

УДК 530.145(075.8)

© 2003

О. І. Герасимов, М. М. Худинцев

Моделювання ізотропного розсіяння заряджених частинок на складених потенціалах

(Представлено членом-кореспондентом НАН України А. Г. Загороднім)

The analytical model of scattering of charged particles by a multicentered adiabatic potential which consists of the long-range Coulomb and short-range potentials proposed in [1] is used for the parametrization of experiments of elastic low-energy proton-deuteron scattering. For the energies 2.26–13 MeV, the analytical expressions for the phase scattering function in terms of identical parameters which depend on the lengths and effective radii of proton-proton and proton-neutron scattering and on the effective size of deuteron are obtained. The results are in good qualitative accordance with experiments [2, 3]. The considered method can be used for the description of low-energy scattering of charged particles on hydrogen molecules, atoms like hydrogen, ions and ionic complexes, and weakly ionized plasmas and for the structural diagnostics of these objects.

Задача розсіяння заряджених частинок на двоцентровому потенціалі, що складається з кулонівського з короткодією та точкового потенціалів, які зсунуті на визначений вектор \mathbf{R} , в адіабатичному наближенні викликає зацікавленість насамперед у зв'язку з актуальною проблемою параметризації експериментальних даних з протон-дейтронного ($p-d$) розсіяння для малих та проміжних енергій, а також для структурного аналізу нуклонних комплексів (ядер) [2, 3]. Пружне низькоенергетичне розсіяння заряджених частинок на одноцентрових мішенях, які вміщують, окрім кулонівського, ще й короткодіючий внесок до потенціалу, було детально досліджено в [4, 5]. Спроба поширити підхід [4, 5] на випадок розсіяння на сферично-несиметричному, скажімо, двоцентровому комплексі, який складається з кулонівського та короткодіючого центрів, наштовхується на відомі проблеми [6, 7], а саме: ускладнення форми законів збереження та класифікації станів, утруднення у проведенні фазового аналізу, та, як наслідок, у неможливість простої наочної параметризації експериментальних даних. Крім того, в області низькоенергетичного розсіяння (де відносна енергія E не перевищує енергії зв'язку дейтрона $E_{\text{con}} = 2,26$ MeV) порушується критерій адіабатичності і хвильова функція задачі (а відповідно й параметри розсіяння: амплітуда, переріз тощо) визначається у рамках методу інтегральних рівнянь для тричастинкової задачі [8, 9]. У випадку одноцентрової мішені параметризація експериментальних

даних, наприклад з низькоенергетичного p - d розсіяння, здійснюється методом ефективного радіуса [4, 5]. У рамках цього методу фазову функцію розсіяння s -хвилі $k \operatorname{ctg} \delta_0$ (яка називається також функцією ефективного радіуса, де k — хвильовий вектор, δ_0 — фаза розсіяння s -хвиль), зображують у вигляді кінцевого фрагменту степеневого ряду по k^2 такого вигляду: $k \operatorname{ctg} \delta_0 = a - r_0 k^2/2$. Коефіцієнти розкладу інтерпретують як обернену довжину розсіяння (при нульовій енергії) a та ефективний радіус короткодіючих сил r_0 . У випадку проміжних енергій розсіяння ($2,5 \text{ MeV} < E < 15 \text{ MeV}$) можна користуватися адіабатичним наближенням, тому що $E > E_{\text{con}} = 2,26 \text{ MeV}$. Вважаючи радіус дейтрона $R_d = 1,96 \text{ фм}$, отримуємо, що критерій застосування моделі потенціалу нульового радіуса дії $kR \ll 1$ [10, 11] виконується аж до енергій $E \approx 13 \text{ MeV}$.

Таким чином, саме у випадку p - d -розсіяння адіабатичний короткодіючий потенціал може бути застосований в інтервалі відносних енергій E у системі частинок, що розсіюють, від $2,26 \text{ MeV}$ до 13 MeV . У наведеному інтервалі за сучасними даними для різних спінових каналів розсіяння існують від 5 до 10 надійно відтворюваних вимірів [2, 3]. Згаданий інтервал також є відокремленим від області енергій, де виявляється суттєво полюсна поведінка та має місце недостовірність даних експерименту. З основних експериментів з p - d розсіяння [2, 3] відомо, що у різних спінових каналах розсіяння (квартетному та дублетному) не лише для близьких до нуля, а також для проміжних енергій розсіяння результати вимірювань досить певно припускають лінійну (відносно залежності фазової функції $k \operatorname{ctg} \delta_0$ від енергії) інтерполяцію, що надає можливості для параметризації даних у рамках методу ефективного радіуса. За допомогою вказаного методу в роботі розглянуто параметризацію пружного розсіяння зарядженої частинки (p) на двоцентровій мішені (d), яка моделюється кулонівським з короткодією та суто короткодіючим потенціалами, що розташовані в точках $\vec{0}$ та \vec{R} , в адіабатичному наближенні. Короткодіючий потенціал описується за допомогою модельного потенціалу нульового радіуса дії [10, 11]. Детальний аналіз моделі складеного адіабатичного потенціалу наведений у [1]. Для отримання ізотропного внеску було здійснено усереднення амплітуди розсіяння за всіма внутрішніми кутівими степенями свободи мішені (статистична вага всіх конфігурацій, за якими проводилося усереднення, була однаковою і такою, що дорівнює одиниці). За допомогою методу парціальних внесків та класифікації станів системи з урахуванням різних спінових станів частинок, що беруть участь у зіткненні (у припущенні, що всі частинки мають однаковий спін, який дорівнює $1/2$), для дублетного та квартетного каналів розсіяння знайдені точні співвідношення для амплітуд та фазових функцій розсіяння. Для одержаних співвідношень досліджені граничні (асимптотичні) переходи до відповідних результатів для одноцентрових, а також двоцентрових суто короткодіючих комплексів.

Одержані в [1] результати можуть бути використані для ефективної параметризації експериментальних даних з пружного розсіяння протонів на дейтроні (p - d розсіяння). У випадках резонансного розсіяння (при малих енергіях) застосована параметризація звичайно проводиться в межах одноцентрової моделі дейтрона за допомогою складеного потенціалу [2, 3]. Залежність ефективного довжини p - d розсіяння A від енергії наближено описується у рамках моделі ефективного радіуса.

Маючи на увазі можливість наближеної лінійної інтерполяції експериментальних даних, які описують залежність фазової функції $K_0(k)$ від енергії у інтервалі, що припускає використання адіабатичного складеного потенціалу, застосуємо аналогічну схему параметризації у випадку ізотропного розсіяння s -хвилі двоцентровою мішенню, яка складається з кулонівського з короткодією та короткодіючого потенціалів. А саме: визначимо аналоги

ефективної довжини $[A]$ та ефективного радіусу $[R_0]$ для p - d розсіяння у відзначеному інтервалі енергії за звичайним правилом:

$$K_0(k) = C_{\pm}^2 k \operatorname{ctg} \delta_0 = [A]^{-1} - \frac{1}{2}[R_0]k^2, \quad (1)$$

де $C_{\pm}^2 \equiv \Gamma\left(1 + \frac{i\alpha}{k}\right) \Gamma\left(1 - \frac{i\alpha}{k}\right) e^{-\pi\alpha/k}$ — проникність кулонівського бар'єру, $\alpha = \pm 1$ у випадках кулонівського тяжіння або відштовхування, відповідно; $\Gamma(z)$ — гамма-функція.

За допомогою співвідношень, які визначають зворотні довжини та ефективні радіуси розсіяння у різних спінових станах $[a_{1,2}^{(s,t)}]^{-1}$ та $[r_{1,2}^{(s,t)}]$ у рамках моделі ефективного радіусу, а саме:

$$[a_{1,2}^{(s,t)}]^{-1} = [a_{1,2}^{(s,t)}]_0^{-1} - \frac{1}{2}[r_{1,2}^{(s,t)}]k^2 \quad (2)$$

де $[a_{1,2}^{(s,t)}]_0^{-1}$ — зворотні довжини розсіяння при нульових енергіях, $[r_{1,2}^{(s,t)}]$ — ефективні радіуси пружного протон-протонного (індекс 1) та протон-нейтронного (індекс 2) розсіяння у триплетному (t) або синглетному (s) станах, відповідно, одержимо такі вирази для фазових функцій ізотропного розсіяння протона на дейтроні у різних спінових каналах (квартетному (q) або дублетному (d)):

$$C_{\pm}^2 k \operatorname{ctg} \delta_0^{(q,d)} = [A^{(q,d)}]^{-1} - \frac{1}{2}[R_0^{(q,d)}]k^2, \quad (3)$$

$$[A^{(q,d)}]^{-1} = \operatorname{Re} \begin{cases} \frac{I_1^2}{2R} ([a_2^{(t)}]_0^{-1} + \xi_0(R))^{-1}, & q, \\ \frac{1}{\gamma} \left(\frac{8K_1^2}{R} - ([a_1]_0^{-1} + \xi_0(0))([a_2]_0^{-1} + \xi_0(R)) \right), & d, \end{cases}$$

$$[R_0^{(q,d)}] = \operatorname{Re} \begin{cases} \frac{2R}{I_1^2} (r_{20}^{(t)} + \Delta r) - [A^{(q)}]^{-1} \left(\frac{I_1^2}{4} - \frac{\sqrt{2R}I_1I_4}{6} \right), & q, \\ \frac{1}{\gamma} \left[(a_{10}^{-1} + \xi_0(0))(r_{20} + \Delta r) + (a_{20}^{-1} + \xi_0(R))r_{10} + \frac{2}{3}\sqrt{2R}K_1K_2 \right] - \\ - [\gamma A^{(d)}]^{-1} \left[r_{20} + \Delta r + \frac{I_1^2}{2R}r_{10} - \frac{1}{3}\sqrt{2R}(I_1K_2 + I_4D^2) + \frac{\gamma}{8R}I_1^2D^2 \right], & d, \end{cases}$$

де

$$\xi_0(R) = -4(I_0K_0 + I_1K_1) + \frac{k^2}{3} \left[4R(I_0K_0 - 6RI_1K_1) + \sqrt{2R}(I_0K_1 - I_1K_0) \right],$$

$$\gamma = -\frac{4I_1K_1}{R} + a_{20}^{-1} + \xi_0(0) + \frac{I_1^2}{2R}(a_{10}^{-1} + \xi_0(R)),$$

$$r_{10} = \frac{4}{3}[r_1^{(s)}]_0, \quad r_{20} = 4 \frac{[a_2^{(s)}]_0^{-2}[r_2^{(t)}]_0 + 3[a_2^{(t)}]_0^{-2}[r_2^{(s)}]_0}{\left([a_2^{(s)}]_0^{-1} + 3[a_2^{(t)}]_0^{-1}\right)^2},$$

$$\Delta r = \frac{1}{3} [4R(I_0 K_0 - 6RI_1 K_1) + \sqrt{2R}(I_0 K_1 - I_1 K_0) - 1],$$

$$a_{10} = \frac{3}{4} [a_1^{(s)}]_0, \quad a_{20} = \frac{[a_2^{(s)}]_0^{-1} + 3[a_2^{(t)}]_0^{-1}}{4[a_2^{(s)}]_0^{-1} [a_2^{(t)}]_0^{-1}},$$

$I_\nu \equiv I_\nu(2\sqrt{2R})$ та $K_\nu \equiv K_\nu(2\sqrt{2R})$ — модифіковані функції Бесселя та Макдональда з аргументами $2\sqrt{2R}$.

Користуючись загально відомими значеннями ефективних параметрів, які описують n - p та p - p розсіяння [2, 3]

$$[a_1^{(s)}]_0 = -7,8 \text{ фм}, \quad [a_2^{(s)}]_0 = -23,7 \text{ фм}, \quad [a_2^{(t)}]_0 = 5,42 \text{ фм},$$

$$[r_1^{(s)}]_0 = 2,8 \text{ фм}, \quad [r_2^{(t)}]_0 = 1,8 \text{ фм},$$

після розрахунків одержуємо:

$$[A^{(q)}]^{-1} = 0,085 \text{ фм}^{-1}, \quad [R^{(q)}] = 2,2 \text{ фм}, \quad [A^{(d)}]^{-1} = 0,11 \text{ фм}^{-1}, \quad [R^{(d)}] = 0,22 \text{ фм}.$$

Підкреслимо, що результати розрахунку ефективних параметрів, які описують p - d розсіяння, істотно залежать від структурного параметра дейтрона $R = R_d$.

На рис. 1 наведені експериментальні дані з p - d розсіяння у термінах залежності фазової функції $K_0(k)$ від енергії у діапазоні від 0 до 15 MeV. Аналіз наведених даних свідчить про те, що у квартетному каналі p - d розсіяння при $2,5 \text{ MeV} < E < 12 \text{ MeV}$ (де існує близько 10 надійно відтворюваних вимірів) припустима лінійна інтерполяція залежності $K_0(k)$ від E . Одночасно результати теоретичних розрахунків за формулами, які отримані в рамках запропонованої моделі, добре погоджуються з результатами лінійних інтерполяцій експериментальних вимірів у термінах ефективних параметрів:

$$[A^{(q)}]^{-1} = 0,08 \text{ фм}^{-1}, \quad [R^{(q)}] = 2,2 \text{ фм},$$

що свідчить про можливість кількісної параметризації даних з розсіяння у квартетному каналі. В інтервалі енергій $0 < E < 2,5 \text{ MeV}$ (який знаходиться за межами області застосування запропонованої моделі) ефективні параметри дещо відрізняються від наведених і становлять:

$$[A^{(q)}]^{-1} = 0,084 \text{ фм}^{-1}, \quad [R^{(q)}] = 1,85_{-0,05}^{+0,2} \text{ фм} \quad \text{або} \quad 2,05 \pm 0,25 \text{ фм} [10].$$

Підкреслимо, що параметр $[A^{(q)}]^{-1}$ є екстраполяцією до нульової енергії одержаних співвідношень, які лінійно інтерполюють залежність $K_0(k)$ від E , де адіабатичне наближення вже не може бути використаним.

Аналогічна параметризація без суттєвих зауважень може бути реалізована також для дублетного каналу розсіяння в інтервалі енергій $2,5 \text{ MeV} < E < 12 \text{ MeV}$. Розраховані ефективні параметри практично збігаються з відповідними параметрами, одержаними за допомогою лінійної інтерполяції експериментальних даних, та становлять

$$[A^{(d)}]^{-1} = 0,11 \text{ фм}^{-1}, \quad [R^{(d)}] = 0,22 \text{ фм}.$$

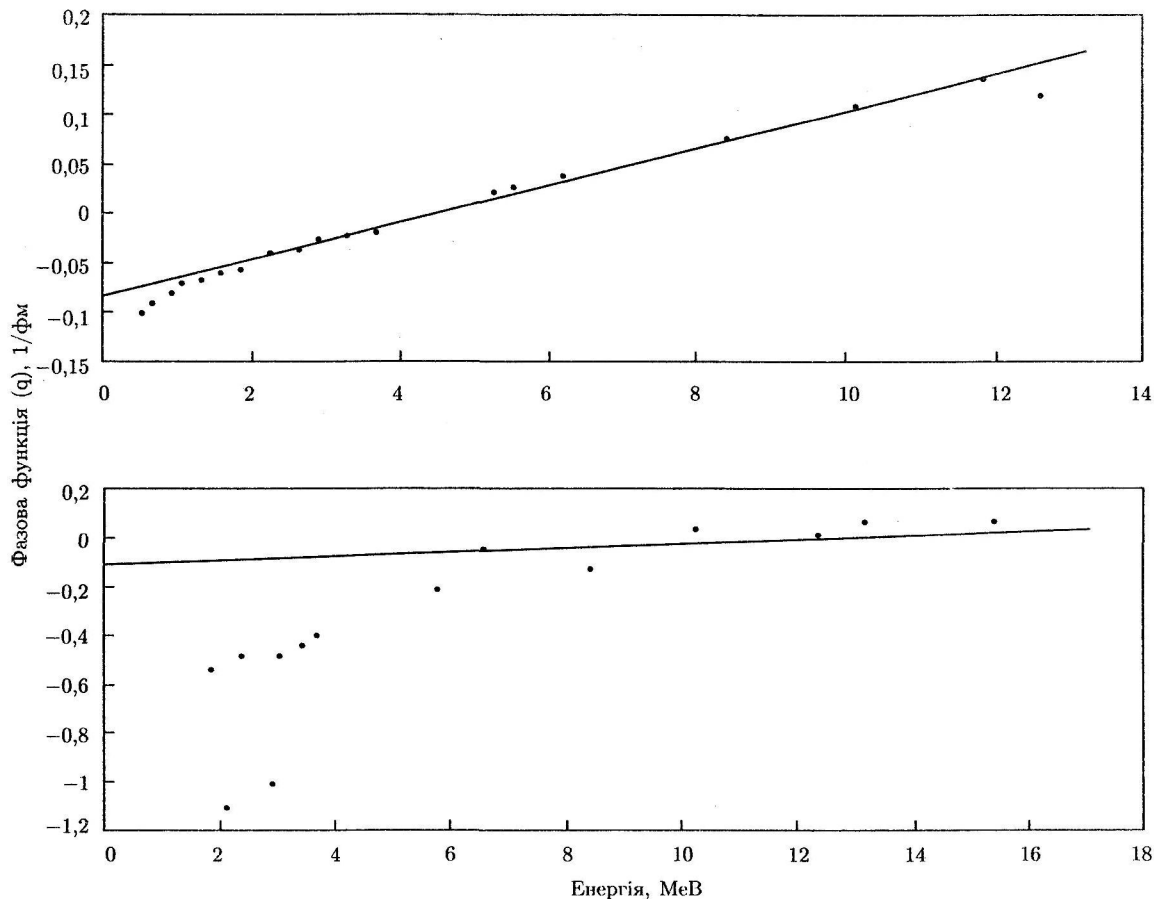


Рис. 1. Фазова функція p - d розсіяння у дублетному та квартетному каналах

Для області енергій $0 < E < 2,5$ MeV лінійна інтерполяція фазової функції розсіяння також є можливою, але в цьому випадку значення ефективних параметрів довжини та радіусу розсіяння вже істотно відрізняються від теоретично розрахованих, що зумовлено полюсною поведінкою фазової функції розсіяння у згаданому інтервалі.

Нагадаємо також декілька граничних виразів, які отримані з точних співвідношень для ефективних параметрів:

$$\begin{aligned}
 [A^{(q)}]^{-1} &\xrightarrow{R \rightarrow 0} [a_2^{(t)}]^{-1} + 2 \ln 2R + 4C - 2, \\
 [A^{(q)}]^{-1} &\xrightarrow{a_c \rightarrow 0} [a_2^{(t)}]^{-1}, \quad [A^{(d)}]^{-1} \xrightarrow{R \rightarrow 0} -\frac{1}{2R} + 2 \ln 2R + 4C - 2, \\
 [A^{(d)}]^{-1} &\xrightarrow{a_c \rightarrow \infty} \frac{a_{10}^{-1} a_{20}^{-1} - \frac{1}{R^2}}{a_{10}^{-1} + a_{20}^{-1} - \frac{2}{R}}, \quad [R^{(q)}] \xrightarrow{R \rightarrow 0} [r_2^{(t)}]_0,
 \end{aligned} \tag{4}$$

де $C = 0,5772 \dots$ — стала Ейлера.

Наведені співвідношення демонструють наявність коректних граничних переходів до результатів теорій, які описують розсіяння на двоцентровому короткодіючому або на одноцентровому потенціалі, який містить кулонівський та короткодіючий центри.

Автори висловлюють щирю вдячність О. Г. Ситенку та А. Г. Загородньому за стимулюючі обговорення та підтримку роботи.

1. Sitenko O. G., Gerasimov O. I. Elastic electron scattering from a multicentered potential // Phys. Lett. – 1992. – **A171**, No 1, 2. – P. 71–75.
2. Van Oers W. T. H., Brokman K. W. Phase shift analysis of elastic nucleon-deuteron scattering // Nuclear Physics – 1967. – **A-92**. – P. 561–583.
3. Arvix J. Phase-shift analysis of proton-deuteron scattering cross section and ^3He excited states // Ibid – 1974. – **A-221**. – P. 253.
4. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. – Москва: Наука, 1989. – 750 с.
5. Блатт Дж., Вайскопф В. Теоретическая ядерная физика. – Москва: Изд-во иностр. лит., 1954. – 450 с.
6. Друкарев Г. Д. Столкновения электронов с атомами и молекулами – Москва: Наука, 1978. – 256 с.
7. Демков Ю. Н., Рудаков В. С. Метод парциальных волн для несферического рассеивателя // Журн. эксп. и теор. физики – 1970. – **59**, № 6. – С. 2035–2047.
8. Меркурьев С. П., Фаддеев Л. Д. Квантовая теория рассеяния для систем нескольких частиц – Москва: Наука, 1985. – 290 с.
9. Delves L. M., Philips A. C. Present status of the nuclear three-body problem // Rev. Mod. Phys. – 1969. – **41**, No 3. – P. 497–530.
10. Демков Ю. Н., Островский В. Н. Метод потенциалов нулевого радиуса действия в физике. – Ленинград: Изд. Ленинград. гос. ун-та, 1975. – 260 с.
11. Базь А. И., Зельдович Я. Б., Переломов А. М. Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. – Москва: Наука, 1971. – 544 с.

Одеський державний екологічний університет

Надійшло до редакції 22.08.2002