МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Є.І. Колодеєв

# ОСНОВИ ГЕОДЕЗІЇ

*Конспект лекцій*

Дніпропетровськ
"Економіка" - 2005

**Є.І.КОЛОДЕЄВ**

# ОСНОВИ ГЕОДЕЗІЇ

**УДК 528**
**ББК 26.12**
**К 60**

*Друкується за рішенням Вченої ради Одеського державного екологічного університету ( протокол № 11 від 30.12.2004 р.).*

**Колодеєв Є.І.**

Основи геодезії: Конспект лекцій. -Дніпропетровськ: Вид-во „Економіка”, 2005. - 107 с.

В конспекті лекцій приведені основні відомості про системи географічних координат і висот, кути орієнтування і способи їх визначення по топографічних картах. Розглянуті системи Державних геодезичних мереж і способи їх побудови. Подані відомості про основні види вимірювань в геодезії і найбільш характерні види знімальних робіт. Розглянуті основні види знімальних робіт. Приведені питання застосування топографічних карт і геодезичних робіт в гідрометеорологічних дисциплінах.

Конспект лекцій використовується для студентів очної та заочної форми навчання.

© Одеський державний
екологічний університет, 2005

ЗМІСТ

Стор
Передмова..... 5
Тема 1: Предмет і задачі геодезії..... 6
1.1 Зміст геодезії..... 6
1.2 Геодезичні зйомки, їх види і призначення..... 8
1.3 Геодезичне забезпечення гідрометеорологічних досліджень і робіт.....9
Тема 2: Елементи теорії похибок геодезичних вимірювань.....12
2.1 Загальні поняття про вимірювання.....12
2.2 Класифікація похибок геодезичних вимірювань.....12
2.3 Арифметична середина.....13
2.4 Середня квадратична похибка.....14
2.5 Гранична (допустима) похибка геодезичних вимірювань.....16
2.6 Абсолютні і відносні похибки.....17
2.7 Середня квадратична похибка функції виміряних величин.....17
2.8 Подвійні вимірювання.....18
2.9 Поняття про вагу вимірювання. Загальна арифметична середина.....19
Тема 3: Поняття про форму, розміри Землі і системи координат, о використовуються в геодезії. Орієнтування ліній.....21
3.1 Форма Землі і її розміри.....21
3.2 Визначення положення точок на земній поверхні.....22
3.3 Орієнтування ліній і геодезичні задачі.....27
Тема 4: План і карта.....33
4.1 Вплив кривизни Землі на вимірювання горизонтальних відстаней і висот точок місцевості.....33
4.2 Масштаби карт і планів.....35
4.3 Поняття про геодезичні плани і карти.....37
4.4 Розграфка і номенклатура топографічних карт.....38
4.5 Умовні знаки для топографічних карт і планів.....40
4.6 Рельєф місцевості і його зображення на топографічних картах.....42
4.7 Задачі, які вирішуються на картах за допомогою горизонталей.....44
Тема 5: Геодезичні мережі.....50
5.1 Загальні відомості про геодезичні мережі.....50
5.2 Призначення і види державних геодезичних мереж.....50
5.3 Планові державні геодезичні мережі.....51
5.4 Державна нівелірна мережа.....56
Тема 6: Геодезичні вимірювання.....59

6.1 Лінійні вимірювання.....59
6.1.1 Позначення точок на місцевості і тичкування ліній.....59
6.1.2 Лінійні мірні прилади.....59
6.1.3 Вимірювання довжин ліній сталевою штриховою стрічкою.....62
6.1.4 Оптичні і електрофізичні віддалеміри.....64
6.1.5 Непрямі способи лінійних вимірювань.....68
6.2 Кутові вимірювання.....69
6.2.1 Принцип вимірювання горизонтального кута.....69
6.2.2 Класифікація теодолітів.....70
6.2.3 Вимірювання горизонтальних і вертикальних кутів.....72
6.3 Вимірювання перевищень.....75
6.3.1 Сутність і методи вимірювання перевищень.....75
6.3.2 Способи геометричного нівелювання.....75
6.3.3 Нівеліри і їх будова.....77
6.3.4 Тригонометричне нівелювання.....78
Тема 7: Топографічні зйомки ділянок місцевості.....81
7.1 Загальні положення.....81
7.2 Теодолітна зйомка.....81
7.2.1 Створення знімального обґрунтовування.....81
7.2.2 Зйомка ситуації місцевості.....84
7.3 Висотна зйомка поверхні.....86
7.4 Тахеометрична і інші наземні зйомки.....88
7.5 Аерофотознімання.....89
7.6 Космічна тріангуляція.....90
Тема 8: Геодезичне забезпечення гідрометеорологічних досліджень і робіт.....93
8.1 Картометричні роботи.....93
8.1.1 Вимірювання на картах довжин ліній.....93
8.1.2 Вимірювання площ контурів.....94
8.1.3 Визначення по карті географічних і прямокутних.....99
8.2 Геодезичні роботи.....100
8.2.1 Прив'язка реперів до пунктів державної геодезичної мережі.....100
8.2.2 Нівелювання поверхні.....102
Література.....103

# ПЕРЕДМОВА

Конспект лекцій складений відповідно до програми курсу «Основи геодезії», що входить в пакет дисциплін підготовки бакалаврів і фахівців гідрометеорологічного напряму.

Дисципліна «Основи геодезії» відноситься до дисциплін фундаментального циклу в підготовці фахівців напряму – гідрометеорологія.

Головна задача даної дисципліни – вивчення і освоєння основ теорії геодезичних вимірювань, картографії і картометрії з метою забезпечення теорії і практики гідрометеорологічних досліджень, розрахунків і прогнозів.

Для її вивчення необхідна хороша підготовка по таких дисциплінах як фізика, математика, астрономія, географія і ін.

В результаті вивчення курсу «Основи геодезії» студенти повинні знати основи теоретичної і практичної геодезії, мати уявлення про сучасні геодезичні методи і способи, які використовуються при геодезичних роботах.

Студенти повинні уміти використовувати геодезичні і картометричні способи при виконанні гідрометеорологічних досліджень, рішенні спеціальних задач.

Справжній конспект лекцій складений з урахуванням багаторічного особистого досвіду викладання дисциплін «Інженерна геодезія», «Геодезія», «Основи геодезії» в Одеському інституті інженерів морського флоту, Одеському гідрометеорологічному інституті і Одеському державному екологічному університеті.

При підготовці даного посібника в першу чергу були використані літературні джерела довідкового характеру та посібники по геодезії для гідрометеорологічного напрямку авторів Кудрицкого Д.М., Модринского Н.І та Федорова Ю.А.

Автор виражає щіру подяку доц. Чернову М.І., інж. Захарової Т.В і зав. ред. від. Соколенко Є.Д. за їх внесок в підготовку рукопису до видання.

## Тема 1: Предмет і задачі геодезії

### 1.1 Зміст геодезії

Термін «Геодезія» перекладається з грецької мови як «землеподілення», що свідчить про її практичне призначення у низці наукових дисциплін. Її коріння йде в далеке минуле, що відзначається старогрецьким істориком Геродотом. Він свідчив, що ще 3,5 тисяч років тому в давньому Єгипті виконувалися геодезичні вимірювання при відновленні меж земельних ділянок, що розмивалися при повенях Нілу.

Близький до сучасного розмір Землі вперше отримав старогрецький учений Ератосфен Киренській (276 -194 р.р. до н. е.). Він встановив, що в день літнього сонцестояння в Сієні (сучасний Асуан), розташованій південніше за Олександрію, сонце освітлювало дно глибоких колодязів, знаходячись в зеніті. В той же час в Олександрії проміння сонця відхилялося від зеніту на $7^o12'$, що складало 1/50 частку кола. Таку ж частку кола Землі, за висновком Ератосфена, складає відстань від Сієни до Олександрії, що в ту пору можливо було визначити, за нашими мірками, дуже грубо. Але ідея Ератосфена була абсолютно правильною і використовується вона понині в так званих градусних вимірюваннях, при яких встановлюють довжину дуги $1^o$. За допомогою цих вимірювань уточнювалися форма і розміри Землі.

Історія розвитку геодезії була пов'язана не тільки з господарськими задачами, але і з визначенням розмірів Землі як планети. На цьому шляху геодезія сформувалася як багатогранна наукова дисципліна, до складу якої входять ряд самостійних напрямів:

Вища геодезія
Топографія
Картографія
Космічна геодезія
Фотограмметрія
Інженерна геодезія
Морська геодезія

Основними задачами *вищої геодезії* є визначення форми, розмірів і гравітаційного поля Землі, що має першорядне значення для фізико-математичних розрахунків, пов'язаних із запуском ракет, космічних кораблів, штучних супутників Землі (***ШСЗ***) і з вивченням космічного простору. Забезпечуються ці розрахунки такими геодезичними дисциплінами як геодезична астрономія і геодезична гравіметрія. Перша дозволяє визначати опорні пункти для орієнтування геодезичних мереж і для вивчення гравітаційного поля, а друга – розробляти методи детального вивчення гравітаційного поля Землі і інших планет.

Предметом *вищої геодезії* є також вивчення теорії і методів виконання геодезичних робіт найвищої точності при побудові опорної планової і висотної геодезичної мережі, необхідної для виконання топографічних зйомок місцевості і рішення різних прикладних задач.

*Топографія* (від грецьких слів «місце» і «опис») вивчає невеликі ділянки земної поверхні з метою побудови топографічних планів і карт. Проводяться такі побудови на основі знімальних (топографічних) робіт. В коло питань топографії входять методи, технічні засоби і організація вимірювань на невеликих територіях. Вивчення водної поверхні, берегів і дна морів, океанів і інших водоймищ складає предмет *гідрографії*.

*Картографія* вивчає питання складання і видання карт. До областей картографії, що найбільш сформувалися, відносяться *математична картографія* або *теорія картографічних проекцій* і *картометрія*, що вивчає способи вимірювання по картах різних географічних об'єктів з метою отримання їх площ, довжин, об'ємів і інших кількісних характеристик.

*Космічна геодезія* почала розвиток в останні десятиріччя з освоєнням космічного простору за допомогою ШСЗ і космічних кораблів. Важливим напрямом в космічній геодезії стала *космічна тріангуляція*. Фотографування Землі з супутників дозволило отримати в короткі терміни різноманітні дані і відомості про земну поверхню на значних відстанях.

При вивченні значних просторів земної поверхні застосовують повітряне і наземне фотографування, для подальшої обробки яких використовують методи *фотограмметрії*.

*Фотограмметрія* (вимірна фотографія) вирішує багато геодезичних задач не на місцевості, а на її фотографічних зображеннях. Розділ фотограмметрії – *фототопографія* розглядає методи побудови планів і карт по фотознімках земної поверхні.

*Інженерна (прикладна) геодезія* розробляє методи геодезичних робіт, виконання яких здійснюється в дослідженнях, будівництві і експлуатації гідротехнічних і інших споруд, а також розглядає питання застосування геодезії в різних галузях науки і техніки.

Одним з нових напрямів геодезії є *морська геодезія,* в якій розробляють методи і технічні засоби виконання топографо-геодезичних робіт, що забезпечують картографування Світового океану і його континентального шельфу, дна морів, озер і водосховищ. В коло питань цього напряму входять розробка наземних радіогеодезичних і супутникових систем координування судна у момент вимірювання глибин, відбору проб ґрунту дна і інших робіт; розробка методики виконання комплексних досліджень морських акваторій, прийомів і методів обробки результатів вимірювань.

Область геодезії, яка обслуговує гірничодобувну промисловість і підземне будівництво виділилася в окремий геодезичний напрям, який має назву *маркшейдерська справа* (від німецьких слів «межа» і «розділяти»).

Із всіх розглянутих напрямів геодезії найширше застосування знаходить *інженерна геодезія*, яка вирішує питання цивільного будівництва, військової справи і наукових досліджень.

*Спільністю* всіх геодезичних робіт (вимірювань) є визначення взаємного положення точок земної поверхні в просторі, а основу цих робіт складають кутові і лінійні вимірювання.

## 1.2 Геодезичні зйомки, їх види і призначення

Геодезична зйомка – це сукупність вимірювальних робіт, ціллю яких є визначення взаємного положення елементів місцевості і їх розмірів. Це, перш за все, природні об'єкти ( водоймища, лісові масиви, болота і ін.) і інженерні споруди (будівлі, дороги, мости і ін.).

Всі геодезичні зйомки виконуються відповідно до вимог спеціальних інструкцій ГУГК або галузевих інструкцій і методичних вказівок. Останні ураховують специфіку тієї або іншої галузі при знімальних роботах і при оформленні планів і карт.

Зйомки можуть бути наземними, підземними, повітряними і космічними. Повітряну зйомку з використанням фотографії називають *аерофотозйомкою.*

Зйомки місцевості підрозділяють на планові (горизонтальні, контурні) і висотні (вертикальні). Відрізняються вони видом проекції (горизонтальна, вертикальна). В задачу планової зйомки входить відображення взаємного розташування об'єктів місцевості на плані або карті. Планові зйомки звичайно виконують на забудованих територіях з слабо вираженим рельєфом.

Висотна зйомка головною своєю метою ставить отримання висотних характеристик місцевості на якій-небудь площі або по якомусь напряму.

Широке застосування в геодезії знаходять і планово-висотні зйомки, які називають *топографічними* зйомками. Задачею таких зйомок є графічне відображення місцевості, що знімається з подробицями рельєфу. Аналогічно, *гідрографічна зйомка є* зйомкою водного об'єкту з подробицями його дна і берегів.

Відрізняють зйомки і по характеру використання геодезичних інструментів, обумовлюючи їх назви, як *інструментальні, напівінструментальні і окомірні.*

В інструментальних зйомках при вимірювальних роботах використовують геодезичні прилади різних класів точності, залежно від необхідної подробиці зйомки. По приладах, що використовуються в зйомках, вони називаються: бусольна, теодолітна, фототеодолітна,

мензульна, тахеометрична. Перші три види зйомок відносяться до планових, а останні три – до планово-висотних.

Всі геодезичні знімальні роботи виконуються за принципом – *від загального до часткового.* Це визначає і послідовність робіт: спочатку створюється опорна мережа у вигляді деякої системи геодезичних пунктів, а потім виконується *зйомка подробиць*, або, як частіше називають її, *зйомка ситуації.* В геодезичних роботах виділяють два етапи – польовий і камеральний.

## 1.3 Геодезичне забезпечення гідрометеорологічних досліджень і робіт

В гідрометеорологічних дослідженнях Світового океану, внутрішніх морів, вод суші, атмосферних процесів, кліматичних і екологічних проблем окремих територій і об'єктів доводиться постійно користуватися як загальногеографічними (топографічними), так і спеціальними картами – атмосферних опадів, температури повітря і ін.

Пізніше, при вивченні карт, ми будемо розглядати питання визначення площ, довжин ліній і напрямів, що є найбільш типовими в будь-якій гідрометеорологічній дисципліні. Картування різних гідрометеорологічних характеристик (атмосферного тиску, температури повітря, величин річного або сезонного стоку води і ін.) виконується у вигляді ізоліній, правила побудови яких на прикладі горизонталей детально викладаються в даному курсі.

Гідрометеорологічні дисципліни відносяться до географічних наук, в яких основоположне значення має закон широтної географічної зональності. В ньому визначальним є ґрунтоутворення, рослинність, кліматичні, гідрологічні і ін. особливості тієї або іншої території, залежно від її широтного положення.

Але дія цього закону не так однозначна, оскільки деякі території відчувають на собі вплів найближчого до них океану, що в обов'язковому порядку вимагає чіткої орієнтації в просторі в рамках діючих систем координат.

Значна частина суші Землі зайнята горами, де окрім широтної географічної зональності виявляється і висотна поясність, що обумовлює збільшення атмосферних опадів, зниження температури повітря і атмосферного тиску і інші закономірності, пов`язані із збільшенням висоти місцевості.

Визначення географічного положення об'єкту дослідження (широти, довготи і висоти місцевості) вимагає знання систем координат і висот, правил їх визначення по картах і на місцевості.

Вибір необхідних для роботи карт передбачає знання їх номенклатури, тобто, образно виражаючись, їх адресної системи. А це розділ геодезичних знань, який розглядає систему розподілу карт на окремі

листи і їх позначення. Залежно від географічного положення і масштабу карти визначається її номенклатура, яка є літерно-числовим виразом або своєрідним кодом.

Уклон і експозиція схилів при водно-балансових і агрометеорологічних дослідженнях визначаються на місцевості геодезичними методами.

При організації гідрометеорологічних спостережень необхідно складання плану ділянки станції або поста, для чого проводяться геодезичні вимірювання на місцевості.

Вивчення атмосферного тиску може мати сенс лише при єдиній системі спостережень, в якій обов'язково ураховується висота «нуля» барометра кожної станції. А це стає можливим після проведення нівелювальних робіт по прив'язці «нуля» барометра до державної висотної геодезичної мережі.

Такі ж вимоги по висотній прив'язці ставляться до річкових і морських рівневих спостережень. Ця обставина забезпечує єдність метрологічної бази і порівнянність матеріалів спостережень.

Досліджуючи екологічні проблеми Придунайських плавнів, гідрологи нашого університету вивчали закономірності водообміну між окремими їх частинами. І для цього вони визначали об'єми води в плавнях при різних рівнях, витрати води і уклони водної поверхні. А розв'язувалися ці задачі по великомасштабних картах і за матеріалами спеціально проведених для цих цілей гідрометричних і геодезичних робіт, велику частину з яких складали нівелювання уклону водної поверхні і водомірних пристроїв.

Можна додати, що водно-технічні дослідження значною мірою складаються з планових і висотних геодезичних робіт. В методиках гідрологічних розрахунків, які відповідають держстандарту, передбачається використання морфометричних характеристик русел річок і схилів водозбору, які визначаються по великомасштабних картах і матеріалах польових геодезичних вимірювань. Питання застосування геодезичних методів в гідрометеорологічних дисциплінах більш детально будуть розглянуті пізніше, у відповідних розділах.

Необхідні відомості для опису річки (ширини і глибини русла, висоти обривів, брівок, терас і ін.) можна отримати за допомогою аерофотознімків, виміряючи по них різні параметри.

Правила виконання геодезичних вимірювань на місцевості і знання різних геодезичних приладів забезпечують можливість проведення знімальних робіт на окремих ділянках місцевості, профілях по заданих створах, визначити уклони і інші елементи.

Геодезичні методи широко використовуються в гідрометрії при промірних роботах, визначенні напряму і швидкості течії водного потоку і витрат води.

Різноманітні геодезичні роботи виконуються при вивченні режиму і динаміки ґрунтових вод верхнього водоносного горизонту, при організації мережі контрольно-спостережних свердловин і постів на болотах.

Виключно велике значення геодезії в рішенні оборонних задач. «Очима армії» називають карту, зміст якої підвладний часу, стихії і діянням людини.

*Питання для самоперевірки*

1. В чому полягає ідея Ератосфена у визначенні розмірів Землі?
2. Які основні розділи геодезії?
3. Які основні задачі вищої геодезії?
4. В чому суть топографії?
5. Які задачі розв'язуються в картографії і картометрії?
6. Інженерна геодезія, її призначення.
7. Спільність всіх геодезичних робіт; основні види вимірювань.
8. Геодезичні зйомки, їх види і призначення.
9. Класифікація зйомок по приладах, які використовуються.
10. Принцип виконання знімальних робіт.
11. Два етапи виконання геодезичних робіт.
12. В рішенні яких гідрометеорологічних питань і проблем необхідні знання і методи геодезії?
13. Що таке геодезична зйомка?
14. Класифікація геодезичних зйомок залежно від приладів, що використовуються?

## Тема 2: Елементи теорії похибок геодезичних вимірювань

### 2.1 Загальні поняття про вимірювання

Вимірюванням називається процес порівняння деякої фізичної величини з іншою однойменною величиною, прийнятою за одиницю міри.

Одиниця міри – значення фізичної величини, прийнятої для кількісної оцінки величин того ж роду.

За одиницю міри кутів в Україні приймають 1 градус, який отримують поділом прямого кута на 90 частин; $1^o$ =60’(мінут), 1’=60”(секунд). В системі ***СІ*** за одиницю вимірювання кутів приймають 1 радіан – центральний кут, що спирається на дугу, рівну радіусу (***ρ=57$^o$,3***).

За одиницю міри кутових вимірювань тепер приймають також гон (***gon***) ***1g = 1/100*** частині прямого кута, тобто $90^o$=100 гон. 1гон =1000 мгон; *1 мгон=3,24”*. Така система застосовується в електронних теодолітах і тахеометрах.

За одиницю міри довжин прийнято 1 метр (м), а за одиницю міри площі –1 $м^2$. Площі також виміряють в гектарах (га); 1 га = (100 м * 100 м) = 10 000 $м^2$.

Вимірювання бувають безпосередні і посередні. В безпосередніх вимірюваннях визначаєму величину знаходять шляхом порівняння її з одиницею міри. В посередніх вимірюваннях визначаєму величину одержують як функцію інших безпосередніх вимірів. Наприклад, площа круга обчислюється за формулою $S = \pi r^2$, де ***r*** – радіус, є величиною, що виміряється.

### 2.2 Класифікація похибок геодезичних вимірювань

Кожне вимірювання проводять за наявності таких факторів: 1- об'єкт вимірювання; 2 – суб'єкт вимірювання ( спостерігач); 3 –вимірний прилад; 4 – метод вимірювань; 5 – зовнішнє середовище.

Якщо в процесі роботи всі п'ять факторів залишаються незмінними, то такі вимірювання прийнято вважати рівноточними. У разі зміни одного з п'яти факторів, результати вимірювання вважають нерівноточними.

Кожний з перелічених факторів породжує цілу низку похибок, сумарна дія яких на результат вимірювання визначає його похибку. З цієї причини результат вимірювань ніколи не співпадає з істинним значенням величини, що виміряється.

Розрізняють три основні види похибок – грубі, систематичні і випадкові.

Грубі похибки – великі по величині похибки, що виходять за межі точності вимірювань (прорахунки, невірні записи т.і.). Визначаються вони

переважно проведенням повторних вимірювань або іншою методикою вимірювань.

Систематичні похибки – входять в кожний результат вимірювань по певному закону (можуть бути постійні і змінні). Причина таких похибок - несправність приладу (неправильна довжина лінійного вимірного приладу, відхилення візирного променя від робочого положення і т.і.) або неправильне застосування методики вимірювання.

Випадкові похибки – малі по величині похибки, що не підкоряються певним математичним законам. Поєднані вони між собою лише статистичною закономірністю, що виявляється в масових явищах.

Надалі будемо вважати, що результати вимірювань вільні від грубих помилок та систематичних похибок і містять тільки випадкові похибки.

Випадкова похибка $\Delta$ (істинна похибка) є різницею між виміряним значенням величини $l$ і її істинним значенням $X$, тобто

$$\Delta = l - X \ . \qquad (2.1)$$

Дослідження великих рядів випадкових похибок дозволило установити наступні їх властивості:

- за даних умов вимірювань випадкові похибки не перевищують певну межу;
- малі по абсолютній величині похибки трапляються частіше, ніж великі;
- рівні по абсолютному значенню додатні і від'ємні похибки в ряді вимірювань рівноможливі;
- середнє арифметичне з випадкових похибок ряду рівноточних вимірювань при необмеженому зростанні їх числа прямує до нуля, тобто
-

$$\lim \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \Delta_i = 0 \qquad (i=1,2,3,\ldots,\infty) \qquad (2.2)$$

## 2.3 Арифметична середина

При n рівноточних вимірах деякої величини, точне значення якої дорівнює $X$, отримаємо ряд значень $l_1, l_2, l_3, \ldots, l_n$. Відповідно цим значенням можна виразити і їх похибки

$$\Delta_1 = l_1 - X$$
$$\Delta_2 = l_2 - X$$
$$\ldots\ldots\ldots$$
$$\Delta_n = l_n - X$$

Підсумовуючи ліві і праві частини, запишемо

$$\sum_{i=1}^{n}\Delta_i = \sum_{i=1}^{n} l_i - nX \text{ , звідки}$$

$$X = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} l_i - \frac{1}{n}\sum_{i-1}^{n}\Delta_i$$

При $\mathbf{n} \to \infty$ від'ємна частина прагне нуля і тоді можна записати

$$\lim_{\mathbf{n}\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} l_i = X \qquad (2.3)$$

При цьому реальне відношення $\frac{\sum l_i}{n} = \bar{x}$ називається арифметичною серединою або імовірнішим значенням величини, що виміряється.

Якщо $n$ буде нескінченно великою величиною, то арифметична середина буде дорівнювати істинному значенню $X$, а при кінцевому числі вимірювань вона є імовірнішим значенням шуканої величини.

Оскільки точне значення величини, що виміряється, невідомо, то точність геодезичних вимірювань оцінюють по відхиленнях результатів вимірювань від арифметичної середини

$$\upsilon_i = l_i - \bar{x} \qquad (2.4)$$

Ще називають цю похибку імовірнішою. Не слід її змішувати з імовірною похибкою. Імовірна похибка r - це така по величині похибка, по відношенню до якої похибка будь-якого вимірювання з однаковою імовірністю може бути більше або менше цієї величини.

Середня похибка знаходиться як середнє арифметичне з модульних значень випадкових похибок

$$\delta = \frac{[|\Delta_i|]}{n} \qquad (2.5)$$

## 2.4 Середня квадратична похибка

При виборі критерію оцінки точності вимірювань слід мати на увазі, що знак похибки ніяк не впливає на точність вимірювання, а впливає на неї величина похибки.

Ці реальні особливості враховує критерій, званий середньою квадратичною похибкою. Формула для його знаходження запропонована Гауссом

$$m = \pm\sqrt{\frac{[\Delta_i^2]}{n}} \ . \qquad (2.6)$$

Можливості застосування формули Гаусса вельми обмежені за відсутністю інформації про істині значення шуканої величини, що входить у формулу випадкової похибки $\Delta_i$. У зв'язку з цим в практиці знайшла застосування формула Бесселя, до якої входять значення імовірніших похибок, що визначаються за допомогою арифметичної середини (імовірнішого значення вимірної величини). Формула Бесселя має такий вигляд

$$m = \pm\sqrt{\frac{[\upsilon_i^2]}{n-1}} \ . \qquad (2.7)$$

### *Середня квадратична похибка арифметичної середини*

Запишемо арифметичну середину у вигляді

$$\bar{x} = \frac{1}{n} l_1 + \frac{1}{n} l_2 + \frac{1}{n} l_3 + ... + \frac{1}{n} l_n \qquad (2.8)$$

тоді

$$M^2 = \frac{1}{n^2} m_1^2 + \frac{1}{n^2} m_2^2 + ... + \frac{1}{n^2} m_n^2 \ . \qquad (2.9)$$

Для рівноточних вимірювань $\mathbf{m_1 = m_2 = \ldots = m_n}$, тоді $\mathbf{M^2 = m^2/n}$, звідки

$$\mathbf{M} = m/\sqrt{n} \qquad (2.10)$$

Середня квадратична похибка арифметичної середини в $\sqrt{n}$ раз менше середньої квадратичної похибки окремого вимірювання.

Середня квадратична похибка самої середньої квадратичної похибки характеризується величиною

$$m_m \approx m/\sqrt{2n} \ . \qquad (2.11)$$

Зв'язок між середньою квадратичною похибкою і середньою похибкою описується виразом

$$m = 1.25\delta\,. \qquad (2.12)$$

## 2.5 Гранична (допустима) похибка геодезичних вимірювань

Граничною похибкою вимірювань називають таке найбільше значення випадкової похибки, що може бути допущене за даних умов вимірювань.

Гранична похибка геодезичних вимірювань встановлюється по величині середньої квадратичної похибки. Дослідження рядів похибок геодезичних вимірювань дозволили встановити наступні співвідношення абсолютних значень цих похибок із значеннями середніх квадратичних похибок:

1) з 100 похибок $\Delta\ 32$ перевищують або дорівнюють $m$;
2) з 100 похибок $\Delta\ 5$ перевищують або дорівнюють $2\ m$;
3) з 100 похибок $\Delta\ 1$ перевищує або дорівнює $2{,}5m$;
4) з 1000 похибок $\Delta\ 3$ перевищують або дорівнюють $3\ m$.

На цій підставі і з врахуванням імовірності появи вказаних випадкових похибок, встановлено, що середня квадратична похибка $m$ пов'язана з граничною похибкою геодезичних вимірювань $\Delta_{гр}$ наступними співвідношеннями:

$\Delta_{гр} \le 2\ m$ з імовірністю 0,95;
$\Delta_{гр} \le 3\ m$ з імовірністю 0,997;

Для теоретичних розрахунків призначається формула

$$\Delta_{ГР} = 3m\,. \qquad (2.13)$$

В практичній діяльності з врахуванням сучасного стану геодезичної техніки і методики виконання вимірювань встановлено більш жорстке значення $\Delta_{гр}$

$$\Delta_{ГР} = 2m\,. \qquad (2.14)$$

Похибки, що перевищують за абсолютною величиною $\Delta_{гр}$, відносяться до категорії грубих і результати вимірювань з такими похибками бракуються.

## 2.6 Абсолютні і відносні похибки

Такі похибки вимірювань як середня квадратична ($m$), середня ($\delta$), імовірна ($r$), істинна ($\Delta$) і гранична ($\Delta_{гр}$) називаються абсолютними похибками.

Відносною похибкою вимірювань називають відношення відповідної абсолютної похибки до значення виміряної величини.

Для виміряної площі контуру $S$ з абсолютною похибкою $\Delta S$ відносна похибка запишеться

$$\Delta S_{ВІД} \quad \textbf{або} \quad \Delta_{ВІД} = \Delta S / S = 1/(S/\Delta S) = 1/N. \tag{2.15}$$

## 2.7 Середня квадратична похибка функції виміряних величин

Задана функція

$$z = x + y \tag{2.16}$$

де $x$ і $y$ - незалежні складові. Через $\Delta z$, $\Delta x$ і $\Delta y$ позначимо відповідні випадкові похибки величин $x$, $y$, $z$ при однократному їх вимірюванні. За цих умов $z+\Delta z=(x+\Delta x)+(y+\Delta y)$, звідки

$$\Delta z = \Delta x + \Delta y . \tag{2.17}$$

Якщо кожну складову виміряти n разів, то можна написати n рівняннь вигляду (2.17). Якщо кожне з них звести в квадрат, скласти ліві і праві частини і розділити потім обидві частини цього рівняння на n, то отримаємо

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta z_i^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i^2 + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta y_i^2 + \frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i \Delta y_i ,$$

де $\sum_{i=1}^{n}\Delta x_i \Delta y_i$ є сумою добутків випадкових незалежних похибок, а тому при достатньо великому числі n останній член цієї рівності малий і їм можна нехтувати. Взявши до уваги формулу (2.6), отримаємо

$$m_z^2 = m_x^2 + m_y^2 . \tag{2.18}$$

Ця формула справедлива і для функції $z = x - y$.

При $m_x=m_y=m$ формула (2.18) має вигляд

$$m_z = m\sqrt{2}. \qquad (2.19)$$

Якщо взяти функцію $z=x_1 \pm x_2 \pm \ldots \pm x_n$, то, позначивши через $m_z, m_1, m_2, \ldots, m_n$ середні квадратичні похибки цієї функції і аргументів, отримаємо

$$m_z^2 = m_1^2 + m_2^2 + \ldots + m_n^2. \qquad (2.20)$$

При $m_1=m_2=\ldots=m_n=m$ будемо мати

$$m_z = m\sqrt{n}. \qquad (2.21)$$

Розглянемо тепер функцію загального вигляду

$$z = f(x_1, x_2, \ldots, x_n). \qquad (2.22)$$

В теорії похибок вимірювань доводиться, що якщо $x_1, x_2, \ldots, x_n$- незалежні величини, то

$$m_z^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}\right)^2 m_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial x_2}\right)^2 m_2^2 + \ldots + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\right)^2 m_n^2 \qquad (2.23)$$

де $\frac{\partial f}{\partial x_1}; \frac{\partial f}{\partial x_2}; \ldots; \frac{\partial f}{\partial x_n}$

представляють частинні похідні даної функції, обчислені для відповідних значень аргументів.

## 2.8 Подвійні вимірювання

Маємо ряд подвійних рівноточних вимірювань деякої величини

$$x_1, x_2, \ldots, x_n$$
$$y_1, y_2, \ldots, y_n.$$

При цьому будемо вважати, що систематичні похибки в отриманих результатах вимірювань відсутні.

Складемо різниці

$$d_1 = x_1 - y_1,$$
$$d_2 = x_2 - y_2,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$d_n = x_{_n} - y_n .$$

По цих різницях визначають середню квадратичну похибку окремого результату вимірювань

$$m = \sqrt{\frac{1}{2(n-1)}\sum_{i=1}^{n} d_i^2} \quad . \tag{2.24}$$

## 2.9 Поняття про вагу вимірювання. Загальна арифметична середина

Поняття про вагу вимірювання вводять для обробки нерівноточних вимірювань. Вага визначає ступінь надійності результатів вимірювань. Чим надійніше результат, тим більше його вага. Отже, вага пов'язана з точністю вимірювань.

За вагу результату вимірювання $p_i$ приймають величину, обернено пропорційну квадратові середньої квадратичної похибки, тобто

$$p_i = c / m_i^2 \tag{2.25}$$

де $c$- деяка постійна величина. Позначивши через $p$ вагу одного результату вимірювання, а через $P$ – вагу арифметичного середнього з n таких вимірювань, отримаємо

$$P/p = m^2/M^2 = m^2/(m^2/n) = n \quad , \tag{2.26}$$

тобто вага арифметичної середини в n раз більше ваги одного результату вимірювання. Вважаючи, що результат отриманий з одного прийому, має вагу рівну одиниці, то результат, знайдений з n таких прийомів, буде мати вагу, рівну $n$ .

Величина $X$ виміряна n разів в різних умовах. При цьому отримані значення $x_1, x_2, \ldots, x_n$ з вагами $p_1, p_2, \ldots, p_{n_}$.

Тоді без доказів формула вагового середнього або загальної арифметичної середини, враховуюча вагу вимірів, буде

$$x_o = \frac{x_1 p_1 + x_2 p_2 + \ldots + x_n p_n}{p_1 + p_2 + \ldots + p_n} \quad . \tag{2.27}$$

Середня квадратична похибка μ, відповідно результату вимірювання, вага якого прийнята дорівнює одиниці, або так звана середня квадратична похибка одиниці ваги визначається за формулою

$$\mu = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n} p_i \upsilon_i^2} \qquad (2.28)$$

де $\upsilon_i = x_i - x_o$.

Середня квадратична похибка $M_o$ вагового середнього або загальної арифметичної середини має наступний вигляд

$$M_o = \mu / \sqrt{P}\,. \qquad (2.29)$$

*Питання для самоперевірки*

1. Що називається вимірюванням?
2. Які вимірювання називаються рівноточними, а які - нерівноточними?
3. Одиниці мір, що застосовані в геодезії.
4. Що таке грубі, систематичні і випадкові похибки вимірювань?
5. Які основні властивості випадкових похибок?
6. Як визначається імовірніше значення величини, що виміряється при рівноточних вимірюваннях?
7. Що називається граничною, абсолютною і відносною похибкою?
8. Що таке середня квадратична похибка і як вона визначається ?
9. Як визначається середня квадратична похибка окремого результату подвійних вимірювань?
10. Що таке вага вимірювання?
11. Як визначається загальна арифметична середина при нерівноточних вимірюваннях ?

## Тема 3: Поняття про форму, розміри Землі і системи координат, що використовуються в геодезії. Орієнтування ліній

### 3.1 Форма Землі і її розміри

Фізична поверхня Землі, що складається з суші (29%) і водної поверхні (71%), має складну форму. Дно океану на окремих його ділянках знаходяться нижче поверхні океану на 10-11 км, а щонайвищі ділянки суші піднімаються над його поверхнею більш, чим на 8 км.

В геодезії при визначенні фігури і розмірів Землі виходять з поняття про її рівневу поверхню.

У зв'язку з невеликим підвищенням суші над поверхнею океану в порівнянні із загальними розмірами Землі прийнято, що її форму визначає фігура, яку утворює рівнева поверхня, що збігається з поверхнею води в океанах і морях, що сполучаються з ними, в стані повного спокою і продовжена під материками. Ця поверхня прийнята за основну рівневу поверхню Землі, а тіло, створене цією поверхнею, за пропозицією німецького фізика І.Б. Лістинга в 1873 р. отримало назву «геоїда» (від грецьких слів Земля і вигляд).

Геоїд має складну форму. В кожній точці поверхня геоїда нормальна до напряму прямовисної лінії, що проходить через цю точку. Напрями прямовисних ліній залежать від розподілу щільності гірських порід, що складають земну кору. А оскільки щільність в земній корі розподілена нерівномірно, то і геоїд геометрично має складну і неправильну форму (рис.3.1).

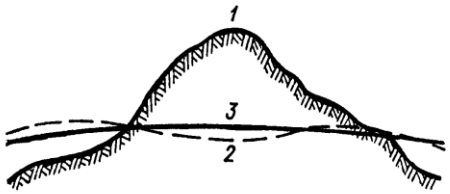



Рис. 3.1 – Вертикальний переріз земної поверхні
1- фізична поверхня Землі,
2- геоїд, 3-земний еліпсоїд

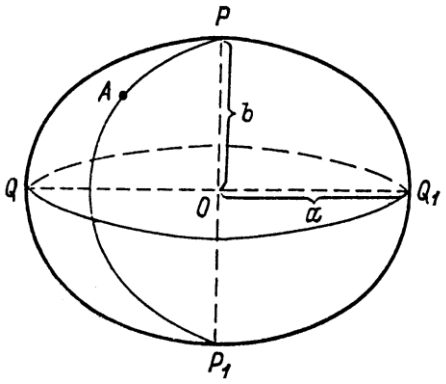



Рис. 3.2 – Еліпсоїд обертання.
$PP_1$ - полярна вісь еліпсоїда;
$QQ_1$-геодезичний екватор;
$PAP_1$- меридіан з точкою А

Ця обставина не дозволяє використовувати дану модель Землі як просту геометричну фігуру при геодезичних і картографічних розрахунках. Тому виникла необхідність заміни геоїда на іншу модель, що має поверхню найбільш близьку до поверхні геоїда і добре описана математично. Теоретичні і численні експериментальні астрономо-геодезичні вимірювання дозволили визначити таку модель у вигляді двовісного еліпсоїда обертання, отриманого в результаті обертання еліпса навколо його полярної вісі ***PP1*** (рис. 2.2). Поверхня еліпсоїда обертання описується простим рівнянням і математично добре вивчена. Еліпсоїд обертання називають також сфероїдом.

В 1946 р. під керівництвом проф. Ф.Н.Красовського обчислені розміри земного еліпсоїда; велика напіввісь $a$ **= 6 378 245 м**, мала напіввісь $b$ **= 6 356 863** м і стиснення $\alpha = (a - b)/a = 1/298{,}3$.

Щоб користуватися земним еліпсоїдом як математичною поверхнею при обробці результатів геодезичних вимірювань, мало знати його параметри. Необхідно ще розмістити його в тілі Землі так, щоб поверхня еліпсоїда максимально збігалась з поверхнею геоїда. Відхилення залежать від правильності вибору розмірів еліпсоїда, від точності орієнтування його в тілі Землі і від зміни кривизни поверхні геоїда.

Еліпсоїд встановлених розмірів, з певним положенням у фізичному тілі Землі і прийнятий за початковий при виконанні геодезичних, топографічних і картографічних робіт, називається референц-еліпсоїдом.

Зважаючи на невелике стиснення земного еліпсоїда при наближених розрахунках використовується і спрощена модель Землі – куля з радіусом 6 371 км.

## 3.2 Визначення положення точок на земній поверхні

Положення точок на земній поверхні може бути визначено в різних системах координат і висот.

Географічні координати. Система географічних координат є єдиною системою для всіх точок Землі. При цьому рівнева поверхня приймається за поверхню сфери. За початок відліку в географічній системі координат приймають початковий меридіан $PM_oP_1$, що проходить через центр Грінвічської обсерваторії на околиці Лондона, і площину екватора $EQ$ (рис. 3.3).

Положення всякої точки $M$ на сфері в цій системі координат визначається кутом $\varphi$, створеним радіусом-вектором $MO$ з площиною екватора і кутом $\lambda$, створеним площиною меридіана $PMP_1$ даної точки і площиною початкового меридіана.

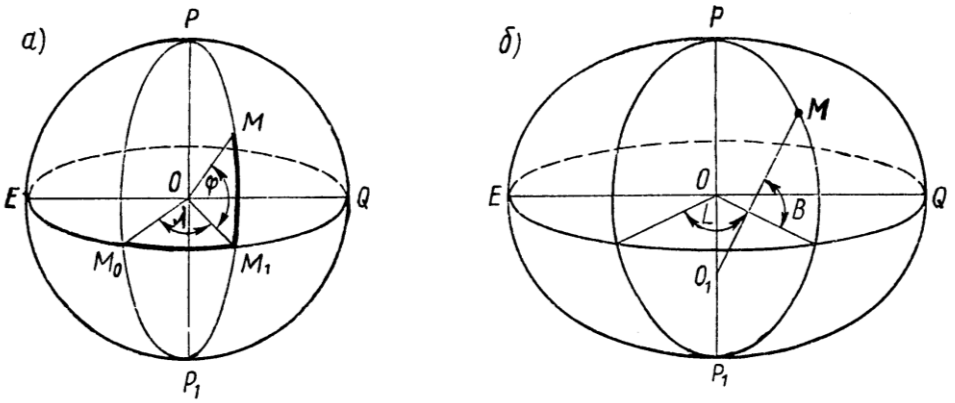



Рис. 3.3 – Географічна (а) і геодезична (б) системи координат

Кут ***φ***, званий географічною широтою, відлічується від площини екватора на північ і на південь від 0 до 90°. Широти точок, розташованих в північній півкулі, називають північними, а в південному – південними.

Кут ***λ***, званий географічною довготою, відлічується від площини початкового меридіана на схід і захід від 0 до 180°. Точки, розташовані на схід від початкового меридіана, мають східні довготи, а на захід - західні.

Географічні координати розділяються на геодезичні і астрономічні. Система геодезичних координат визначає положення точок на поверхні еліпсоїда обертання.

Геодезичною широтою В точки ***M*** називають гострий кут, утворений нормаллю ***$MO_1$*** до поверхні еліпсоїда, і площиною його екватора, а геодезичною довготою ***L*** – двогранний кут між площиною початкового меридіана і площиною меридіана даної точки.

Якщо широта і довгота віднесені до рівневої поверхні Землі, то таку систему координат називають астрономічною.

Різниця між астрономічними і геодезичними координатами точки залежить від відхилення прямовисних ліній від нормалей до поверхні еліпсоїда (3-4’’). Для більшості гідрометеорологічних задач ці розбіжності не мають істотного значення, тому в таких випадках говорять про географічні координати. Вони використовуються при дрібномасштабному картографуванні і при рішенні інженерних задач.

Плоскі прямокутні координати. Найбільш проста і зручна для практичного використання система плоских прямокутних координат. Застосовується вона для невеликих за розмірами територій. В цій системі площина координат співпадає з площиною горизонту в даній точці **O,** що є початком цих координат; вісь ***X*** направлена на північ, а вісь У – на схід. Північний напрям вісі абсцис вважається додатним ***(+)***, південне - від’ємним ***(-)***; напрям вісі ординат вважається додатним на схід і від’ємним на захід.

Вісі координат ділять площину креслення на чотири частини, які називаються четвертями: ***I – ПнС, II – ПдС, III – Пд3, IV – Пн3*** (рис.4).

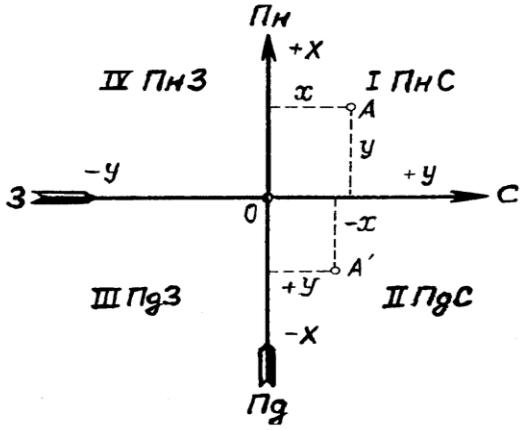



Рис. 3.4 - Прямокутні координати на площині

При зніманні території майбутньої гідрометеорологічної станції або поста, часто застосовують місцеву систему плоских прямокутних координат. В цьому випадку початок координат і напрям перпендикулярних вісій ***OX*** і ***OУ*** можна вибрати довільно. Таку систему координат називають місцевою.

Полярна система координат. В полярній системі координат (рис. 3.5) положення будь-якої точки А на площині визначає віддаль точки (радіус-вектор ***r***) від фіксованого початку (полюса ***O***) та полярний кут ***β*** між вибраною полярною віссю (***OX***) і напрямом на точку ***A***. Положення полярної вісі на площині можна вибирати довільно, іноді її суміщають з напрямом меридіана, що проходить через полюс ***O***. Часто полярну систему координат використовують при планово-висотних зйомках.

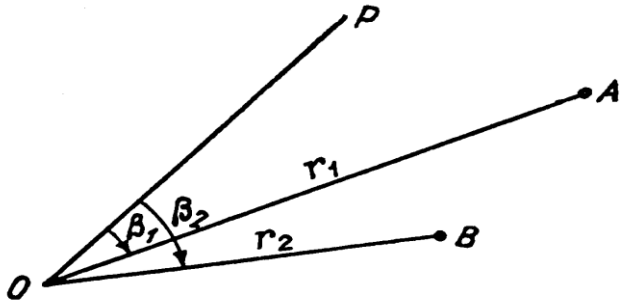



Рис. 3.5 - Полярна система координат на площині

Зональна система плоских прямокутних координат. Суть цієї системи (Гаусса-Крюгера) полягає в тому, що вся земна куля розбита на 60

меридіанних шестиградусних зон, що тягнуться від одного полюса до іншого. Нумерують зони від Грінвічського меридіана на схід (рис. 3.6).

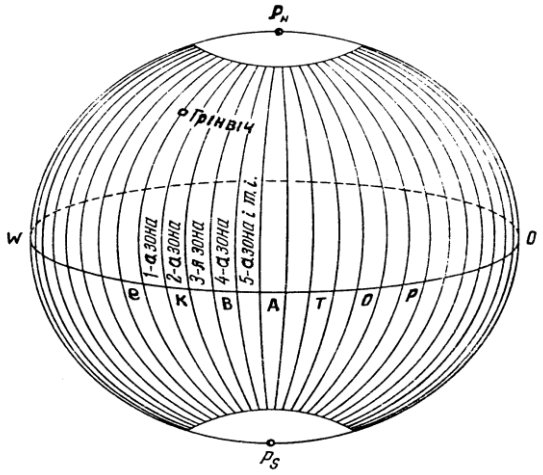



Рис. 3.6 - Ділення земної кулі на зони

Перш ніж спроектувати таку зону на площину, її спочатку проектують на поверхню циліндра, який розташовують так, щоб його вісь проходила через центр земної кулі і знаходилася в площині земного екватора. При цьому земна куля повинна торкатися циліндра по середньому (вісевому) меридіану даної зони. Після цього циліндр розгортають на площині і одержують на ній зображення проекції даної зони (рис. 3.7).

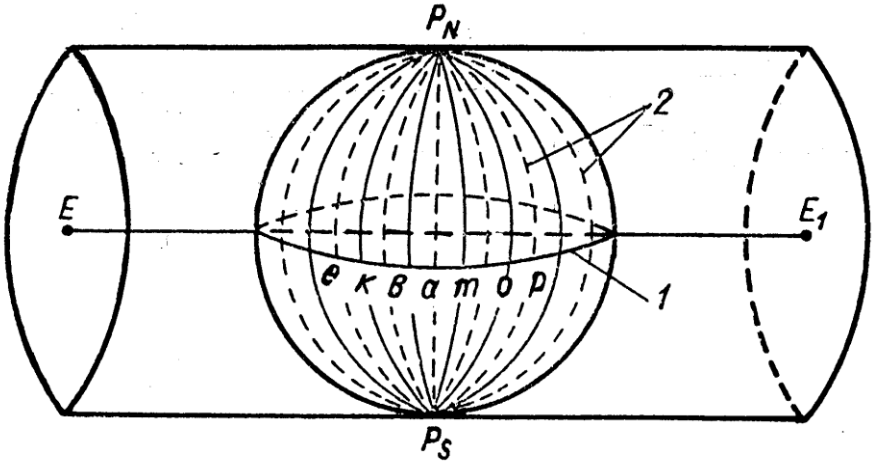



Рис. 3.7 - Схема проектування в системі Гаусса-Крюгера
1 - екватор, 2 - вісеві меридіани зон

В такій системі початок координат для всіх зон приймається в точці перетину вісевого меридіана даної зони (вісь абсцис) з екватором (вісь ординат). Абсциси, відлічувані від екватора до північного полюса, вважаються додатними, - до південного - від'ємними; значення ординат - від вісевого меридіана на схід – додатними, на захід – від'ємними.

Щоб однозначно визначити планове положення точок на земній поверхні і виключити від'ємні значення ординат в зональній системі координат, в нашій країні прийнято наступне:

1) перед кожною ординатою в її значення вводиться номер зони;

2) початок системи координат в кожній зоні перенесений на 500 км на захід від осьового меридіана (рис. 3.8). Удосконалені таким чином ординати точок називають *приведеними*.

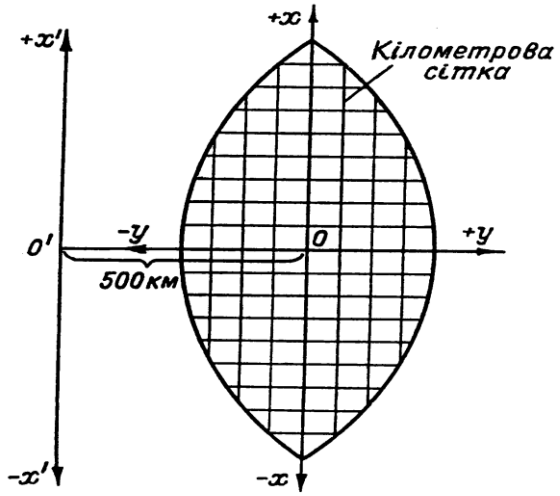



Рис. 3.8 - Зональна система плоских прямокутних координат

Абсолютні, умовні і відносні висоти. Абсолютною висотою точки ***A*** – $H_A$ називається відрізок прямовисної лінії (або нормалі) від точки земної поверхні до прийнятої відлікової поверхні (рис. 3.9). В нашій країні за відлікову поверхню прийнята рівнева поверхня, яка проходить через нуль Кронштадтського футштока (Балтійська система).

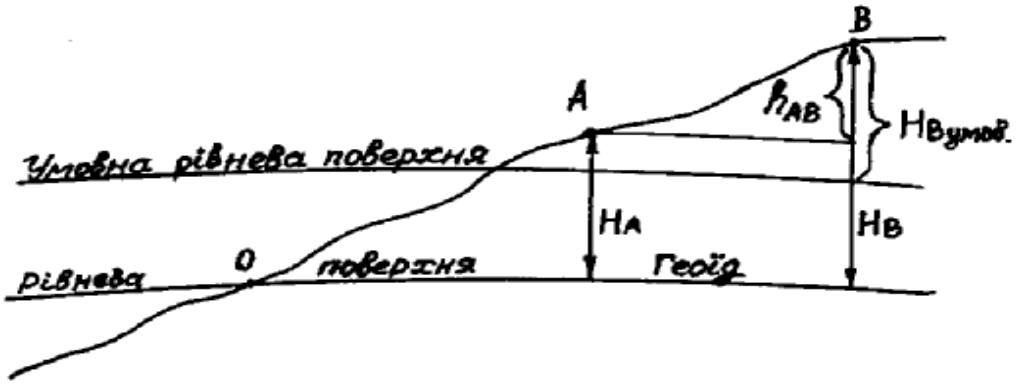



Рис. 3.9 - Абсолютні і умовні висоти

Умовною висотою точки ***($H_B$)*** називається прямовисна відстань від неї до відлікової поверхні, умовно прийнятої за нульову. Умовні висоти

вводять тоді, коли неможливо визначити абсолютну висоту або в цьому немає гострої потреби. Іноді при значній віддаленості водних об'єктів від пунктів державної нівелірної мережі всі висоти рівнів подають в умовній системі висот. Часто умовну систему висот використовують на першій стадії водно-технічних досліджень.

Відносною висотою точки називається висота її над іншою точкою, рівнева поверхня якої прийнята за вихідну. Дорівнює вона різниці абсолютних висот цих точок, тобто перевищенню між цими точками.

### 3.3 Орієнтування ліній і геодезичні задачі

Орієнтуванням лінії називається визначення її напряму на місцевості відносно іншого напряму, що прийнятий за початковий (вихідний). За початковий напрям у геодезії приймають напрями істинного, магнітного меридіанів чи лінію, паралельну вісевому меридіану зони або вісі абсцис ***(X)*** зональної системи прямокутних координат. Орієнтування ліній здійснюють за допомогою кутів орієнтування, до яких відносять азимути, дирекційні кути і румби.

Азимутом лінії називається кут, відлічуваний за ходом годинникової стрілки від північного напряму меридіана в деякій точці ***B*** до заданого напряму ***BC***. Азимути можуть мати значення від 0 до 360°. Азимут ***A*** називають істинним, якщо він відлічується від істинного меридіана ***N,*** і магнітним $A_м$, якщо він відлічується від магнітного меридіана $N_м$. Кут між істинним (географічним) і магнітним меридіанами називається схиленням магнітної стрілки ***δ*** (рис. 3.10).

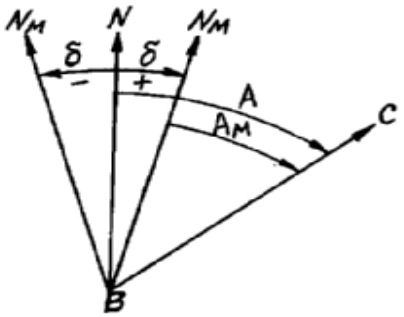



Рис. 3. 10 - Зв’язок між географічним (***A***) и магнітним ($A_м$) азимутами

Воно приймається на схід від істинного меридіана зі знаком **„+”,** на схід – зі знаком „-”. Зв'язок між географічним азимутом ***A*** і магнітним $A_м$ має такий вигляд:

$$A = A_м + \delta\ ; \qquad A_м = A - \delta. \tag{3.1}$$

Схилення магнітної стрілки для даної місцевості може бути визначене експериментально, приблизно по топографічній карті або по спеціальній карті схилення.

При рішенні інженерно-геодезичних задач на площині для орієнтування ліній місцевості частіше користуються не азимутами, а дирекційними кутами.

Дирекційний кут ***α*** – це горизонтальний кут у заданій точці між північним напрямом осі абсцис або прямої, паралельної до неї в прямокутній зональній системі координат, і напрямом на задану точку (рис.3.11). Дирекційні кути відлічуються за годинниковою стрілкою в межах 0 до $360^o$. Для напрямів, проведених з точок, що лежать на вісевому меридіані, географічні азимути і дирекційні кути збігаються. При зміщенні точок від вісевого меридіана до заходу або сходу азимути і дирекційні кути проведених через них ліній будуть відрізнятися на кут ***γ,*** який називається зближенням меридіанів (рис. 3.11).

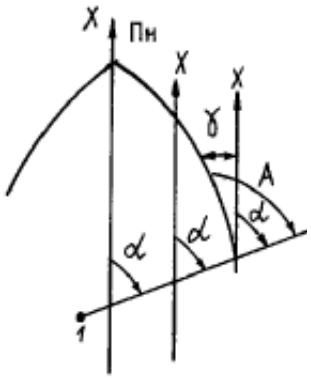



Рис. 3.11 - Дирекційні кути

Зближення меридіанів, розташованих на схід від вісевого меридіана – додатне, а на захід –від'ємне. Дирекційний кут пов'язаний з азимутом такими формулами

$$\alpha = A - \gamma\ ; \qquad A = \alpha + \gamma\ . \tag{3.2}$$

Дирекційний кут $\alpha_{1\text{-}2}$ прямого напряму 1-2 називається прямим, зворотнього 2-1 - зворотним (рис. 12):

$$\alpha_{2\text{-}1} = \alpha_{1\text{-}2} \pm 180^o. \tag{3.3}$$

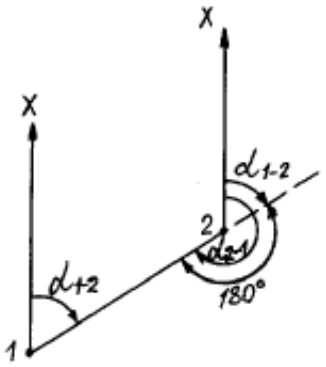



Рис. 3.12 - Прямий і обернений дирекційні кути

Якщо відомі дирекційний кут початкового напряму 1-2 в геодезичному полігоні 1-2-3-4 і горизонтальні праві (розташовані праворуч за ходом полігону) або внутрішні *кути* $\beta_1, \beta_2, \beta_3$, то дирекційні кути подальших сторін 2-3, 3-4. визначаються з формул (рис. 3.13):

$$\alpha_{2-3} = \alpha_{1-2} \pm 180^o - \beta_2;$$
$$\alpha_{3-4} = \alpha_{2-3} \pm 180^o - \beta_3; \qquad (3.4)$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

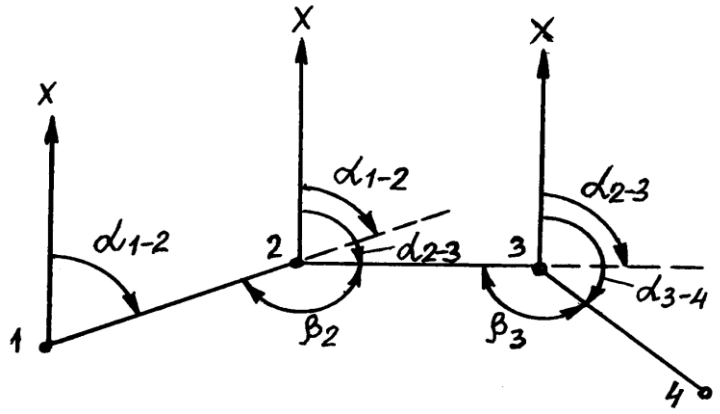



Рис. 3.13 - Визначення дирекційних кутів подальших сторін

При камеральній обробці польових матеріалів буває зручніше замість дирекційних кутів використовувати румби.

Румбом лінії $r$ називається гострий кут між ближчим кінцем меридіана (північним або південним) або вісі абсцис і напрямом лінії.

Розрізняють румби істинні, магнітні та дирекційні. Румби істинні відлічують від істинного меридіана; магнітні – від магнітного, дирекційні – від напряму вісі абсцис або лінії, паралельної до неї. Перед числовим

значенням румба вказують його напрям відносно сторін світу. Зв'язок між азимутами ***A*** (дирекційними кутами) і румбами подано в табл.3.1.

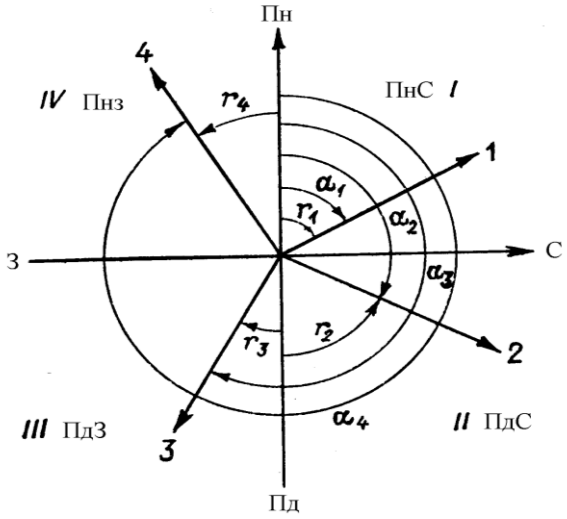



Рис. 3.14 - Зв'язок дирекційних кутів з румбами

Таблиця 3.1 - Зв'язок румбів з іншими кутами

| Номер чверті | Азимут ***A***, або дирекційний кут | Румби ***r*** |
|---|---|---|
| ***I*** | $0 – 90^o$ | ***ПнС : r = A*** |
| ***II*** | $90 – 180^o$ | ***ПдС : r =180$^o$ – A*** |
| ***III*** | $180 – 270^o$ | ***ПдЗ : r = A – 180$^o$*** |
| ***IV*** | $270 – 360^o$ | ***ПнЗ : r = 360$^o$ - A*** |

Зв'язок румбів з іншими кутами широко застосовують в геодезії при розв'язанні на площині прямої і оберненої геодезичних задач.

Пряма і обернена геодезичні задачі. Розв'язання прямої геодезичної задачі полягає в обчисленні координат точки 2 ($x_2,y_2$), якщо відомі координати точки 1 ($x_1,y_1$), дирекційний кут лінії 1-2 ($\alpha_{1-2}$) і довжина цієї лінії $\mathbf{d_{1-2}}$ (рис. 3.15):

$$x_2 = x_1 + (x_2 - x_1) = x_1 + \Delta x$$
$$y_2 = y_1 + (y_2 - y_1) = y_1 + \Delta y \qquad (3.5)$$

де $\Delta x$ і $\Delta y$ – різниці координат початкової і кінцевої точок, що називаються приростами координат.

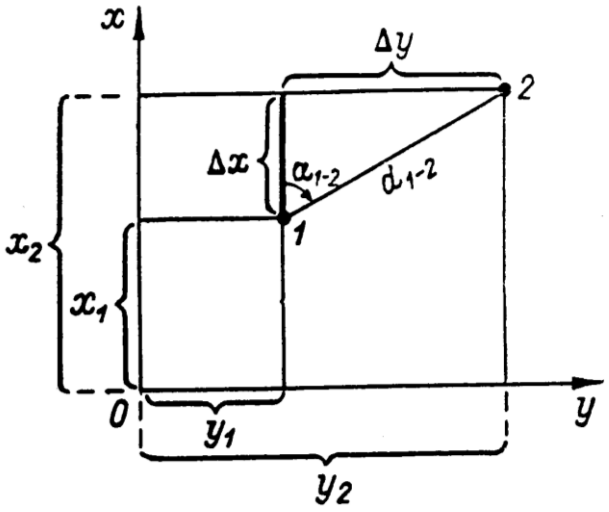



Рис. 3.15 - Пряма і обернена геодезичні задачі

Прирости координат є проекціями лінії 1 – 2 на відповідні вісі координат і обчислюються за формулами:

$$\Delta x = d_{1\text{-}2} \cos \alpha_{1\text{-}2},$$
$$\Delta y = d_{1\text{-}2} \sin \alpha_{1\text{-}2}. \qquad (3.6)$$

Тоді з урахуванням (3.6) отримаємо :

$$x_2 = x_1 + d_{1\text{-}2} \cos \alpha_{1\text{-}2}$$
$$y_2 = y_1 + d_{1\text{-}2} \sin \alpha_{1\text{-}2}. \qquad (3.7)$$

Обернена геодезична задача полягає у визначенні довжини і напряму лінії по координатах її кінців. З трикутника ***1C2*** (рис. 3.15) визначають напрям лінії 1-2:

$$tg\ \alpha_{1\text{-}2} = (y_2 - y_1)/(x_2 - x_1) = \Delta y/\Delta x; \quad \alpha = arctg\ (\Delta y/\Delta x). \qquad (3.8)$$

Довжину лінії 1 – 2 визначають за формулами:

$$d_{1\text{-}2} = \Delta x/\cos \alpha_{1\text{-}2} = \Delta y/\sin \alpha_{1\text{-}2} \qquad (3.9)$$
$$d_{1\text{-}2} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}. \qquad (3.10)$$

*Питання для самоперевірки*

1. Що таке фізична і рівнева поверхня Землі?
2. Які моделі Землі розглядаються в геодезії? Поясніть кожну з них.
3. Які системи координат застосовуються в геодезії? Дайте характеристику кожній з них.
4. Які системи висот застосовуються в геодезії? Дайте характеристику кожній з них.
5. Що називається висотою точки земної поверхні?
6. Що називається орієнтуванням лінії на місцевості?
7. Що називається азимутом лінії? В чому полягає різниця між істинним і магнітним азимутами?
8. Що називається дирекційним кутом? Як перейти від дирекційного кута до азимута?
9. Що називається румбом; в яких межах він змінюється і як він записується?
10. Зв'язок румбів з дирекційними кутами.
11. Пряма геодезична задача на площині.
12. Обернена геодезична задача на площині.

## Тема 4: План і карта

### 4.1 Вплив кривизни Землі на вимірювання горизонтальних відстаней і висот точок місцевості

В геодезії отримання зменшеного зображення поверхні Землі або окремих її частин на площині досягається в два етапи. На першому етапі точки фізичної поверхні Землі проектуються прямовисними лініями на поверхню референц-еліпсоїда, утворюючи контури місцевості у вигляді сферичних багатокутників. На другому етапі розв'язується задача переходу від проекцій на поверхні еліпсоїда (або кулі) до проекції на площині. Цей перехід здійснюється за допомогою спеціальних картографічних проекцій.

Невеликі ділянки місцевості, розмір яких дозволяє приймати поверхню референц-еліпсоїда за площину, проектують нормалями до поверхні еліпсоїда, утворюючи горизонтальну проекцію ділянки місцевості (ортогональна проекція).

Прийняття окремих ділянок сферичної поверхні за площину спричиняє за собою появу похибок у визначенні відстаней і висот точок, які зростають із збільшенням розмірів ділянок.

Точки $A_o$ і $B_o$ (рис. 4.1) – горизонтальні проекції точок $A$ і $B$ поверхні Землі на сферичну поверхню радіусу $R$. В точці $A_o$ проведемо дотичну площину до перетину її з прямою $BB_o$ в точці $B_o$'.

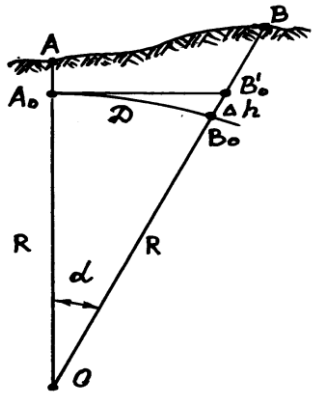



Рис. 4.1 – Схема визначення горизонтальних і вертикальних відстаней.

Заміна рівневої поверхні $A_oB_o$ горизонтальною площиною $A_oB_o'$ спричинить за собою погрішності:

в горизонтальній відстані

$$\Delta D = A_oB_o' - A_oB_o \qquad (4.1)$$

у вертикальній відстані

$$\Delta h = OB_o' - OB_o \,. \qquad (4.2)$$

Робочі формули для розрахунків цих похибок мають вигляд:

$$\Delta D = R\alpha^3/3 = D^3/(3R^2) \qquad (4.3)$$

$$\Delta h = R\alpha^2/2 = D2/(2R) \,. \qquad (4.4)$$

Прийнявши ***R=6371*** км, обчислимо відносні похибки (спотворення) різних довжин відрізків при заміні рівневої поверхні Землі площиною (табл. 4.1).

Таблиця 4.1 - Похибки заміни ділянки рівневої поверхні площиною

| ***D***, км | ***ΔD***, см | ***ΔD/D*** |
|---|---|---|
| 1 | 0.001 | 1: 4 800 000 000 |
| 10 | 0.82 | 1: 1 200 000 |
| 50 | 102 | 1: 49 000 |
| 100 | 814 | 1: 12 000 |

Відносна похибка спотворення відрізків довжиною 10 км, яка дорівнює 1:1200000, менше похибки найточніших сучасних лінійних вимірювань на місцевості. Тому, якщо ділянка земної поверхні не виходить за межі кола радіусом 10 км, то відповідну йому частину рівневої поверхні можна прийняти за площину, тобто нехтувати кривизною Землі. При заміні ділянки рівневої поверхні діаметром до 100 км найбільші похибки величиною 1:49000 з'являються значно менше допустимої погрішності при звичайних лінійних вимірюваннях.

Інакше йде справа з впливом кривизни рівневої поверхні Землі на висоту точок. Ставлячи у формулу (4) різні значення ***D,*** отримаємо наступні результати:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| ***D, км*** ..... | 0,1 | 1 | 2 | 3 | 10 |
| ***Δh, см*** ..... | 0,078 | 7,85 | 31 | 71 | 780 |

При ***D =10*** км похибка ***Δh =7,80*** м, що свідчить про дуже великий вплив кривизни Землі і необхідності його врахування. Навіть при ***D*** = *1* км похибка (8 см) перевищує звичайну точність визначення висот з похибкою 2-5 см на 1 км висотного ходу.

## 4.2 Масштаби карт і планів

При складанні карт і планів довжини ліній і розміри географічних об'єктів на місцевості необхідно зменшити у декілька разів.

Відношення довжини лінії на карті до горизонтальної проекції цієї ж лінії на місцевості називається масштабом карти і визначається відношенням:

$$1/m = l/L\ , \qquad (4.5)$$

де $m$ – знаменник масштабу; $l$ – деякий відрізок на карті; $L$ – горизонтальна проекція цього відрізка на місцевості. Масштаб карти або плану визначає ступінь зменшення земної поверхні при зображенні її на площині. На картах зображають три види масштабу: чисельний, іменований і графічний.

Чисельний масштаб зображається дробом з чисельником, який дорівнює одиниці. Так, якщо

$$l/L = (\,l : l\,)/(\,L : l\,) = 1/\,m = 1/10000$$

то 10000 – число, що показує ступінь зменшення лінійних об'єктів місцевості при їх зображенні на карті.

Чисельний масштаб виражається безрозмірним відношенням у вигляді: 1: 25 000, 1: 50 000 і т.і.

Чим менше знаменник чисельного масштабу, тим масштаб карти крупніший, і навпаки - чим більше знаменник масштабу, тим масштаб карти дрібніший.

Чисельний масштаб карти розміщується під її південною рамкою. Під чисельним масштабом на карті розміщається іменований масштаб, що дає смислову інтерпретацію чисельного масштабу. Він показує, яка довжина відрізка на місцевості, що виражається в метрах, відповідає одиниці довжини на карті (звичайно 1-му сантиметру). Наприклад, для чисельного масштабу 1: 25000 пишуть «В одному сантиметрі 250 метрів» або «1 см на карті відповідає 250 м на місцевості».

Графічні масштаби є найпростішими графіками і служать для зручності визначення довжини відрізків, узятих з карти або плану. Найбільш поширеними з графічних масштабів є лінійний і поперечний.

Графічний масштаб є прямою лінією, на якій відкладений ряд відрізків однакової довжини, які є основою лінійного масштабу (рис. 4.2). Як правило, основа масштабу дорівнює 2 см. Крайню ліву основу ділять звичайно на 10 рівних частин. Тоді відрізки, відкладені від нульової точки вправо, наприклад, в масштабі 1:10000 (рис. 2), зображають на місцевості 200, 400, 600 і 800 м, а вліво –20, 40, 60,..., 200 м. Похибка визначення

довжин відрізків по лінійному масштабу дорівнює 2 мм, а при окомірній оцінці – 0,2 мм

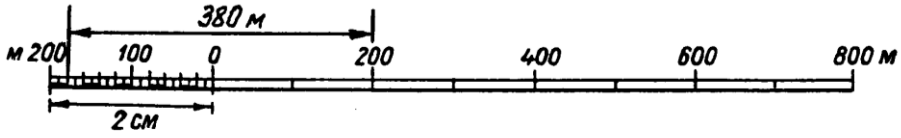



Рис. 4.2 - Лінійний масштаб

Для визначення довжини відрізка на карті (плані) використовують циркуль-вимірник. З його допомогою переносять виміряний відрізок з карти на лінійний масштаб так, щоб одна голка циркуля стала на поділку правіше нуля, а друга при цьому знаходилась на крайній лівій основі масштабу, поділеній на десять частинок. Результат складається з відліку, який відповідає штриху, де знаходиться права голка циркуля, і добавки дробової частини основи від нуля до лівої голки. На рис. 4.2 масштабу 1:10000 відстань дорівнює 380 м. Для контролю вимірювання виконують двічі. Допустима різниця результатів вимірів в метрах визначається величиною

$$\Delta_L^{гран.} = 3N*10^{-4} \quad або \quad 3N/10^4 \qquad (4.6)$$

де $N$ –знаменник чисельного масштабу карти або плану. Наприклад, для двох вимірювань лінії на карті масштабу 1:25000 допустимі розбіжності

$$\Delta_L^{гран.} = 3*2,5 = 7,5\ м.$$

Для підвищення точності вимірювання або відкладання на карті (плані) прямих відрізків застосовують поперечний масштаб (рис.4.3).

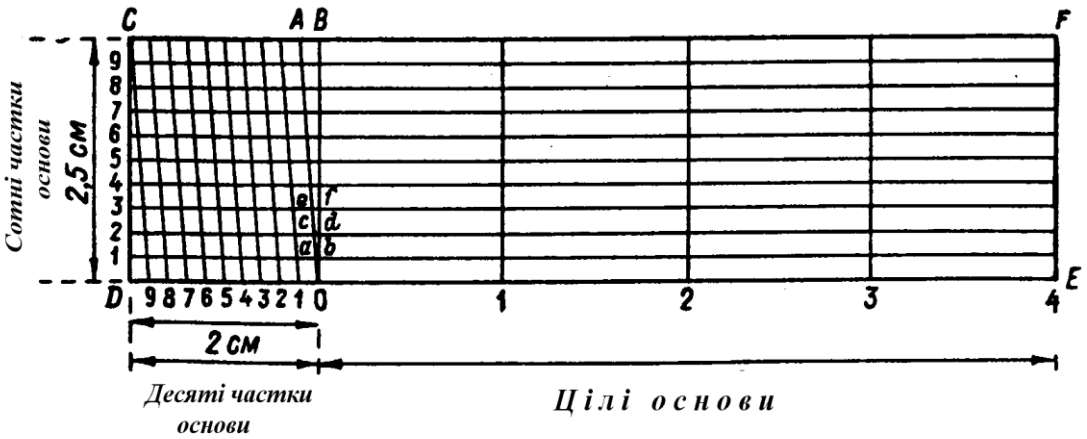



Рис. 4.3 - Поперечний масштаб

За основу такого масштабу звичайно приймають відрізок $D0(CB) = 2$ см і ділять його на 10 рівних частин. Далі, на лінії $DC$, перпендикулярній

***D0***, відкладають 10 довільних, але рівних між собою відрізків і через отримані точки проводять лінії, паралельні ***DE*** (горизонталі). Відрізки між похилими лініями, паралельні ***0A***, дорівнюють десятим часткам основи ***D0,*** тобто ***AB = CB(D0)/10***. Відрізки, укладені між перпендикуляром ***0B*** і похилою 0А, дорівнюють сотим часткам основи, тобто

***t = AB/10 =FB/(10*10) = FB/100***. Такий масштаб ще називають нормальним поперечним масштабом.

Вважається, що 0,1 мм – якнайменша відстань, помітна безпосередньо оком. Точністю масштабу називають горизонтальну відстань на місцевості, відповідну в даному масштабі 0,1 мм плану (карти). Так, для масштабів 1:500, 1:1000, 1:5000.1:10000 і 1:25000 точність відповідно буде : 0,05;0,1; 0,5; 1,0 і 2,5 м. Відрізки менших розмірів на плані даного масштабу зображатися не будуть. Знаючи розміри предметів місцевості, які необхідно розмістити на плані, можна встановити відповідний масштаб плану.

## 4.3 Поняття про геодезичні плани і карти

Планом місцевості називається креслення, що є зменшеним і подібним зображенням її проекції на горизонтальну площину.

На плані довжини ліній, кути і площі контурів ділянок місцевості не спотворюються, а ступінь зменшення її лінійних елементів (масштаб зображення) постійний для всіх частин плану. Плани, на яких зображена тільки ситуація місцевості, називаються ситуаційними або контурними.

Плани, на яких окрім предметів місцевості зображений ще і рельєф, називаються топографічними. Найбільш характерними масштабами планів є масштаби 1:200, 1:500, 1:1000, 1:2000 і 1:5000.

Картою називається побудоване по певних математичних законах зменшене узагальнене зображення на площині всієї Землі або значних її частин з врахуванням кривизни рівневої поверхні .

Карти залежно від масштабу умовно поділяють на три групи:

1) великомасштабні (масштаб 1:200000 і крупніше);
2) середньомасштабні (масштаб 1:300000 – 1:1000000);
3) дрібномасштабні ( масштаб дрібніше 1:1000000).

За змістом географічні карти підрозділяються на загальногеографічні і спеціальні. На загальногеографічних картах зображені природні об'єкти (річки, озера, ліси, рельєф і ін.) і об'єкти господарської діяльності людини (населені пункти, шляхи і ін.). Загальногеографічні карти масштабу 1:200000 і крупніше називаються топографічними.

До спеціальних карт відносяться карти, на яких один або декілька елементів місцевості загальногеографічних карт подані більш детально в порівнянні з іншими елементами. Наприклад, на гіпсометричних картах

основним елементом змісту є рельєф місцевості, а на гідрографічних – водні об'єкти і їх основні характеристики.

При створенні карт будують сітку меридіанів і паралелей, яка називається картографічною сіткою. Крім того, на багатьох картах зображають кілометрову сітку квадратів, вершини кутів якої мають координати, кратні цілому числу кілометрів (звичайно одному або двом), а сторони – паралельні осям абсцис і ординат.

## 4.4 Розграфка і номенклатура топографічних карт

В інженерній геодезії частіше всього користуються топографічними картами, аркуші яких обмежені меридіанами і паралелями. Система розподілу карт на окремі листи називається розграфкою і в її основі полягають аркуші карти масштабу 1:1000000 (міжнародний стандарт). Розміри таких аркушів $4^o$ по широті і $6^o$ по довготі. Для отримання аркушів карти цього масштабу всю земну кулю поділяють (рис. 4.4) меридіанами і паралелями на колони і ряди (пояси). Меридіани проводять через $6^o$ на схід і захід від Грінвічського меридіана, а паралелі – через кожні $4^o$ на північ і південь від екватора. Кожний складений таким чином аркуш має своє позначення відповідно до прийнятої системи. Ця система позначень окремих аркушів топографічних карт називається номенклатурою. Номенклатура кожного аркуша карти 1:1000000 складається з двох індексів: великої літери латинського алфавіту, яка визначає широтний ряд – пояс, і числа, відповідного номеру колон, рахунок яких починають від Тихоокеанської гілки Грінвічського меридіана ($180^o$) проти ходу годинникової стрілки. Так, Одеса знаходиться на аркуші ***L – 36*** (рис. 4.4).

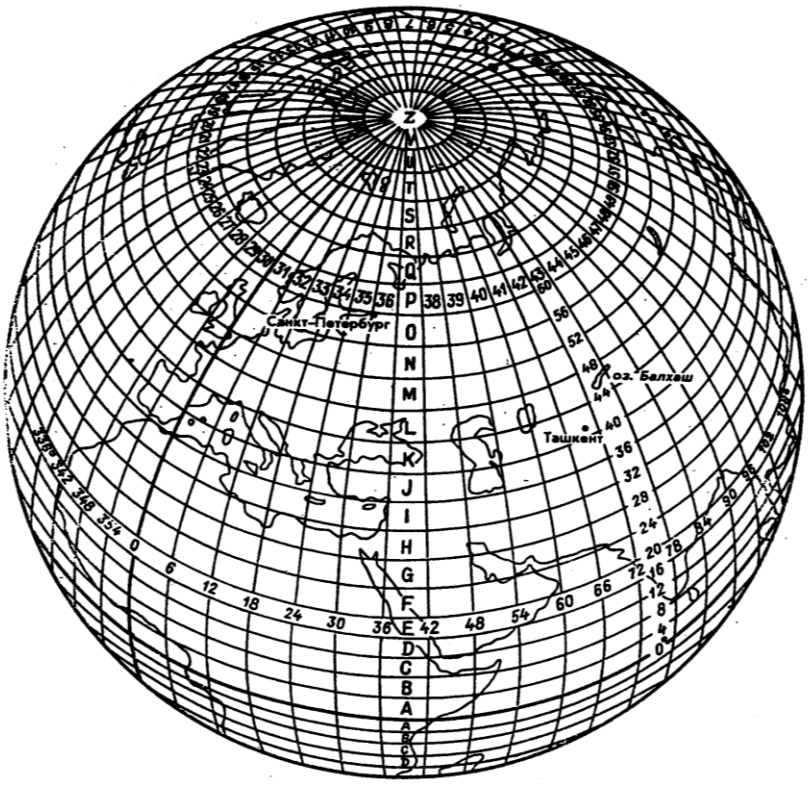



Рис. 4.4 - Розграфка і номенклатура аркушів карт масштабу 1:1000000

Для отримання карти масштабу 1:500000 аркуш мільйонної карти поділяють на чотири частини і позначають прописними літерами російського алфавіту ***А, Б, В, Г*** (рис. 4.5). Номенклатура аркушу карти масштабу 1:500000 складається з номенклатури аркуша карти масштабу 1:1000000 з приєднанням однієї з чотирьох заголовних літер російського алфавіту, наприклад, ***О-37-Г*** (рис. 4.5). Аркуші карт масштабів 1:300000,
1:200000 і 1:100000 отримують розподілом аркуша мільйонної карти відповідно на 9, 36 і 144 частин (рис. 4.5).

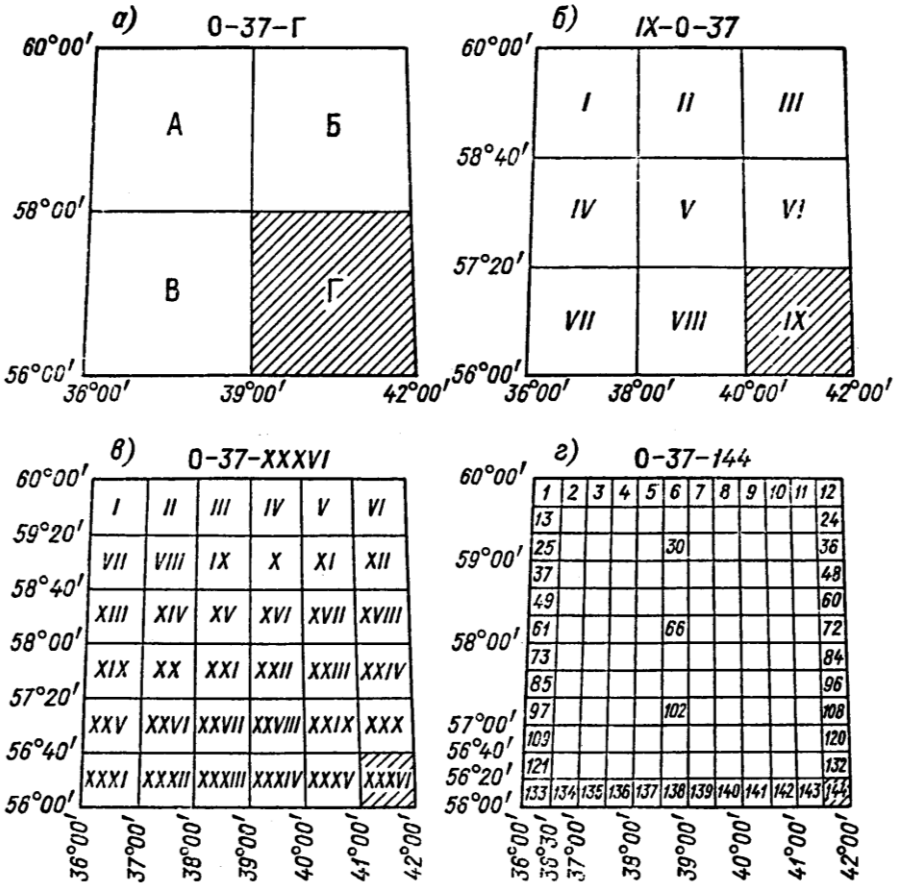



Рис. 4.5 – Розграфка, номенклатура і географічні координати кутів рамок трапецій карт масштабів від 1:50000 до 1:10000

Аркуші карт масштабів 1:50000, 1:25000 і 1:10000 отримують з аркушу карти масштабу 1:100000 послідовним діленням аркуша карти попереднього більш дрібного масштабу на чотири частини і позначають для масштабу 1:50000 – буквами ***А, Б, В, Г***; для масштабу 1:25000 – ***а,б,в,г*** і для масштабу 1:10000 – арабськими цифрами 1,2,3,4 (рис. 4.6). В табл. 1 показані приклади запису номенклатури і розміри аркушів карт різних масштабів.

## 4.5 Умовні знаки для топографічних карт і планів

Для позначення на планах і картах різних предметів місцевості і рельєфу використовуються спеціально розроблені умовні знаки. Умовні знаки є єдиним документом для всіх організацій і установ держави, що виконують топографічні зйомки місцевості.

Всі умовні знаки для топографічних карт і планів підрозділяються на три групи: контурні, позамасштабні і пояснювальні.

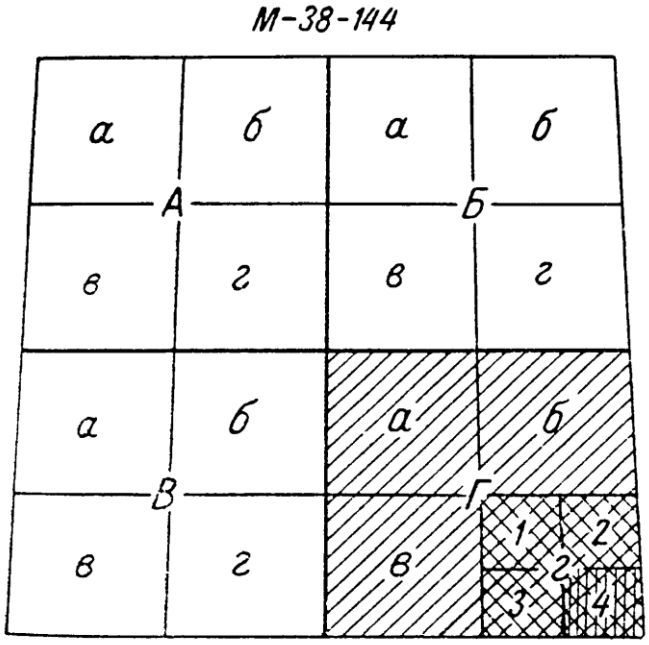



Рис. 4.6 – Розграфка та позначення аркушів карт масштабів 1:50000, 1:25000 і 1:10000.

Таблиця 4.1 – Номенклатура і розміри аркушів карт різних масштабів

| Масштаб | Номенклатура Аркушу | Розміри по | |
|---|---|---|---|
| | | широті | довготі |
| 1:1000000 | **М-36** | $4^o$ | $6^o$ |
| 1:500000 | **М-36-В** | $2^o$ | $3^o$ |
| 1:300000 | **IX-М-36** | $1^o$ 20’ | $2^o$ |
| 1:200000 | **М-36-IV** | 40’ | 60’ |
| 1:100000 | **М-36-73** | 20’ | 30’ |
| 1:50000 | **М-36-73-Б** | 10’ | 15’ |
| 1:25000 | **М-36-73-Б-б** | 5’ | 7’30’’ |
| 1:10000 | **М-36-73-Б-б-2** | 2’30’’ | 3’45’’ |

Контурними умовними знаками зображають на картах і планах об'єкти, що виражаються в масштабі карти (рілля, луги, ліси, болота і т.д.). Контури цих об'єктів викреслюють точковим пунктиром, якщо вони не співпадають з умовним знаком відповідної межі об'єкту, наприклад, дорогі, огорожі, канави і т.п. Площі усередині контурів заповнюють встановленими знаками.

Позамасштабні умовні знаки застосовують в тих випадках, коли їх не можна виразити в масштабі карти або плану. Названі вони тому, що зображають предмети без збереження масштабу (кілометрові стовпи, покажчики доріг, геодезичні пункти, колодязі, джерела і ін.).

Велика частина позамасштабних умовних знаків указує точне положення місцевих предметів, що позначаються ними. Це дозволяє зміряти відстань між ними. Наприклад, положення об'єкту можуть указувати центр умовного знака, середину його основи або вершини кута.

Умовні пояснювальні знаки доповнюють контурні або позамасштабні умовні знаки і тим самим розширюють їх значення. До них відносяться характеристики лісів, мостів, доріг і інших об'єктів. Дуже часто умовні пояснювальні знаки спільно з позамасштабними зображують різні водні об'єкти і характеристики річок.

Зразки деяких умовних знаків приведені в табл. 4.2. Слід мати на увазі, що викреслюються вони відповідно до «Умовних знаків», які містять безпосередньо таблиці умовних знаків, зразки шрифтів написів, пояснення до умовних знаків, перелік умовних скорочень, алфавітний покажчик умовних знаків, зразки їх зображення і ін.

## 4.6 Рельєф місцевості і його зображення на топографічних картах

Рельєфом місцевості називається сукупність нерівностей земної поверхні природного (піднесеності, улоговини, хребти, яри і т. і.) і штучного походження (кургани, ями, кар'єри, насипи і т.д.). Залежно від характеру рельєфу місцевість ділять на гірську, горбисту і рівнинну.

Рівнинна місцевість відрізняється майже відсутністю помітних нерівностей поверхні з кутами нахилу до $2^o$. Вона характерна для тундрових, степових, напівпустинних районів і болотяних масивів.

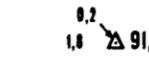
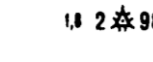
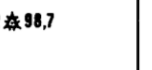
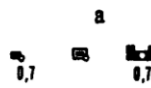
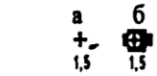
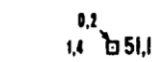
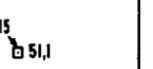
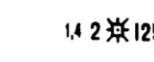
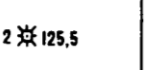
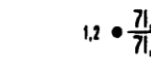
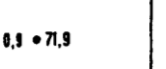
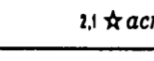
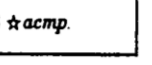
Горбиста місцевість виражається підвищеннями і пониженнями рельєфу з невеликою різницею висот і кутами нахилу від $2^o$ до $4^o$. До цієї категорії рельєфу відносяться невисокі піднесеності, дюнні піски, пустелі, що складаються з грядкових або барханних пісків.

Гірська і високогірна місцевість характеризується гірськими масивами з глибокими долинами, розташованими вище 500м над рівнем моря і з крутими схилами.

Рельєф місцевості можна зобразити на карті різними способами, такими як штрихування, відмивання, пошарове забарвлення і ін.

Найдосконалішим способом зображення рельєфу місцевості на планах і картах є спосіб горизонталей, або ізогіпс. Горизонталі є замкнутими кривими, що сполучають на карті (плані) точки місцевості з однаковими висотами над рівневою поверхнею. Іншими словами, горизонталі – це лінії рівних висот.

Таблиця 4.2 - Зразки деяких умовних знаків (геодезичних пунктів)

| №№ умовн. знаків | Назви та характеристики об'єктів | Умовні знаки | |
|---|---|---|---|
| | | 1:25 000, 1:50 000 | 1:100 000 |
| | **Геодезичні пункти** | | |
| 10 | Пункти державної геодезичної мережі [5, 8] |  | |
| 11 | Те саме [5, 8]: 1) на курганах (2 — висота кургану в метрах); |  |  |
| | 2) на будівлях; |  | не показуються |
| | 3) на церквах |  | |
| 12 | Пункти розрядних геодезичних мереж згущення та точки знімальної мережі, закріплені на місцевості центрами [6, 8] |  |  |
| 13 | Те саме на курганах (2 – висота кургану в метрах) [6, 8] |  |  |
| 14 | Марки та репери ґрунтові державної висотної мережі (71,9 – позначка висоти головки репера або центра марки, 71,5 – позначка поверхні землі) [7, 8] |  |  |
| 15 | Пункти астрономічні [9] |  |  |

Для зображення на карті якої-небудь форми рельєфу, наприклад, улоговини, уявимо, що вона розітнута рівновіддаленими горизонтальними площинами ***F*** (рис. 4.7). Відстань по вертикалі між сусідніми площинами ***FA*** і ***FB*** називається висотою перерізу рельєфу ***($h_{пер.}$),*** яку вибирають залежно від призначення і масштабу плану або карти. Від прийнятої висоти перерізу залежать точність і детальність зображення рельєфу за допомогою горизонталей. Спільно з горизонталями здійснюють підпис відміток характерних точок.

Для деталізації зображення рельєфу рівнинних територій на картах проводять додаткові горизонталі (на половині висоти основного перерізу) і навіть допоміжні горизонталі (на довільній висоті). Крім того, для таких територій на карті підписують більше число характерних точок. Прийнята для даної карти висота перерізу рельєфу підписується під південною межею рамки карти (плану). З врахуванням масштабу в практиці

картографічних побудов прийняті висоти перерізу горизонталей 20, 10, 5, 2, 1 і 0,5 м.

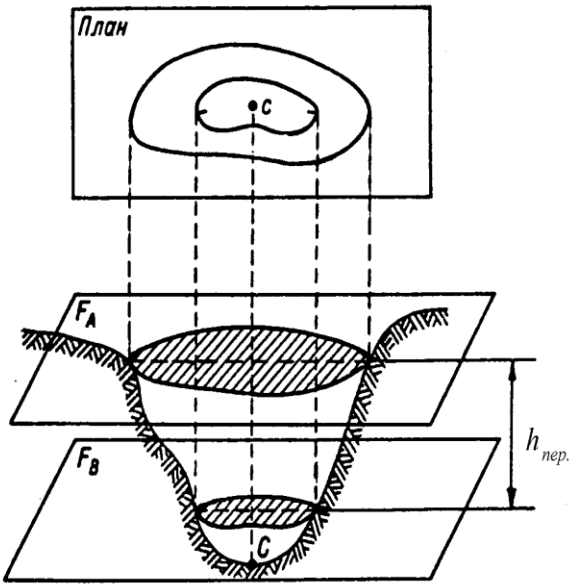



Рис. 4.7 - Зображення рельєфу місцевості з допомогою горизонталей

Горизонталі мають наступні властивості:

1) вони не можуть перетинатися між собою;

2) вони створюють точки з однаковими висотами і завжди є замкнутими лініями;

3) чим менше відстань між сусідніми горизонталями на плані або карті, яку називають закладенням ската, тим крутіше скат;

4) вододільні і водозливні лінії горизонталі перетинають під прямим кутом;

5) найкоротша відстань між горизонталями відповідає напряму найбільшої крутизни ската;

6) горизонталі, що зображають похилу площину, мають вид паралельних ліній.

На картах і планах горизонталі викреслюють плавними безперервними лініями кольору паленої сієни. Кожну п'яту горизонталь, кратну 5 або 10 м, потовщують і підписують висотною відміткою, що прискорює визначення висот точок на карті.

## 4.7 Задачі, які вирішуються на картах за допомогою горизонталей

1. Визначення висот точок місцевості. Висота точки, розташованої на горизонталі, відповідає висоті даної горизонталі, яка визначається за

допомогою підписаних значень найближчої потовщеної горизонталі і висоти перерізу рельєфу даної карти.

Щоб визначити висоту точки **С**, розташованої між двома основними горизонталями, застосовують інтерполяційну формулу (рис. 8):

$$H_c = H_1 + (d/a)h_{пер} \qquad (4.7)$$

де $h_{пер} - H_2 - H_1$ - висота перерізу рельєфу на карті; $H_1$ і $H_2$ - висоти горизонталей, між якими розташована точка $C$; а – закладення ската; **d** – відстань на карті між точкою $C$ і горизонталлю з меншою відміткою висоти $H_1$ в порівнянні з $H_2$.

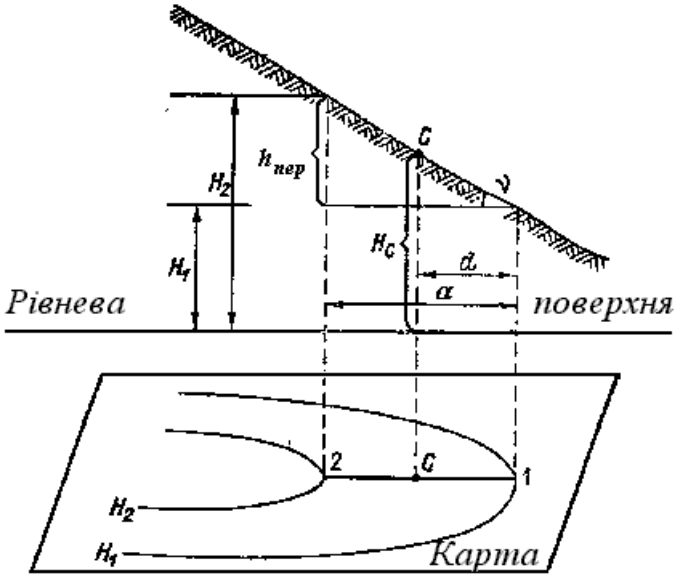



Рис. 4.8 - Визначення висоти точки, розташованої між горизонталями

Щоб визначити висоту точки, розташованої між горизонталями з однаковою висотою або у середині замкнутої горизонталі (рис. 4.9), до висоти цієї горизонталі додають (для понижень віднімають) половину висоти перетину рельєфу:

$$H_c = H_г \pm h_{пер}/2 \qquad (4.8)$$

де $H_г$ – висота горизонталі, найближчої до точки $C$.

2. Визначення крутизни ската. Мірою крутизни лінії ската є кут нахилу або її уклон, який визначається тангенсом кута нахилу $\alpha$ (рис. 4.10 )

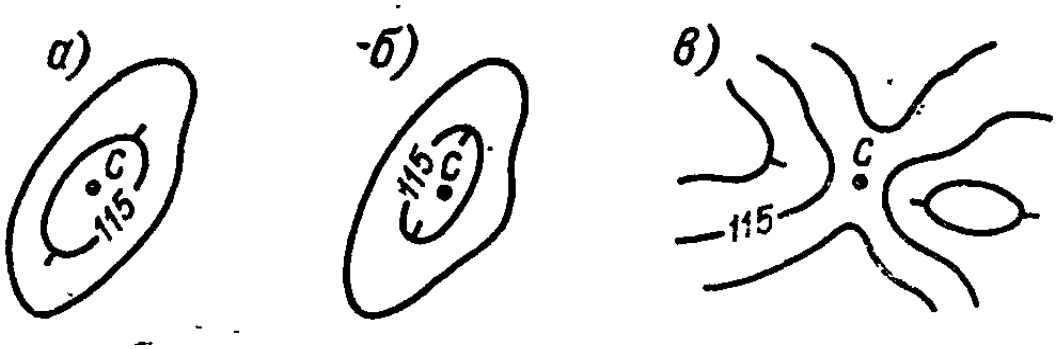



Рис. 4.9 - До визначення по карті висоти точки, розташованої на вершині (***а)***, в котловині (***б***) і в сідловині (***в***)

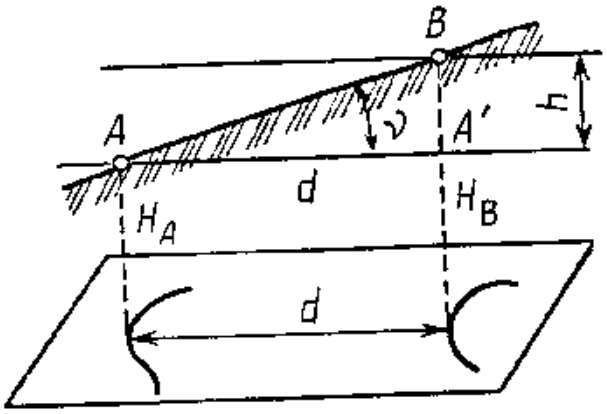



Рис. 4. 10 - До визначення крутизни скату

$$i = h/d = tgv \qquad (4.9)$$

де ***h*** – перевищення між точками ***B*** і ***C***; ***d*** - відстань між ними (горизонтальна проекція ).

Уклон може виражатися в натуральних числах, відсотках % (сотих частках) або в промілях ‰ (тисячних частках).

На практиці визначення крутизни ската виконують за допомогою графіків закладень для уклонів або кутів нахилу (рис. 4.11). Такі графіки приводяться на топографічних картах під південною межею рамки.

Напрям ската на карті визначається по напряму найкоротшої відстані між горизонталями.

3. Визначення подовжнього уклону водотока. Подовжній уклон ділянки річки між двома точками визначають шляхом розподілу різниці їх відміток (падіння водотока) на відстань (по лінії зображення водотока на карті) між цими точками:

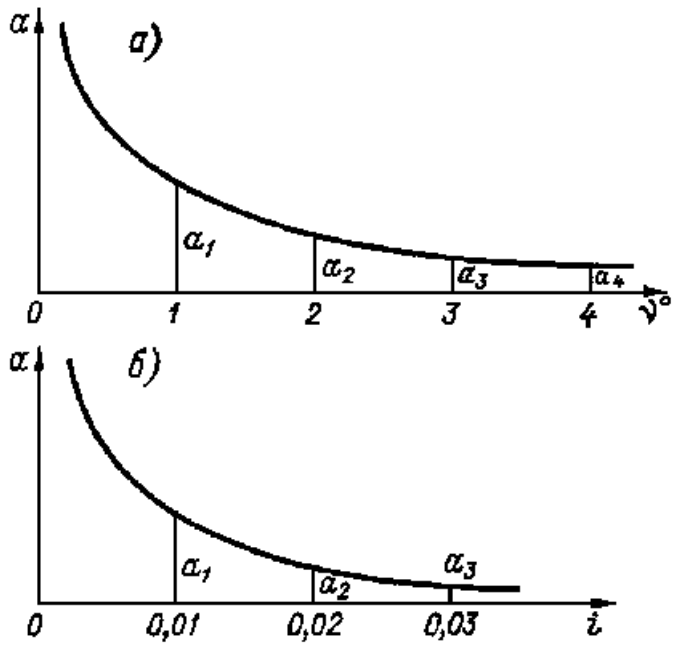



Рис. 4.11 - Зразки графіків закладень рельєфу для кутів нахилу (а) та уклонів (б)

$$I = (H_2 - H_1)/L = d_h/L \qquad (4.10)$$

де $I$ – подовжній ухил ділянки річки (водотока) ‰; $L$ – довжина ділянки річки, км; $d_h$ – різниця відміток двох точок, м.

Звичайно уклон річки виражають в промілях. В цьому випадку падіння водотока виражають в метрах, а довжину річки – в кілометрах. Висоту початкової (витік) і кінцевої (гирло) точок річки обчислюють по формулі (10), а довжину річки виміряють циркулем – вимірником або курвіметром.

4. Побудова подовжнього профілю місцевості по заданій лінії. Побудові профілю передує вибір значень горизонтального і вертикального масштабів. Останній звичайно задають в 5-10 разів крупніше горизонтального. Потім на міліметрівці відкладають лінію $AB$ і точки 1,2,...,12, в яких вона перетинає горизонталі і характерні точки рельєфу (рис. 4.12).

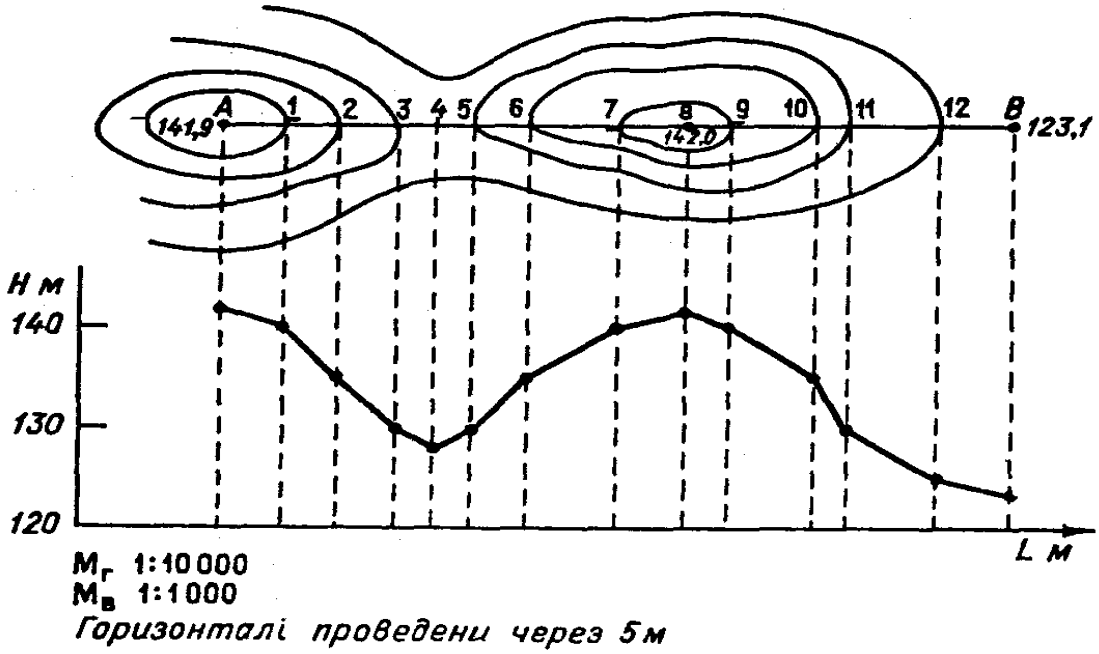



Рис. 4.12 - Подовжній профіль лінії ***AB***

Прийнявши висотну відмітку горизонту профілю (120 м) менше найнижчої відмітки на профільній лінії ***AB***, відкладають по перпендикулярах в точках ***1,2,...,12*** висоти горизонталей і характерних точок місцевості в прийнятому вертикальному масштабі. З'єднавши кінці відкладених відрізків прямими лініями, одержують подовжній профіль місцевості.

5. Проведення лінії заданого уклону. Припустимо, необхідно через точки ***M*** і ***N*** (рис. 4.13) провести найкоротшу лінію так, щоб уклон її окремих ділянок не перевищував заданого уклону $\mathbf{i_0}$.

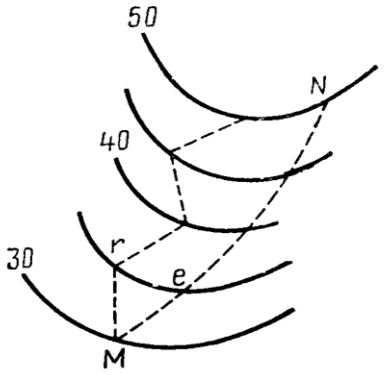



Рис. 4.13 - Проведення лінії заданого уклону

При введенні у формулу (4.9) замість h висоту перерізу рельєфу для даної карти (плану), а замість ***i*** уклон $i_o$, отримаємо найкоротшу відстань ***d*** між горизонталями, яка і буде відповідати уклону $i_o$. Визначення ***d*** можна здійснити і за допомогою графіка закладень для уклонів. Визначивши циркулем в масштабі карти (плану) відстань ***d***, засікають цим радіусом з точки М наступну горизонталь в точках ***в*** і ***с***. З цих точок тим же радіусом засікають наступну горизонталь і т.і. Отже, одержують два варіанти рішення задачі. Напрям ***MeN***, як коротший, приймають за шуканий.

*Питання для самоперевірки*

1. Два етапи проектування при створенні карт.
2. Що називається масштабом?
3. Що таке є чисельний, іменований, лінійний і поперечний масштаби?
4. Що називається планом?
5. Що називається картою?
6. Що таке топографічна карта?
7. Що таке спеціальна карта?
8. Що таке розграфка карт?
9. Що таке номенклатура карт?
10. Як виглядає номенклатура аркушу карти масштабу 1:100000?
11. В чому полягає різниця між масштабними і позамасштабними умовними знаками?
12. Пояснювальні умовні знаки.
13. Що називається рельєфом місцевості?
14. Що називається горизонталями і їх основні властивості?
15. Що таке висота перерізу рельєфу?
16. Що називається закладенням горизонталей?

## Тема 5: Геодезичні мережі

### 5.1 Загальні відомості про геодезичні мережі

Основою при проведенні знімальних робіт і складанні топографічних планів і карт є геодезичні мережі. Від пунктів мережі проводяться розбивочно - прив'язочні і інші види знімальних робіт при різноманітних дослідженнях і при виконанні будівельних робіт.

Геодезичні мережі – це сукупність геодезичних пунктів, закріплених на земній поверхні. Їх планове положення визначено в єдиній системі координат, а висотне – висотою над рівнем моря або над іншою вихідною рівневою поверхнею.

Ці пункти мереж можуть бути тільки плановими або тільки висотними, або одночасно планово-висотними. Пункти мереж розміщують відповідно за заздалегідь складеним проектом і закріплюють на місцевості спеціальними знаками. Закріплення геодезичного пункту повинне забезпечити його незмінне положення протягом всього періоду його використання і взаємну видимість між сусідніми пунктами.

Геодезичні мережі дозволяють проводити знімальні роботи різних масштабів в різних місцях одночасно і незалежно, а потім зводити всі матеріали в єдині плани і карти.

В основу побудови геодезичних мереж закладено принцип, який отримав назву «від загального до часткового». З цією метою з безлічі точок виділяють на даній території найбільш характерні і визначають в першу чергу їх положення. Такі точки називають опорними. Координати і висоти цих пунктів визначають з високою точністю. Потім на основі цих опорних пунктів будуються мережі згущення, поетапно переходячи до все більшої кількості геодезичних пунктів з відповідним поступовим зниженням точності визначення координат і висот в мережах більш низьких класів.

Отже, на базі порівняно рідкісної мережі опорних точок, яка є як би основним каркасом, розвивають мережі опорних точок більш низького класу, густина яких диктується конкретними умовами і вимогами проведення геодезичних робіт. Таке послідовне визначення взаємного положення точок приводить до рівномірного розподілу неминучих похибок вимірювань у всій мережі, внаслідок чого якість у всіх його частинах однакова.

### 5.2 Призначення і види державних геодезичних мереж

Державна геодезична мережа є сукупність пунктів з відомими координатами (***X,Y***) і висотами (***H***), більш менш рівномірно розташованих

на всій території країни. Для визначення положення пунктів такої мережі користуються єдиною системою геодезичних координат і висот.

Державна геодезична мережа є вихідною основою для всіх топографо-геодезичних робіт, які виконуються в країні; вона поділяється на планову і висотну.

Планова державна геодезична мережа може створюватися астрономічним або геодезичним методами. При астрономічному методі планове розміщення кожного з окремих пунктів мережі визначається незалежно один від одного з астрономічних спостережень.

Геодезичний метод полягає в тому, що для визначення координат точок знаходять з астрономічних спостережень координати тільки декількох точок, які називають вихідними. Наступне визначення планового положення точок проводять шляхом геодезичних вимірювань на місцевості.

Висотна державна геодезична мережа створюється методом геометричного нівелювання.

## 5.3 Планові державні геодезичні мережі

Державна планова геодезична мережа створюється методоми тріангуляції, трилатерації, полігонометрії і їх поєднаннями.

Тріангуляція (рис. 1) - це ланцюг прилеглих один до одного трикутників, в кожному з яких виміряють всі кути; крім того, визначають довжини двох сторін ***AB*** і ***PQ***. Довжини цих сторін можуть бути визначені двома способами: з базисної мережі і безпосереднім вимірюванням. Базисна мережа будується у вигляді ромба ***AaBв***, в якому безпосередньо виміряна коротка діагональ – базис ***AB*** і всі кути при вершинах. Користуючись результатами цих вимірювань, обчислюють довжину діагоналі ***AB***, яку називають вихідною стороною тріангуляції. Далі по довжині вихідної сторони і виміряних кутів трикутників обчислюють довжини всіх сторін мережі. Знаючи з астрономічних визначень географічні координати початкового пункту ***A*** і азимут на суміжний пункт В мережі, можна послідовно обчислити координати всіх пунктів.

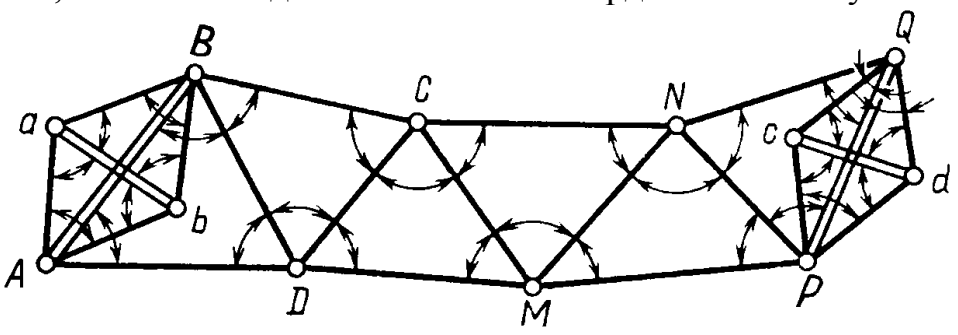



Рис. 5.1 Тріангуляція

Трилатерація – система трикутників, аналогічна тріангуляції, але в трикутниках замість кутів виміряють всі сторони.

Полігонометрія – метод визначення планових координат точок прокладенням через них ходу (рис. 5.2), в якому виміряють всі кути і сторони. Якщо відомі (або визначені ) координати пунктів ***А*** і ***В*** та дирекційні кути $\alpha_1$ і $\alpha_2$, то можна обчислити координати всіх пунктів ходу. При цьому координати пункту ***В*** і дирекційний кут $\alpha_2$ є контрольними. Система прокладених на місцевості і пов'язаних між собою полігонометричних ходів утворюють полігонометричну мережу.

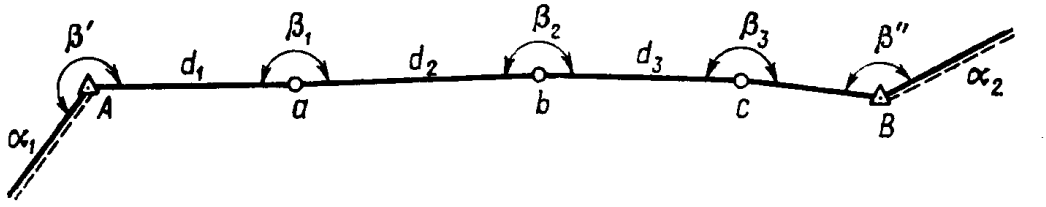



Рис. 5.2 - Приклад полігонометричного ходу

Пункти тріангуляції, трилатерації і полігонометрії закріплюються на місцевості центрами різних конструкцій, що закладаються в землю на глибину нижче за максимальне промерзання ґрунту. Ці центри можуть бути виконані у вигляді залізобетонних монолітів, паль, азБесстоцементних або металевих труб, заповнених бетонним розчином. У верхню частину центрів закладають спеціальні чавунні марки – напівсфери з отвором – центром посередині. Координати ***Х*** і ***У*** такого центру і визначають. Для забезпечення взаємної видимості між пунктами тріангуляції над центрами встановлюють геодезичні знаки. Тріангуляційні зовнішні знаки по конструкції підрозділяються на піраміди і сигнали (рис. 5.3). У верхній частині ці знаки мають візирні циліндри для візування на них з сусідніх пунктів.

Державна планова геодезична мережа розділяється на чотири класи різної точності вимірювань, довжиною сторін і послідовністю розвитку мереж інших класів (табл. 5.1).

Мережа 1-го класу (рис.5.4) як астрономо-геодезична мережа (***АГС***) будується у вигляді ланок тріангуляції (трилатерації, полігонометрії) довжиною не більше 200-250 км, розташовується уподовж меридіанів і паралелей і створює замкнуті полігони периметром 800-1000 км.

Геодезична мережа 2-го класу будується у вигляді мережі тріангуляції (трилатерації, полігонометрії) в кожному полігоні 1-го класу.

Згущення мереж здійснюється вставкою пунктів або групи пунктів (систем) 3-го і 4-го класів, які опираються на пункти 1-го і 2-го класів.

Сторони полігонометрічних ходів 3-го і 4-го класів повинні вимірюватися з відносними похибками, що не перевищують відповідно 1:200000 і 1:150000.

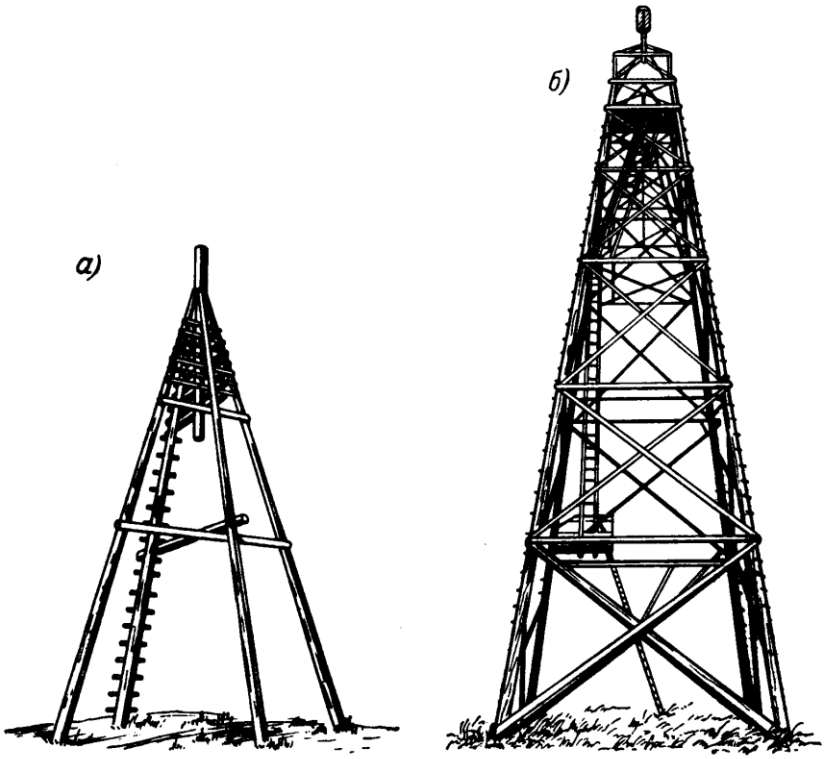



Рис. 5.3 - Наземні знаки тріангуляції (***а*** – піраміда, ***б*** – сигнал)

Таблиця 5.1 - Основні параметри державних геодезичних мереж

| Клас тріангуляції | Серед. довж. сторін трикутників, км | Серед. квадр. похибка виміру кута $m_\beta$ | Гранична кутова нев'язка в $f_\beta$ в трикутнику | Точність визначення виходної сторони |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | >20 | 0",7 | 3",0 | 1:400 000 |
| 2 | 7-20 | 1",0 | 3",5 | 1:300 000 |
| 3 | 5-8 | 1",5 | 5",0 | 1:200 000 |
| 4 | 2-5 | 2",0 | 7",0 | 1:100 000 |

Державні мережі згущення (***ДМЗ***). В містах, населених пунктах і на великих будівельних майданчиках створюють локальні геодезичні мережі згущення (***ДМЗ***), або мережі місцевого значення, які розвиваються на

основі державних геодезичних мереж більш високого порядку. Геодезичні мережі згущення створюються методами тріангуляції і полігонометрії і є суцільними мережами або ланцюжками трикутників, системами ходів полігонометрії, а також окремими пунктами, визначеними прямими і зворотними засічками від пунктів мереж вищих класів. По точності побудови і довжині сторін локальні геодезичні мережі згущення підрозділяються на мережі 1-го і 2-го розрядів ( табл. 5.2).

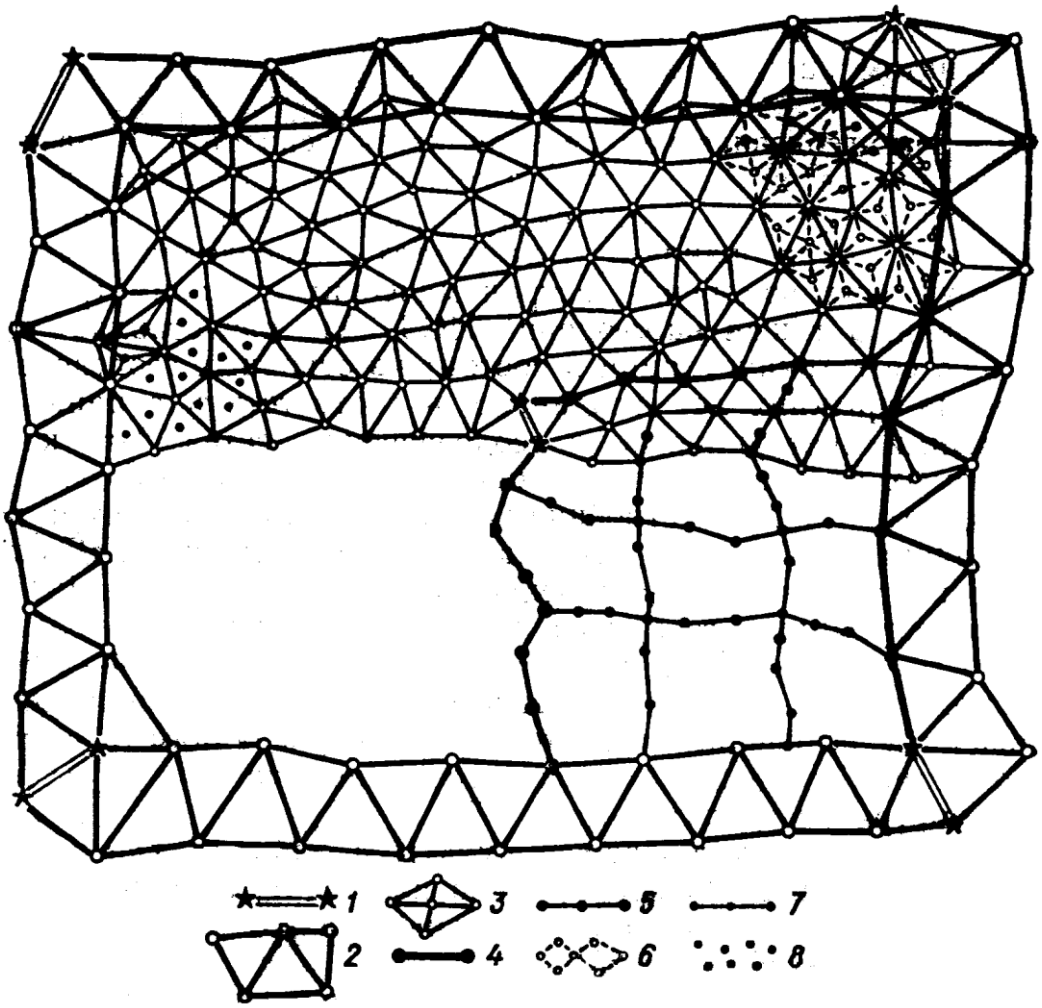



рис. 5.4 - Державна геодезична мережа

1-базисна сторона і пункти Лапласа, 2-тріангуляція 1-го класу, 3-тріангуляція 2-го класу, 4-полігонометрія 1-го класу, полігонометрія 2-го класу; 6,7,8 – пункти геодезичних мереж згущення

Геодезичні мережі в населених пунктах, гірничодобувних басейнах і на промислових об'єктах, як правило, розраховують в місцевих системах

координат. Встановлюючи місцеву систему координат, застосовують проекцію Гаусса з трьохградусними зонами і осьовим меридіаном, що проходить через центральну частину території. Місцеві системи координат при цьому надійно зв'язуються із загальнодержавною системою плоских прямокутних координат.

Таблиця 5.2 - Основні показники локальних геодезичних мереж згущення

| Показники | Метод згущення | Розряд | |
|---|---|---|---|
| | | 1 | 2 |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| Середня квадр. похибка виміру кута,..." | Тріангуляція | 5 | 10 |
| | Полігонометрія | 5 | 10 |
| Відносна серед. квадр. похибка виміру базисної сторони | Тріангуляція і полігонометрія | 1/50 000 | 1/20 000 |
| Відносна похибка виміру сторони | Полігонометрія | 1/10 000 | 1/5 000 |
| Відносна нев'язка ходу, не більш | Полігонометрія | 1/10 000 | 1/5 000 |
| Гранична кутова нев'язка в трикутнику, не більш, ... ." | Тріангуляція | 20 | 40 |
| Середня довжина сторони, км | Тріангуляція | 2-5 | 0,5-3,0 |
| | Полігонометрія | 0,1-0,6 | 0,1-0,3 |

Знімальні мережі. Знімальні мережі створюються додатково до ***ДМЗ*** для обґрунтовування топографічних зйомок масштабів 1:5000 – 1:500 на невеликих майданчиках (до 10 км$^2$) і для забезпечення різного роду геодезичних робіт. Технічні вимоги встановлені в інструкціях по топографічних зйомках і інших нормативних актах. Пункти знімальних мереж використовують при річкових і озерних дослідженнях, при виконанні топографічних зйомок великих масштабів в зонах дії гідрометеорологічних станцій і гідрологічних постів, при проектуванні будівництва каналів, гідроенергетичних, гідромеліоративних споруд і т.д.

При створенні знімальних мереж у відкритій місцевості використовують методи тріангуляції і трилатерації у вигляді нескладних мереж трикутників, ланцюжків трикутників або вставок окремих пунктів, геометричних мереж та різних засічок, що опираються на пункти ***ДМЗ***. В закритій місцевості, як правило, знімальні мережі створюють шляхом прокладення теодолітних ходів.

Середні похибки при визначенні місцезнаходження пунктів знімальних мереж щодо найближчих пунктів планових геодезичних мереж (***АГС*** і ***ДМЗ***) не повинні перевищувати 0,1 мм в масштабі створюваних

планів топографічної зйомки відкритих районів і 0,15 мм – лісових і гірських районів, а граничні похибки - відповідно 0,2 і 0,3 мм. Така точність зйомок забезпечує положення на топографічних планах зображень предметів і контурів місцевості з чіткими контурами щодо найближчих пунктів геодезичної мережі з похибкою не більше 0,5 мм, а в гірських і лісових районах – не більше 0,7 мм

## 5.4 Державна нівелірна мережа

Державна нівелірна мережа є висотною основою топографічних зйомок всіх масштабів і геодезичних вимірювань. Тут також реалізується ідея – від загального до часткового: спочатку прокладають нівелірні лінії вищих порядків, а потім ходи технічного і тригонометричного нівелювання.

Нівелірні мережі будують відповідно до вимог спеціальних методичних вказівок. Державна нівелірна мережа розділяється на нівелірні мережі I, II, III і IV класів і регламентується спеціальними вимогами.

Нівелірні мережі 1 і II класів складають головну висотну основу, за допомогою якої встановлюють єдину систему висот на всій території держави. Ці мережі використовують і в наукових дослідженнях.

Лінії нівелювання I класу прокладають переважно по автомобільних і залізничних шляхах 1-й і 2-й категорій, по берегах великих річок або по постійних ґрунтових шляхах з найбільш сприятливими ґрунтовими умовами. Ці лінії утворюють полігони з периметром близько 200 км. Нівелювання I класу виконують з найменшою похибкою: 0,5 мм на 1 км ходу.

Лінії нівелювання II класу опираються на пункти I класу і утворюють полігони з периметром близько 600 км. Їх прокладають по зручних для виконання вимірювань трасах. Ходи нівелювання II класу прокладають в прямому і зворотному напрямах з допустимою похибкою (в міліметрах) не більше $\pm 5\sqrt{L}$, ***де*** $L$ – число кілометрів довжини ходу по одному напряму.

Нівелірні мережі I і II класів будують і розвивають за спеціальною програмою, розрахованою на майбутні 10 – 15 років. Через кожні 25 років виконують повторне нівелювання по всіх лініях I класу і деяких лініях II класу для модернізації і отримання кількісних характеристик сучасних вертикальних рухів земної кори. З цією метою на території країн СНГ організовані спеціальні геодинамічні полігони.

Повторні високоточні нівелірні роботи на геодезичних полігонах свідчать про безперервні деформації земної кори і дають важливі відомості про швидкості вертикальних рухів точок земної поверхні. Результати повторного нівелювання, що проводяться в районах активного руху земної кори, використовують при створенні схем сейсмічного районування зон,

які служать вихідним матеріалом для складання планів розвитку міст, будівництва об'єктів промислового і цивільного призначення.

Лінії нівелювання I і II класів, які примикають до морів і прокладені уздовж великих річок і озер, містять основні репери морських та річкових і озерних станцій (постів).

Прив'язку реперів водомірних пунктів виконують по заявках регіональних гідрометеорологічних служб.

Нівелірні мережі III і IV класів служать для забезпечення топографічних зйомок місцевості і вирішення інженерних задач. Їх прокладають у середині полігону вищого класу як окремими лініями, що складаються з окремих секцій довжиною 5-7 км, так і у вигляді систем ліній з однією або декількома вузловими пунктами. Пункти нівелювання III і IV класу використовують як висотну основу при проведенні різних стаціонарних і експедиційних водних досліджень.

Нівелювання III класу здійснюють у вигляді окремих ходів, що прокладаються в прямому і зворотному напрямах, і у вигляді полігонів, що розділяють полігони II класу на чотири – дев'ять частин з периметром до 150 км в обжитих і до 300 км в малонаселених районах. Розбіжність сум перевищень в полігонах і ходах (в міліметрах) не повинна перевищувати $\pm 10\sqrt{L}$, де $L$ – периметр полігону або довжина ходу в кілометрах.

Нівелювання ***IV*** класу виконують ходом в одному напрямі або системами ходів. Периметри полігонів нівелювання ***IV*** класу не повинні перевищувати 60 км в обжитих і 80 км в малообжитих районах. Нев'язка в ходах і полігонах (в міліметрах) допускається в межах $\pm 20\sqrt{L}$, де $L$ – довжина ходу в кілометрах.

*Питання для самоперевірки*

1. Що таке геодезична мережа, яке її призначення?
2. Яка різниця між геодезичними мережами: плановими, висотними і планово-висотними ?
3. Чому принцип утворення геодезичних мереж іноді називають ”від загального до часткового”?
4. Які методи використовуються для побудови геодезичних планових мереж?
5. Що таке державна геодезична мережа?
6. Принцип побудови державної геодезичної планової мережі.
7. Чим відрізняються геодезичні планові мережі різних класів?
8. В чому полягає метод тріангуляції?
9. Чим відрізняється трилатерація від тріангуляції?
10. Як визначаються координати точок в полігонометрії?
11. Яке призначення центру і зовнішнього знаку пункту тріангуляції?

12. Що таке мережі згущення? Якими методами вони створюються?
13. Яке призначення знімальних мереж? Як вони утворюються?
14. Які класи нівелірних мереж складають головну висотну основу держави?
15. Які нормативи граничних похибок у Ш і IV класах нівелювання?

## Тема 6: Геодезичні вимірювання

### 6.1 Лінійні вимірювання

#### 6.1.1 Позначення точок на місцевості і тичкування ліній

Відстань між точками місцевості можна визначити безпосередньо і посередньо.

Безпосередні вимірювання виконують відповідними приладами, а посередні – за допомогою обчислювальних операцій (зворотна геодезична задача).

Якщо точки місцевості, між якими визначають відстань, є опорними пунктами для виконання геодезичних робіт, то їх закріплюють постійними або тимчасовими знаками.

Тимчасові знаки – дерев'яні коли, стовпи, металеві милиці, цвяхи і т.п. Постійні знаки – ґрунтові знаки (центри), стінні марки та ін.

Для забезпечення взаємної видимості віддалених один від одного пунктів встановлюють над ними спеціальні наземні знаки.

Тимчасові знаки закріплення позначають тичками (дерев'яними жердинами), а постійні – спеціальними пірамідами, сигналами і турами.

При великих відстанях напрям прямої лінії забезпечується тичкуванням лінії – встановленням в її створі (вертикальній площині, що проходить через цю лінію) додаткових тичок. Зручно проводити тичкування «на себе», починаючи з віддаленої точки (рис. 6.1).

#### 6.1.2 Лінійні мірні прилади

Всі прилади, що використовуються для лінійних вимірювань, можна розділити на три типи:

- прилади, що укладаються на землі;
- підвісні мірні прилади;
- далекоміри.

До першого типу відносяться сталеві і інварні стрічки і рулетки.

Частіше використовують сталеві стрічки і рулетки.

Сталева 20–метрова штрихова стрічка з шпильками (рис. 6.2) є сталевою смугою, ширина якої є 15-30 мм, товщина 0,3-0,4 мм (довжина також може бути 24, 30, 50 і 100 м). Поділки на стрічці позначенні через 0,1 м, 0,5 м і 1 м, а штрихи на кінцях стрічки фіксують її довжину. Метраж на кожній стороні зростає в зустрічному напрямі. Точність відліку на стрічці 1 см; похибка для нормальних умов місцевості складає 1:2000, тобто 5 см на 100 м довжини.

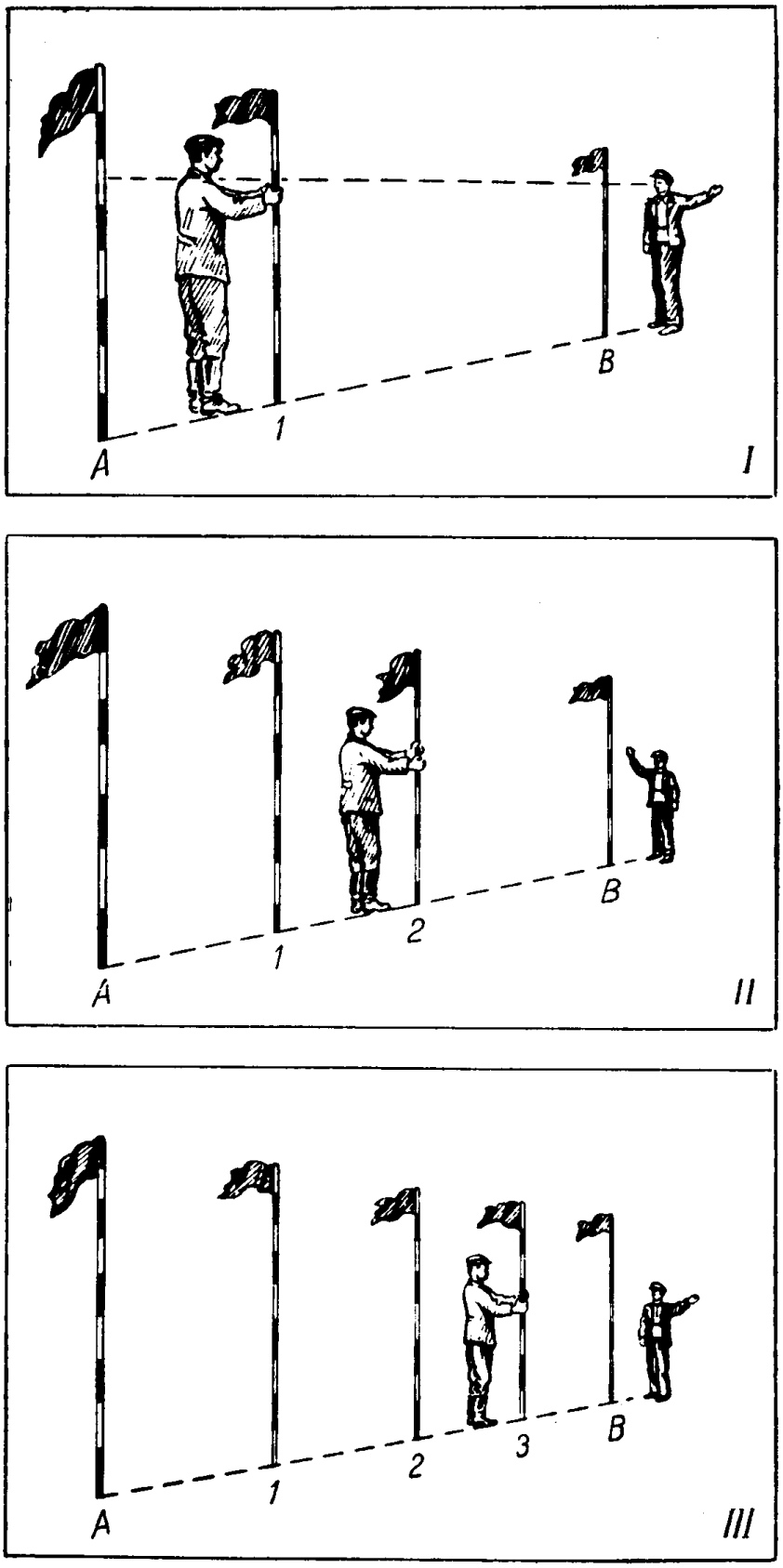



Рис. 6.1 - Тичкування способом „на себе”

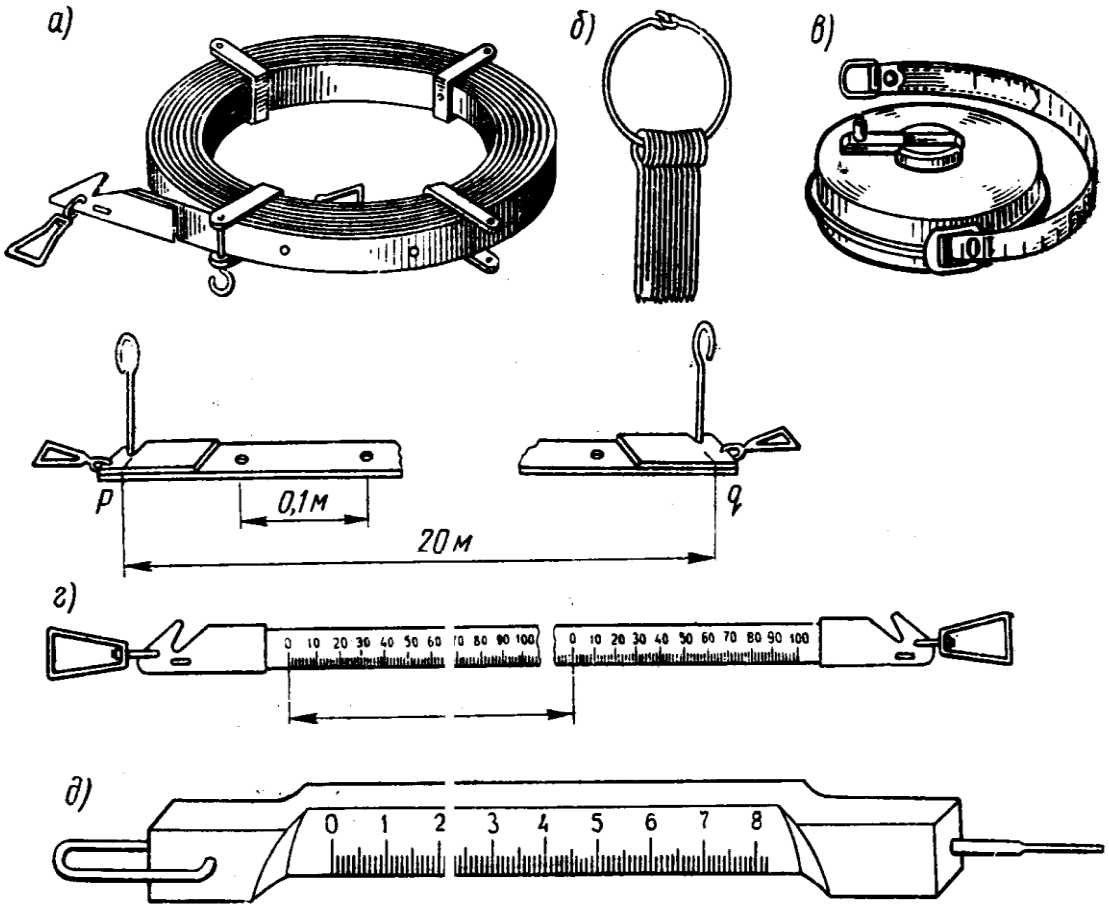



Рис. 6.2 - Прилади для лінійних вимірювань

Рулетки – звичайно 10, 20 м (50 м) мають найменші поділки 1 см або 1 мм і застосовуються для вимірювання коротких ліній (рис. 6.2). Відносна похибка вимірювання довжин ліній рулетками звичайно не перевищує 1: 5000.

Крім штрихових стрічок випускаються сталеві шкалові стрічки, на кінцях яких є шкали з міліметровими поділками довжиною 100 мм (похибка до 1:7000), а також інварні шкалові стрічки. Інвар – сплав сталі 64% і нікелю – 36%, має коефіцієнт лінійного розширення в 40 разів менше ніж у сталі. Точність вимірювання відстаней такими стрічками досягає 1:100000.

До другого типу лінійних приладів відносяться сталеві і інварні дроти зі шкалами. Довжина дротів - 24 і 48 м. Точки, які обмежують кінці виміряної ліні, фіксуються спеціальними штативами, до яких підвішуються дроти. Їх натягнення контролюється динамометрами. Точність визначення довжин ліній сталевими дротами відповідає 1:10000, а інварними – 1:1000000.

До третього типу лінійних мірних приладів відносяться далекоміри. У наш час для вимірювання відстаней використовуються оптичні далекоміри (ниткові та подвійного зображення), світло - і радіодалекоміри. Відносна похибка визначення відстані оптичними далекомірами 1:300 – 1:5000, а світло - і радіодалекомірами – 1:10000 – 1:1250000.

### 6.1.3 Вимірювання довжин ліній сталевою штриховою стрічкою

В комплект мірної стрічки входять ще 6 або 11 шпильок для фіксації кінців стрічки при укладанні її в створі лінії, що вимірюється. Для виконання лінійних вимірів необхідно не менше 2- х тичок і екліметр – найпростіший прилад для визначення кута нахилу лінії.

Вимірювання лінії мірною стрічкою виконують два працівника в наступному порядку. Один вимірювальник прикладає нуль стрічки до початкової точки і закріплює стрічку шпилькою. Другий по команді першого укладає стрічку в створі, натягує її і фіксує її кінець шпилькою. Потім стрічку знімають з шпильок, при цьому задній вимірювальник знімає шпильку. Стрічку протягують по створу і, дійшовши до наступної шпильки, задній вимірювальник закріплює кінець стрічки на шпильку.

Передній вимірювальник укладає стрічку в створі і фіксує шпилькою. Коли весь комплект шпильок у переднього працівника витрачений, задній вимірювальник передає передньому зібраний комплект шпильок (5 шт.) передачу фіксують в журналі вимірювань.

В кінці лінії між останньою шпилькою і кінцевою точкою лінії виміряють залишок r. Довжину лінії обчислюють по формулі

$$D = 100m + 20n + r \qquad (6.1)$$

де m – число передач комплектів шпильок (5 шт.), n – число шпильок, зібраних заднім вимірювальником, r – залишок.

Під впливом різних чинників (часу, температури, фізичних дій і т.п.) довжина стрічки може змінюватися. Тому перед початком лінійних вимірювань визначають дійсну довжину стрічки шляхом порівняння її з іншою стрічкою (приладом), довжина якої відома. Таке порівняння довжини робочої стрічки з контрольною називається компаруванням.

Різниця $\Delta L_K$ між фактичною довжиною $L$ стрічки і довжиною контрольного приладу $L_O$ називається поправкою за компарування, тобто

$$\Delta L_K = L - L_O . \qquad (6.2)$$

Фактична довжина стрічки визначається за формулою

$$L = L_O + \Delta L_K . \qquad (6.3)$$

При цьому $\Delta L_K$ вважається позитивною, якщо робоча стрічка довше номінальної, а інакше – негативною.

Поправка за компарування в виміряну довжину лінії визначається за формулою

$$\Delta D_к = D\Delta L_K/20 \qquad (6.4)$$

Якщо температура t, при якій проводилися вимірювання, відрізняється від температури компарування $t_o$ на величину, більше (8-10)$^oC$, то в довжину відрізка лінії вводять поправку за температуру, визначену за формулою

$$\Delta D_t = D\alpha(t - t_o) \qquad (6.5)$$

де $\alpha$ - лінійний коефіцієнт розширення сталі ($12{,}5*10^{-6}$).

Для складання плану необхідно знати не похилі відрізки ліній, а їх проекції на горизонтальну площину (горизонтальні прокладення). Горизонтальні прокладення відрізків ліній можна отримати, визначивши кути нахилу v до горизонту. Ці кути звичайно виміряють теодолітом або екліметром. Якщо виміряний на місцевості відрізок $AB = D$ (рис. 6.3) складає з горизонтом кут нахилу $v$, то з прямокутного трикутника $ABC$ горизонтальне прокладення визначиться як

$$d = D*\cos v\ , \qquad (6.6)$$

а різниця, яку називають поправкою за нахил до горизонту, знаходиться за формулою

$$\Delta D_v = D - d = 2D*\sin^2(v/2)\ . \qquad (6.7)$$

Горизонтальне прокладення

$$d = D - \Delta D_v\ . \qquad (6.8)$$

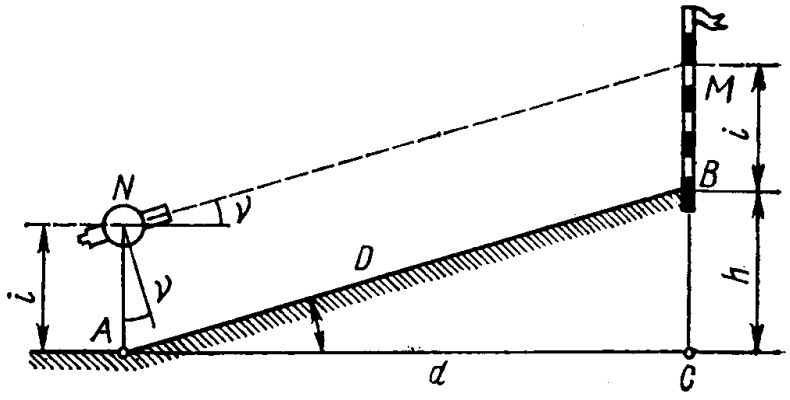



Рис. 6.3 - Схема визначення горизонтального прокладення виміряної лінії

Звичайно поправка за нахил до горизонту вводиться при кутах нахилу $\geq 2^{o}$.

При обчисленні довжини лінії в її виміряну величину $D$ вводять поправки: на компарування мірного приладу $\Delta D_к$, за температуру $\Delta D_t$ і за приведення до горизонту $\Delta D_v$ .

Остаточна довжина лінії буде

$$D_{разр.} = D_{вимір.} + \Delta D_к + \Delta D_t + \Delta D_v . \qquad (6.9)$$

### 6.1.4 Оптичні і електрофізичні далекоміри

Безпосередні вимірювання ліній точні і зручні, коли відрізок, що вимірюється, не перевищує довжини мірного приладу. Інакше знижується швидкість і точність вимірювання. При великих довжинах ліній, що вимірюються, зростає число укладань приладу і нагромаджується загальна похибка вимірювання. Та і сам процес стає більш трудомістким. Тому часто використовують непрямі способи визначення відстаней як функції деяких аргументів, що вимірюються. Зокрема, принцип вимірювання ліній оптичним далекоміром заснований на визначенні відстані $D$ з прямокутного трикутника (рис. 6.4,а) з відомим паралактичним кутом $\beta$ і протилежною йому стороною $b$ (базисом):

$$D=b*ctg\ \beta \qquad (6.10)$$

Для спрощення вимірювань одну з величин в комплекті приймають постійною, а іншу виміряють. Найбільш поширений нитковий далекомір геодезичних приладів (теодолітів, нівелірів), які використовуються в інженерній геодезичній практиці.

Нитковий далекомір складається з двох горизонтальних ниток, паралельних середній нитці сітки зорової труби теодоліта або нівеліра. Для вимірювання лінії на її кінцевих точках встановлюють прилад і вертикальну рейку з сантиметровими поділками. При горизонтальному положенні візирної осі проміння від далекомірних ниток $\alpha$ і $b$ пройде через об'єктив і передній фокус $F$ і перетнуть рейку в точках $A$ і $B$ (рис. 6.4,б). Позначивши відстань між далекомірними нитками через P, а кількість поділок на рейці між точками **A** і $B$ через $l$, з трикутників $AFB$ і $\alpha Fb$ отримаємо

$$D' = f/P*l \qquad (6.11)$$

де $f$ - фокусна відстань об'єктиву.

Відношення ***f/P*** називається коефіцієнтом далекоміра і позначається через ***k.. 3*** рис. 6. 4 видно, що

$$D = D' + f + \delta \tag{6.12}$$

де $\delta$ - відстань від об'єктиву до осі обертання труби. Сума $(f+\delta)$ – постійна далекоміра, позначається через С, тоді

$$D = D' + C = k * l + C . \tag{6.13}$$

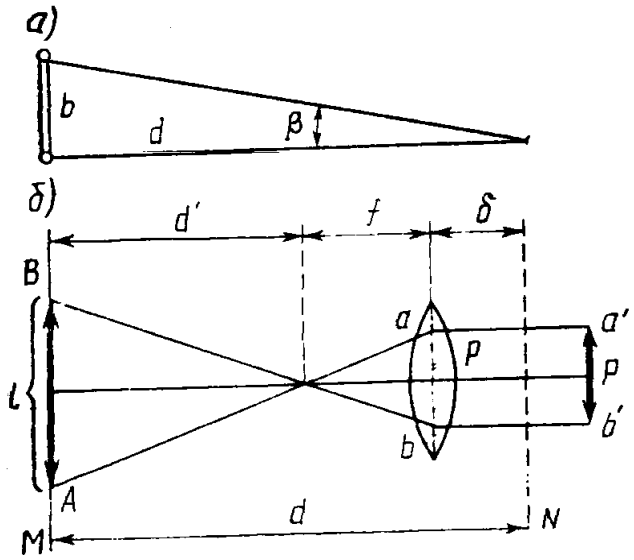



Рис. 6.4 - Схема ниткового далекоміра
***а*** – паралактичний трикутник, ***б***- схема ниткового далекоміра

Далекомірні нитки наносяться так, щоб при сантиметрових поділках на рейці ***k=100***. Для труб з внутрішнім фокусуванням величина ***C*** впливає лише при вимірюванні малих відстаней. Для відстаней більше 50 м вона може не враховуватися і тоді

$$D = k * l . \tag{6.14}$$

Формула (6.13) отримана для випадку, коли рейку розміщують перпендикулярно до візирної осі. При вимірюваннях на місцевості ця умова порушується, оскільки при похилому положенні візирної осі рейку встановлюють вертикально (рис. 6.5).

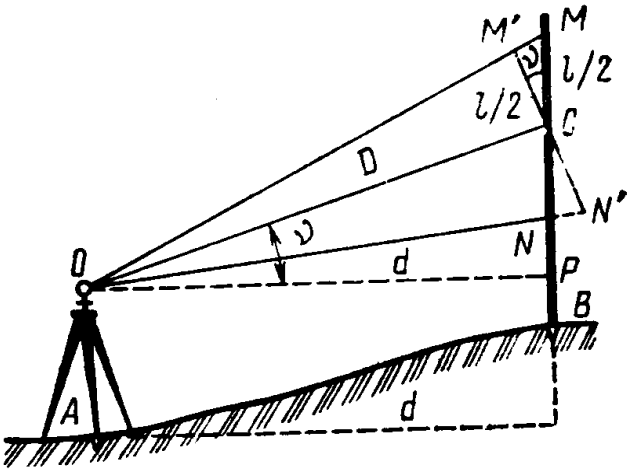



Рис. 6.5 - Вимірювання відстані нитковим далекоміром

Якщо рейка була ***б*** перпендикулярна візирній осі ***ОС***, то зробивши по ній відлік ***l' = M'*N'*** між далекомірними нитками, отримали б

$$OC = D = k^* l' + C \,. \qquad (6.15)$$

У такому разі , згідно з даною схемою, одержимо таку формулу

$$D = k^* l^* \cos^2 v \,. \qquad (6.16)$$

При кутах ***v*** до $2^o - 3^o$ нахил лінії не враховується, оскільки величина поправки за нахил знаходиться в межах точності вимірювань.

Точність вимірювання відстаней нитковим далекоміром характеризується відносною похибкою в межах 1/300-1/400.

Оптичні далекоміри подвійного зображення ***ДН-8***, ***Д-2***, ***ДНР-5*** відносяться до далекомірів, в яких замість ниток застосовуються спеціальні оптичні деталі, які зміщують одну половину зображення рейки щодо іншої. Тому в полі зору труби видно два зображення рейки, зміщені один до одного (подвійне зображення). По величині цього зміщення визначають відстань. Далекомірною насадкою ***ДН-8*** виміряють відстані від 50 до 700 м з середньою квадратичною похибкою 8 см на кожні 100 м довжини, далекомірами ***Д-2*** – виміряють лінії від 40 до 400 м з похибкою 2 см на 100 м довжини, далекомірною насадкою ***ДНР-5*** - від 20 до 120 м з похибкою 5 см на кожні 100 м.

В останні десятиріччя в практиці геодезичних робіт розширилося застосування світло - і радіодалекомірів. Ці прилади для вимірювання довжини пов'язані з часом розповсюдження електромагнітних коливань між кінцевими точками лінії. При цьому швидкість електромагнітних коливань під час вимірювань передбачається постійною і відомою. Залежно від виду електромагнітних коливань, що використовуються, радіофізичні далекоміри діляться на світлодалекоміри і радіодалекоміри. У

всіх радіофізичних далекомірах прийнята одна і та ж принципова блок-схема, а саме: далекомір складається з двох основних частин – приймача-передавача, встановленого на початковій точці, і відбивача на кінцевій точці лінії (рис. 6.6). Згідно принципової схеми далекоміра відстань визначають за формулою

$$D = v*t/2 \qquad (6.17)$$

де $v$ - швидкість розповсюдження електромагнітних хвиль в повітрі під час вимірювань; $t$ - час необхідний електромагнітним хвилям на проходження відстані $2D$.

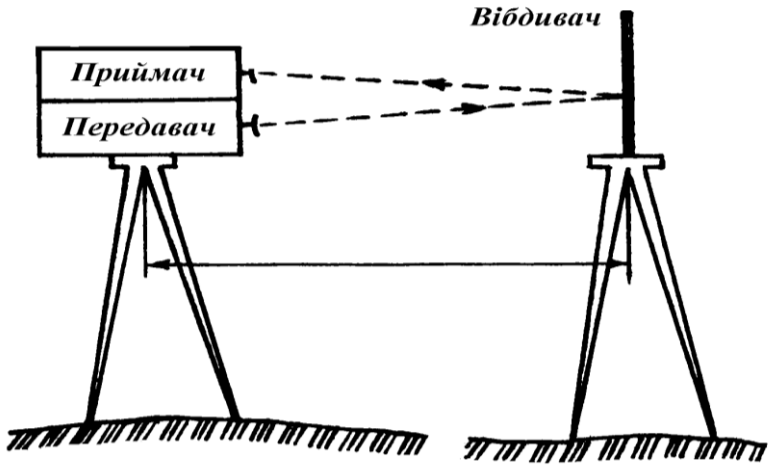



Рис. 6.6 - Схема дії радіофізичних далекомірів

Світлодалекоміри підрозділяють на три основні групи:

1) ***СГ*** – світлодалекоміри, яки використовують в роботах по розвитку державної геодезичної мережі;
2) ***СП*** – світлодалекоміри, яки використовують в прикладній геодезії і маркшейдерській справі;
3) ***СТ***– світлодалекоміри, яки використовують в топографічних роботах.

З першої групи можна виділити світлодалекомір ***СГ-30***, призначений для високоточних вимірювань базисів довжиною до 30 км з середньою квадратичною похибкою $m_D=3+5*10^{-6}D$ (мм).

Світлодалекомір ***СП-2*** «Топаз» дозволяє виміряти лінії довжиною від 0,5 до 2000 м при інженерно-геодезичних роботах; $m_D=1+2*10^{-6}D$ (мм).

Топографічний світлодалекомір «Блеск» ***СТ5*** є найбільш поширений прилад з групи ***СТ***. Він дозволяє визначати лінії довжиною від 0,2 до 5000 м з середньою квадратичною похибкою $m_D=10+5*10^{-6}D$ (мм).

### 6.1.5 Непрямі способи лінійних вимірювань

Досить часто через місцеві умови (річка, яр і т.і.) виміряти лінію мірною стрічкою буває не можливим. Такі лінії називають неприступними відстанями і їх визначають непрямим способом.

Нехай вимагається визначити відстань ***D=AB*** через деяку перешкоду (рис. 6.7).

Для цього на місцевості виміряють базиси $b_1=AD$ і $b_2=AC$ і кути $\alpha_1, \beta_1, \alpha_2, \beta_2$.

Вирішуючи трикутники ***ABD*** і ***ABC*** по теоремі синусів, визначають відстань

$$D_1 = b_1 * sin\beta_1 * cosec\varphi_1$$
$$D_2 = b_2 * sin\beta_2 * cosec\varphi_2, \qquad (6.18)$$

де $\varphi_1=180^o-(\alpha_1+\beta_1)$, а $\varphi_2=180^o-(\alpha_2+\beta_2)$.

Різниця між двома значеннями сторони ***AB*** не повинна перевищувати 1/1000 її довжини, а довжина лінії ***AB*** визначиться як середнє з двох вимірювань:

$$D = (D_1 + D_2)/2. \qquad (6.19)$$

Точність визначення неприступних відстаней багато в чому залежить від форми трикутників. Кращими вважають рівнобедрені трикутники.

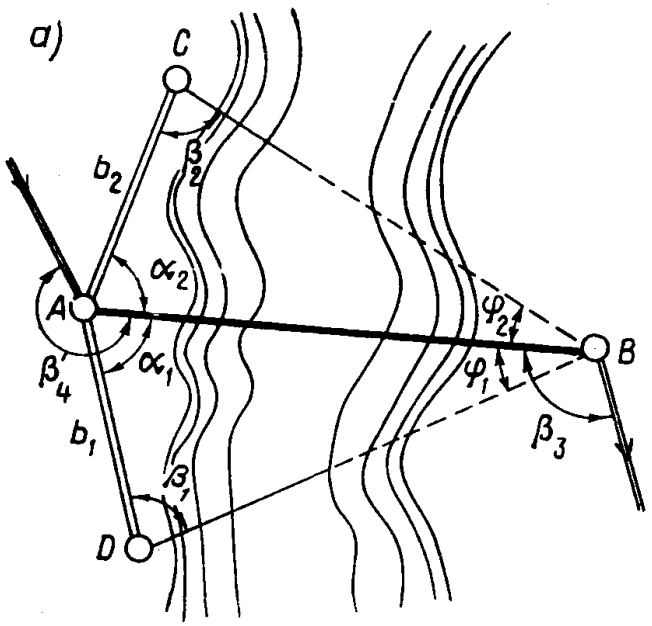



Рис. 6.7- Визначення неприступної відстані

## 6.2 Кутові вимірювання

### 6.2.1 Принцип вимірювання горизонтального кута

При створенні планів і топографічних карт на місцевості проводять лінійні і кутові вимірювання. При цьому необхідні не кути між лініями на місцевості, а їх горизонтальні проекції.

Нехай на місцевості є три точки **A, *B*** і ***C*** розташовані на різних висотах (рис. 6.8). Необхідно виміряти горизонтальний кут при вершині ***B*** між напрямами ***BA*** і ***BC***. Цей кут визначається проекцією ***aBc*** кута ***ABC*** на горизонтальну площину ***P***. Кут ***aBc (β)*** є мірою двогранного кута, утвореного вертикальними площинами ***M*** і ***N***. Проте мірою того ж двогранного кута з вершиною на прямовисному ребрі ***BB'*** і сторонами в горизонтальній площині, паралельної площині ***P***. Тому для вимірювання горизонтального кута ***aBc*** над його вершиною можна розташувати проградуйоване горизонтальне коло з центром ***b***' в будь-якій точці на прямовисній лінії ***BB'*** і зафіксувати дугу цього кола ***a'c'***, замкнену між сторонами двогранного кута. Таке коло називається лімбом. Поділки на колі підписані по ходу годинникової стрілки, тому

$$\beta = a' - c' . \qquad (6.20)$$

Для вимірювання кута необхідна також вертикальна площина, яка обертається навколо прямовисної лінії ***BB'***. Суміщаючи послідовно таку площину з площинами ***M*** і ***N*** двогранного кута, можна визначити на лімбі початок і кінець дуги ***a'c'***. Таку площину одержують за допомогою зорової труби і називають візирною.

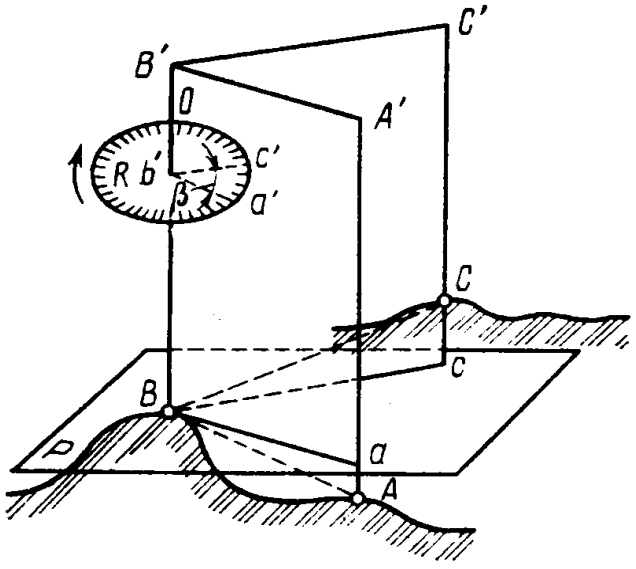



Рис. 6.8 - Схема визначення горизонтальних кутів

Крім того, для зняття з лімба відліків $\alpha$ і с необхідно об'єднати із зоровою трубою інше горизонтальне коло за спеціальними відліковими пристосуваннями. Це коло називається алідадою.

Інструмент, який відповідає таким вимогам, називається теодолітом. Його спрощена схема приведена на рис. 6.9.

### 6.2.2 Класифікація теодолітів

У відповідності з ***ДЕСТ*** 10529-86 теодоліти по точності вимірювання кутів поділяють на високоточні (середня квадратична похибка вимірювання кута до 1,5’’); точні (1,5’’- 10’’); технічні (більш 10’’). Згідно цьому критерію визначені і типи теодолітів ***Т1, Т2, Т5, Т15*** і ***Т30***. Цифрами позначені похибки вимірювання кутів одним прийомом.

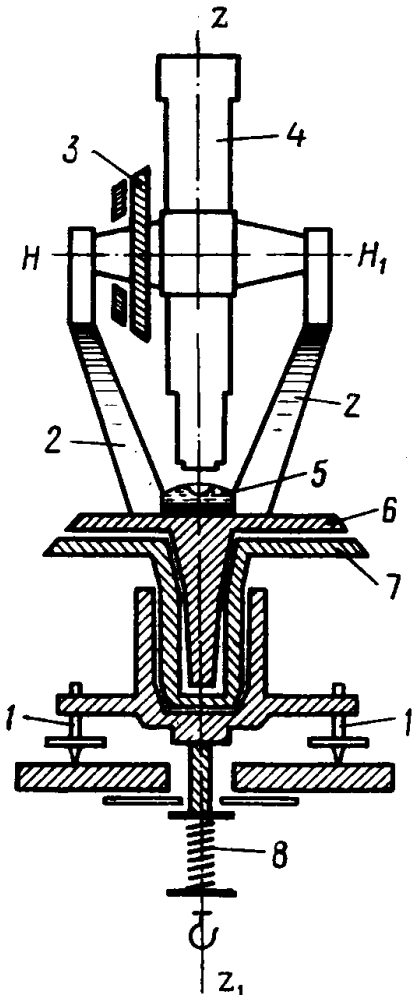



Рис. 6.9 - Схема теодоліта

1-під’ємні гвинти, 2- підставки, 3- вертикальне коло, 4- зорова труба, 5- циліндричний рівень, 6- алідада, 7- лімб, $ZZ_1$- основна (вертикальна) вісь теодоліта

По відлікових пристроях теодоліти поділяють на оптичні і електронні (кодові). Оптичні теодоліти мають скляні кутомірні кола і оптичні відлікові пристрої. Електронні – також з скляними колами і з аналого-цифровим перетворювачем кута – кодом і системою обробки сигналів. Для реєстрації відліків використовуються електронні цифрові табло на рідких кристалах. До них відносяться, наприклад, теодоліти ***ET3*** фірми «Оптон» (***ФРН***), Т1000 фірми «Вільд» (Швейцарія) і ін.

По конструкції теодоліти розділяють на прості і повторювальні. В перших горизонтальне коло закріплено з підставкою і не може автономно обертатися навколо своєї осі. У повторювальних – можливо автономне і сумісне з алідадою обертання горизонтального кола.

По типу зорових труб теодоліти підрозділяються на теодоліти з трубами, що дають зворотне зображення спостережуваних предметів, з трубами прямого зображення і автоколлімаційного зображення, створеного пучком паралельного світлового проміння. В останніх двох випадках до позначення типу теодоліта додається буква ***П*** (пряме зображення) або ***А*** (автоколлімаційне зображення). Наприклад, назва теодоліта ***2Т2ПА*** означає, що він відноситься до другої серії випуску оптичних теодолітів (***2Т***), має трубу з прямим зображенням (***П***) і автоколліматором (***А***) – оптичним пристроєм для підвищення точності наведення зорової труби на предмет.

Всі теодоліти третьої серії випуску (***3Т***) мають пристрій індексу вертикального кола, що самовстановлюється – компенсатор. Такі теодоліти класифікуються як компенсаційні і до їх позначення додають букву ***К***, наприклад, теодоліт ***3Т5КП***.

Конструкцію теодоліта розглянемо на прикладі оптичного теодоліта ***2Т30П***. Він є повторювальним. Лімб має закріплюваний і навідний гвинти. Цифрований лімб через $1^{o}$ по ходу годинникової стрілки. Відліки по горизонтальному і вертикальному колах ведуть в полі зору мікроскопа з ціною поділок 5’ (рис. 6.10). Найменші поділки оцінюють на око з похибкою 1’.

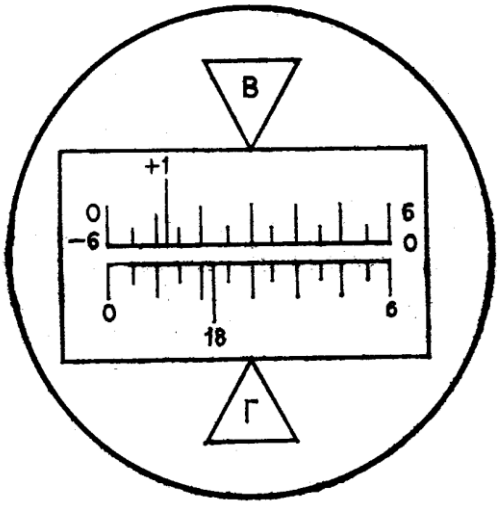



Рис. 6.10 – Поле зору оптичного мікроскопу теодоліта ***2Т30*** (відлік по горизонтальному колі $18^{o}22'$; по вертикальному – $+1^{o}12'$)

Теодоліт ***2Т30П*** має вертикальну вісь з отвором і отвір в дні футляра. Це дозволяє центрувати теодоліт над точкою установки за допомогою зорової труби, яку встановлюють вертикально об'єктивом вниз. Зорова труба прямого зображення може обертатися навколо своєї вісі через зеніт обома кінцями. Зорова труба дає збільшення в 20 разів. На корпусі труби є оптичний візир для наближеного наведення на ціль.

Для приведення теодоліта в прямовисне положення на алідаді горизонтального кола є циліндровий рівень, ціна його поділок 45''. На алідаді вертикального кола такого рівня немає.

У алідади горизонтального кола і зорової труби, як і у лімба, є закріплювальні і навідні гвинти. Різкість зображення в зоровій трубі наводять за допомогою кремальєри.

Вертикальне коло закріплене на горизонтальній вісі теодоліта і обертається разом із зоровою трубою. Теодоліт встановлюють у вертикальне положення за допомогою трьох підіймальних гвинтів.

### 6.2.3 Вимірювання горизонтальних і вертикальних кутів

Робота по вимірюванню горизонтальних кутів на станції виконується в послідовності:

1) установка теодоліта в робоче положення: центрування інструменту; приведення його вісі в прямовисне положення; установка труби для візування;

2) вимірювання горизонтальних кутів; обробка журналу спостережень і контроль вимірювань на станції.

Найбільш поширеним способом вимірювання горизонтальних кутів є спосіб прийомів. Для вимірювання кута цим способом теодоліт встановлюють у вершині кута ***C*** (рис. 6.11) і, закріпивши лімб, наводять на задню точку ***A***. Закріпивши алідаду, знімають відлік $\alpha_1$ по горизонтальному колу. Далі відкріпляють алідаду, візують на передню точку ***B*** і знімають відлік $\alpha_2$. Величина кута $\beta = \alpha_1 - \alpha_2$.

Таке вимірювання кута називається напівприйомом. Для контролю і послаблення впливу інструментальних похибок кут виміряють при другому положенні вертикального кола, змістивши лімб теодоліта на $5^o$-$10^o$.

Вимірювання кута в другому напівприйомі виконують при іншому положенні вертикального кола теодоліта. Два таких вимірювання складають прийом. Розбіжність результатів вимірювання кута в напівприйомах не повинна перевищувати ***2t*** –двоїну точність відлікового пристрою. Якщо розбіжність є допустимою, то з результатів вимірювань в напівприйомах обчислюють середнє значення кута.

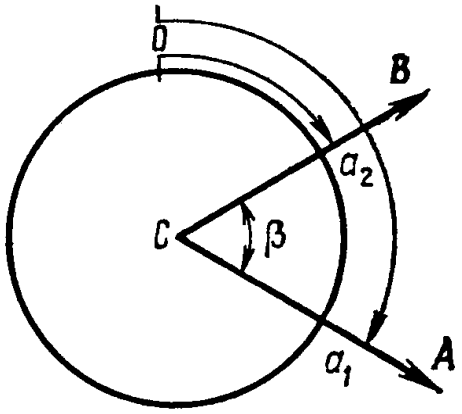



Рис. 6.11 - Схема вимірювання горизонтального кута

Кут ***v***, складений лінією візування з її проекцією на горизонтальну площину, називається кутом нахилу. Кути нахилу вгору від горизонтальної площини вважаються додатними, а вниз – від'ємними.

Вимірювання кутів нахилу проводиться за допомогою вертикального кола. Лімб разом з трубою обертається навколо нерухомої алідади, яка має відліковий пристрій. Оптичні теодоліти мають відлікові мікроскопи і один рівень на алідаді горизонтального кола. Пухирець цього рівня приводиться

в нуль-пункт підіймальними гвинтами кожного разу перед візуванням зорової труби на точку.

Відлік по вертикальному колі, коли візирна вісь горизонтальна, а пухирець рівня знаходиться в нуль – пункті, називається місцем нуля (***МО***).

Якщо при горизонтальному положенні візирної вісі відлік був ***МО***, то з підняттям об'єктива на кут ***ν*** і відлік по вертикальному колі (***КЛ***) збільшиться на кут ***ν***, звідки

$$V = КЛ - МО \qquad (6.21)$$

При ***КП***, навпаки, із збільшенням кута нахилу відліки по вертикальному колі зменшуються, а коли візирна вісь утворює з горизонтом той же самий кут ***ν***, відлік по вертикальному колі буде ***КП,*** звідки

$$V = МО - КП \qquad (6.22)$$

Вирішуючи рівняння (6.21) і (6.22) щодо ***МО*** і ***V***, знаходимо

$$МО = (КЛ + КП)/2; \qquad (6.23)$$

$$V = (КЛ - КП)/2. \qquad (6.24)$$

Формули (21) – (24) відповідають оцифровці вертикального кола теодоліта ***2Т30***.

***МО*** визначають при наведенні труби теодоліта на декілька точок, щоб переконатися в незмінності його значення. Якщо ***МО*** в 2 рази більше точності відлікового мікроскопа, то необхідно його виправити. Для цього, при двох положеннях вертикального кола теодоліту ***Т-30*** визначають кут нахилу. Не зміщуючи трубу з точки спостереження встановлюють на вертикальному колі значення ***ν*** за допомогою навідного гвинта труби (***КЛ***). При цьому можна помітити зміщення горизонтальної нитки з точки спостереження. Виправними гвинтами сітки суміщають горизонтальну нитку сітки з зображенням точки спостереження.

Вертикальні кути, як правило, виміряють при двох положеннях кола (***КП*** і ***КЛ***). Правильність вимірювання вертикальних кутів контролюють постійністю ***МО***, коливання якої не повинне перевищувати подвоєну точність відлікового пристрою.

## 6.3 Вимірювання перевищень

### 6.3.1 Сутність і методи вимірювання перевищень

Вимірювання, що проводяться для визначення позначок точок місцевості або їх різниць, називають нівелюванням.

Існує декілька методів нівелювання: геометричне, тригонометричне, фізичне і ін.

Основний метод нівелювання – геометричний – полягає в безпосередньому визначенні різниці висот двох точок за допомогою горизонтального візирного променя.

Тригонометричне нівелювання вирішує визначення перевищень між точками по виміряній між ними відстані і куту нахилу за допомогою формул тригонометрії.

Фізичне нівелювання поділяється на три типи: барометричне, гідростатичне і радіолокаційне.

### 6.3.2 Способи геометричного нівелювання

Геометричне нівелювання проводять спеціальними приладами – нівелірами. Розрізняють два способи геометричного нівелювання: “з середини” і “вперед”.

Для визначення перевищення точки В над точкою ***A*** (рис.6.12,а) геометричним нівелюванням “з середини” на цих точках встановлюють прямовисно рейки, а між ними – посередині (на рівній відстані від рейок) – нівелір.

Наскільки визначається висота точки ***B*** відносно відомої висоти точки ***A***, тобто нівелювання ведеться у напрямі точки ***B***, то вона вважається передньою, а точка ***A*** – задньою. Послідовно візуючи середню горизонтальну нитку зорової труби на задню і передню рейки, беруть відліки ***a*** і ***в***. На рис. 6.12,а видно, що перевищення дорівнює різниці відліків по задній та передній рейках:

$$h = a - b, \tag{6.25}$$

а висота точки ***B*** дорівнює

$$H_B = H_A + h \tag{6.26}$$

Ці формули дійсні і для випадку, коли точка ***B*** нижче точки ***A***. Тоді передній відлік ***b*** буде більше заднього і перевищення буде від’ємним.

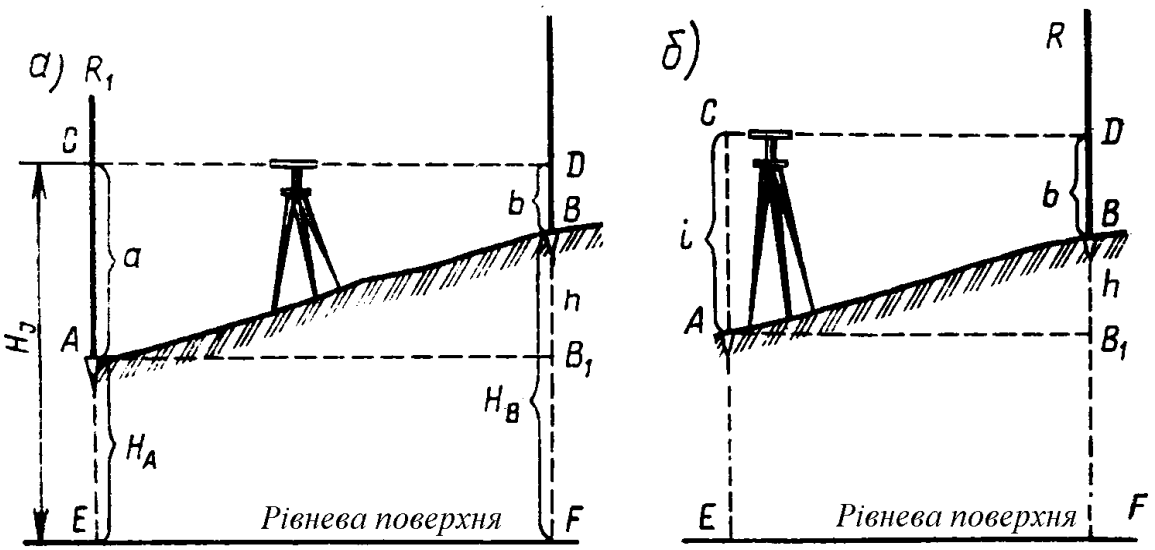



Рис. 6.12 - Способи геометричного нівелювання

Часто точка ***B*** знаходиться на значній відстані від точки ***A*** і тоді доводиться робити багато станцій, внаслідок чого різниця відміток цих точок визначиться сумарним перевищенням по всіх станціях, тобто

$$\boldsymbol{h = h_1 + h_2 + \ldots + h_n = \Sigma h} \; . \qquad (6.27)$$

А висота точки ***B*** визначиться

$$\boldsymbol{H_B = H_A + h = H_A + \Sigma h} \; . \qquad (6.28)$$

В практиці також застосовується спосіб нівелювання “вперед”, або через горизонт інструменту (рис. 6.12, б).

Нехай висота точки ***A*** відома, а відмітку точки ***B*** необхідно визначити. Для цього спочатку визначають позначку візирної осі інструменту – горизонт інструменту

$$\boldsymbol{ГІ = H_A + a} \; , \qquad (6.29)$$

а потім, знімаючи відлік *b* по рейці, встановленої в точці ***B***, визначають її позначку через горизонт інструменту по формулі

$$\boldsymbol{H_B = ГІ - b} \; . \qquad (6.30)$$

Висоту інструменту (***i***) - перевищення візирної осі над точкою установки визначають по центру окуляра, а горизонт інструменту визначають за формулою

$$\boldsymbol{ГІ = H_A + i} \qquad (6.31)$$

6.3.3 Нівеліри і їх будова

Згідно ***ДЕСТ 10528-90*** нівеліри підрозділяються на високоточні – ***Н-О5***, точні - ***Н-3*** і технічні - ***Н-10***. Цифри в індексах указують на допустиму середню квадратичну похибку в мм на 1 км подвійного нівелірного ходу. Нівеліри виготовляють з циліндровим рівнем при трубі і з компенсатором кутів нахилу (в індексації інструменту додається літера ***К***). Нівеліри ***Н-3*** і ***Н-10*** випускаються також з лімбами для вимірювання горизонтальних кутів (додається літера Л).

Нівелір ***Н-3*** (рис.6.13) відноситься до точних нівелірів з циліндровим рівнем при трубі. Його використовують при нівелюванні Ш і IV класів.

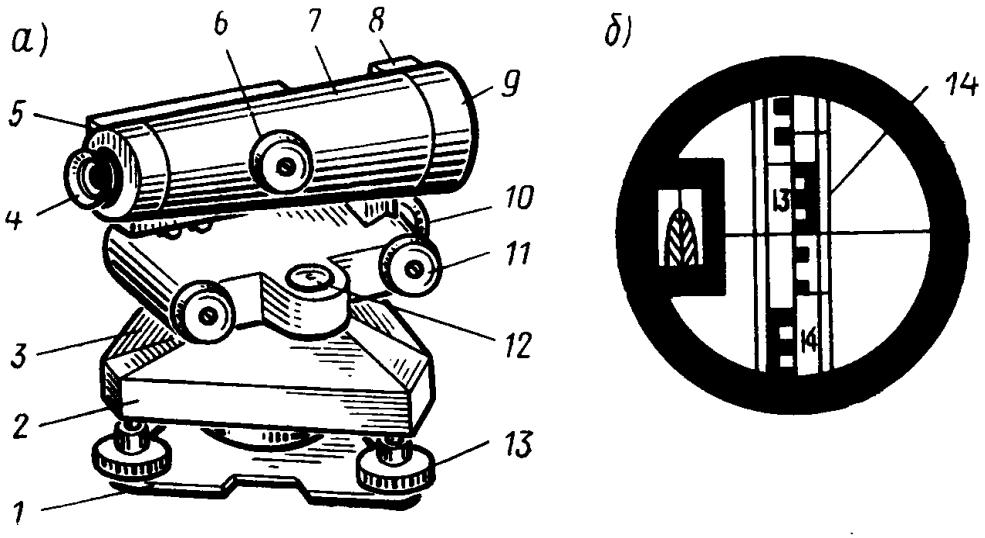



Рис. 6.13 - Нівелір ***Н3***

а – загальний вигляд, б - поле зору труби
1-пластина, 2-підставка, 3 - елеваційний гвинт, 4-окуляр, 5-циліндричний рівень, 6 - фокусувальний гвинт (кремальєра), 7-зорова труба, 8-приціл, 9-об'єктив, 10-закріплювальний гвинт, 11-навідний гвинт, 12 - встанівний сферичний рівень, 13- підіймальний гвинт, 14- нівелірна рейка в полі зору труби.

Збільшення зорової труби в 30 разів. Ціна поділок циліндрового рівня 15'', сферичного рівня – 10'. Нівелір ***Н-3*** забезпечує визначення перевищень з похибкою не більше 3 мм на 1 км ходу. Нівелір має контактний циліндровий рівень і елеваційний гвинт для приведення зорової труби в горизонтальне положення. Зображення кінців циліндрового рівня за допомогою призматичної системи передається в поле зору труби (рис.6.13,б). Положенню пухирця в нуль-пункті

відповідає оптичний контакт його половинок. Тільки при такому положенні циліндрового рівня проводять відліки по горизонтальних нитках сітки ниток при наведенні на рейку. Сферичний рівень призначається для приведення нівеліра в прямовисне положення.

Нівелірні рейки ***РН-3*** використовують для нівелювання Ш і IV класів. Їх виготовляють довжиною 3000, 1500 1000 мм. Це дерев'яні рейки шириною 80-100 мм, товщиною 20-30 мм.

Поділки на рейках позначені сантиметровими шашками, цифрованими через ***1*** дециметр. Випускають рейки двосторонніми: основна шкала чорна, додаткова – червона. Фон рейки білого кольору. Нуль чорної сторони рейки співпадає з п'ятою рейки. Нуль червоної сторони на рейці зміщений на 4683 мм (можливі і інші варіанти), що дозволяє контролювати точність відліків по рейках.

### 6.3.4 Тригонометричне нівелювання

Нехай висота $H_A$ точки $A$ відома, а висоту точки $B$ потрібно визначити, тобто необхідно визначити перевищення $h$ (рис. 6.14). Для цього над точкою $A$ встановлюють теодоліт, а на точці $B$ – рейку. Виміряють рейкою висоту теодоліта $i$ ; мірною стрічкою (далекоміром) визначають відстань між точками $d$. Трубу теодоліта наводять на деяку точку на рейці ($K$) і виміряють вертикальний кут $\nu$. Відстань від точки наведення до п'ятки рейки $\upsilon$ називають висотою візування. З рис. 14 маємо

$$i + h' = h + \upsilon \qquad (6.32)$$

або

$$h = h' + i - \upsilon \qquad (6.33)$$

Наскільки

$$h' = d \cdot tg\,\nu\,, \qquad (6.34)$$

то значення перевищення

$$h = d \cdot tg\,\nu + i - \upsilon\,. \qquad (6.35)$$

Формула (6.35) називається повною формулою тригонометричного нівелювання.

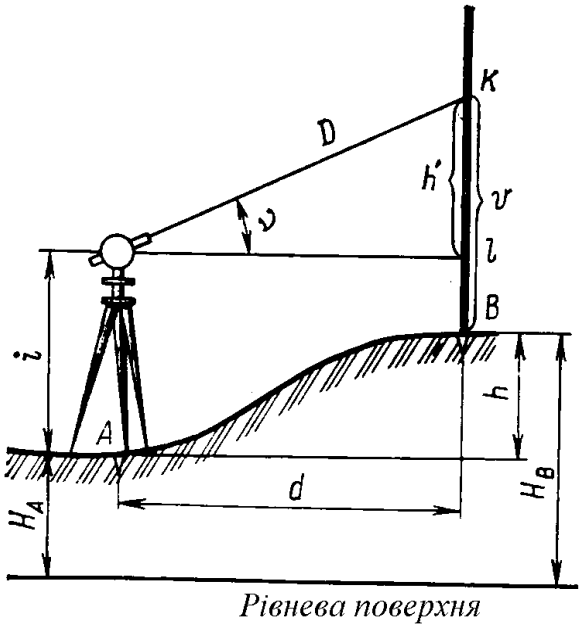



Рис. 6.14 - Тригонометричне нівелювання

Якщо відмітити на рейці висоту інструменту $i$ і візувати на цю висоту, тобто покласти $i=\upsilon$ , то отримаємо скорочену формулу тригонометричного нівелювання

$$h = d \cdot tg\nu \qquad (6.36)$$

*Питання для самоперевірки*

1. Основні види вимірювань в геодезії.
2. Як закріплюють і позначають точки на місцевості?
3. Які прилади застосовують для безпосереднього вимірювання відстаней?
4. Як виміряють відрізки ліній сталевою 20-метровою стрічкою?
5. Які поправки вводять в виміряну довжину лінії?
6. Як вимірюють відстані оптичним нитковим далекоміром?
7. Непрямі методи визначення відстані.
8. В чому полягає сутність вимірювання горизонтального кута?
9. Класифікація теодолітів по точності вимірювання кутів.
10. Будова теодоліта.
11. Вимірювання горизонтального кута способом прийомів.
12. Що таке місце нуля (***МО***) ?
13. Як виміряють вертикальні кути?
14. Що таке нівелювання?
15. Способи геометричного нівелювання.

16. Класифікація нівелірів по точності.
17. Будова нівеліра.
18. Тригонометричне нівелювання.

## Тема 7: Топографічні зйомки ділянок місцевості

### 7.1 Загальні положення

Зйомкою місцевості називається сукупність кутових і лінійних вимірювань, які виконуються для створення плану, карти або профілю. Якщо зйомку проводять для отримання плану без зображення рельєфу, то її називають контурною або горизонтальною. Якщо в зйомку включають тільки рельєф місцевості, то її називають вертикальною. Якщо створюють план з рельєфом, то для цього виконують топографічну зйомку.

Окрім приведеної класифікації зйомок їх розділяють і по найменуванню основного інструменту, яким ведуть роботи. Це теодолітна, тахеометрична, мензульна, фототеодолітна, аерофотозйомка, бусольна і окомірна.

### 7.2 Теодолітна зйомка

Теодолітна зйомка складається з вимірювань на місцевості, що дають можливість скласти план ділянки з точним зображенням на ньому ситуації, але без рельєфу. Теодолітну зйомку виконують на невеликих ділянках місцевості, заснувавши її на теодолітних ходах. Проводиться вона звичайно на рівнинних ділянках з складною ситуацією забудованої території.

#### 7.2.1 Створення знімального обґрунтовування

Планове знімальне обґрунтовування створюють у вигляді замкнутих полігонів, розімкнених одиночних ходів або системи ходів.

Прокладання теодолітного ходу включає рекогносцировку місцевості, закріплення точок, вимірювання горизонтальних кутів і довжин ліній ходу, а також камеральну обробку матеріалів.

В ході рекогносцировки обстежують ділянку місцевості, що підлягає зйомці, і намічають точки теодолітного ходу. При їх виборі прагнуть того, щоб навколо них були горизонтальні майданчики з твердим ґрунтом, забезпечувалися взаємна видимість між суміжними точками і добрі умови для вимірювання довжин ліній ходу, а також видимість з точок для зйомки ситуації місцевості. Точки закріплюють кілками з сторожками. Після цього виконують кутові і лінійні вимірювання. Результати вимірювань записують у відповідному журналі.

Ходи підрозділяються на два розряди: перший – з відносною похибкою не більше 1:2000, і ходи 2-го розряду – з відносною похибкою не більше 1:1000. Довжини сторін теодолітного ходу не повинні перевищувати 350 м і бути менше 20 м.

Кутова нев'язка в теодолітних ходах не повинна перевищувати $f_\beta = 1'\sqrt{n}$, де $n$ - число кутів в ходу.

Горизонтальні кути вимірюють технічним теодолітом одним прийомом. Розбіжності в значенні кутів між напівприйомами не повинні перевищувати подвійної точності відлікового пристрою. Довжини сторін вимірюють в прямому і зворотному напрямах і контролюють по відносній похибці прийнятого розряду точності (1:1000 або 1:2000).

Обробка замкненого теодолітного ходу. Починається вона з підрахунку кутової нев'язки, рівної різниці виміряної суми кутів в багатокутнику ($\sum \beta_{вим}$) і його теоретичної суми ($\sum \beta_{теор}$):

$$f_\beta = \sum \beta_{вим} - \sum \beta_{теор} \qquad (7.1)$$

де $\sum \beta_{вим} = 180^o(n-2)$, а n-число сторін багатокутника.

Якщо отримана нев'язка не виходить за межі допустимої $f_\beta \le 1'\sqrt{n}$, де n-число виміряних кутів, то її розподіляють порівну у всі кути. Кутові поправки $\upsilon_{\beta_i} = -f_\beta / n$ мають зворотний отриманій знак нев'язкі, а їх сума по абсолютному значенню повинна дорівнювати нев'язкі.

Після вказаного контролю переходять до розрахунку дирекційних кутів всіх сторін ходу за формулою:

$$\alpha_{i+1} = \alpha_i + 180^o - \beta_{i+1} \qquad (7.2)$$

Контролем вірності обчислення дирекційних кутів сторін замкненого ходу є повторне отримання дирекційного кута першої сторони.

Обчислення румбів здійснюють по відомих співвідношеннях між дирекційними кутами і румбами для кожної з чотирьох чвертей.

Обчислення приростів координат по теодолітному ходу виконують за формулами

$$\Delta X_i = d_i \cos\alpha_i \quad \text{і} \quad \Delta Y_i = d_i \sin\alpha_i, \qquad (7.3)$$

де $d_i$ – виміряна сторона теодолітного ходу.

Підсумувавши прирости у напрямі ходу по кожній вісі прямокутної системи координат і порівнявши обчислені суми приростів координат з теоретичними, одержують лінійну нев'язку $\Delta x$ і $\Delta y$ відповідно вісям $X$ і $Y$.

Для замкненого ходу $\sum_1^n \Delta x_i = 0$ і $\sum_1^n \Delta y_i = 0$, отже

$$f_x = \sum \Delta x_{вим}$$

$$f_y = \sum \Delta y_{вим} \ . \qquad (7.4)$$

Абсолютну лінійну нев'язку теодолітного ходу $f_p$ розраховують за формулою

$$f_p = \sqrt{f_x^2 + f_y^2} \qquad (7.5)$$

Відносна нев'язка теодолітного ходу при його периметрі $P$ повинна задовольняти умові

$$f_p / P \leq 1/2000. \qquad (7.6)$$

Якщо відносна нев'язка ходу не перевищує допустимого значення, то отримана нев'язка приростів координат розподіляється роздільно по абсцисах і ординатах у всі прирости ходу з зворотним знаком пропорційно довжини сторін. Контроль: $\sum \upsilon_{\Delta x, \Delta y} = -f_{x,y}$.

Маємо:

$$\upsilon_{\Delta x_i} = -(f_x / P) d_i$$
$$\upsilon_{\Delta y_i} = -(f_y / P) d_i \qquad (7.7)$$

По виправлених приростах координат розраховують координати всіх вершин теодолітного ходу за формулами:

$$x_i = x_{i-1} + \Delta x_i$$
$$y_i = y_{i-1} + \Delta y_i \qquad (7.8)$$

Обробка розімкненого теодолітного ходу аналогічна обробці замкненого, але з деякими відмінностями у формулах підрахунку теоретичних сум горизонтальних кутів і приростів координат. Так, якщо теодолітний хід прокладений між двома геодезичними пунктами $A$ і $B$ (рис.7.1), то теоретична сума правих по ходу кутів $\sum \beta_i$ розраховується за формулою

$$\sum_{i=1}^{n} \beta_{теор} = \alpha_н - \alpha_к + 180^o n \ , \qquad (7.9)$$

де $\alpha_н$ і $\alpha_к$ - дирекційні кути початкової і кінцевої сторін відповідно, $n$ – число кутів в ході.

Кутову нев'язку, яка дорівнює різниці сум виміряних і теоретично обчислених кутів, тобто $f_\beta = \sum \beta_{вим} - \sum \beta_{розр}$, в розімкнених теодолітних ходах, як і в замкнених, розподіляють поправку у всі кути.

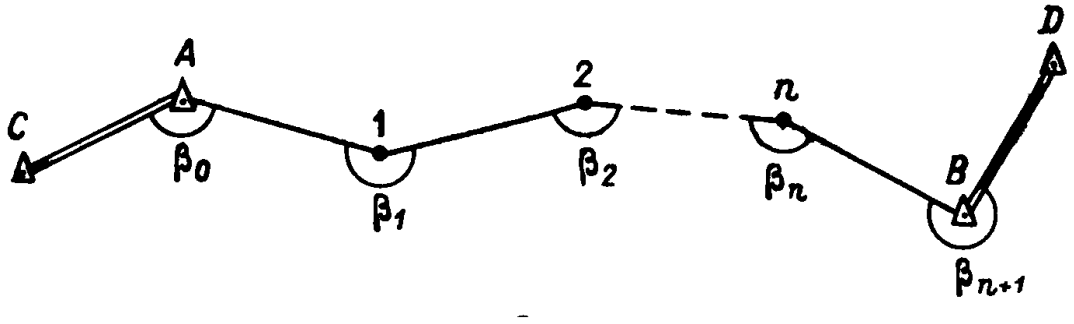



Рис. 7.1 - Схема теодолітного ходу

Лінійна нев'язка по вісях координат $f_x$ і $f_y$ в розімкнених теодолітих ходах обчислюється по формулах:

$$f_x = \sum_{i=1}^{n} \Delta x_{i_{розр}} - (x_к - x_н)$$

$$f_y = \sum_{i=1}^{n} \Delta y_{i_{розр}} - (y_к - y_н) \qquad (7.10)$$

де $\sum \Delta x_{i_{розр}}$ і $\sum \Delta y_{i_{розр}}$ - обчислені по формулах прямої геодезичної задачі суми приростів координат по ходу, $x_к$ і $y_к$ - координати кінцевого вихідного пункту ходу, $x_н$ і $y_н$ - координати початкового вихідного пункту ходу.

Вся решта операцій по обробці розімкненого теодолітного ходу точно така ж, що і при обробці замкненого теодолітного ходу.

### 7.2.2 Зйомка ситуації місцевості

З метою отримання інформації про природні і господарські об'єкти, розташовані на ділянці, проводять зйомку ситуації місцевості. Розрізняють такі основні способи зйомки ситуації: прямокутні координати, полярні координати, кутові засічки, лінійні засічки, створів і ін..

Спосіб прямокутних координат застосовують при горизонтальній зйомці контурів, що лежать поблизу теодолітних ходів. З точок ***A*** і ***B*** контуру (рис. 7.2,*а*), опускають на сторону теодолітного ходу 1-2 перпендикуляри. Відлік по стрічці (24,50) від твердої точки 1 до основи перпендикуляра, опущеного з точки ***A***, є її абсцисою ($X_A$), а довжина перпендикуляра (3,05) – ординатою ($Y_A$); виміряють їх рулеткою. Всі дані вимірювань записують на абрисі (рис. 7.3).

Спосіб полярних координат застосовують для зйомки відкритих контурів і характерних точок місцевості. Прийнявши точку 1 за полюс, а

сторону 1-2 за полярну вісь (рис. 7.2,*б*) можна знімати полярний кут 81°20’ і відстань 51.20 м. Точку С будують на плані за допомогою транспортира і циркуля-вимірника.

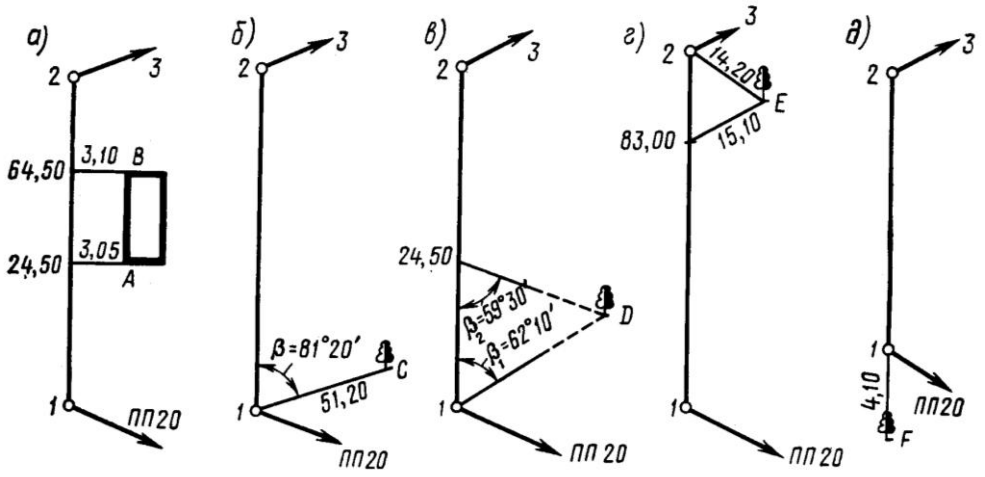



Рис. 7.2 - Способи знімання ситуації

Спосіб кутових засічок застосовують в основному при зйомці важкодоступних точок місцевості. Приймаючи сторону 1-2 (рис. 7.2,*в*) за базис, на точці 1 виміряють кут $\boldsymbol{\beta_1}$, а на точці ***24.50*** - $\boldsymbol{\beta_2}$. За допомогою транспортира отримаємо положення точки ***D*** на плані.

Спосіб лінійних засічок застосовують в тому разі коли точки, що знімаються, розташовані близько до пунктів планового обґрунтовування. Для цього достатньо виміряти на місцевості відстані ***2-E(14.20)*** і ***83.00 – E(15.70)***, щоб отримати розташування точки ***E*** на плані (рис. 7.2,*г*).

Спосіб створів застосовують для визначення планового положення точок стрічкою або рулеткою. Для визначення положення точки Е, що знаходиться в створі лінії 1-2 достатньо виміряти її відстань від точки 1 ходу (рис. 7.2,*д*).

Спосіб обіходу застосовують при зйомці контурів лісу, угідь, забудови і т.і. Суть її полягає в тому, що по межах такого контуру прокладають теодолітний хід, який і визначає положення контуру, що знімається.

Способи зйомки ситуації заносять на абрис. Абрис є схематичним кресленням, складений від руки в довільному масштабі; на ньому показують опорні пункти і лінії, з яких проводилася зйомка, взаємне розташування місцевих предметів і контурів і результати вимірювань, отримані при зйомці. На абрисі роблять необхідні надписи пояснень.

Абрис є документом, за допомогою якого складається план. Тому він повинен бути складений акуратно і чітко.

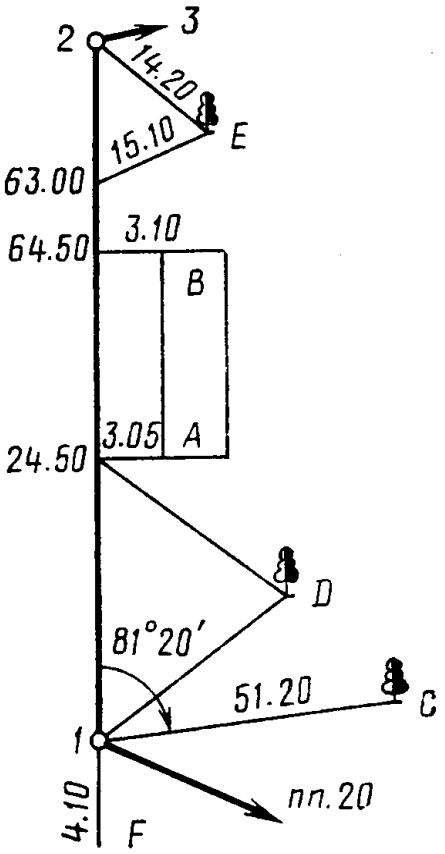



Рис. 7.3 - Абрис

Процес нанесення ситуації на план зворотний процесу зйомки. План оформляється умовними знаками даного масштабу.

## 7.3 Висотна зйомка поверхні

Для опису характеру рельєфу місцевості застосовують спосіб нівелювання поверхні по квадратах. Побудову сітки квадратів проводять теодолітом з стрічкою (далекоміром). Спочатку будують сітку великих квадратів з сторонами 100-200 м, після чого кожний з них розбивають на дрібні квадрати. Точки закріплюють забитими в землю кілочками. Поряд з ними забивають сторожки, на яких надписують номера точок.

Порядок нівелювання квадратів залежить від їх розмірів: при розмірах сторін 100×100м і більше нівелюють окремо кожний квадрат; при меншому розмірі з однієї станції нівелюють декілька квадратів (рис. 7.4).

При нівелюванні кожного квадрата окремо, правильність відліків по рейках можна контролювати по методу зрівняння різниць горизонтів інструментів на суміжних станціях:

$$b_1 - a_1 = b_2 - a_2 \qquad (7.11)$$

де $a_1$ і $a_2$ – відліки по рейках з першої станції; $в_1$ і $в_2$ – відліки по рейках, встановлених на тих же вершинах квадрата, з іншої станції. Якщо різниці не перевищують по абсолютній величині 20 мм, то роботу вважають задовільною. Інакше необхідно перевірити відліки.

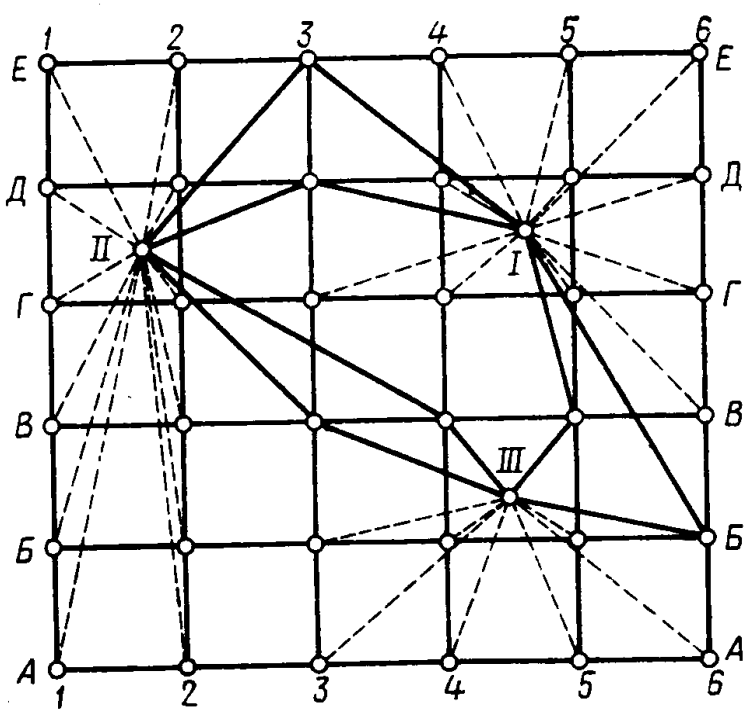



Рис. 7.4- Нівелювання поверхні

При нівелюванні з однієї станції декількох квадратів (рис. 7.4) точки для установки нівеліра вибирають так, щоб вони утворювали замкнений хід. Для надійного контролю нівелювання беруть по дві зв’язуючи точки і перевіряють якість відліків по формулі (7.11). На рис. 7.4 суцільними лініями показані напрями на зв’язуючи точки, а пунктирними – на проміжні точки. Камеральні роботи починають з перевірки результатів вимірювань (відліків) і розрахунки. Потім розраховують нев'язку ходу по формулах:

для розімкненого ходу

$$f_h = \sum h - (H_к - H_н), \qquad (7.12)$$

для замкненого ходу

$$f_h = \sum h \qquad (7.13)$$

Отриманий результат порівнюють з допустимою похибкою, яку обчислюють за формулою

$$f_{h_{гр}} = 10\sqrt{n}\ , \qquad (7.14)$$

де $n$ - число станцій ходу (полігону).

Якщо похибка ходу по абсолютній величині не перевищує граничну, то її розподіляють на всі станції рівномірно з зворотнім знаком і обчислюють позначки всіх зв'язуючих точок та горизонти інструменту для кожної станції. Відмітки проміжних точок обчислюють за формулою

$$H_B = Hi - в\,. \qquad (7.15)$$

Складання плану починають з побудови на папері у відповідному масштабі сітки квадратів. Біля кожної точки на плані підписують її позначку, закруглену до 0.01 м. Потім способом лінійної інтерполяції проводять горизонталі з заданою висотою перерізу рельєфу.

## 7.4 Тахеометрична і інші наземні зйомки

Тахеометрія – означає швидкі виміри. Просторове положення точки місцевості визначається вимірюванням полярного кута $\beta$ на цю точку, відстані $d$ до неї і кута нахилу $v$, по якому визначається перевищення точок. Тобто, при тахеометричній зйомці одночасно виконується горизонтальна і вертикальна зйомки. Зйомка ситуації ведеться полярним способом. Для прискорення роботи відстані визначають далекоміром. Зйомка рельєфу в тахеометрії виконується методом тригонометричного нівелювання.

Тахеометрична зйомка виконується теодолітами або тахеометрами, серед яких використовуються ***ТЕ*** – електрооптичний, ***ТД*** – з авторедукційним далекоміром подвійного зображення, ***ТН*** – номограмний та ін. Тахеометр ***ТЕ*** дозволяє отримати результати на світловому табло інструменту та закодовану інформацію для подальшої обробки.

Знімальне обґрунтування тахеометричної зйомки – теодолитно-нівелірний або тахеометричний ходи. Точки знімального обґрунтовування, з яких виконується зйомка, називаються станціями. А точки ситуації і рельєфу місцевості, які знімаються на станції, рейковими точками або пікетами; вони не закріплюються на місцевості. Пікети повинні бути розміщені так, щоб після визначення їх планового положення і висоти можна було скласти топографічний план.

Для виконання зйомки теодоліт встановлюють на станції і нульовий штрих лімба горизонтального кола орієнтують в початковому напрямі – на одну з сусідніх точок ходу. В процесі вимірювання горизонтальних кутів

наведення зорової труби на пікети виконується поворотом алідади горизонтального круга при закріпленому лімбі. Отримані значення відліків по горизонтальному кругу дорівнюють горизонтальним кутам між напрямом на сусідню точку ходу (станцію) і напрямом на пікети. При візуванні на пікети середній штрих сітки ниток зорової труби наводиться, як правило, на висоту теодоліта, відзначену на рейці, і знімаються відліки з горизонтального і вертикального кругів. Всі результати записуються в тахеометричний журнал. Одночасно складається абрис, в якому приводиться схематичне розташування станцій, рейкових точок, позначені характерні лінії рельєфу; стрілками указуються напрями схилів. Ситуація на абрисі зображається умовними знаками і записами. За даними вимірювань обчислюють кути нахилу, горизонтальні проекції ліній і перевищення. Висоти пікетів обчислюються з точністю до 0.01 м. Для складання плану будується координатна сітка. По координатах наносяться точки знімального обґрунтовування і полярним способом виносять на план пікетні точки і підписують їх позначки. Інтерполяцією між пікетами проводяться горизонталі, умовними знаками зображається ситуація.

Безпосередньо в полі топографічний план складається при мензульній зйомці (від латинського – стілець). Мензульна зйомка виконується за допомогою мензули і кіпрегеля. Горизонтальні кути при мензульній зйомці не вимірюються, а одержують шляхом графічних побудов на креслярському папері, закріпленому на планшеті. Для цього мензулу центрують, приводять планшет в горизонтальне положення, наводять зорову трубу на точку, і проводять на планшеті напрям на цю точку. Відстань до точки і її перевищення визначається за допомогою номограми далекоміра в зоровій трубі по рейці, встановленій в даній точці. Відстань відкладають в масштабі зйомки, фіксуючи дану точку. Місцеположення точок на плані визначають засічками різного типу.

Для картографування в гірських районах використовується фототеодолітна зйомка. Фотографуючи місцевість з двох точок базису при розміщенні оптичної вісі фотокамери по взаємно паралельних напрямах, одержують два знімки – стереопару. Використовуючи стереоскоп, стереопара дозволяє отримати об'ємне зображення місцевості. Використовуючи це просторове зображення місцевості, за допомогою спеціальних пристроїв визначають координати ***X, Y*** і ***Z*** будь-якої точки місцевості в системі координат даного базису. Для складання плану місцевості всі базиси повинні бути пов'язані між собою.

## 7.5 Аерофотознімання

Аерофотознімання – це зйомка ділянки земної поверхні з літального апарату за допомогою фотоапарата. Зображення місцевості при аерофотозніманні одержують на плівці у вигляді окремих кадрів –

аерознімків. Аерознімання ведуть з літака поодинці або декільком прямолінійним і паралельним маршрутам. Сусідні знімки кожного маршруту мають загальну площу фотографування близько 60%. Таке перекриття називають подовжнім. Перекриття знімків паралельних маршрутів (30-40%) називається поперечним. В процесі обробки одержують аеронегативи, потім контактні відбитки, з центральних частин яких складають накидний монтаж для виявлення пропущених ділянок і перевірки перекриттів.

Оскільки знімки мають спотворений вигляд і різні масштаби, залежні від висоти фотографування, їх трансформують. Для трансформації на кожному негативі необхідно мати чотири чітко зображені точки місцевості, які називаються опірними. Такими точками є геодезичні знаки, точки перетину доріг, кути контурів ситуації і інші точки, що виділяються. По знімках опірні точки розпізнають на місцевості, закріплюють і виконують геодезичні вимірювання для визначення їх планового положення – так звану прив'язку аерознімання. На місцевості прив'язують лише декілька знімків на маршруті, а положення опірних точок на решті знімків одержують, користуючись подовжніми і поперечними перекриттями, графічним методом – фототріангуляцією.

Після прив'язки аерознімання виконують їх трансформацію, яка полягає в збіганні чотирьох опірних точок на планшеті з відповідними точками на негативі. З трансформованих знімків складають фотоплан знятої території, який є оригіналом. З оригіналу виготовляють фотокопії (репродукції). Для складання топографічних планів аерознімання дешифрують – розпізнають по фотозніманню різні об'єкти і контури місцевості, необхідні для зображення на топографічних планах: річки, шляхи, населені пункти, лісові угіддя і ін.

Для отримання фотопланів із зображенням рельєфу місцевості застосовують комбінований і стереоскопічний методи зйомки. Комбінований метод полягає в том, що контурний фотоплан одержують при аерофотозніманні, а зображення на ньому рельєфу доповнюють польовими вимірюваннями.

Метод висотної, або стереоскопічної, аерофотознімання полягає в тому, що рельєф на фотопланах і знімках рисують в камеральних умовах по фотографічних зображеннях, отриманих з двох точок.

## 7.6 Космічна тріангуляція

Дослідження Землі з космосу дало багато цінної інформації про форму і розміри Землі, а також дозволило визначати координати раніше недоступних точок наземними методами. Поява штучних супутників Землі відкрила нові можливості для створення світової геодезичної мережі і виконання гравіметричної зйомки величезних просторів Світового океану.

Ще недавно метод тріангуляції, що широко застосовувався в межах материків, обривався на морських берегах через втрату зорового зв'язку, що знижувало точність світових карт і ускладнювало визначення положення якого-небудь ізольованого острова серед океану. Але із застосуванням штучних супутників Землі був знайдений спосіб вимірювання великих відстаней або визначення положення точок, до яких не можна прокласти тріангуляцію. Цей спосіб назвали космічною тріангуляцією. Він полягає в наступному.

Візьмемо дві точки ***A*** і ***B*** (рис. 7.5), взаємне положення яких точно відоме. Потрібно визначити відстань від них до точки ***C***, яку не можна прив'язати до них за допомогою наземних геодезичних вимірювань, тобто звичайним способом «розвитку» або «нарощування» тріангуляцій. Проте із всіх цих трьох точок можна спостерігати одночасно штучний супутник Землі. Якщо в перший момент супутник знаходиться в точці $P_1$, то трикутник $AP_1B$ буде цілком визначений, оскільки в ньому відома сторона ***AB***, а кути визначаються із спостережень, які звичайно проводяться фотографуванням супутника на фоні зоряного неба. Якщо в той же момент супутник спостерігався з точки ***C***, то цим буде зафіксовано напрям $P_1C$. Повторимо такі ж спостереження, коли супутник буде знаходитися в точці $P_2$. Тоді визначиться напрям $P_2C$. Очевидно, що точка ***C*** знаходиться на перетині напрямів $P_1C$ і $P_2C$ і цим геометрично визначається її положення щодо точок ***A*** і ***B***.

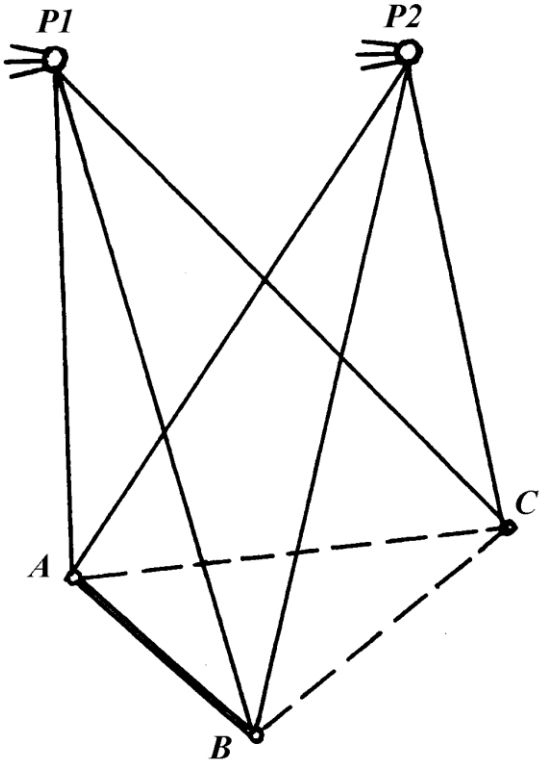



Рис. 7.5 - Схема космічної тріангуляції

Головна проблема цього способу полягає в том, що спостереження потрібно проводити одночасно. Адже супутник рухається навколо Землі з швидкістю близько 7 км/с, так що, похибка на протязі 0.001с викличе похибку його положення в 7 м. Для того, щоб забезпечити одночасність спостережень, були задіяні супутники «Геос». На них проводяться миттєві електронні спалахи. В ці моменти і проводять спостереження.

*Питання для самоперевірки*

1. Що називається зйомкою місцевості і які її основні види?
2. Як розділяються зйомки місцевості по найменуванню основного інструменту?
3. В чому суть теодолітної зйомки?
4. Як створюється знімальне обґрунтовування теодолітної зйомки?
5. Як проводиться обробка замкненого теодолітного ходу?
6. Які основні способи зйомки ситуації місцевості?
7. Як проводиться висотна зйомка поверхні?
8. В чому суть тахеометричної зйомки?
9. Як створюється план в аерофотозніманні?
10. Як виконують прив'язку аерознімків до опірних точок місцевості?
11. В чому полягає процес трансформації аерознімків?
12. Яке призначення комбінованого і стереоскопічного методів аерозйомки?
13. Як реалізують метод космічної тріангуляції?

## Тема 8: Геодезичне забезпечення гідрометеорологічних досліджень і робіт

В гідрометеорологічних дослідженнях Світового океану, внутрішніх морів, вод суші, атмосферних процесів, вирішення кліматичних і екологічних проблем доводиться постійно користуватися як загальногеографічними, так і спеціальними картами.

### 8.1 Картометричні роботи

#### 8.1.1 Вимірювання на картах довжин ліній

Механічний спосіб вимірювання довжин зигзагоподібних ліній здійснюється з допомогою курвіметрів. Курвіметр ***КУ-А*** застосовують для вимірювання довжин відрізків прямих і звивистих ліній на планах, картах, аерознімках і т.і.. Він складається з круглого плоского корпусу, сантиметрового і дюймового циферблатів з центральними стрілками, які пов'язані з обвідним колесом. Діапазони колової шкали – 100 см, ціна поділок метричної кругової шкали – 1 см, дюймовій 0.5 дюйма. Проводячи по лінії, що виміряється, обвідним колесом, її довжину визначають по положенню стрілки, яка перед вимірюванням встановлюється на нульову позначку шкали. Похибка вимірювання довжин відрізків 2%.

Починають роботу з перевірки ціни поділки шкали курвіметра, вимірюючи контрольний відрізок довжиною 20-30 см.

При обведенні лінії курвіметр тримають вертикально і фіксують число повних обертів стрілки циферблата. В кінцевій точці лінії знімають відлік по стрілці. Потім вимірювання повторюють ще раз у зворотному напрямі. Якщо розбіжність у відліках прямого і зворотного вимірювань не перевищує 2%, беруть середнє значення з двох відліків.

Довжину звивистої лінії, що виміряється обчислюють за формулою

$$l = vnM \tag{8.1}$$

де $v$- ціна поділки шкали циферблата, мм; $n$ - число поділок шкали циферблата ; $M$ - іменований масштаб карти, км/мм.

Похибка вимірювання довжин плавних звивистих ліній на карті за допомогою курвіметра 2-4%.

Спосіб вимірювання довжин річок за допомогою курвіметра не враховує перевищення між початковою і кінцевою точками відрізка, що виміряється. При вимірюванні довжин гірських річок необхідно врахувати різницю висот кінців похилої лінії $h$, яку визначають по горизонталях. В цьому випадку довжину річки $l$ визначають за формулою

$$l = \sqrt{l_o^2 + h^2} \tag{8.2}$$

де $l_o$ - довжина річки, визначена по карті, м.

Довжину річки можна отримати способом Ю.М. Шокальського, при реалізації якого використовують циркуль-вимірник з розмахом ніжок, звичайно рівним 1 мм. Точна установка розмаху циркуля досягається методом послідовних наближень на контрольних відрізках довжиною 30, 40 і 50 мм. Всю довжину лінії розбивають на окремі ділянки (до 5 см) з врахуванням коефіцієнта звивистості річки. Вимірювання ведуть від витоку до гирла. Потім роботу повторюють у зворотному напрямі. Допустима розбіжність результатів 2%.

Довжину річки в межах однієї виділеної на карті ділянки визначають за формулою

$$l_i = N_{i_{сер}} a k_i \tag{8.3}$$

де $N_{i_{сер}}$ - середнє число відкладень розмаху циркуля при прямому і зворотному вимірюваннях; $a$ - розмах циркуля – вимірника, мм; $k_i$ - коефіцієнт звивистості.

Коли розмах циркуля 1 мм, формула (3) має вигляд:

$$L_i = N_{i_{сер}} k_i M \tag{8.4}$$

де $Li$ – довжина ділянки річки на місцевості, м; $M$ – іменований масштаб карти, км/мм.

Загальна довжина річки дорівнює сумі довжин окремих ділянок:

$$L_{заг} = \sum_{i=1}^{n} L_i \ . \tag{8.5}$$

Гранична точність вимірювання довжин звивистих ліній способом Ю.М. Шокальського при розмаху циркуля 1 мм складає 2,3%, а при 2 мм – 2,9%.

### 8.1.2 Вимірювання площ контурів

Розглянемо деякі з існуючих способів.

***Аналітичний спосіб*** використовується для розрахунків площ правильних геометричних фігур з похибкою не більше 1%.

Розглянемо фігуру у вигляді трикутника з вершинами 1-3 (рис. 8.1). Площа цієї фігури дорівнює сумі площ трапецій 11’22’ і 22’33’ без площі трапеції 11’33’:

$$S_{123} = S_{11'22'} + S_{22'33'} - S_{11'33'} \ . \tag{8.6}$$

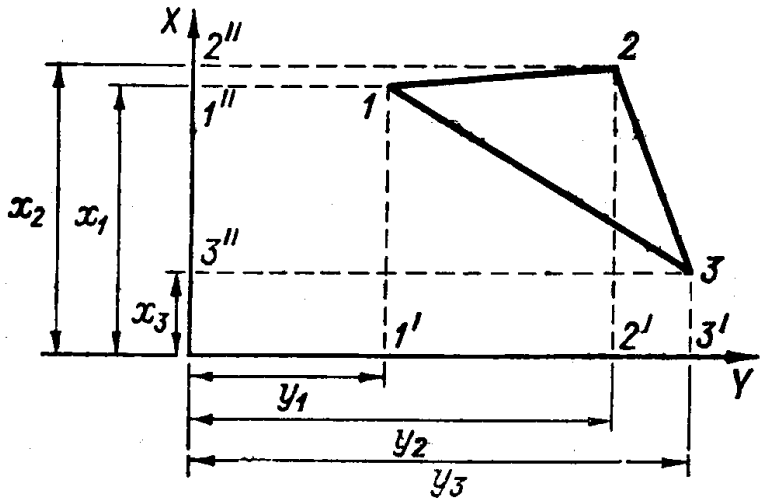



Рис. 8.1- Схема аналітичного способу визначення площі

Основою трапецій є прирости абсцис вершин трикутника, а висотами трапецій – прирости їх ординат:

$$2S = (x_1 + x_2)(y_2 - y_1) + (x_2 + x_3)(y_3 - y_2) - (x_1 + x_3)(y_3 - y_1) =$$
$$... = x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2) \qquad (8.7)$$

Площу трикутника 123 можна обчислити для контролю іншим способом:

$$S_{123} = S_{22''33''} - S_{22''11''} - S_{11''33''} \qquad (8.8)$$

В цьому випадку основою трапецій є ординати вершин трикутника, а висотами трапецій – прирости їх абсцис

$$2S = (y_2 + y_3)(x_2 - x_3) - (y_1 + y_2)(x_2 - x_1) - (y_1 + y_3)(x_1 - x_3) =$$

$$... = y_1(x_3 - x_2) + y_2(x_1 - x_3) + y_3(x_2 - x_1). \qquad (8.9)$$

Якщо на карті виміряють площу багатокутника, що має $n$ вершин, то по аналогії з формулами (8.7) і (8.9) можна записати:

$$2S = \sum_{i=1}^{n} x_i(y_{i+1} - y_{i-1})$$

$$2S = \sum_{i=1}^{n} y_i(x_{i-1} - x_{i+1}), \qquad (8.10)$$

де $i$ – номер вершини багатокутника, що зростає по ходу годинникової стрілки.

Координати вершин виміряють за допомогою циркуля-вимірника і лінійки ***ЛМП-1*** (лінійки поперечного масштабу).

Графоаналітичний спосіб заснований на розрахунку сум площ трикутників і трапецій, на які заздалегідь графічно розбивають контур з складною конфігурацією.

Похибка визначення площ контурів на картах графоаналітичним способом складає 2-4%.

Графічний спосіб припускає використання спеціальних палеток, виготовлених з прозорого матеріалу (целулоїду, кальки), на якому нанесена сітка квадратів, прямокутників або паралельних ліній. Найбільш розповсюдженими розмірами квадратів приймають 10 і 2 мм. Сітку великих квадратів для зручності вимірювань викреслюють червоним кольором, а малих - чорним.

Для вимірювання площі контуру палетку так накладають на зображення контуру на карті, щоб було менше неповних квадратів. Спочатку підраховують число повних великих квадратів у середині контуру, потім число повних малих квадратів і підраховують оцінкою на око число малих квадратів, складених з їх частин, окреслених лінією контуру і сітки цих квадратів. Площу контуру $S$ обчислюють за формулою:

$$S = sM^2 \qquad (8.11)$$

де $s = qn$ – площа контуру, см$^2$; $M$ – іменований масштаб карти, км/см; $n$ – число малих квадратів палетки; $q$ – ціна одного квадрата палетки, км$^2$ .

Лінійчата палетка це ряд викреслених на прозорій основі паралельних ліній, відстані між якими дорівнюють один одному і можуть бути вибрані довільно. Вони залежать від точності вимірювань. Чим відстань більше, тим нижче точність вимірювання площі. На практиці частіше приймають відстань між лініями $a=1см$.

При вимірюванні площі контуру на карті лінійчату палетку накладають на нього так, щоб витягнута фігура розташувалася перпендикулярно лініям палетки. Закріпивши палетку на карті, виміряють на палетці послідовно довжини відрізків $y_1, y_2, \ldots, y_n$ між лініями, що обмежують контур. Площа $S$ дорівнює площам двох крайніх трикутників і ряду трапецій, сторонами яких є ліні контуру, а основою – лінії палетки:

$$S = a\left[y_1/2 + (y_1 + y_2)/2 + \ldots + (y_{n-1} + y_n)/2 + y_n/2\right], \qquad (8.12)$$

де $a$ – висота трапеції (трикутника), є відстань між сусідніми лініями палетки, см; $y_i$ – відрізки, що виміряються, мм. Остаточно при $a=1см$ формула (8.12) має вигляд:

$$S = \sum_{i=1}^{n} y_i M^2 \qquad (8.13)$$

де $M$ – іменований масштаб карти, км/см; $\sum_{i=1}^{n} y_i$ - сума виміряних відрізків прямих палетки в межах контуру, см. Точність визначення площ контурів на картах палетками звичайно до 1% площі, що виміряється.

Механічний спосіб вимірювання площ на картах базується на використанні планіметрів (полярних і фотоелектронних).

Полярний планіметр ***ПП-2К*** складається з двох важелів і лічильного механізму. Полюсний важіль на одному кінці має металевий вантажок з голкою для закріплення планіметра на карті. На другому кінці цього важеля знаходиться кульовий шарнір, який вставляється в отвір, розташований на каретці лічильного механізму. Другий важіль – обвідний. На його кінці закріплена лупа з центральним колом і точкою для ведення важеля по контуру фігури, що виміряється.

Лічильний механізм планіметра (рис. 8.2) складається з лічильного ролика 1, циферблата 2 і ноніуса 3. Відлік по рахунковому механізму беруть таким чином. Першу цифру відліку знімають з циферблата по його стрілці. Другу знімають з ролика по нулю ноніуса. До перших двох чисел додають число цілих поділок рахункового ролика від підписаної на ньому цифри до нуля ноніуса. Четверту цифру відліку знімають з ноніуса на збігу штрихів ноніуса і рахункового ролика. Рис. 8.2 ілюструє відлік 4565.

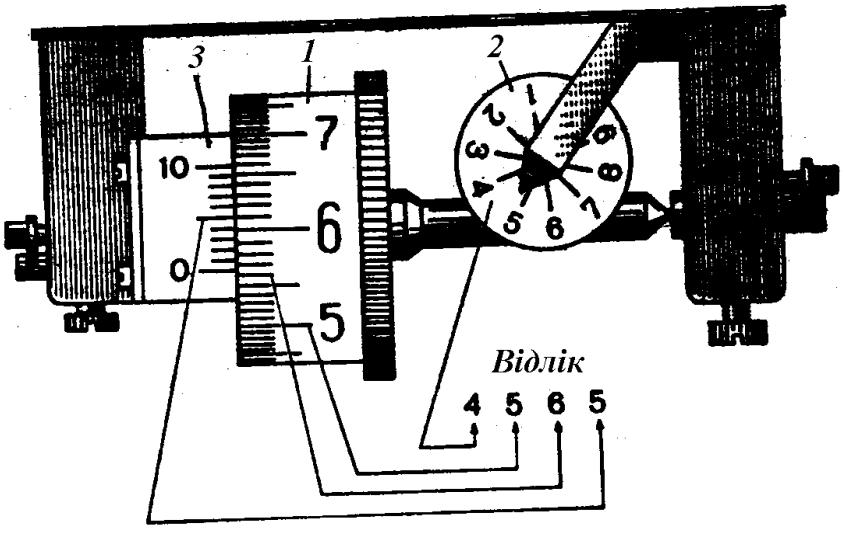



Рис. 8.2 - Лічильний механізм планіметра

При роботі з планіметром знаходять центр фігури, що вимірюється, встановлюють над ним центральну точку обвідного важеля, а полюсний важіль розташовують перпендикулярно обвідному і закріплюють на карті за допомогою голки вантажка. Вибирають початкову точку на контурі і фіксують початковий відлік $n_1$. Після обведення контуру знімають кінцевий відлік $n_2$ і по різниці відліків $n_2$-$n_1$ знаходять площу в поділках планіметра.

Ціну поділок планіметра визначають шляхом багаторазового вимірювання фігури, що має точно визначену площу. В цьому випадку ціну поділок планіметра $P$ визначають за формулою:

$$P = S/(n_2-n_1)_{сер} \quad (8.14)$$

де $S$ – відома площа фігури, що обводиться, км$^2$; $(n_2-n_1)_{сер}$ – середня різниця відліків по планіметру до і після обведення фігури.

Якщо полюс планіметра розташувати зовні контуру, то площа контуру, виміряна планіметром, буде дорівнювати:

$$S = P(n_2-n_1)_{сер} \quad (8.15)$$

Якщо площа контуру, що вимірюється, достатньо велика і полюс планіметра встановлений у середині фігури, то площа контуру визначається так:

$$S = P(n_2+ Q - n_1)_{сер} \quad (8.16)$$

де $Q$ – постійне число планіметра.

Для визначення $Q$ встановлюють полюс планіметра у середині квадрата з сторонами 30×30 см. Цю фігуру кілька разів обводять по ходу годинникової стрілки планіметром, ціна поділок якого визначена. Отримавши ряд різниць відліків ($n_2$- $n_1$), визначають:

$$Q = (S / P)(n_2 - n_1)_{сер} \quad (8.17)$$

де $S$ – відома площа, виміряна планіметром, км$^2$; $p$ – відома ціна поділки планіметра, км$^2$; $(n_2-n_1)_{сер}$ – виміряна площа в поділках планіметра.

Ціна поділки планіметра $p$ і постійне число $Q$ залежать від довжини обвідного важеля. Точність визначення площі планіметром характеризується відносною похибкою 1:300.

### 8.1.2 Визначення по карті географічних і прямокутних координат точок

Щоб визначити географічні координати $\varphi$ і $\lambda$ точки $A$ на карті, необхідно побудувати мінутну трапецію (рис. 8.3). Вона утворюється перетином ліній, що мають на протилежних кінцях однакові значення мінут. Позначивши широту південної рамки мінутної трапеції через $\varphi_1$, північної – через $\varphi_2$, а довготу її західного меридіана через $\lambda_1$ і східного через $\lambda_2$ і визначивши відрізки $a$ і $в$ по меридіану, $c$ і $d$ по паралелі, широту і довготу точки $A$ визначають за формулами:

$$\varphi_A = \varphi_1 + [a/(a+b)](\varphi_2 - \varphi_1),$$

$$\lambda_A = \lambda_1 + [c/(c+d)](\lambda_2 - \lambda_1). \qquad (8.18)$$

Відрізки $a$, $b$, $c$ і $d$ виміряють для визначення деформації паперу в межах трапеції.

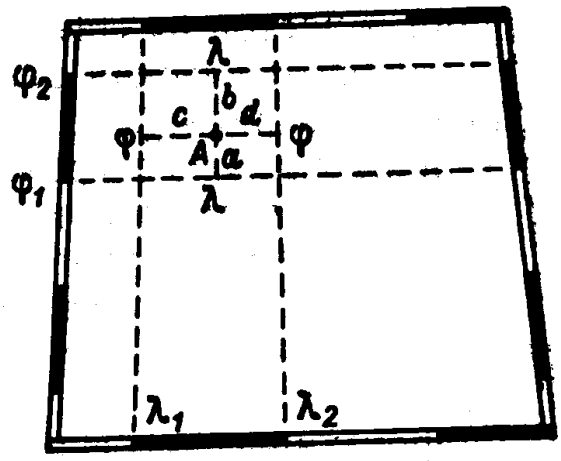



Рис. 8.3 - Визначення географічних координат

Для визначення прямокутних координат точки $A$ виміряють відстань на перпендикулярах $\Delta x$ і $\Delta y$ до найближчих ліній кілометрової сітки з координатами $x_o$ і $y_o$. Координати точки визначають за формулами:

$$X_A = X_O + \Delta X,$$
$$Y_A = Y_O + \Delta Y. \qquad (8.19)$$

## 8.2 Геодезичні роботи

### 8.2.1 Прив'язка реперів до пунктів державної геодезичної мережі

Відповідно до діючих інструктивних документів початкові і кінцеві пункти геодезичних ходів, що прокладаються для обґрунтовування знімальних і спеціальних робіт, які виконуються на станціях і постах Держгідромету, повинні бути прив'язані до марок або реперів державної висотної геодезичної мережі. При довжині ходу до 50 км прив'язка реперів станцій здійснюється нівелюванням 1У класу, а понад 50 км – нівелюванням 111 класу.

При нівелюванні 1У класом всі ходи прокладаються в прямому і зворотному напрямах. При нівелюванні 1У класом такі ходи практикуються при передачі позначки на репер так званим висячим ходом. Типи ходів показані на рис. .

Можливі такі види ходів, що опираються на одну точку з позначкою: 1) висячі ходи, що прокладаються в прямому і зворотному напрямах (рис. 8.4,а); 2)замкнені ходи (рис. 8.4,б), які прокладаються одним ходом.

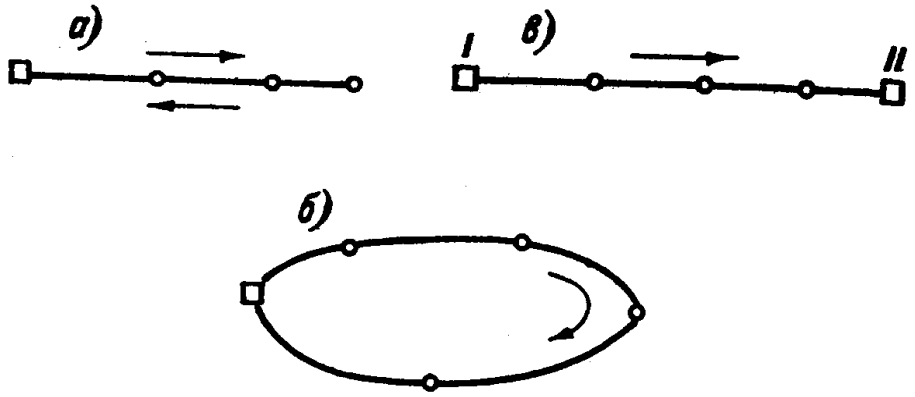



Рис. 8.4 - Схеми нівелювальних ходів

Для висячих ходів контроль визначається алгебраїчною сумою:

$$\sum h_{ПР} + \sum h_{ЗВ} = 0 \ . \qquad (8.20)$$

Для замкнених ходів з однією точкою формула контролю має наступний вигляд :

$$\sum h = 0 \ . \qquad (8.21)$$

Ходи, що опираються на дві точки з позначками – замкнені ходи (рис. 8.4,в), контролюються за такою формулою:

$$\sum h - (H_2 - H_1) = 0 \ . \qquad (8.22)$$

В правій частині рівнянь, що представляють формули контролю (8.20) - (8.22), замість нуля з'являється деяка величина $f_h$ - нев'язка в перевищеннях з додатним або від'ємним знаком. Граничне значення цієї величини в міліметрах оцінюється по одній з формул:

при нівелюванні Ш класом:

$$f_{h_{гр}} = \pm 10\sqrt{L}\,, \qquad (8.23)$$

при нівелюванні 1V класом:

$$f_{h_{гр}} = \pm 20\sqrt{L}\,, \qquad (8.24)$$

де $L$ - довжина ходу, км.

Нівелювання виконуються по ділянках довжиною 5-7 км, кінці яких закріплюються реперами постійного типу.

Завершивши нівелювання ділянки, порівнюють між собою суми перевищень по прямому і зворотному ходах:

$$f_{h_{Ш}} = (\sum h_{ПР} - \sum h_{ЗВ}) \le \pm 10\sqrt{L}\,. \qquad (8.25)$$

Потім знаходять загальну нев'язку ходу. Після зрівняння з допустимою її вводять у вигляді поправок до суми перевищень в кожній секції пропорційно їх довжинам.

Після виправлення перевищень по всьому ходу визначають позначки реперів за відомою формулою:

$$H_n = H_{n-1} + h. \qquad (8.26)$$

Лінії нівелювання 1V класу, що опираються на пункти вищих класів, прокладаються в одному напрямі. Допустима нев'язка (в міліметрах), визначається за формулою

$$f_{h_{1V}} = \left[\sum h - (H_{КІН} - H_{ПОЧ})\right] \le \pm 20\sqrt{L} \qquad (8.27)$$

### 8.2.2 Нівелювання поверхні

Нівелювання поверхні виконується з метою проведення робіт при створенні метеорологічного майданчика, при вивченні поверхневого стоку, снігового покриву і ін.

Найбільш поширеним способом нівелювання поверхні є спосіб квадратів. Розміри розбитих на місцевості квадратів (від $10\times10$ до $100\times100$м) залежать від характеру рельєфу місцевості, заданої висоти його перерізу, площі ділянки і призначення плану, що складається. Вершини квадратів закріплюють точками з сторожками, якщо передбачається повторне нівелювання, або позначаються сторожками.

Спосіб розміщення квадратів на місцевості для нівелювання вибирається залежно від розмірів ділянки. На невеликій ділянці розміщення може бути виконано будь-яким кутомірним інструментом, в тому числі нівеліром з горизонтальним лімбом (***Н10Л*** і ін.) або екером. Нівелювання вершин квадратів може бути виконане з однієї станції. Позначки точок визначають звичайно в умовній системі, при якій одній з вершин, наприклад північно-західній, призначається позначка у вигляді цілого числа, кратного 10. По цій позначці визначають горизонт інструменту ***Hi***, а потім відмітки всіх вершин.

Якщо нівелювання ділянки з однієї станції виконати неможливо, то з числа наявних вершин вибирають дві або декілька опорних (рис. 8.5) і нівелювання здійснюється з декількох станцій по замкненому ходу з контролем перевищень за формулою технічного нівелювання

$$f_{h_{тр}} = \pm 50\sqrt{L}, \text{ мм} \qquad (8.28)$$

Спосіб нівелювання по квадратах з раціональною нумерацією їх вершин дано на рис. 8.5. На ньому станції позначені трикутниками (римські цифри), а опорні точки – подвійними колами. Після ув'язки ходу і визначення позначок опорних точок визначають позначки проміжних точок – вершин всіх квадратів.

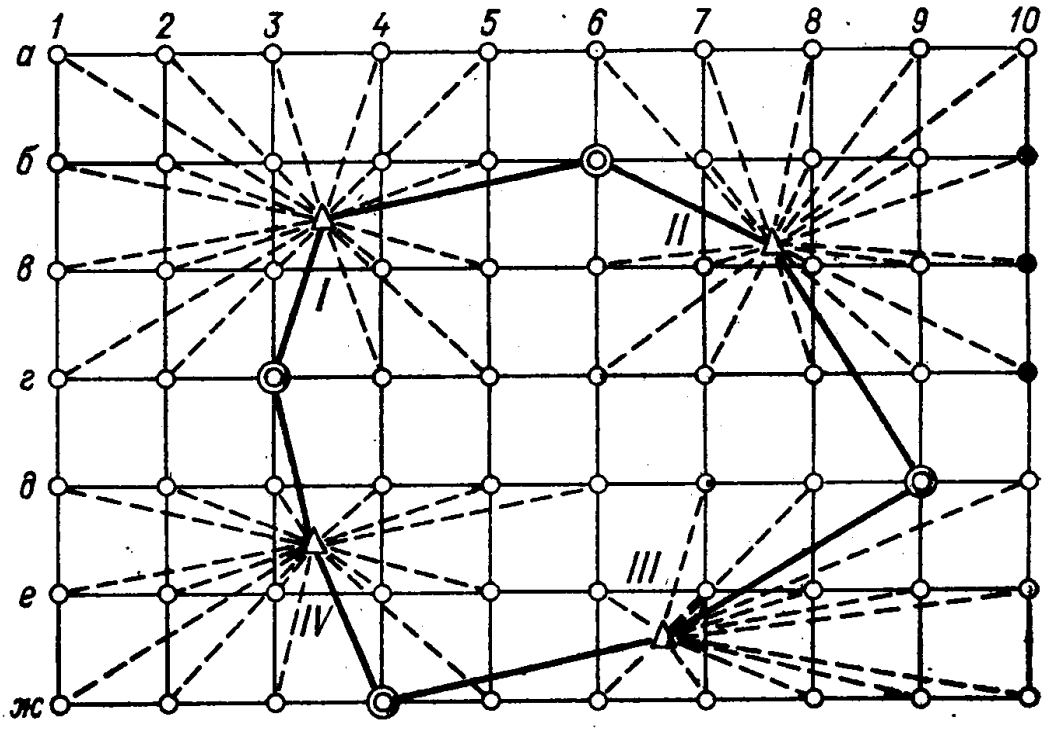



Рис. 8.5 - Спосіб нівелювання по квадратах

На рис. 8.6 зображений план ділянки з умовними позначками і проведеними через 0,5 м горизонталями. Положення горизонталей на плані визначають шляхом лінійної інтерполяції між позначками суміжних вершин квадратів. Для цього зручно використати лінійчату палетку. При цьому визначають положення слідів горизонталей на сторонах квадратів. Це досягається поєднанням вершин квадратів (кінців сторони квадрата) з значеннями їх позначок на палетці. Точки перетину ліній палетки з стороною квадрата наколюють і підписують на плані. Точки з однаковими позначками з'єднують плавними лініями і підписують в розривах.

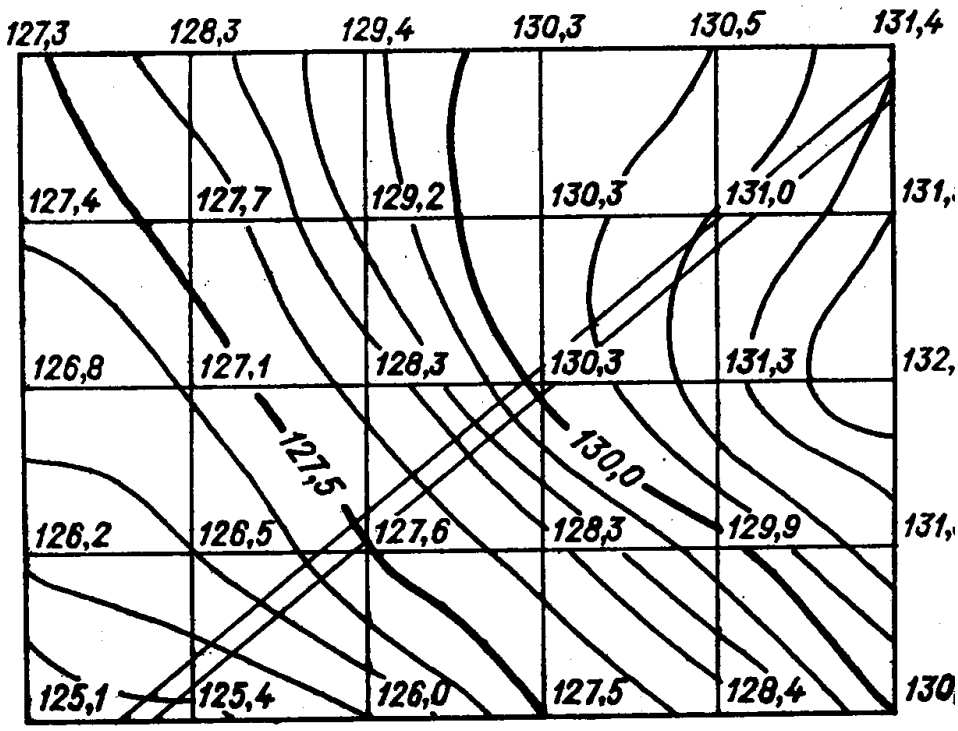



Рис. 8.6 - План нівелювання поверхні

*Питання для самоперевірки*

1. Які карти використовуються в гідрометеорологічних дослідженнях?
2. Якими інструментами визначають довжини звивистих (прямих) ліній на картах?
3. Як перевіряють ціну поділки шкали курвіметра?
4. Як визначають довжину лінії, виміряну курвіметром?
5. Визначення довжини річки способом Ю.М. Шокальського.
6. Розрахунки площ контурів аналітичним способом.
7. Графоаналітичний спосіб визначення площ контурів.
8. Графічний спосіб визначення площ контурів.
9. Будова полярного планіметра ***ПП-2К.***
10. Визначення ціни поділки планіметра ***ПП-2К.***
11. Визначення площ контурів на карті з допомогою планіметра ***ПП-2К.***
12. Визначення по карті прямокутних координат.
13. Визначення по карті географічних координат.
14. Прив'язка станційних реперів нівелюванням Ш класом.
15. Прив’язні роботи нівелюванням 1V класом.
16. Ув'язка нівелювання поверхні з трьох станцій.

17. Нівелювання поверхні з однієї станції.
18. Як визначають положення горизонталей лінійною інтерполяцією графічним способом?

Література


1. Бурша М. Основы космической геодезии.-М.: Недра, 1975.- 252 с.
2. Геодезичний енциклопедичний словник / За ред. В.Літинського.- Львів:-Євросвіт, 2001.- 667 с.
3. Григоренко А.Г., Киселев М.И. Инженерная геодезия.-М.: Высшая школа, 1983.- 256 с.
4. Кудрицкий Д.М. Геодезия. –Л.:Гидрометеоиздат, 1982.- 416 с.
5. Модринский Н.И. Геодезия.-Л.:Гидрометеоиздат, 1972.- 464 с.
6. Ратушняк Г.С.Топографія з основами картографії.-Вінніца:-УНІВЕРСУМ, 2002.- 179 с.
7. Справочник по инженерной геодезии /П.И.Баран. С.П.Войтенко и др. – К.:Выща школа, 1978.- 376 с.
8. Федоров Ю.А. Геодезыя с основами инженерной графики.–С-П.: Гидрометеоиздат, 1995.- 447 с.

Навчальне видання

**Колодеєв Євгеній Іванович**

# ОСНОВИ ГЕОДЕЗІЇ

Конспект лекцій

**ЭКОНОМІКА**
**приватне багатопрофільне підприємство**
**49021 м.Дніпропетровськ, вул.Виконкомівська, 63/7**
**45-45-80**
**Свідоцтво ДП №68-р**
**від 07.08.2001 г.**
**Riso - друк.**
**папір офсетний,**
**наклад 100 примірників**

Підп. до друку *03.2005* Формат *60 × 84 / 16* Папір *офс.*
Умовн. друк. арк. *7.1* Тираж *100* Зам. №

Надруковано з готового оригінал-макета

Одеський державний екологічний університет
65016, Одеса, вул. Львівська, 15