

МЕТЕОРОЛОГИЯ
и ГИДРОЛОГИЯ



Пространственное обобщение параметров внутрирядной связности рядов годового стока

М. В. Болгов, Н. С. Лобода, Н. Н. Николаевич

Рассматривается проблема определения параметров одной из марковских стохастических моделей стока по натурным рядам. Известно, что вследствие больших случайных ошибок индивидуальных оценок коэффициента автокорреляции последние не могут быть непосредственно использованы при производстве гидрологических расчетов. Рекомендовано применение групповых оценок параметров внутрирядной связности в сочетании с районированием территории по признаку статистической и географической однородности.

Современная стохастическая модель стока представляет его в наиболее общем случае как нестационарный случайный процесс. В большинстве же случаев инженерно-гидрологического расчета принимается гипотеза о стационарности и эргодичности процесса стока в пределах интервалов времени продолжительностью порядка 100—150 лет.

Для построения стохастических моделей стационарных временных рядов в приложениях к геофизике весьма часто применяются авторегрессионные модели. Однако в связи с ограниченностью исходной информации вопрос о признании так называемых "дальних связей" в рядах годовых значений речного стока остается открытым, поэтому в гидрологии наиболее распространены различные модификации процессов Маркова (в дискретном варианте — простые цепи Маркова).

Первые модификации простой цепи Маркова исходили из нормальной корреляции между смежными значениями величин стока [7]. При этом в качестве оценки тесноты связи между предыдущими x и последующими y значениями стока использовался смешанный корреляционный момент случайных величин X и Y . Для дискретной во времени случайной реализации длиной n степень внутрирядной связности смежных членов определяется по формуле

$$r(1) = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} (x_i - \bar{x})(x_{i+1} - \bar{x})}{\sigma_x^2(n-1)}, \quad (1)$$

где x_i — член временного ряда стока, \bar{x} и σ_x — соответственно среднее арифметическое и стандарт исходного ряда. Средние квадратические погрешности выборочных значений коэффициента $r(1)$ в гауссовском случае могут быть рассчитаны по выражению

$$\sigma_r = \frac{1 - r(1)^2}{\sqrt{n-1}}, \quad (2)$$

а при наличии гамма-корреляции по формуле

$$\sigma_r = \frac{1 - r(1)^2}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + \frac{r(1)[4 + r(1)]}{[1 + r(1)]^2} C_v^2}. \quad (3)$$

Формула (3) получена Е. Г. Блохиновым и О. В. Сармановым [2] для случая линейной гетероскедастичной гамма-корреляции. Формулы (2)

и (3) соответствуют случаю линейной модели корреляции смежных членов ряда, о точнее — линейному виду первых собственных функций ядра корреляционного уравнения. В то же время известно, что задача построения двухмерного закона распределения по заданным одномерным плотностям (задача Фреше) не имеет однозначного решения. Вследствие этого получили распространение и другие подходы к заданию марковских последовательностей. Рассмотрим случай, основывающийся на построении корреляции между обеспеченностями смежных членов ряда.

Примером такой конструкции является нелинейная модель, разработанная И. О. Сармановым [15, 16]. Основные результаты этого подхода базируются на изучении корреляции между функциями распределения случайных величин с последующим переходом к величинам стока с заданным безусловным распределением. Данная модель может быть представлена в виде двухмерного закона распределения двух случайных величин u и v , равномерно распределенных в интервале $[0, 1]$. Максимально правдоподобная оценка коэффициента корреляции λ между функциями распределения (или обеспеченностями) получается путем решения уравнения вида

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \lambda} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} 3(2u_i - 1)(2v_i - 1) + \frac{5}{2}\lambda [3(2u_i - 1)^2 - 1] [3(2v_i - 1)^2 - 1]}{1 + 3\lambda(2u_i - 1)(2v_i - 1) + \frac{5}{4}\lambda^2 [3(2u_i - 1)^2 - 1] [3(2v_i - 1)^2 - 1]} \quad (4)$$

где L — функция максимального правдоподобия; u_i — функция распределения предшествующего значения F_i ; v_i — функция распределения последующего значения F_{i+1} ; λ — коэффициент тесноты связи между величинами u и v , причем $\lambda \leq 0,55$. Решение уравнения (4) может быть достигнуто одним из известных численных методов. Детально этот вопрос исследован в работе [4].

Следует заметить, что формула (4) применима лишь при коэффициенте корреляции менее 0,55. В практике же возникает необходимость получать оценки этого параметра при более высоких величинах коррелированности смежных членов ряда. При решении этой задачи двухмерная плотность распределения u и v в билинейном разложении представляется не тремя, а большим числом членов, ряда по полиномам Лежандра, однако подробное описание результатов такого подхода нуждается в отдельной публикации и в данной работе не рассматривается.

Средняя квадратическая погрешность параметра λ определяется на основе метода статистических испытаний, причем моделирование марковских гамма-последовательностей осуществляется способом, изложенным в работе [3].

Надо сказать, что параметр λ в данной (нелинейной) модели функционально связан с коэффициентом корреляции между гамма-распределенными величинами R . Однако при оценивании по короткому ряду R и λ имеют разные статистические свойства (выборочные распределения), и поскольку λ не зависит от коэффициента вариации, то в рамках нелинейной стохастической модели более целесообразно обобщать коэффициенты корреляции между функциями распределения.

Ввиду того, что выборочные оценки $r(1)$ и λ соизмеримы со случайными отклонениями, обусловленными ограниченным объемом исходной

информации по стоку, использование их для целей стохастического моделирования или непосредственно в гидрологических расчетах недопустимо [12, 14]. В то же время практические рекомендации по применению параметров $r(1)$ и λ разработаны недостаточно, особенно по отношению к параметру λ . Оптимальным вариантом при назначении параметров $r(1)$ и λ является пространственное (групповое) обобщение этих величин в пределах однородной территории. Определенные шаги в этом направлении были сделаны в работах Д. Я. Ратковича [8, 11, 12], А. Ш. Резниковского [13] и А. В. Рождественского [1]. Так, Д. Я. Раткович выдвинул гипотезу, согласно которой одной из причин коррелированности смежных членов рядов годового стока является коррелированность в рядах годового слоя испарения. При этом установлена связь между коэффициентами автокорреляции $r(1)$ неозерных рек и их модулями стока [12]. Несколько другой подход предложен А. В. Рождественским, выполнившим групповое объединение коэффициентов автокорреляции по различным регионам СССР [1], которое впоследствии было включено в Пособие и СНиП [9].

Как и в предыдущем случае, установлена обратная зависимость коэффициента $r(1)$ от нормы годового стока. Однако отмечено, что значительное влияние на коррелированность стока могут оказывать такие местные факторы, как озерность, заболоченность и т. п., хотя статистически значимых связей между коэффициентами корреляции $r(1)$ и морфометрическими характеристиками водосборов выявлено не было. Следует отметить, что и связь параметра $r(1)$ с модулями стока также является достаточно слабой и носит скорее характер тенденции, которая может быть подвержена влиянию тех или иных особенностей рассматриваемых водосборов.

Таким образом, можно признать, что отображение пространственной изменчивости коэффициента корреляции $r(1)$ путем картирования в виде изолиний не представляется возможным. В этом случае целесообразно обращение у методам статистического районирования, в частности к методу совместного анализа (объединения совокупностей), разработанному С. Н. Крицким и М. Ф. Менкелем [6, 7]. Суть его состоит в том, что дисперсия (рассеяние) любого статистического параметра (в данном случае — показателей внутрирядной связности $r(1)$ и λ) в пределах выделенной территории рассматривается как сумма двух составляющих: географической σ_g^2 и случайной σ_{cr}^2 , т. е.

$$\sigma_n^2 = \sigma_g^2 + \sigma_{cr}^2 \quad (5)$$

Географическая составляющая σ_g^2 обусловлена различиями в ландшафте и климате совместно исследуемых водосборов. Случайная составляющая дисперсии является следствием ограниченной исходной информации по стоку. Полная дисперсия статистических параметров оценивается по формуле

$$\sigma_n^2 = \frac{\sum_{j=1}^k (A_j - A_{cp})^2}{k - 1}, \quad (6)$$

где j — индекс объекта, k — число совместно рассматриваемых объектов; A_j — выборочная оценка рассматриваемого параметра; A_{cp} — среднее

арифметическое значение выборочных параметров, рассчитанное по k объектам:

$$A_{cp} = \frac{\sum_{j=1}^k A_j}{k}. \quad (7)$$

Случайная составляющая параметров внутрирядной связности рассчитывается как осредненная по k объектам дисперсия изучаемого параметра A :

$$\sigma_{ca}^2 = \frac{\sum_{j=1}^k \sigma_{A_j}^2}{k}. \quad (8)$$

Вычитанием случайной составляющей рассеяния из полной дисперсии получаем величину σ_r^2 :

$$\sigma_r^2 = \sigma_n^2 - \sigma_{ca}^2. \quad (9)$$

В соответствии с рекомендациями работы [6], если $\sigma_{ca}^2 > \sigma_r^2$, то рассматриваемый параметр может быть принят постоянным для всех объединяемых гидрологических объектов. При этом σ_{ca}^2 и σ_r^2 выражаются в долях полной дисперсии. Осреднение параметра в пределах выделенного района можно считать допустимым, когда $\sigma_{ca}^2/\sigma_r^2 > 50\%$. Качество расчетов по объединенной совокупности будет тем выше, чем меньше географическая составляющая рассеяния. Географическая составляющая, по существу, отражает статистическую неоднородность сравниваемых параметров. Точность расчета объединенного параметра A_{cp} характеризуется стандартной ошибкой σ_{cp} :

$$\sigma_{cp}^2 = \frac{\sigma_{ca}^2}{k} + \sigma_r^2. \quad (10)$$

Объективным критерием для выбора оптимального числа объединяемых водосборов является достижение величиной σ_{cp}^2 минимального значения. Явно аномальные объекты, включение которых в объединяемую совокупность приводит к возрастанию σ_{cp}^2 , исключаются из состава совместно анализируемых параметров.

В данном исследовании к совместному анализу параметров $r(1)$ и λ было привлечено 297 рядов с продолжительностью наблюдений, превышающей 50 лет. При этом рассматривалась вся территория бывшего Советского Союза. Учитывая неравномерность размещения постов и слабую гидрологическую изученность отдельных регионов, к имеющимся данным о стоке рек были добавлены более короткие (но не менее 30 лет) ряды годового стока. Общее количество изучаемых рядов составило 348. К анализу не привлекались данные по водосборам, имеющим площадь более 50 тысяч квадратных километров, в связи с тем, что сток таких рек фокусируется в нескольких географических зонах и статистические параметры его рядов содержат в себе информацию о причинах изучаемого явления в очень обобщенном виде. Ограничения на минимальную площадь не вводились, поскольку существует ряд регионов, где вследствие определенных физико-географических условий преобладают малые и средние реки, например Камчатка, Сахалин, Приазовье. Вся исходная информация

по стоку была подвергнута проверке на однородность с использованием критериев Фишера и Стьюдента с учетом поправок на внутриврядную связность [14]. В результате были выявлены ряды стока, стационарность которых нарушена влиянием ряда антропогенных факторов, главными среди которых являются искусственное многолетнее регулирование стока и изъятия воды.

В результате районирования параметров $r(l)$ и λ было выделено 15 статистически однородных районов (см. таблицу), причем границы районов как для $r(l)$, так и для λ совпадают.

Как следует из анализа результатов районирования, осредненные оценки показателей внутриврядной связности r_{cp} и λ_{cp} являются статистически значимыми, так как превышают удвоенную стандартную ошибку σ_{cp} .

Распределение статистически однородных районов параметров r и λ по территории бывшего СССР (см. рисунок) явно не подтвердило гипотезу о зависимости корреляционных параметров от общей водности районов. Более приемлемым в данном случае является предположение о многолетнем регулировании стока путем перераспределения бассейновых запасов влаги от года к году. Основная роль здесь принадлежит бассейновым факторам (озерности, залесенности, заболоченности), выполняющим естественное регулирование стока. Кроме того, естественная зарегулированность стока связана, как правило, с долей грунтового питания рек. Для обоснования этого утверждения рассмотрим особенности формирования стока выделенных районов.

Районы азиатской части исследуемой территории в своем большинстве имеют осредненные значения параметров r_{cp} и λ_{cp} , близкие к нулю. Значительную роль в формировании границ этих районов играет многолетняя мерзлота. Благодаря низким температурам воздуха, глубокому промерзанию почв здесь создаются благоприятные условия для поверхностного стока талых и дождевых вод. Потери на фильтрацию малы, испарение незначительно, грунтовое питание рек крайне невелико. Многие реки



Картограмма статистически однородных районов коэффициентов корреляции r_{cp} и λ_{cp} .

Результаты районирования параметров r_{cp} и λ_{cp} на основе метода совместного анализа

№ района	Район	r_{cp}	σ_{cp}^2	Доля случайной составляющей, %	λ_{cp}	σ_{cp}^2	Доля случайной составляющей, %
1	Камчатка (южная часть)	0,24	0,0064	100	0,25	0,0060	100
2	Сахалин	0,33	0,0066	100	0,39	0,0050	100
3, 3а	Северо-восток, Дальний Восток, нижняя Обь, нижний Енисей, Западные Саяны, Лено-Индигирский район, Приморье	0,06	0,0004	100	0,04	0,0000	100
4	Верхнее и среднее течение Лены, Прибайкалье, Забайкалье, бассейн верхнего и среднего Амура	0,24	0,0097	64	0,25	0,0100	64
5	Бассейн верхней и средней Оби	0,37	0,0008	100	0,37	0,0090	100
6	Памир	0,08	0,0009	100	0,05	0,0009	100
7	Предгорья Средней Азии	0,34	0,0030	100	0,38	0,0030	100
8	Кольский полуостров, северо-запад ЕТС, Северный край	0,14	0,0009	100	0,13	0,0009	100
9	Прибалтика, Белоруссия, Верхне-Волжский район, Украина (без закарстованных территорий)	0,25	0,0030	83	0,25	0,0010	94
10	Бассейны рек Уфа, Белая Самара	0,37	0,0020	100	0,32	0,0030	100
11	Донской район	0,06	0,0010	100	0,04	0,0010	100
12	Верхнее Днестра, Западного Буга, Правобережные притоки Припяти до р. Случь	Не объединялся		—	0,43	0,0040	64
13	Приазовье	0,30	0,0140	69	0,41	0,0040	100
14	Западное Закавказье	0,07	0,0010	100	0,01	0,0010	100
15	Северный Кавказ, Дагестан	0,41	0,0090	68	0,33	0,0100	69

промерзают и лишены стока, запасы влаги из года в год существенно не меняются, что и обуславливает слабую внутрирядную корреляцию. Следует отметить, что границы района 3, занимающего основную часть Западной и Восточной Сибири, Приморья, совпадают с границами сплошной многолетней мерзлоты [17]. Район 8 (Кольский полуостров, Северный край) по своей сути является продолжением района 3. Он относится к зоне тундр, где сток определяется главным образом количеством выпадающих осадков и малой долей грунтового питания. Несколько повышенные по отношению к району 3 значения коэффициентов коррелированности ($r_{cp} = 0,14$; $\lambda_{cp} = 0,13$) обусловлены регулирующим воздействием тундровых болот и озер. Таяжно-степной или полупустынный ландшафт тундровых высокогорий также создает условия формирования стока, близкие к условиям зоны многолетней мерзлоты и тундр (районы 3а, б). Более того, значительные уклоны горной местности и преобладание поверхностной составляющей стока над грунтовой не благоприятствуют усилению регулирующих бассейновых факторов (район 14, Западное Закавказье). Исключения при этом составляют предгорья Средней Азии (район 7), где в областях конусов выноса наблюдается выход грунтовых вод, обязанных своим происхождением интенсивным процессам инфильтрации атмосферных осадков и речных вод высокогорных районов [3]. На картосхеме (см. рисунок) район 7 отмечен штриховкой, поскольку точные его очертания из-за отсутствия достаточной гидрологической информации установить не удалось. "Белым пятном" на этой же карте осталась область пустынь и полупустынь Средней Азии и Прикаспийской низменности, где обобщения параметров невозможны из-за неоднородности имеющихся рядов стока.

Особое положение в области многолетней мерзлоты занимает район 4 (бассейн Ангары в ее верхнем и среднем течении, Лены до р. Вилуй, Забайкалье, Амур с его притоками Шилка и Аргунь). Согласно работам [5, 17], в этом районе преобладают острова многолетней мерзлоты. В горах этого района речные наледы распространены повсеместно, кроме рек, пересекающих карстовые районы (Киренга и Баргузин). Гидрологическая роль наледных процессов заключается в том, что они перераспределяют речной и подземный сток в течение года. В ряде случаев возможно многолетнее регулирование стока наледями; во всяком случае, они свидетельствуют об интенсивной разгрузке грунтовых вод. Осредненные коэффициенты r_{cp} и λ_{cp} в районе 4 достаточно велики и достигают значений 0,24 и 0,25 соответственно.

На равнинных территориях умеренных широт, где многолетняя мерзлота отсутствует, усиливается влияние факторов подстилающей поверхности. Примером этому могут служить достаточно обширные районы 5 и 9, в пределах которых в полной мере проявляется регулирующая роль озер, болот и где подземное питание является важной составляющей уравнения водного баланса водосбора.

Повышенными значениями $r(1)$ и λ характеризуются также Сахалин и южная часть Камчатки, находящаяся ниже границы многолетней мерзлоты. Как известно [5], эти районы изобилуют выходами грунтовых вод в виде подземных источников, что способствует естественному регулированию стока и проявлению внутрирядной связности между стоком смежных лет. По мере перехода в зону недостаточного увлажнения роль

грунтового питания снижается, отсутствуют такие многолетние регуляторы стока, как озерность и заболоченность, одновременно с этим происходит и уменьшение значений корреляционных показателей. Так, например, для Донского района (11) получены следующие значения: $r_{cp} = 0,06$; $\lambda_{cp} = 0,04$.

Исключительное влияние на внутрирядные связи годового стока оказывает наличие в пределах водосборов обширных карстовых полостей. Как отмечено в работе В. А. Балкова [1], в большинстве случаев карст усиливает роль подземного питания в формировании величин годового стока. На фоне общих закономерностей изменения осадков и испарения здесь отмечается повышенная инфильтрация в подземные водоносные горизонты, связанная с характерной для этих районов высокой проницаемостью почвогрунтов. Особенно сильно эффект воздействия закарстованности проявляется в областях пониженной водности. Среди выделенных районов к закарстованным относятся: 10 (Уфимское плато), 12 (верховья Днестра, Западного Буга, правобережные притоки Припяти до впадения р. Случь), 13 (Приазовье), 15 (Северный Кавказ, Дагестан). Все эти районы характеризуются достаточно высокими значениями r_{cp} и λ_{cp} (см. таблицу).

Предлагаемое в настоящей работе районирование во многом соответствует результатам обобщения параметра $r(1)$, полученным А. В. Рождественским [10], хотя и является более подробным. Проведенное исследование иллюстрирует процедуру применения метода объединения совокупностей к параметрам, индивидуальные оценки которых весьма недостаточны. Коэффициент автокорреляции и является одной из таких оценок.

Использование рекомендуемых групповых оценок ограничено неозерными реками и условием ненарушенности режима стока. По мере накопления данных режимных наблюдений возможна корректировка результатов.

Литература

1. Балков В. А. Влияние карста на сток европейской территории СССР. Л., Гидрометеонадат, 1970.
2. Блохинов В. Г., Сарманов О. В. Гамма-корреляция и ее использование при расчетах многолетнего регулирования речного стока. — Труды ГТИ, 1968, вып. 143.
3. Болгов М. В., Сарманов И. О. Построение двумерной плотности для гидрогеологических и гидрологических приложений. — Водные ресурсы, 1991, № 3.
4. Болгов М. В., Сарманов И. О. Определение параметров гамма-коррелированных случайных величин методом максимального правдоподобия. — Водные ресурсы, 1992, № 2.
5. Давыдов Я. К. Водоносность рек СССР. Ее колебания и влияние на нее физико-географических факторов. — Л., Гидрометеонадат, 1947.
6. Крицкий С. Н., Менкель М. Ф. О методике совместного анализа стока гидрологически сходных бассейнов. — Труды ГТИ, 1970, вып. 180.
7. Крицкий С. Н., Менкель М. Ф. Гидрологические основы управления речным стоком. — М., Наука, 1981.
8. Музылев С. В., Привалский В. Е., Раткович Д. Я. Стохастические модели в инженерной гидрологии. — М., Наука, 1982.
9. Пособие по определению расчетных гидрологических характеристик. — Л., Гидрометеонадат, 1984.
10. Пространственно-временные колебания стока рек СССР/ Под ред. А. В. Рождественского. — Л., Гидрометеонадат, 1988.

9. Раткович Д. Я. Стохастическая модель колебаний годового стока рек. — Водные ресурсы, 1972, № 1.
 10. Раткович Д. Я. Многолетние колебания речного стока. — Л., Гидрометеоиздат, 1976
 11. Резниковский А. Ш., Вениханов М. А., Костина С. Г. Гидрологические основы гидроэнергетики. — М., Энергия, 1979.
 12. Рождественский А. В. Оценка точности кривых распределений гидро-

логических характеристик. — Л., Гидрометеоиздат, 1977.
 13. Сарманов И. О. Построение корреляции между равномерно распределенными случайными величинами. Труды ГИИ, 1968, вып. 160.
 14. Сарманов И. О. О корреляции между функциями зависящих случайных величин, имеющих гидрологическое приложение. Проблемы регулирования и использования водных ресурсов. — М., Наука, 1973.
 15. Суляев С. П. Физическая география СССР. — М., Учпедгиз, 1954.

Государственный гидрологический институт

Поступила
 3 I 1978

SPATIAL GENERALIZATION OF THE PARAMETERS OF THE IN-ROW CONNECTIVITY OF ANNUAL RUNOFF SERIES

M. V. Bolgov, N. S. Loboda, and N. N. Nikolaevich

The problem of determination of the parameters of one of the Markov stochastic runoff model from field data is considered. It is well-known that due to large random errors of individual estimates of the autocorrelation coefficient, the latter cannot be directly used in hydrological calculations. It is recommended to use class estimates of the parameters of the in-row connectivity together with the zoning of the territory according to statistical and geographical homogeneity.