УДК 621.372.852

А.С. Лимонов, *к.т.н.,* **Б.В. Перелыгин***, к.т.н.,* **Т.М. Пустовит,** *асс.,* **А.А. Лимонов***, соискатель к.т.н.*
Одесский государственный экологический университет

НЕЛИНЕЙНАЯ ОБРАБОТКА ЦИФРОВЫХ СИГНАЛОВ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ НА ОСНОВЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ РЯДОВ И ПОЛИНОМОВ ВОЛЬТЕРРЫ

В статье исследуются возможность нелинейной обработки цифровых сигналов гидрометеорологической информации на основе функциональных рядов и полиномов Вольтерры.
Ключевые слова: *нелинейная обработка, цифровая информация, ряд, полином, Вольтерра.*

Введение. Нелинейные дискретные системы используются в компьютерной цифровой обработки гидрометеорологической информации. Недостаточно рассмотренными являются вопросы, связанные с теорией нелинейной обработки на основе функциональных рядов и полиномов Вольтерры [1, 2, 3, 4].

Материалы и метод исследования: в статье исследуются временная и Z-форма операторного уравнения на основе функциональных рядов и полиномов Вольтерры.

Цель статьи: исследование возможностей нелинейной обработки цифровых сигналов гидрометеорологической информации на основе функциональных рядов и полиномов Вольтерры.

Изложение основного материала. Операторное уравнение нелинейной дискретной системы.

В данной статье рассматривается различные формы операторных уравнений на основе функциональных рядов полинома Вольтерры.

Операторное уравнение нелинейной дискретной системы. При воздействии на нелинейную дискретную систему сигналов множества X (рис.1,а) выходные сигналы системы образуют множество y^0, соотношение между которым описывает оператор F_S

$$y^0(\mathrm{n}) = \mathrm{F}_S[\mathrm{x}(\mathrm{n})],$$

где F_S каждому воздействию x(n) из множества X ставит в соответствие только одну реакцию $y^0(\mathrm{n})$ из множества Y^0. Для построения нелинейного оператора системы введем следующее предложение:

- из множества воздействий X сформировано подмножество испытательных сигналов $X_\varepsilon = \{\mathrm{x}_q(\mathrm{n})\}^Q_{q=1}$, $X_\varepsilon \subset X$, а из множества реакций Y^0 - соответствующее подмножество $Y_\varepsilon{}^0 = \{\mathrm{y}_q{}^0(\mathrm{n})\}^Q_{q=1}$, $Y_\varepsilon{}^0 \subset Y^0$, измеренных или вычисленных выходных сигналов системы;

- нелинейная дискретная система имеет свойство непрерывности, то есть реакции системы на сигналы, отличные от испытательных, но принадлежащие заданному классу воздействий $(\mathrm{x}(\mathrm{n}) \in X)$, мало отличаются от реакций на соответствующие испытательные сигналы.

При таких предположениях оператор F_{ε}, описывающийся с точностью δ_{ε} однозначное соотношение между подмножествами X_{ε} и $Y_{\varepsilon}{}^{0}$ (рис.1, б)

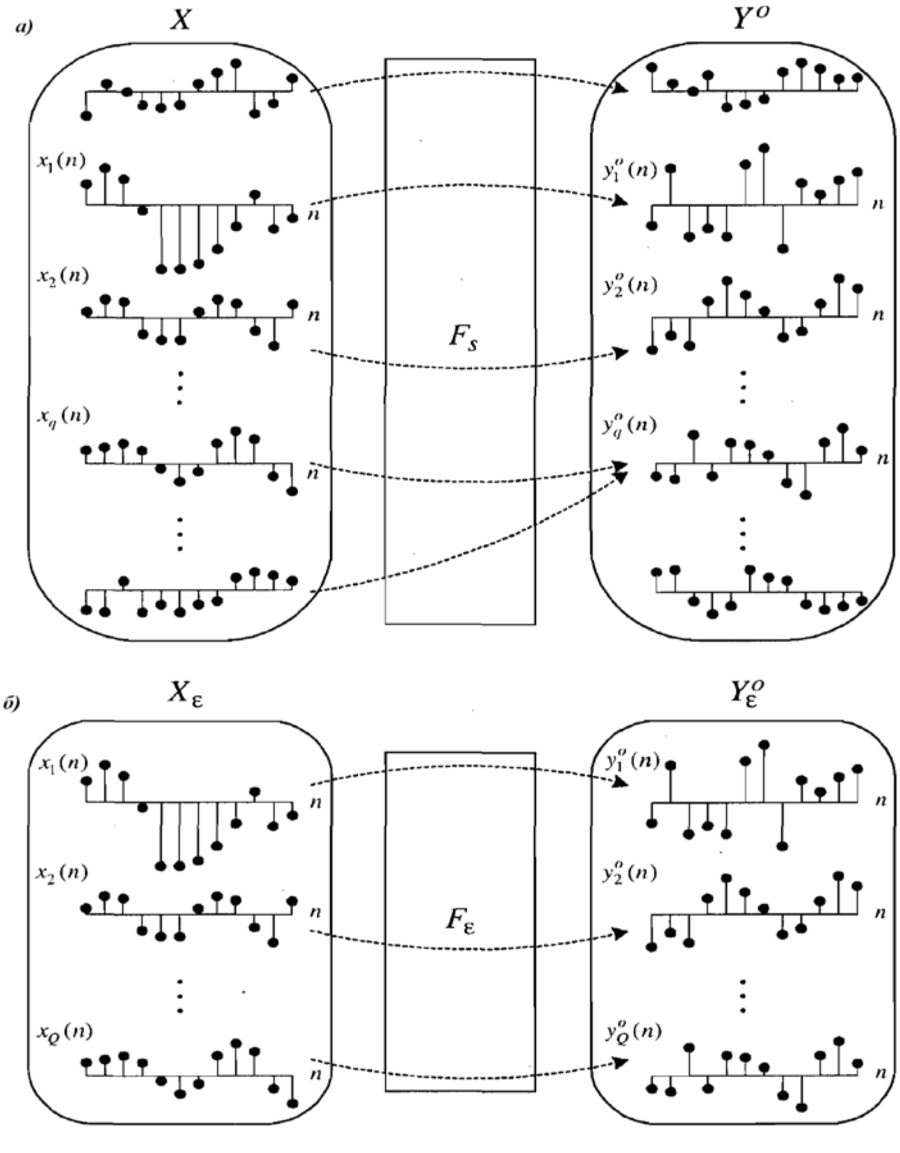

Рис. 1 - Схематическое отображение действий операторов $F(a)$ и F_{ε}(á).

$$\left\| y_q{}^{0}(\mathrm{n}) - \mathrm{y}_q(\mathrm{n}) \right\| \le \delta_{\varepsilon} \text{ для всех } x_q(\mathrm{n}) \in X_{\varepsilon},\ y_q{}^{0}(\mathrm{n}) \in Y_{\varepsilon}{}^{0},$$

где $y_q(\mathrm{n}) = \mathrm{F}_{\varepsilon}[\mathrm{x}_q(\mathrm{n})]$, устанавливает соотношение между множествами X и Y^0, то-есть

$$\left\| y^{0}(\mathrm{n}) - \mathrm{y}(\mathrm{n}) \right\| \le \delta_{\varepsilon} \text{ для всех } x(\mathrm{n}) \in \mathrm{X},\ y^{0}(\mathrm{n}) \in Y^{0}, \tag{1}$$

где $y(\mathrm{n}) = \mathrm{F}_{\varepsilon}[\mathrm{x}(\mathrm{n})]$ - реакция системы на входные сигналы $x(\mathrm{n})$.

Неравенство (1) означает, что нелинейная дискретная система (с оператором F_S) описана нелинейным оператором F_ε на заданном классе входных сигналов с точностью δ_ε, а оператор F_ε находиться аппроксимирует оператор F_S.

Параметры нелинейного оператора F_ε находятся при решении задачи аппроксимации

$$\max_{x_q(\mathrm{n})\in \mathrm{X}_\varepsilon} \left\| y_q{}^0(\mathrm{n}) - \mathrm{F}_\varepsilon[\mathrm{x}_q(\mathrm{n})] \right\| \to \min_{\bar{c}}, \tag{2}$$

где $\bar{c}$ - вектор параметров оператора F_ε.

По свойству непрерывности системы решение задачи (2) (вектор $\bar{c}$) является оптимальным решением более общей задачи аппроксимации

$$\max_{x(\mathrm{n})\in \mathrm{X}_\varepsilon} \left\| y^0(\mathrm{n}) - \mathrm{F}_\varepsilon[\mathrm{x(n)}] \right\| \to \min_{\bar{c}} \cdot$$

Для описания нормы погрешности аппроксимации на практике используют

- равномерную метрику (Ñ)

$$\left\| y^0(\mathrm{n}) - \mathrm{F}_\varepsilon[\mathrm{x(n)}] \right\| = \max_{x(\mathrm{n})\in \mathrm{X}} \left| y^0(\mathrm{n}) - \mathrm{F}_\varepsilon[\mathrm{x(n)}] \right|;$$

- среднеквадратичную метрику (L)

$$\left\| y^0(\mathrm{n}) - \mathrm{F}_\varepsilon[\mathrm{x(n)}] \right\| = \frac{1}{G}\sum_{g=1}^{G} (\mathrm{y}_g{}^0(\mathrm{n}) - \mathrm{F}_\varepsilon[\mathrm{x}_g(\mathrm{n})])^2 .$$

Математическое представление нелинейного оператора F_ε - это математическая модель нелинейной системы, а соотношение

$$y(\mathrm{n}) = \mathrm{F}_\varepsilon[\mathrm{x(n)}] \tag{3}$$

- операторное уравнение системы.

Существуют несколько универсальных математических форм представления нелинейного оператора F_ε. К ним относятся:

- функциональные ряды и полиномы Вольтерры [1, 2, 3, 4];
- ряды и полиномы Вольтерры-Пикара [2];
- полиномы расщепленных сигналов [5];
- нелинейные авторегрессионные разностные уравнения [1, 6];
- нейронные цепи [6].

Данные математические модели системы (кроме нейронных цепей) содержат линейно-входящие параметры, поэтому задача аппроксимации (2) имеет единственное решение по критерию выбранной метрики.

В рамках метода «черного ящика» (математическая модель нелинейной системы строится на множествах входных сигналов) соотношение вход/выход будем формировать с помощью единого математического аппарата функциональных рядов и полиномов Вольтерры.

Временная форма операторного уравнения нелинейной системы. Соотношение вход/выход нелинейной дискретной системы во временной области можно описать в виде сходящегося функционального ряда Вольтерры

$$y(\mathrm{n}) = \sum_{k=0}^{\infty} H_k[\mathrm{x(n)}] = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{m_1=0}^{\infty} \sum_{m_2=0}^{\infty} \dots \sum_{m_k=0}^{\infty} h_k(\mathrm{m}_1, \mathrm{m}_2 \dots \mathrm{m}_k) \prod_{r=1}^{k} x(\mathrm{n} - \mathrm{m}_r),$$

где

$$H_k[\mathrm{x(n)}] = \sum_{m_1=0}^{\infty} \sum_{m_2=0}^{\infty} \sum_{m_3=0}^{\infty} \ldots \sum_{m_k=0}^{\infty} h_k(\mathrm{m}_1, \ldots \mathrm{m}_k) \prod_{r=1}^{k} x(\mathrm{n} - \mathrm{m}_r). \qquad (4)$$

Многомерная сумма $H_k[\mathrm{x(n)}]$ - это однородный функционал степени k.

Многомерная функция $h_k(\tau_1, \tau_2, ..., \tau_k)$ - это ядро Вольтерры порядка k. При $k = 0$ функционал нулевой степени является константой h_0. При $k = 1$ выражение (3) представляет собой линейную свертку, определяющую линейную подсистему с импульсной характеристикой $h(n)$.

При $k > 1$ свертка (3) нелинейна относительно входного сигнала – это нелинейная свертка порядка k. Такая свертка определяет нелинейную подсистему порядка k с ядром $h_k(\mathrm{m}_1, \mathrm{m}_2, ..., \mathrm{m}_k)$ - это многомерная импульсная характеристика порядка k.

Ядра Вольтерры можно симметризовать положив их равными [2]

$$\frac{1}{k!} \sum h_k(\mathrm{m}_1, \mathrm{m}_2, ..., \mathrm{m}_k), \ (\frac{1}{k!} \sum h_k(\tau_1, \tau_2, ..., \tau_k)),$$

где сумма вычисляется по всем перестановкам аргументов $\tau_1, \tau_2, ..., \tau_k$ $(\mathrm{m}_1, \mathrm{m}_2, ..., \mathrm{m}_k)$.

Отрезок функционального ряда Вольтерры дает приближенное аналитическое представление реакции системы через ее параметры и воздействие. Установленная зависимость универсальна в том смысле, что справедлива при любых воздействиях, лишь бы их амплитуды обеспечивали сходимость ряда Вольтерры. Условие сходимости ряда Вольтерры выполняется при малых амплитудах воздействия, когда режим работы системы слабонелинейный.

В режиме существенной нелинейности, когда функциональный ряд Вольтерры расходится, соотношение вход/выход может быть описано функциональным полиномом Вольтерры степени L в дискретной области

$$y(\mathrm{n}) = \sum_{k=0}^{L} [\mathrm{x(n)}] = \sum_{k=0}^{L} \sum_{m_1=0}^{\infty} \sum_{m_2=0}^{\infty} \ldots \sum_{m_k=0}^{\infty} h_k(\mathrm{m}_1, \mathrm{m}_2, ..., \mathrm{m}_k) \prod_{r=1}^{k} x(\mathrm{n} - \mathrm{m}_r). \qquad (5)$$

Принципиально такая возможность следует из теоремы Фреше [5].

Здесь полином и отрезок ряда Вольтерры имеют одинаковую математическую форму записи, но их параметры – ядра Вольтерры –различны.

Дальнейшее преобразования будут выполняться с функциональным полиномом Вольтерры.

Описание нелинейной дискретной системы в Z – области. Для описания нелинейной дискретной системы в области Z – изображений используется многомерное Z – преобразование. Z – изображение многомерной дискретной последовательности $f(\mathrm{n}_1, \mathrm{n}_2, ..., \mathrm{n}_x)$ - это аналитическая функция $F(\mathrm{z}_1, \mathrm{z}_2, ..., \mathrm{z}_k)$ комплексных переменных $\mathrm{z}_1, \mathrm{z}_2, ..., \mathrm{z}_k$, формируемая многомерной суммой

$$F(\mathrm{z}_1, \mathrm{z}_2, ..., \mathrm{z}_k) = \sum_{n_1=0}^{\infty} \sum_{n_2=0}^{\infty} \ldots \sum_{n_k=0}^{\infty} f(\mathrm{n}_1, \mathrm{n}_2, ..., \mathrm{n}_k) \mathrm{z}_1^{-n_1}, \mathrm{z}_2^{-n_2}, ..., \mathrm{z}_k^{-n_k}. \qquad (6)$$

Для оригинала $f(\mathrm{n}_1, \mathrm{n}_2, ..., \mathrm{n}_k)$ предполагается: $f(\mathrm{n}_1, \mathrm{n}_2, ..., \mathrm{n}_k) = 0$ при отрицательных значениях аргументов $n_r, r = 1, 2, ..., k$.

При условии $\left|f(n_1,n_2,...,n_k)\right| < M\prod_{r=1}^{k} R_r^{n_r}$ где M>0, $R_r > 0,$ $r = 1,2,...,k$, множеств $\left|z_r\right| > R_r$, $r = 1,2,...,k$ (область вне поликруга с радиусом R_r), то есть

$D = \bigcap_{r=1}^{k} \{z : |z_r| > R_r\}$.

Обратное многомерное преобразование:

$$f(n_1,n_2,...,n_k) = \left[\frac{1}{2\pi j}\right]^k \int\limits_{|z_k|=R_k} ... \int\limits_{|z_2|=R_2} \int\limits_{|z_1|=R_1} F(z_1,z_2,...,z_k)\prod_{r=1}^{k} z_r^{n_r-1} dz_r. \quad (7)$$

Уравнение, устанавливающее соответствия между множествами входных и выходных сигналов нелинейной дискретной системы в Z – области, получим в результате следующих преобразований:

1. Составим входной сигнал системы из реакции подсистем разного порядка

$$y(n) = \sum_{k=0}^{L} y_k(n) = \sum_{k=0}^{L} H_k[x(n)], \quad (8)$$

где $y_k(n)$ - реакция подсистемы k - го порядка.

Функционал $H_k[x(n)]$ определяется по формуле (4).

2. Представим многомерную функцию $y_k(n_1,n_2,...,n_k)$ дискретной сверткой

$$y_k(n_1,n_2,...,n_k) = \sum_{m_1=0}^{\infty}\sum_{m_2=0}^{\infty}...\sum_{m_k=0}^{\infty} h_k(m_1,m_2,...,m_k)\prod_{r=1}^{k} x(n_r - m_r). \quad (9)$$

В Z – области (9) имеет вид [1, 2]:

$$Y_k(z_1,z_2,...,z_k) = H_k(z_1,z_2,...,z_k)\prod_{r=1}^{k} X(z_r), \quad (10)$$

где $Y_k(z_1,z_2,...,z_k)$, $H_k(z_1,z_2,...,z_k)$ - многомерные Z-изображения функции $y_k(m_1,m_2,...,m_k)$ и импульсной характеристики $h_k(m_1,m_2,...,m_k)$ k-го порядка, $X(z_r)$ - z - изображения сигнала $x(n_r)$.

3. Перейдем к одной переменной в комплексной форме [4]:

Полагая в формуле обратного многомерного Z – преобразования (7) $n_1 = n_2 = ... = n_k$, получим

$$y_k(n) = y_k\underbrace{(n,n,...,n)}_{k} = \left(\frac{1}{2\pi j}\right)^k \int\limits_{c_k}...\int\limits_{c_2}\int\limits_{c_1} Y_k(z_1,z_2,...,z_k)\prod_{r=1}^{k} z_r^{n-1} dz_r, \quad (11)$$

где C_r - окружность с радиусом $|z_r| = R_r$, $r = 1,2,...,k$.

Обозначим $z = \prod_{r=1}^{k} z_r$ и выразим через z переменную z_k :

$$z_k = z / \prod_{r=1}^{k-1} z_r .$$

Так как $|z| = \prod_{r=1}^{k} |z_r|$, область аналитичности функции $Y_k\left(z_1, z_2, ..., z / \prod_{r-1}^{k-1} z_r\right)$ по переменной z будет $|z| = \prod_{r=1}^{k} |R_r|$. Обозначим окружность с радиусом $|z| = R > \prod_{r=1}^{k} |R_r|$ через C, тогда (11) представиться как:

$$y_k(n) = \left[\frac{1}{2\pi j}\right]^k \int_{c} ... \int_{c_{k-1}} ... \int_{c_2} \int_{c_1} Y_k\left[z_1, z_2, ..., z_{k-1}, \frac{z}{\prod_{r=1}^{k-1} z_r}\right] \frac{z^{n-1} dz}{\prod_{r=1}^{k-1} z_r} \prod_{r=1}^{k-1} dz_r .$$

Это выражение представляет собой обратное Z – преобразование функции

$$Y_k(z) = \left[\frac{1}{2\pi j}\right]^{k-1} \int_{c_{k-1}} ... \int_{c_2} \int_{c_1} y_k\left[z_1, z_2, ..., z_{k-1}, \frac{z}{\prod_{r=1}^{k-1} z_r}\right] \prod_{r=1}^{k-1} \frac{dz_r}{z_r}, \qquad (12)$$

зависящей только от переменной z .
С учетом (8) выражения (12) имеем вид

$$Y_k(z) = \left[\frac{1}{2\pi j}\right]^{k-1} \int_{c_{k-1}} ... \int_{c_2} \int_{c_1} H_k\left[z_1, z_2, ..., z_{k-1}, \frac{z}{\prod_{r=1}^{k-1} z_r}\right] x\left[\frac{z}{\prod_{r=1}^{k-1} z_r}\right] \prod_{r=1}^{k-1} x(z_r) \frac{dz}{z_r} . \qquad (13)$$

Выражение (13) – это Z – изображение выходного сигнала системы определяется суммой Z – изображений нелинейных составляющих разного порядка

$$Y(z) = \sum_{k=0}^{L} Y_k(z),$$

где $Y_k(z)$ - выражение (13).

Построение нелинейного оператора во временной области. Построение нелинейного оператора системы в форме функционального полинома Вольтерры состоит в нахождении параметров полинома (ядра Вольтерры) путем решения задачи аппроксимации с использованием метода наилучшего квадратичного приближения.

Построение выполним на классе стационарных случайных сигналов.

Пусть известны два множества сигналов:

- $X_\varepsilon = \left\{x_q(n)\right\}_{q=1}^{Q}$ - множество реализаций длины $N(n \in [0, N-1])$ случайного стационарного входного сигнала системы (множество испытательных сигналов);

- $Y_{\varepsilon}{}^{0} = \left\{ y_q{}^{0}(\mathrm{n}) \right\}_{q-1}^{Q}$ - множество реализаций длины $N(\mathrm{n} \in [0, N-1])$ соответствующего случайного стационарного выходного сигнала системы.

При построении нелинейного оператора решается задача аппроксимации

$$\max_{x_q(\mathrm{n}) \in x_{\varepsilon}} \| y_q{}^{0}(\mathrm{n}) - \mathrm{F}_{\varepsilon}[\mathrm{x}_q(\mathrm{n})] \| \to \min_{\bar{h}}, \qquad (14)$$

где оператор $F_{\varepsilon}[\mathrm{x}_q(\mathrm{n})]$ - функциональный полином Вольтерры

$$F_{\varepsilon}[\mathrm{x}_q(\mathrm{n})] = \mathrm{y}_q(\mathrm{n}) = \sum_{k=0}^{L} \sum_{m_1=0}^{N-1} \sum_{m_2=0}^{N-1} \dots \sum_{m_k=0}^{N-1} h_k(\mathrm{m}_1, \mathrm{m}_2, \dots, \mathrm{m}_k) \prod_{r=1}^{k} x_q(\mathrm{n} - \mathrm{m}_r), \qquad (15)$$

вектор $\bar{h}$ содержит многомерные характеристики системы входящие в выражение (15).

В полиноме Вольтерры (15) переменные $\mathrm{m}_1, \mathrm{m}_2, \dots, \mathrm{m}_k$ меняются в диапазоне $(0, \mathrm{N}-1)$ в силу конечного размера памяти системы.

Решением (14) является вектор $\bar{h}$; это решение является оптимальным для более общей задачи аппроксимации:

$$\max_{x(\mathrm{n}) \in \mathrm{X}} \| y^{0}(\mathrm{n}) - \mathrm{F}_{\varepsilon}[\mathrm{x}(\mathrm{n})] \| \to \min_{h}, \qquad (16)$$

где X_{ε} - подмножество множества воздействий $X(\mathrm{X}_{\varepsilon} \subset X)$; $y^{0}(\mathrm{n})$ - реакция системы на входной сигнал $x(\mathrm{n})\left(y^{0}(\mathrm{n}) \in Y^{0}\right)$; оператор $F_{\varepsilon}[\mathrm{x}(\mathrm{n})]$ имеет форму полинома Вольтерры

$$F_{\varepsilon}[\mathrm{x}(\mathrm{n})] = \mathrm{y}(\mathrm{n}) = \sum_{k=0}^{L} \sum_{m_1=0}^{N-1} \sum_{m_2=0}^{N-1} \dots \sum_{m_k=0}^{N-1} h_k(m_1, m_2, \dots, m_k) \prod_{r=1}^{k} x(\mathrm{n} - \mathrm{m}_k). \qquad (17)$$

Согласно (16) надо построить такой функциональный полином, чтобы процессы $y^{0}(\mathrm{n})$ и $y(\mathrm{n})$ оказались близкими по критерию минимума среднеквадратического отклонения сигнала $y(\mathrm{n})$ от $y^{0}(\mathrm{n})$

$$E[\varepsilon^{2}(\mathrm{n})] \to \min_{h},$$

где $\varepsilon(\mathrm{n}) = \mathrm{y}^{0}(\mathrm{n}) - \mathrm{y}(\mathrm{n})$ - ошибка; $E[\varepsilon^{2}(\mathrm{n})] = \frac{1}{G} \sum_{g=1}^{G} (\mathrm{y}_g{}^{0}(\mathrm{n}) - \mathrm{y}_g(\mathrm{n}))^{2}$ - оператор дисперсии.

Параметры полинома Вольтерры определим по ортогональному методу Эйкхоффа [2].

Согласно этому методу условие ортогональности ошибки $\varepsilon(\mathrm{n})$, входного сигнала и возможных его произведений дают следующую систему уравнений

$$\begin{cases} E[\{y^0(n)-y(n)\}\,x(n-m_1)]=0; \\ E[\{y^0(n)-y(n)\}\,x(n-m_1)\,x(n-m_2)]=0; \\ \vdots \\ E[\{y^0(n)-y(n)\}\,x(n-m_1)\,x(n-m_2)\ldots x(n-m_L)]=0 \end{cases}$$

для всех $m_1 \in [0, N-1], m_2 \in [0, N-1], \ldots, m_L \in [0, N-1]$.

С использованием нелинейного оператора (17) эта система уравнений относительно элементов вектора $\overline{h}$ имеет вид

$$\sum_{k=0}^{L} \sum_{m_1=0}^{N-1} \sum_{m_2=0}^{N-1} \ldots \sum_{m_k=0}^{N-1} h_k(m_1, m_2, \ldots, m_k) E[\prod_{r=1}^{k} x(n-m_r)\,x(n-\delta_i)] = E[y^0(n)\,x(n-\delta_i)],$$

$$\sum_{k=0}^{L} \sum_{m_1=0}^{N-1} \sum_{m_2=0}^{N-1} \ldots \sum_{m_k=0}^{N-1} h_k(m_1, m_2, \ldots, m_k) E[\prod_{r=1}^{-k} x(n-m_r) \prod_{i=1}^{2} x(n-\delta_i)] = E[y^0(n) \prod_{i=1}^{2} x(n-\delta_i)],$$

$$\sum_{k=0}^{L} \sum_{m_1=0}^{N-1} \sum_{m_2=0}^{N-1} \ldots \sum_{m_k=0}^{N-1} h_k(m_1, m_2, \ldots, m_k) E[\prod_{r=1}^{k} x(n-m_r) \prod_{i=1}^{L} x(n-\delta_i)] = E[y^0(n) \prod_{i=1}^{L} x(n-\delta_i)]$$

для всех $\sigma_i \in \left[0, N-1\right]$.

Решением этой системы являются ядра Вольтерры (элементы вектора $\overline{h}$), оптимальные по среднеквадратичному критерию.

Используем метод Эйкхоффа для построения нелинейного оператора частотного детектора, который выделяет узкополосный центрированный гауссовский сигнал со средним квадратичным отклонением σ = 0,32, описываемый суммой

$$y^0(n) = \omega^0(n) = \sum_{k=1}^{\sigma} A_k \cos(2\pi\, k f_1 + \alpha_k),$$

где $f_1 = 0{,}005;\ T = 1/7$ - период дискретизации частотно-модулированного сигнала $x(n) = \cos[2\pi\, nT + \varphi(n)]$, в котором начальная фаза $\varphi(n) \in [-200; 200]$ связана с мгновенной частотой $\omega^0(n)$ оператором интегрирования.

Решение. Подмножество X_ε испытательных сигналов образовано из 40000 реализаций (длины $N = 5$) входного сигнала $x(n)$ при движении вдоль частотно-модулированного колебания с шагом в один такт. Подмножество $Y_\varepsilon{}^0$ сформировано из соответствующих 40000 реализаций (длины $N = 5$) выходного случайного сигнала $\omega^0(n)$ детектора при движении вдоль данного сигнала с шагом в один такт.

Математическая модель детектора, построена на основе метода Эйкхоффа, имеет вид полинома Вольтерры второй степени:

$$\omega(n) = h_0 + \sum_{m_1=0}^{4} \sum_{m_2=m_1}^{4} h_2(m_1, m_2)\,x(n-m_1)\,x(n-m_2),$$

где $h_0 = -0.8123,\ h_2(0,0) = -0.0386,\ h_2(0,1) = 0.1444,\ \mathrm{h}_2(0,2) = 0.1544,$
$h_2(0,3) = -0.0419,\ h_2(0,4) = -0.3732,\ h_2(1,1) = -0.4756;\ h_2(1,2) = 0.5327,$
$h_2(1,3) = -0.2067,\ h_2(1,4) = 0.8852,\ h_2(2,2) = 0.0138,\ h_2(2,3) = -0.3926,$
$h_2(2,4) = -2.0827,\ h_2(3,3) = 1.7594,\ h_2(3,4) = 0.1454,\ h_2(4,4) = -0.0388.$

Результат детектирования показан на рис. 2, где вместо дискретных отсчетов изображены огибающие сигналов.

На рис. 2 представлена последовательность (кривая 1) реализаций нормированных модулирующего колебания

$$y_n{}^0(\mathrm{n}) = \omega_n{}^0(\mathrm{n}) = \omega^0(\mathrm{n}) / \max_{\omega_q{}^0(\mathrm{n}) \in \mathrm{Y}_\varepsilon{}^0} \max_{nT \in [0;1/\mathrm{f}_1]} \left|\omega_q{}^0(\mathrm{n})\right|,$$

и соответствующая (пунктир 2) последовательность реализации нормированного выходного сигнала

$$y_H(\mathrm{n}) = \omega_H(\mathrm{n}) = \omega(\mathrm{n}) / \max_{\omega_q{}^0(\mathrm{n}) \in \mathrm{Y}_\varepsilon{}^0} \max_{nT \in [0;1/\mathrm{f}_1]} \left|\omega_q{}^0(\mathrm{n})\right|.$$

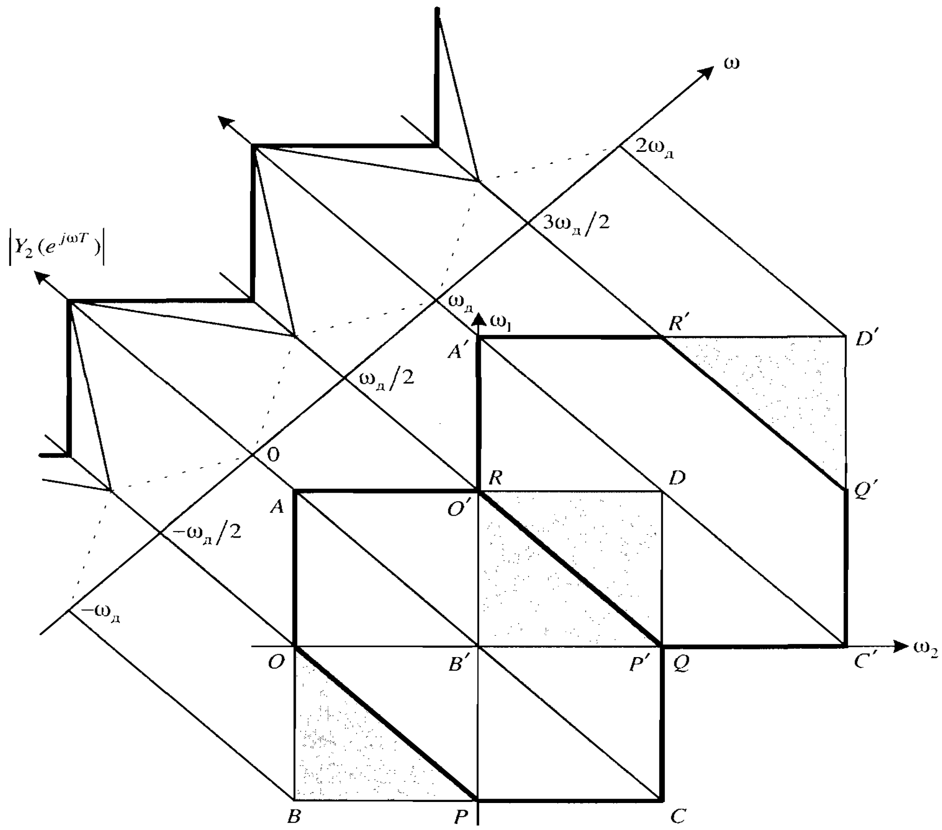

Рис. 2 – Формирование амплитудного спектра реакции подсистемы 2-го порядка.

На рис. 3 изображен график абсолютной погрешности детектирования

$$|\varepsilon(\mathrm{n})| = |\omega_n{}^0(\mathrm{n}) - \omega_H(\mathrm{n})|.$$

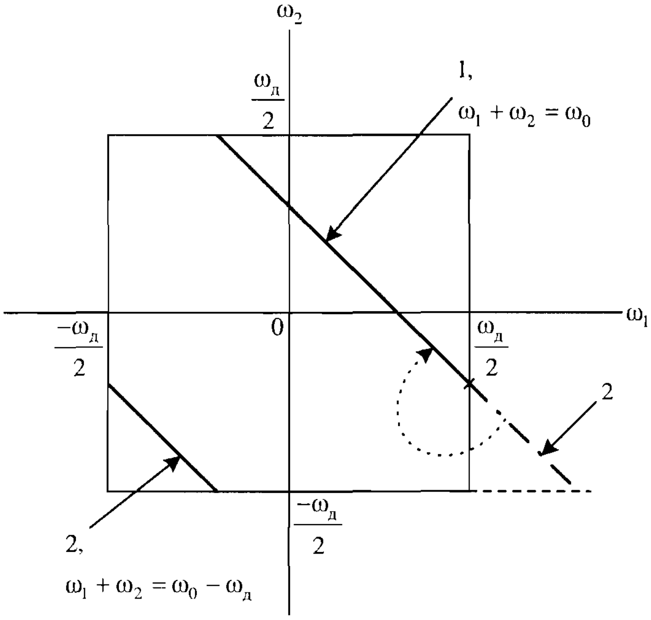

Рис. 3 – Результат наложения спектров реакции подсистемы 2-го порядка.

Выводы. В результате исследований приведен анализ условий сходимости рядов и функциональных полиномов Вольтерры при обработке нелинейных дискретных сигналов и систем с использованием многомерных последовательностей.

Список литературы

1. *Башарин С.А., Соловьева Е.Б.* Моделирование и анализ нелинейных электричесских цепей: Учеб. пособие. – СПб.: СПбГЭТУ, 1999.

2. *Данилов Л. В.* Ряды Вольтерры – Пикара в теории нелинейных электрических цепей. – М.: Радио и связь, 1987,

3. *Данилов Л.В., Матханов П.Н., Филиппов Е.С.* Теория нелинейных электрических цепей. – Л.: Энергоатомиздат, 1990.

4. *Пупков П.А., Капалин В.И. Ющенко А.С.* Функциональные ряды в теории нелинейных систем. – М.: Наука, 1976,

5. *Ланнэ А.А.* Нелинейные динамические системы: синтез, оптимизация. Идентификация. – Л.: ВАС, 1985.

6. *Цыпкин Я.З.* Информационная теория идентификации. – М.: Наука, 1995.

Нелінійна обробка цифрових сигналів гідрометеорологічної інформації на основі функціональних рядів і поліномів Вольтерри. Лімонов О.С., Перелигін Б.В., Пустовіт Т.М., Лімонов О.О.

В статті досліджуються можливість нелінійної обробки цифрових сигналів гідрометеорологічної інформації на основі функціональних рядів і поліномів Вольтерри.

Ключові слова: *нелінійна обробка, цифрова інформація, ряд, поліном, Вольтерри .*

Hydrometeorological data nonlinear processing on functional rows and polynoms of Volterra base are researched. Limonov A.S., Perelygin B.V., Pustovit T.M., Limonov A.A.

In article abilities of nonlinear processing signals of hydrometeorology data on functional rows and polynoms of Volterra base are researched.

Key words: *nonlinear processing, data, row, polynom, Volterra.*