
Flag1  TERMINATE   1

```

#### Варіанти значень:

- |          |           |
|----------|-----------|
| 1) 1; 3. | 7) 3; 6.  |
| 2) 2; 5. | 8) 6; 8.  |
| 3) 1; 4. | 9) 5; 7.  |
| 4) 2; 4. | 10) 4; 7. |
| 5) 3; 5. | 11) 6; 9. |
| 6) 5; 8. | 12) 7; 9. |

## ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5

### Запис в вибраному рядку файлу за допомогою довільного доступу

Відкрити файл моделі Tstskinw.gps. Створити процес моделювання. Задати параметр для команди START 1,NP. Відкрити змінений файл даних. Для цього вибрати File/Open. В діалоговому вікні необхідно вибрати тип файлу з розширенням \*.txt, потім вибрати з списку файл Tstskinw.txt (по варіантам завдань), і натиснути Open. Перед третім рядком файлу були вставлені значення, які були задані в коді моделі (в даному випадку – 123456). В випадку, якби блок SEEK не використовувався дані були б вставлені перед першим п'ядаком файлу. Блок SEEK використовується для переміщення текучої позиції рядка до текстового рядка 3, куди в блоці WRITE потрібно записати інформацію. В блоках OPEN, WRITE і CLOSE на випадок виникнення помилки вводу/виводу є альтернативні виходи. При помилці блок CLOSE добуває код помилки і вилучає код помилки и поміщає його в параметр транзакту. Закрити всі вікна, які відносяться до завдання.

#### *Додавання даних в кінець файлу*

Відкрити файл моделі Tstappw.gps. Запустити процес моделювання. Вибрати Command/START 1NP. Відкрийте змінений файл даних Tstappw.txt (по варіантам). В даному випадку використання блоку WRITE дозволило додати значення 123456 в кінець файлу. Блок WRITE працює в режимі вставки (вказується значення одного з операндів «ON»). Закрити всі вікна, що відносяться до завдання.

#### *Режим заміни в блоці WRITE*

Відкрити файл моделі Tstskrw.gps. Створити процес моделювання. Задати параметр для команди START 1,NP. Відкрити змінений файл даних Tstskrw.txt ( по варіантам). В рядок 2 було записано нове значення 123456. В даному випадку блок WRITE працював в режимі заміни. Для цього в останньому операнд необхідно задати параметр мітки «OFF». Закрити всі вікна, які відносяться до завдання.

#### *Режим заміни без зазначення позиції рядку*

Відкрити файл моделі Tstsqrw.gps. Створити процес моделювання. Задати параметр для команди START 1,NP. Відкрити змінений файл даних Tstsqrw.txt (по варіантам). В даному випадку так як позиція рядку не вказувалася, перший рядок замінюється другим. Закрити всі вікна, які відносяться до завдання.

#### *Режим заміни при багаторазових послідовних записах*

Відкрити файл моделі Tstsq2w.gps. Створити процес моделювання. Задати значення параметру для команди START 1,NP. Відкрити змінений файл даних Tstsq2w.txt (по варіантам). В цьому випадку після кожного входу транзакту в блок WRITE поточна позиція рядка збільшується на 1

рядок, таким чином, замінюються рядки 1 і 2. Закрити всі вікна, які відносяться до завдання.

### ***Робота з рядками***

Відкрити файл моделі перукарні Tstcatw.gps. Створити процес моделювання. Задати параметр для команди START 1,NP. Відкрити змінений файл даних Tstcatw.txt. В блоці WRITE для об'єднання текстових даних з реальними даними була використана процедура Catenate, яка знадобиться при форматуванні звіту або виводу обраної інформації при виконаному процесі моделювання в задані проміжки часу. Закрити всі вікна, що відносяться до моделі.

### ***Обробка даних, які зчитуються з файлу***

Відкрити файл моделі Tststrdw.gps. Запустити процес моделювання. Обрати команду Command/START і ввести значення: 1NP. Відкрити змінений файл даних Tststrdw.txt (по варіантам завдань). В даному випадку, дані з файлу Tststw.txt були зчитані і оброблені, завдяки їх розділу на менші частини, а потім була вибрана частина інформації, яка була зчитана з заданого місця в файлі.

### **Варіанти завдань:**

Для виконання перших п'яти завдань в прикладах папок моделей, створювати текстові файли зі зміненими моделями імен (наприклад, перша модель – Tstskinw\_NEW.txt). В якості інформації, що міститься в текстовому файлі, написати, наприклад:

Ім'я в рядку 1

Прізвище в рядку 2

Дата народження в рядку 3

Кількість груп в рядку 4

Після чого, необхідно прописати відкриття створеного текстового файлу в коді моделі (блок OPEN). Змінити параметр, який прописаний в блоці WRITE, на дату виконання лабораторної роботи, без розділювачів, наприклад 01092016. При виконанні 6 і 7 завдань, використати описані в прикладі файли без змін.

Після вивчення дисципліни «Математичні методи дослідження операцій» студенти складають залік. Крім того, передбачена міжсесійна контрольна робота, яка складається з відповідей на теоретичні питання та виконання практичної роботи. Варіанти контрольної роботи (теоретична частина (Т), практична частина (П)) студент визначає за останньою цифрою елемента залікової книжки: цифра 1, 6 – Т1, П1,6; цифра 2, 7 – Т2, П2,7; цифра 3, 8 – Т3, П3,8; цифра 4, 9 – Т4, П4,9; цифра 5, 0 – Т5, П5,10