

Т.Є.Данова

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

з курсу

“ФІЗИКА ХМАР”

**Напрям підготовки
гідрометеорологія**

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

Т.Є. Данова

КОНСПЕКТ ЛЕКЦІЙ

з курсу

“ФІЗИКА ХМАР”

**Напрямок підготовки
гідрометеорологія**

Одеса 2006

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ, СИМВОЛІВ, ОДИНИЦЬ І ТЕРМНІВ

$T_{кр}$ – критична температура;
 ρ_l – густина льоду;
 t – температура за шкалою Цельсія;
 E_l – тиску насичення над поверхнею льоду
 u_c – енергія (потенціал) усієї системи;
 σ – поверхневий натяг;
 L – питома теплота конденсації (пароутворення);
 ρ_k – густина сконденсованої фази;
 $W_{кр}$ – критичне значення роботи;
 $g_{кр}$ – критична кількість молекул;
 Φ_1 і Φ_2 – питомі термодинамічні потенціали фаз;
 $Nk = R^*$ – універсальна газова стала;
 p_s – осмотичний тиск;
 ρ_v – густина води;
 i – коефіцієнт Вант-Гоффа;
 V_k – об'єм кристалів;
 ρ_l – густина кристалів;
 k – коефіцієнт турбулентності;
 k' – коефіцієнт горизонтальної турбулентної дифузії;
 r – радіус сферичної частки;
 Q_w – водність хмари;
 $\nu(R)$ – швидкість падіння;
 $\bar{E}$ – середній коефіцієнт захоплення;
 $\bar{r}$ – середній радіус крапель;
 $\Gamma(\alpha)$ – гамма-функція;
 Q_l – льодність;
 Q_{wa} – адіабатична водність;
 N – концентрація крапель;
 ρ_v – густина води;
 r_3 – середній кубічний радіус;
 θ – потенціальна температура;
 s – масова частка водяної пари;
 λ – довжина хвилі;
 γ – вертикальний градієнт температури;
 γ_a – сухоадіабатичний градієнт;

$K_g(R, r)$ – коефіцієнт захоплення;
 k - стала Больцмана;
 η - динамічна в'язкість повітря;
 n_2 - концентрація крапель радіуса r_2 ;
 ε - швидкість дисипації турбулентної енергії на одиницю маси повітря;
 E_0 – напруженість електричного поля;
 V – потенціал на висоті H над поверхнею землі;
 ε – діелектрична проникність повітря;
 Q_Σ – сумарна кількість;
 Δt – сумарна тривалість;
 I – інтенсивності опадів;
 W_{max} – швидкість висхідного потоку;
 V_k - швидкість розбризкування крупних крапель;
 N_{zar} – концентрація небезпечних градових зародків;

 мкм – мікрометри;
 см/с – сантиметри за секунду;
 км – кілометри;
 ВМО – Всесвітня метеорологічна організація;
 ЛШ – лінія шквалів;
 SO_2 – двооксид сірки,
 SO_3 – сірчаний ангідрид;
 H_2SO_4 – сірчану кислоту;
 St – шаруваті хмари;
 Ns – шарувато-дощові хмари;
 $Cu\ hum$ - купчасті плоскі;
 $Cu\ med$ – купчасті середні;
 $Cu\ cong$ – купчасті могутні;
 Cu – купчасті;
 Cb – купчасто-дощові хмари;
 $virga$ – смуги падіння;
 нукліація – утворення зародків льоду;
 обзернення структур – зростання кристалів внаслідок намерзання;
 льодність – маса кристалів льоду, які утримуються в одиниці об'єму хмарного повітря;

ВСТУП

Хмари є одним з найцікавіших явищ природи. Серед тих величин і явищ, які об'єднуються поняттям «погода», хмарам і пов'язаним з ними опадам належить визначальна роль..

Змінюючи тепловий і радіаційний режим атмосфери, хмари впливають на багато сторін діяльності людини (перш за все у сфері сільськогосподарського виробництва), а також на рослинний і тваринний світ Землі. Велика залежність від хмар, туманів і опадів різних видів транспорту, в першу чергу авіації.

Не дивлячись на розвиток авіаційної техніки і оснащення літаків і аеродромів сучасними приладами і обладнанням, хмари і тумани залишаються до теперішнього часу такими явищами, які найбільш істотно впливають на зліт, посадку і політ літака, на діяльність авіації в цілому. Проводити політ в хмарах значно складніше, ніж зовні хмар, унаслідок: а) сильного погіршення видимості; б) наявності обмерзання (при негативних температурах); в) більш сильно розвиненого турбулентного обміну, що викликає бовтанку літаків. Нижня границя хмар і дальність видимості визначають той мінімум погодних умов, при яких можливі зліт і посадка літаків. З хмарами були пов'язані грози — найбільш небезпечно для авіації метеорологічне явище.

Хмарою називають видиму сукупність зважених крапель води і кристалів льоду, що знаходяться на деякій висоті над землею поверхнею. З погляду мікрофізичної будови принципової різниці між хмарами і туманами немає. Проте між ними спостерігається істотна відмінність в умовах утворення, вертикальної протяжності і т.п.

Хмари, як і тумани, виникають в результаті конденсації і сублімації водяної пари в атмосфері. Конденсацію водяної пари і хмароутворення викликають ті ж процеси, які приводять до виникнення туманів. Хмари утворюються або унаслідок збільшення загального вологовмісту, або в результаті пониження температури повітря. В реальних умовах грають роль обидва чинники.

В століття вибухового розвитку науки і техніки людина зрозуміла, що його взаємодія з природою поступово втратила нешкідливий характер. Зріс вплив людини на природу і природу на життєдіяльність людини. Все це привело до різкого підвищення інтересу до природних явищ, їх кількісних характеристик і повторюваності. Істотно зріс і інтерес до погоди і клімату, важливим складовим елементом яких, є хмари.

Роль хмар в життєдіяльності людини величезна. Без них не існувало б умов, що забезпечують життя людини на Землі. Хмари покривають дещо більше половини небозводу і впливають не тільки на круговорот води в природі, але і на багато процесів, що протікають в атмосфері і формують погоду, — на тепловий баланс системи Земля - атмосфера, на

самоочищення атмосфери, на проходження в атмосфері електромагнітних хвиль і ін.

Фахівці в різних областях науки і техніки усвідомили, що подальший розвиток їх робіт в істотній мірі гальмується недоліком відомостей про хмари — геометричних, фізичних і географічних характеристик, просторово-часовій мінливості їх параметрів і т.д. Гостра необхідність в таких відомостях з'явилася у тих, хто працює в області прогнозування погоди, вивчення клімату і його моделювання, активних впливів на атмосферні процеси, космічних досліджень, авіаційної і радіолокації техніки, супутникової метеорології і ін.

Конспект лекцій готувався за допомогою добре відомих підручників Є. П. Школьного, П. Н. Тверського, А. Х. Хргіана, Л. Т. Матвєєва. Великий методичний досвід їх побудови, а в деяких випадках й викладання розділів та тем, у тій чи іншій мірі використовувалися автором цього конспекту лекцій. Однак, у ньому автор зробив спробу втілити в життя своє бачення структури, змісту та методики викладання дисципліни «Фізика хмар».

Автор вдячна професору Є. П. Школьному з кафедри фізики атмосфери, Одеського державного екологічного університету, який надав допомогу у підготовці цього конспекту лекцій.

1 ФІЗИКА ФОРМУВАННЯ РІДКИХ ТА ТВЕРДИХ ФАЗ ВОДИ В АТМОСФЕРІ

1.1 Вода в атмосфері

1.1.1 Побудова молекул водяної пари

Водяна пара на відміну від інших газів, що складають атмосферу, при температурах повітря, які спостерігаються в атмосфері, може змінювати свій агрегатний стан, переходячи у рідкий (воду), чи твердий стан (лід). Все це різні фази води, тобто фізично однорідні частини системи, які здатні переходити із одного стану в інший (рис.1.1). Як вже зазначалось, для кожного газу існує критична температура $T_{кр}$. Якщо $T > T_{кр}$, то газ не може перейти в інший фазовий стан, незважаючи на те, при якому атмосферному тиску він перебуває. Для водяної пари $t_{кр} = 374^0 \text{ С}$. Звичайно, що в атмосфері $T < T_{кр}$. Ця властивість водяної пари визначає специфічні характеристики різних фаз води. Основні з них полягають у тому, що [9]:

- майже для всіх речовин при зменшенні температури густина зростає, у тому числі й при твердненні. Вода має найбільшу густину 1 г/см^3 при $t = 4^0 \text{ С}$. При зміні температури в той чи інший бік густина води зменшується. Замерзання води приводить до стрибкоподібного зменшення густини. При $t = 0^0 \text{ С}$ густина льоду $\rho_{л} = 0,91 \text{ г/см}^3$;

- теплоємність рідких речовин при їх замерзанні змінюються незначно. Для льоду питома теплоємність $c_{л} = 2114 \frac{\text{Дж}}{(\text{кг} \cdot \text{К})}$ що складає приблизно половину питомої теплоємності води, яка дорівнює $c_{в} = 4186,8 \frac{\text{Дж}}{(\text{кг} \cdot \text{К})}$;

- температура замерзання та кипіння води значно вища, ніж у інших хімічних сполук, що знаходяться в рідкому стані;

- питома теплота плавлення $L_{пл} = 324 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$;

- вода характеризується високою хімічною активністю та розчиною здатністю;

- поверхневий натяг води ($\sigma = 72,8 \text{ мДж/м}$ при $t = 20^0 \text{ С}$) більший ніж у інших рідин;

- густина води й льоду при зміні температури змінюються незначно. При розв'язку задач фізики атмосфери їх можна вважати

постійними, на відміну від задач фізики океану, де змінення густини води треба обов'язково враховувати;

– питому теплоємність водяної пари можна вважати незалежною від температури ($c_{vл} = 1386 \frac{\text{Дж}}{(\text{кг} \cdot \text{К})}$; $c_{рл} = 1846 \frac{\text{Дж}}{(\text{кг} \cdot \text{К})}$);

– при безпосередньому переході водяної пари до льоду, тобто при процесі сублімації, $L_c = 2837 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$ і практично не залежить від температури.

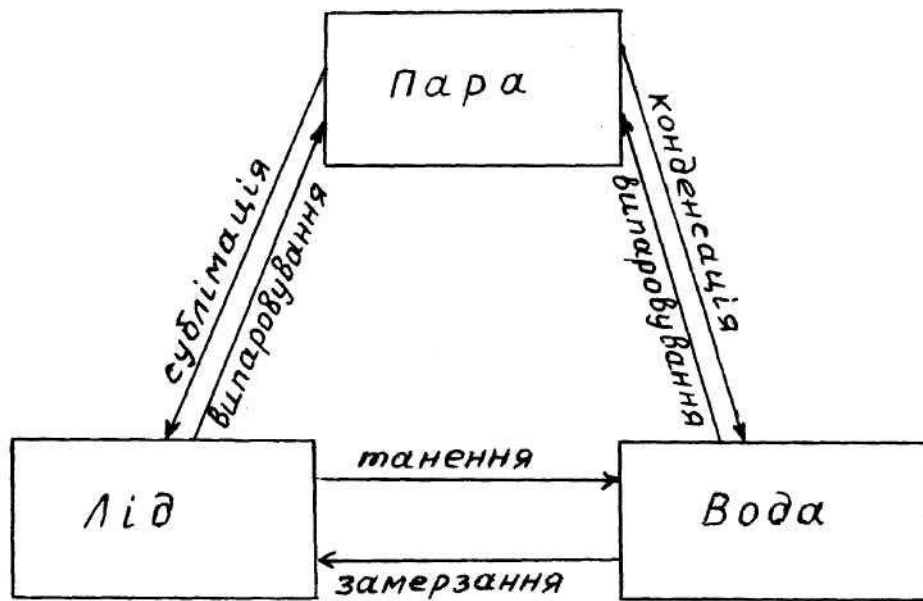


Рис. 1.1 – Фазові стани води

Як було показано вище, парціальний тиск насиченої водяної пари залежить від температури. Ця залежність визначається рівнянням Клаузіуса-Клапейрона

$$\frac{dE}{dT} = \frac{LE}{R_n T^2}. \quad (1.1)$$

Проінтегруємо рівняння (1.1) у границях від T_0 , E_0 до T , E . Будемо мати:

$$\ln \frac{E}{E_0} = \frac{L}{R_n} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \quad (1.2)$$

або

$$E = E_0 e^{\frac{L}{R_n} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)}. \quad (1.3)$$

При $T_0 = 273,15 K$ $E_0 = 6,1078$ гПа. Підставивши значення L та R_n , після переходу до десяткового логарифму отримаємо:

$$E = E_0 \cdot 10^{\frac{8,61503t}{273,15+t}}, \quad (1.4)$$

де t - температура за шкалою Цельсія. Аналогічні формули шляхом заміни L на L_c можна отримати і для тиску насичення над поверхнею льоду E_l :

$$\ln \frac{E_l}{E_0} = \frac{L_c}{R_n} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right) \quad (1.5)$$

або

$$E_l = E_0 \cdot 10^{\frac{9,76421t}{273,15+t}}. \quad (1.6)$$

При практичних розрахунках можна використовувати й формулу Магнуса

$$E = E_0 \cdot 10^{\frac{at}{e+t}}, \quad (1.7)$$

яка має таку ж саму структуру, як і формули (1.3) і (1.6), але відрізняється від них чисельними коефіцієнтами. У ній коефіцієнти дорівнюють для води відповідно 7,63 і 241,9, для льоду 9,5 і 265,5 [9].

Графік залежності тиску насичення від температури міститься на рис. 1.2. У точці 0 на графіку, що має координати $T_0 = 273,16 K$ ($t = 0,01 C$); $E_0 = 6,1114$ гПа, всі три фази води знаходяться у стані рівноваги. Ця точка носить назву потрійної точки. При додатних температурах, тобто вище температури плавлення, вода може знаходитись лише у рідкому та газоподібному станах. Крім потрійної точки крива $E = E(t)$ проходить через точку $T = 373,15 K$ ($t = 100^0 C$) і $E = 1013,2$ гПа - точку кипіння при нормальному атмосферному тиску та критичну точку K з координатами: $T_k = 647,15 K$ ($t = 374^0 C$) і $E_k = 221000$ гПа.

Розглянемо точки A, B і C , для яких парціальний тиск водяної пари дорівнює відповідно e_A , e_B і e_C . У точці C , очевидно, водяна пара і вода знаходяться у рівновазі ($e_C = E$). Тиск пари у точці A менше тиску насичення ($e_A < E$). За таких умов відбувається випаровування води. Якщо умови постійності температури й тиску водяної пари зберігаються, то випаровування буде продовжуватись до тих пір, доки вода не обернеться у

водяну пару. Навпаки, у точці B , для якої $e_B > E$, буде відбуватись конденсація водяної пари.

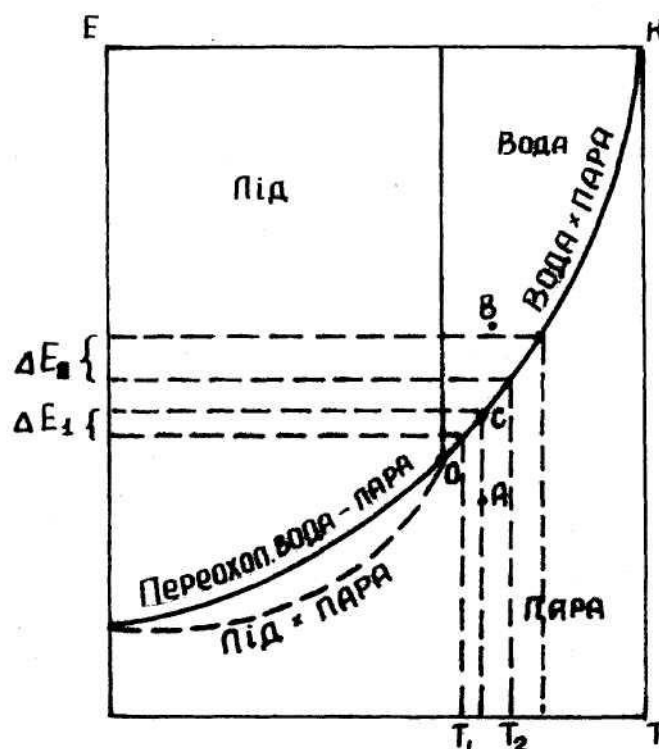


Рис. 1.2 – Залежність тиску насичення від температури та фазового стану поверхні, що випаровує

При температурах, нижчих ніж у потрійній точці, вода може знаходитись як у твердому (лід), так й у рідкому станах. При цьому, стан переохолодженої води може бути досить стійким. Треба підкреслити, що при від'ємних температурах тиск насичення над поверхнею льоду менший, ніж над поверхнею переохолодженої води, тому що сили зчеплення молекул водяної пари з молекулами води менші від сил зчеплення їх з молекулами льоду. Це приводить до того, що при тій же температурі рівноважний тиск водяної пари над поверхнею переохолодженої води більший, ніж над поверхнею льоду. Область, що розташована між кривими тиску насиченої водяної пари над переохолодженою водою і льодом, відповідає або газоподібному стану, коли в атмосфері є охолоджена вода, або твердому стану, коли в атмосфері є лід [9].

1.1.2 Сили, які призводять до об'єднання молекул водяної пари у комплекси

Однією із характерних властивостей часток твердої або рідкої фаз є поверхневий натяг. На поверхні розділу, наприклад, води і водяної пари є

шар молекул, який значно відрізняється за своїми властивостями від інших шарів молекул у воді.

Молекули, що розташовуються у середині води, зазнають рівномірну дію із боку оточуючих молекул. Рівнодіюча цих молекулярних сил дорівнює нулю. Дія молекулярних сил на молекули, що розташовані на границі розділу двох середовищ, суттєво відрізняється. У цьому випадку сили спрямовані у середину поверхні. Отже, на границі двох фаз зосереджується надлишок енергії відносно енергії тих об'ємних частин, які утворюють поверхневий шар [9].

Очевидно,

$$u_c = u_1 + u_2 + u', \quad (1.8)$$

де u_c - енергія (потенціал) усієї системи,
 u_1 - енергія (потенціал) водяної пари (фаза 1),
 u_2 - енергія (потенціал) води (фаза 2),
 u' - надлишок енергії.

Звідси надлишок енергії дорівнює

$$u' = u_c - (u_1 + u_2). \quad (1.9)$$

Питома поверхнева енергія, яка відповідає роботі утворення одиниці поверхневого шару, визначається як відношення надлишку енергії до площі поверхні розділу F

$$\sigma = \frac{u'}{F} = \frac{u_c - (u_1 + u_2)}{F} \quad (1.10)$$

і називається поверхневим натягом. Він чисельно дорівнює роботі, яка потрібна, щоб витягти з води і водяної пари кількість молекул, необхідну для утворення 1 м² поверхневого шару води.

Поверхневий натяг залежить від температури. Ця залежність для води має вигляд:

$$\sigma = \sigma_0(1 - 0.002t), \quad (1.11)$$

де $\sigma_0 = 75,64 \frac{\text{мДж}}{\text{м}^2}$ - поверхневий натяг при температурі $t = 0^\circ \text{C}$.

Комплекс із п'яти молекул H_2O можна розглядати як сформовану ембріональну краплину, оскільки з молекулою, що знаходиться у середині цього комплексу, не може безпосередньо зв'язуватись жодна інша молекула водяної пари. У ньому всі крайні молекули утримуються силами зчеплення з центральною молекулою, яка ізольована від вільних молекул водяної пари. Але в такому комплексі $(\text{H}_2\text{O})_5$ поверхневі сили ще не можуть бути стійкими, оскільки відрив навіть однієї молекули руйнує зазначену симетрію.

1.1.3 Нестійкі та стійкі комплекси молекул водяної пари

У середовищі водяної пари безперервно відбувається утворення та руйнування комплексів молекул. Деякі з них можуть мати властивості зародкової краплі. Елементарний зародок, або ембріональна краплина, може бути стійким і збільшуватись з часом, або нестійким і руйнуватись. Виникає питання, за яких умов зародок стає стійким.

Будемо вважати, по-перше, що процес відбувається у гомогенному середовищі водяної пари, тобто при відсутності будь-яких аерозольних часток, по-друге, що водяна пара знаходиться у метастабільному стані. Метастабільним називають такий стан водяної пари, коли вона може перейти границю стійкості, при якій вона існує у рівновазі з новою (рідкою) фазою. Для утворення зародка нової фази необхідно витратити роботу W . Ця робота повинна витрачатись на подолання поверхневого натягу частки, що утворюється, і може розглядатись як міра стійкості зародка і дорівнює [9]

$$W = \frac{1}{3} \sigma F, \quad (1.12)$$

де F площа поверхні зародка.

Якщо вважати, що зародок має форму сфери з радіусом r , то

$$W = \frac{4}{3} \sigma \pi r^2 \quad (1.13)$$

Зародок буде у стійкому стані, коли буде виконуватись нерівність $W > W_{кр}$, де $W_{кр}$ - критичне значення роботи. У такому випадку він буде знаходитись у рівновазі з метастабільною фазою водяної пари. Оскільки σ - певна величина, то із зазначеної нерівності виходить $F \geq F_{кр}$ і $r \geq r_{кр}$. Виникає питання, якими фізичними умовами обумовлюється критичний радіус краплі.

Розглянемо замкнену систему при абсолютній температурі T , що містить водяну пару з тиском e , й одну краплю води радіусом r , яка складається з g молекул. Взаємодіючі молекули мають потенціал (або взаємну потенціальну енергію), який залежить від фази. Оскільки крапля утворюється із g молекул, загальне змінювання вільної енергії системи u дорівнює:

$$u = (\Phi_2 - \Phi_1)g + 4\pi r^2 \sigma, \quad (1.14)$$

де Φ_1 і Φ_2 - питомі термодинамічні потенціали фаз. Другий член правої частини формули (1.14) має сенс енергії, яка витрачається для утворення поверхні. Позначимо

$$\alpha = \frac{4\pi r^2 \sigma}{g^{2/3}}. \quad (1.15)$$

Тоді формула (1.14) буде мати вигляд:

$$u = (\Phi_2 - \Phi_1)g + \alpha g^{2/3}. \quad (1.16)$$

Графік функції (1.16) представляється на рис. 1.3. Крива 1 відповідає стану насичення над плоскою поверхнею рідкої фази, коли $\Phi_2 = \Phi_1$, а крива 2 – стану пересичення, для якого $\Phi_1 > \Phi_2$. У останньому випадку максимум вільної енергії системи спостерігається, коли число молекул g досягає критичного значення $g_{кр}$. Якщо зародок має такий критичний розмір, то він знаходиться у рівновазі з парою, хоча така рівновага нестійка. Після перевищення критичного розміру краплина буде зростати зі зменшенням вільної енергії, намагаючись стати ще більшою. У випадку, коли фаза пару термодинамічно стійка $\Phi_1 < \Phi_2$, зародок нової фази досягає порівняно невеликих розмірів, потім руйнується [9].

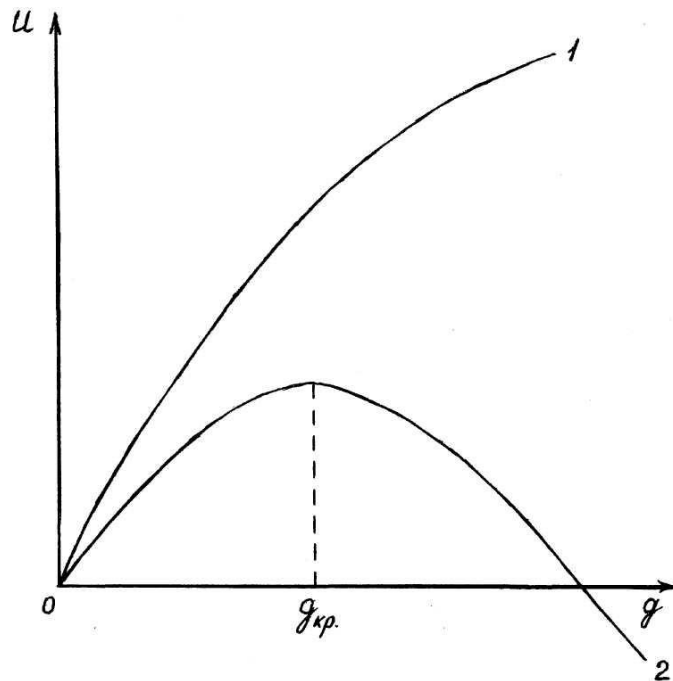


Рис. 1.3 – Вільна енергія краплі, що складається з g молекул;
 1 – стан насичення; 2 – стан пересичення;
 $g_{кр}$ – критична кількість молекул

Для того, щоб знайти $g_{кр}$, визначимо екстремум функції (1.16).
 Очевидно,

$$\frac{du}{dg} = \Phi_2 - \Phi_1 + \frac{2}{3} \alpha g^{-1/3} = 0,$$

звідки

$$\Phi_2 - \Phi_1 = -\frac{2}{3} \alpha g_{ek}^{-1/3}$$

або, використовуючи (1.15)

$$\Phi_2 - \Phi_1 = -\frac{8\pi r_{ek}^2 \sigma}{3g_{ek}}. \quad (1.17)$$

Легко показати, що друга похідна функції (1.16) менша нуля, тобто точка екстремуму є точка максимуму функції. Таким чином,

$$g_{ek} = g_{кр}, \quad r_{ek} = r_{кр}. \quad (1.18)$$

З молекулярно-кінетичної теорії відомо, що

$$g = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_k \frac{N}{\mu}, \quad (1.19)$$

де ρ_k - густина сконденсованої фази, $N = 6,025 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$ (число Авогадро), μ - молекулярна маса. Якщо підставити формулу (1.19) у рівняння (1.17) при умові (1.18), то отримаємо

$$\Phi_2 - \Phi_1 = \frac{2\sigma\mu}{r_{кр} \rho_k N}. \quad (1.20)$$

1.2 Конденсація водяної пари в атмосфері

1.2.1 Ймовірність утворення зародків нової фази у гомогенному середовищі

Розглянемо два випадки:

а) Парціальний тиск водяної пари змінюється на de при $T = \text{const}$. Тоді, якщо V_1 - об'єм який займає кожна молекула у фазі пари, то змінення її вільної енергії дорівнює [9]:

$$d\Phi_1 = V_1 de.$$

Для такого ж змінення тиску у рідкій фазі змінення вільної енергії кожної молекули буде

$$d\Phi_2 = V_2 de,$$

де V_2 - об'єм, що займає кожна молекула у рідкій фазі.

Звідси

$$d(\Phi_1 - \Phi_2) = (V_1 - V_2)de \approx V_1 de,$$

оскільки k - стала Больцмана.

Отже,

$$d(\Phi_1 - \Phi_2) = \frac{kT}{e} de. \quad (1.21)$$

Інтеграл диференціального рівняння (1.21) є

$$\Phi_1 - \Phi_2 = kT \ln e + c. \quad (1.22)$$

Довільну сталу c визначимо при такій умові: нехай $e = E$ - тиск насиченої пари над плоскою поверхнею сконденсованої води (крива 1, рис. 1.3), тоді $\Phi_1 = \Phi_2$ і $c = -kT \ln E$.

Таким чином,

$$\Phi_1 - \Phi_2 = kT \ln \frac{e}{E} \quad (1.23)$$

і, якщо урахувати рівняння (1.20),

маємо

$$r_{кр} = \frac{2\sigma\mu}{\rho_k NkT \ln \frac{e}{E}}. \quad (1.24)$$

Оскільки $Nk = R^*$ - універсальна газова стала, а $\frac{R^*}{\mu} = R_n$ - питома газова стала водяної пари, то

$$r_{кр} = \frac{2\sigma}{\rho_k R_n T \ln \frac{e}{E}}. \quad (1.25)$$

Рівняння (2.14) називається рівнянням Фолмера-Гіббса.

б) Нехай при $e = const$ температура змінюється на dT . Тоді

$$d(\Phi_1 - \Phi_2) = -\frac{L}{T} dT, \quad (1.26)$$

де L - питома теплота конденсації (пароутворення).

Проінтегруємо диференціальне рівняння (1.26) від T_H до T , де T_H - температура насичення. Будемо мати:

$$\Phi_1 - \Phi_2 = L \ln \frac{T_H}{T}. \quad (1.27)$$

Комбінуючи формули (1.20) і (1.27) отримаємо:

$$r_{кр} = \frac{2\sigma\mu}{\rho_k NL \ln \frac{T_H}{T}}. \quad (1.28)$$

Формули (1.25) і (1.28) показують, що для утворення нової фази обов'язково треба перейти метастабільну границю, тобто необхідно або пересичення $e > E$, або переохолодження $T_H > T$.

Так, якщо на рис. 1.4 лінія $a-a$ є метастабільна границя між фазами 1 (пар) і 2 (вода), то при зміні парціального тиску при постійній температурі T_B лінія значень e пересіче границю метастабільності у точці B , і нова фаза 2 виникне у точці A при значенні тиску пари e_A . У точку A можна прийти й іншим шляхом: при постійному значенні тиску пари e_A треба зменшити температуру пароповітряного середовища на $dT = T_C - T_B$, пересікаючи границю метастабільності у точці c . Можливо й одночасне змінювання обох факторів [9, 10].

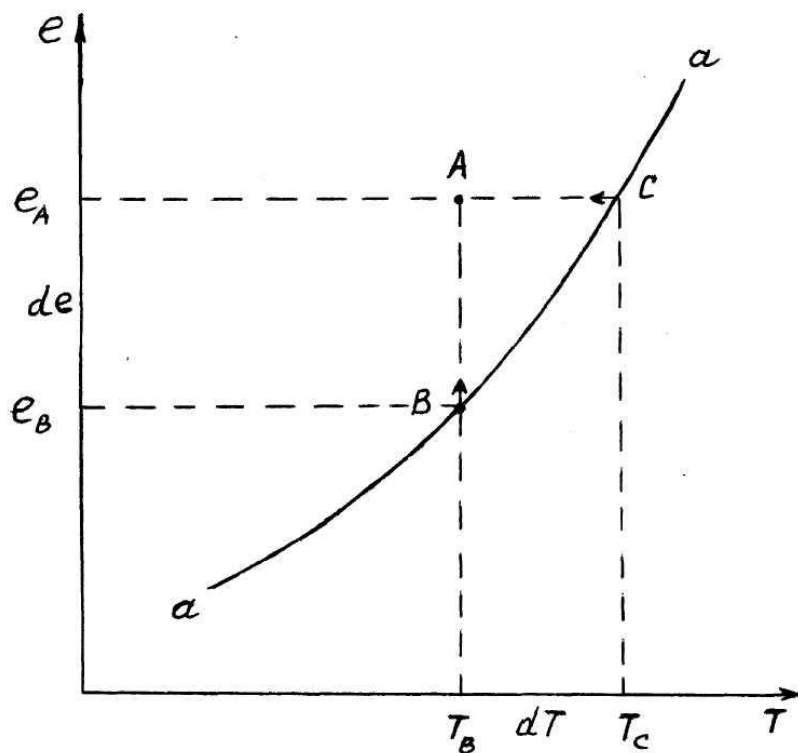


Рис. 1.4 – Діаграма утворення нової фази (за Фолмером); e – тиск пари; T – температура; $a-a$ – метастабільна границя

Знаючи радіус критичного зародка, можна за допомогою формули (1.13) знайти роботу, яку треба витратити для утворення зародка нової фази. Вона, очевидно, дорівнює

$$W = \frac{16\pi\sigma^3}{3\rho_k^2 R_n^2 T^2 \ln^2 \frac{e}{E}}. \quad (1.29)$$

Фолмер на основі статистичних міркувань визначив, що імовірність P утворення нової фази, або число виникаючих в одиницю часу зародків нової фази в 1 см^3 , дорівнює:

$$P = C_n \exp\left(-\frac{W}{kT}\right), \quad (1.30)$$

де C_n - коефіцієнт, який визначається рівнянням

$$C_n = \frac{1}{\rho_k (kN)^2}. \quad (1.31)$$

За допомогою рівнянь (1.28)-(1.31) він одержав, що $P=1$, коли $\frac{e}{E} > 4$. Це означає, що спонтанна конденсація у гомогенному середовищі водяної пари можлива лише при пересиченнях більших ніж чотирикратне. Досліди в адіабатичній камері Вільсона показали, що у пароповітряному середовищі при відсутності сторонніх домішок конденсація водяної пари відбувається при восьмикратному пересиченні [9].

1.2.2 Роль ядер конденсації

Для спонтанного утворення в гомогенному середовищі водяної пари потрібне 4-8 кратне пересичення. Таких пересичень в атмосфері не буває. Навіть у середині купчастої хмари у висхідному потоці пересичення досягають соті частки проценту. Але в атмосфері конденсація водяної пари відбувається. Річ у тому, що реальна атмосфера не є гомогенною. Вона утримує велику кількість аерозольних часток. Деякі з них виступають у ролі зародків нової фази. Тверді змочуючі частки спонтанно покриваються водяною плівкою, а соляні частки, адсорбуючи молекули водяної пари, перетворюються у краплі розчину солі. І в тому, і в іншому випадках молекули водяної пари будуть конденсуватись вже на готовій рідкій поверхні порівняно великого зародку. При цьому відпадає необхідність витрати енергії на утворення первинної асоціації молекул. Необхідна лише витрата її на зростання краплі від розміру аерозольної частки до розміру, коли крапля приходить до стану рівноваги з оточуючим пароповітряним середовищем. Аерозольні частки, на яких відбувається конденсація водяної пари, називаються ядрами конденсації [2, 4, 8, 9, 10].

Визначимо рівноважний тиск водяної пари над поверхнею краплі розчину солі. Для цього розглянемо краплю розчину радіусом r ,

парціальний тиск пари у поверхні якої e'_r . Будемо вважати, що крапля знаходиться у стані рівноваги з пароповітряним середовищем, рівноважний тиск водяної пари якого відносно плоскої поверхні води дорівнює E . Якщо елементарна маса води dm' передається від краплі розчину до плоскої поверхні води, то зменшення у результаті цього вільної енергії розчину буде дорівнювати:

$$du = \sigma' dF - p_s dV, \quad (1.32)$$

де σ' - поверхневий натяг розчину, F - площа поверхні краплі, V - об'єм, p_s - осмотичний тиск. Нагадаємо, що з розчинами зв'язане явище осмосу. Осмос – це процес переходу розчинника у розчин, коли вони розділені напівпроникною стінкою. Тиск, що виникає внаслідок дифузії розчинника у розчин, називається осмотичним [9]. Його величина визначається законом Вант-Гоффа.

Припустимо, що крапля має сферичну форму. Тоді:

$$dF = 8\pi r dr, \quad (1.33)$$

$$dV = 4\pi r^2 dr. \quad (1.34)$$

Очевидно,

$$dF = \frac{2dV}{r}. \quad (1.35)$$

З іншого боку, якщо прийняти густину розчину ρ' незмінною, то

$$dV = \frac{dm'}{\rho'}, \quad (1.36)$$

де m' - маса розчину.

Таким чином,

$$du = \frac{2\sigma' dm'}{r \rho'} - \frac{p_s dm'}{\rho'}. \quad (1.37)$$

Зменшення вільної енергії характеризується роботою, яка реалізується при випаровуванні маси води dm' , розширенні пари до парціального тиску E і конденсації його на плоскій поверхні води при тиску E . Цей процес виявляється ізотермічним та оберненим. Якщо припустити, що водяна пара поводить як ідеальний газ, то

$$du = dm' \frac{R^*}{\mu} T \ln \frac{e'_r}{E}, \quad (1.38)$$

де R^* - універсальна газова стала.

На основі рівнянь (1.37) і (1.38) маємо:

$$\ln \frac{e'_r}{E} = \frac{2\sigma'_\mu}{\rho'R^*T_r} - \frac{p_s\mu}{\rho'R^*T}. \quad (1.39)$$

Для розчинів, густина яких залежить лінійно від концентрації (що дуже близько відповідає розчинам $NaCl$, $MgCl_2$ тощо),

$$p_s = \frac{R^*T\rho_\epsilon}{\mu} \ln \left(1 + i \frac{n_1}{n_2} \right), \quad (1.40)$$

де ρ_ϵ - густина води, i - коефіцієнт Вант-Гоффа, який залежить від хімічної природи речовин і ступеня дисоціації речовини, що розчиняється у n_2 - грам-молекулах води.

Отже, рівняння (1.39) може бути записано таким чином:

$$\ln \frac{e'_r}{E} = \frac{2\sigma\mu}{\rho'R^*T_r} - \frac{\rho_\epsilon}{\rho'} \ln \left(1 + \frac{n_1}{n_2} \right). \quad (1.41)$$

Очевидно,

$$n_1 = \frac{m}{w}, \quad (1.42)$$

$$n_2 = \frac{m' - m}{\mu}, \quad (1.43)$$

де m - маса речовини, що розчиняється; w - її молекулярна маса, m' - маса розчину.

Оскільки

$$m' = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho', \quad (1.44)$$

то

$$n_2 = \frac{1}{\mu} \left(\frac{4}{3}\pi r^3 \rho' - m \right). \quad (1.45)$$

Тоді

$$\ln \frac{e'_r}{E} = \frac{2\sigma'}{\rho'R_n T_r} - \frac{\rho_\epsilon}{\rho'} \ln \left(1 + i \frac{m\mu}{W \left(\frac{4}{3}\pi r^3 \rho' - m \right)} \right). \quad (1.46)$$

Позначимо

$$\Phi(m, r) = \frac{im\mu}{W\left(\frac{4}{3}\pi r^3 \rho' - m\right)}. \quad (1.47)$$

Ураховуючи формулу (1.47) і потенціюючи рівняння (1.46), отримуємо:

$$\frac{e'_r}{E} = (1 + \Phi(m, r))^{-\rho'_6/\rho'} \exp\left(\frac{2\sigma'}{\rho' R_n T_r}\right) = f_m. \quad (1.48)$$

Ця формула дає можливість знайти відносну вологість f_m , при якій крапля розчину радіуса r знаходиться у рівновазі з оточуючим пароповітряним середовищем. Наприклад, для ядра $NaCl$, яке має масу $m = 10$ г і $r = 2 \cdot 10^{-5}$ см при $T = 273$ К, оскільки $\sigma' = 83,5$ мДж/м²; $\rho' = 1,23$ г/см³ і $i = 2,7$, рівноважна відносна вологість $f_m = 0,832$ або 83,2%. Приведений приклад свідчить про те, що конденсація водяної пари на ядрах, що представляють собою розчин солей, може відбуватись в атмосфері при відносних вологостях навіть нижче за 100%. Вважається, звичайно, що температура краплі дорівнює температурі оточуючого повітря [9].

На рис. 1.5 приведена залежність f_m від r при заданій масі m ядра конденсації. Він показує, що чим більша відносна вологість, тим більший розмір краплі з масою солі m , що знаходиться у рівновазі з атмосферою. З іншого боку, видно як зростає крапля при відносній вологості повітря $f > f_m$. У цьому випадку ріст краплі супроводиться зменшенням концентрації розчину $NaCl$. Таким чином, якщо відносна вологість повітря f перевищує розраховану за формулою (1.48) f_m , то на краплі розчину починається конденсація водяної пари. При цьому, по-перше, зменшується концентрація розчину і збільшується тиск рівноваги, по-друге, збільшується радіус краплі, що приводить до падіння рівноважного тиску. Але на першому етапі фактор, що описується першим множником формули (1.48), який з ростом r збільшується, більш впливає на рівноважну відносну вологість, ніж другий. Якщо відносна вологість менша за 100%, то при масах ядер конденсації ($m = 10^{-16}$ К 10^{-14} г), що спостерігаються в атмосфері, утворюються лише дуже дрібні краплини, радіус яких менший 1 мкм (субмікронна фракція). Коли ж крапля, що виникла на ядрі конденсації, досягає рівноваги з атмосферою, відносна вологість якої 100%, зниження рівноважного тиску пари за рахунок наявності розчиненої речовини дорівнює збільшенню його за рахунок кривини поверхні краплі [4, 5, 9, 10].

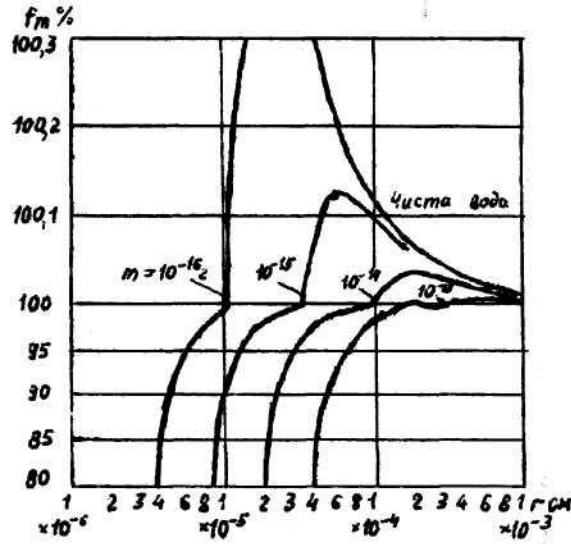


Рис. 1.5 – Рівноважна відносна вологість на краплі розчину, утримуючого масу m хлористого натрію

Після того, як рівноважна відносна вологість стане рівною $f = 100\%$, подальше зростання краплі можливе тільки при наявності в атмосфері деякого пересичення водяної пари ($f > 100\%$). Але тоді розчин стає вже настільки розбавленим, що $m' > m$ і $\rho' \approx \rho_v$. У такому разі

$$\Phi(m, r) = \frac{a_m}{r^3}, \quad (1.49)$$

де

$$a_m = \frac{im\mu}{W \frac{4}{3}\pi\rho_v}. \quad (1.50)$$

Крім того, використовуючи формули і розкладаючи експоненту в ряд, обмежуючись першими двома членами ряду із-за малості показника степеня, отримуємо замість формули (1.48) таку залежність рівноважної вологості від радіуса краплі [9]:

$$f_m = 100 \left(1 + \frac{a_m}{r^3} \right)^{-1} \left(1 + \frac{c_r}{r} \right), \quad (1.51)$$

або, оскільки $\frac{a_m}{r^3}$ має порядок 10^{-2} К 10^{-3} ,

$$f_m = 100 \left(1 - \frac{a_m}{r^3} \right) \left(1 + \frac{c_r}{r} \right). \quad (1.52)$$

Формулу можна ще спростити, ураховуючи, що добуток членів у дужках правої частини рівняння (1.52), які відрізняються від одиниці на два порядки, менший ніж самі члени, і ним можна знехтувати.

Отже,

$$f_m = 100 \left(1 - \frac{a_m}{r^3} + \frac{c_r}{r} \right). \quad (1.53)$$

Формула (1.53) дає можливість знайти той радіус краплі r_m , для якої рівноважна відносна вологість досягає максимуму. Для цього, очевидно, треба похідну функції (1.53) прирівняти до нуля. Тоді отримаємо:

$$r_m = \sqrt{\frac{3a_m}{c_r}}. \quad (1.54)$$

Тепер можна знайти ту відносну вологу f_m^* , при якій крапля радіусу r_m буде у стані рівноваги з оточуючим пароповітряним середовищем. Для цього треба підставити формулу (1.54) до рівняння (1.53). Будемо мати:

$$f_m^* = 100 \left[1 + \left(\frac{4c_r^3}{27a_m} \right)^{1/2} \right]. \quad (1.55)$$

У табл. 1.1 приводяться значення r_m і різниць $\Delta f = (f_m^* - 100)\%$ для розчину $NaCl$ при різних значеннях маси солі m , а також значення r_m і f_m для нерозчинних змочуючих ядер.

Таблиця 1.1 – Значення радіусів ядер конденсації і відповідних максимальних пересичень

Сіль ($NaCl$)

m , г	10^{-15}	10^{-14}	10^{-13}	10^{-12}	10^{-11}	10^{-10}
r_m , мкм	0,62	2,0	6,2	20,0	62,0	200,0
Δf , %	0,13	0,042	0,013	0,0042	0,0013	0,00042

Змочуючі тверді частки

$\lg r_m$, мкм	-7	-6	-5	-4	-3
f_m , %	323,0	112,5	101,2	100,12	100,01

Як показують дані, що містяться у табл. 1.1, всі ядра $NaCl$ масою $10 \cdot 10^{-15}$ г і всі нерозчинні ядра радіусом більші за 1 мкм при пересиченнях, менших 0,1%, діють як центри безперервної конденсації. Перевірка показала, що отримані вище результати теорії добре узгоджуються з результатами експерименту.

Численні спостереження показали, що в атмосфері завжди присутні ядра таких розмірів і в таких кількостях, що утворення хмар відбувається при тих пересиченнях, які бувають в реальній атмосфері. Атмосферні аерозольні частки можна розділити на три групи [3, 9].

1. Тверді ядра, нерозчинні та не змочуючи. Це пилинки, частки піщинок, кварцу, вугілля тощо. Конденсація водяної пари на них можлива, але при великих пересиченнях. В атмосферних умовах вони у ролі ядер конденсації не виступають.

2. Тверді частки нерозчинні, але змочуючі. Такі частки спонтанно адсорбують вологу і в залежності від існуючої вологості й ступеня змочуваності покриваються одним або більшою кількістю молекулярних шарів води. Якщо частки мають неправильну форму, або рихлу структуру, то у поглибленнях і порах відбувається капілярна конденсація чи адсорбція навіть при недосиченнях. Хоча така адсорбція у точному значенні слова не є конденсацією, але при дуже малих розмірах ядер границі між цими відкладеннями води стираються.

3. Краплі розчинів. У вологій атмосфері тверді розчинні гігроскопічні частки швидко перетворюються у краплі розчинів. Це найбільш важлива група ядер конденсації. Вони надходять в атмосферу при спалюванні вугілля, яке утримує від 0,3 до 20% сірки. Із сірки в результаті спалювання виникає двооксид сірки SO_2 , який за допомогою різних окислювачів може перетворитися у сірчаний ангідрид SO_3 і потім у сірчану кислоту H_2SO_4 , розчинну і дуже гігроскопічну.

Гігроскопічні ядра конденсації утворюються також із морських бризків і піни. Випаровування їх приводить до утворення дрібненьких часток морської солі. Морська сіль складається із 77,8% $NaCl$, 10,9% $MgCl_2$ і невеликої кількості сірчаноокислих магнію, калію й кальцію.

Ядра конденсації утворюються також при вивітрюванні земної поверхні, при лісових пожежах, вулканічній діяльності тощо. Із загальної кількості ядер конденсації приходить: на морські ядра – 20%, продукти спалювання – 40%, частки ґрунту – 20%, ядра невідомого походження – 20%.

Концентрація ядер конденсації в атмосфері коливається у широких границях. Середнє число ядер в 1 см поблизу від земної поверхні дорівнює: біля 150000 – у великих містах, 35000 – у невеликих містах, 9500 – у сільській місцевості, 940 – над океанами і в горах. Більшість із них не є активними і не приймають участі у процесах конденсації.

Як показали спостереження, в атмосфері зустрічаються ядра конденсації, розміри яких змінюються в широких межах – від 10^{-7} до 10^{-3} см. За розмірами ядра конденсації поділяють на три групи: частки радіусом від $5 \cdot 10^{-7}$ до $2 \cdot 10^{-5}$, які називають ядрами Айткена; частки радіусом від $2 \cdot 10^{-5}$ до 10^{-4} см, що називаються крупними ядрами; частки радіусом більше 10^{-4} см. Останні мають назву гігантських ядер конденсації. В атмосфері найбільшу концентрацію мають ядра Айткена. У середньому в 1 см^3 їх утримується 42500, у той час, коли крупних ядер – 132, а гігантських – 2. Незважаючи на те, що кількість крупних і гігантських ядер мала порівняно з кількістю ядер Айткена, внесок їх у загальну масу ядер найбільший.

Концентрації різних складових аерозолю залежить від метеорологічних умов і місцевості. Наприклад, концентрація морської солі швидко зменшується з висотою, в той час, коли над материком вона практично не змінюється до висоти 3-4 км.

1.2.3 Гетерогенна конденсація

Помітні концентрації льодяних кристалів починають утворюватися у хмарі, коли температура падає нижче -15°C . Для гомогенної кристалізації ці умови, як було показано, не виявляються сприятливими. Це означає, що відбувається гетерогенне льодоутворення. Вода у контакті з більшістю речовин буде замерзати при температурах вище -40°C , і пара буде сублімуватися на більшості речовин при пересиченнях і переохолодженнях більш низьких, ніж потрібно для гомогенного льодоутворення. Отже, зародженню льоду у переохолодженій воді й пересиченому середовищі сприяє присутність сторонніх поверхонь або завислих часток. У теорії та експерименті по гетерогенному льодоутворенні виникає проблема визначення того, який із процесів – сублімація або утворення крапель та їх замерзання – відбувається за тих чи інших умов. Розрізнявати ці процеси можливо в тому особливому випадку, коли частки нерозчинні, а парціальний тиск пари в середовищі вище тиску насичення над поверхнею льоду, але нижче тиску насичення над водою. У цих умовах при достатньо низьких температурах може відбутися нукліація, тобто утворення зародків льоду. Зрозуміло, що при цьому вона є результатом безпосередньої сублімації, оскільки при недосиченнях відносно поверхні води на нерозчинних частках конденсація неможлива. У зв'язку з відсутністю повної ясності у тому, який саме процес відбувається, ведуть мову просто про процес льодоутворення, а не про частинні явища – льодоутворення шляхом замерзання або льодоутворення шляхом сублімації. Таким же чином про атмосферні аерозольні частки, які виконують роль центрів

зародження льоду, можна впевнено говорити як про льодяні ядра не конкретизуючи чи є вони ядрами замерзання, чи ядрами сублімації.

Дослідження зростання окремих кристалів показує, що воно найбільш легко відбувається на ядрах, які мають слабку розчинність і гексагональну структуру кристалічної ґратки, котра близька до структури природного льоду. Існують три види атмосферних льодяних ядер: ядра сублімації, ядра замерзання й контактні ядра. Про перші два види вже розповідалося вище, контактне ядро – це таке ядро, яке приводить до утворення льоду, зштовхуючись з переохолодженою краплею, але не обов'язково занурюючись в неї.

Дослідження показують, що концентрація льодяних ядер дуже мінлива у просторі й за часом. Вона у великій мірі залежить від температури. Зниження температури приблизно на 40^0 С приводить до збільшення їх концентрації на порядок.

Порівнювання числа льодяних ядер з концентрацією льодяних кристалів, що спостерігається у хмарах, часто виявляє велику розбіжність між ними. Іноді концентрація кристалів перевищує концентрацію ядер на два порядки. Можна знайти пояснення цієї розбіжності у процесі розмноження льодяних кристалів. При температурах повітря близьких до -5^0 С співудар кристалів з відносно великими переохолодженими краплями приводить до ефективного утворювання вторинних льодяних кристалів. Великий інтерес викликають ядра, які сприяють утворенню льодяних кристалів при відносно високих температурах, тому що у хмарі, що розвивається, саме на цих ядрах формуються перші льодяні кристали. Загально прийнято вважати, що ці ядра мають розмір біля 1 мкм і складаються в більшості випадків з каоліну. Але як показали дослідження особливостей замерзання дощової води, значна кількість ядер мала діаметр, менший за 0,01 мкм. Проби дощової води утримують часто численні ядра замерзання, активні при температурах між -5^0 С і -10^0 С. Відповідно до проведених оцінок, концентрація ядер у повітрі, в якому утворюються опади, може досягати 1л^{-1} для ядер, активних при температурах $T > -10^0$ С і $0,1\text{л}^{-1}$ для ядер, активних при температурах $T > -6^0$ С.

З фізичної точки зору, найбільш важливою особливістю льодяних ядер є їхня відносна недостача в атмосфері. Як зазначалося вище, якщо при $T > -10^0$ С у середньому концентрація льодяних ядер дорівнює 1л^{-1} , то у типовій пробі повітря кількість ядер Айткена в $10^6 - 10^9$ разів більша. Отже, всього одна частка із цієї кількості виконує роль ядра льодоутворення, у той час, коли 10^5 часток із загальної кількості виявляються активними ядрами конденсації при відносній вологості, яка лише трохи перевищує 100%. Таким чином, атмосфера характеризується

відносно великою кількістю ядер конденсації та нестачею ядер замерзання [2, 3, 4, 9, 10].

Існує гіпотеза про те, що ядра льодоутворення можуть мати неземне джерело утворення. Експерименти підтверджують, що випаровування метеоритів при низькому тиску, як це буває при вході їх в атмосферу, дає велику кількість активних льодяних ядер. Наприклад, кам'яні метеорити при згоранні в атмосфері утворюють частки розміром біля 0,1 мкм з виходом $10^8 - 10^9$ льодяних ядер на 1 грам речовини, активних при температурі -10^0 С.

Як зазначалося вище, роль атмосферних ядер льодоутворення полягає в тому, що вони полегшують фазовий перехід вода-лід, або водяна пара-лід. З цієї точки зору, можна прийняти таку класифікацію процесів замерзання:

а) Кристалізація при температурі вище -32^0 С. У цьому випадку тверді нерозчинні ядра, змочені водою, утворюють зародкові кристали шляхом замерзання їх водяної оболонки. Наявність твердих часток просто полегшує енергетичний перехід вода-лід.

б) Кристалізація в інтервалі температур від -32 С до -41^0 С. У цьому діапазоні відбувається замерзання крапель розчинів солей. Під впливом низьких температур розчин солей стає пересиченим, що приводить до випадання кристаликів солі в осад. Ці кристалики й відіграють роль ядер замерзання.

в) Кристалізація при $T < -41^0$ С може бути наслідком спонтанного замерзання крапель води або чистих розчинів солей без участі ядер замерзання шляхом випадкового з'єднання молекул переохолодженої води в агрегати льодяної фази.

г) Кристалізація при температурах -65^0 С і нижче відбувається шляхом прямої сублімації водяної пари на твердих незмочуючих ядрах, або спонтанного замерзання дрібних крапель, як у пункті в).

Існує гіпотеза про те, що механізм дії ядер льодоутворення має зв'язок з перебудовою молекулярної структури води. Структура води, як зазначалось вище, може розглядатись як псевдокристалічна. Вона складається з малих областей, в середині яких молекули розташовуються по тетрадрах. Розміщення тетрадрів при додатних температурах відрізняється від структури льоду. Зі збільшенням переохолодження тетраедра структура води наближається до структури льоду. Але на самій поверхні води утворюється подвійний електричний шар, у якому дипольні моменти мають напрямок у середину. Така орієнтація молекулярних диполів сприяє переохолодженню, перешкоджаючи переходу до структури льоду. Вплив ядер замерзання полягає в тому, що вони руйнують або послабляють дипольну структуру поверхневого електричного шару. Для цього ядра повинні мати іншу, ніж у воді, поляризованість. Взаємодія цих

структур приводить до переорієнтації диполів, тобто до руйнування поверхневого поля.

1.3 Конденсаційне зростання та випаровування крапель в атмосфері

1.3.1 Вплив кривини поверхні, що випаровує

Інтенсивність випаровування залежить від форми випаровуючої поверхні. Кожна молекула води взаємодіє з іншими молекулами. Особливості взаємодії можна характеризувати радіусом сфери взаємодії окремої молекули. Розглянемо три види випаровуючих поверхонь: випуклу, плоску та вогнуту. Якщо поверхня вогнута, то у сферу взаємодії попадає більше молекул рідини, ніж при плоскій поверхні. Найменша кількість молекул попадає у цю сферу, коли випаровуюча поверхня випукла. Це приводить до того, що виліт молекул із випуклої поверхні буде полегшеним, а із вогнутої – більш утрудненим, ніж при плоскій поверхні. З цієї причини тиск насичення над випуклою поверхнею більший, ніж над плоскою, а останній, у свою чергу, більший, ніж над вогнутою, тобто $E_{вип} > E_{вог}$.

Випуклу поверхню рідкої фази в атмосфері мають краплі. Нехай тиск насичення над поверхнею краплі радіуса r буде E_r [9].

Томпсон показав, що формула Фолмера-Гіббса описує не тільки умови виникнення зародкової краплі радіуса $r_{кр}$, але і вплив кривини випаровуючої поверхні на тиск насичення, а значить і на умови рівноваги краплі з оточуючим пароповітряним середовищем. Отже, можна записати:

$$\ln \frac{E_r}{E} = \frac{2\sigma}{\rho_k R_n T r}. \quad (1.56)$$

Позначимо

$$c_r = \frac{2\sigma}{\rho_k R_n T}. \quad (1.57)$$

Можна вважати, що густина краплі постійна. Як відомо, величина c_r є функцією температури і має такі значення при різних температурах:

$t^0 C$	-5	0	10	20	30
$c_r 10^{11}, \text{мкм}$	1,1	1,2	1,2	1,3	1,3

З урахуванням формули (1.57) пропонуємо формулу Томпсон (1.56). Будемо мати:

$$E_r = E \exp(c_r/r). \quad (1.58)$$

Показник степеня є мала величина, оскільки краплі хмар і туманів мають радіус, порядок котрих знаходиться в інтервалі від сотих часток одиниці (субмікронна фракція) до десятків мікрометрів. Тому розкладемо експоненту рівняння (1.58) в ряд, обмежившись першими двома його членами.

Отримаємо

$$E_r = E \left(1 + \frac{c_r}{r} \right). \quad (1.59)$$

Відношення E_r/E , як показують розрахунки, для різних радіусів крапель мають такі значення:

r мкм	10^{-3}	$2 \cdot 10^{-3}$	$4 \cdot 10^{-3}$	10^{-2}	$2 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-2}$	10^{-1}	1,0	4,0
E_r/E , %	332	182	135	113	106	103	101,2	100,12	100,03

Видно, що над дрібними краплями ($r < 10^{-1}$ мкм) повинні бути значні пересичення, щоб вони не випаровувалися. Тільки при $r \approx 1$ мкм вплив кривини поверхні краплі виявляється незначним. Це підкреслює той факт, що у хмарах і туманах відносна вологість повинна бути біля 100%, оскільки їх відносно стійкі краплі мають радіус 1 мкм і більше.

1.3.2 Рівняння переносу пари та тепла в атмосфері

Водяна пара розповсюджуються в атмосфері завдяки атмосферним рухам, які складаються з упорядкованого переносу з швидкістю C (u, v, w) та турбулентних пульсацій. Молекулярна дифузія відіграє роль лише безпосередньо біля випаровуючої поверхні, тобто у в'язкому підшарі товщиною в декілька міліметрів.

Розглянемо спочатку турбулентний потік водяної пари. При рухах у вертикальному напрямку турбулентного моля в ньому залишається незмінною та задовольняє усім постулатам напівемпіричної теорії турбулентності масова частка водяної пари. Інші характеристики вологості (абсолютна та відносна вологість, парціальний тиск, точка роси) при рухах часток повітря змінюються. Отже, розглядаючи у якості субстанції масову частку водяної пари s , можна записати для вертикального турбулентного потоку водяної Q_z таке рівняння [9]:

$$Q_z = k\rho \frac{\partial s}{\partial z}, \quad (1.59)$$

де k - коефіцієнт турбулентності, або турбулентної дифузії водяної пари у вертикальному напрямку. Вважають, що він дорівнює звичайному коефіцієнту турбулентності. Таким же чином можна записати рівняння для горизонтальної турбулентної дифузії

$$Q_x = -k'\rho \frac{\partial s}{\partial x}, \quad (1.60)$$

$$Q_y = -k'\rho \frac{\partial s}{\partial y}. \quad (1.61)$$

У рівняннях (1.60), (1.61) k' - коефіцієнт горизонтальної турбулентної дифузії.

Виділимо в атмосфері елементарний об'єм повітря з площею перерізу 1 м^2 і висотою dz . Нехай на рівні z потік водяної пари дорівнює Q_z , а на рівні $z + dz$ є $Q_z + dQ_z$. Тоді за одиницю часу у виділеному об'ємі залишається маса водяної пари, що дорівнює:

$$Q_z - (Q_z + dQ_z) = -dQ_z \quad (1.62)$$

Це і є приплив водяної пари до об'єму у вертикальному напрямку. Ураховуючи формулу (1.59), маємо:

$$-dQ_z = -\frac{\partial Q_z}{\partial z} dz = \frac{\partial}{\partial z} \left(k\rho \frac{\partial s}{\partial z} \right) dz. \quad (1.63)$$

Приплив водяної пари до одиниці маси повітря дорівнює, очевидно,

$$-\frac{1}{\rho dz} dQ_z \frac{1}{\rho} \left(k\rho \frac{\partial s}{\partial z} \right). \quad (1.64)$$

Таким же чином можна знайти турбулентні припливи водяної пари до одиниці маси повітря у напрямках осей ox і oy . Вони дорівнюють відповідно:

$$-\frac{1}{\rho dx} dQ_x \frac{1}{\rho} \left(k'\rho \frac{\partial s}{\partial x} \right), \quad (1.65)$$

$$-\frac{1}{\rho dy} dQ_y \frac{1}{\rho} \left(k'\rho \frac{\partial s}{\partial y} \right). \quad (1.66)$$

Приплив водяної пари в турбулентній атмосфері приведе до змінення масової частки пари s . Будемо вважати, що виділений об'єм рухається в

атмосфері. Тоді змінення масової частки пари за одиницю часу буде характеризуватись індивідуальною похідною $\frac{ds}{dt}$. Отже [9].

$$\frac{ds}{dt} = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{dQ_z}{dz} + \frac{dQ_x}{dx} + \frac{dQ_y}{dy} \right)$$

або

$$\frac{ds}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(k' \rho \frac{\partial s}{\partial y} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left(k \rho \frac{\partial s}{\partial z} \right). \quad (1.67)$$

Якщо перейти тепер до локальної похідної, то отримаємо рівняння припливу водяної пари у турбулентній атмосфері в формі:

$$\begin{aligned} \frac{ds}{dt} = & - \left(u \frac{\partial s}{\partial x} + v \frac{\partial s}{\partial y} \right) - w \frac{\partial s}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x} \left(k \rho \frac{\partial s}{\partial x} \right) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial y} \left(k' \rho \frac{\partial s}{\partial y} \right) + \\ & + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left(k \rho \frac{\partial s}{\partial z} \right). \end{aligned} \quad (1.68)$$

Припливи водяної пари, що обумовлюються горизонтальними турбулентними пульсаціями, значно менші, ніж інші члени правої частини рівняння (1.68). Тому можна ними знехтувати. Тоді

$$\frac{ds}{dt} = - \left(u \frac{\partial s}{\partial x} + v \frac{\partial s}{\partial y} \right) - w \frac{\partial s}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left(k \rho \frac{\partial s}{\partial z} \right). \quad (1.69)$$

Із рівняння (1.69) випливає, що масова частка водяної пари у деякій точці простору змінюється у часі під впливом горизонтальної адвекції водяної пари, упорядкованих вертикальних рухів повітря та вертикальної турбулентної дифузії.

Якщо направити вісь ox уздовж потоку повітря ($u > 0; v = 0$), то масова частка водяної пари у визначеній точці зростає до області, де воно має меншу вологість, тобто коли $\frac{\partial s}{\partial x} < 0$, і навпаки. Масова частка пари буде зростати при висхідних упорядкованих рухах повітря ($w > 0$), якщо вона в атмосфері зменшується з висотою $\left(\frac{\partial s}{\partial z} < 0 \right)$. При низхідних рухах повітря у випадку такого ж розподілу масової частки водяної пари відбувається зменшення за часом масової частки пари у визначеній точці простору. Нарешті, масова частка у цій точці збільшується, якщо відбувається турбулентний приплив водяної пари, тобто коли останній член правої частини рівняння (1.69) додатний.

Треба підкреслити, що рівняння (1.69) описує приплив водяної пари в турбулентній атмосфері для ненасиченого повітря.

1.4 Коагуляційне зростання кристалів у хмарі

Кристал льоду, який падає крізь хмару переохолоджених крапель води й інших льодяних часток, може зростати за рахунок намерзання крапель води, захоплених цим кристалом, або зчеплення з іншими кристалами. Зростання кристалів внаслідок намерзання приводить до утворення круп й обзернених структур. У результаті зчеплення кристалів утворюються сніжинки.

Велике значення для зростання кристалів, обумовленого захопленням переохолоджених крапель, має швидкість падіння льодяних кристалів. Найбільшу швидкість мають частки круп, які уявляють собою агрегати замерзлих крапель. Обзернені структури (кристали з краплями) падають з швидкостями біля 1 м/с, частинки ж, що належать до істинних кристалів, падають з меншими швидкостями. Швидкість падіння кристалів, очевидно, залежить від їхніх розмірів. Ця залежність з достатньою точністю для часток круп описується емпіричною формулою [9]

$$v = 520r^{0,6}, \quad (1.70)$$

де v - в см/с, r - радіус сферичної частки в см. Сухі сніжинки падають також з швидкістю біля 1 м/с. При падінні сніжинки стають більш компактними через підтавання і швидкість падіння їх збільшується. Прийняті результати дає формула, що запропонована для швидкостей падіння сніжинок Ланглебенем

$$v = kD^n, \quad (1.71)$$

де D - діаметр краплі, яка утворилася б у випадку, коли б сніжинка розтанула, k - коефіцієнт. Для дендритів $k \approx 160$ і $n = 0,3$; для стовбців і пластинок $k = 234$ і $n = 0,3$. Діаметр береться у сантиметрах, а швидкість падіння за формулою (1.71) у см/с.

Від діаметра льодяного кристала залежить його маса. Ця залежність визначається емпіричною формулою, яка запропонована Мейсоном

$$m = aD^6. \quad (1.72)$$

Для кристалів різних форм значення параметрів a і b приводяться в табл.1.2.

Але форм кристалів дуже багато, тому формулу (1.72) треба розглядати, як дуже грубе наближення. В ній діаметр D має розмірність сантиметри.

Таблиця 1.2 – Значення параметрів a і b для кристалів різних форм

Форма кристала	a	b
Крупа	0,065	3
Обзернені пластинки та зірчасті дендрити	0,027	2
Дрібні сніжинки та просторові дендрити	0,010	2
Плоскі дендрити	0,0038	2

Зростання льодяних часток шляхом злиття з переохолодженими краплями треба розглядати з урахуванням коефіцієнта захоплення. Процес захоплення в цьому випадку дуже складний, причому переважною зоною зіткнення є параметр кристалу. Зростання локального коефіцієнта захоплення поблизу периметра плоских тіл теоретично було обґрунтовано В.М. Волощуком [9].

Інформації про коефіцієнт захоплення при зчепленні кристалів ще менше. Існують дані про те, що відкриті структури, як, наприклад, дендрити, за умови зіткнення, злипаються з більшою імовірністю, ніж кристали іншої форми, і що злипання при будь-яких випадках більш імовірне при відносно високих температурах. Ефективне зчеплення кристалів спостерігається лише при температурах, що перевищують -10°C .

Ураховуючи всі ці невизначеності, можна записати рівняння коагуляційного зростання в результаті захоплення часткою крупы переохолоджених крапель. Будемо мати

$$\frac{dm'}{dt} = \bar{E}Q_w\pi R^2\nu(R), \quad (1.73)$$

де m' - маса частки, Q_w - водність хмари, R - радіус частки, $\nu(R)$ - швидкість падіння, $\bar{E}$ - середній коефіцієнт захоплення.

Такий підхід можна здійснити й для зчеплення кристалів. Оскільки всі сніжинки падають зі швидкістю біля 1 м/с, а всі льодяні кристали – з швидкістю біля 0,4 – 0,5 м/с, рівняння зростання сніжинки буде мати вигляд:

$$\frac{dm'}{dt} = EQ_i\pi R^2\Delta\nu, \quad (1.74)$$

де $\Delta\nu$ - різниця між швидкостями падіння сніжинки й льодяних кристалів, що є, як можна приблизно вважати, величиною постійною. Сукупність льодяних кристалів буває зручніше виражати через їхню концентрацію N , а не льодність Q_i . Нагадаємо, що льодністю хмари називають масу замерзлої води, яка утримується в кристалах одиничного об'єму хмарного повітря [3, 9].

Очевидно,

$$Q_i = NV_k \rho_L, \quad (1.75)$$

де V_k - об'єм кристалів, ρ_L - їхня густина.

Якщо припустити, що сніжинка має таку ж густину, як і кристали, то її маса дорівнює $m = \rho_L V_c$ (V_c - об'єм сніжинки). Тоді рівняння зростання, записане через об'єм, має вигляд

$$\frac{dV_c}{dt} = B \bar{E} V_c^{2/3} N V_k \Delta v, \quad (1.76)$$

де $B^3 = \frac{9}{16} \pi$.

Рівняння, що приводяться вище, треба розглядати як грубе наближення до дійсних процесів зростання льодяних часток. Але вони в розумній мірі наближення узгоджуються з даними спостережень для крупніших сніжинок.

Суттєвою умовою є необхідність розвитку сніжинок, оскільки лише деякі кристали, що утворюються та зростають за рахунок дифузії, стають більшими за своїх сусідів або завдяки прискореному дифузійному росту, або завдяки випадковим зіткненням з іншими кристалами або з переохолодженими краплями. Отримавши цю початкову перевагу, кристали, або невеликі агрегати, падають в умовах, більш сприятливих для збільшення за рахунок захоплення крапель чи більш дрібних кристалів.

Для утворення дощових крапель або великих сніжинок потрібно, щоб відбувалося зчеплення льодяних кристалів, або щоб кристали захоплювали краплі у випадку зростання льодяних часток, або щоб відбувалася коагуляція крапель, якщо йдеться про утворення дощових крапель у краплинній хмарі. Одним лише конденсаційним зростанням неможливо пояснити утворення двох-трьох міліметрових дощових крапель за реальний проміжок часу. Останній процес є більш ефективним для льодяних кристалів. Ніж для крапель води, завдяки тому, що хмарне середовище знаходиться у стані насичення відносно поверхні води й пересичення – відносно поверхні льоду. У теплих хмарах дифузійне зростання крапель йде дуже повільно навіть для утворення крапель мряці за достатньо малий час. Для того, щоб із таких хмар випадав дощ, обов'язково потрібна коагуляція [2, 3, 4, 8, 9, 10].

Більшість які купчастих хмар спочатку розвиваються при температурах вище 0°C або при температурах, при яких імовірність замерзання крапель мала. Потім хмари зростають вгору до висот, на яких температура сприяє утворенню льодових часток. У таких хмарах можуть діяти обидва механізми утворення опадів: спочатку коагуляція крапель, а пізніше, крім того, й дифузійне зростання льодяних часток. Який з цих

процесів переважає в тих або інших умовах залежить, головним чином, від температури на вершині хмари, вогдості та концентрації крапель. Ефективна коагуляція буде спостерігатись при наявності великих крапель. Їх наявність більш імовірна, якщо при тій же вогдості концентрація крапель менша, тобто коагуляція буде переважати у відносно теплих хмарах з великими вогдостями та низькими концентраціями крапель.

Підбиваючи підсумки, слід підкреслити, що в типових купчастих хмарах помірних широт початковий розвиток опадів відбувається завдяки утворенню й зростанню льодяних кристалів разом з тим, для розвитку сильного дощу повинен реалізуватись який-небудь процес захоплення: чи зчеплення кристалів, чи захоплення у хмарі крапель кристалами, сухими або танучими сніжинками.

2 Хмари

2.1 Мікро фізичні характеристики хмар

При від'ємних температурах завжди існує імовірність замерзання переохолоджених крапель у хмарах і появлення кристалів. Якщо ця імовірність дуже мала, то відповідно малою є концентрація цих кристалів. За таких умов вплив їх на властивості хмар і на характер процесів, що відбуваються у хмарах, нехтовно малий. Існуючими методами вимірювань буває дуже важко навіть виявити наявності кристалів у хмарі. Такі хмари називають краплинними. У краплинних хмарах реальна концентрація льодяних часток не перебільшує 1л^{-1} , тобто менша порівняно з концентрацією крапель 10^5 - 10^6 разів.

Крім краплинних хмар при від'ємних температурах спостерігаються змішані й кристалічні хмари. Змішанні хмари складаються з крапель із кристалів. Концентрації льодяних часток у змішаних хмарах можуть бути зіставленими з концентрацією рідких хмарних елементів [2, 3, 4, 6, 8, 9].

При відсутності вертикальних рухів змішані хмари нестійкі: краплі замерзають або випаровуються, а кристали зростають. Процес «перегонки» води з переохолодженої краплі на кристали розглядався вище.

У активній стадії розвитку хмар, коли присутні висхідні токи, які забезпечують приплив надлишкової вологи, змішана хмара може існувати необмежений час, якщо стік водяної пари на кристали не перевищує її припливу.

Кристалічними є хмари, які складаються з елементів твердої фази води. Фазова структура хмари не буває застиглою. У процесі життя хмари кристали зароджуються, ростуть і випадають, краплі утворюються й випаровуються. Таким чином, фазовий стан хмари може бути різним у різних точках хмари і змінюватись за часом. Фазовий стан хмари – одна із найважливіших характеристик при від'ємних температурах, які у великій мірі визначають активність процесів хмароутворення й процесів утворення опадів. Зазначені процеси найбільш активні при змішаній структурі хмари. У цьому сенсі, найпасивнішими є кристалічні хмари.

Фазовий стан хмари залежить від багатьох факторів, але основні з них – це температура й вертикальні рухи. Характеристики цих рухів вимірювати дуже важко навіть тоді, коли вони обумовлюються турбулентністю атмосфери або тепловою конвекцією й мають значні величини. Макромасштабні ж вертикальні струмені, що обумовлюються не стаціонарністю атмосферних рухів й мають невеликі швидкості (см/с), взагалі не вимірюються. Тому не визначені емпіричні залежності між фазовим станом хмар і вертикальними струменями. Але у цей час накопичені статистичні дані про повторюваність різних фазових станів хмар помірних широт при різних температурах, що дало змогу отримати відповідну залежність. На рис. 2.1 зображена ця залежність. При цьому

хмари були віднесені до краплинних, кристалічних або змішаних у залежності від того, зустрічались або не зустрічались краплі чи кристали в експериментальних пробах хмарного повітря при польоті літака-лабораторії. Повторюваності, що приводяться на рис. 2.1, отримані для всіх досліджених хмар у цілому без поділу їх на форми [3, 9].

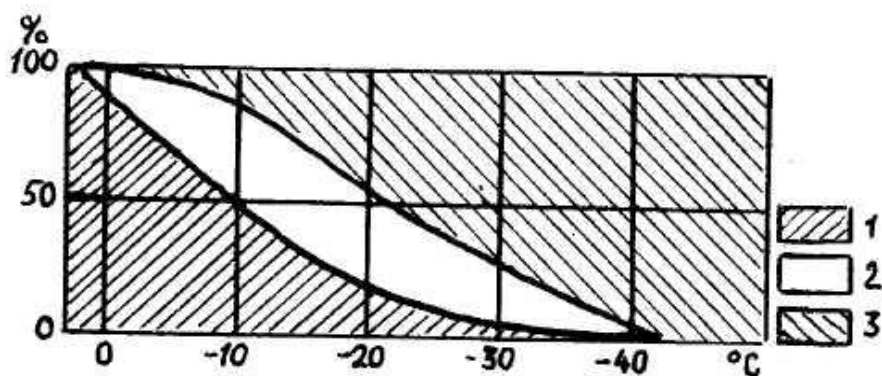


Рис. 2.1 – Повторюваність (%) різного фазового стану хмар при різній температурі. 1 – крапельні хмари; 2 – змішані хмари; 3 – кристалічні хмари

Відмінності у фазовому стані хмар різних форм визначаються насамперед їхнім температурним режимом. Деякий вплив чинять розташовані вище шари хмар і товщина хмар. Повторюваність різного фазового стану хмар різних форм для помірних широт наводяться в табл.2.1

Таблиця 2.1 – Середньорічна повторюваність (%) фазового стану хмар різних для помірних широт (по А.М. Боровікову)

Сезон	Фазовий стан хмар	Форми хмар				
		St	Sc	Ns	Ac	As
Літо	Краплинна	99,5	98,8	29	80	44
	Змішана	0,5	1,2	71	17	40
	Кристалічна	0	0	0	3	16
Зима	Краплинна	85	73	13	44	15
	Змішана	14	24	84	44	36
	Кристалічна	1	3	3	12	49
Рік	Краплинна	89	83	17	62	24
	Змішана	10	16	81	30	36
	Кристалічна	1	1	2	8	40

Загальною закономірністю даних, які містяться в табл. 2.1, є зменшення повторюваності краплинних хмар і збільшення повторюваності

кристалічних хмар при зниженні температури. Але спостерігається суттєва різниця у повторюваності рідкої й твердої фаз у хмарах St , Sc і Ac (перша група) і хмарах Ns і As (друга група).

Із табл. 2.1 видно, що як взимку, так і влітку, а також у середньому за рік, у першій групі хмар повторюваність рідкої фази набагато більша, ніж у хмарах другої групи. З іншого боку, у хмарах другої групи значно зростає повторюваність змішаного фазового стану, особливо у шарувато-дощових хмарах, що є однією із основних причин утворення опадів із цих хмар.

2.2 Спектри розмірів хмарних елементів

У хмарах розподіл крапель за розмірами – це досить мінлива характеристика. У великій мірі ці розподіли залежать від масштабів осереднення. Тому їх розподіляють на «локальні» спектри, до яких відносять спектри, осереднені за малими об'ємами (лінійні розміри 1-10м), і спектри розмірів крапель, осереднені за великими об'ємами (лінійні розміри 1км і більше). «Локальні» спектри бувають вузькими, так що коефіцієнт варіації $C_v = \frac{\sigma_r}{\bar{r}}$, де σ_r - стандартне відхилення, $\bar{r}$ - середній радіус крапель, не перевищує 0,1...0,2, а бувають і досить широкими ($C_v = 0,5...0,6$) й навіть бімодальними. У той же час, спектри, що отримані шляхом осереднення за великими об'ємами, в одних випадках значно ширші за «локальні» ($C_v = 0,5$ і більше), в інших випадках залишаються також вузькими ($C_v \approx 0,2$) [3, 9].

У хмарах можна зустріти краплі радіусом від тисячних часток міліметра до декількох міліметрів. Загальна кількість крапель в одиниці об'єму також може змінюватись більш ніж на 4 порядки. Тому при зображенні спектра розмірів крапель часто застосовують логарифмічні координати. Типовий вид кривої щільності розподілу хмарних крапель за розмірами зображається на рис. 2.2.

Як впливає з рис. 2.2 крива розподілу розділяється на дві частини: перша розташовується ліворуч від точки $r_{\min}$ і характеризує розподіл крапель, що знаходяться в рівновазі з пароповітряним середовищем хмари. При незмінному пересиченні вони не зростають і не випаровуються. Такі краплі отримали назву обводнених ядер конденсації. Але розподіл цих крапель може швидко змінюватись, якщо під дією висхідних чи низхідних рухів у хмарі виникають флуктуації пересичення. Як правило, $r_{\min}$ не виходить за границі 0,1...1,5мкм.

Саме хмарні краплі в основному зосереджені в інтервалі $[r_{\min}, r^*]$.

Краплі, радіус яких перевищує $r^* \approx 20 - 30$ мкм, часто називають крупними, а краплі радіусом більше 100мкм – надкрупними. Кількість

крупних крапель у хмарах часто досягає 1%, а надкрупних – 0,001% від загальної кількості крапель в одиниці об'єму [3, 9].

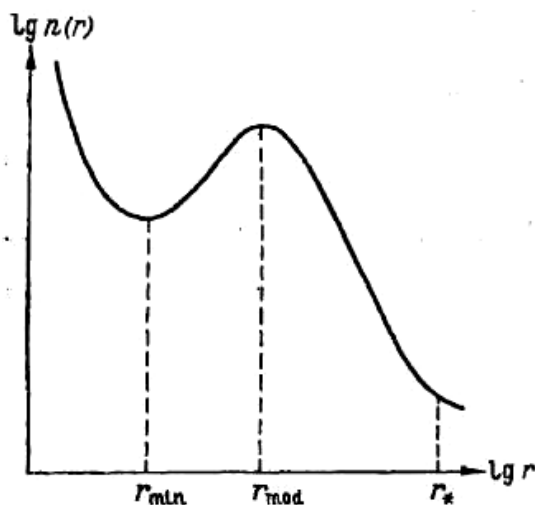


Рис. 2.2 – Характерна форма локального спектру розмірів крапель в хмарах

В помірних широтах модальний радіус крапель у хмарі (r_{mod}) дорівнює, як правило, 3-10мкм. Максимальні розміри крапель r_{max} залежать від форми хмар й стадії їх розвитку й можуть змінюватись від десятків до тисяч мікрометрів. Але основна маса води в континентальних хмарах знаходяться в краплях радіусом від 3...4 до 20...30 мкм.

Спектр розмірів крапель хмари може дуже змінюватись у границях однієї й тієї ж хмари. У деяких випадках у хмарах зустрічаються об'єми, у котрих кількість крапель настільки мала, що вони сприймаються спостерігачем як сухі об'єми. Такі об'єми хмари називають хмарними кавернами. У той же час емпіричні спектри, осереднені по великій кількості проб, виявляються досить стійкою характеристикою і її часто у діапазоні $[r_{\text{min}}, r^*]$ описують відповідною функцією, яка називається функцією щільності розподілу крапель за розмірами $f(r)$.

Нехай в одиниці об'єму знаходиться N крапель розміром від r_{min} до r^* . Інтервал $[r_{\text{min}}, r^*]$ розділимо на k часткових інтервалів $[r_{\text{min}}, r_1]$, $[r_1, r_2], \dots, [r_{k-1}, r^*]$. Припустимо, що кількість крапель, які належать до кожного часткового інтервалу, складають, відповідно, $N_1, N_2, \dots, N_k$, причому $\sum_{i=1}^k N_i = N$. Відносні кількості крапель P_i , або частоти, знаходяться просто:

$$P_i = \frac{N_i}{N}. \quad (2.1)$$

Графік розподілу частотей крапель за їх розмірами будується таким чином, як показується на рис. 2.3, і називається гістограмою. Функція щільності розподілу крапель за розмірами $f(r)$ визначається таким чином:

$$f(r) = \lim_{\Delta r \rightarrow 0} P_i \quad (2.2)$$

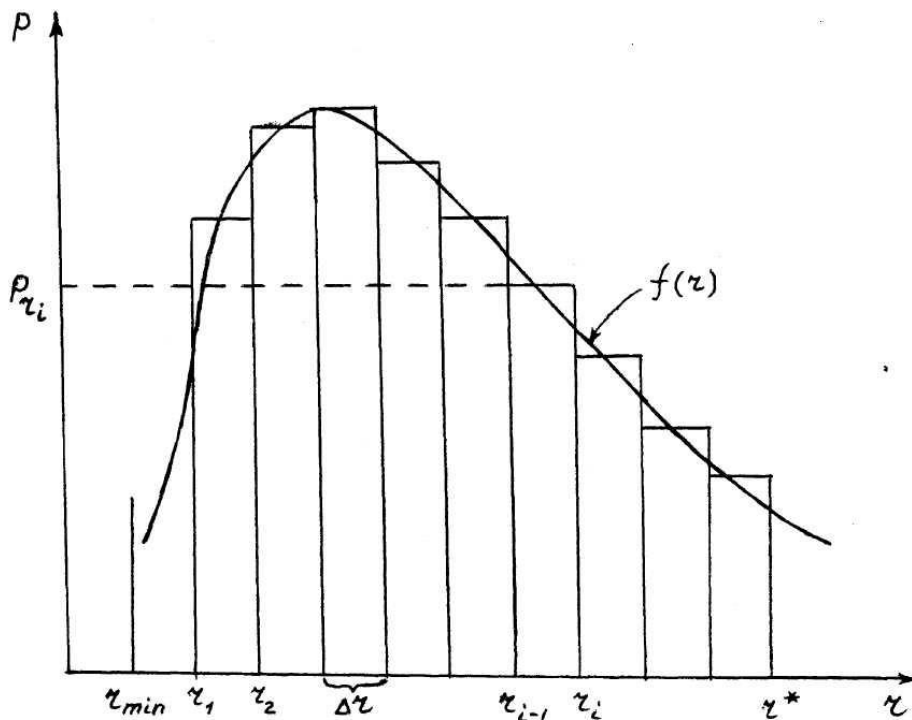


Рис. 2.3 – Визначення спектру розмірів крапель за експериментальними даними

Очевидно, при зазначеному граничному переході ми будемо мати деяку криву [3, 9].

Існують методи, які дають можливість на основі зазначених вище експериментів визначити аналітичний вираз цієї функції. Наприклад, у 1951 р Бест одержав таку функцію розподілу крапель за розмірами:

$$f(r) = Ar^{k-4} e^{\left(-\frac{r}{a}\right)^k}, \quad (2.3)$$

де A , a і k визначаються експериментальним шляхом. Як показали дослідження, для різних хмар величини a і k набувають різні значення і розташовуються в інтервалах $12 < a < 29$ мкм; $1,92 < k < 4,90$.

На основі інших експериментів у 1952 р. Хргіан А.Х. і Мазін І.П. запропонували використовувати для характеристики розподілу крапель за розмірами функцію [3, 9]

$$f(r) = ar^2 e^{-\epsilon r}, \quad (2.4)$$

у якій a і ϵ - параметри, що визначаються на основі експериментальних даних. Найбільшого розповсюдження для опису розподілу крапель за розмірами отримала запропонована Л. Левиним у 1961 р. функція

$$f(r) = \frac{1}{\Gamma(\alpha) r_0^\alpha} r^{\alpha-1} e^{-\frac{r}{r_0}}. \quad (2.5)$$

Ця функція має назву функції гамма-розподілу. Величини α і r_0 є параметри цієї функції, а $\Gamma(\alpha)$ - гамма-функція, що визначається формулою:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty t^{\alpha-1} e^{-t} dt. \quad (2.6)$$

Параметри α та r_0 визначають форму спектру крапель хмари. Вони залежать від форми хмар, а також від того, у якій частині хмари брались проби. Легко показати, що коли $\alpha = 3$ і $\epsilon = \frac{1}{r_0}$, функція (2.5) зводиться до

функції (2.4). Окрім функцій (2.3) – (2.5) для характеристики особливостей розподілу крапель хмар за розмірами можуть використовуватись й інші функції.

Окремі вимірювання поряд з результатами узагальнення великого емпіричного матеріалу, накопиченого в різних географічних районах, приводять до висновку, що осереднені спектри розмірів крапель добре відповідають розподілу (2.4) і що у помірних широтах середній радіус коливається від 3 до 7 мкм. При цьому коефіцієнт варіації C_v знаходиться у границях 0,3...0,7, а ϵ - границях 0,33...3,3 мкм. Більш вузькі локальні спектри задовільно описуються гамма-розподілом з високим значенням параметра α (до 5-6 і більше).

Як показали дослідження, середні радіуси крапель залежать від форм хмар. Так, у конвективних хмарах середні значення радіусів більші, ніж у шаруватих. Крім того, в купчастих хмарах велике значення має локалізація об'єму хмари, у якому проводиться вимірювання. Наприклад, у висхідних потоках середнє значення радіуса в 1,5 разів більше, ніж у низхідних. Розміри крапель залежать також від інтенсивності утягування в хмару оточуючого повітря. У середньому розміри крапель збільшуються зі

збільшенням могутності купчастої хмари. Для помірних широт залежність середнього радіуса $\bar{r}$ від могутності хмари H характеризують такі дані:

Форма хмар	$Cu\ hum$	$Cu\ med$	$Cu\ cong$	$Cu\ cong$	Cb
H км	<0,5	$1,5 \pm 0,5$	$2,5 \pm 0,5$	3-4	>4
$\bar{r}$, мкм	3-4	4-5	5-6	6-7	7-9

Треба мати на увазі, що оскільки криві розподілу крапель за розмірами мають правосторонню асиметрію, модальні, тобто найбільш імовірні, розміри крапель завжди менші, ніж їх середні значення [3, 9].

2.2 Інтегральні мікроструктурні параметри хмар

2.2.1 Концентрація хмарних часток

Концентрацією хмарних елементів називають їх число в одиниці об'єму. Якщо розподіл крапель за розмірами визначається шляхом апроксимації теоретичною функцією не інтервальних частотей $P_i = \frac{N_i}{N}$, а інтервальних частот N_i , тобто функцією

$$n(r) = \lim N_{r_i}, \quad (2.7)$$

то концентрація N дорівнює

$$N = \int_0^{\infty} n(r) dr. \quad (2.8)$$

Практично при визначенні концентрації інтегрування проводиться не в границях, що показані в формулі (2.8), а від $r_{\min}$ до r^* [3, 9].

У середині хмари повна концентрація часток може змінюватись від 0 до 10 см^{-3} , якщо осереднення проводити по компактних об'ємах, лінійні розміри котрих вимірюються метрами. Значення радіуса крапель $r_{\min}$ відповідає мінімуму кривої розподілу крапель, що зображена на рис. 2.2. Концентрації крапель, що близькі до 0, як вже зазначалося вище, відносяться до «каверн», лінійні розміри яких у хмарах шаруватих форм коливаються від одиниць до десятків метрів. Вони частіше всього зустрічаються поблизу від границь хмар й займають невелику частку (біля одного процента) від загального об'єму хмари.

У середньому в континентальних краплинних хмарах концентрація крапель N ($r > r_{\min}$) дорівнює $200 - 600\text{ см}^{-3}$, а в морських хмарах – у 5-10 разів менша. Але у хмарах концентрація хмарних елементів має велику просторову мінливість: в окремих об'ємах хмари, лінійні розміри яких

складають десятки метрів, концентрація крапель може у десятки разів бути меншою або у декілька разів більшою. Концентрації різко збільшуються при підйомі у границях декількох десятків метрів над нижньою основою хмари. Досягнувши максимуму, концентрація трохи зменшується з висотою і стає у 1,5-2 рази менше максимальної біля верхньої границі хмари, поблизу якої різко падає до нуля.

Як зазначалося вище, спектр крапель у хмарі в границях від 2..3 до 20-25 мкм з достатньою точністю описується гама-розподілом. Для більш крупних крапель він характеризується степеневою залежністю. Особливо велика кількість даних накопичена для крапель радіусом більше 85 мкм. Було встановлено, що майже завжди концентрація крапель, що мають радіус $R > R_1 = 85$ мкм зменшується зі зростанням радіуса за степеневим законом, який має вигляд [3, 9]:

$$N(R) = N_1 \left(\frac{R_1}{R} \right)^{\alpha-1}, \quad (2.9)$$

де N_1 - концентрація (м^{-3}) крапель радіусом 85 мкм. Це співвідношення є справедливим до радіуса $R_{\max}$, при якому $N(R_{\max}) = 0,2 \text{ м}^{-3}$. Концентрація більш крупних крапель ($R > R_{\max}$) зменшується значно швидше. Параметр α залежить від форми хмар. Для шаруватих хмар він має значення 7,6, для шарувато-купчастих – 6,3, для шарувато-дощових - 4, для *Cu hum* - 10, для *Cu med* біля 4, для *Cu cong* - біля 3. Ці значення параметра α свідчать про те, що крупні краплі зустрічаються рідко в хмарах *Cu hum*, *Sc* і *St* і відносно часто в хмарах *Ns* і *Cu cong*.

У змішаних хмарах концентрація крапель має той же порядок ($10^2 \text{ К } 10^3 \text{ см}^{-3}$), що і в краплинних хмарах. В той же час концентрація кристалів у цих хмарах має таке ж характерне значення, що і в кристалічних, де концентрація хмарних елементів знаходиться у границях $10 \text{ К } 10^3 \text{ л}^{-1}$. При цьому мінімальні розміри кристалів мають значення біля 10 мкм.

2.2.2 Водність і льодність хмар

Водністю хмар Q_w називають масу води, яка у сконденсованому стані утримується в одиниці об'єму повітря. Ця характеристика мікроструктури має розмірність г/см^3 . Існує ще поняття питомої водності. Питомою водністю δ_w називають масу води, що утримується в одиниці маси повітря. Її розмірність – г/г .

Якщо відома щільність розподілу крапель за розмірами $f(r)$, то очевидно [3, 9]:

$$Q_w = N \rho_w \int_0^{\infty} \frac{4}{3} \pi r^3 f(r) dr \quad (2.10)$$

або

$$Q_w = \frac{4}{3} \pi N \rho_w \int_0^{\infty} r^3 f(r) dr = \frac{4}{3} \pi r_3^3 \rho_w N, \quad (2.11)$$

де N - концентрація крапель,

ρ_w - густина води,

r_3 - середній кубічний радіус (кубічний корінь від третього початкового моменту радіуса крапель).

У випадку, коли хмара кристалічна, замість водності використовується характеристика, яку називають льодність Q_L . Льодність - це маса кристалів льоду, які утримуються в одиниці об'єму хмарного повітря. За визначенням

$$Q_L = \sum_{s=1}^N m_s, \quad (2.12)$$

де m_s - маса s -того кристала, яка залежить від розмірів, форми й густини льоду.

У змішаній хмарі повна водність дорівнює

$$Q = Q_w + Q_L. \quad (2.13)$$

Водність хмар залежить від багатьох факторів й має різне значення навіть у різних частинах однієї хмари. Коливання водності у горизонтальному напрямку визначається відповідними коливаннями розподілу крапель по розмірах й їхніх концентрацій, про які йшлося вище. Але змінювання її у вертикальному напрямку підлягає визначеним закономірностям, на яких ми зупинимось пізніше.

Якщо деякий об'єм хмари підіймається адіабатично, тобто без обміну з оточуючим повітрям теплом і водяною парою, і вся водяна пара, надлишкова у відношенні до стану насичення над водою, конденсується й залишається у цьому ж об'ємі, не випадаючи з нього, то маса пари, яка сконденсується таким чином, що утримується в одиниці об'єму повітря, називається адіабатичною водністю Q_{wa} . Адіабатична водність залежить від температури й тиску повітря на рівні конденсації, на якому досягається стан насичення, й висоти над нижньою границею хмари.

Відповідно до визначення

$$\frac{Q_{wa}}{\rho(z)} = S_{w_0}(T_0, p_0) - S_{w_z}(T_z, p_z), \quad (2.14)$$

де S_{w_0} , S_{w_z} - масова частка пари при насиченні над водою на рівні конденсації $z = 0$ й на висоті z відповідно, T , p - температура й тиск на цих рівнях, $\rho(z)$ - густина повітря на висоті z . Для розрахунків зручно використовувати апроксимаційну формулу [3, 9]

$$Q_{wa} = (\epsilon_1 + \epsilon_2 t_0)z + [\epsilon_3 + t_0(\epsilon_4 + \epsilon_5 t_0)]z^2, \quad (2.15)$$

яка дає точність не нижче 6% в області $t_z > -35^\circ \text{C}$ і $z > 0,1$ км. Формула дає значення адіабатичної водності в розмірності г/м^3 . У цій формулі t_0 - температура $^\circ \text{C}$ на рівні конденсації, z - висота над ним, а коефіцієнти ϵ_i визначаються формулою

$$\epsilon_i = c_i + d_i p_0, \quad (2.16)$$

де p_0 - тиск на рівні конденсації, а коефіцієнти c_i і d_i ($i=1,5$) приводяться нижче

i	1	2	3	4	5
c_i	0,657	2,55 10	-5,03 10	1,89 10	-6,82 10
d_i	9,2 10	4,6 10	-1,6 10	-3,9 10	1,8 10

Уявлення про значення Q_{wa} дає табл. 2.2.

Таблиця 2.2 – Значення Q_{wa} (г/м^3) при $p_0 = 850$ гПа у залежності від t і z (при насиченні пари відносно води)

$t_0^\circ \text{C}$	z км					
	0,5	1,0	2,0	3,0	4,0	5,0
10	0,94	1,75	3,01	3,86	4,34	4,53
0	0,71	1,30	2,12	2,57	2,72	2,67
-10	0,47	0,83	1,27	1,44	-	-

У хмарах водність, як правило, значно нижча, ніж Q_{wa} . Крім того, не так різко проявляється її залежність від t_0 і, особливо, від z . Різниця між Q_w і Q_{wa} обумовлена, головним чином, неадіабатичністю реальних процесів і утворенням опадів.

Для ряду практичних задач треба знати про характер просторової мінливості, насамперед особливості її розподілу по висоті у хмарах різних форм. У хмарах типу St , Sc товщиною до 600-700 м водність зростає з висотою майже до самої верхньої межі, біля якої вона різко зменшується. При товщинах хмар, більших за 700 м, водність у середньому зменшується з висотою. Хід середньої водності у хмарах цих форм при різних температурах зображується на рис. 2.4. Така залежність її від температури й висоти з достатньою точністю описується співвідношенням [3, 9]

$$\bar{Q} = A(1 + \epsilon t_0) \left(1 + a_1 z + a_2 z^2 + a_3 z^3 \right), \quad (2.17)$$

де t_0 і z - температура на нижній границі хмари й висота над нею, відповідно. Якщо z має розмірність км, а t_0 у $^{\circ}\text{C}$, то для St , Sc коефіцієнти у формулі (2.17) мають такі значення: $A = 0,13 \text{ г/м}^3$; $\epsilon = 3,7 \cdot 10^{-2} (^{\circ}\text{C})$; $a_1 = 5,0 \text{ км}^{-1}$; $a_2 = -6,0 \text{ км}^{-2}$; $a_3 = 2,1 \text{ км}^{-3}$. Зазначена вище формула може використовуватися при $z > 0,1 \text{ км}$. У шарі атмосфери нижче за 0,1 км $\bar{Q}$ швидко зменшується до нуля.

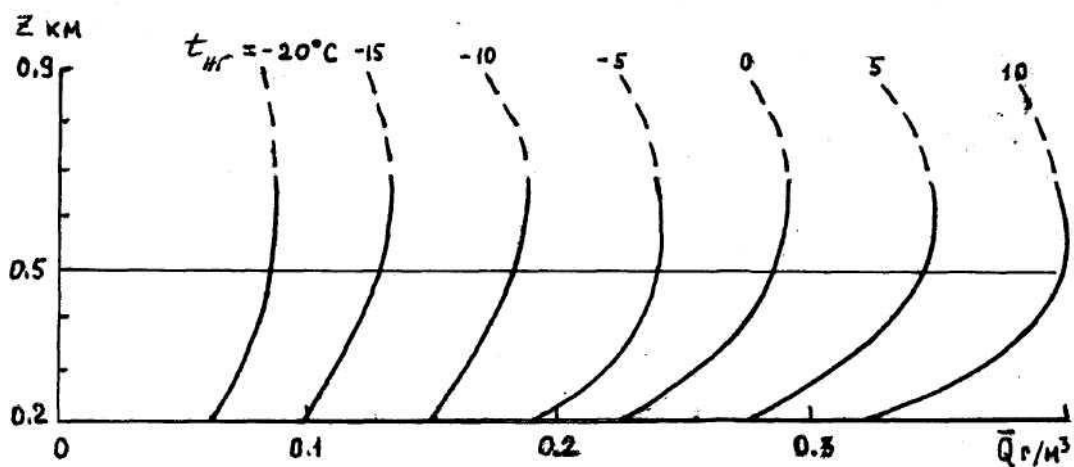


Рис. 2.4 – Хід середньої водності $\bar{Q}$ з висотою у хмарах St , Sc при різних температурах t_{Hr} біля нижньої межі

Змінювання середньої водності у рідко краплинній частині шарувато-дощових хмар зображається на рис. 3.7. У цій частині Ns середня водність у шарі $z > 0,1 \text{ км}$ мало змінюється з висотою, а при $z < 0,1 \text{ км}$ вона швидко зменшується до нуля. Розподіл середньої водності по висоті при $z > 0,1 \text{ км}$ у хмарах Ns визначається емпіричною формулою

$$\bar{Q} = \left(1 + \epsilon_1 t_0 + \epsilon_2 t_0^2 \right) \left(1 + a_1 z + a_2 z^2 \right). \quad (2.18)$$

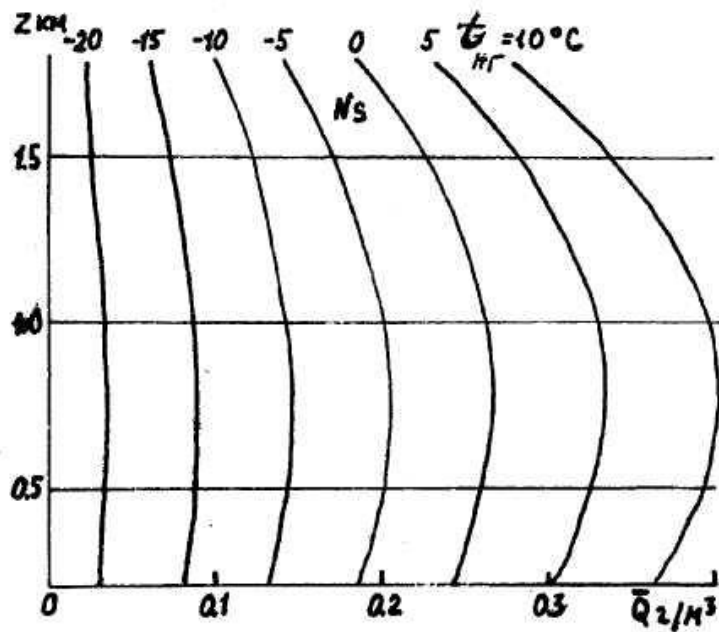


Рис. 2.5 – Хід середньої водності $\bar{Q}$ з висотою у хмарах N_s при різній температурі Q_{H_2} біля нижньої межі

Якщо, як і раніше, виразити t_0 у $^{\circ}\text{C}$, а z - у кілометрах, то $A = 0,22 \text{ г/м}^3$, а коефіцієнти a_i і ϵ_i мають значення, які приводяться нижче [3, 9].

i	1	2
a_i	$0,55 \text{ км}^{-1}$	$-0,35 \text{ км}^{-2}$
ϵ_i	$4,8 \cdot 10^{-2} (^{\circ}\text{C})$	$2 \cdot 10^{-4} (^{\circ}\text{C})^{-2}$

Підкреслимо, що емпіричні дані, за якими побудовані графіки на рис. 2.5 і формула (2.18), характеризують середню водність у нижній 2-кілометровій частині N_s , яка складається переважно із крапель.

Вертикальний профіль водності в конвективній хмарі суттєво відрізняється від розглянутих. Для середнього значення водності вертикальні профілі в конвективних хмарах різної могутності зображаються на рис. 2.6. Як видно, від останньої значно залежить значення максимальної водності і висоти рівня, на якому він спостерігається. Форма вертикального профілю практично не залежить від могутності хмар купчастих форм і характеризується безперервним зростанням водності з висотою до точки максимуму, яка розташовується в верхній частині хмари, потім різким падінням до нуля на верхній границі хмари.

Криві, що знаходяться на рис. 2.6, задовільно апроксимуються бета-розподілом

$$\frac{\bar{Q}(\xi)}{\bar{Q}_m} = \left(\frac{\xi}{\xi_0} \right)^m \left(\frac{1-\xi}{1-\xi_0} \right)^n, \quad (2.19)$$

де $\xi = z/H$, z - висота над основою хмари, H - могутність хмари, Q_m - значення водності в точці максимуму, m , n - параметри. Результати зондування купчастих хмар за допомогою спеціального обладнання, установленого на літаку-лабораторії, яке проводилось над районами степової частини України дали такі значення параметрів формули (2.19), $\xi \approx 0,8$; $\bar{m} = 2,8$; $\bar{n} = 0,57$ і $\xi_0 = m/(m+n) = 0,83$.

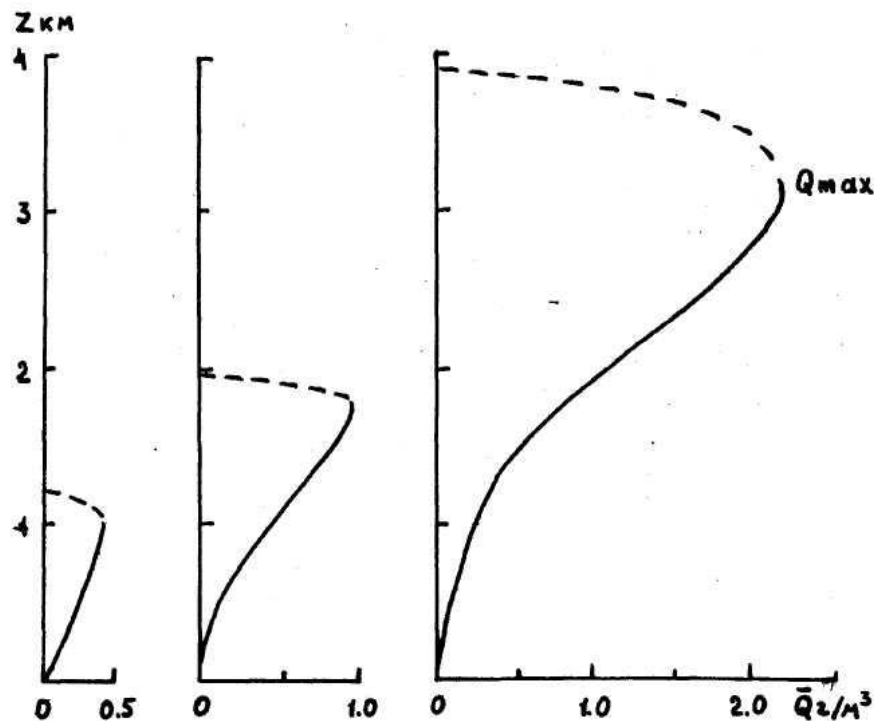


Рис. 2.6 – Характерні вертикальні профілі середньої по перерізу водності у конвективних хмарах

Значення Q_m залежить від могутності хмари H і температури біля нижньої її границі $t_{нг}$. З похибкою не більше 30% визначається діаграмою, що показана на рис. 2.7. Для приблизних оцінок можна прийняти, що середня водність у купчастій хмарі могутністю до 3 км, якщо її вимірювати в $г/м^3$, втричі менша могутності хмари в кілометрах [3, 9].

У випадку більш могутніх конвективних хмар часто зустрічаються вертикальні профілі водності з двома максимумами, що можна пояснити

наявністю в таких хмарах двох конвективно-нестійких шарів. Частинний мінімум водності у такій хмарі розташовується на висоті 2,5-3 км.

Як і розподіл крапель за розмірами та концентрація, водність характеризується значною мінливістю. Коливання її тим більші, чим менший масштаб осереднення. Якщо провести осереднення водності по горизонтальних масштабах 10 м, то довжини однорідних лінійних ділянок, тобто ділянок, на протязі яких водність зменшується не більше ніж удвічі, коливаються від 0,5...0,7 км до декількох кілометрів. У хмарах St , Sc , Ac і Cs вони досягають 0,5...1,5 км, у хмарах As - Cs - удвічі більші, у хмарах Ns - 1,0...2,0 км.

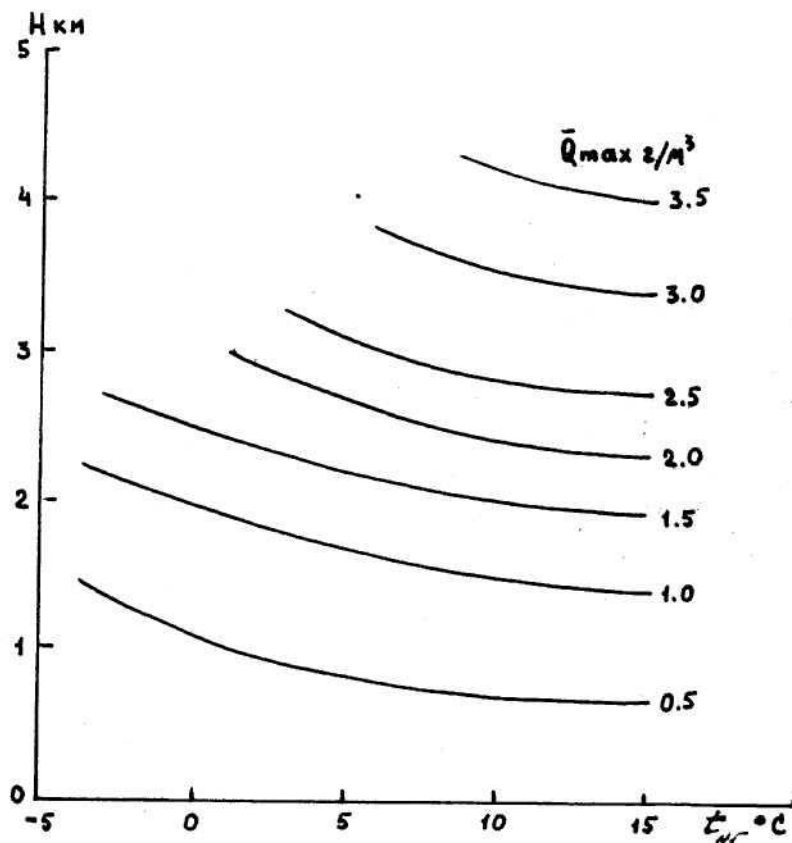


Рис. 2.7 – Діаграма для оцінки максимального значення середньої по перерізу водності $\bar{Q}_{\max}$ в конвективній хмарі могутністю H з температурою біля нижньої границі t_{H2}

Як і для водності, існує поняття адіабатичної льодності. При її розрахунках вважають, що на кристалах при їх підйомі відбувається сублимація водяної пари, надмірної відносно стану насичення над поверхнею льоду. Оскільки при одній і тій же температурі тиск насичення над водою E більший тиск насичення над льодом E_d , то на поверхню льоду перейде надлишок водяної пари, який збільшить адіабатичну льодність порівняно до адіабатичної водності на величину [3, 9]

$$\Delta Q_{al} = \frac{E - E_L}{RnT}, \quad (2.20)$$

тобто

$$\Delta Q_{al} = Q_{wa} + \frac{E - E_L}{RnT}. \quad (2.21)$$

З технічної точки зору вимірювання льодності – це більш складна задача, ніж вимірювання водності у краплинних хмарах. Тому до цієї пори накопичено небагато даних про льодність хмар. Тільки для хмар верхнього ярусу (C_i, C_s) цих даних достатньо, щоб побудувати відповідну для помірних широт емпіричну модель інтегрального розподілу значень льодності при різних інтервалах температур. Вона приводиться на рис.2.8.

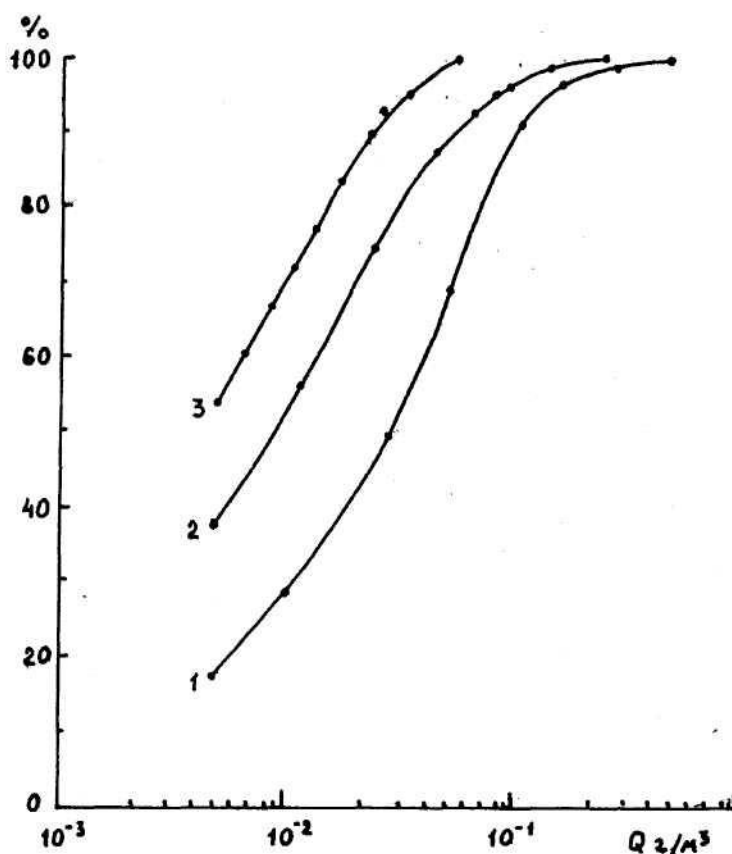


Рис. 2.8 – Повторюваність (%) різних значень льодності Q в хмарах верхнього ярусу у помірних широтах при різних температурах.

1 – $t = -10 \dots -30$ °C; 2 – $t = -30 \dots -50$ °C; 3 – $t < -50$ °C.

Загальна тривалість польотів у хмарах склала біля $5 \cdot 10^3$ км у першому випадку, біля 10^4 км – у другому і 160 км – у третьому

Нагадаємо, що адіабатичні водність і льодність визначаються при умові, що краплі й кристали не випадають із об'єму хмари, де вони утворюються. Отже, якби зі змішаних хмар опади не випадали, то льодність повинна бути більша від водності при аналогічних умовах (при тій ж температурі й висоті над нижньою границею хмари, при тому ж характерні переміщування тощо). В той же час, як показують дані, льодність кристалічних хмар майже на порядок менша водності при тому ж діапазоні температур [3, 9].

Значення льодності для хмар різних форм, як показали дослідження, у цілому описуються кривою повторюваності, яка відбивається рівнянням

$$n(Q_{li}) = 100 \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{Q_{li}}{Q_0} \right)^{1/2} \right] \right\}, \quad (2.22)$$

де $Q_0 = 2,3 \cdot 10^{-2} \text{ г/м}^3$ при температурі $-4^\circ\text{К} - 5^\circ\text{С}$. Для діапазону температур $-2^\circ\text{К} - 3^\circ\text{С}$ значення Q_0 збільшується в 1,5 рази, при температурі -13°С - утричі.

На відміну від водності краплинних хмар льодність у середньому зменшується з висотою майже удвічі при підйомі на 1 км над нижньою границею кристалічної хмари.

2.3 Динаміка утворення шаруватоподібних хмар

4.1.1 Вплив упорядкованих і турбулентних рухів

Хмари є одним з елементів кругообігу води в системі Земля-атмосфера. Утворення й еволюція хмар обумовлюються фізичними процесами, що розвиваються в атмосфері, з якої хмари отримують запаси водяної пари. Але, в свою чергу, хмари дуже впливають на розподіл характеристик атмосфери. По-перше, вони виступають у ролі регулятора радіаційних процесів, по-друге, роблять визначний внесок в процеси перетворення енергії в атмосфері завдяки фазовим переходам води.

Незважаючи на те, що в атмосфері утримується в стані водяної пари біля $13\,000 \text{ км}^3$ води, водяна пара у середньому перебуває в стані далекому від стану насичення. Біля земної поверхні відносна вологість повітря найчастіше дорівнює 60-70% й зменшується в 2-3 рази в області тропопаузи. Тому для виникнення хмар повинен бути локальне зрістання відносної вологості, завдяки якому у тій або іншій частині атмосфери водяна пара стала б насиченою. Крім того, потрібно, щоб у зоні насичення була достатньою кількість ядер конденсації або при низьких від'ємних температурах ядер льодоутворення.

Зростання відносної вологості може обумовлюватись, як вже добре відомо, припливом водяної пари чи зниженням температури, або під дією обох факторів разом. Причиною зниження температури можуть бути як адіабатичні, так і неадіабатичні процеси. Близьким до адіабатичного є процес охолодження повітря при вертикальних підйомах часток повітря. Основними неадіабатичними процесами, які чинять вплив на хмароутворення, є фазові переходи води, процес перетворення радіаційних потоків, турбулентний теплообмін атмосфери з підстильною поверхнею та сусідніми шарами атмосфери. Найбільш значним є внесок неадіабатичних процесів при утворенні низьких хмар шаруватих форм [9].

Вихідні рівняння притоку тепла й водяної пари, які враховують зазначені вище процеси, мають вигляд

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + \frac{Lv}{c_p \rho}, \quad (2.23)$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial s}{\partial z} \right) - \frac{v}{\rho}, \quad (2.24)$$

де θ - потенціальна температура, s - масова частка водяної пари, v - абсолютна швидкість конденсації водяної пари, тобто маса водяної пари, що конденсується за одиницю часу в одиничному об'ємі повітря. Перші члени правих частин рівнянь (2.23) і (2.24) описують вплив турбулентності атмосфери, другі – вплив конденсації пари на змінення тепловмісту й масової долі пари повітря в хмарі. У рівнянні (2.23) знехтувано членом, що характеризує радіаційний приплив тепла. Але його роль є суттєвою лише поблизу від границь хмари. Роль радіаційних процесів при хмароутворенні буде докладно розглянута пізніше.

Крім того в рівняннях (2.23) – (2.24) знехтувано членами, які враховують горизонтальний турбулентний обмін. Це має рацію, якщо процеси біля бокових меж хмар не розглядаються.

До системи рівнянь (2.23) – (2.24) для хмар, де водяна пара знаходиться у стані насичення, треба додати співвідношення

$$s = s_m = 0,622 \frac{E(T)}{P}. \quad (2.25)$$

Як відомо, рівняння (2.23) і (2.22) характеризують змінення за часом температури й масової частки водяної пари в частках повітря, що переносяться уздовж потоку повітря. Визначимо змінення їх у деякій точці простору, для чого перейдемо у лівих частинах цих рівнянь від індивідуальних до частинних похідних.

Будемо мати:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = - \left(u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) - w \frac{\partial \theta}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + \frac{Lv}{c_p \rho}, \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial s}{\partial t} = - \left(u \frac{\partial s}{\partial x} + v \frac{\partial s}{\partial y} \right) - w \frac{\partial s}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial s}{\partial z} \right) - \frac{v}{\rho}. \quad (2.27)$$

Рівняння (2.26) і (2.27) показують, що в деякій точці хмари змінення температури й вологості повітря обумовлюються адвекцією, упорядкованими вертикальними рухами, турбулентністю атмосфери й конденсаційним припливом тепла, стоком водяної пари. Таким чином рівняння (2.26) і (2.27) описують всі фізичні механізми, які мають велике значення при хмароутворенні [9].

Безпосередній розв'язок системи (2.23)-(2.24) поєднується з великими труднощами. По-перше, якщо з цієї системи вилучити s і v , то отримаємо дуже складне диференціальне рівняння відносно потенціальної температури, яке є нелінійним, має змінні коефіцієнти й досить складні праві частини. По-друге, шукані функції повинні задовольняти умовам на рухомих межах хмари, що ускладнює розв'язок системи (2.23)-(2.24) ще більше. По-третє, невідомим є момент початку хмароутворення і, разом з цим, момент переходу від системи рівнянь переносу тепла і пари у безхмарній атмосфері до системи (2.23)-(2.25).

Л.Т. Матвеевим був опрацьований метод, у якому усунуті найбільш суттєві труднощі з перелічених. Основою методу є передумова про повне захоплення хмарних елементів (крапель та кристалів льоду) турбулентними молями. Вона підтверджується розрахунками, які показали, що краплі радіусом $r < 100$ мкм, а такі краплі складають в основному спектр крапель хмар, повністю приймають участь у турбулентних рухах часток повітря. Отже, при повному захопленні крапель й кристалів у хмарі рівняння переносу водності має вид

$$\frac{d\delta_w}{dt} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial \hat{s}}{\partial z} \right) + \frac{v}{\rho}, \quad (2.28)$$

де δ_w - питома водність хмари.

Складемо рівняння (2.24) і (2.28). Будемо мати:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial \hat{s}}{\partial z} \right). \quad (2.29)$$

Якщо помножити рівняння (4.2) на $\frac{L}{c_p}$ і скласти його з рівнянням (2.23),

то отримаємо

$$\frac{d\Pi}{dt} = \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial \Pi}{\partial t} \right). \quad (2.30)$$

В рівнянні (2.29) $\mathcal{Q} = s + \delta_w$ - питомий вологовміст. Питомим вологовмістом називають масу водяної пари, крапель і кристалів льоду в одиниці маси повітря. Функція $\Pi(x, y, z, t)$ у рівнянні (2.30), очевидно, дорівнює:

$$\Pi(x, y, z, t) + \frac{L}{c_p} s(x, y, z, t). \quad (2.31)$$

Рівняння (2.29) і (2.30) еквівалентні рівнянням

$$\frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial t} = - \left(u \frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial x} + v \frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial y} \right) - w \frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial z} \right), \quad (2.32)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial t} = - \left(u \frac{\partial \Pi}{\partial x} + v \frac{\partial \Pi}{\partial y} \right) - w \frac{\partial \Pi}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left(k \frac{\partial \Pi}{\partial z} \right). \quad (2.33)$$

В результаті зазначених перетворень отримані рівняння, де швидкість конденсації v - відсутня [9].

Рівняння (2.29) і (2.30) дають змогу прийти до цікавих висновків. По-перше, вони показують, що функції $\mathcal{Q}$ і Π у повітряній масі, що рухається, змінюються за часом тільки під впливом турбулентного обміну. По-друге, у випадку, коли турбулентність відсутня, $\frac{d\mathcal{Q}}{dt} = \frac{d\Pi}{dt} = 0$. Фізичний сенс

цього результату полягає в тому, що при відсутності турбулентності $\Pi = \text{const}$, $\mathcal{Q} = \text{const}$, тобто ці функції представляють собою інваріанти, які зберігають постійне значення за часом як до початку конденсації водяної пари, так і в процесі утворення й еволюції хмар.

Розв'язок рівнянь (2.29) і (2.30) при відповідних граничних умовах (однією з них може бути така: $\mathcal{Q} = s_1(x, y, t)$ при $z = 0$, $s = s_2(x, y, t)$ при $z = H$, де H - висота тропопаузи, s_1 і s_2 - масові частки водяної пари на зазначених висотах як функції горизонтальних координат й часу) дає можливість отримати

$$\mathcal{Q}(x, y, z, t) = f_1(x, y, z, t), \quad (2.34)$$

$$\Pi(x, y, z, t) = f_2(x, y, z, t), \quad (2.35)$$

на основі яких можна визначити температуру і водність хмари при заданих швидкостях упорядкованих рухів і інтенсивності турбулентності атмосфери, яку характеризує значення коефіцієнта турбулентності k .

Отже, виникають питання про характеристики упорядкованих і турбулентних рухів у хмарах шаруватих форм.

Основним джерелом крупномасштабних вертикальних рухів у тропосфері є агеострофічні відхилення швидкості вітру, що викликаються приземним тертям, турбулентною в'язкістю повітря й нестационарністю крупномасштабних повітряних рухів. Перші два фактори мають найбільше значення у граничному шарі атмосфери, а нестационарність (тобто прискорення руху) існує на всіх висотах.

Агеострофічність потоків у центральній частині циклонів і в області баричних угловин приводить до конвергенції (збіжності) потоків і, таким чином, до підйому повітря, а в антициклонах і баричних гребенях – до дивергенції (розбіжності) вітру й осідання повітря (низхідні вертикальні рухи).

Середня швидкість крупномасштабних упорядкованих вертикальних рухів у циклонах помірних широт не перевищує десятків см/с.

Наявність зв'язку між упорядкованими вертикальними рухами й хмарами шаруватих форм проявляється у тому, що системи хмар N_s - A_s спостерігаються лише в областях упорядкованих вертикальних рухів. У областях, де $W < 0$, хмари вище граничного шару зустрічаються лише в 7% випадків. Найбільш інтенсивні й тривалі опади спостерігаються саме в циклонах і баричних улоговинах тобто там, де існують упорядковані вертикальні токи [9].

Разом з тим, хмари шаруватих форм часто мають і внутрішньомасове походження. Наприклад над Україною хмари шаруватих форм у 58% випадків спостерігаються в області антициклонів, з якими зв'язані низхідні крупномасштабні вертикальні рухи, а в 17% випадків – у мало градієнтних баричних полях. Отже, утворення хмар шаруватих форм може бути обумовлено не тільки упорядкованими висхідними рухами, але й іншими факторами, наприклад, атмосферою турбулентністю.

Вклад турбулентності можна уявити собі таким чином. Шаруваті хмари найчастіше формуються під затримуючими (як правило, інверсійними) шарами. При цьому нижче нижньої межі інверсії термічна стратифікація стійка, тобто $\gamma < \gamma_a$. Як відомо, в стійких шарах у результаті турбулентного перемішування значення γ збільшується й наближається до γ_a . Тому в верхній частині шару з розвиненою турбулентністю температура поступово зменшується. Це приводить до збільшення відносної вологості повітря. Її збільшенню сприяє не тільки зазначена перебудова стратифікації атмосфери, але й турбулентний перенос вологи з нижньої, тобто більш багатой водяною парою, частини шару перемішування в верхню.

Те, що турбулентність є важливим фактором хмароутворення для шаруватих хмар, підтверджують і статистичні дані. У табл. 2.3

приводяться значення коефіцієнтів турбулентності, які були отримані за вимірюваннями за допомогою літаків.

З табл. 2.3 випливає, що у хмарах шаруватих форм коефіцієнт турбулентності має більші значення, ніж при їх відсутності.

Таблиця 2.3 – Середні значення коефіцієнта турбулентності
($\text{м}^2/\text{с}$) для St і Sc

Форма хмар	Сезон	k	Число вимірювань
Sc	літо	28,2	25
Sc	зима	21,2	28
St	зима	20,9	111
Відсутні	зима	17,8	56

У 80-89% випадків, як показали вимірювання, $k < 75 \text{ м}^2/\text{с}$. У середині підінверсійних St і Sc постерігається локальний максимум коефіцієнта турбулентності. Часто вертикальний профіль коефіцієнта турбулентності є двогорбим, причому нижній максимум розташовується біля земної поверхні, а верхній – у верхній половині хмари.

Табл. 2.4 утримує дані про значення коефіцієнта турбулентності для хмар шаруватих форм, що пов'язані з атмосферними фронтами й на деяких висотах при ясному небі. Нагадаємо, що атмосферним фронтом називається поверхня поділу між двома повітряними масами з різними фізичними властивостями.

Таблиця 2.4 – Середні й максимальні значення коефіцієнта турбулентності ($\text{м}^2/\text{с}$) у хмарах атмосферних фронтів й при ясному небі

Значення	Хмари				Ясне небо		
	Cs	Ac	As	Ns	$z < 2 \text{ км}$	2-8км	8-12км
Тепле півріччя							
Середнє	31	68	58	46	24	22	18
максимальне	101	109	89	92	35	42	34
Холодне півріччя							
Середнє		46	43	34	22	20	6
максимальне		79	62	66	38	55	14

Атмосферні fronti розташовуються в баричних улоговинах, з якими пов'язані упорядковані висхідні рухи. Але і турбулентні рухи в зоні атмосферних фронтів проявляються дуже добре.

Видно, що в зазначених хмарах коефіцієнти турбулентності значно більші, ніж при ясному небі.

Дуже великою є мінливість турбулентності по горизонталі в фронтальних хмарах. Вона проявляється як у тому, що ділянки з інтенсивною турбулентністю чергуються з ділянками, де турбулентність незначна, так і у великих різницях амплітуд і масштабів турбулентних пульсацій на одній висоті. У більшості випадків розміри індивідуальних турбулентних ділянок не перевищують 15-20км.

2.3.2 Вплив радіаційного фактора на хмароутворення

У початковій стадії утворення хмари роль радіаційного теплообміну не значна. Навіть в умовах насичення повітря парою радіаційний приплив тепла приблизно в 100 разів менший від припливу, що обумовлюється конденсацією водяної пари. Після утворення хмари вклад радіаційного фактора стає більш суттєвим. Навіть при невеликій водності хмар радіаційне вихолоджування збільшується в декілька разів, оскільки коефіцієнт поглинення крапель і кристалів на порядок перевищує коефіцієнт поглинення водяної пари.

Роль радіаційних факторів зростає при збільшенні тривалості «життя» хмари. Оскільки шаровидні хмари існують більш тривалий час, на них радіація впливає в найбільшій мірі.

Радіаційне змінювання температури виявляється в основному у шарі товщиною майже сто метрів безпосередньо біля границь хмари. В останній частині хмари виконуються умови променистої рівноваги і температура не змінюється.

Майже вся довгохвильова радіація, що надходить до шаровидної хмари зверху, поглинається у її верхній частині. Але температура верхньої частини хмари в цілому знижується, оскільки радіаційне вихолоджування хмари, яке обумовлюється її власним випромінюванням відбувається значно швидше, ніж нагрівання. Виділення при цьому теплоти фазових переходів приводить до зменшення охолоджування лише на 20-30%. За теоретичними і експериментальними даними у хмарі, яка складається з одного суцільного шару, швидкість радіаційного вихолоджування верхньої межі може дорівнювати від сотих часток до декількох градусів за годину. Вихолоджування спочатку відбувається дуже швидко, потім поступово сповільнюється [9].

Оскільки радіаційне вихолоджування верхньої окрайки хмари йде більш інтенсивно, ніж надхмарного повітря, то над хмарою й частково у середині її верхньої частини утворюється температурна інверсія. Отже, шаровидні хмари не тільки посилюють надхмарну інверсію, але можуть самі її породжувати.

Звичайно, променисті процеси не завжди відіграють головну роль в утворенні надхмарних інверсій. Наприклад, коли хмара складається з двох шарів, досить часто інверсія спостерігається не тільки над верхнім, але і над нижнім шаром. Проте цей ефект пояснити впливом радіації неможливо.

Радіаційне вихолодження верхньої частини хмари у великій мірі залежить від характеристик надхмарного повітря, особливо від його вологості. Зі зменшенням останньої воно зростає. Наявність над шаровидною хмарою шарів повітря з підвищеною вологістю, з серпанком і тим більш з іншими, не обов'язково шаровидними, хмарами приводить до ослаблення радіаційного вихолодження біля верхньої окрайки хмари.

Радіаційне вихолодження верхньої частини шаровидної хмари приводить до збільшення водності хмари і висоти її верхньої границі. Біля нижньої границі завдяки невеликого зростання температури водності трохи зменшується.

Розглянуті вище оцінки впливу радіації на температуру шаровидної хмари зроблені без урахування турбулентного перемішування. Під його впливом радіаційне охолодження або нагрівання поширюється на значно більшу глибину, а величина його зменшується. Наприклад, якщо коефіцієнт турбулентності дорівнює $10 \text{ м}^2/\text{с}$, то шар, у якому спостерігається радіаційне вихолодження, збільшується приблизно удвічі порівняно з винятком, коли він дорівнює нулю.

У цілому, хмара відіграє для тропосфери роль охолоджувача. Навіть при наявності одного шару хмар шаровидних форм вони дають майже половину радіаційного вихолодження атмосфери. Якщо хмара складається з декількох шарів, цей ефект збільшується до 80%.

Реальні атмосферні процеси виявляються більш складними, ніж окремі фізичні механізми, що розглядалися. Наприклад, сполучення радіаційного вихолодження верхньої частини шаровидної хмари з нагріванням її нижньої частини приводить до збільшення вертикального градієнта температури і, таким чином, до посилення турбулентного перемішування у середині хмари. Отже, вплив турбулентності у такому випадку збільшується, а відносна роль радіаційних факторів зменшується.

Великий вплив на інтенсивність радіаційних процесів у хмарах чинять їх водозапаси. Як показали дослідження, ефективна випромінювальна (поглинальна) здатність ε хмар St , Sc , Ns , As , що розраховувалась по низхідним потокам теплової інфрачервоної радіації, залежить від вологозапасу m хмари за законом [9]

$$\varepsilon = 1 - \exp(-0,158m), \quad (2.36)$$

де m у $\text{г}/\text{м}^2$.

У таблиці 2.5 містяться значення середніх швидкостей радіаційного змінення температури для хмар різних ярусів і при відсутності хмар. В

останньому випадку розглядався шар атмосфери між поверхнею Землі й висотою 3 км.

Таблиця 2.5 – Середні швидкості радіаційного змінення температури повітря при наявності хмар різних ярусів ($^{\circ}\text{C}/\text{годину}$)

Хмари	Сезон	Швидкість радіаційного змінення температури			
		Під хмарою	На нижній границі	У середині хмари	На верхній границі
Безхмарно	Зима	-0,034	-	-	-
	Літо	-0,048	-	-	-
Ac, As	Зима	-0,011	0,031	-0,062	-0,094
	Літо	-0,014	0,061	-0,066	-0,141
Sc, St	Зима	-0,009	0,006	-0,019	-0,158
	Літо	-0,000	0,012	-0,008	-0,078
Ns – As	Зима	0,000	-0,004	-0,013	-0,031
	літо	0,014	0,016	-0,049	-0,169

Ці результати отримані шляхом узагальнення великого обсягу даних актинометричних радіозондів. Видно, що описані фізичні механізми впливу радіаційних процесів на температурні характеристики хмар підтверджуються експериментальними даними.

2.4 Фізичні умови утворення хвилеподібних хмар

Атмосферні рухи відносно земної поверхні не обмежуються вже розглянутими упорядкованими горизонтальними і вертикальними переносами повітря та неупорядкованими турбулентними рухами. Для атмосфери характерна також наявність і хвильових збурень різних довжин хвиль та амплітуд.

В атмосфері спостерігається цілий спектр масштабів процесів, що формуються під дією різноманітних факторів. Відповідно до прийнятої класифікації часові масштаби атмосферних процесів τ підрозділяються на: α - макромасштаб (τ - неділі), β - макромасштаб (τ - до неділі), α - мезамасштаб (τ до декількох діб), β - мезамасштаб (τ - від доби до декількох годин), γ - мезамасштаб (τ - від години до десятків хвилин), α - мікромасштаб (τ - від десятків хвилин до хвилини), β - мікромасштаб (τ - десятки секунд) і γ - мікромасштаб (τ - декілька секунд) [3, 9].

З точки зору процесів хмароутворення найбільший інтерес являють ті хвильові рухи, які виникають у шарах з інтенсивністю або дуже стійкою температурною стратифікацією, які часто називають затримуючими шарами, а також хвилі, що утворюються при обтіканні потоком гір або височин. Ці хвильові збурення в атмосфері називають внутрішніми

гравітаційними хвилями, або хвилями Гельмгольца. Вони утворюються, коли при переході через затримуючий шар повітря відбувається розрив горизонтальної складової швидкості вітру разом із стрибкоподібним змінням густини повітря.

Якщо припустити, що деяка поверхня розділяє повітряні потоки з різною температурою (густиною) й різними швидкостями, рухи повітря є плоскими, а швидкість й температура дорівнюють u_B, T_B вище розділяючої поверхні й u_H, T_H - нижче поверхні, причому у кожному з шарів повітря швидкість вітру й температура не змінюються з висотою, то швидкість поширювання хвилі c (фазову швидкість) можна визначити формулою [9]:

$$c = \frac{T_B u_H + T_H u_B}{T_H + T_B} \pm \sqrt{\frac{g \lambda}{2\pi} \frac{T_B - T_H}{T_B + T_H} - T_B T_H \frac{(u_B - u_H)^2}{(T_B + T_H)^2}}, \quad (2.36)$$

де λ - довжина хвилі.

При деяких співвідношеннях між T_H, T_B, u_H і u_B функція, що розташовується під коренем квадратним, може стати від'ємною, а величина c - комплексною функцією. У цьому випадку хвилі існувати не можуть. Граничним є випадок, коли корінь квадратний дорівнює нулю. Це дає критичне значення довжини хвилі $\lambda = \lambda_{кр}$. Отже,

$$\frac{g \lambda_{кр}}{2\pi} \frac{T_B - T_H}{T_B + T_H} - T_H T_B \frac{(u_B - u_H)^2}{(T_B - T_H)^2} = 0. \quad (2.37)$$

Звідки

$$\lambda_{кр} = \frac{2\pi}{g} T_H T_B \frac{u_B^2 - u_H^2}{T_B^2 - T_H^2}. \quad (2.38)$$

Всі хвилі, для яких $\lambda > \lambda_{кр}$, є стійкими, тобто такими, у яких амплітуда не змінюється. Хвилі, що мають $\lambda < \lambda_{кр}$ - нестійкі. Їх амплітуда збільшується за часом.

Згідно з формулою (2.38), $\lambda_{кр}$ зростає зі збільшенням $\Delta u = u_B - u_H$ і зменшенням $\Delta T = T_B - T_H$. Розрахунки показують, що за умов, які можуть спостерігатись в атмосфері, $\lambda_{кр}$ змінюються від сотень метрів до 5-8 км. Швидкість поширювання цих хвиль, очевидно, дорівнює

$$c^* = \frac{T_B u_H + T_H u_B}{2} \approx \frac{u_H + u_B}{2}. \quad (2.39)$$

Якщо довжина хвилі $\lambda < \lambda_{кр}$, то фазова швидкість такої хвилі може бути і більше і менше за c^* .

Під впливом таких хвильових рухів за визначених умов можуть утворюватися хвильоподібні хмари, які мають вигляд поширеного по горизонталі на десятки і сотні кілометрів шару, який складається з валів, гряд, плит.

При достатній вологості повітря в гребенях хвиль висхідні рухи приводять до конденсації водяної пари й утворення хмарних хвиль. Такі хмарні утворення можуть виникати у будь-якому ярусі. В нижньому ярусі – це λ - довжина хвилі. В проміжках між валами загальне рівномірне опускання повітря приводить до утворення просвітів. Якщо вологість повітря велика, то просвіти можуть бути відсутніми.

Як показують спостереження, у шарувато-купчастих хмарах на висотах 0,3...1,9 км довжина хвилі $\lambda = 0,87$ К 6,7 км з середнім значенням $\bar{\lambda} = 2,46$ км. Хвилі такої довжини відносяться до γ - мезомасштабу й α - мікромасштабу.

Коли хвилі Гельмгольца стають нестійкими ($\lambda < \lambda_{кр}$), вони закручуються й перетворюються у ряд вихорів. На рис. 2.9 зображаються результати горизонтального зондування хвильоподібних хмар за допомогою літака-лабораторії. На ньому можна бачити приклади утворення хмарних шарів з вихорами, причому областям з висхідними рухами повітря $w > 0$ (на даному рівні польоту) відповідає падіння потенціальної температури, і навпаки. Спостерігаються й більш дрібні турбулентні вихори, які визначаються пульсаціями вертикальної швидкості w і потенціальної температури θ [3, 4, 9].

Хвильоподібні хмари можуть формуватись не тільки під дією хвиль Гельмгольца, а й під впливом чарункові конвекції.

При утворенні хвильоподібних хмар конденсація водяної пари сприяє зростанню нестійкості хмарного шару, що характеризується значенням вертикального градієнту температури $\gamma > \gamma'_a$. Тоді у гребенях хвиль може виникнути конвекція, спочатку така, що приводить до утворення *As cuf* (купчаста конвекція), потім чарункова Її елементи переносяться як ціле потоком. При чарунковій конвекції весь під інверсійний шар розпадається на ряд квадратних або шестикутних чарунок. Горизонтальні розміри чарунки D досягають декілька кілометрів, вертикальні розміри h : 1–2 км. Відношення розмірів чарунок D і h теоретично дорівнюють близько 3, але в реальній атмосфері – значно більше – 11 – 16. Вертикальні градієнти (зсуви) вектора вітру дуже малі, в той час, коли вертикальні градієнти температури у конвективному шарі близькі до адіабатичного градієнта. Над конвективним шаром розташовується затримуючий, тобто дуже стійкий шар. Висхідні рухи можуть бути в центрі, а низхідні – на

периферії чарунки. Такі чарунки називаються закритими. Спостерігаються й відкриті ячейки, тобто такі, у яких на периферії містяться висхідні, а в центрі – низхідні рухи [9].

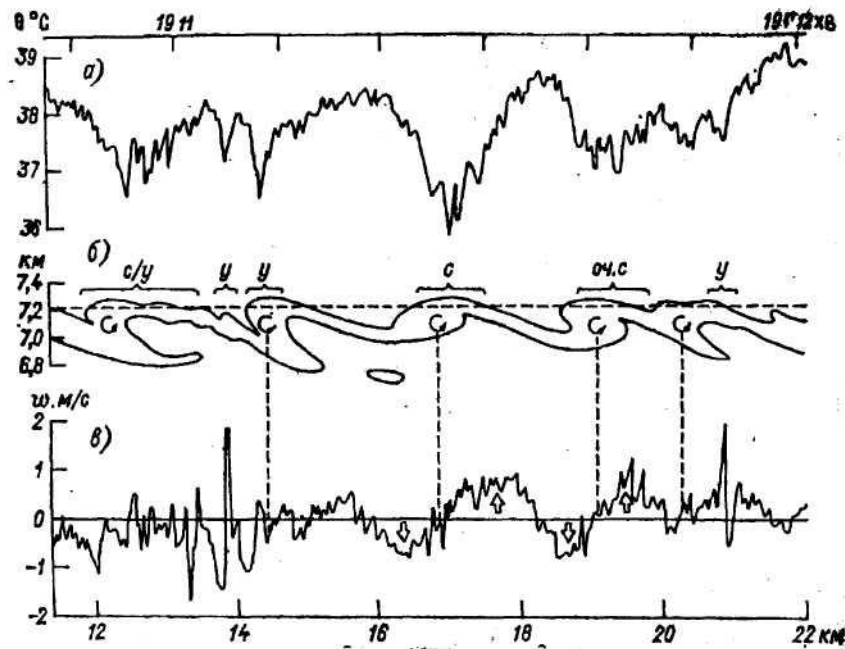


Рис. 2.9 – Результати горизонтального зондування шару хвильових хмар; а) – коливання потенціальної температури уздовж лінії польоту; б) – вертикальний переріз хмар та вихорів у них уздовж лінії польоту (штрихована лінія); в) коливання вертикальної швидкості; с) – слабка турбулентність; у) – помірна турбулентність. Час – середній європейський

Лінійна теорія конвекції розроблена Релеєм. Вона дає можливість зробити два висновки.

1. Режим руху залежить від безрозмірного числа R_a , яке називається числом Релея й має вигляд:

$$R_a = \frac{(\gamma - \gamma_a) g h^4}{\bar{T} \nu k}, \quad (2.40)$$

де h - товщина конвективного шару; γ - вертикальний градієнт температури; γ_a - сухоадіабатичний градієнт (у середині хмари змінюється на вологадіабатичний γ'_a); ν - динамічний коефіцієнт в'язкості; k - коефіцієнт теплопровідності, $\bar{T}$ - середня температура шару; g - прискорення вільного падіння.

2. Якщо числа Релея перевищують деякі критичні значення $R_{a_{кр}}$, то у шарі рідини або газу виникають періодичні (хвильові) рухи за типом

чарунок, амплітуда яких за часом збільшується. За умовою $R_a < R_{a_{кр}}$ амплітуда хвильових рухів не змінюється.

Для ламінарних рухів $R_{a_{кр}} \approx 1700$, але коли в атмосфері спостерігається інтенсивна турбулентність (ν і k приймають великі значення), $R_{a_{кр}} = 10^6 - 5 \cdot 10^{15}$. В умовах атмосфери при $\gamma'_a - \gamma = 10^4 - 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C/м}$ і $k: 10 - 10^2 \text{ м}^2/\text{с}$ маємо для R_a при $h = 1 \dots 3 \text{ км}$ значення $10^4 - 10^6$. Отже, при товщині конвективного шару $1 \dots 3 \text{ км}$ в атмосфері можуть існувати стійкі (оскільки $R_a \leq R_{a_{кр}}$) періодичні рухи за типом чарунок.

В табл. 2.6 приводяться дані про стратифікацію температури та вітру над океанами у випадку відкритих та закритих чарунок за результатами дослідження Н.Ф. Вельтищева.

Таблиця 2.6 – Середні значення характеристик температурної стратифікації атмосфери та швидкість вітру (м/с) на стандартних рівнях (земля, 850, 700 і 500 гПа) у випадках чарункової конвекції

Тип чарунок	$\Delta T \text{ } ^\circ\text{C}$ Вода - повітря	Конвективний шар					
		$h \text{ км}$	$\gamma \text{ } ^\circ\text{C}/100\text{м}$	u_0	u_{850}	u_{700}	u_{500}
Відкриті	2,8	1,58	0,83	11,4	12,5	15,0	22,2
Закриті	1,3	1,47	0,79	8,9	10,6	10,0	13,2

Відкриті конвективні чарунки утворюються, як правило, у повітряних масах, що поступово нагріваються, й найбільш характерні для районів з адвекцією холоду або з великомасштабними низхідними рухами. Закриті чарунки є типовими для повітряних мас, які поступово охолоджуються, й районів з слабкими великомасштабними висхідними рухами. При великих швидкостях низхідних або висхідних рухів чарунок конвекція не формується. Відкриті чарунки виникають у таких шарах, де вертикальний градієнт температури зменшується з висотою $\left(\frac{\partial \gamma}{\partial z} < 0\right)$, а закриті – у шарах, де він збільшується $\left(\frac{\partial \gamma}{\partial z} > 0\right)$ [3, 4, 9].

Ячейкова конвекція є причиною утворення великих полів хмар, елементи яких мають вид полігональних або круглих ячеек. Над північною Атлантикою, наприклад, ячейкові хмари спостерігаються у

середньому кожну четверту добу. Поля ячейкових хмар можуть зберігатися без суттєвої перебудови на протязі декількох годин і навіть діб.

Горизонтальні й вертикальні розміри ячейкових хмар відповідають горизонтальним та вертикальним розмірам конвективних ячеек.

Своєрідні чарункові *Sc mam.* (*mamatus* - вим'явидні) досить часто утворюються на нижній поверхні ковадло купчасто-дощових хмар, якщо стратифікація атмосфери дуже нестійка. Вони є відкритими конвективними чарунками з низхідним потоком у центрі.

Зростання вертикальних градієнтів швидкості вітру приводить до дестабілізації чарунок. У цих випадках виникає двомірна чарунка конвекції, яка має вид перемінних смуг з висхідними й несхідними потоками. У цьому випадку утворюються гряди хмар («хмарні вулиці»), які складаються з окремих чарунок або їх груп, витягнутих у лінію. Відстань між чарунками набагато менша, ніж між сумішними хмарними грядками.

Хмарні гряди найчастіше утворюються над океанами й локалізуються у шарах, де [9]

$$\left| \frac{\partial u}{\partial z} \right| \approx 10^{-3} - 10^{-2} \text{ с}^{-1}; \quad \left| \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right| \approx 10^{-6} \text{ м}^{-1} \text{ с}^{-1}; \quad \gamma = 0,9^\circ \text{ C}/100 \text{ м}.$$

При нагріванні повітряного потоку грядова конвекція посилюється, а її вертикальна могутність зростає. Охолодження конвективного шару, навпаки зменшує стійкість і, якщо градієнт швидкості вітру перевищує деякі критичні значення, двомірні вали існувати не можуть.

Якщо у конвективному шарі напрямок вітру є постійним, то утворюються повздовжні (паралельні вітру) хмарні гряди. У протилежному випадку вони орієнтуються в напрямку зсуву вітру. Такі гряди носять назву поперечних гряд. Вони переміщуються з швидкістю і в напрямку компоненти вектора вітру, нормальної до гряд. Якщо в атмосфері є декілька конвективно нестійких шарів з неоднаковими вертикальними профілями вітру, повздовжні й поперечні гряди можуть спостерігатись одночасно.

Відстань між сумішними хмарними грядками дорівнює 2...8 км, а вертикальна могутність h конвективного шару – 0,8...2,0 км.

Важливою особливістю двомірних чарунок є наявність у середині них гелікальної циркуляції – спірального обертання повітря навколо повздовжньої осі гряд. Така циркуляція забезпечує двовимірній конвекції динамічну стійкість.

Важливою різновидністю хвильовидних хмар є орографічні хмари *Sc und* і *Ac und* (*undulatus* - хвильовидні) і сочевицеподібні (*lenticularis*), які виникають у всіх хмарних ярусах - *Sc lent*, *Ac lent* і *Cc lent*. Довжина «сочевиць» досягає 20...30 км, а товщина – декількох сотень метрів.

Орографічні хмари виникають у гребнях гірських хвиль, що утворюються над хребтами й окремими горами з їх підвітряної сторони, якщо стратифікація стійка, а перпендикулярна до гори компонента швидкості вітру перевищує 8...12 м/с. Особливістю гірських хвиль є те, що їх гребні й улоговини весь час знаходяться на одному місці. Довжини хвиль залежать від швидкості вітру, вертикального градієнта температури, розмірів гори й деяких інших факторів. Вони знаходяться в інтервалі від 2...3 до 40...45 км, але найчастіше біля 10 км. Амплітуди хвиль близькі до висоти перепони, що обтикається, а вертикальні швидкості в гребнях й улоговинах досягають декількох метрів за секунду. Амплітуди й довжини хвиль максимальні, як правило, в середній тропосфері. Це пояснює високу повторюваність *Ac und* і *Ac lent*, тобто хмар середнього ярусу, у гірських місцевостях.

Умови виникнення гірських хвиль характеризуються параметром Скоррера

$$l^2 = \frac{g\beta}{u_n^2}, \quad (2.41)$$

де $\beta = \frac{1}{T}(\gamma_a - \gamma)$, u_n - нормальна до хребта компонента швидкості вітру.

Для існування хвиль необхідно, щоб параметр l^2 був додатним ($\gamma_a > \gamma$) і зменшувався з висотою. Остання умова, як правило, спричиняється зростанням u_n з висотою, оскільки в атмосфері діапазон можливих змінювань для β більш вузький, ніж для u_n . Довжина хвилі (км) визначається формулою

$$\lambda = 6,3 u_n \sqrt{T/10(\gamma_a - \gamma)} \cdot 10^2, \quad (2.42)$$

де u_n - у м/с, T - у Кельвінах, γ і γ_a - у °С/100 м. Особливо сприятливою умовою для утворення гірських хвиль є наявність вище хребта інверсійного або ізотермічного шару.

Гірські хвилі мають дві важливі властивості: обертання ліній течій і явище резонансу. Перша з них полягає у тому, що у хвильовій зоні зі змінюванням висоти лінії течії зсуваються одна відносно одної. В результаті вище й нижче вузлових поверхонь (рівнів обертання) над ділянками з $w > 0$ розташовуються ділянки, де $w < 0$ і навпаки. Геометричні місця улоговин й гребнів нахилені за потоком. Це пояснює той факт, що у багатоярусних сочевицеподібних хмарах окремі «сочевиці» зсунуті відносно одна одної по вертикалі.

Явище резонансу полягає в тому, що значення амплітуди при інших різних умовах максимальні, якщо довжина хвилі близька до ширини гори. Товщина хвильової зони може значно перевищувати висоту перешкоди. У зв'язку з цим хвильовидні хмари часто спостерігаються й над низькими хребтами [9].

2.5 Фізичні умови формування хмар купчастих форм

2.5.1 Рівень конденсації. Елементи конвекції

Підйом часток вологого повітря до рівня конденсації z_k відбувається за такими ж закономірностями, як і часток сухого повітря. Адіабатичний підйом об'ємів повітря приводить до зниження його температури й зростання відносної вологості, при цьому масова частка водяної пари залишається незмінною [9].

Використаємо формулу для масової частки водяної пари $s = 0,622 e/p$ й знайдемо логарифмічну похідну по висоті

$$\frac{1}{s} \frac{ds}{dz} = \frac{1}{e} \frac{de}{dz} - \frac{1}{p} \frac{dp}{dz}. \quad (2.43)$$

Оскільки від земної поверхні до рівня конденсації в об'ємі повітря, що піднімається, масова частка пари не змінюється, тобто $\frac{ds}{dz} = 0$, будемо мати

$$\frac{1}{e} \frac{de}{dz} = \frac{1}{p} \frac{dp}{dz}. \quad (2.44)$$

Як відомо, тиск водяної пари і точка роси τ зв'язані співвідношенням $e = E(\tau)$. Запишемо для нього рівняння Клаузіуса - Клапейрона, а для правої частини використаємо основне рівняння статки атмосфери. Тоді отримаємо після нескладних перетворень

$$\frac{L}{R_n \tau^2} \frac{d\tau}{dz} = -\frac{g}{R_c T}. \quad (2.45)$$

Позначимо вертикальний градієнт точки роси через $\gamma_\tau = -\frac{d\tau}{dz}$. Як видно з формули (2.45), він є змінною величиною і залежить від τ і T повітря, що піднімається. Але у першому наближенні його можна прийняти постійним, оскільки змінювання τ і T не дуже впливає на γ_τ . При $T = \tau = 270$ К будемо мати з формули (2.45)

$$\gamma_\tau = -\frac{d\tau}{dz} = 0,0017^\circ \text{C/м} = 0,17^\circ \text{C/100м}. \quad (2.46)$$

Тоді можна записати для точки роси

$$\tau(z) = \tau_0 - \gamma_\tau z, \quad (2.47)$$

де τ_0 - точка роси на початковому рівні $z=0$. З другого боку, температура повітря, яка підіймається, теж змінюється за лінійним законом

$$T(z) = T_0 - \gamma_a z. \quad (2.48)$$

Рівнем конденсації буде та висота z_k , де $T(z) = \tau(z)$, що приводить до співвідношення [9]

$$\tau_0 - \gamma_\tau z_k = T_0 - \gamma_a z_k$$

або

$$z_k = \frac{T_0 - \tau_0}{\gamma_a - \gamma_\tau}. \quad (2.49)$$

Якщо підставити значення γ_a і γ_τ , то будемо мати для висоти рівня конденсації формулу

$$z_k = 122(T_0 - \tau_0) \quad (2.50)$$

де z_k - у метрах.

Формула (2.50) називається формулою Ферреля. Існує ще декілька формул, які дають можливість розрахувати висоту рівня конденсації. Очевидно, для відносної вологості f можна записати

$$\frac{1}{f} \frac{df}{dz} = \frac{1}{e} \frac{de}{dz} - \frac{1}{E} \frac{dE}{dz}. \quad (2.51)$$

Маючи на увазі зроблені вище обґрунтування, на основі рівняння (2.51) отримаємо

$$\frac{1}{f} \frac{df}{dz} = \frac{1}{E} \frac{dE}{dT} (\gamma_a - \gamma_\tau), \quad (2.52)$$

А N з урахуванням формули Клаузіуса – Клапейрона

$$\frac{1}{f} \frac{df}{dz} = \frac{L}{R_n T^2} (\gamma_a - \gamma_\tau). \quad (2.53)$$

Права частина диференціального рівняння (2.52) після підставлення значень параметрів дорівнює $6,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^{-1}$. Отже, маємо елементарне диференціальне рівняння

$$\frac{1}{f} \frac{df}{dz} = 6,1 \cdot 10^{-4}.$$

Розв'язок його при граничній умові $f = f_0$ при $z = 0$ має вигляд:

$$\ln f = 6,1 \cdot 10^{-4} z + \ln f_0 \quad (2.54)$$

На рівні конденсації $z = z_k$ відносна вологість дорівнює $f = 100\%$.
З урахуванням цього, маємо,

$$z_k = 3780(2 - \lg f_0), \quad (2.55)$$

де z_k - у метрах.

Формулу можна записати й так для умов рівня конденсації

$$\ln\left(\frac{100}{f}\right) = 6,1 \cdot 10^{-4} z_k$$

або

$$\ln\left[1 + \left(\frac{100}{f} - 1\right)\right] = 6,1 \cdot 10^{-4} z_k. \quad (2.56)$$

Якщо відносна вологість біля земної поверхні досить висока, то $\frac{100}{f_0} - 1$

має невелике значення порядку $10^{-1} - 10^{-2}$. Тоді при розкладанні логарифмічної функції в ряд можна обмежитись лише першим членом. У такому разі отримаємо формулу [9]

$$\frac{100}{f_0} - 1 = 6,1 \cdot 10^{-4} z_k,$$

звідки

$$z_k = \frac{1640}{f_0}(100 - f_0). \quad (2.57)$$

Ця формула зовні подібна до емпіричної формули

$$z_k = 22(100 - f), \quad (2.58)$$

Але у першій з них коефіцієнт є функцією відносної вологості біля земної поверхні, тобто вона більш чутлива до умов, у яких знаходиться об'єм повітря, який під дією сил плавучості підіймається вгору.

При виведенні формул для висоти рівня конденсації не враховувалось затягування оточуючого повітря у термік, дійсний розподіл температури в оточуючому повітрі. Тому висоти нижньої границі купчастих хмар можуть значно відрізнятись від тих, що розраховуються по формулах (2.50) – (2.58). Вони, як правило, виявляються заниженими.

2.5.2 Структура купчасто-дощових хмар

Купчасто-дощові хмари серед хмар вертикального розвитку викликають найбільший інтерес, оскільки з ними пов'язані атмосферні

явища, які в деяких випадках мають небезпечний характер: зливи, шквали, грози, град.

Купчасто-дощові хмари утворюються з могутньо-купчастих, коли їх вершини проникають у шари атмосфери, де температура набагато нижча за 0°C , й заледенівають. Заледенівша верхня частина купчасто-дощової хмари (*Cb*) може залишатися куполоподібною - *Cb calv* (лисе), але частіше з неї викидаються пучки перистих хмар у виді парасолі або ковадло. Так виникають *Cb cap* (волосаті), різновидністю яких є купчасто-дощові з на ковадло *Cb inc*.

Купчасто-дощові хмари складаються з однієї або декількох конвективних ячеек. Конвективна чарунка включає область висхідного та компенсаційного низхідного потоків. У більшості купчасто-дощових хмар ці конвективні ячейки мають подібні структури й поведінки і, таким чином, можуть розглядатись як деякий властивий для таких хмар клас конвективних явищ.

Життєвий цикл ячейки поділяють на три стадії в залежності від переважних напрямків вертикального руху повітря та його інтенсивності.

1) стадія купчастої хмари – характеризується висхідними рухами в більшій частині ячейки;

2) стадія зрілості – характеризується наявністю як висхідних, так і нисхідних рухів;

3) стадія розпаду – характеризується слабкими нисхідними рухами у більшій частині ячейки. Ці стадії й відповідні різновидності купчасто-дощових хмар зображені на рис. 4.3 [9].

У стадії купчастої хмари, коли висхідні рухи чинять зростання хмари, через її бокові поверхні затягується повітря (ефект затягування, що розглядається вище) й змішується з повітрям у висхідному потоці. Оскільки рух вгору триває, відбувається концентрація великої кількості водяної пари й утворення крапель, а вище нульової ізотерми й кристалів. При відповідних умовах починають випадати опади, які стимулюють низхідні рухи, обумовлені в'язким опором повітря й охолодженням останнього при випаровуванні крапель. Це й є початком стадії зрілості хмари. Низхідний потік повітря досягає земної поверхні у виді відносно холодного ядра зони випадання дощу й розтікається над нею, змінюючи приземний напрямок вітру. На нижніх рівнях хмари низхідний потік напливає на висхідний і відтискує останній від області його зародження. Після цього починається стадія розпаду ячейки. Загасання висхідного руху приводить до послаблення й поступового зникнення компенсаційних низхідних рухів.

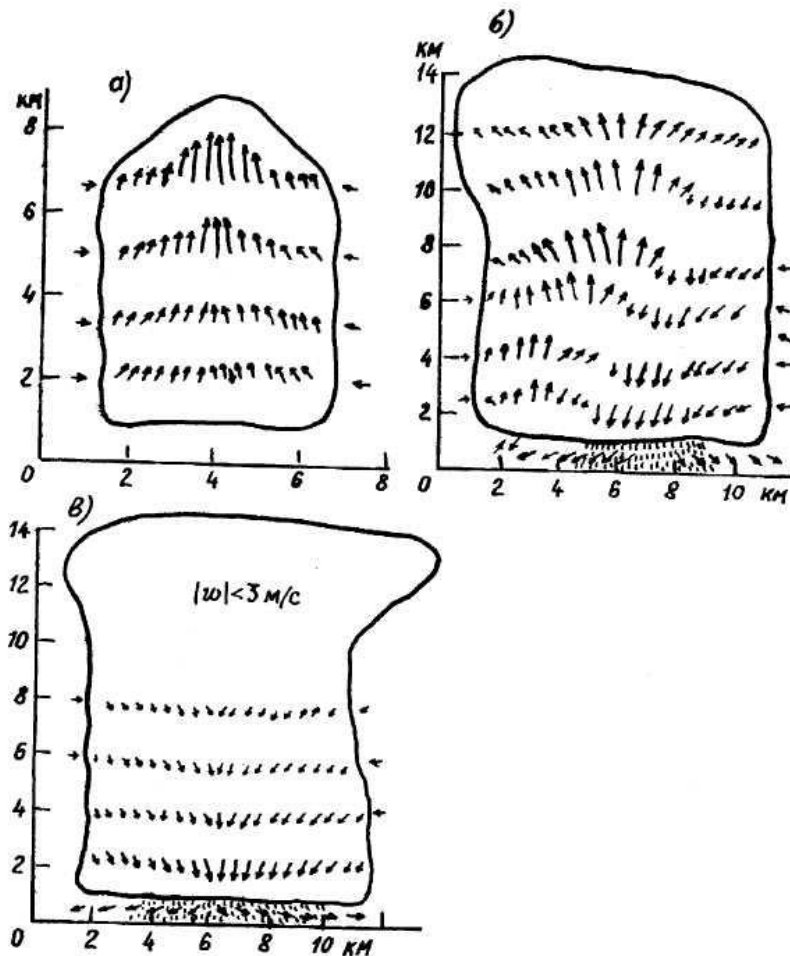


Рис. 2.10 – Еволюція *Cb* за Байєрсом та Брейамом; а) – стадія *cumulus* (стадія зростання), б) стадія зрілості, в) стадія дисипації

Стадія купчастої хмари триває у середньому 10-15 хвилин, стадія зрілості – 15-30 хвилин, а розпад хмари відбувається протягом 30 хвилин.

Купчасто-дощову хмару, у якій спостерігається одна конвективна ячейка, називають моноячейковою. Але частіше хмари купчасто-дощові утримують декілька конвективних ячеек. Такі *Cb* називаються мультіячейками. Окремі ячейки послідовно розвиваються з правої сторони величезної хмарної системи, яку являють собою мультіячейкові *Cb*. Незважаючи на те, що кожна ячейка має обмежений життєвий цикл, багаторазовий розвиток нових приводить до тривалого існування *Cb*. Схематичне зображення мультіячейкової купчасто-дощової хмари наводиться на рис. 2.11. В початковий момент часу хмара складається з чотирьох ячеек, які знаходяться на різних стадіях розвитку. Крім того, на рис. 2.11 показується розвиток наймолодшої (південної) ячейки в послідовні моменти часу у вертикальному профіль вітру.

Надзвичайно могутніми є суперячейкові купчасто-дощові хмари. Вони мають й найбільшу тривалість існування, яка досягає декількох

голин. Ці хмари складаються з однієї квазістаціонарної конвективної ячейки. Діаметр її інколи може досягати 50 - 60 км. Ячейка об'єднує висхідний і нисхідний потоки, які розташовуються один біля одного. На відміну від мультіячейкових купчасто-дощових хмар, у яких ячейки швидко змінюють свої характеристики, в суперячейкових хмарах вони залишаються практично незмінними на протязі десятків хвилин.

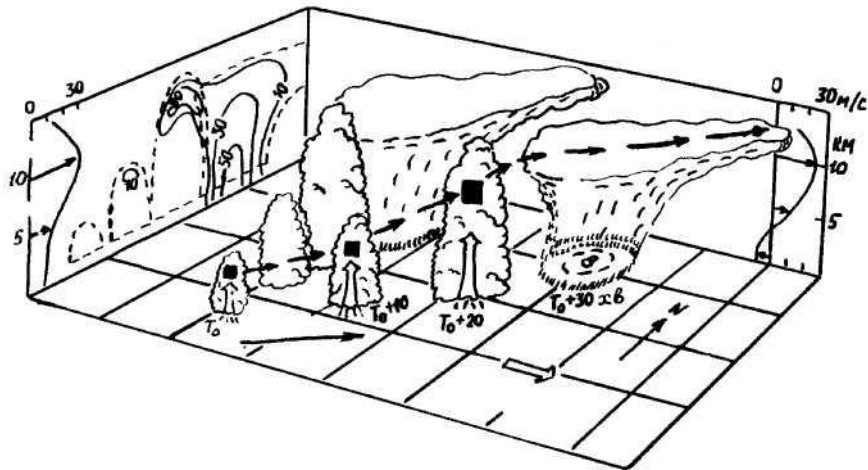


Рис. 2.11 – Схематичне зображення мультіячейкової купчасто-дощової хмари. У початковий момент часу хмара складається з чотирьох ячеек, які знаходяться в різних стадіях розвитку. Показується розвиток найбільш молоді (південної) ячейки у послідовні моменти часу. Жирними стрілками позначена траєкторія хмарного об'єму зростаючої ячейки. Показується вертикальний переріз радіолуни у початковий момент часу, а також вертикальний профіль вітру

Суперячейкові *Cb* характеризуються дуже великими швидкостями висхідних потоків. Якщо у моноячейкових і мультіячейкових хмарах вони досягають декількох м/с і іноді 10-20 м/с, то у суперячейковій хмарі 30-50 м/с і навіть більше.

Вертикальний розріз через могутню суперячейкову хмару у напрямку переміщення *св* приводиться на рис. 2.12.

З суперячейковими хмарами пов'язані сильні зливи, катастрофічні градобиття, сильні грози, шквали (короткочасне посилення вітру з різким змінням напрямку), а іноді й смерчі.

При переміщенні суперячейкової купчасто-дощової хмари висхідний потік, який зображується на нижніх рівнях, підіймається в область, яку називають нішою. Він настільки сильний, що в області ніші краплі й

кристали не встигають вирости до розмірів, при яких вони могли б випадати, а виносяться в передній виступ ковадло.

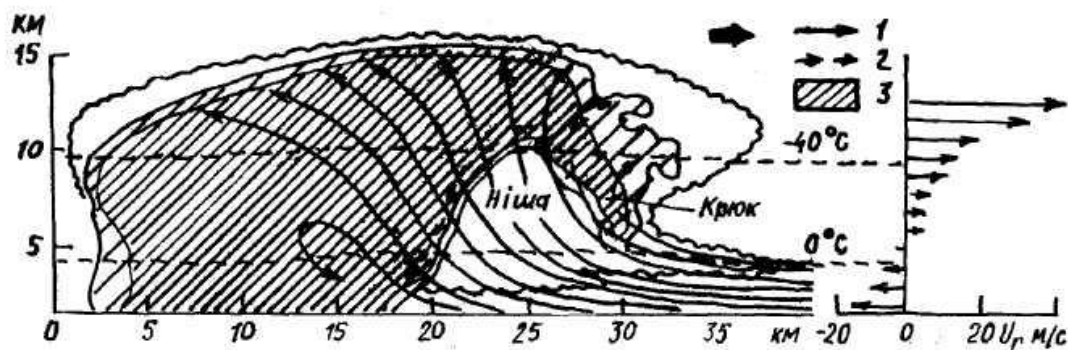


Рис. 2.12 – Вертикальний переріз могутньої суперячейкової хмари у напрямку переміщення *Cb*. 1 – лінії течій; 2 – траєкторії градин; 3 – область найбільш інтенсивного радіолуни

Падаючи донизу, вони знову затягуються у середину висхідного потоку. Така багаторазова «рециркуляція» часток опадів є основним механізмом, який сприяє утворенню в суперячейковому *Cb* особливо великих градин [9].

Треба мати на увазі, що купчасто-дощові хмари в процесі їх розвитку можуть переходити з одного класу в інший. Але утворення в атмосфері моноячейкових *Cb*, як правило, відбувається при менших запасах енергії нестійкості й менших градієнтах швидкості вітру, ніж при утворенні більш могутніх різновидностей *Cb*. Чітких розбіжностей у зовнішніх фізичних станах повітря, що сприяють формуванню мультіячейкових і суперячейкових *Cb*, не спостерігається. В обох випадках необхідні великі запаси енергії нестійкості й вертикальні градієнти швидкості вітру у тропосфері.

Горизонтальні розміри *Cb* можуть бути різними в залежності від пори року, стану атмосфери й стадії розвитку. Іноді їх діаметр перевищує 50-70 км, а наковальні можуть закривати весь видимий горизонт. Розміри *Cb* максимальні влітку. Зимою в континентальних районах помірних і високих широт вони утворюються рідко. Середня вертикальна протяжність *Cb* влітку дорівнює 5-6 км, але часто перевищує 8-10 км. В останньому випадку вершини *Cb* досягають тропопаузи, а іноді навіть пробивають її.

3 Опади

3.1 Загальна характеристика процесів укрупнення хмарних елементів і утворення опадів

Краплі води і кристали льоду, які випадають з хмар на земну поверхню, називають опадами. Процес розвитку хмар та утворення опадів з якісної сторони можна розділити на дві стадії.

Опади, що випадають на земну поверхню насамперед можна розділити на тверді, рідкі та змішані.

До твердих опадів відносяться такі основні їхні форми:

1. Сніг – опади у вигляді кристалів (сніжинок) різноманітної форми, найчастіше у формі зірочок, які часто об'єднуються в пластівці великого розміру. Спостерігається велика різноманітність форм сніжинок: голки, стовпчики, пластинки; голчаті зірки; пластинчаті зірки; їжаки, які складаються з декількох стовпчиків; стовпчики з пластинками або зірками на кінцях тощо.

Розміри окремих сніжинок можуть бути дуже різними. Найбільші лінійні розміри мають голчаті зірки. Їхні радіуси можуть досягати 4-5 мм. У змішаних хмарах часто спостерігається обзернення сніжинок. Воно є результатом замерзання переохолоджених крапель при співударах з сніжинкою. Така частка має матовий відтінок. Пластівці снігу можуть мати різні розміри: від 0,5 мм до 5 см. Спостерігались пластівці з радіусом до 15-20 см.

Пластівці снігу – це часте явище. Вони спостерігаються у 14% випадків при слабких і в 92% випадків при сильних снігопадах. Утворенню снігових пластівців сприяють відносно висока температура повітря, велика густота снігопаду, великі відстані, що проходять сніжинки при падінні, та інші фактори.

2. Мокрий сніг – опади у виді сніжинок і крапель або сніжинок, які тануть. Сніг стає мокрим, коли поблизу від земної поверхні температура близька до 0 °С або ще вищою.

3. Крупа – це опади, які складаються з льодяних часток і дуже обзернених сніжинок. Частинки крупи мають радіус від часток міліметрів до 7,5 мм. Крупа утворюється шляхом замерзання переохолоджених крапель води й обзернення сніжинок.

У залежності від співвідношення між сніговою та льодяною фракціями крупи, цей вид опадів підрозділяють на снігові зерна, снігову й льодяну крупу.

4. Град – частки кулястої форми з льодяними про шарками різної густини. Розміри граду можуть бути дуже різними: його радіус найчастіше буває від 1 до 25 мм. Але інколи випадають частки граду з радіусом до 15

см і навіть більшим. Великі частки граду мають шарувату будову. У центрі розташовується матове біле ядро, яке схоже на снігову крупу. Ядро обтягується шаром прозорого льоду. Далі йдуть поперемінно непрозорі й прозорі шари льоду.

Град утворюється в купчасто-дощових хмарах у результаті злиття переохолоджених крапель води з частками крупи й їх замерзання.

Рідкі опади складаються з таких форм:

1. Дощ – рідкі водяні опади у формі крапель з радіусом більшим 0,25 мм. Як показують спостереження, крапель більших ніж 2,5-3,2 мм, не зустрічається, оскільки великі краплі сплющуються й розбиваються на декілька дрібних. Переважні радіуси бризок дорівнюють 0,75-1 мм. Швидкість падіння крапель дощу досягає 8-10 м/с. Дощ випадає з шарувато-дощових (N_s) і купчасто-дощових (C_b), а іноді й з високошаруватих (A_s) хмар.

2. Мряка – однорідні опади, що складаються з дрібних крапель, радіусом, меншим за 0,25 мм. Вони майже не мають спрямованого руху. Створюється враження, що краплі мряки плавають у повітрі. Мряка випадає з шаруватих (St) і шарувато-купчастих (Sc) хмар. Краплі мряки інколи утворюються в густому тумані. Інтенсивність опадів у випадку мряки не перевищує 0,25 мм/ч, швидкість падіння крапель у нерухомому повітрі менша за 0,3 м/с.

Класифікацію за формою називають морфологічною. Існує ще генетична класифікація опадів, тобто класифікація за фізичними умовами утворення. Відповідно до цієї класифікації опади підрозділяються на такі види:

1. Обложні опади – це тривалі й розповсюдженні на великі площі опади середньої інтенсивності, які випадають із хмар системи $A_s - N_s$ у вигляді дощу або снігу, іноді мокрого.

2. Зливові опади – опади, які випадають з купчасто-дощових хмар у вигляді дощу, снігу, крупи, граду. Вони раптово починаються й закінчуються. Інтенсивність цих опадів різко змінюється за часом. Зливові опади часто супроводжуються грозами та шквалами.

3. Мрячні опади – це опади, які випадають з густих шаруватих і шарувато-купчастих хмар. Вони утворюються у стійко стратифікованих повітряних масах. При від'ємних низьких температурах такі хмари дають опади у формі льодяних кристалів.

У початковій стадії розвитку хмари основну роль в укрупненні зародкових хмарних елементів відіграє процес конденсації водяної пари. Конденсація відбувається завдяки невеликому пересиченню водяної пари відносно поверхні хмарних крапель. Особливо швидко починається зростання частинок у хмарі після того, як поряд з переохолодженими краплями з'являються й кристали льоду. За цих умов починається

«перегонка» водяної пари з переохолоджених крапель на кристали льоду внаслідок того, що тиск насиченої водяної пари над водою більше, ніж над льодом. Цей процес докладно розглядався вище.

У другій стадії, після того, як краплі та кристали льоду зростають до $r = 20 \dots 60$ мкм, основну роль починає відігравати процес злиття (коагуляції) хмарних елементів. Коагуляція обумовлена головним чином різною швидкістю падіння крапель і кристалів (гравітаційна коагуляція). Деяке значення має коагуляція, що обумовлюється турбулентним і броунівським рухами повітря, електростатичними силами тощо. Завдяки коагуляції краплі й кристали зростають від десятків мікрометрів до декількох міліметрів, а снігові пластівці та частинки граду – до декількох сантиметрів. Краплі різних розмірів падають під дією сили ваги з різною швидкістю, в результаті чого вони співударяються. Але доки краплі дрібні, їх зіткнення та злиття мало імовірне. Зі зростанням крапель різниця швидкостей падіння збільшується, що забезпечує сприятливі умови для їх коагуляції [9].

Дуже велике значення для зростання хмарних елементів й утворення опадів мають вертикальні рухи у середині хмари. По-перше, при висхідних рухах відбувається зменшення температури повітря, що сприяє утворенню пересичення водяної пари та конденсаційному зростанню крапель у хмарі до розмірів, при яких активну роль починає відігравати коагуляція. По-друге, краплі під дією вертикальних течій проходять великі товщі хмари. Завдяки цьому вони зростають до великих розмірів за рахунок коагуляції.

Ще один процес може бути ефективним у хмарі, яка має велику вертикальну протяжність. Він полягає у тому, що краплі, які під дією вертикальних рухів попадають на деякий рівень з різних висот, мають різні температури. Ці різниці температур незначні (десяті частки градуса), але при відносно високих додатних температурах, що спостерігаються в низьких широтах, можуть відіграти помітну роль. Очевидно, різниці температур приводять до виникнення різниці тисків насичення над поверхнями цих крапель і, якщо, наприклад, більш тепла крапля знаходиться у стані рівноваги з оточуючим пароповітряним середовищем, над поверхнею більш холодної краплі утворюється пересичення. Завдяки цьому відбувається «перегонка» води з теплої краплі на холодну. Фізичний механізм такого процесу є аналогічним фізичному механізму взаємодії між переохолодженою краплею й часткою льоду. Він докладно розглядався вище.

Для того, щоб з'явився ефект конденсаційного зростання більш холодної краплі, порівнянний до ефекту взаємодії рідкої фази з часткою льоду у хмарі, необхідно, щоб різниця температур, про яку йдеться, дорівнювала декільком градусам при низьких температурах і лише часткам градуса при високих додатних температурах. Оскільки великі різниці температур на визначних рівнях у хмарі не зустрічаються, цей ефект не

може відігравати значну роль у помірних і високих широтах, де хмари мають, як правило, низьку температуру, й є суттєвим у низьких широтах, де нижня частина хмари знаходиться в області високих додатних температур.

Опади характеризуються двома величинами: кількістю й інтенсивністю. Кількість опадів вимірюють товщиною шару води в міліметрах, який міг би утворюватися після випадіння опадів на горизонтальну непроникливу поверхню. Один міліметр шару води на поверхні площею 1м^2 відповідає масі опадів 1 кг. Інтенсивністю опадів називають кількість опадів, що випали за одиницю часу (наприклад, 1 годину).

3.2 Коагуляційне зростання крапель у хмарі

3.2.1 Усталена швидкість падіння крапель

Із-за різної реакції крапель на дію гравітаційних, електричних або аеродинамічних сил можуть відбуватися їхні зіткнення. При цьому, краплі можуть зливатися. Зливання крапель при їх падінні називають коагуляцією. Одним з основних ефектів із перелічених вище, є гравітаційний ефект, який приводить до падіння крапель різних розмірів з різною швидкістю. Тому важливим є питання про усталену швидкість падіння крапель у хмарі.

Падаюча під дією сили ваги F_G , крапля зазнає дію сили аеродинамічного опору F_r , яка для краплі, що має сферичну форму дорівнює [9]:

$$F_r = \frac{\pi r^2}{2} \rho v^2 c_x, \quad (3.1)$$

де r - радіус сфери, ρ - густина повітря, v - швидкість падіння краплі, c_x - коефіцієнт аеродинамічного опору.

Якщо використати число Рейнольда

$$Re = \frac{2\rho v r}{\mu}, \quad (3.2)$$

де μ - динамічна в'язкість повітря, то формул можна записати у формі

$$F_R = 6\pi\mu r v \left(c_x \frac{Re}{24} \right). \quad (3.3)$$

Сила ваги, що діє на сферу, очевидно, дорівнює

$$F_G = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_k g, \quad (3.4)$$

де ρ_k - густина краплі.

При падінні ця сила частково компенсується силою Архімеда

$$F_A = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho g, \quad (3.5)$$

де ρ - густина повітря. Рівнодіюча двох останніх сил є

$$F = \frac{4}{3} \pi r^3 (\rho_k - \rho) g. \quad (3.6)$$

Для водяної краплі $\rho_k \gg \rho$. Тому, власне кажучи, дією сили Архімеда можна знехтувати і вважати, що

$$F = F_G = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_k g. \quad (3.7)$$

Крапля падає в повітрі з усталеною швидкістю, якщо $F_R = F_G$.

За таких умов

$$v^2 = \frac{8}{3} \frac{r g \rho_k}{\rho c_x} \quad (3.8)$$

або, якщо використати формулу (3.3)

$$v = \frac{2}{3} \frac{r^2 g \rho_k}{c_x (R_e / 24) \mu}. \quad (3.9)$$

Стокс визначив, що для поля течії навколо сфери при дуже малих числах

Рейнольда $\frac{c_x R_e}{24} = 1$. У такому разі

$$v = \frac{2}{9} \frac{r^2 g \rho_k}{\mu} = k_1 r^2, \quad (3.10)$$

де $k_1 = 1,19 \cdot 10^6 \text{ см}^{-1} \text{ с}^{-1}$. Ця квадратична залежність швидкості падіння від розмірів називається законом Стокса. Вона справедлива для крапель, що мають радіус $r < 40 \text{ мкм}$ [9].

Експерименти з падаючими сферами показують, що при великих числах Рейнольда c_x не залежить від R_e і приблизно дорівнює 0,45. Підставивши це його значення в формулу (3.8), отримаємо:

$$v = k_2 r^{1/2}, \quad (3.11)$$

де

$$k_2 = 2,2 \cdot 10^3 \text{ см}^{1/2} \cdot \text{с}^{-1}. \quad (3.12)$$

У формулі (3.8) ρ - густина повітря, в якому падає крапля, ($\rho = 1,2 \cdot 10^{-3}$ г/см³ - густина повітря при $P = 1013$ гПа і $t = 20^\circ \text{C}$). Падаючи у повітрі, дощові краплі характеризуються великими числами Рейнольда, але їхня форма відрізняється від ідеально сферичної. Отже, формула (3.11) порівняно добре описує швидкість падіння крапель дощу лише в обмеженому інтервалі розмірів.

При падінні крапель радіусом 0,5 мм і більше відбувається їх деформація. Для таких крапель дані про швидкість падіння можна отримати лише експериментальним шляхом. При цьому вводиться поняття еквівалентного радіуса (або діаметра) краплі. Під еквівалентним радіусом розуміється радіус такого шару, об'єм якого дорівнює об'єму деформованої краплі.

Експериментальні дані про швидкості падіння дощових крапель одержані Ганном і Кінцером за нормальних атмосферних умов, за які приймалися: $P = 1013$ гПа і $t = 20^\circ \text{C}$. Вони приводяться у табл. 3.1.

Таблиця 3.1 – Залежність усталеної швидкості падіння краплі від її розмірів (діаметра еквівалентної сфери) за Ганном і Кінцером

Діаметр, мм	Швидкість падіння, м/с	Діаметр, мм	Швидкість падіння, м/с	Діаметр, мм	Швидкість падіння, м/с
0,1	0,27	1,6	5,65	4,0	8,83
0,2	0,72	1,8	6,09	4,2	8,92
0,3	1,17	2,0	6,49	4,4	8,98
0,4	1,62	2,2	6,90	4,6	9,03
0,5	2,06	2,4	7,27	4,8	9,07
0,6	2,47	2,6	7,57	5,0	9,09
0,7	2,87	2,8	7,82	5,2	9,12
0,8	3,27	3,0	8,06	5,4	9,14
0,9	3,67	3,2	8,26	5,6	9,16
1,0	4,03	3,4	8,44	5,8	9,17
1,2	4,64	3,6	8,60	-	-
1,4	5,17	3,8	8,72	-	-

Оскільки густина повітря зменшується з висотою, на деякій висоті крапля падає швидше, ніж біля земної поверхні, приблизно відповідно закону квадратного кореню (3.11). Біля земної поверхні найбільш великі дощові краплі падають з швидкістю, що не перебільшує приблизно 9 м/с, на рівні поверхні 500 гПа верхня границя швидкості падіння крапель дорівнює 13 м/с.

Дані, що приводяться у табл. 3.1, показують, що формула (3.11) забезпечує допустиму апроксимацію швидкостей падіння в інтервалі

радіусів $0,6 \leq z \leq 2$ мм, якщо $k_2 = 2,01 \cdot 10^3 \text{ см}^{1/2} \text{ с}^{-1}$. У проміжному інтервалі розмірів між областями, де закон Стокса і закон квадратного кореня є справедливим, може використовуватися формула

$$\nu = k_3 r \quad (40 \text{ мкм} < r < 0,6 \text{ мм}), \quad (3.13)$$

де $k_3 = 8 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}$.

У США за даними спостережень у гірській обсерваторії на висоті 3350м виявлена така залежність швидкості падіння часток твердої фази (снігової крупи) від їхнього діаметра d :

$$\nu = 285 + 1,38d \quad (\nu - y \text{ см/с}; d - y \text{ см}). \quad (3.14)$$

У випадку часток гексагональної форми швидкість падіння визначається формулою

$$\nu = 369 + 1,97 \lg d. \quad (3.15)$$

3.2.2 Коефіцієнт захвату (захоплення)

У кубічному сантиметрі хмари містяться сотні крапель різних розмірів. Великі краплі падають швидше дрібних, доганяють їх і досить часто зштовхуються одна з одною.

Зіткнення ще не гарантує зливання крапель. При зштовхуванні пари крапель можливі взаємодії кількох типів:

а) Коли зштовхуються великі краплі при великих кутах між їхніми траєкторіями, вони можуть відскочити одна від одної;

б) Якщо зштовхуються краплі з радіусом, меншим за 100 мкм, то може відбутися їхнє злиття;

в) Краплі можуть тимчасово об'єднатися, а потім розійтися, зберігаючи свою індивідуальність;

г) Після тимчасового об'єднання краплі можуть роздробитися на ряд більш дрібних крапель.

Типи взаємодії залежать від розмірів крапель і їх траєкторій, а також від наявності електричних сил і від інших факторів.

Для того, щоб познайомитись з основними поняттями теорії коагуляційного зростання крапель, розглянемо ідеалізований випадок падіння краплі радіуса R (будемо її називати каплею-колектором) крізь спокійну (не турбулізовану) монодисперсну хмару, що складається з крапель радіусом r , концентрація яких дорівнює n .

Позначимо через dN_{Rr} число зіткнень за час dt краплі-колектора, яка падає через однорідну хмару крапель r . Воно дорівнює [9]

$$dN_{Rr} = K(R, r) n dt. \quad (3.16)$$

Коефіцієнт пропорційності $K(R, r)$ залежить від розмірів крапель і називається коефіцієнтом коагуляції. Він має розмірність $\text{см}^3/\text{с}$ (концентрація крапель – це кількість їх у см^3 , тобто має розмірність см^{-3}) і чисельно дорівнює тому об'єму, з якого всі краплі радіусом r за 1 секунду зіткнуться з каплею-колектором R . Підкреслимо, що, кажучи про об'єм при визначенні K , ми розуміємо не простір якої-небудь форми, а міру кількості крапель, рівномірно розподілених у цьому об'ємі. Величина $K(R, r)n$ характеризує число крапель радіусом r , які на протязі 1с зіткнуться з каплею-колектором. Цю величину називають потоком крапель радіусом r на краплю радіусом R

$$\Phi(R, r) = K(R, r) \cdot n. \quad (3.17)$$

Припустимо, що у повітрі турбулентність відсутня, не діють електричні сили й що броунівськими рухами можна знехтувати. Тоді краплі будуть падати вертикально вниз під дією сили ваги. Іншими словами, будемо вважати, що зіткнення обумовлені тільки різницею швидкостей падіння крапель різних розмірів, тобто що відбувається гравітаційна коагуляція. Коли б краплі не взаємодіяли між собою, то, очевидно, величина $K(R, r)$ визначалась би простим співвідношенням

$$K(R, r) = \pi(R + r)^2 (\nu_R - \nu_r), \quad (3.18)$$

де ν_R і ν_r - швидкість падіння краплі-колектора і краплі радіуса r відповідно.

Проте число зіткнень може бути значно меншим. Це обумовлюється тим, що рухи крапель при їхньому падінні неможливо розглядати незалежними. Між ними існує гідродинамічна взаємодія.

При падінні краплі-колектора повітря, що має в'язкість η , ніби то розсовується краплею, і його частки придбають поперечну складову швидкості й обтікають краплю-колектор. В'язкі сили діють на краплі радіусом r і примушують їх рухатися по траєкторіях, близьких до траєкторій часток повітря. У результаті з каплею-колектором зіткнуться краплі r , центри яких знаходяться не в циліндрі з перерізом $\pi(R + r)^2$, а в циліндрі меншого перерізу πR_0^2 . Відношення фактичного числа зіткнень до числа зіткнень, яке б мало місце при повному геометричному захопленні, називається коефіцієнтом зіткнення E . Він залежить головним чином від розміру краплі-колектора і розмірів крапель, що захоплюються

$$E(R, r) = \frac{R_0^2}{(R + r)^2}. \quad (3.19)$$

Як було зазначено, не завжди краплі, що зіткнулися, зливаються. Відношення числа зливань до числа зіткнень називається коефіцієнтом злиття. Коагуляційне зростання крапель визначається коефіцієнтом захоплення, який дорівнює добутку коефіцієнтів зіткнення і злиття. Лабораторні дослідження зіткнення дрібних крапель показали, що коефіцієнт злиття близький до одиниці, якщо краплі заряджені або якщо існує електричне поле. Оскільки в реальних хмарах завжди існують слабкі поля та заряди, приймають, що коефіцієнт захоплення дорівнює коефіцієнту зіткнення й визначається формулою (3.19). Отже, з урахуванням зазначеної гідродинамічної взаємодії коефіцієнт коагуляції визначається рівнянням [9]

$$K_g(r, R) = \pi(R+r)^2(\nu_R - \nu_r)E_g(R, r) \quad (3.20)$$

(індекс g зазначає, що йдеться про гравітаційну коагуляцію).

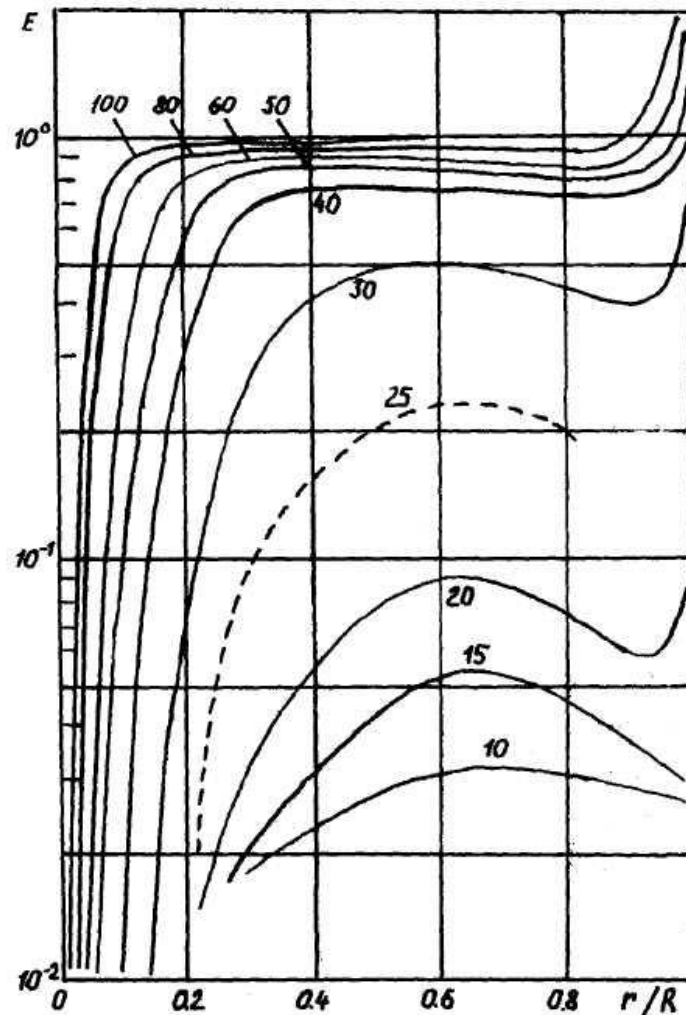


Рис. 3.1 – Залежність коефіцієнта захоплення E від радіусів крапель, які стикаються (цифри біля кривих позначають R , мкм)

Величина $K_g(R, r)$ відіграє дуже важливу роль у теорії утворення хмар та опадів. Її теоретичне й експериментальне визначення пов'язане з великими труднощами, які в основному були подолані в 70-х роках. Значення коефіцієнта захоплення для різних розмірів крапель-колекторів і крапель радіуса r зображуються на рис. 3.1. З нього можна зробити висновок, що коефіцієнт захоплення є зростаюча функція R і r . При значеннях $R > 80$ мкм ця функція у більшому степені залежить від r . У табл. 5.2 приводяться значення коефіцієнта захоплення для крапель радіусів R і r .

Власне кажучи, K_g є функцією не тільки R і r , але і числа Re . Число Рейнольда, в свою чергу, для краплі R залежить не тільки від її радіуса але й від кінематичної в'язкості ν , яка дещо змінюється зі змінюванням температури. Однак, для нижньої тропосфери ця залежність проявляється не дуже сильно, тому різниця умов у хмарах і умов лабораторних експериментів, за допомогою яких були отримані значення коефіцієнта захоплення, що приводяться вище, проявляється не дуже значно і пов'язані з цим змінюванням K_g не виходять за границі похибок розрахункових та експериментальних методів визначення.

Таблиця 3.2 – Значення коефіцієнта захоплення $K_g(R, r)$ для крапель радіусом R , які падають крізь хмару крапель

r мкм	R мкм								
	10	15	20	30	40	50	60	80	100
3	0,18	-	<0,01	<0,01	<0,01	0,011	0,025	0,060	0,090
5	0,027	0,024	0,022	0,033	0,056	0,10	0,15	0,28	0,36
10	0,026	0,054	0,077	0,32	0,49	0,61	0,70	0,80	0,86
15	-	0,028	0,082	0,50	0,74	0,83	0,87	0,92	0,94
20	-	-	0,10	0,50	0,77	0,86	0,90	0,93	0,96

3.3.3 Зростання крапель хмар під впливом гравітаційної коагуляції

Припустимо, що в одиницю часу в полідисперсній хмарі з розподілом крапель за розмірами $f(r)$ і з усталеною швидкістю $\nu(R)$ падає крапля-колектор R через скупчення більш дрібних крапель. Об'єм, у якому за одиницю часу можливе зіткнення краплі-колектора, з краплями радіуса r , дорівнює [9]

$$V = \pi(R + r)^2 [\nu(R) - \nu(r)].$$

Як було показано, крапля-колектор зштовхується не з усіма краплями, а лише з її частиною, яка визначається коефіцієнтом захоплення $E(R, r)$. Отже, середнє число крапель радіусом від r до $r + dr$, захоплених краплею-колектором за одиницю часу в одиниці об'єму, є

$$N = \pi(r + R)^2 [\nu(R) - \nu(r)] f(r) E(r, R) dr.$$

Загальну швидкість зростання об'єму краплі-колектора V_R можна отримати, якщо помножимо останнє співвідношення на об'єм захопленої краплі та проінтегруємо його по всіх розмірах захоплених крапель

$$\frac{dV_R}{dt} = \int_0^R \pi(R + r)^2 \frac{4}{3} \pi r^3 f(r) E(R, r) [\nu(R) - \nu(r)] dr. \quad (3.20)$$

Оскільки $V_R = \frac{4}{3} \pi R^3$, то

$$\frac{dV_R}{dt} = 4\pi R^2 \frac{dR}{dt}. \quad (3.21)$$

Звідси,

$$\frac{dR}{dt} = \frac{4}{3} \int_0^R \left(\frac{R + r}{R} \right)^2 [\nu(R) - \nu(r)] r^3 f(r) E(R, r) dr. \quad (3.22)$$

Рівняння (3.22) враховує розміри й швидкість падіння крапель, що захоплюються краплею-колектором. Якщо розміри всіх цих крапель набагато менший, ніж розмір краплі-колектора, то можна вважати, що $\nu(r) \approx 0$ і $R + r \approx R$. Тоді будемо мати

$$\frac{dR}{dt} = \frac{\pi}{3} \nu(R) \int_0^R E(R, r) r^3 f(r) dr. \quad (3.23)$$

На основі відомої теореми про середнє можна з під знака інтеграла винести середнє значення коефіцієнта захоплення $\bar{E}$. Якщо за такої умови розділити і помножити праву частину рівняння на $\frac{4}{3} \pi \rho_e$, то прийдемо до рівняння [9]

$$\frac{dR}{dt} = \frac{\bar{E} \nu(R)}{4 \rho_e} \int_0^R \frac{4}{3} \pi r^3 f(r) \rho_e dr. \quad (3.24)$$

Як очевидно Інтеграл правої частини рівняння (3.24) має сенс маси води, яка утримується в одиниці об'єму хмари. Ця величина називається, як відомо, водністю хмари

$$Q_w = \int_0^R \frac{4}{3} \pi r^3 f(r) \rho_g dr. \quad (3.25)$$

Таким чином, за сформульованих умов

$$\frac{dR}{dt} = \frac{\bar{E}Q_w}{4\rho_g} \nu(R). \quad (3.26)$$

Введемо просту операцію

$$\frac{dR}{dt} = \frac{dR}{dz} \cdot \frac{dz}{dt}. \quad (3.27)$$

Похідна $\frac{dz}{dt}$, має сенс змінення за часом вертикальної координати краплі-колектора, тобто вертикальної швидкості її падіння. Якщо у хмарі спостерігаються вертикальні токи повітря швидкістю w , то, очевидно,

$$\frac{dz}{dt} = w - \nu(R). \quad (3.28)$$

Змінення розмірів краплі-колектора з висотою при її падінні крізь полідисперсну хмару крапель визначається формулою [9]

$$\frac{dR}{dz} = \frac{\bar{E}Q_w}{4\rho_g} \cdot \frac{\nu(R)}{w - \nu(R)}. \quad (3.29)$$

При відсутності вертикальних рухів ($w = 0$)

$$\frac{dR}{dz} = -\frac{\bar{E}Q_w}{4\rho_g}. \quad (3.30)$$

Відносно знака мінус у останній формулі треба мати на увазі, що у її лівій частині $dz < 0$ (крапля-колектор падає вниз), а її радіус при падінні збільшується.

3.2.4 Інші механізми коагуляції

Крім сили ваги, під дією якої краплі різних розмірів мають різну швидкість падіння, що приводить до гравітаційної коагуляції, існують й інші фізичні механізми, які обумовлюють злиття крапель. В залежності від характеру цих механізмів розглядають броунівську, турбулентну електростатичну та інші види коагуляції. У природі ці ефекти діють одночасно з гравітаційною коагуляцією. Визначення коефіцієнтів коагуляції у цьому випадку є досить складна проблема, яка до цього часу не розв'язана. Але для практичних розрахунків часто досить знати верхні

оцінки, які можна одержати, якщо відомі значення коефіцієнтів коагуляції для окремих її механізмів [2, 3, 4, 8, 9, 10].

Зупинимось, по-перше, на броунівській коагуляції.

Причиною броунівських рухів крапель у хмарі є зіткнення їх з молекулами повітря. Ясно, що хаотичні рухи за рахунок цього виникають тільки у досить дрібних крапель. Потік Φ_θ таких крапель радіусом r_2 на краплю радіусом r_1 визначається законами звичайної дифузії. Отже, аналогічно формулі, що визначає дифузію молекул пари на краплю, для потоку Φ_θ маємо

$$\Phi_\theta = 4\pi(r_1 + r_2)Dn_2, \quad (3.31)$$

де $D = D_1 + D_2$ - відносний коефіцієнт дифузії, складові якого описуються формулою

$$D_i = kT B_i, \quad (3.32)$$

де k - стала Больцмана;

$B_i = (6\pi r_i \eta)^{-1}$ - рухливість крапель радіусом r_i ($i = 1, 2$);

η - динамічна в'язкість повітря;

n_2 - концентрація крапель радіуса r_2 .

Тоді для коефіцієнта броунівської коагуляції маємо:

$$K_\theta = \frac{\Phi_\theta}{n_2} = \frac{2RT}{3\eta} \frac{(r_1 + r_2)^2}{r_1 \cdot r_2}. \quad (3.33)$$

У випадку часток рівних розмірів коефіцієнт коагуляції не залежить від розмірів крапель

$$K_\theta = \frac{8kT}{3\eta}. \quad (3.34)$$

Потік маси у цьому випадку теж не залежить від радіуса крапель і визначається тільки водністю хмари Q_w

$$\Phi_\theta = \frac{8kTQ_w}{3\eta}. \quad (3.35)$$

Крім броунівських рухів крапель на інтенсивність коагуляції впливають і електричні сили, що діють на краплі. Така коагуляція, як зазначалося вище, носить назву електростатичної. Вона обумовлюється або взаємодією частини крапель, які несуть на собі електричний заряд, або взаємодією крапель з електричним полем, якщо воно відрізняється від нуля. У першому випадку йдеться про електростатичну коагуляцію. Тут суттєвими виявляються тільки парні взаємодії крапель, які несуть на собі

заряди різних знаків. Ураховуючи тільки кулонівські сили, можна вважати, що потік Φ_e крапель радіусом r_2 на краплю радіусом r_1 є стаціонарним. Тоді на відстані l , яку проходить крапля за час τ_2 , силу взаємодії крапель з зарядами q_1 і q_2

$$F = \frac{q_1 q_2}{l^2} \quad (3.36)$$

можна вважати постійною, оскільки

$$\frac{\Delta F}{F} \approx \frac{2\alpha\tau_2}{l}, \quad (3.37)$$

де

$$\alpha = BF, \quad B = B_1 + B_2 = (1/6\pi\eta) \frac{r_1 + r_2}{r_1 r_2}. \quad (3.38)$$

Навіть при мінімальному $l = r_1 + r_2$, і $r_i > 1$ мкм ($i = 1, 2$), це співвідношення має порядок 10^{-2} . Звичайно, зіткнення між краплями повинні бути настільки рідкими, щоб проміжок часу між ними був значно більший за τ_2 . У іншому випадку задача стає нестационарною через змінення розмірів і заряду краплі [9].

Стаціонарний потік Φ_l визначається формулою

$$\Phi_l = -4\pi l^2 \alpha n_2 = -4\pi l^2 B F n_2, \quad (3.39)$$

де n_2 - концентрація крапель радіуса r_2 , а $F < 0$, оскільки заряди q_1 і q_2 мають різні знаки. Отже, коефіцієнт коагуляції, обумовлений взаємодією двох заряджених крапель, дорівнює

$$K_l = \frac{\Phi_l}{n_2} = \frac{2(r_1 + r_2)}{3\eta r_1 r_2} |q_1 \cdot q_2|. \quad (3.40)$$

Наявність електричного поля приводить, по-перше, до переміщення крапель, по-друге до індукування додаткових дипольних моментів у крапель і, по-третє, їх взаємодії. Роль другого ефекту у стимулюванні зіткнень крапель, коли мають місце реальні електричні поля негрозових хмар, нехтовно мала. Перший ефект також має невелике значення. Як показують оцінки, коли напруженість електричного поля $E_q < 10^3$ Вт/м, коефіцієнт коагуляції K_{E_q} має дуже мале значення і не перебільшує K_l .

Припустимо тепер, що потік повітря, де знаходяться краплі, є турбулентними. Тоді два фактори спричиняють зіткнення крапель. Перший з них пов'язаний з інерцією крапель та їхньою різною мірою захоплення

турбулентними вихорами. Відповідний турбулентний механізм зіткнення крапель називають інерційним. Його дія аналогічна механізму гравітаційної коагуляції. При цьому прискорення вільного падіння відіграє турбулентне прискорення

$$q_T = \frac{A_1 \varepsilon^{3/4}}{\pi \nu^{1/4}}, \quad (3.41)$$

де ε - швидкість дисипації турбулентної енергії на одиницю маси повітря ($\text{см}^2/\text{с}^3$), A_1 - коефіцієнт.

Іншою причиною зіткнення крапель у турбулентному потоці є можлива різниця швидкостей повітряних часток у сусідніх точках простору, що приводить до виникнення відносних рухів крапель. Цей механізм має назву дифузійного.

Взаємодія інерційного та дифузійного механізмів обумовлює турбулентний коефіцієнт коагуляції у вигляді [9]

$$K_T = (r_1 + r_2)^2 \left[A_1 \left(\varepsilon^3 / \nu \right)^{1/2} (\tau_1 - \tau_2) + A_2^2 (\varepsilon / \nu) (r_1 + r_2)^2 \right]^{1/2}, \quad (3.42)$$

Він наводиться з точністю до членів порядку τ_2/τ_0 і ρ/ρ_e .

Безрозмірні множники A_1 , A_2 визначаються теоретичним шляхом і дорівнюють $A_1 = 4,8$, $A_2 = 1,7$.

3.3 Утворення дощу в краплинних хмарах

Спостереження показують, що дощ може розвиватися в теплих купчастих хмарах за порівняно короткий час після того, як вони почали формуватися – приблизно за 15 хвилин. Загально прийнята думка полягає в тому, що цей процес припиняється гравітаційною коагуляцією крапель. Але для цього потрібно, щоб спектр розмірів крапель був досить широким. Це забезпечить високу частоту зіткнень.

Коагуляційному зростанню крапель серйозно перешкоджає те, що коефіцієнти зіткнення між дрібними краплями дуже малі. Більш того, конденсаційно-дифузійний процес, який є переважаючим процесом зростання крапель у початковій стадії, приводить до звужування спектру крапель, що, очевидно, теж утруднює розвиток коагуляції. Отже, теорія повинна пояснювати утворювання дощових крапель за реальний час всупереч малим коефіцієнтам зіткнення й приблизно параболічній формі закону дифузійного зростання. Існує декілька моделей, які задовольняють цій вимозі. Розглянемо деякі з них [8, 9].

Боуеном при дослідженні процесу розвитку дощу в теплих хмарах було використане рівняння коагуляційного зростання разом з рівнянням дифузійного зростання крапель. Вважалося, що в однорідному висхідному потоці повітря піднімається хмара крапель однакового розміру та і серед них присутня невелика кількість більших за розміром крапель, які могли утворитись завдяки випадковому злиттю двох хмарних крапель. На рис. 3.2 приводиться, як приклад, один із результатів реалізації моделі Боуена.

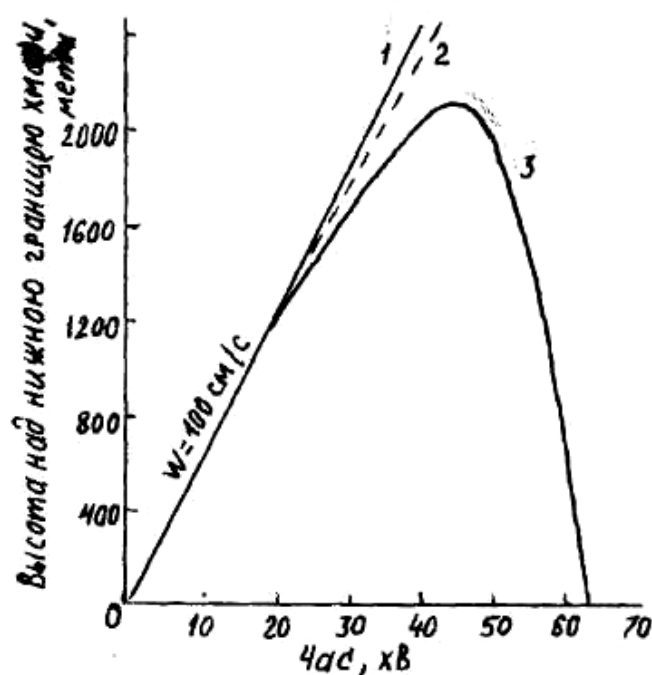


Рис. 3.2 – Траєкторії крапель повітря (1), хмарних крапель з початковим радіусом 10 мкм (2) і крапель з початковою масою, що вдвічі перебільшує масу хмарних крапель (3). Вертикальна швидкість повітря 1 м/с, водність хмари 1 г/м³ (розрахунки за методом Боуена)

Більша крапля спочатку переноситься висхідним потоком разом з дрібними краплями. Але через деякий час вона стає ще більшою й починає відставати від них. Подальше зростання великої краплі йде ще швидше, і через деякий час крапля стає такою великою, що починає спускатися через висхідний потік. Зростання триває в міру падіння краплі у середині хмари до того часу, доки вона не випаде з неї у виді дощової краплі.

У моделі Боуена важливими параметрами є швидкість висхідного потоку й водність хмари. Крапля буде підніматися до тим більших рівнів, чим більша швидкість висхідного потоку. У цьому разі вона випаде крізь нижню границю хмари, маючи великий розмір, оскільки значно збільшується імовірність зіткнення її з дрібними краплями при падінні в хмарі. Якщо збільшується водність при визначеній швидкості висхідного

поток, то зростання краплі буде більш інтенсивним, але вона проходитиме у хмарі при низькій траєкторії.

При розрахунках вважалось, що коефіцієнт захоплення $E=1$. Але треба мати на увазі, що при розмірах дрібних крапель $r=10$ мкм і $R=12,6$ мкм, які розглядаються у моделі у початковий момент, коефіцієнт захоплення має мале значення, і крапля не може значно збільшитись.

Рис. 5.3 і 5.4 ілюструють вплив швидкості висхідного потоку в моделі Боуена при коефіцієнтах захоплення, що знаходяться у табл. 3.2. При цьому $r=10$ мкм, $Q_w=1$ г/м³, а розмір краплі колектора був збільшеним до $R=20$ мкм щоб забезпечити суттєвий коефіцієнт захоплення.

Такі розрахунки дають можливість установити зв'язок між швидкістю підйому повітря, вертикальним протягом хмари, часом утворення дощу й розміром зростаючих крапель. Вони якісно узгоджуються з даними спостережень. Найбільші розбіжності цієї моделі з фактичними даними відносяться до часу, необхідного для розвитку опадів. Якщо розрахунки показують, що крапля може збільшити свій розмір до 1 мм за годину, то згідно з спостереженнями такі краплі можуть утворитися за 0,5 годин.

Навіть у добре перемішаній хмарі, яка має одну й ту ж середню концентрацію крапель, будуть існувати місцеві відхилення концентрації від середньої. Якщо позначити через $\bar{n}$ середню концентрацію крапель у деякому інтервалі розмірів, то можливе число m крапель у цьому інтервалі в об'ємі V має пуасонівський розподіл ймовірностей [9]

$$P(m) = \frac{(\bar{n}V)^m}{m!} e^{-\bar{n}V}.$$

У рівняннях коагуляційного зростання крапель не враховувалися статистичні флуктуації і тому вони визначають деяке середнє збільшення розміру краплі.

Деякі краплі, що мають із статистичної точки зору «привілейований» розмір, падають у хмарі крізь область локально високої концентрації крапель, зазнають більш ніж середнє число зіткнень на ранній стадії зростання і, таким чином, знаходяться у більш вигідному становищі, яке сприяє відносно більшій швидкості їхнього зростання. Дощ утворюється тоді, коли лише одна крапля з 10^5 або 10^6 їхнього числа на самому початку стає більшою, ніж сусідні краплі, й потім збільшується до розмірів дощової краплі шляхом гравітаційної коагуляції.

Треба привернути увагу ще до одного важливого моменту. Рівняння зростання розмірів крапель описує процес коагуляції як безперервний та плавний. У дійсності краплі зростають у результаті дискретних зіткнень і злиття. Телфорд сформулював модель коагуляції, де враховуються дискретна природа процесу зростання і статистичні флуктуації концентрації крапель. Він припустив, що всі краплі хмари, які

захоплюються, мають однаковий розмір і що об'єми крапель-колекторів у 2 рази більші, ніж крапель хмари. Він зробив висновок, що статистичний дискретний процес захоплення є особливо важливим у ранніх стадіях утворення дощу, а правдоподібний спектр дощових крапель розвивається протягом декількох десятків хвилин. На основі моделі Телфорда було проведено декілька розрахунків при радіусах крапель хмари 8-14 мкм і при початкових радіусах крапель-колекторів від 20 до 40 мкм. Приклад результатів розрахунків приводиться на рис. 3.3.

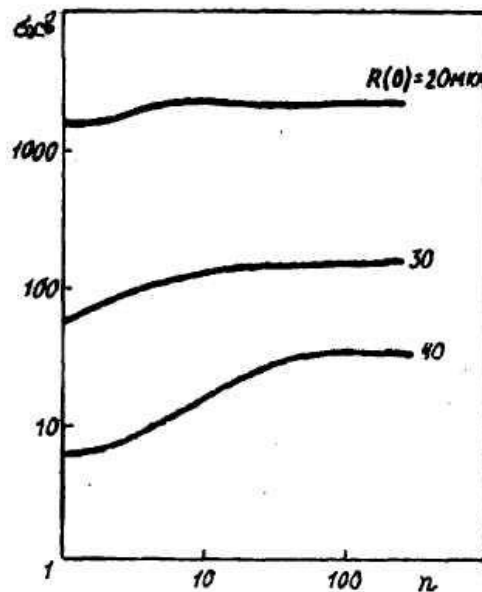


Рис. 3.3 – Стандартний відхил σ часу, необхідного для захватів при $r = 10$ мкм і $R(0)$, який дорівнює 20, 30 і 40 мкм. Водність хмари 1 г/м^3 .

З нього випливає, що коли n збільшується, то стандартний відхил σ розмірів крапель теж збільшується й досягає граничного значення. Було визначено, що число зіткнень, достатнє для визначення установлення цього граничного значення, дорівнює приблизно 6 при $R = 20$ мкм, 40 при $R = 30$ мкм і 100 при $R = 40$ мкм. Граничні значення σ зменшуються зі збільшенням R . Вони нехтовно малі для крапель радіусом більш 40 мкм. Це означає що при таких розмірах крапель-колекторів можуть використовуватися рівняння безперервного зростання. Для радіусів $R < 20$ мкм коефіцієнти зіткнення дуже малі для того, щоб відбулося зростання крапель мряці менше ніж за декілька годин, навіть якщо є значними статистичні відхили від поведінки середньої краплі.

Розглядаючи зростання краплі, Боуен і Телфорд побудували модель на основі сукупності дрібних крапель, що захоплюються, й декількох крапель, які відрізняються від них своїми розмірами і вважаються колекторами з самого початку. Але процес у дійсності проходить по-іншому.

Безперервний спектр розмірів крапель, який формується завдяки їхньому конденсаційному зростанню, трансформується через випадкові зіткнення, спочатку дуже рідкі, поширюючись у сторону більш крупних крапель. Отже, щоб зрозуміти особливості процесу утворювання дощу, його треба розглядати не з точки зору зростання деякої підгрупи крапель колекторів, а як еволюцію всього спектру крапель [9].

Вище для характеристики інтенсивності коагуляційного зростання крапель був застосований коефіцієнт коагуляції $K(R, r)$, який при урахуванні тільки ефектів, обумовлених гравітацією, визначається рівнянням (5.20)

$$K(R, r) = \pi(R + r)^2 [\nu(R) - \nu(r)] E(R, r).$$

При статистичному підході коефіцієнт коагуляції має смисл імовірності того, що крапля радіусом R захопить краплю радіусом r у одиницю часу за умови, що краплі того й іншого сорту мають одиничні концентрації. Коефіцієнт коагуляції можна записати не через радіуси крапель, а через їхній об'єм. Позначивши через V і v об'єми крапель-колекторів і крапель, які ними захоплюються, відповідно, будемо мати

$$K(V, v) = c \left[V_R^{1/3} + V_r^{1/3} \right]^2 [\nu(V) - \nu(v)] E(V, v), \quad (3.43)$$

де $c = \left(\frac{g\pi}{16} \right)^{1/3}$ - числовий коефіцієнт.

Коефіцієнт коагуляції тепер має смисл імовірності того, що крапля об'ємом V_R захоплює краплю об'ємом V_r у одиницю часу.

Припустимо, що спектр крапель характеризується функцією розподілу крапель за розмірами (тепер вже по об'ємах) $f(V)$. Тоді середнє число крапель $n(V)$ у одиничному об'ємі простору, які мають об'єми від V_r до $V_r + dV_r$, дорівнює

$$n(V) = f(V) dV. \quad (3.44)$$

Характер коагуляційного процесу у хмарі, який буде приводити до трансформації спектру хмарних крапель, можна виразити через швидкість змінювання $n(V)$, тобто через $\frac{\partial n(V)}{\partial t}$. Розглянемо під впливом яких

ефектів така трансформація спектру буде відбуватись.

По-перше, краплі з цього інтервалу будуть захоплюватись більш крупними краплями, які мають об'єми в інтервалі $V_r < V < \infty$. Число таких захоплень

є добуток $n(v)$ на імовірність зіткнення з краплями більших об'ємів $n(V) \cdot p(V_r < V < \infty)$. Але, очевидно,

$$P(V_r < V < \infty) = \int_{V_r}^{\infty} K(V, V_r) f(V) dV. \quad (3.45)$$

По-друге, буде відбуватись зіткнення й злиття цих крапель з більш дрібними краплями, тобто з краплями із інтервалу $0 < V < V_r$. Число їх буде $n(v) \cdot P(0 < V < V_r)$, де

$$P(0 < V \leq V_r) = \int_0^{V_r} K(V, V_r) f(V) dV. \quad (3.46)$$

Отже, за рахунок обох коагуляційних ефектів число крапель з інтервалу об'ємів $V, V + dV$ буде зменшуватись, і за одиницю часу загальне зменшення буде дорівнювати

$$\begin{aligned} \Delta n_1(V) &= n(V) \left[\int_0^{V_r} K(V, V_r) f(V) dV + \int_{V_r}^{\infty} K(V, V_r) f(V) dV \right] = \\ &= n(V) \int_{V_r}^{\infty} K(V, V_r) f(V) dV. \end{aligned} \quad (3.47)$$

Але, по-третє, в інтервалі від V до $V + dV$ число крапель буде збільшуватись завдяки злиттю усіх пар більш дрібних крапель, сума об'ємів яких дорівнює V . Число таких пар за одиницю часу в інтервалі du залежить від імовірності крапель інтервалу від u до $(u + du)$ в інтервалі dV , яка дорівнює $f(u)du$, та імовірності того, що краплі розмірів $(V - u)$ знаходяться в інтервалі dV . Остання, очевидно, дорівнює $f(V - u)dV$. Оскільки зазначені випадкові процеси незалежні, загальна імовірність цієї складної випадкової події дорівнює, як відомо, добутку ймовірностей $f(\delta)dV f(u)du$, де $\delta = V - u$. Тоді з урахуванням коефіцієнта коагуляції $K(\delta, u)$ число крапель, що збільшується за одиницю часу в інтервалі dV завдяки зазначеному процесу, дорівнює [9]

$$\Delta n_r(V) = \frac{1}{2} \int_0^V K(\delta, u) f(\delta) f(u) dV du. \quad (3.48)$$

Коефіцієнт $\frac{1}{2}$ потрібен для того, щоб не перераховувати двічі кожну комбінацію захоплення. Підсумовуючи всі ефекти, які описані вище, маємо

$$\frac{\partial n(V)}{\partial t} = \Delta n_2(V) - \Delta n_1(V) \quad (3.49)$$

Або,

$$\frac{\partial n(V)}{\partial t} = \frac{1}{2} dV \int_0^V K(\delta, u) f(\delta) f(u) du - n(V) \int_0^\infty K(V, V_r) f(V) dV. \quad (3.50)$$

Ці рівняння називають кінетичним рівнянням, рівнянням коагуляції, рівнянням стохастичної коагуляції.

Розв'язком рівнянням (3.50) є спектр крапель $f(V, t)$ у моменті часу t , який завдяки коагуляції розвивається з початкового спектру $f(V, 0)$. Треба мати на увазі, що ми маємо діло з стохастичним процесом, і рівняння (3.50) є стохастичне диференціальне рівняння. Тому початковий розподіл $f(V, 0)$ приводить до цілої сім'ї розв'язків $f(V, t)$, кожен із котрих відбиває одну реалізацію процесу коагуляції. Детерміністичний розв'язок рівняння (3.50) приводить до середньої функції $f(V, t)$ розподілу крапель за розмірами, тобто функції, осередненої за багатьма реалізаціями.

На рис. 3.4 приводиться приклад результатів, отриманих шляхом інтегрування рівняння (3.50).

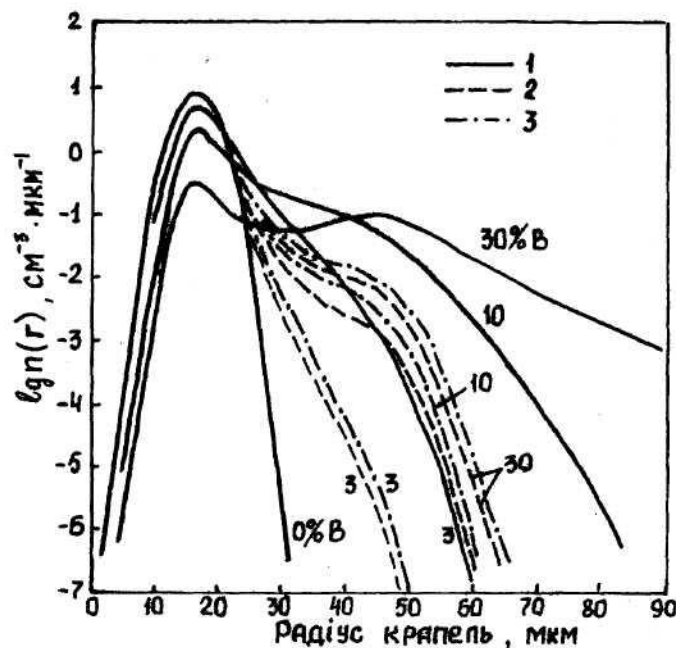


Рис. 3.4 – Спектр розмірів крапель через 3, 10 і 15 хв. після початку коагуляції при трьох різних значеннях коефіцієнта зіткнення. (Початковий розподіл $\sigma/\bar{r} = 0,15$; концентрація крапель 50 см^{-3} ; 1 – коефіцієнт $E = 1$; 2 і 3 – коефіцієнти E , що отримані відповідно Девісом і Хокінгом)

Вважалося, що початковим розподілом $f(v,0)$ крапель був розподіл Гауса з параметрами, які характеризуються відношенням стандартного відхилення до середнього значення радіусу крапель $\sigma_r/\bar{r} = 0,15$, а водність хмари дорівнює 1 г/м^3 . Інтегрування відбувалося при різних коефіцієнтах захоплення [9].

Як і слід було чекати, розподіл крапель розвивається найшвидше при геометричній імовірності захоплення ($E=1$). При інших значеннях коефіцієнта захоплення, розвиток спектру є менш інтенсивним, але друга мода на кривій розподілу все ж таки намічається.

На закінчення нагадаємо, що рівняння (3.50) урахує тільки ефект гравітаційної коагуляції. За теперішнього часу виведені кінетичні рівняння коагуляційного зростання крапель у хмарі, які в тій або іншій повноті ураховують вплив на трансформацію спектру горизонтальних і вертикальних упорядкованих потоків повітря, турбулентних рухів у хмарі, водності хмари, змінення з розмірами крапель при даній функції розподілу, коефіцієнта коагуляції.

ЛІТЕРАТУРА

1. Бекряев В.И. Практикум по курсу "Физические основы воздействия на атмосферные процессы".- Л.: Гидрометеиздат, 1991.- с. 144.
2. Мазин И.П., Шметер С.М. Облака, строение и физика образования. – Л.: Гидрометеиздат, 1979. – 231 с.
3. Облака и облачная атмосфера. /Под ред. И.П. Мазина, А.Х. Хргиана. – Л.: Гидрометеиздат, 1989. – 632с.
4. Роджерс Р.Р. Кратный курс физики облаков. /Пер. с англ. под ред. И.П. Мазина/. – Л.: Гидрометеиздат, 1979. – 231 с.
5. Седунов Ю.С. Физика образования жидкокапельной фазы в атмосфере. – Л.: Гидрометеиздат, 1972. – 207 с.
6. Сулаквелидзе Г.К., Глушкова Н.И., Федченко Л.М. Прогноз града, гроз и ливневых осадков. – Л.: Гидрометеиздат, 1970. – 187 с.
7. Тлисов М.И. Физические характеристики града и механизм его образования. С.-П.: Гидрометеиздат, 2002. – 386 с.
8. Шишкин Н.С. Облака, осадки и грозовое электричество. 2-е изд. – Л.: Гидрометеиздат, 1954. – 401 с.
9. Школьный Є.П. Фізика атмосфери. Підручник. – Одеса: ОГМІ, 1977. – 698 с.
10. Шметер С.М. Термодинамика и физика конвективных облаков. – Л.: Гидрометеиздат, 1987. – 289 с.

Данова Т.Є. Конспект лекцій з навчального курсу «Фізика хмар». – Одеса: ОДЕКУ, 2005. – 90-92 с.

Конспект лекцій призначений для навчання студентів з напрямку підготовки – «Гідрометеорологія», спеціальність «Метеорологія», спеціалізація «Експериментальна метеорологія». В конспекті розглянуті фізичні процеси, хмароутворення, зародження та зростання хмарних часток, виникнення опадів та явищ, які пов'язані з ними.

Рецензент:

Друкується за рішенням методичної ради Одеського Державного Екологічного Університету (протокол №__ від _____)

ОДЕКУ, 2005