УДК 556.166
Гопченко Є.Д., *д.г.н.* **Романчук** М.Є., *к.г.н.*
Одеський державний екологічний університет

УДОСКОНАЛЕННЯ РОЗРАХУНКОВОЇ СХЕМИ ФОРМУВАННЯ МАКСИМАЛЬНОГО СТОКУ З ЕЛЕМЕНТАРНИХ ВОДОЗБОРІВ А.М.БЕФАНІ

В статті розглядаються науково-методичні аспекти розрахунку максимального стоку з елементарних водозборів.
Ключові слова: *математична модель, максимальний стік, русло-заплавне регулювання, елементарні водозбори*

Вступ. Невеликі водозбори є первинною гідрографічною мережею в структурі річкових водозборів. У гідрологічному відношенні вони вивчені недостатньо і тому майже усі розрахункові методики по визначенню характеристик максимального стоку з елементарних водозборів базуються на використанні матеріалів спостережень середніх за розміром річок, але без урахування ефектів русло-заплавного регулювання. Теоретичні моделі найчастіше обґрунтовуються таким чином, що єдиним чинником трансформації схилового припливу вважається лише тривалість руслового добігання паводкових чи повеневих хвиль. Серед них найбільш відомою можна вважати теоретичну концепцію А.М. Бефані [1]. Елементарний водозбір моделюється ним у вигляді прямокутника з одним руслом посередині (рис. 1). Бічний приплив береться у вигляді довільної функції часу t. Вихідне диференціальне рівняння описується таким чином

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = q_t' \qquad (1)$$

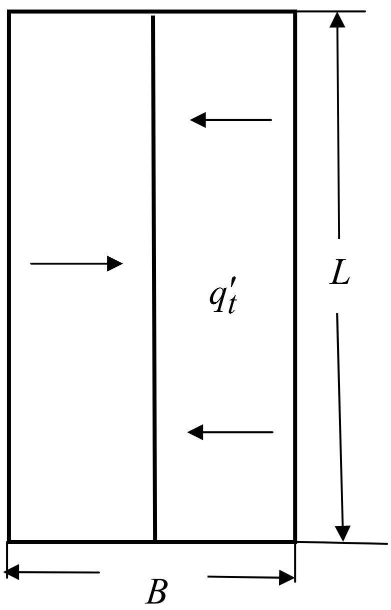

Рис. 1 - Схема елементарного водозбору

З (1) видно, що бічний приплив q_t' витрачається на збільшення витрати води Q по довжині русла та на зміну поперечного перерізу потоку ω у часі. Беручи до уваги, що

$$Q = \omega \cdot V_g \ , \qquad (2)$$

де V_g – швидкість руслового добігання повеневих (паводкових) хвиль по довжині водотоку, рівняння (1) набуває вигляду

$$V_g \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = q_t' \qquad (3)$$

Інтегрування (3) за початкових ($t = 0$; $\omega = 0$) і граничних ($x = 0$; $\omega = 0$) умов дало змогу обґрунтувати базові формули для розрахунку максимальних модулів стоку з елементарних водозборів, а саме:

- при $t_p < T_o$

$$q_m = \frac{Y_{tp}}{t_p};\tag{4}$$

- при $t_p \geq T_o$

$$q_m = \frac{Y_m}{t_p},\tag{5}$$

де Y_{tp} - найбільше значення шару схилового припливу за тривалість руслового добігання t_p; Y_m - загальний шар схилового припливу за паводок (водопілля); T_o - тривалість схилового припливу.

Пізніше А.М. Бефані [2] об'єднав вирази (4) і (5) за допомогою коефіцієнта «діючого» шару припливу φ, причому у відомій редакції [3] він має вигляд

$$\varphi = \frac{Y_{tp}}{Y_m} = \frac{n+1}{n}\frac{t_p}{T_0}\left[1 - \frac{1}{n+1}\left(\frac{t_p}{T_0}\right)^n\right],\tag{6}$$

де $\frac{n+1}{n}$ - коефіцієнт часової нерівномірності схилового припливу; $n \leq 1.0$ - степеневий показник у редукційному гідрографі схилового припливу.

З урахуванням (6)

$$q_m = \frac{Y_m}{t_p}\varphi\tag{7}$$

При $t_p/T_0 = 0$ коефіцієнт $\varphi = 0$, а при $t_p/T_0 \geq 1.0$ він дорівнює своєму верхньому значенню - $\varphi = 1.0$.

Розширення теоретичної моделі (1). Неврахування ефектів русло-заплавного регулювання у базовому рівнянні, очевидно, буде призводити до завищення результатів, особливо в області середніх і великих (за розмірами) водозборів. Стосовно останніх, А.М. Бефані [2] рекомендував площу поперечного перерізу русла ω_p розділити умовно на три складові: живий переріз ω, заплавну частину ω_3 й алювіальну акумуляцію ω_a. При цьому він вважав, що співвідношення між ω_3 і ω_a, з одного боку, та ω - з іншого, описується лінійними рівняннями променів, тобто

$$\omega_3 = k_1\alpha,\tag{8}$$

а

$$\omega_a = k_2\alpha\tag{9}$$

За такою схемою

$$\omega_p = \omega + k_1\omega + k_2\omega = \omega(1 + k_1 + k_2)\tag{10}$$

Беручи до уваги (10), запишемо (3) у вигляді

$$V_{\mathscr{I}}(1+k_1+k_2)\frac{\partial\omega}{\partial x} + (1+k_1+k_2)\frac{\partial y}{\partial t} = q_t'\tag{11}$$

або

$$\left(1+k_1+k_2\right)\left(V_g\frac{\partial\omega}{\partial x}+\frac{\partial y}{\partial t}\right)=q_t' \quad (12)$$

Для зручності (12) приведемо до вигляду

$$V_g\cdot\frac{\partial\omega}{\partial x}+\frac{\partial\omega}{\partial t}=\frac{1}{1+k_1+k_2}q_t' \quad (13)$$

Параметр $\left[1\Big/\left(1+k_1+k_2\right)\right]\leq 1.0$ позначимо як коефіцієнт русло-заплавного регулювання паводків (водопіль) ε_t. Тоді

$$V_g\frac{\partial\omega}{\partial x}+\frac{\partial\omega}{\partial t}=\varepsilon_t q_t' \quad (14)$$

Складемо допоміжне рівняння

$$\frac{dx}{V_g}=\frac{dt}{1}=\frac{d\omega}{\varepsilon_t q_t'} \quad (15)$$

Система (15) дозволяє записати такі часткові інтеграли

$$dx=V_g dt\,; \quad (16)$$

$$d\omega=\varepsilon_t q_t' dt \quad (17)$$

Виходячи з (16) і (17),

$$x=V_g t+C_1, \quad (18)$$

а

$$\omega=\int\varepsilon_t q_t' dt+C_2 \quad (19)$$

Початкові умови: $t=0$ й $\omega=0$; а граничні - $x=0$ й $\omega=0$. Використовуючи їх, отримаємо вирази відносно ω за різних співвідношень між тривалостями руслового добігання t_p і схилового припливу T_0, а саме:

- при $t_p<T_o$ $$\omega_m=\int_{t_{кр}-t_p}^{T_0}\varepsilon_t q_t' dt\,; \quad (20)$$
- при $t_p\geq T_o$ $$\omega_m=\int_0^{T_0}\varepsilon_t q_t' dt\,; \quad (21)$$

де ω_m - площа живого перерізу русла під час формування максимальної витрати води;

$t_{кр}$ - момент настання максимальної витрати води ($t_p<T_o$).

При розв’язанні (20), у зв’язку з відсутністю відомостей щодо функції русло-заплавного регулювання ε_t, здійснимо її осереднення за проміжок часу t_p, тоді

$$\left(\omega_m\right)_{np}=\bar{\varepsilon}_{tp}\int_{t_{кр}-t_p}^{t_{кр}}q_t' dt=\bar{\varepsilon}_{tp}Y_{tp}\cdot B \quad (22)$$

Перехідний коефіцієнт від (22) до (20) є відношенням

$$\kappa_\varepsilon = \left(\frac{\omega_m}{\omega_m}\right) np \tag{23}$$

Звідки

$$\omega_m = \kappa_\varepsilon (\omega_m)_{np} = \kappa_\varepsilon \cdot \bar{\varepsilon}_{tp} Y_{tp} \cdot B \tag{24}$$

Максимальна витрати води Q_m буде дорівнювати

$$Q_m = V_g \omega_m = \varepsilon_F Y_{tp} \cdot \mathrm{B} \cdot V_g , \tag{25}$$

де $\varepsilon_F = \bar{\varepsilon}_{tp} \cdot \kappa_\varepsilon$ - коефіцієнт русло-заплавного регулювання паводків (водопіль) при $t_p < T_o$.

Відповідно максимальний модуль при $t_p < T_o$ є

$$q_m = \frac{Q_m}{\mathrm{B} \cdot L} = \frac{Y_{tp}}{t_p} \varepsilon_F , \tag{26}$$

де $t_p = \dfrac{L}{V_g}$ - тривалість руслового добігання піка паводка (водопілля)

Аналогічним чином при $t_p \geq T_o$

$$(\omega_m)_{np} = \bar{\varepsilon}_{T_o} \int_o^{T_o} q_t' dt = \bar{\varepsilon}_{T_o} Y_m B , \tag{27}$$

а

$$\omega_m = (\omega_m)_{np} \kappa_\varepsilon = \varepsilon_F Y_m B \tag{28}$$

Максимальна витрата води при $t_p > T_o$Q дорівнює

$$Q_m = \varepsilon_F Y_m B V_g , \tag{29}$$

де $\varepsilon_F = \kappa_\varepsilon \bar{\varepsilon}_{T_o}$ - коефіцієнт русло-заплавного регулювання паводків (водопіль) при t $_p > T_o$

Максимальний модуль паводка (водопілля) при t $_p \geq T_o$ є

$$q_m = \frac{Y_m}{t_p} \varepsilon_F \tag{30}$$

В узагальненому вигляді, об'єднуючи (26) і (30),

$$q_m = \frac{Y_m}{t_p} \varphi \varepsilon_F \tag{31}$$

Аналіз отриманих результатів. Розрахункове рівняння (31) для визначення максимальних модулів стоку паводків (водопіль) на елементарних водозборах, на відміну від попереднього варіанта, запропонованого А.М. Бефані [1], дає змогу враховувати не лише вплив на трансформацію гідрографів стоку тривалості руслового добігання, але й ефекти русло-заплавного регулювання. На жаль, навіть удосконалена структура не позбавлена досить суттєвого недоліку, який стосується верхньої частини залежності $q_m = f(k)$, оскільки при $t_p \to 0$, згідно з (31), має місце невизначеність вигляду $\frac{0}{0}$. Тому доцільно дещо покращити структуру (31), тобто поширити її можливості для усього діапазону водозбірних площ. З цією метою скористаємося варіантом представлення функції припливу у вигляді узагальненого схилового гідрографа стоку [3]

$$q'_t = q'_m \left[1 - \left(\frac{t}{T_o} \right)^n \right], \tag{32}$$

де q'_m - максимальний модуль схилового припливу.

Проінтегруємо (32) по T_o, тоді

$$Y_m = \int_o^{T_o} q'_t dt = q'_m T_o \frac{n}{n+1} \tag{33}$$

Підставимо (33) в (31)

$$q_m = \frac{n}{n+1} \frac{T_o}{t_p} q'_m \varphi \varepsilon_F \tag{34}$$

Позначимо через $\psi\left({t_p}/{T_o} \right)$ функцію

$$\psi\left({t_p}/{T_o} \right) = \frac{n}{n+1} \frac{T_o}{t_p} \varphi \tag{35}$$

Очевидно, що:

- при $t_p < T_o$ $\quad \psi\left({t_p}/{T_o} \right) = 1 - \frac{1}{n+1} \left(\frac{t_p}{T_o} \right)^n;$ (36)

- при $t_p \geq T_o$ $\quad \psi\left({t_p}/{T_o} \right) = \frac{n}{n+1} \frac{T_o}{t_p}$ (37)

В операторному вигляді формула максимального стоку з елементарних водозборів А.М.Бефані запишется таким чином

$$q_m = q'_m \psi\left({t_p}/{T_o} \right) \varepsilon_F \, q \tag{38}$$

Максимальний модуль схилового припливу q'_m можна досить просто визначити, виходячи з (33), бо

$$q'_m = \frac{n+1}{n} \frac{1}{T_0} Y_m \tag{39}$$

Структура (38) не має обмежень, з точки зору розміру малих водозборів, оскільки при ${t_p}/{T_o} = 0$ параметри $\psi\left({t_p}/{T_o} \right)$ і ε_F дорівнюють одиниці, а

$q_m = q'_m$. Характер залежності $\psi\left(t_p/T_o\right)$ і ε_F від розміру водозборів ілюструється рис.2

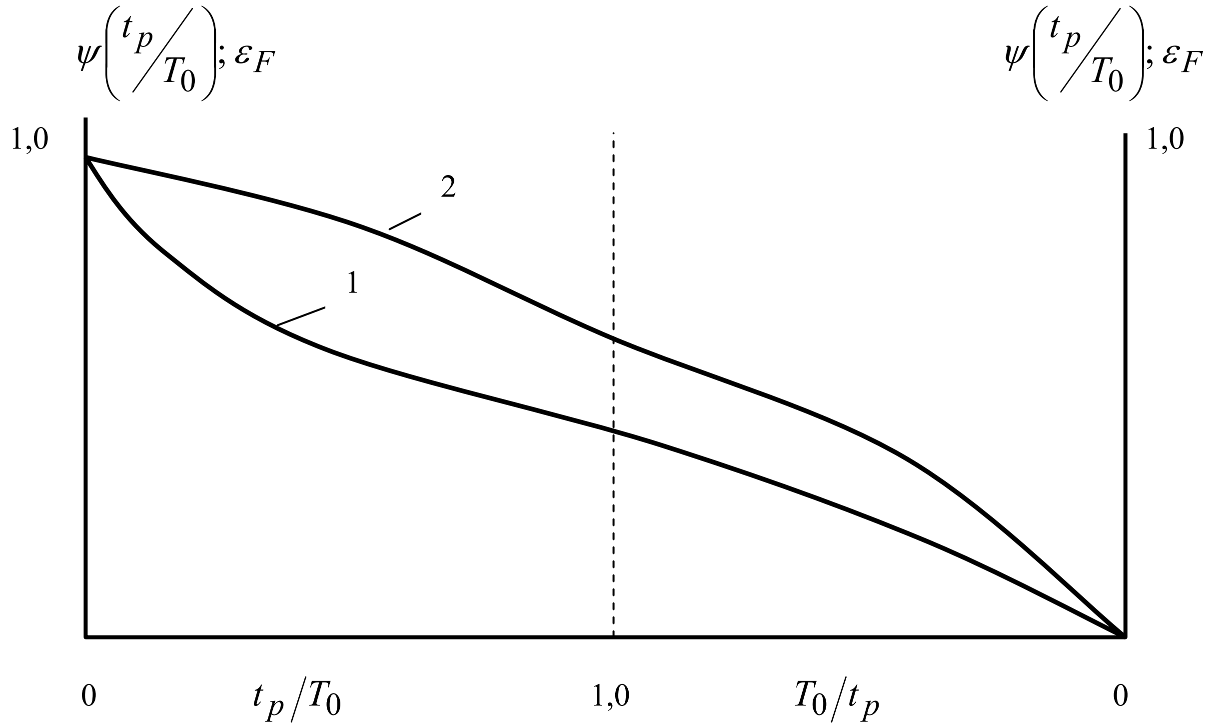

Рис.2 - Залежність коефіцієнтів трансформації паводкового (повеневого) стоку від співвідношення t_p/T_0 : 1 - $\psi\left(t_p/T_0\right)$; 2 - ε_F

Висновки. Удосконалений варіант формули А.Н.Бефани рекомендується для практичного використання при розрахунках максимального стоку з елементарних водозборів.

Список літератури

1. *Бефани А.Н.* Основи теории ливневого стока // Тр. ОГМИ, 1958. - Ч. II.- Вып. 14.- 302 с.

2. *Бефани А.Н., Бефани Н.Ф., Гопченко Е.Д.* Региональные модели формирования паводочного стока на территории СССР. - Обнинск, 1981. - Вып. 2.- 60 с.

3. *Гопченко Е.Д.* О редукции максимальных модулей дождевого стока по площади.- Метеорология и гидрология, 1975. - №2.- С. 66-71.

Усовершенствование расчетной схемы формирования максимального стока с элементарных водосборов А.М.Бефани. Гопченко Е.Д.„ Романчук М.Е.

В статье рассматриваются научно-методические аспекты расчета максимального стока с элементарных водосборов.

Ключевые слова: *теоретическая модель, максимальный сток, русло-пойменное регулирование, элементарные водосборы*

Development of calculation chart of forming maximum runoff from elementary watersheds of A.M.Befani. Gopchenko E.D., Romanchuk M.E.

The scientific-methodical aspects of calculation of maximum runoff from elementary watersheds in the article are examined.

Keywords: *theoretical model, maximum runoff, river-bed regulation, elementary watersheds*