

УДК 556.167

**А.В. Глушков, д.ф.-м.н., В.Н. Хохлов, д.г.н., Н.Г. Сербов, к.г.н.,
А.К. Балан, ст.пр., Ю.Я. Бунякова, асс., Е.П. Баланюк, асс.**
Одесский государственный экологический университет

НИЗКОРАЗМЕРНЫЙ ХАОС ВО ВРЕМЕННЫХ РЯДАХ КОНЦЕНТРАЦИЙ ЗАГРЯЗНЯЮЩИХ ВЕЩЕСТВ В АТМОСФЕРЕ И ГИДРОСФЕРЕ

Исследуется динамика временных рядов концентраций загрязняющих веществ в атмосфере и гидросфере (на примере окиси азота и сернистого ангидрида в атмосфере г. Гданьска и хлорированных углеводов в устьевой зоне р. Дунай и северо-западной части Черного моря). Показано, что в исследованных рядах имеет место низкоразмерный хаос.

Ключевые слова: динамика временных рядов концентраций загрязняющих веществ, низкоразмерный хаос

1. Введение. Хаотический режим в детерминистических динамических системах является, по сути, нелинейным явлением. Характерной особенностью хаотических систем является предельная чувствительность к изменениям начальных условий, тогда как динамика, по крайней мере, для так называемых диссипативных систем, по-прежнему заключена в конечной области пространства состояний, называемой странным аттрактором. Временные характеристики фазовых переменных такой системы напоминают по внешнему виду стохастический режим. Систематическое изучение хаоса началось во второй половине двадцатого века. Важной причиной для этого стало то, что линейные методы, которые продолжительное время были доминирующими в прикладной математике и естественных науках, оказались неадекватными при рассмотрении хаотических явлений. За последние два десятилетия появилось множество исследований в различных областях науки, в которых положения теории хаоса применялись к различным динамическим системам (см., например, [2,4,5]). Соответственно, внимание ученых-экологов также привлекли новые методики с потенциально широким кругом применения (см., например, [6, 7]). С другой стороны, изучение хаотических режимов во временных рядах концентраций загрязняющих веществ крайне немногочисленны, а результаты этих исследований – неоднозначны. Так, Ланфредди и Маччиато [8], исследуя временные ряды трех составляющих атмосферного воздуха (NO_2 , CO , O_3) не смогли сделать вывод о наличии в них низкоразмерного хаоса. Палуш и др. [9] показали, что применение для краткосрочного прогноза концентрации озона нелинейных методов может улучшить его оправдываемость. На основе результатов работ [8-10] можно сделать вывод, что применение положений теории хаоса и нелинейный краткосрочный прогноз газовых компонентов атмосферы, аналогично как и загрязняющих веществ в гидросфере, в принципе, возможен, однако далеко не всегда временные ряды концентраций проявляют хаотический режим, а для некоторых из них (стохастических систем), предпочтительнее использовать хорошо апробированные линейные методы анализа (прогноза). В настоящей работе будут исследоваться концентрации составляющих атмосферного воздуха в Гданьском регионе и некоторых загрязняющих веществ (ЗВ) в устьевой зоне р. Дунай и северо-западной части Черного моря.

2. Данные и методика исследования. В качестве исходных данных используем результаты наблюдений за двуокисью азота (NO_2) и сернистым ангидридом (SO_2) на постах 6 (Сопот) и 9 (Гдыня) Гданьского региона на протяжении 2003 года.

Концентрации этих двух газов (в $\text{мг}/\text{м}^3$) измерялись каждые 5 минут, а затем по этим измерениям рассчитывались среднечасовые значения (всего 8760 величин). Отметим, что из десяти постов, расположенных в районе Гданьска, только на этих двух на протяжении 2003 года наблюдения производились непрерывно. В табл.1 даны некоторые статистические характеристики для исходных данных, а на рис. 1 – сами временные ряды. Метки на оси абсцисс рис. 1 нанесены таким образом, чтобы соответствовать, приблизительно, первому дню месяца. Также, на этом рисунке приведен нижний предел индекса 2 загрязненности ($96 \text{ мг}/\text{м}^3$ для NO_2 и $89 \text{ мг}/\text{м}^3$ для SO_2) согласно с Директивой ЕЭС по качеству воздуха, который относится к низкому уровню загрязнения (всего индексов 10). Хотя расстояние между постами всего 7 км и расположены они оба на берегу Гданьского залива (пост 6 – $54^\circ 25' 54''$ с.ш., $18^\circ 34' 47''$ в.д.; пост 9 – $54^\circ 29' 40''$ с.ш., $18^\circ 33' 15''$ в.д.), данные табл. 1 и рис. 1 показывают, что между ними существуют некоторые различия. Абсолютные макс концентрации на посту 6 несколько больше, а минимумы – меньше, чем на посту 9 (табл. 1). Временные изменения содержания двух газов на обоих постах выказывают определенную когерентность; единственным исключением является отсутствие в концентрации SO_2 на посту 6 в конце марта какого-нибудь значительного макс, характерного для остальных рядов и отмеченные выше особенности в середине ноября и начале декабря. Первая задача состоит в том, чтобы на основе данных измерений восстановить фазовое пространство системы. Естественно, что восстановить бесконечное число степеней свободы только на основе наблюдений невозможно.

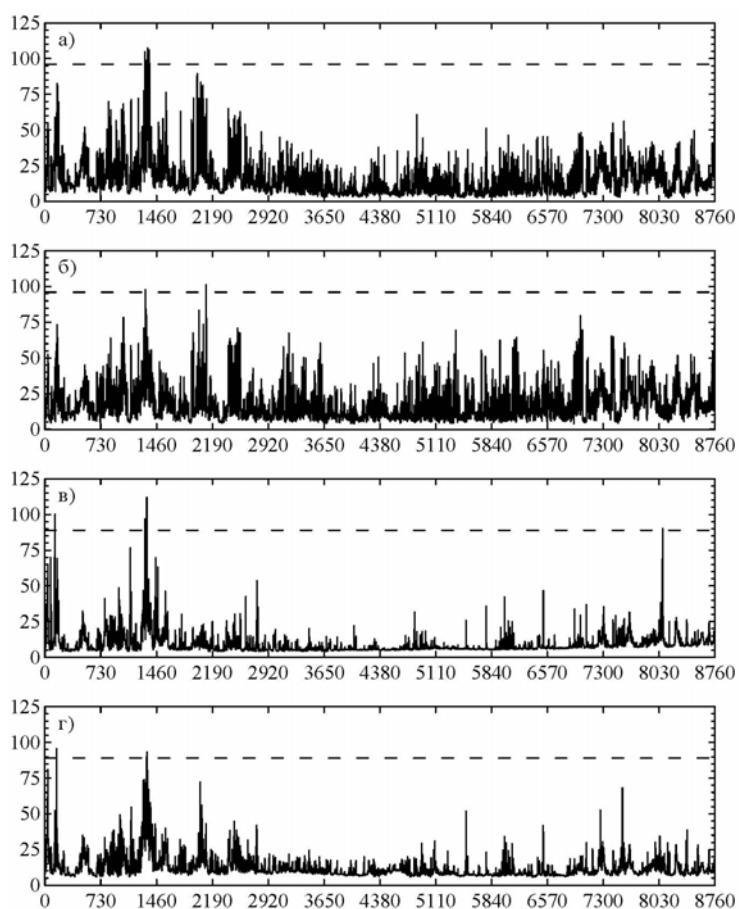


Рисунок 1 - Временные ряды NO_2 (в $\text{мг}/\text{м}^3$) на постах 6 (а) и 9 (б) и SO_2 (в $\text{мг}/\text{м}^3$) на постах 6 (в) и 9 (г) в Гданьском регионе в 2003 году. Штриховые линии обозначают индекс 2 загрязненности воздуха (см. текст). Ось X – порядковый номер часа в году.

Таблица 1 - Средние (\bar{f}), максимальные (f_{\max}) и минимальные (f_{\min}) величины, среднеквадратическое отклонение (σ^2), коэффициенты асимметрии (γ_1) и эксцесса (γ_2) для временных рядов NO₂ и SO₂ на постах 6 и 9 Гданьского региона за 2003 год

	\bar{f}	f_{\max}	f_{\min}	σ^2	γ_1	γ_2
NO ₂ (6)	15,46	107,53	2,29	11,99	2,26	7,61
SO ₂ (6)	9,13	111,99	3,99	6,94	4,79	38,15
NO ₂ (9)	17,04	101,13	3,92	11,22	1,81	4,43
SO ₂ (9)	11,84	95,47	5,59	7,19	3,89	22,78

Можно принять точку зрения, согласно которой измеренные величины, определяющие диссипативную систему, лежат на геометрическом объекте (аттракторе) намного меньшей, чем у реального пространства состояний, размерности. Далее рассматривать методы для моделирования эволюции на аттракторе, а не эволюции в полном оригинальном фазовом пространстве с бесконечной размерностью. Вторая задача сводится к прогнозу будущего состояния системы на основе восстановленного фазового пространства. Здесь следует отметить, что в очень редких случаях восстановление фазового пространства может привести к системе дифференциальных уравнений. Одним из ограничений, препятствующим этому, является наличие в измерениях шума, что характерно и для большинства процессов, протекающих в природе. Естественно, этот шум может быть отфильтрован при восстановлении аттрактора, что приведет к более точной идентификации динамики системы. Однако наличие шума все равно скажется на качестве прогноза. Отметим, что одной из замечательных особенностей методов, используемых в теории хаоса, является то, что многие из них могут работать и при наличии шума. Для восстановления фазового пространства системы можно использовать информацию, содержащуюся в наблюдениях $s(k)$. Этот процесс реконструкции приведет некоему набору d -мерных векторов $y(k)$, которые заменят наблюдаемые скалярные данные, и заключается в сочетании динамических концепций о нелинейных системах, как о генераторах информации, и геометрических представлений о том, как обнаружить аттрактор при помощи координат, определенных на основе их информационно-теоретического содержания. В действительности нет необходимости иметь производные, чтобы сформировать систему координат, в которой захвачена структура орбит в фазовом пространстве, а можно напрямую использовать запаздывающие переменные $s(k + \tau)$, где τ – некоторое целое число, которое нужно определить. Тогда, используя совокупность временных задержек для создания вектора в d -мерном пространстве

$$y(k) = [s(k), s(k + \tau), s(k + 2\tau), \dots, s(k + (d-1)\tau)], \quad (1)$$

можно получить требуемые координаты. В нелинейной системе $s(k + j\tau)$ – некоторая (неизвестная) нелинейная совокупность реальных физических переменных. То, что такая методика вполне удовлетворительно работает, можно увидеть на примере классического аттрактора Лоренца, показанного в работе Абарбанела и др. [12].

Положение теоремы вложения Мане и Тейкенса (см. [13]), что допустима любая временная задержка, не всегда применимо в конкретном случае. Если τ слишком мало, то координаты $s(k + j\tau)$ и $s(k + (j+1)\tau)$ будут так близки друг к другу, что их нельзя будет различить одна от другой. Аналогично, если τ слишком велико, то $s(k + j\tau)$ и $s(k + (j+1)\tau)$ будут полностью независимы друг от друга в статистическом смысле и

проекция орбит на аттрактор будут направлены по двум совершенно несвязанным направлениям. Поэтому необходимо выбрать некое промежуточное положение между двумя упомянутыми случаями. Первым и наиболее простым подходом для выбора τ может быть расчет линейной автокорреляционной функции C_L и нахождение временной задержки, на которой C_L первый раз переходит через некое значение, что дает вполне допустимое, в принципе, значение τ , при котором $s(k + j\tau)$ и $s(k + (j+1)\tau)$ линейно независимы. Однако линейная независимость двух переменных не означает, что эти переменные независимы нелинейно, так как нелинейная взаимосвязь между ними может быть больше линейной. Удобнее применять подход, в котором используется нелинейное понятие независимости, а именно, среднюю взаимную информацию. Концепцию взаимной информации можно описать так. Пусть имеется 2 системы A и B с результатами измерений a_l, b_m . Количество битов, которое можно узнать об измерениях a_l по измерению b_m задается параметрами теории информации [14]

$$I_{AB}(a_l, b_m) = \log_2 \left(\frac{P_{AB}(a_l, b_m)}{P_A(a_l)P_B(b_m)} \right), \quad (2)$$

где $P_{AB}(a_l, b_m)$ общая плотность распределения вероятности; $P_A(a_l)$ и $P_B(b_m)$ – предельные плотности распределения вероятности для систем A и B , соответственно.

Взаимная информация является неотрицательной, симметричной и равна нулю только тогда, когда системы независимы [14]. Средняя взаимная информация между измерениями любых значений a_l системы A и b_m системы B – это средняя величина по всем возможным измерениям от $I_{AB}(a_l, b_m)$, т.е.

$$I_{AB}(\tau) = \sum_{a_l, b_m} P_{AB}(a_l, b_m) I_{AB}(a_l, b_m). \quad (3)$$

Далее заменим систему A измерениями $s(k)$, а систему B – измерениями через некоторую временную задержку $s(k + \tau)$. Тогда среднее количество информации о $s(k + \tau)$, которое имеется во время измерений $s(k)$, будет

$$I(\tau) = \sum_{n=1}^N P(s(k), s(k + \tau)) \log_2 \left(\frac{P(s(k), s(k + \tau))}{P(s(k))P(s(k + \tau))} \right). \quad (4)$$

Теперь, как и в случае с автокорреляционной функцией, нужно определить ту величину $I(\tau)$, которая бы подходила для выбора временной задержки τ . Если τ слишком мало, измерения $s(k)$ и $s(k + \tau)$ содержат так много информации друг о друге, что нет необходимости делать оба измерения. Если τ велико, то $I(\tau)$ будет стремиться к нулю, и ничто не будет связывать $s(k)$ и $s(k + \tau)$, а это также не является лучшим выбором. Фрейзер и Суинни [15] рекомендовали использовать в качестве τ значение, при котором $I(\tau)$ достигает своего первого локального минимума.

Следующий этап - нахождение размерности аттрактора. Целью определения размерности вложения является восстановление настолько большого Евклидова пространства R^d , чтобы весь ряд точек размерности d_A мог быть развернут без какой-либо неопределенности. Важно иметь такую размерность d_E , чтобы она была больше d_A , тогда как выбор $d_E < d_A$ неприемлем в любом случае. Т.е., не нужно искать размерность d_A , а можно взять какую-ту заведомо большую размерность d_E . В случае

низкоразмерного хаоса можно априори задать размерность вложения 10 или даже 15, что с точки зрения математики вполне приемлемо. При этом возникают две проблемы. Во-первых, большинство данных требуют перебора вариантов при расчетах в пространстве R^d , и машинное время экспоненциально возрастает в зависимости от размерности вложения. В присутствии шума или других высокочастотных компонентов во временных рядах, в «дополнительные» размерности, не обусловленные динамикой системы, попадают исключительно высокочастотные составляющие сигнала. Поэтому нужно отыскать именно размерность d_A . Хотя методик, позволяющих восстановить размерность аттрактора достаточно много (см., например, [12] и Шрейбера [16], а также [17-27]), остановимся здесь только на двух. Первый подход, называемый методом корреляционной размерности, является одним из наиболее широко используемых при идентификации хаоса во временных рядах. Этот метод использует корреляционный интеграл функции $C(r)$ для того, чтобы найти различия между хаотическими и стохастическими системами. Для расчета корреляционного интеграла очень часто используется алгоритм Грассбергера-Прокаччиа [17], согласно которому

$$C(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2}{N(k-1)} \sum_{\substack{i,j \\ (1 \leq i < j \leq N)}} H(r - \|y_i - y_j\|), \quad (5)$$

где H – ступенчатая функция Хевисайда;

$H(u) = 1$ для $u > 0$ и $H(u) = 0$ для $u \leq 0$;

r – радиус сферы с центром в y_i или y_j ;

N – длина временного ряда.

Если временной ряд характеризуется аттрактором, то $C(r)$ соотносится с радиусом r посредством

$$d_2 = \lim_{\substack{r \rightarrow 0 \\ N \rightarrow \infty}} \frac{\log C(r)}{\log r}, \quad (6)$$

где d_2 – корреляционная размерность, которую можно определить как наклон линии в координатах $\log C(r)$ и $\log r$ посредством среднеквадратического подбора прямой линии в некотором диапазоне r , называемом диапазоном масштабирования. Если корреляционная размерность достигает насыщения на некотором значении размерности вложения, то динамика системы в целом рассматривается как хаотическая. Значение корреляционной размерности, при котором она достигает насыщения, определяется как корреляционная размерность аттрактора (d_A). Ближайшее целое число большее, чем d_2 , дает оптимальную (необходимую) размерность вложения d_E для реконструкции фазового пространства или количество переменных, необходимых для моделирования динамики системы. Кеннел и др. [18] предложили метод, известный как алгоритм ложных ближайших соседних точек. Этот алгоритм используется нами для того, чтобы определить размерность вложения для реконструкции фазового пространства, а также проверить результаты, полученные по методу корреляционной размерности. Фактически ищется ответ на ключевой вопрос теоремы вложения: когда будет исключено ложное пересечение орбиты самой себя вследствие проецирования аттрактора в пространство слишком низкой размерности. Т.е. нужно определить, когда точки в размерности d являются ближайшими соседями самих себя. Если исследовать эту проблему в размерности $d = 1$, затем – $d = 2$ и т.д. пока не останется ложных ближайших соседних точек, то можно установить, основываясь только на геометрическом рассмотрении аттрактора, значение необходимой размерности

вложения $d_E = d_N$. В размерности d каждый вектор $\mathbf{y}(k)$ имеет ближайший соседний вектор $\mathbf{y}^{NN}(k)$. Евклидово расстояние в размерности d между векторами $\mathbf{y}(k)$ и $\mathbf{y}^{NN}(k)$ назовем $R_d(k)$

$$R_d^2(k) = [s(k) - s^{NN}(k)]^2 + [s(k + \tau) - s^{NN}(k + \tau)]^2 + \dots + [s(k + \tau(d-1)) - s^{NN}(k + \tau(d-1))]^2. \quad (7)$$

По-видимому, $R_d(k)$ мало для случая большого количества данных N и имеет порядок $1/N^{1/d}$. В размерности $d+1$ это расстояние изменяется вследствие $(d+1)$ -х координат $s(k + d\tau)$ и $s^{NN}(k + d\tau)$, а выражение для него имеет вид

$$R_{d+1}^2(k) = R_d^2(k) + [s(k + d\tau) - s^{NN}(k + d\tau)]^2. \quad (8)$$

Переходя от размерности d к размерности $d+1$, можно определить некую пороговую величину R_T , до которой соседние точки являются ложными. Тогда, если

$$\frac{|s(k + d\tau) - s^{NN}(k + d\tau)|}{R_d(k)} > R_T, \quad (9)$$

ближайшие соседние точки в момент времени k являются ложными. Как было показано Кеннелом и др. [18], для значений R_T в диапазоне $10 \leq R_T \leq 50$ число ложных соседних точек, определяемых этим критерием, постоянно. На практике, определяется процентное содержание ложных ближайших соседних точек и в качестве d_N берется то значение, при котором это процентное содержание почти равно нулю. В заключение этого пункта упомянем, что для анализа состояния загрязнения экосистемы Черного моря и, в частности, загрязнения хлорированными углеводородами устьевой зоны р. Дунай и северо-западной части Черного моря использованы данные (1984-1999 гг.), полученные в том числе в 1992-93гг. на НИС УкрНЦЭМ в 6 экспедиционных рейсах (17.03.92 – 07.04.92; 04.05.92 – 29.05.92; 03.07.92 – 29.07.92; 07.09.92. – 03.10.92; 16.11.92. – 11.12.92; 25.01.93 – 19.02.93) (см., например, [28,29] и ссылки там)

3. Анализ результатов и выводы. Первым шагом при восстановлении фазового пространства является нахождение временной задержки τ с помощью автокорреляционной функции или взаимной информации. На рис.2 показаны данные этих расчетов.

Однако перед тем как сделать окончательный выбор временной задержки τ , приведем несколько замечаний по использованию метода автокорреляционной функции. Так как для восстановления фазового пространства важным является определение временной задержки τ , то только оптимальный выбор дает наилучшее разделение соседних траекторий внутри минимального фазового пространства вложения. Если τ слишком мало, то значение корреляционной размерности будет недооценено, а если τ слишком велико – переоценено [19]. Поэтому задача выбора надлежащей временной задержки решалась во многих работах с помощью различных методов. Два из них описаны ранее – автокорреляционной функции и взаимной информации. Первый метод применяется очень часто, прежде всего, из-за его простоты. Холзфусс и Мейер-Кресс [20] предложили использовать в качестве τ то значение временной задержки, на котором автокорреляционная функция первый раз пересекает ноль. В других подходах рассматривается временная задержка, на которой автокорреляционная функция достигает некоторого значения, например 0,1 [21] или 0,5 [22]. Здесь, как раз, и кроется неопределенность: какое значение автокорреляционной

функции выбрать – 0, 0,1 или 0,5? На рис. 2 приведены графики с временной задержкой в интервале от 1 до 20, которого оказалось достаточно для того, чтобы определить τ по методу взаимной информации.

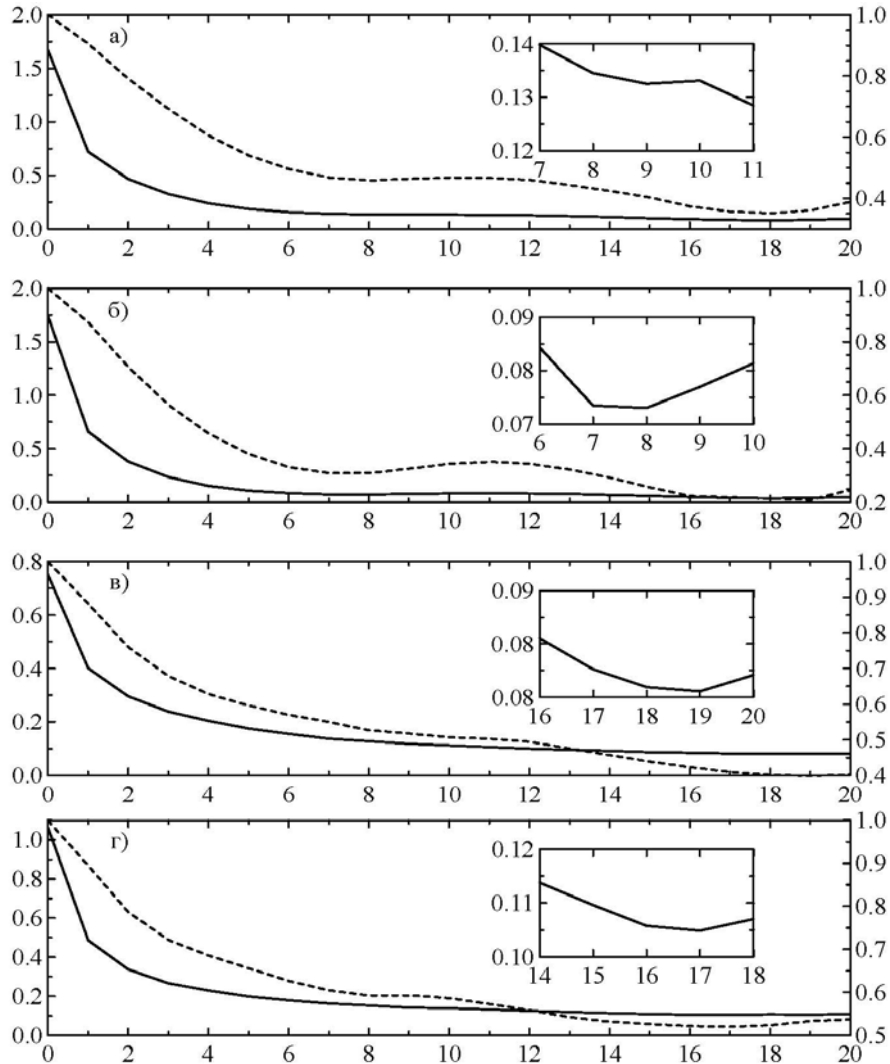


Рисунок 2 - Взаимная информация (ось Y слева, сплошная линия) и автокорреляционная функция (ось Y справа, пунктир) в зависимости от временной задержки (ось X) для NO_2 на постах 6 (а) и 9 (б) и SO_2 на постах 6 (в) и 9 (г) в Гданьском регионе в 2003 году.

В табл. 2 сведены все полученные результаты для временной задержки в интервале от 1 до 1000. Отметим, что даже в этом случае автокорреляционная функция только лишь двуокиси азота на посту 9 стала меньше нуля. Хотя и можно выбрать в качестве τ временную задержку, на которой автокорреляционная функция первый раз пересекла 0,1, однако этот выбор вряд ли будет удачным; Ислам и Сивакумар [23] показали, что при больших τ аттрактор восстанавливается не очень хорошо. С другой стороны, в большинстве случаев нелинейная связь больше, чем линейная, что видно и по данным табл. 2 (здесь исключением является SO_2 на посту 9). Поэтому для дальнейшего анализа временных рядов с помощью методов теории хаоса выбрано τ ,

при котором взаимная информация достигает своего первого минимума, как это рекомендуется Фрейзером и Суинни [15].

Таблица 2 - Величины временной задержки в зависимости от разных значений автокорреляционной функции (C_L) и первого минимума взаимной информации ($I_{\min 1}$) для временных рядов NO_2 и SO_2 на постах 6 и 9 Гданьского региона за 2003 год

	$C_L = 0$	$C_L = 0,1$	$C_L = 0,5$	$I_{\min 1}$
NO_2 (6)	–	136	6	9
SO_2 (6)	–	232	12	19
NO_2 (9)	102	53	4	8
SO_2 (9)	–	147	26	17

Теперь, приведем результаты численных экспериментов по восстановлению размерности фазового пространства (d_E), используя при этом метод корреляционной размерности и алгоритм ложных ближайших соседних точек. Для нахождения корреляционной размерности d_2 необходимо рассчитать корреляционные интегралы $C(r)$ для разных размерностей вложения. Проанализируем результаты такого расчета для пункта 6, представленные на рис. 3, чтобы показать некоторые особенности этой методики. В соответствии с выражением (6) корреляционная размерность определяется углом наклона кривой $C(r)$ к оси абсцисс. Очевидно, что на рис. 3а этот угол больше и, соответственно, для NO_2 корреляционные размерности также больше. Для двуокиси азота кривые $C(r)$ очень близки к прямым линиям в широком диапазоне r , т.е. среднеквадратическая подгонка прямой линией выполняется более точно и, соответственно, точнее значения d_2 . В случае сернистого ангидрида существуют два почти прямых участка линий $C(r)$, расположенных под некоторым, хотя и тупым, углом друг к другу, в связи с чем сложно точно определить размерности d_2 . Корреляционная размерность аттрактора (d_A) определяется как значение корреляционной размерности, при котором она не изменяется при увеличении размерности вложения. На рис. 4а представлены соответствующие кривые, анализ которых показывает, что значения насыщения d_2 для двуокиси азота и сернистого ангидрида на посту 6 составляют 5,31 и 1,58 и были достигнуты при размерности вложения d_s , равных 18 и 15, соответственно. Аналогичные величины для газов на посту 9 составляют 5,31 и 3,40, а достигнуты они были при d_s , равных 11 и 10. Перед обсуждением результатов восстановления размерности аттрактора по методу корреляционной размерности, приведем аналогичные данные по алгоритму ложных ближайших соседних точек (рис. 4б). Размерность аттрактора определялась как размерность вложения, в которой количество ложных ближайших соседних точек составляло менее 3%. По результатам этого алгоритма, размерность аттракторов для газов на всех постах равна 6. Т.к. ближайшее целое число, большее, чем корреляционная размерность, может рассматриваться как \min размерность фазового пространства, необходимого для вложения аттрактора, то этот метод для концентраций сернистого ангидрида на обоих постах дал меньшую размерность аттрактора, чем алгоритм ложных ближайших соседних точек. При этом, 36% ложных точек при размерности 2 для сернистого ангидрида на посту 6 и 10% - при размерности 4 на посту 9 являются слишком большими величинами, которые нельзя не принимать во внимание. В связи с вышесказанным, целесообразнее использовать значения d_A , полученные при помощи последнего алгоритма. Значение размерности

вложения, при котором имеет место насыщение корреляционной размерности, может рассматриваться как максимальная размерность фазового пространства, достаточная для описания движения аттрактора.

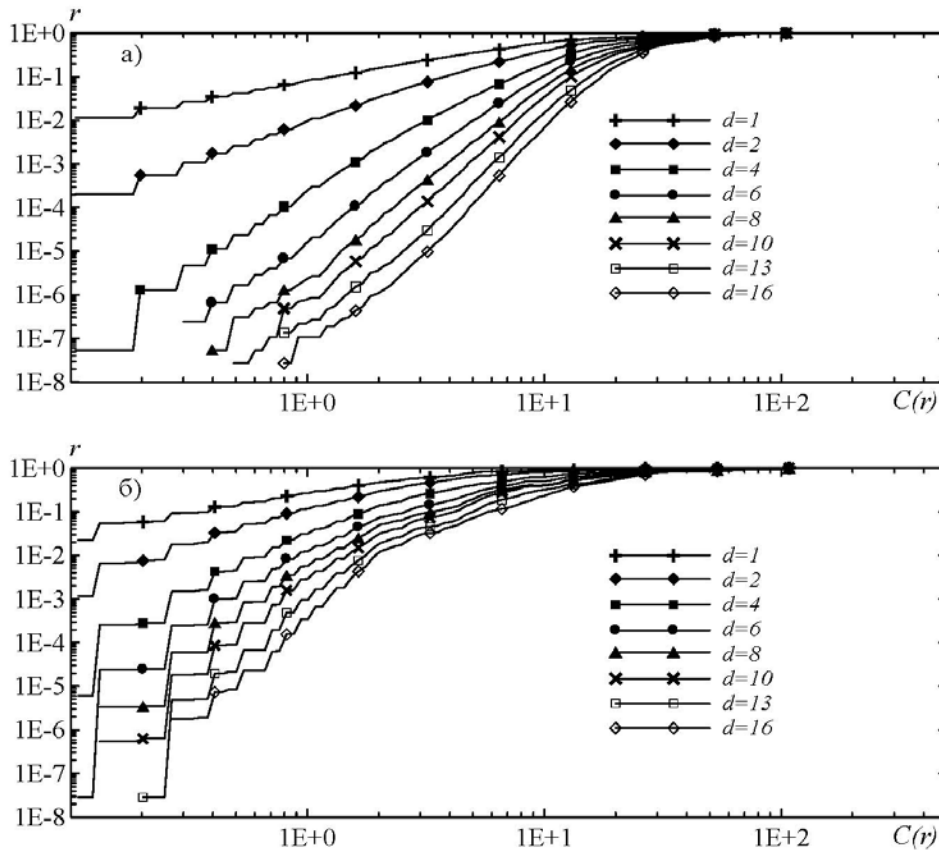


Рисунок 3 - Зависимость корреляционного интеграла $C(r)$ от радиуса r при разных размерностях вложения d для NO_2 (а) и SO_2 (б) в Гданьском р-не по данным за 2003 год

Поэтому упомянутые выше результаты указывают на то, что для двуокиси азота минимальное необходимое количество переменных на обоих постах равно 6, а достаточное число переменных равняется 18 и 11 для постов 6 и 9, соответственно. Аналогичные сведения для сернистого ангидрида не приводятся вследствие их большой неопределенности, о чем говорилось выше.

Также мы провели мультифрактальный анализ данных колебаний внутри сезонных расходов и временной эволюции флуктуаций хлорированных углеводородов в приустьевой зоне Дуная в период 1984-1998гг. Применение метода корреляционной размерности показало, что в распределении флуктуаций концентраций ЗВ в приустьевой зоне Дуная обнаруживается феномен скейлинга, причем фрактальные размерности лежат в пределах [1,15-2,0]. Анализ спектра размерностей для колебаний внутри сезонных расходов Дуная показывает, что и здесь имеет место феномен скейлинга (фрактальные размерности лежат в интервале [1,3-1,9]). Сравнение данных анализа колебаний речного стока и флуктуаций концентрации ЗВ в приустьевой зоне Дуная однозначно указывает на новое в гидроэкологии явление генезиса фрактальных размерностей в системе «речная система-прибрежная морская зона».

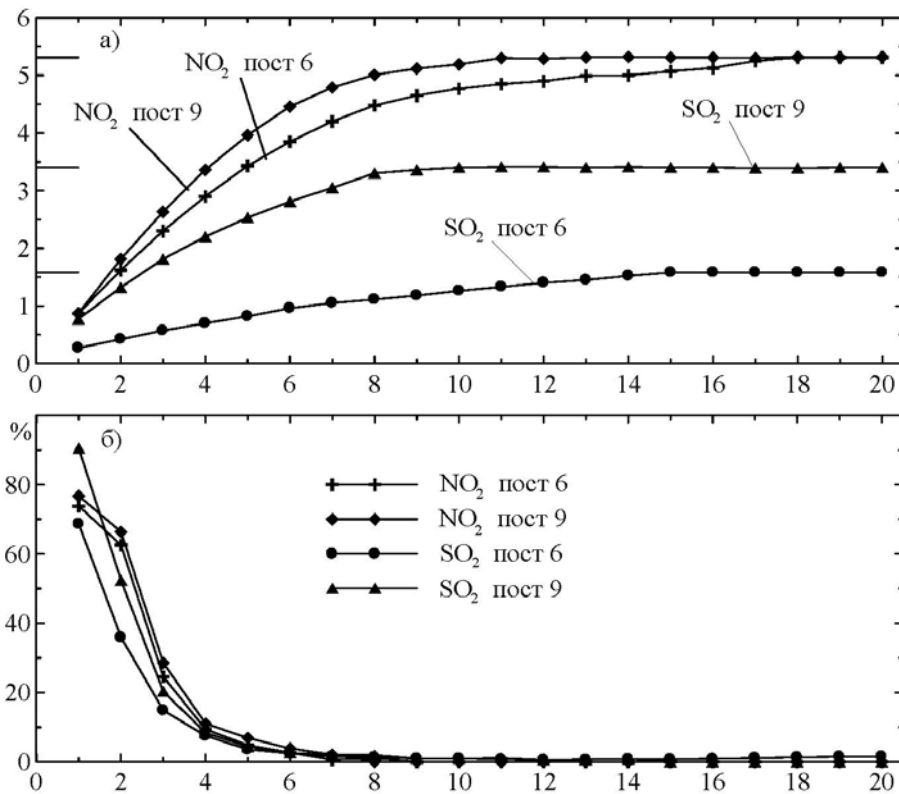


Рисунок 4 - Зависимость корреляционной размерности (а) и количества ложных ближайших соседних точек (б) от размерности вложения (ось X) для газов на постах 6 и 9 в Гданьском регионе по данным за 2003 год.

Авторы выражают глубокую благодарность док-ру геогр. наук, проф. Н.С.Лобде, док-ру геол.-мин.наук, проф. Т.А.Сафранову за полезные обсуждения результатов, а также Н. Быковщенко за участие в проведении вычислений.

Список литературы

1. *Smale S.* Diffeomorphisms with many periodic points // *Differential and combinatorial topology/ S.S. Cairns (ed.)*. Princeton: Princeton University Press, 1963.- P. 63-80.
2. *Wiggins S.* Introduction to nonlinear dynamical systems and chaos. N.-Y.: Springer, 1997.- 688 p.
3. *Lorenz E.N.* Deterministic nonperiodic flow// *J.Atmos.Sci.*-1963.-V.20, № 2.- P. 130-141.
4. *Tsonis A.A.* Chaos: from theory to application. New York: Plenum Press, 1992.- 274 p.
5. *Ott E.* Chaos in dynamical systems. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2002.-490 p.
6. *Letellier C., Aziz-Alaoui M.A.* Analysis of the dynamics of a realistic ecological model // *Chaos, Solitons & Fractals.*- 2002.- V. 13,№ 1.- P. 95-107.
7. *Sprott J.C., Vano J.A., Wildenberg J.C., Anderson M.B., Noel J.K.* Coexistence and chaos in complex ecologies // *Phys. Lett. A.*-2005.- V. 335,№ 2-3.- P.207-212.

8. *Lanfredi M., Machhiato M.* Searching for low dimensionality in air pollution time series // *Europhys. Lett.* -1997.-V. 40,№ 6.- P. 589-594.
9. *Paluš M., Pelikán E., Eben K., Krejčíř P., Juruš P.* Nonlinearity and prediction of air pollution // *Artificial neural nets and genetic algorithms* / V. Kurkova, N.C. Steele, R. Neruda, M. Karny (Eds.). Wien: Springer, 2001.- P. 473-476.
10. *Chelani A.B.* Predicting chaotic time series of PM10 concentration using artificial neural network // *Int. J. Environ. Stud.* 2005.-V. 62,№ 2.- P. 181-191.
11. *Packard N.H., Crutchfield J.P., Farmer J.D., Shaw R.S.* Geometry from a time series // *Phys. Rev. Lett.*- 1980.-Vol. 45,№ 9.- P. 712-716.
12. *Abarbanel H.D.I., Brown R., Sidorowich J.J., Tsimring L.Sh.* The analysis of observed chaotic data in physical systems // *Rev. Mod. Phys.* -1993.- V. 65,№ 4.- P.1331-1392.
13. *Dynamical systems and turbulence*, Warwick 1980. Lecture Notes in Mathematics No. 898 / D.A. Rand, L.S. Young (Eds.). Berlin: Springer-Verlag, 1981.- 390 p.
14. *Gallager R.G.* Information theory and reliable communication. N.-Y.:Wiley, 1968.- 608p.
15. *Fraser A.M., Swinney H.L.* Independent coordinates for strange attractors from mutual information // *Phys. Rev. A.*- 1986.- V. 33,№ 2. -P. 1134-1140.
16. *Schreiber T.* Interdisciplinary application of nonlinear time series methods // *Phys. Rep.* 1999.- V.308,№ 1.- P. 1-64.
17. *Grassberger P., Procaccia I.* Measuring the strangeness of strange attractors // *Physica D.*- 1983.- V. 9, № 1-2.- P. 189-208.
18. *Kennel M.B., Brown R., Abarbanel H.,* Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using geometry construction // *Phys.Rev.A.*-1992.-V.45.-P.3403-3411.
19. *Havstad J.W., Ehlers C.L.* Attractor dimension of nonstationary dynamical systems from small data sets // *Phys. Rev. A.*- 1989.- V. 39,№ 2.- P. 845-853.
20. *Holzfuß J., Mayer-Kress G.* An approach to error-estimation in application of dimension algo-rithms // *Dimensions in chaotic systems* / G. Mayer-Kress (ed.). N.-Y: Springer, 1986. -P.114-122.
21. *Tsonis A.A., Elsner J.B.* The weather attractor over very short timescale // *Nature.*-1988.- V. 333,№ 6173.- P.545-547.
22. *Schuster H.G.* Deterministic chaos: an introduction. New York: Wiley, 2005.- 312 p.
23. *Islam M.N., Sivakumar B.* Characterization and prediction of runoff dynamics: a nonlinear dynamical view // *Adv. Water Res.*-2002.-V.25,№ 2.- P.179-190.
24. *Хохлов В.Н.* Хаос и предсказуемость концентраций парниковых газов в атмосфере // *Вестник ОГЭКУ.*-2005.- Вып.1.- С.11-19.
25. *Глушков А.В., Хохлов В.Н., Препелица Г., Цененко И.,* Временная изменчивость содержания метана: влияние североатлантической осцилляции//*Опт.атм.и океана.*- 2004.-Т.17.-С.573-575
26. *Glushkov A.V., Khokhlov V.N., Tsenenko I.A.,* Atmospheric teleconnection patterns and eddy kinetic energy content: wavelet analysis// *Nonlin. Proc. in Geophys.*-2004.- V.11,№3.-P.285-293.
27. *Глушков А.В.,Сафранов Т.А.,Баланюк Е.,* О размерности аттрактора уравнений гидродинамической модели прибрежной циркуляции// *Мет., климат., гидр.*-2004.-№48.- С.308-312.

Низькорозмірний хаос у часових рядах концентрацій забруднюючих речовин в атмосфері і гідросфері.

О.В. Глушков, В.М. Хохлов, М.Г. Сербов, Г.К. Балан, Ю.Я. Бунякова, О.П. Баланюк

Вивчається динаміка часових рядів концентрацій забруднюючих речовин в атмосфері і гідросфері (на прикладі окису азота та сернікового ангідрида в атмосфері м. Гданьська та хлорированих вуглеводнів в р. Дунай і північно-західної частини Чорного моря.). Показано, що в досліджених часових рядах має місце низькорозмірний хаос.

Ключові слова: динаміка часових рядів концентрацій забруднюючих речовин, низькорозмірний хаос

Low-Dimensional chaos in temporary rows of concentrations of pollution substances in atmosphere and hydrosphere.

A.V. Glushkov, V.N. Khokhlov, N.G.Serbov, A.K. Balan, Yu.Ya.Bunyakova, E.P. Balanyuk

It is studied dynamics of temporary rows of pollution concentrations in atmosphere and hydrosphere (on example of oxide of nitrogen and sulphury angydride in Gdan'sk atmosphere and chloric hydrocarbons in mouth zone of Danube r. and north-west part of Black sea) and discovered the low-dimenssional chaos.

Keywords: dynamics of temporary rows of concentrations of the pollution substances, low-dimenssional chaos