

# COMSOL MULTIPHYSICS ЯК ІНСТРУМЕНТАЛЬНИЙ ЗАСІБ ФІЗИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Б. О. Костевич

ПВНЗ «Європейський університет» Черкаська філія, м. Черкаси, Україна  
bohdan\_95@hotmail.com

*Метою дослідження є аналіз математичних моделей реальних фізико-технічних процесів у середовищі Comsol Multiphysics. Завданням дослідження є реалізація моделей, які описуються диференціальними рівняннями другого порядку в частинних похідних. Об'єктом дослідження є середовище Comsol Multiphysics та його особливості при розв'язанні різного роду задач, а предметом – основні типи диференціальних рівнянь математичної фізики. У дослідженні використані основні підходи та методи моделювання фізико-технічних процесів і комп'ютерного експерименту. Результатом дослідження є чисельні розв'язки математичних моделей розглянутих процесів, які описуються відповідними диференціальними рівняннями математичної фізики. Моделі, які створені у середовищі Comsol Multiphysics використовуються у навчально-науковому процесі вищого навчального закладу [1, 2].*

***Ключові слова:** диференціальні рівняння математичної фізики, середовище Comsol Multiphysics, метод скінченних елементів, триангуляція геометрії.*

**УДК 519.688**

На сьогоднішній день існує досить багато математичних пакетів, які розв'язують технічні задачі різного напрямку науки і техніки. До таких пакетів можна віднести MatLab, MathCad, Maple та інші. Кожне середовище має свої переваги та недоліки. При розв'язанні технічних задач вбудованими бібліотеками, частіше використовують середовище Comsol Multiphysics. Основними перевагами даного середовища є: опис геометрії об'єкта довільної форми, використання методу скінченних елементів, швидкість та ефективність отримання чисельного розв'язку поставленої задачі. Слід відмітити, що Comsol Multiphysics використовує різні методи триангуляції області [1, 3]. Процес триангуляції є одним з основних компонентів середовища, оскільки реальні досліджувані об'єкти природи, як вже було сказано, можуть бути довільної геометричної форми. Моделі, які може розв'язувати Comsol, у переважній більшості описуються диференціальними рівняннями другого порядку у частинних похідних.

*Метою дослідження є реалізація моделей реальних технічних процесів, які описуються рівняннями математичної фізики, у середовищі Comsol Multiphysics.*

Для вивчення основних можливостей середовища були розв'язані різні задачі по кожному типу диференціальних рівнянь математичної фізики.

*Параболічний тип рівняння.* Знайти розв'язок наступної задачі:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad x \in [-1;1], \quad t \in [0;5],$$

початкова умова:

$$T(x;0) = (x-2)(1-x),$$

граничні умови:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{(-1;t)} = 0, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{(1;t)} = 1,$$

внутрішня умова:

$$T(0.5; t) = 1.$$

*Гіперболічний тип рівняння.* Знайти розв'язок наступної задачі:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad x \in [-1;1], \quad t \in [0;5],$$

початкові умови:

$$T(x;0) = T_t'(x;0) = 0,$$

граничні умови:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{(-1;t)} = 0, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{(1;t)} = 1,$$

внутрішня умова:

$$T(0; t) = 10^{-1} \sin 6\pi t.$$

*Еліптичний тип рівняння.* Знайти розв'язок наступної задачі:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 1, \quad (x; y) \in [-1;1]^2,$$

граничні умови:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{(-1;y)} = 0, \quad T(1; y) = 1, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{(x;-1)} = 0, \quad T(x; 1) = 1,$$

внутрішня умова:

$$T(x; y) = e^{\sin \pi(x^2+y^2)}, \quad (x; y) \in [-0.5;0.5]^2.$$

Для розв'язання поставлених задач будується область (геометрія), у якій розв'язується поставлена задача. Після побудови області виконується триангуляція. На основі отриманої триангуляції області будується система алгебраїчних рівнянь з урахуванням граничних та початкових умов. Середовище містить сучасні методи та алгоритми для роботи з розрідженими матрицями, що дає змогу досить швидко отримувати результат. Comsol розв'язує як лінійні, так і нелінійні задачі. В ході роботи з середовищем, було розв'язано кілька технічних задач, математичні

моделі яких наведено вище. Comsol Multiphysics досить ефективно справляється з поставленими технічними задачами. Для прикладу, розв'яжемо першу задачу у даному середовищі.

На основі отриманих результатів, можна сказати, що середовище Comsol Multiphysics є досить потужним інструментом, за допомогою якого можна розв'язувати широкий спектр фізико-технічних задач різного походження. Розглянуте середовище досить швидко і ефективно справляється з поставленими задачами. Слід також відмітити, що задачі, які розв'язувались у роботі містять внутрішні умови. З точки зору реальних об'єктів такі задачі виникають досить часто у повсякденному житті.

### Література

1. COMSOL Multiphysics. – <http://www.comsol.com/>.
2. Горбузов В.Н. *Интегралы дифференциальных систем*. Гродно: ГрГУ, 2006.
3. Полянин А.Д., Зайцев В.Ф., Журов А.И. *Методы решения нелинейных уравнений математической физики и механики*. М.: Физматлит, 2005.