МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ЗБІРНИК МЕТОДИЧНИХ ВКАЗІВОК

Для практичних робіт з навчальної дисципліни

«СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ В БІОЛОГІЧНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ»

для студентів денної та заочної форм навчання
РВО «бакалавр»
спеціальності 207 «Водні біоресурси та аквакультура»
ОПП «Охорона, відтворення та раціональне використання гідробіоресурсів»

(частина ІІ)

Затверджено
на засіданні групи забезпечення спеціальності
Протокол №_______від «____»_____2024р.
Голова групи____________Шекк П.В.

Затверджено
на засіданні кафедри Водних біоресурсів та аквакультури
Протокол №_______від «____»_____2024р.
Завідувач кафедри__________Бургаз М.І.

Одеса 2024

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ЗБІРНИК МЕТОДИЧНИХ ВКАЗІВОК

Для практичних робіт з навчальної дисципліни

«СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ В БІОЛОГІЧНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ»

для студентів денної та заочної форм навчання
РВО «бакалавр»
спеціальності 207 «Водні біоресурси та аквакультура»
ОПП «Охорона, відтворення та раціональне використання гідробіоресурсів»

(частина ІІ)

Затверджено
на засіданні групи
забезпечення спеціальності
Протокол № _______
від «____»______2024р.

Одеса 2024

Збірник методичних вказівок для практичних робіт з навчальної дисципліни «Статистичні методи в біологічних дослідженнях» для студентів IV-V років навчання денної та заочної форм навчання, РВО «Бакалавр», за спеціальністю 207 «Водні біоресурси та аквакультура», рівень вищої освіти бакалавр./ Бургаз М.І., Бургаз О.А. – Одеса, ОДЕКУ, 2024, 32 с.

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА

Збірник методичних вказівок для практичних занять з навчальної дисципліни «Статистичні методи досліджень в біології» за спеціальністю 207 «Водні біоресурси та аквакультура» призначені для студентів IV-V років навчання денної та заочної форм навчання рівня вищої освіти «Бакалавр», а також для самостійної роботи студентів, включаючи збір польового матеріалу, його обробку і підготовку курсових та кваліфікаційних робіт.

Метою вивчення дисципліни «Статистичні методи досліджень в біології» є забезпечення студентів теоретичними та практичними знаннями щодо обробки та аналізу рядів вимірювань і спостережень, які використовуються у рибному господарстві Правильний вибір статистичних методів необхідний для ефективного аналізу результатів біологічних досліджень.

Засвоєння теоретичних і практичних знань, набуття вмінь та навичок в області статистичного аналізу даних, пізнання законів теорії ймовірностей і математичної статистики, ознайомлення з методами комп'ютерного аналізу даних і є основною метою вивчення дисципліни.

Освоєння дисципліни «Статистичні методи досліджень в біології» спрямовано формування знань про основи біостатистики; термінологію біологічної статистики; методи обробки, аналізу і синтезу польової, виробничої і лабораторної біологічної інформації; методи, що дозволяють виявляти кількісні закономірності в біологічних системах; закони розподілу випадкової величини: біноміальний закон, закон Пуассона, рівномірний розподіл на заданому інтервалі та нормальний розподіл; основні алгоритми розрахунку статистичних показників.

Після вивчення дисципліни студенти отримують наступні вміння: на належному науково-методичному рівні організовувати статистичне спостереження за процесами і явищами при організації наукового дослідження; використовуючи закони розподілу випадкової величини, обчислювати її числові характеристики; проводити первинну статистичну обробку результатів спостереження в тому числі їх зведення та групування; проводити аналіз варіації, будувати ряди розподілу та давати характеристику форми розподілу; використовувати основні елементи теорії ймовірностей на практиці при вирішенні конкретних задач; проводити статистичну обробку результатів вимірювань з використанням пакетів програм Excel, Statistica, GraphPad, SPSS тощо; обчислювати математичне сподівання, дисперсію та середньоквадратичне відхилення випадкової величини, розуміючи їх математичний зміст.

У силлабусі дисципліни «Статистичні методи досліджень в біології» наведені змістовні лекційні та практичні модулі, контрольні питання для захисту практичних робіт та критерії оцінювання. Ознайомитись з силлабусом можна за посиланням http://eprints.library.odeku.edu.ua/id/eprint/9955

Практична робота № 1
СТАТИСТИЧНІ КРИТЕРІЇ

Мета роботи: навчитись оцінювати асиметрію та ексцес, правило трьох сигм.

Матеріали та обладнання: методичні рекомендації, навчальна література, дані статистичних величин та розрахунків з практичних робіт тем 5, 6 (методичні вказівки частина 1), таблиці, калькулятори.

Теоретичні питання

Вибіркові характеристики – середня величина і показники варіації – не містять інформації про закон розподілу генеральної сукупності, з якої взята вибірка. Важко судити про закон розподілу і за емпіричною варіаційної кривої, оскільки на ній позначається вплив численних випадкових причин. Між тим знання закону розподілу важливо: воно гарантує від можливих помилок в оцінці генеральних параметрів на основі вибіркових показників.

Багато біологічні ознаки розподіляються нормально. Нерідко, однак, емпіричні ряди розподілу відхиляються більш-менш помітно від нормальної кривої. Ці відхилення можуть бути різними, виявляючи в одних випадках *асиметрію*, в інших – *ексцес*, а іноді й те й інше одночасно.

Асиметрія ряду виражається графічно у вигляді скошеної варіаційної кривої, вершина якої може бути зрушена від центру розподілу або вліво, або вправо. Асиметрію називають правобічною чи додатною, якщо вершина кривої перемістити вліво від центру розподілу; вона більш полога, сильно розтягнута по осі абсцис (рис. 1.1). При лівосторонній, або від'ємній, асиметрії, навпаки, вершина кривої зрушена вправо від центру розподілу, а її полога частина знаходиться на лівій стороні (рис. 1.2).

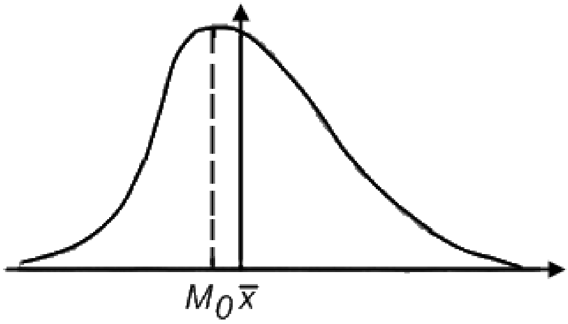


Рис. 1.1 – Асиметрична крива (додатна асиметрія)

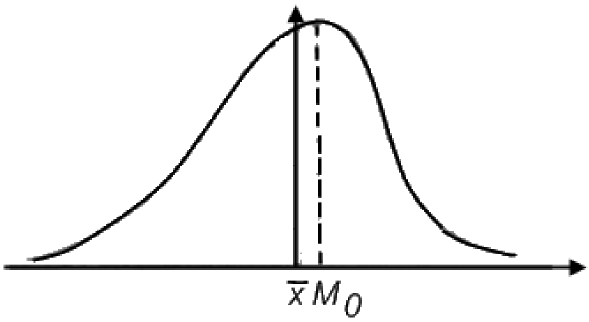


Рис.1.2 – Асиметрична крива (від'ємна асиметрія)

Поряд з асиметричними зустрічаються гостро- і плосковершинні криві розподілу. Островершинним викликається надмірним накопиченням чисельності варіант у центрі варіаційного ряду, внаслідок чого вершина кривої різко піднімається (рис. 1.3). Крім одновершинної зустрічаються дво- і багатовершінні емпіричні криві.

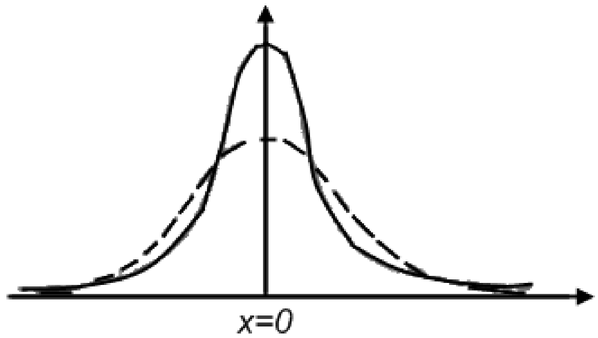


Рис. 1.3 – Крутовершинний розподіл (додатний ексцес)

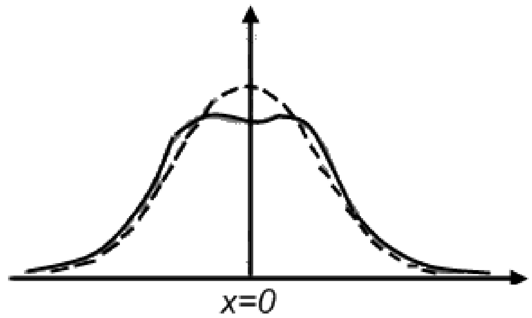


Рис. 1.4 – Плосковершинний розподіл (від'ємний ексцес)

Якщо при збільшенні обсягу вибірки плосковершинна крива стає двумодальною, говорять про наявність у такого розподілу від'ємного ексцесу (рис. 1.4).

Асиметрія і ексцес емпіричних розподілів можуть виникнути як наслідок систематично діючих на ознаку (визначених), так і внаслідок випадкових (невизначених) причин. Звідси виникає необхідність у кожному випадку встановлювати, випадкові або не випадкові відхилення емпіричних розподілів від нормальної кривої Наближено оцінювати нормальність розподілу дозволяють центральні моменти третього і четвертого порядків, що використовуються для вимірювання асиметрії та ексцесу. **Показник асиметрії**, що позначається символом As , представляє **центральний момент третього порядку**, віднесений до куба середнього квадратичного відхилення: $As = \mu_3 / \sigma_x^3$, а його оцінкою служить наступна величина:

$$As = \frac{\sum_{i=1}^{k} p_i (x_i - \overline{x})^3}{n S_x^3}$$

При строго симетричних розподілах сума третього ступенів відхилень варіант (x_i) від середньої арифметичної ($\overline{x}$) дорівнює нулю. При наявності ж скошенності розподілу, цей показник буде мати або позитивну, або негативну величину, яка і служить мірою асиметрії. При правобічної асиметрії будуть переважати куби відхилень з позитивним знаком, а при лівобічної асиметрії – з від'ємним. Звідси і коефіцієнт асиметрії буде мати додатний або негативний знак. При відсутності асиметрії $As = 0$.

Показник ексцесу, що позначається символом Ex, виражається формулою $Ex = \mu_4 / \sigma_x^4 - 3$, а його оцінкою служить наступна величина.

$$Ex = \frac{\sum_{i=1}^{k} p_i (x_i - \overline{x})^4}{n S_x^4} - 3$$

При відсутності ексцесу $Ex = 0$. Якщо ексцес додатний, то цей показник набуває додатний знак будь-яку величину, так як теоретично нічим не обмежений. При плосковершинні коефіцієнт Ex має негативний знак; гранична величина відємного ексцесу дорівнює – 2.

Як і інші оцінки генеральних параметрів, показники асиметрії та ексцесу є величинами випадковими і супроводжуються помилками репрезентативності, які визначаються за наступними наближеним формулами:

$$S_{As} = \sqrt{\frac{6}{n+3}}\ , \qquad S_{Ex} = \sqrt{\frac{24}{n+5}} = 2\sqrt{\frac{6}{n+5}}$$

Пояснення до завдань

Відхилення розподілів фактичних даних від нормального типу характеризується основними моментами - r_3, r_4, які показують асиметричність коефіцієнта асиметрії - A і крутість коефіцієнт ексцесів розподілів - E:

$$A = r_3 = \mu_3 / (\sqrt{\mu_2})^3;$$

$$E = r_4 - 3 = \mu_4 / (\mu_2)^2 - 3$$

або

$$A = \sum f(x_i - X)^3 / n \cdot \sigma^3 ;$$

$$E = \sum f(x_i - X)^4 / n \cdot \sigma^4 - 3$$

Помилка показника асиметрії проводиться за такою формулою: $m_A = \sqrt{6/N}$.

Помилка показника ексцесу дорівнює подвійній помилці показника асиметрії. Оцінку достовірності асиметрії та ексцесу проводять за формулами: $t = A / m_a \geq 3$ і $t = E / m_e \geq 3$

Хід роботи

Завдання 1. Здійснити розрахунок середніх величин, нормованих відхилень за даними по довжині риб (см) 60 екземплярів:

12 10 14 14 13 12 12 12 15 13 11 12 12 14 12
12 13 14 11 13 14 12 13 12 12 14 12 14 13 13
12 13 12 12 13 12 11 11 12 13 14 12 14 12 14
10 11 10 11 15 11 16 11 16 11 11 11 12 15 14

Застосувати прямий спосіб через центральні відхилення за таблицею

x_i	рознесення	f_i	f_{xi}	$x_i - X$	$f(x_i - X)$	$f(x_i - X)^2$	$f(x_i - X)^3$	$f(x_i - X)^4$	t	f/n %
			$\sum f_{xi} =$			$\sum \ =$	$\sum \ =$	$\sum \ =$		

Завдання 2. Побудувати полігон розподілу, відзначивши моду, медіану та середнє арифметичне на графіку. Зробити висновок про характер розподілу ознаки, що вивчається.

Завдання 3. Для підтвердження правила трьох сигм побудувати криву нормального розподілу, відзначивши осі абсцис – нормовані відхилення, на осі ординат – відносні частоти у відсотках.

Завдання 4. Розрахувати коефіцієнти асиметрії та ексцесу, надавши їм оцінку достовірності.

Завдання 5. Визначити частку варіанта під кривою нормального розподілу, використовуючи таблицю 1.1 (Рокіцький), в межах:

а) від 0 до +2,15σ ; б) від -1,09σ до -0,08σ ; в) за межами ±2,31σ г) від X до 2,34σ ; д) між ±1,98σ .

Таблиця 1.1 - Таблиця ймовірностей при нормальному розподілі.
Частки площі під нормальною кривою в межах от $-t$ до $+t$

t	**Соті долі *t***									
	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
0,0	0000	0080	0160	0239	0319	0399	0478	0558	0638	0717
0,1	0797	0876	0955	1034	1113	1192	1271	1350	1428	1507

t	**Соті долі *t***									
	0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
0,2	1585	1663	1741	1819	1897	1974	2051	2128	2205	2282
0,3	2358	2434	2510	2586	2661	2737	2812	2886	2961	3035
0,4	3108	3182	3255	3328	3401	3473	3545	3616	3688	3759
0,5	3829	3899	3969	4039	4108	4177	4245	4313	4381	4448
0,6	4515	4581	4647	4713	4778	4843	4907	4971	5035	5098
0,7	5161	5223	5285	5346	5407	5467	5527	5587	5646	5705
0,8	5763	5821	5878	5935	5991	6047	6102	6157	6211	6265
0,9	6319	6372	6424	6476	6528	6579	6629	6680	6729	6778
1,0	6827	6875	6923	6970	7017	7063	7109	7154	7199	7243
1,1	7287	7330	7373	7415	7457	7499	7540	7580	7620	7860
1,2	7699	7737	7775	7813	7850	7887	7923	7959	7995	8029
1,3	8064	8098	8132	8165	8198	8230	8262	8293	8324	8355
1,4	8385	8415	8444	8473	8501	8529	8557	8584	8611	8638
1,5	8664	8690	8715	8740	8764	8789	8812	8836	8859	8882
1,6	8904	8926	8948	8969	8990	9011	9031	9051	9070	9090
1,7	9109	9127	9146	9164	9181	9199	9216	9233	9249	9265
1,8	9281	9297	9312	9327	9342	9353	9371	9385	9399	9412
1,9	9426	9439	9451	9464	9476	9488	9500	9512	9523	9534
2,0	9545	9556	9566	9576	9586	9596	9606	9616	9625	9634
2,1	9643	9651	9660	9668	9676	9684	9692	9700	9707	9715
2,2	9722	9729	9736	9743	9749	9756	9762	9768	9774	9780
2,3	9786	9791	9797	9802	9807	9812	9817	9822	9827	9832
2,4	9836	9840	9845	9849	9853	9857	9861	9865	9869	9872
2,5	9876	9879	9883	9886	9889	9892	9895	9898	9901	9904
2,6	9907	9909	9912	9915	9917	9920	9922	9924	9926	9929
2,7	9931	9933	9935	9937	9939	9940	9942	9944	9946	9947
2,8	9949	9960	9952	9953	9955	9956	9958	9959	9960	9961
2,9	9963	9964	9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972
3,0	9973	9981	9986	9990	9993	9995	9997	9998	9999	9999

Питання для самоперевірки

1 Як здійснити розрахунок нормального розподілу?

2 Як визначається тип кривої з допомогою критерію Пірсона?

3 З якою метою застосовуються статистичні критерії?

Практична робота № 2
ОДНОФАКТОРНИЙ ДИСПЕРСІЙНИЙ АНАЛІЗ

Мета роботи: навчитись визначати значення відмінності ознаки біологічного об'єкта методом однофакторного дисперсійного аналізу

Матеріали та обладнання: методичні рекомендації, навчальна література, таблиці, калькулятори.

Теоретичні питання

Призначення дисперсійного аналізу. Нульова гіпотеза під час дисперсійного аналізу. Розрахунок внутрішньо- та міжгрупової дисперсій при однофакторному аналізі з рівномірним дисперсійним комплексом. F-критерій Фішера. Визначення внутрішньо- та міжгрупового числаступенів свободи. Однофакторний дисперсійний аналіз повторних вимірів.

Допущення дисперсійного аналізу. Перевірка нормальності розподілу даних: візуальний аналіз гістограми розподілу, використання нормального ймовірнісного паперу, тест Колмогорова-Смирнова.

Пояснення до завдань

Дисперсійний чи варіанський аналіз (analysis of variance) передбачає встановлення ролі окремих чинників у мінливості тієї чи іншої ознаки, у якому загальна дисперсія як кількісних, і якісних ознак розкладається на окремі складові. У ознак, що вивчаються, в експерименті є не одне, а кілька значень, які називають градаціями або рівнями фактора *A*. Число спостережень (варіант) у кожній групі позначається як «*n*».

Схема позначення членів варіаційного ряду при однофакторному дисперсійному аналізі

Число градацій фактора А	Повторності, x_i / x_i^2			n	$\sum x_i$ / $\sum x_i^2$	$\frac{(\sum x_i)^2}{n}$
	1	2	3			
Контроль						
Суміш 1						
Суміш 2						
				$\sum n = N$	$\sum\sum x_i$ /$\sum\sum x_i^2$	$\sum =$

Розрізняють 3 типи варіювання:

а) σ_y^2 - загальне варіювання варіант, незалежно від того, в якій групі вони знаходяться, навколо загальної середньої $\bar{x}$;

б) $\sigma_x{}^2$ - варіювання середніх кожного рівня даного фактора, що вивчається, навколо загальної середньої $\overline{x}$;

в) $\sigma_z{}^2$ - варіювання варіант усередині кожної групи навколо кожної групової середньої $\overline{x}$ і (так звана залишкова).

Між ними існує співвідношення: $\sigma_y{}^2 = \sigma_x{}^2 + \sigma_z{}^2$

Для кожного типу варіювання обчислюються суми квадратів відхилень за такими формулами:

Загальна сума квадратів: $C_y = \sum(\sum X^2 - \frac{(\sum\sum X)^2}{N})$

Сума квадратів для групових середніх (факторальна):

$$C_x = \sum((\sum X)^2 / n - \frac{(\sum\sum X)^2}{N})$$

Сума квадратів для внутрішньогрупова (випадкова):

$$C_x = \sum\sum x^2 - \frac{(\sum\sum X)^2}{N},$$

де $\sum x_i$ для кожної групи (рівня фактора *A*);n_i - кількість спостережень у кожній групі;

N - загальна кількість варіант.

r – число рівнів (градацій) фактора.

При розподілі сум квадратів, що позначаються, на число ступенів свободи виходять середні квадрати (варіанси) - σ^2, що безпосередньо вимірюють сумарну варіацію.

Оцінка дисперсії кожної з груп пов'язана зі ступенем свободи, при цьому необхідно враховувати більшу варіанту (наприклад, якщо $\sigma_x{}^2 \geq \sigma_z{}^2$, то за $df_1 = df_x = r - 1$. $df_2 = df_z = N - r$. Далі проводиться перевірка гіпотези $H_0 : \overline{X}_1 = \overline{X}_2 = ... = \overline{X}_k$, тобто твердження, що всі групові середні не залежать від впливу фактору А. Якщо вірна H_0, то міжгрупова дисперсія (в генеральній сукупності) повинння дорівнюввати внутрішньогруповій, тобто $H_0 : \sigma_м{}^2 = \sigma_b{}^2$. При цьому обчислене значення *F* менше табличного при рівні значимості *a*. Отже, гіпотезу про відсутність впливу фактора *A* не відхиляють.

Хід роботи

Завдання 1. Провести дисперсійний аналіз за запропонованою схемою.

Задача. Вивчали відсоток гемоглобіну у крові риб різних видів. Чи впливає вид риби на % гемоглобіну%:

Вид риби	повторюваності			
	87	92	86	91
	91	90	88	89
	85	82	85	86
	82	82	85	84

Завдання 2. Провести дисперсійний аналіз за запропонованою схемою.

Задача. При годуванні різних видів риб отримано дані про середні прирости маси тіла. Чи впливає стать на мінливість маси тіла?

Стать	повторюваності
Самки	36,9 36,8 37,0 36,6
самці	36,7 36,7 36,8 36,6

Питання для самоперевірки

1 У чому полягає суть методу дисперсійного аналізу?

2 Як проводиться оцінка варіювання при дисперсійному аналізі?

Практична робота № 3
ПРИПУЩЕННЯ ДИСПЕРСІЙНОГО АНАЛІЗУ

Мета роботи: навчитись визначати відповідності розрахункових та фактичних кривих розподілів діаметрів та висот за критерієм Колмогорова – Смирнова та Пірсона.

Матеріали та обладнання: методичні рекомендації, навчальна література, дані вимірів статистичних величин та розрахунків, калькулятори.

Теоретичні питання

Критерій Колмогорова (також відомий, як критерій узгодження Колмогорова–Смірнова) є одним з основних і найбільш широко використовуваних непараметричних методів у силу своєї достатньої чутливості до розходжень у досліджуваних розподілах.

Критерій Колмогорова–Смірнова призначений для зіставлення:

• емпіричного розподілу з теоретичним розподілом;

• одного емпіричного розподілу з іншим.

Критерій дозволяє знайти точку, у якій сума накопичених розбіжностей між двома розподілами є найбільшою, і оцінити вірогідність цієї розбіжності.

Обмеження для коректного застосування критерію:

1. Вибірка досить велика (більше 50 спостережень).
2. Класи інтервалів повинні бути впорядковані по зростанню або убуванню деякої ознаки. Вони обов'язково повинні відображати її направлену зміну.

Вважаємо, що експериментальний розподіл описується емпіричною функцією розподілу $F_n(x)$, а теоретичний розподіл, який висунуто відповідно до певної гіпотези для опису ЕД, характеризується функцією розподілу $F(x)$. За міру розбіжності між теоретичним і статистичним розподілами взяте максимальне значення модуля різниці між емпіричною функцією розподілу $F_n(x)$ і відповідною теоретичною функцією розподілу $F(x)$

$$D_n = \max\left|F_n(x) - F(x)\right|$$

Аргументами зручності в застосуванні цього критерію є простота обчислення величини D_n, а також те, що її розподіл має досить простий вид. А.М.Колмогоров довів, що, яка б не була функція розподілу $F(x)$ неперервної випадкової величини X, при обмеженні збільшення числа незалежних спостережень n ймовірність нерівності $D_n\sqrt{n} \geq \lambda$ прямує до границі

$$P(\lambda) = 1 - \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k e^{-2k^2\lambda^2}, \quad (23)$$

що характеризує ймовірність того, що, якщо випадкова величина X дійсно розподілена за законом $F(x)$, через чисто випадкові причини максимальна розбіжність між $F_n(x)$ і $F(x)$ буде не меншою, чим фактично спостережувана. Значення ймовірності $P(\lambda)$ наведено в додатку 5.

Схема застосування критерію Колмогорова:

- побудова емпіричної функції розподілу $F_n(x)$;
- побудова теоретичної функції розподілу $F(x)$;
- знаходження максимуму D_n модуля різниці між ними за формулою (22) і визначення величини $\lambda = D_n\sqrt{n}$;
- знаходження ймовірності $P(\lambda)$ (додаток 5):
- якщо ця ймовірність дуже мала (менше рівня значущості), гіпотезу про розподіл випадкової величини за запропонованим законом варто відхилити;
- у випадку досить великих значень $P(\lambda)$ (більших рівня значущості) гіпотеза про запропонований закон розподілу випадкової величини X визнається не суперечною експерименту. Розбіжності між $F_n(x)$ і $F(x)$ вважаються несуттєвими і можуть бути пояснені випадковими факторами.

Критерій Колмогорова простіше критерію χ^2 Пірсона , тому його охоче застосовують на практиці. Однак, цей критерій можна застосовувати тільки у випадку, коли гіпотетичний розподіл $F(x)$ разом з усіма параметрами, що в нього входять. Такий випадок порівняно нечасто зустрічається на практиці. Звичайно з теоретичних міркувань відомо тільки загальний вид функції $F(x)$, а числові параметри, що входять у неї, визначаються за ЕД. При застосуванні критерію Пірсона ця обставина враховується відповідним зменшенням числа степенів вільності розподілу χ^2. Критерій Колмогорова такого узгодження не передбачає.

Пояснення до завдань

Критерій узгодженості Колмогорова-Смирнова. Одне з найпростіших і зручних у порівнянні емпіричних сукупностей великого обсягу – критерій, запропонований А.Н. Колмогоровим та Н.В. Смирновим. Цей непараметричний показник, що позначається грецькою буквою λ (лямбда), являє собою максимальну різницю ($d_{\max}$) між значеннями накопичених частот емпіричного та обчисленого рядів (без урахування знаків d), віднесену до кореня квадратного із суми всіх варіант сукупності:

$$\lambda = \frac{d_{\max}}{\sqrt{n}}$$

Умовою застосування критерію «лямбда» є достатня кількість (не менше 100) спостережень.

Граничні значення критерію лямбда, що відповідають трьом рівням довірчої ймовірності – P_1= 0,95, P_2= 0,99 та P_3 = 0,999 – відповідно дорівнюють 1,36, 1,63 та 1,95.

Розрахунок критерію «лямбда» показаний з прикладу розподілу висот у 40-річному сосняку.

Приклад розрахунку критерію Колмогорова-Смирнова

Серединні значеня класів (x)	Емпіричні частоти (p)	Теоретично розраховані частоти (округлені, p')	Накопичені частоти		$p - p' = d$
			p	p'	
8,8	1	1	1	1	0
9,3	2	2	3	3	0
9,8	3	4	6	7	1
10,3	7	8	13	15	2
10,8	10	12	23	27	4
11,3	16	15	39	42	3
11,8	16	16	55	58	3
12,3	17	15	72	73	1
12,8	12	12	84	85	1
13,3	7	8	91	93	2
13,8	4	4	95	97	2

Серединні значеня класів (x)	Емпіричні частоти (p)	Теоретично розраховані частоти (округлені, p')	Накопичені частоти		$p - p' = d$
			p	p'	
14,3	3	2	98	99	1
14,8	2	1	100	100	0
Сумма	100	100	-	-	-

Розрахунок необхідних значень показаний у таблиці.

Максимальне значення різниці $p - p' = 4$, звідки $\lambda = \frac{4}{\sqrt{100}} = 0,4$. Отримана величина значно менше граничного значення лямбда (1,36) для P = 0,05. Отже, розбіжності між емпіричними та обчисленими частотами симетричного розподілу лежать у межах випадкових коливань, вони не є достовірними. На цій підставі розподіл висот у дослідженому деревостої можна вважати нормальним.

Критерій узгодженості Пірсона. Критерії відмінності, з яких можна порівняти статистичні сукупності, поділяються на дві групи: параметричні і непараметричні. До першої групи належать критерії, для застосування яких необхідно обчислити середню арифметичну сигму або помилки параметрів (критерій Стьюдента, Фішера).

Непараметричні критерії не вимагають для застосування обчислення названих показників, що спрощує процес порівняння сукупностей. Критерій узгодженості Пірсона (або χ^2), критерій Колмогорова (або лямбда λ) відносяться до непараметричних критеріїв.

Оцінка близькості, узгодженості у розподілі частот, обчислених для будь-якого типу розподілів та отриманих за фактичним даним проводиться з допомогою критерію Пірсона. Він може бути застосований як для порівняння двох варіаційних рядів, так і для встановлення правильності вибору теоретичного розподілу. Він розраховується за такою формулою:

$$\chi^2 = \frac{1}{K-1} \sum \frac{(n-n')^2}{n^1},$$

де χ^2 – критерій Пірсона;

K – кількість класів, включаючи додані під час проведення розрахунків;

n – частота фактична;
n' - частота розрахункова.

Якщо критерій узгодженості дорівнює або більше 2, то розбіжність порівнюваних рядів вважається суттєвим, і якщо менше 2, - розбіжність несуттєва. Найточніша оцінка значимості коефіцієнта проводиться за спеціальними таблицями.

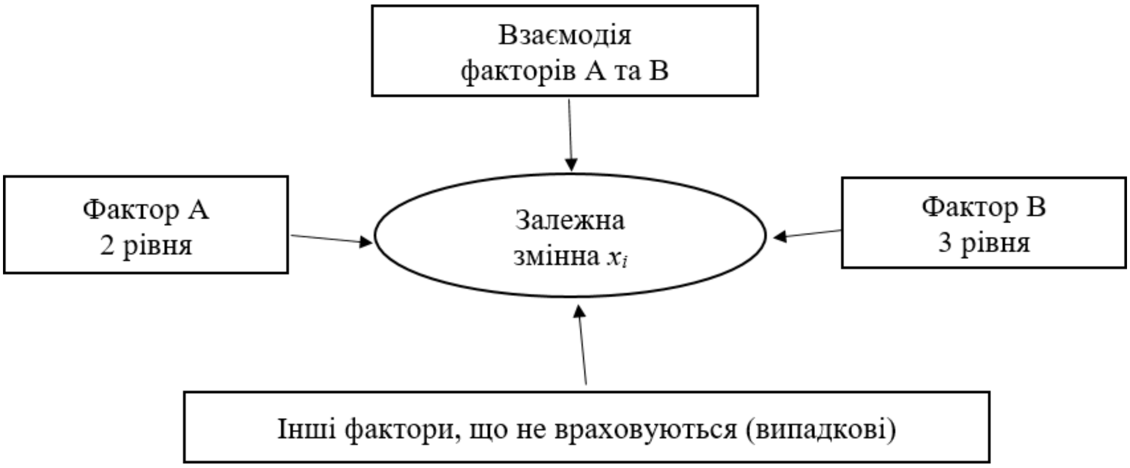
Розрахунок критерію узгодженості Пірсона оформляється в вигляді таблиці.

Приклад розрахунку критерію узгодженості Пірсона

X	n	n'	$n-n^1$	$(n-n^1)^2$	$(n-n^1)^2/n'$
63	0	1	-1	1	1
77	4	3	1	1	0,33
91	6	8	-2	4	0,50
105	15	16	-1	1	0,06
119	27	21	6	36	1,71
133	16	19	-3	9	0,47
147	10	12	-2	4	0,33
161	5	4	1	1	0,25
175	0	1	-1	1	1
189	2	1	1	1	1
203	0	1	-1	1	1
	Σ 85	Σ 87			Σ 4,65
χ^2 = (1/ 11-1) *x* 4,65 = 0,465					

Хід роботи

Задание. Знайти критерій узгодженості та провести двофакторний аналіз за схемою:



Розрахунки зробити за формулами:

Двофакторна дисперсійна модель має вигляд:

$$xijk = \mu + Fi + Gi + Iij + \varepsilon ijk\,,$$

де $xijk$ - значення спостереження в осередку ij з номером *k*;

μ - загальна середня;

Fi – ефект, обумовлений впливом *i*-го рівня фактора А;

Gj - ефект, обумовлений впливом *j*-го рівня фактора В;

Iij – ефект, зумовлений взаємодією двох факторів, тобто відхилення від середньої за спостереженнями в осередку *ij* від суми перших трьох доданків;

εijk - обурення, обумовлене варіацією змінної всередині окремого осередку.

Передбачається, що *εijk* має нормальний закон розподілу *N*(0; с2), проте математичні очікування *F*,G*, Ii*, I*j* дорівнюють нулю.

Групові середні перебувають за формулами:

$$\text{в ячейці: } \overline{x}ij* = \frac{\sum_{k=1}^{n} xijk}{n}$$

по стовпцю:

$$\bar{x}_{*j*} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \bar{x}_{ij*}}{m}$$

по рядку:

$$\bar{x}_{i**} = \frac{\sum_{j=1}^{l} \bar{x}_{ij*}}{l}$$

загальна середня:

$$\bar{x}_{***} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{l} \bar{x}_{ij*}}{ml}$$

Таблиця - Базова таблиця дисперсійного аналізу

Компоненти дисперсії	**Сума квадратів**	**Число степеней вільності, *U***	**Середні квадрати**
Міжгрупова (фактор А)	$Q_1 = ln \sum_{i=1}^{m} \left(\bar{x}_{i**} - \bar{x}_{***}\right)^2$	$m-1$	$S_1^2 = \frac{Q_1}{m-1}$
Міжгрупова (фактор В)	$Q_2 = mn \sum_{j=1}^{l} \left(\bar{x}_{*j*} - \bar{x}_{***}\right)^2$	$l-1$	$S_2^2 = \frac{Q_2}{l-1}$
Взаємодія	$Q_3 = n \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{l} \left(\bar{x}_{ij*} - \bar{x}_{i**} - \bar{x}_{*j*} + \bar{x}_{***}\right.$	$(m-1)(l-1)$	$S_3^2 = \frac{Q_3}{(m-1)(l-1)}$
Залишкова	$Q_4 = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{l} \sum_{k=1}^{n} \left(x_{ijk} - \bar{x}_{ij*}\right)^2$	$mln-ml$	$S_4^2 = \frac{Q_4}{mln-ml}$
Загальна	$Q = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{l} \sum_{k=1}^{n} \left(x_{ijk} - \bar{x}_{***}\right)^2$	$mln-1$	

Завдання. Проводилися досліди з удобрення коропових ставків негашеним вапном (600 кг/га) та суперфосфатом (72,8 кг/га), а також їх сумішшю. Четвертий став у кожному блоці не удобрювався. Отже, у четвертому ставку продуктивність становила: 58 84 39; при застосування фосфатів 72 72 64; при застосуванні вапна 49 55 48; при змішуванні 74 74 85. Чи впливають *Ca, P* та їх суміші на продуктивність ставка.

Питання для самоперевірки

1 Що таке параметричні та непараметричні критерії та як вони обчислюються?

2 З якою метою застосовуються статистичні критерії?

Практична робота № 4
СТАТИСТИЧНИЙ АНАЛІЗ ЧАСТОТ РОЗПОДІЛУ

Мета роботи: визначення нормальності розподілу даних за допомогою критерію χ^2

Матеріали та обладнання: методичні рекомендації, навчальна література, таблиці, калькулятори.

Теоретичні питання

z-критерій для порівняння двох вибіркових часток та умова його застосування. Аналіз таблиць сполученості за допомогою χ^2-критерію. Виправлення Йєтса на безперервність. Використання критерію 2 для визначення нормальності розподілу даних. Визначення числа ступенів свободи під час аналізу таблиць спряженості. Точний критерій Фішера.

Пояснення до завдань

При порівнянні спостережуваних та очікуваних результатів застосовуються особливі критерії оцінки, зокрема критерій хі-квадрат (χ^2). Критерій запропонований Карлом Пірсоном і є сумою відношення між квадратами різниць емпіричних і обчислених або очікуваних частот до очікуваних частот:

$$\chi^2 = \sum \frac{(p - p')^2}{p'},$$

де Σ - знак підсумовування, p –емпірична частота, p' - очікувана або теоретично обчислена частота.

Використання χ^2-тесту необхідно для того, щоб дізнатися, чи підтверджується гіпотеза експериментом, тобто, наскільки вірними є умови експерименту, чи дозволяють вони з високим ступенем достовірності підтвердити або спростувати вихідне припущення. Якби фактичні дані повністю збігалися з теоретичними, значення критерію дорівнювало б нулю. У міру збільшення різниці між цими показниками значення критерію зростатиме. Кожному значенню χ^2 відповідає певна ймовірність його появи:

Критичні значення χ^2 для трьох ступенів довірчої ймовірності.

Число степеней вільності, U	Рівень значущості			Число степеней вільності, U	Рівень значущості		
	0.95	0.99	0.999		0.95	0.99	0.999
1	3.8	6.6	10.8	26	38.9	45.6	54.1
2	6.0	9.2	13.8	27	40.1	47.0	55.5
3	7.8	11.3	16.3	28	41.3	48.3	56.9
4	9.5	13.3	18.5	29	42.6	49.6	58.3
5	11.1	15.1	20.5	30	43.8	50.9	59.7
6	12.6	16.8	22.5	32	46.2	53.5	62.4
7	14.1	18.5	24.3	34	48.6	56.0	65.2
8	15.5	20.1	26.1	36	51.0	58.6	67.9
9	16.9	21.7	27.9	38	53.4	61.1	70.7
10	18.3	23.2	29.6	40	55.8	63.7	73.4
11	19.7	24.7	31.3	42	58.1	66.2	76.1
12	21.0	26.2	32.9	44	60.5	68.7	78.7
13	22.4	27.7	34.5	46	62.8	71.2	81.4
14	23.7	29.1	36.1	48	65.2	73.7	84.0
15	25.0	30.6	37.7	50	67.5	76.2	86.7
16	26.3	32.0	39.3	55	73.3	82.3	93.2
17	27.6	33.4	40.8	60	79.1	88.4	99.6
18	28.9	34.8	42.3	65	89.8	94.4	106.0
19	30.1	36.2	43.8	70	90.5	100.4	112.3
20	31.4	37.6	45.3	75	96.2	106.4	118.5
21	32.7	38.9	46.8	80	101.9	112.3	124.8
22	33.9	40.3	48.3	85	107.5	118.2	131.0
23	35.2	41.6	49.7	90	113.1	124.1	137.1
24	36.4	43.0	51.2	95	118.7	130.0	143.3
25	37.7	44.3	52.5	100	124.3	135.8	149.4

Значення χ^2 у таблиці вказують ті границі, до яких отримані значення критерію не дають підстав сумніватися у висловленому припущенні з певним ступенем ймовірності. Значень χ^2, що перевищують табличні, вказуватимуть неспроможність гіпотези, тобто, визнання того, що різницю між фактичними і теоретичними очікуваними результатами є достовірним, значимим.

Хід роботи

Завдання. Для запропонованих прикладів зробити розрахунок критеріїв

- достовірності
- Фішера
- хі-квадрат

та оцінити їх величину.

Завдання 1. Зі 100 екземплярів захворіло 8 особин риб. Визначити рівень захворюваності в досліджуваній групі та порівняти з теоретичною 0,12. Провести аналіз: скласти діаграму захворюваності, обчислити статистичні характеристики *(p, p, mp, P, Cv),* дати оцінку достовірності (довірчий інтервал за трьох рівнів значущості; H_0; критерій Стьюдента). Зробити обґрунтований висновок.

Завдання 2. Отримано дані про розподіл коропів у рибному господарстві: самиць – 1256, самців – 1857. Чи відповідає розподіл самців та самиць співвідношенню 1:1. Провести аналіз: скласти діаграму, обчислити статистичні характеристики *(p, p,* m_p*, P, Cv),* дати оцінку достовірності (довірчий інтервал за трьох рівнів значущості; H_0; критерій Стьюдента). Зробити обґрунтований висновок.

Завдання 3. Отримано дані про розподіл самиць та самців судака: самиць – 126, самців – 250. Чи відповідає цей розподіл співвідношенню 1:1. Провести аналіз: скласти діаграму, обчислити статистичні характеристики *(p, p,* m_p*, P, Cv),* дати оцінку достовірності (довірчий інтервал за трьох рівнів значущості; H_0; критерій Стьюдента). Зробити обґрунтований висновок.

Питання для самоперевірки

1. Достовірність різниці між вибірковими середніми.
2. Достовірність відмінностей між двома дисперсіями.
3. Критерій відповідності між очікуваними та спостережуваними частотами.

Практична робота № 5
ОСНОВИ КОРЕЛЯЦІЙНОГО АНАЛІЗУ

Мета роботи: навчитись визначати просторовий коефіцієнт кореляції та оцінку його достовірності.

Матеріали та обладнання: методичні рекомендації, навчальна література, таблиці, калькулятори.

Теоретичні питання

Поняття про функціональну та кореляційну залежностях. Ступінь та напрямок кореляційної залежності. Коефіцієнт кореляції Пірсона та оцінка його статистичної значущості. Коефіцієнт рангової кореляції Спірмена.

Пояснення до завдань

Коефіцієнт кореляції. Відмінною особливістю біологічних об'єктів є різноманіття ознак, що характеризують кожен із них. Часто спостерігається зв'язок між варіаціями за різними ознаками. У найпростішому випадку зв'язок між двома змінними величинами однозначний. Наприклад, вага зразків, зроблених з того самого матеріалу, визначається їх об'ємом. Таку залежність прийнято називати **функціональною.** Для біологічних об'єктів зв'язок, зазвичай, буває менш жорстким: об'єкти з однаковим значенням однієї ознаки мають, як правило, різні значення за іншими ознаками. Такий зв'язок між варіаціями різних ознак називають **кореляцією** (дослівний переклад: співвідношення) між ознаками. Заповнюється робоча таблиця

X	$У$	X^2	y^2	$X \cdot У$
Σ	Σ	Σ	Σ	Σ

Потім обчислюється коефіцієнт кореляції, його помилка та достовірність.

При малих об'ємах вибірок (до 30-50) коефіцієнт кореляції обчислюється за такою формулою:

$$r = \frac{\sum x \cdot y - \frac{(\sum x \cdot \sum y)}{N}}{\sqrt{\left[\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{N}\right] \cdot \left[\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{N}\right]}}$$

Достовірність коефіцієнта кореляції можна оцінити за формулою $t = \left(0{,}5 \cdot \ln\left(\frac{1+r}{1-r}\right)\right) \cdot \sqrt{N-3}$, де t – критерій Стьюдента при числі степенів вільності $\nu = N - 2$. Можна застосувати метод Z, визначити критичні значення *r* за таблицею 7 (Рокіцький).

За результатами розрахунків робиться висновок про характер зв'язку:

- зв'язок між ознаками прямий ($r > 0$) або зворотний ($r < 0$);
- тіснота зв'язку близька до функціональної $r = 1{,}0$;
- $r =$ $0{,}901 - 0{,}999$ зв'язок дуже високий;
- $r =$ $0{,}701 - 0{,}900$ високий;
- $r =$ $0{,}501 - 0{,}700$ значний;
- $r =$ $0{,}301 - 0{,}500$ слабкий;
- $r =$ $0 - 0{,}300$ відсутній.

Потім визначається достовірність обчислених показників та порівнюються їх значення, отримані за способом змішаних моментів та за наведеною формулою для малої вибірки.

Хід роботи

Завдання 1. У окуня виміряно довжину голови x і довжину грудного плавця y

x 66 61 67 73 51 59 48 47 58 44 41 54 52 47 51 45
y 38 31 36 43 29 33 28 25 36 26 21 30 28 27 28 26

Обчисліть коефіцієнт кореляції та визначте його достовірність.

Питання для самоперевірки

1 Що таке коефіцієнт кореляції та як він обчислюється?

2 Метод *Z*?

3 У чому перевага числа *z* перед коефіцієнтом кореляції *r*? Чи можна переводити *r* у *Z* і назад?

4 Яка сфера застосування кореляційного аналізу в біологічних дослідженнях?

Практична робота № 6
ОСНОВИ РЕГРЕСІЙНОГО АНАЛІЗУ

Мета роботи: навчитись визначати величини коефіцієнтів рівнянь регресії шляхом найменших квадратів та його статистичної оцінки.

Матеріали та обладнання: методичні рекомендації, навчальна література, таблиці, калькулятори.

Теоретичні питання

Призначення регресійного аналізу. Загальний вигляд регресійного рівняння. Зв'язок коефіцієнта регресії з коефіцієнтом кореляції. Оцінка параметрів регресійного рівняння на вибірці за допомогою методу найменших квадратів. Статистична значимість регресії. Перевірка нульової гіпотези про рівність коефіцієнта регресії нулю. Стандартні помилки параметрів регресійного рівняння. Коефіцієнт детермінації. Аналіз залишків. Оцінка величини залишкової дисперсії за допомогою F-критерію. Знаходження довірчої області лінії регресії. Поняття про нелінійну та множинну регресійну залежність.

Пояснення до завдань

Розрахунок лінії регресії. Регресійний аналіз передбачає аналітичний вираз імовірнісного зв'язку між ознаками рівняння різного виду.

Регресійні моделі зазвичай використовують для вираження різного роду зв'язків у лісовій таксації, лісництві та інших лісових дисциплінах. Найчастіше вони застосовуються для знаходження загальної залежності за експериментальними даними. Виведене рівняння згладжує (вирівнює) отримані (експериментальні) дані. І тут зберігається головна тенденція зміни функції залежно від зміни аргументів, і усуваються випадкові відхилення.

За формою розрізняють **лінійну регресію** та **не лінійну**. За напрямком зв'язку розрізняють **пряму**, тобто зі збільшенням ознаки х збільшується ознака і **зворотню** тобто, зі збільшенням х зменшується у. Найбільш точна оцінка належності до виду зв'язку проводиться за допомогою методу найменших квадратів (МНК). При МНКmin сума квадратів відхилень емпіричних значень від теоретичних отриманих за обраним рівнянням регресії прямує до мінімуму.

Найпростішою теоретичною лінією регресії є пряма лінія, або парабола першого порядку, яка має вигляд:

$$Y' = a_0 + a_1 \cdot x$$

де Y' - теоретичні значення функції або залежної змінної; x – аргумент чи незалежна змінна; a_0, a_1, -коефіцієнти рівняння, що мають різне значення в залежності від специфіки явища, що вивчається; Y – емпіричні значення залежної змінної.

Коефіцієнти визначаються за формулами:

$$a_0 = \bar{Y} - a_1\bar{X} \qquad a_1 = \frac{\sum\left(x - \bar{X}\right)\cdot\left(y - \bar{Y}\right)}{\sum\left(x - \bar{X}\right)^2},$$

де $\bar{X}$ і $\bar{Y}$ середні арифметичні ряди аргументів (X) і функції (Y).

Хід обчислень наведено у таблиці.

x	y	$x-\bar{X}$	$\left(x-\bar{X}\right)^2$	$\left(y-\bar{Y}\right)$	$\left(x-\bar{X}\right)\cdot\left(y-\bar{Y}\right)$	$\left(y-\bar{Y}\right)^2$	Y'
Σ	Σ	Σ	Σ		Σ	Σ	

Як вихідні дані використовуються варіаційні ряди часткової сукупності або середні значення висот і діаметрів при обчисленні змішаних моментів.

Якщо відомі середньоквадратичні відхилення для рядів *x* і *y* і знайдено коефіцієнт кореляції між ними (див. обчислення змішаних моментів), то величина a_1 обчислюється за такою формулою:

$$a_1 = r_{xy}\cdot\frac{\sigma_x}{\sigma_y}$$

σ_x, σ_y - дисперсії вибіркових (або усереднених) рядів; r_{xy} - міра кореляційного взаємозв'язку.

Точки перетину з осями ординат та абсцис рівні відповідно:

$y = a_0$, $x = -\left(a_0 / a_1\right)$.

Оцінка регресійних рівнянь. Оскільки у визначенні ліній регресії беруть участь кілька параметрів, необхідно оцінити межі мінливості кожного з них.

Найбільш ймовірна область розташування лінії прямої регресії стосовно осі абсцис визначається величиною коефіцієнта a_1 і тангенсом кута, геометричним змістом якого є коефіцієнт кореляції. За відсутності регресії $r = 0$, і тоді лінія регресії у по х розташовується горизонтально по відношенню до осі абсцис, а лінія регресії х по у - вертикально. Місце їх перетину відповідає середнім значенням обох ознак.

Другий коефіцієнт визначає величину відрізка, що відсікається на осі у лінії регресії. Величина його визначає межі коливання регресії по ординаті, яка розширюється в обидві сторони від середньої точки $(\bar{x}, \bar{y})$.

Оскільки дослідні дані завжди мають певну величину мінливості, то й усі показники в тому числі й рівняння регресії визначаються з певною мірою достовірності.

Визначення величини помилки знайдених рівнянь та оцінка достовірності отриманих коефіцієнтів рівняння прямої проводиться за формулами:

$$m_{y \cdot x} = \sqrt{\frac{\sum(y - y')^2}{N - n}},$$

або

$$\sigma_{y \cdot x} = \sqrt{\frac{\sum(y_i - y_i')^2}{n - 2}}$$

де $\sigma_{y \cdot x}$, $m_{y \cdot x}$ помилка рівняння; y – емпіричні значення функції; y' - теоретичні значення функції; N - число точок емпіричної лінії регресії, якими обчислювалося рівняння регресії; n – число коефіцієнтів рівняння, включаючи вільний член.

Тут величина $\sigma_{y \cdot x}$ має таке ж значення як і σ у варіаційному ряді. В межах однієї $\sigma_{y \cdot x}$ відхилення розподіляються вгору та вниз від лінії регресії у 68% випадків. У 95% вони лежать у межах $2\sigma_{y \cdot x}$, а у 99,7% випадків відхилення від теоретичної лінії регресії становлять величину $3\sigma_{y \cdot x}$. Помилку рівняння регресії можна визначити і за формулою:

$$m_{y \cdot x} = \sigma_y \cdot \sqrt{1 - r^2}, \text{ де}$$

$m_{y \cdot x}$ – помилка теоретичних значень функції; σ_y - середнє квадратичне відхилення ряду y; r - коефіцієнт кореляції між x і y (можна використовувати і кореляційне відношення за наявності криволінійності зв'язку між ознаками). Ця формула є спрощеним варіантом обчислень і застосовується для великих вибірок.

У таблицях обчислення коефіцієнтів рівнянь в останній колонці розраховуються теоретичні значення функції. Отримуємо попарно різниці $(y - y')$, зводимо всі різниці в квадрат і отримуємо їх суму: $(y - y')^2$. Застосувавши формулу:

$$m_{y \cdot x} = \sqrt{\frac{\sum (y - y')^2}{N - n}},$$

до рівняння прямої, параболи визначимо їхню помилку.

Достовірність знайденого коефіцієнта a_1 визначається за такою формулою:

$$t = \frac{a_1 \cdot \sigma_x \cdot \sqrt{N - 1}}{m_{y \cdot x}},$$

де t - величина критерію Стьюдента, порівнювана з критичною при числі степенів вільності $v = N - 2$; σ_x - середнє квадратичне відхилення ряду аргументів; $m_{y \cdot x}$ – помилка рівняння; N - об'єм вибірки.

Якщо обчислена величина менша за табличну, то зв'язок між x, y і значення a_1 достовірні, а якщо обчислена буде більшою за табличну величину, то зв'язок даних ознак і значення першого коефіцієнта недостовірні.

Достовірність відхилення від нуля коефіцієнта a_0 можна оцінити за такою формулою:

$$t = \frac{a_0}{m_{y \cdot x} \cdot \sqrt{\frac{1}{N} + \frac{1}{N - 1} \cdot \left(\text{Ő} / \sigma_x \right)^2}}$$

де t - величина критерію Стьюдента, порівнювана з критичною при числі степенів вільності $v = N - 2$; σ_x - середнє квадратичне відхилення ряду аргументів; $m_{y \cdot x}$ – помилка рівняння; N - об'єм вибірки.

Хід роботи

Завдання 1. На основі основних положень теми та розрахунків з практичної роботи теми 5 визначити взаємообумовленість ознак *X* та *У* аналітичними рівняннями.

Завдання 2. Визначити помилки регресійних рівнянь та достовірність коефіцієнтів лінійних рівнянь.

Питання для самоперевірки

1. Сумарний показник зв'язку.
2. Функціональна залежність та кореляція.
3. Коефіцієнт кореляції.
4. Поняття про регресію.
5. Побудова емпіричних рядів регресії.
6. Рівняння регресії.
7. Коефіцієнти регресії.

ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

Основна

1. Крюкова М.І. Статистичні методи в біологічних дослідженнях: Конспект лекцій. Одеса, ОДЕКУ, 2012. 118 с.
2. Барановський Д.І. Біометрія в програмному середовищі MS Excel: навчальний посібник / Д. І. Барановський, О. М. Гетманець, А. М. Хохлов. – Х. : СПД Бровін О. В., 2017. 90 с.
3. Осадча Ю. В. Математичні методи в біології: навч. посіб. Київ: 2017, 601 с.
4. Близнюченко О.Г. Біометрія: монографія / О. Г. Близнюченко. Полтава.: Редакційно-видавничий відділ «Terra» Полтавської державної аграрної академії, 2003. 346 с.
5. Горошко М.П. Біометрія: навчальний посібник / Горошко М. П., Миклуш С.І., Хомюк П.Г. Львів: Камула, 2004. 236 с.

Додаткова

1. Біометрія навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл.: у 2 ч. / Є. Я. Швець, М. Г. Сидоренко, І. В. Червоний ; Запорізька державна інженерна академія. Запоріжжя, 2004
2. Біометрія навч. посіб. для студ. вищих навч. закл. / М. П. Горошко [и др.] ; Український держ. лісотехнічний ун-т. Л.:Камула, 2004. 235 с.
3. www.library-odeku.16mb.com
4. eprints.library.odeku.edu.ua

Навчальне електронне видання

ЗБІРНИК МЕТОДИЧНИХ ВКАЗІВОК
Для практичних робіт з навчальної дисципліни
«СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ В БІОЛОГІЧНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ»
для студентів денної та заочної форм навчання
РВО «бакалавр»
спеціальності 207 «Водні біоресурси та аквакультура»
ОПП «Охорона, відтворення та раціональне використання гідробіоресурсів»
(частина ІІ)

для практичних занять з навчальної дисципліни

Укладачі: канд.біол.наук, доц., Бургаз Марина Іванівна

канд.георг.наук, доц., Бургаз Олексій Анатолійович

Одеський державний екологічний університет
65016, Одеса, вул. Львівська, 15