МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Одеський державний екологічний університет

ЗАТВЕРДЖЕНО
на засіданні групи забезпечення спеціальності
від « 31 » 08 2020 року
протокол № 1
Голова групи Шакірзанова Ж.Р.

УЗГОДЖЕНО
Директор гідрометеорологічного інституту
Овчарук В.А.
(назва факультету, прізвище, ініціали)

УЗГОДЖЕНО
Начальник кафедри військової підготовки
полковник Грушевський О.М.
(назва кафедри, прізвище, ініціали)

СИЛЛАБУС

навчальної дисципліни
«ВИЩА МАТЕМАТИКА»
(назва навчальної дисципліни)

103, «Науки про Землю»
(шифр та назва спеціальності)

Гідрометеорологія, Організація метеорологічного та геофізичного забезпечення Збройних Сил України
(назва освітньої програми)

бакалавр, денна
(рівень вищої освіти), (форма навчання)

1	1-2	8/240	іспит – іспит
(рік навчання)	(семестр навчання)	(кількість кредитів ЄКТС/годин)	(форма контролю)

Вищої та прикладної математики
(кафедра)

Одеса, 2020 р.

Автори:

Глушков О.В., зав. кафедри вищої та прикладної математики, д.ф.-м.н., професор

Свінаренко А.А.,проф. кафедри вищої та прикладної математики, д.ф.-м.н.,
(прізвище, ініціали, посада, науковий ступінь, вчена звання)
професор

Флорко Т.О., доцент кафедри вищої та прикладної математики, к.ф.-м.н., доцент
(прізвище, ініціали, посада, науковий ступінь, вчена звання)

Сєрга І.М., доцент кафедри вищої та прикладної математики, к.ф.-м.н., доцент
(прізвище, ініціали, посада, науковий ступінь, вчена звання)

Поточна редакція розглянута на засіданні кафедри вищої та прикладної математики від « 28 » 08 2020року, протокол № 1

Викладачі: лекційні заняття: Сєрга І.М., к.ф.-м.н., доцент кафедри вищої та прикладної математики, доцент
(вид навчального заняття: прізвище, ініціали, посада, науковий ступінь, вчена звання)

практичні заняття: Сєрга І.М., к.ф.-м.н., доцент кафедри вищої та прикладної математики , доцент
(вид навчального заняття: прізвище, ініціали, посада, науковий ступінь, вчена звання)

Перелік попередніх редакцій

Прізвища та ініціали авторів	Дата, № протоколу	Дата набуття чинності

1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Мета	забезпечення фундаментального засвоєння теоретичних курсів з вищої математики, сприяння формуванню навичок у застосуванні відомих методів вищої математики в різних галузях, навичок творчого дослідження та математичного моделювання задач, створення міцного фундаменту математичної освіти спеціаліста; навчання студента основним методам математичного аналізу; розвиток навичок творчого дослідження та математичного моделювання задач гідрометеорології.
Компетентність	*К08* Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями
Результат навчання	*ПР18* Аналізувати гідрометеорологічні явища з погляду фундаментальних фізичних принципів і знань, а також основних законів взаємного впливу складових кліматичної системи
Базові знання	знати математичну символіку, означення, основні теореми, передбачені програмою дисципліни, основні терміни і поняття, що використовуються в межах означеної дисципліни; основні цілі, принципи та методи дисципліни.
Базові вміння	вміти самостійно розв'язувати типові задачі, що найбільш часто зустрічаються, використовуючи для цього отриманні під час вивчення даної дисципліни знання. вміти влучно і стисло виражати математичну думку під час розв'язування конкретних задач, самостійно розв'язувати типові задачі, що найбільш часто зустрічаються, використовуючи для цього отриманні під час вивчення даної дисципліни знання, аналізувати отриманні результати.
Базові навички	вміти використовувати вивчені методи при розв'язанні задач; аналізувати результати математичних обчислень.
Пов'язані силлабуси	має продовження в силлабусі «Вища математика» для студентів за спеціальністю 103 «Науки про Землю», 2й курс, денна форма навчання
Попередня дисципліна	-
Наступна дисципліна	«Інформатика та системологія», «Інформаційні технології в гідрометеорології»
Кількість годин	лекції : 75 (45 – 1 семестр; 30- 2 семестр) практичні заняття: 45 (30 – 1 семестр; 15 - 2 семестр) самостійна робота студентів: 120 (75 – 1 семестр; 45- 2 семестр)

2. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

2.1. Лекційні модулі

Код	Назва модуля та тем	Кількість годин	
		аудиторні	СРС
	1 семестр		
ЗМ-Л1	1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія.		20
	• Визначники. Властивості, засоби обчислення.	2	
	• Векторна алгебра. Скалярний, векторний та мішаний добуток.	3	
	• Матриці. Дії над матрицями.	2	
	• Системи лінійних рівнянь. Правило Крамера, матричний метод, метод Гаусса. Дослідження СЛАР на сумісність та визначеність.	2	
	• Пряма на площині. Різні види рівнянь.	2	
	• Криві другого порядку: коло, еліпс, гіпербола, парабола.	1	
	2. Аналіз функції однієї змінної. Диференціальне числення функції однієї змінної.		
	• Елементарні функції та їх основні властивості.	2	
	• Границя та неперервність функції.	4	
	• Похідна, її геометричний та фізичний зміст. Таблиця похідних основних елементарних функцій. Диференціал функції.	3	
	• Застосування похідної.	2	
	3. Інтегральне числення функції однієї змінної.		
	• Первісна. Невизначений інтеграл.	2	
	• Методи інтегрування: заміна змінної, інтегрування частинами.	2	
	• Інтегрування різних класів функцій.	4	
	• Визначений інтеграл. Його геометричний та фізичний зміст.	2	
	• Властивості визначеного інтегралу.	1	
	• Обчислення визначеного інтегралу. Формула Ньютона–Лейбниця. Заміна змінних та інтегрування частинами.	2	
	• Застосування визначеного інтеграла до задач геометрії, механіки і фізики.	2	
	• Невласні інтеграли.	1	
	4. Функції багатьох змінних.		
	• Функції багатьох змінних. Частинні похідні, повний диференціал.	2	5
		2	

	• Частинні похідні другого порядку, диференціал другого порядку. • Скалярне поле та його характеристики.	2	
	Підготовка до іспиту		10
	Разом за 1 семестр	45	35
	2 семестр		
ЗМ-Л2	1. Кратні та криволінійні інтеграли. • Поняття подвійного інтеграла і його властивості. Обчислення подвійного інтеграла в декартовій та полярній системах координат. Застосування. • Поняття та обчислення потрійного інтеграла. Застосування. • Криволінійні інтеграли 1-го та 2-го роду. Властивості, обчислення, застосування. • Поверхневі інтеграли. Скалярне та векторне поле. Основні характеристики векторного поля. 2. Звичайні диференціальні рівняння. • Основні типи диференціальних рівнянь 1-го порядку та засоби їх розв'язання. • Диференціальні рівняння вищих порядків. Диференціальні рівняння, що розв'язуються пониженням порядку. • Лінійні однорідні та неоднорідні диференціальні рівняння 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами. • Системи диференціальних рівнянь. 3. Ряди. • Числові ряди. Додатні ряди та основні ознаки їх збіжності. • Знакозмінні ряди. Абсолютно та умовно збіжні ряди. • Функціональні ряди. Степеневі ряди. Ряди Тейлора і Маклорена. • Ряди Фур'є для періодичних функцій. Теорема Діріхлє. Ряди Фур'є для парних і непарних функцій.	4 2 2 4 3 2 3 1 3 1 3 2	5 5
	Підготовка до іспиту		10
	Разом за 2 семестр	30	20
	Разом:	75	55

Консультації: Сєрга І.М., згідно з графіком консультацій, затвердженим на засіданні кафедри: четвер, 14.30, ауд. 407 (1)

2.2. Практичні модулі

Код	Назва модуля та тем	Кількість годин	
		аудиторні	СРС
	1 семестр		
ЗМ-П0	1. Елементарна математика. • Степінь з натуральним і раціональним показником. Арифметичний корінь. Формули скороченого множення. Розкладання квадратного тричлена на лінійні множники. • Логарифми та їх основні властивості. Розв'язування рівнянь нерівностей та їх систем. • Основні елементарні функції, їх властивості та графіки. Основні тригонометричні формули.	0,5 0,5 1	2
ЗМ-П1	1. Векторна алгебра та аналітична геометрія. • Визначники. Засоби обчислення. • Векторна алгебра. Скалярний, векторний та мішаний добуток. • Пряма на площині. Різні види рівнянь. • Криві другого порядку: коло, еліпс, гіпербола, парабола. • Пряма та площина у просторі. Взаємне розташування. 2. Матриці та системи лінійних рівнянь. • Матриці. Дії над матрицями. • Системи лінійних рівнянь. Правило Крамера, матричний метод, метод Гаусса.	1 2 1 1 1 2	5 5
ЗМ-П2	1. Аналіз функції однієї змінної. • Елементарні функції та їх основні властивості. • Границя та неперервність функції. Обчислення границь. 2. Диференціальне числення функції однієї змінної. • Похідна, її геометричний та фізичний зміст. Таблиця похідних основних елементарних функцій. • Правила диференціювання. • Диференціал функції. • Застосування похідної.	1 1 1 2 1 2	9

	3. Функції багатьох змінних. • Область визначення функції двох змінних. • Частинні похідні, повний диференціал. • Частинні похідні другого порядку. • Скалярне поле та його характеристики. 4. Інтегральне числення функції однієї змінної. • Первісна. Невизначений інтеграл. Методи інтегрування: застосування таблиці інтегралів, безпосереднє інтегрування, заміна змінної, інтегрування частинами. • Інтегрування різних класів функцій. • Визначений інтеграл. Його геометричний та фізичний зміст. Формула Ньютона–Лейбниця. • Заміна змінних та інтегрування частинами. Обчислення визначених інтегралів від різних класів функцій. • Застосування визначеного інтеграла до задач геометрії, механіки і фізики. Невласні інтеграли.	1 1 1 2 2 1 2 2	5
ЗМ-І31	Дослідження функції за допомогою похідної		4
	Підготовка до іспиту		10
	Разом за 1 семестр	30	40
	2 семестр		
ЗМ-П3	1. Кратні та криволінійні інтеграли. Елементи теорії поля. • Поняття подвійного інтеграла і його властивості. Обчислення подвійного інтеграла в декартовій та полярній системах координат. • Поняття та обчислення потрійного інтеграла. Застосування. • Криволінійні інтеграли I та II роду. Властивості, обчислення, застосування. • Поверхневі інтеграли. Скалярне та векторне поле. Основні характеристики векторного поля. 2. Звичайні диференціальні рівняння. • Основні типи диференціальних рівнянь (ДР) 1-го порядку та засоби їх розв'язання. • Диференціальні рівняння вищих порядків, що розв'язуються пониженням порядку. • Диференціальні рівняння вищих порядків. Лінійні однорідні та неоднорідні диференціальні рівняння 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами.	3 2 2 1,5 1,5	6

	3. Числові ряди. • Числові ряди. Додатні ряди та основні ознаки їх збіжності. • Знакозмінні ряди. Абсолютно та умовно збіжні ряди. 4. Функціональні ряди. • Степеневі ряди. Ряди Тейлора і Маклорена. Розвинення функцій. Застосування степеневих рядів до наближених обчислень. • Ряди Фур'є для періодичних функцій. Ряди Фур'є для парних і непарних функцій.	 1,5 1 1 1,5	5
ЗМ-І32	Розкладання функцій у ряд Фур'є		4
	Підготовка до іспиту		10
	Разом за 2 семестр	15	25
	Разом:	45	65

Консультації: <u>Сєрга І.М.</u>, згідно з графіком консультацій, затвердженим на засіданні кафедри: четвер, 14.30, ауд. 407 (1)

2.3. Самостійна робота студента та контрольні заходи

Код модуля	Завдання на СРС та контрольні заходи	Кількість годин	Строк проведення
1 семестр			
ЗМ-Л1	• Підготовка до лекційних занять • Усне опитування під час лекційних занять • Підготовка до модульної тестової контрольної роботи (обов'язкова) • Модульна тестова контрольна робота	20 5	1-13 тиждень 14 тиждень
ЗМ-П0	• Підготовка до усного опитування • Модульна контрольна робота (обов'язкова)	2	1-2 тиждень
ЗМ-П1	• Підготовка до практичних занять • Виконання домашнього завдання • Підготовка до усного опитування • Усне опитування під час практичних занять • Підготовка до модульної аудиторної контрольної роботи • Модульна контрольна робота (обов'язкова)	1 2 2 5	3-6 тиждень 6 тиждень

ЗМ-П2	• Підготовка до практичних занять • Виконання домашнього завдання • Підготовка до усного опитування • Усне опитування під час практичних занять • Підготовка до модульної аудиторної контрольної роботи • Модульна контрольна робота (обов'язкова)	3 3 3 5	7-14 тиждень 14 тиждень
ЗМ-І31	• Написання індивідуального завдання (обов'язкове)	4	10-13 тиждень
	Підготовка до іспиту	20	сесія
	Разом:	75	
2 семестр			
ЗМ-Л2	• Підготовка до лекційних занять • Усне опитування під час лекційних занять • Підготовка до модульної тестової контрольної роботи (обов'язкова) • Модульна тестова контрольна робота	5 5	2-13 тиждень 14 тиждень
ЗМ-П3	• Підготовка до практичних занять • Виконання домашнього завдання • Підготовка до усного опитування • Усне опитування під час практичних занять • Підготовка до модульної аудиторної контрольної роботи • Модульна контрольна робота (обов'язкова)	2 2 2 5	2-14 тиждень 14 тиждень
ЗМ-І32	• Написання індивідуального завдання (обов'язкове)	4	12-14 тиждень
	Підготовка до іспиту	20	сесія
	Разом:	45	

2.3.1. Методика проведення та оцінювання контрольного заходу для ЗМ-Л1, ЗМ-Л2

Організація контролю знань студентів побудована за накопичувально - модульним принципом згідно вимог діючого в університеті Положення «Про проведення підсумкового контролю знань студентів».

З *теоретичного* курсу навчальної дисципліни студент повинен бути готовим відповідати на усні запитання лектора під час лекційних занять; надати письмові відповіді на 20(ЗМ-Л1), 20(ЗМ-Л2) тестових запитань варіанту модульного контрольного завдання. Завдання модульної контрольної роботи складені у тестовому вигляді закритого типу.

Формами контролю засвоєння теоретичних знань є усне опитування під час лекційних занять (поточний контроль), модульні тестові контрольні роботи за кожним змістовним модулем (внутрішньо семестровий контроль), складання іспиту (підсумкова атестація).

Варіанти модульної контрольної роботи містять запитання у тестовому вигляді. Максимальна кількість балів за виконаний варіант кожної модульної контрольної роботи становіть 40(ЗМ-Л1), 40(ЗМ-Л2) балів . Тобто максимальна кількість балів, яку студент може отримати з лекційної частини в кожному семестрі, складає 40 балів.

2.3.2. Методика проведення та оцінювання контрольного заходу для ЗМ-П0, ЗМ-П1, ЗМ-П2, ЗМ-П3

З *практичного* курсу навчальної дисципліни студент повинен бути готовим відповідати на усні запитання лектора під час практичних занять, розв'язувати задачі біля дощі, розв'язувати задачі варіанту модульної контрольної роботи, виконувати індивідуальне завдання (домашнє завдання) в визначений строк.

Формою контролю практичних модулів ЗМ-П0, ЗМ-П1, ЗМ-П2, ЗМ-П3 є усне опитування під час проведення практичних занять та модульні контрольні роботи, які містять 7 (ЗМ-П0), 8 (ЗМ-П1), 14 (ЗМ-П2), 11(ЗМ-П3) завдань. Максимальна кількість балів за виконаний варіант кожної практичної модульної контрольної роботи становіть: у першому семестрі – по 15 балів (ЗМ-П0, ЗМ-П1, ЗМ-П2); у другому семестрі - 40 балів (ЗМ-П3).

2.3.3. Методика проведення та оцінювання індивідуальних завдань ЗМ-ІЗ1, ЗМ-ІЗ2

Індивідуальні завдання існують у вигляді виконання домашніх завдань з практичної частини дисципліни.

Тема індивідуального завдання ЗМ-ІЗ1: «Дослідження функції за допомогою похідної». Тема індивідуального завдання ЗМ-ІЗ2: «Розкладання функцій у ряд Фур'є». Вихідні дані визначаються варіантами, які запропоновані у відповідних методичних вказівках до практичних занять з дисципліни «Вища математика», 2018. Методичні вказівки студент має можливість отримати на кафедрі у друкованому або електронному вигляді, а також в електронному вигляді у репозитарії [6].

Звіт про виконання ІЗ подається студентом у вигляді текстового документа з титульною сторінкою на аркушах формату А4. Звіт повинен містити детальну інформацію про розв'язання задачі з обов'язковими поясненнями, що спираються на відповідний теоретичний матеріал або детальний переказ теоретичного матеріалу з наведенням прикладів. Не пізніше ніж за тиждень до семестрового підсумкового контролю звіт подається викладачу. Оцінка за ІЗ виставляється в інтегральну відомість окремим модулем і враховується у практичній частині модульного контролю.

Максимальна кількість балів за вчасно виконане індивідуальне завдання складає за ЗМ-ІЗ1 – 15 балів та ЗМ-ІЗ2 –20 балів, тобто сумарно за практичну частину максимальна кількість балів в кожному семестрі становить 60.

Загальна максимальна кількість балів з дисципліни «Вища математика», яку студент може отримати в кожному семестрі, складає 100 балів.

Якщо обов'язкові заходи контролю виконуються студентом після строків, визначених у програмі навчальної дисципліни, кількість балів, що може отримати студент, не може перевищувати 60% від максимально можливої для цієї форми контролю.

2.3.4. Методика проведення та оцінювання іспиту

Студент вважається допущеним до іспиту з дисципліни, якщо він виконав усі види робіт, що передбачені силлабусом дисципліни і набрав за модульною системою суму балів не менше 50% від максимально можливої за практичну частину (в першому семестрі з урахуванням балів за ЗМ-П0 модуль), тобто ≥ 30 балів в кожному семестрі.

У цьому випадку студент складає іспит у формі екзаменаційної роботи. Білет складається з 20 тестових завдань, які оцінюються по 5 балів за кожну правильну відповідь, тобто максимальна оцінка 100 балів.

Загальний бал успішності з дисципліни є усередненим між кількісною оцінкою поточних контролюючих заходів та кількісною оцінкою, одержаною студентом на іспиті. Якщо ж кількісна оцінка, одержана студентом на іспиті, менше 50% від максимально можливої, то загальний бал успішності дорівнює балу успішності на іспиті.

Студент, який за підсумками іспиту отримав загальну кількісну оцінку менше 50% (від максимально можливої на іспиті) складає письмовий іспит (комісію) по тестових завданнях, що розроблені на кафедрі вищої та прикладної математики.

Якщо студент на день іспиту не ліквідував заборгованість з практичної частини навчальної дисципліни, він не допускається до іспиту.

Якщо студент ліквідував заборгованість по практичній частині до дня іспиту, то він допускається викладачем до іспиту та отримує відповідну оцінку.

3. РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ

3.1. Модулі ЗМ-Л1 та ЗМ-П1 «Лінійна алгебра та аналітична геометрія».

3.1.1. Повчання

Після вивчення змістовних модулів студенти мають оволодіти наступними знаннями: основні положення лінійної алгебри та аналітичної геометрії. Потрібно звернути особливу увагу на опанування понять визначника, матриці, вектору, системи лінійних алгебраїчних рівнянь, основних рівнянь аналітичної геометрії.

Наявне навчально-методичне забезпечення змістовних модулів:

1. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Т. 1,2-М.; “Высшая школа”, 1986.
2. Кудрявцев В. А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики. М.: «Наука»,1985.- 575с.
3. Глушков А.В., Чернякова Ю.Г., Вітавецька Л. А., Хецеліус О.Ю., Дубровська Ю.В., Лобода А.В., Середенко С.С. «Вища математика».Ч.1. – Одесса, 2011.-320с.
4. Сборник задач по математике. Под ред.. Ефимова А.В., Демидовича Б.П., Т.1,2 – М. “Наука”, 1986.
5. Глушков А.В., Чернякова Ю.Г., Вітавецька Л. А., Хецеліус О.Ю., Дубровська Ю.В., Флорко Т.О., Башкарьов П.Г. «Вища математика».Ч.2. – Одесса, 2014.-290с.
6. http://eprints.library.odeku.edu.ua/view/divisions/kaf=5Fmath/

3.1.2. Питання для самоперевірки

1. Дайте визначення вектору.([1], гл. 2, ст.45-48)
2. Дайте визначення напрямних косинусів і довжини вектору . ([1], гл. 2, ст.45-48)
3. Дайте визначення лінійних операцій над векторами.([1], гл. 2, ст.45-48)
4. Прямокутна декартова система координат. Розкладання вектору по ортах осей координат. ([1], гл. 2, ст.45-52)
5. Дайте визначення скалярного добутку векторів і сформулюйте його властивості. ([1], гл. 2, ст.48-52)
6. Як обчислити довжину вектору та кут між двома векторами? ([1], гл. 2, ст.48-52)
7. Як знайти проекцию вектора на вісь? ([1], гл. 2, ст.48-52)
8. Сформулюйте умову ортогональності двох векторів. ([1], гл. 2, ст.48-52)
9. Дайте визначення векторного добутку двох векторів і сформулюйте його властивості. ([3], гл. 2, ст.48-52)
10. Сформулюйте умову колінеарності двох векторів. ([3], гл. 2, ст.48-52)
11. Обчислення площі паралелограма та трикутника за допомогою векторного добутку. ([3], гл. 2, ст.48-52)
12. Дайте визначення мішаного добутку трьох векторів і сформулюйте його властивості. ([3], гл. 2, ст.48-52)
13. Ознака компланарності трьох векторів. ([3], гл. 2, ст.48-52)
14. Обчислення об’ємів за допомогою мішаного добутку. ([3], гл. 2, ст.48-52)

15. Дайте визначення визначників другого і третього порядків, їх властивостей. Геометричний зміст. ([1], гл. 4, ст.70-73)
16. Дайте визначення алгебраїчного доповнення і мінора. ([1], гл. 4, ст.70-73)
17. Дайте визначення матриці. Основні властивості матриць. ([1], гл. 4, ст.74-81)
18. Сформулюйте поняття оберненої матриці. ([1], гл. 4, ст.74-81)
19. Дайте характеристику алгебраїчних операцій над матрицями. ([1], гл. 4, ст.74-81)
20. Системи двох і трьох лінійних рівнянь. ([1], гл.1, ст.39-43, гл. 4, ст.88-91)
21. Матричний запис системи лінійних рівнянь. ([1], гл. 4, ст.88-91)
22. Сформулюйте правило Крамера. ([1], гл.1, ст.39-43, гл. 4, ст.70-72)
23. Сформулюйте метод Гаусса. ([1], гл. 4, ст.86-93)
24. Власні значення та власні вектори оператора та відповідної матриці. ([1], гл. 4, ст.74-81)
25. Дайте визначення систем координат на прямій, площині і в просторі. ([1], гл. 1, ст.6-14)
26. Дайте визначення різних форм рівняння прямої на площині. ([1], гл. 1, ст.15-25)
27. Дайте визначення відстані від точки до прямої. ([1], гл. 1, ст.15-25)
28. Дайте визначення кривих другого порядку (коло, еліпс, гіпербола, парабола) і дайте характеристику їх властивостей. ([1], гл. 1, ст.25-32)
29. Запишіть рівняння площини і прямої в просторі. ([1], гл. 3, ст.53-63)
30. Дайте визначення кута між площинами, кута між прямими, кута між прямою і площиною. ([1], гл. 3, ст.53-63)
31. Запишіть рівняння поверхні в просторі. ([1], гл. 3, ст.63-69)
32. Дайте характеристику циліндричних поверхонь. ([1], гл. 3, ст.63-69)
33. Охарактеризуйте властивості конуса, еліпсоїда, гіперболоїда, параболоїда ([1], гл. 3, ст.63-69)
34. Сформулюйте різні способи завдання ліній і поверхонь у просторі. ([1], гл. 3, ст.63-69)

3.2. Модулі ЗМ-Л1, ЗМ-П2, ЗМ-І31 «Аналіз функції однієї змінної», «Диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної», «Диференціальне числення функції багатьох змінних».

3.2.1. Повчання

Після вивчення змістовних модулів студенти мають оволодіти наступними знаннями: види елементарних функцій та їх основні властивості; теорія границь; таблиця похідних основних елементарних функцій; правила диференціювання; обчислення та застосування похідної; поняття первісної та невизначеного і визначеного інтеграла; методи інтегрування різних класів функцій; формула Ньютона – Лейбніца; застосування визначеного інтеграла до задач геометрії, фізики;

поняття та обчислення невласних інтегралів; поняття функції багатьох змінних та її області визначення; частинні похідні та повний диференціал функції багатьох змінних; частинні похідні вищих порядків; поняття та обчислення похідної за напрямком, градієнта функції.

Потрібно звернути особливу увагу на визначення області визначення функції; розкриття невизначеності, що виникають при обчисленні границь; на отримання навичок диференціювання та інтегрування різних класів функцій.

Наявне навчально-методичне забезпечення змістовних модулів:

1. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Т. 1,2-М.; “Высшая школа”, 1986.
2. Кудрявцев В. А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики. М.: «Наука»,1985.- 575с.
3. Глушков А.В., Чернякова Ю.Г., Вітавецька Л. А., Хецеліус О.Ю., Дубровська Ю.В., Лобода А.В., Середенко С.С. «Вища математика».Ч.1. – Одесса, 2011.-320с.
4. Сборник задач по математике. Под ред.. Ефимова А.В., Демидовича Б.П., Т.1,2 – М. “Наука”, 1986.
5. Глушков А.В., Чернякова Ю.Г., Вітавецька Л. А., Хецеліус О.Ю., Дубровська Ю.В., Флорко Т.О., Башкарьов П.Г. «Вища математика».Ч.2. – Одесса, 2014.-290с.
6. http://eprints.library.odeku.edu.ua/view/divisions/kaf=5Fmath/

3.2.2. Питання для самоперевірки

Аналіз функції однієї змінної

1. Сформулюйте визначення границі послідовності, границі функції при спрямуванні аргументу до деякої кінцевої границі і границі функції при спрямуванні аргументу до нескінченності. ([1], гл.6, ст.137-142)

2. Сформулюйте визначення обмеженої функції. Наведіть теорему про обмеженість функції. ([1], гл.6, ст.137-142)

3. Яка функція називається нескінченно малою і які її основні властивості? ([1], гл.6, ст.147-149)

4. Яка функція називається нескінченно великою і які її основні властивості? ([1], гл.6, ст.147-149)

5. Перша та друга важлива границя. ([1], гл.6, ст.142-147)

6. Сформулюйте визначення безперервності функції в точці і на відрізку. ([1], гл.6, ст.149-150)

Диференціальне числення функції однієї змінної

1. Визначення похідної. Механічний і геометричний зміст похідної. ([1], гл.7, ст.151)
2. Таблиця похідних. ([1], гл.7, ст.151)
3. Наведіть формули похідноі суми, добутку, частки двох функцій. Приклади. ([1], гл.7, ст.151-159)
4. Наведіть формули диференціювання складної функції. Приклади. ([1], гл.7, ст.152-159)
5. Правило логарифмічного диференціювання. Приклади. ([1], гл.7, ст.156-159)
6. Правило логарифмічного диференціювання. Приклади. ([1], гл.7, ст.156-159)
7. Визначення диференціала функції. ([1], гл.7, ст.165-167)
8. Правило Лопіталя розкриття невизначеностей. ([1], гл.7, ст.171-174)
9. Похідна і диференціали вищих порядків. ([1], гл.7, ст.163-167)
10. Поняття області визначення функції. Приклади. ([1], гл.7, ст.174-178)
11. Екстремуми функції, необхідна та достатні умови. ([1], гл.7, ст.174-178)
12.Необхідні та достатні умови монотонності та опуклості функції. ([1], гл.7, ст.178-179)
13. Визначення точок перегину графіка функції. ([1], гл.7, ст.178-179)
14. Визначення асимптоти функції. Точки розриву ([1], гл.7, ст.179-181)

Інтегральне числення функції однієї змінної

1. Поняття первісної та невизначеного інтегралу. ([1], гл.9, ст.208-210)
2. Властивості невизначеного інтегралу. ([1], гл.9, ст.208-215)
3. Таблиця інтегралів. ([1], гл.9, ст.208-215)
4. Методи заміни змінної в невизначеному інтегралі. ([1], гл.9, ст.210-215)
5. Формула інтегрування частинами невизначеного інтеграла. Приклади. ([1], гл.9, ст.215-218)
6. Інтегрування раціональних дробів. ([1], гл.9, ст.218-229)
7. Інтегрування ірраціональних виразів. ([1], гл.9, ст.229-234)
8. Методи інтегрування виразів, що містять тригонометричні функції. Універсальна тригонометрична підстановка. ([1], гл.9, ст.234-242)
9. Метод невизначених коефіцієнтів. Метод «пальців». ([1], гл.9, ст.218-229)
10. Поняття та геометричний зміст визначеного інтегралу. ([1], гл.9, ст.243-247)
11. Формула Ньютона – Лейбниця. ([1], гл.9, ст.243-247)
12. Заміна змінних у визначеному інтегралі. Інтеграл від парної та непарної функції у симетричних границях. ([1], гл.9, ст.243-247)
13. Інтегрування частинами у визначеному інтегралі. ([1], гл.9, ст.243-247)
14. Геометричні застосування визначеного інтегралу. ([1], гл.9, ст.251-266)
15. Механічні застосування визначеного інтегралу. ([1], гл.9, ст.251-266)
16. Визначення невласних інтегралів 1 роду. ([1], гл.9, ст.247-251)

16. Визначення невласних інтегралів II роду. ([1], гл.9, ст.247-251)

Диференціальне числення функції багатьох змінних

1. Поняття функції багатьох змінних. Її область визначення, графік. ([1], т.1, с.243-247)
2. Частинні похідні функції багатьох змінних.([1], т.1, с.251-253)
3. Повний диференціал функції багатьох змінних. ([1], т.1, с.254-257)
4. Частинні похідні вищих порядків функції багатьох змінних.([1], т.1, с.251-253)
5. Поняття похідної за напрямком, її обчислення. ([1], т.1, с.257-260)
6. Градієнт функції, його обчислення та геометричний зміст ([1], т.1, с.257-260)

3.3. Модулі ЗМ-Л2 , ЗМ-П3 , ЗМ-І32 «Кратні та криволінійні інтеграли. Елементи теорії поля», «Звичайні диференціальні рівняння», «Ряди».

3.3.1. Повчання

Після вивчення змістовних модулів студенти мають оволодіти наступними знаннями: поняття подвійного та потрійного інтегралів, їх обчислення в різних системах координат, зміна порядку інтегрування; поняття та обчислення криволінійних інтегралів 1-го та 2-го роду, поверхневих інтегралів; основні характеристики скалярного та векторного поля; основні типи диференціальних рівнянь 1-го та вищих порядків та методи їх розв’язання; види числових та функціональних рядів, ознаки дослідження числових рядів, поняття та обчислення радіуса і області збіжності степеневих рядів, розкладання функції в ряд Тейлора та Фур’є.

Потрібно звернути особливу увагу на отримання навичок визначення області інтегрування функції, інтегрування функцій двох змінних за правильною та неправильною областю; отримання навичок розв’язання диференціальних рівнянь 1-го та 2-го порядків різного типу; визначення збіжності числових рядів та розкладання періодичних функцій в ряди Фур’є.

Наявне навчально-методичне забезпечення змістовних модулів:

1. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Т. 1,2-М.; “Высшая школа”, 1986.
2. Кудрявцев В. А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики. М.: «Наука»,1985.- 575с.

3. Глушков А.В., Чернякова Ю.Г., Вітавецька Л. А., Хецеліус О.Ю., Дубровська Ю.В., Лобода А.В., Середенко С.С. «Вища математика».Ч.1. – Одесса, 2011.-320с.
4. Сборник задач по математике. Под ред.. Ефимова А.В., Демидовича Б.П., Т.1,2 – М. “Наука”, 1986.
5. Глушков А.В., Чернякова Ю.Г., Вітавецька Л. А., Хецеліус О.Ю., Дубровська Ю.В., Флорко Т.О., Башкарьов П.Г. «Вища математика».Ч.2. – Одесса, 2014.-290с.
6. http://eprints.library.odeku.edu.ua/view/divisions/kaf=5Fmath/

3.3.2. Питання для самоперевірки

Кратні та криволінійні інтеграли. Елементи теорії поля

1. Означення, геометричний зміст та властивості подвійного інтеграла. ([2], с.470-473, 484-488)
2. Обчислення подвійного інтеграла у декартовій системі координат. ([2], с.473-479)
3. Типи областей інтегрування. ([2], с.473-479)
4. Заміна змінних у подвійному інтегралі. Перехід до полярних координат. ([2], с.479-482)
5. Застосування подвійного інтегралу. ([2], с.479-482)
6. Означення, фізичний зміст та властивості потрійного інтеграла. ([2], с.489-492)
7. Обчислення потрійного інтеграла у декартовій системі координат. ([2], с.489-492)
8. Заміна змінних у потрійному інтегралі. Перехід до циліндричних та сферичних координат. ([2], с.489-492)
9. Застосування потрійного інтегралу. ([2], с.489-492)
10. Означення, фізичне тлумачення та властивості криволінійного інтеграла I роду. ([2], с.458-460)
11. Обчислення та застосування криволінійного інтеграла I роду. ([2], с.458-460)
12. Означення, фізичне тлумачення та властивості криволінійного інтеграла II роду. ([2], с.460-464)
13. Обчислення та застосування криволінійного інтеграла II роду. ([2], с.460-464)
14. Незалежність криволінійного інтеграла II роду від форми шляху інтегрування. Формула Гріна. ([2], с.460-464)
15. Поверхневий інтеграл I роду. Означення, властивості, обчислення, застосування ([5], с.212-217)
16. Поверхневий інтеграл II роду. Означення, властивості, обчислення, застосування ([5], с.212-217)
17. Формули Остроградського-Гаусса та Стокса. Поняття скалярного поля . Лінії та поверхні рівня скалярного поля ([5], с.207-209, с.231-237)

18. Поняття векторного поля і векторної лінії ([5], с.209-211)
19. Потік векторного поля через поверхню ([5], с.212-217)
20. Дивергенція векторного поля. Соленоїдальне поле. Зв'язок між потоком і дивергенцією ([5], с.231-237)
21. Циркуляція та ротор векторного поля. Потенційне поле. Зв'язок між циркуляцією та ротором. Гармонічне поле ([5], с.225-231)

Звичайні диференціальні рівняння

1. Поняття диференціального рівняння. Задачі, що призводять до диференціальних рівнянь. ([2], с.407-411)
2. Диференціальні рівняння I-го порядку, розв'язані відносно похідної. Розв'язок диференціальних рівнянь. Теорема існування та єдності . Задача Коші. ([2], с.407-411)
3. Загальний та частинний розв'язки, загальний та частинний інтеграл, особливий розв'язок диференціальних рівнянь. ([2], с.407-411)
4. Диференціальні рівняння I-го порядку зі змінними, що розділяються. Загальний вигляд, схема розв'язання. ([2], с.411-415)
5. Однорідні диференціальні рівняння I-го порядку. Загальний вигляд, схема розв'язання. ([2], с.415-417)
6. Лінійні диференціальні рівняння I-го порядку. Загальний вигляд, схема розв'язання . Метод варіації сталих. Метод Бернуллі. ([2], с.417-422)
7. Диференціальні рівняння у повних диференціалах. Загальний вигляд, схема розв'язання. ([5], с.90-93)
8. Диференціальні рівняння вищих порядків. Розв'язання, задача Коші, теорема існування та єдності. ([2], с.424-425)
9. Диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають пониження порядку (3 випадки). ([2], с.426-432)
10. Лінійні однорідні диференціальні рівняння, властивості їх розв'язків. ([2], с.433-435)
11. Лінійні однорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Характеристичне рівняння. ([2], с.435-440)
12. Побудова загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння за коренями характеристичного рівняння. ([2], с.435-440)
13. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння 2-го порядку зі сталими коефіцієнтами. ([2], с.440-451)
14. Системи диференціальних рівнянь I-го порядку. Метод виключення. Матричний метод. ([5], с.130-137)

Ряди

1. Поняття числових рядів. Сума ряду, збіжність ряду. ([2], с.362-366)
2. Основні властивості збіжних рядів. Необхідна ознака збіжності ряду. ([2], с.366-368)
3. Ознаки порівняння рядів. Еталонні ряди. ([2], с.368-371)

4. Ряди з додатними членами. Ознака Даламбера. ([2], с.371-374)
5. Радикальна та інтегральна ознаки Коші. ([2], с.371-374)
6. Знакозмінні та знакопереміжні ряди. Ознака Лейбниця. Абсолютна та умовна збіжність. ([2], с.376-377)
7. Властивості абсолютно і умовно збіжних рядів ([2], с.376-377)
8. Функціональні ряди. Область збіжності. Рівномірна збіжність. Ознака Вейерштрасса. ([2], с.377-379)
9. Степеневі ряди. Інтервал та радіус збіжності. Теорема Абеля. ([2], с.377-379)
10. Диференціювання та інтегрування степеневих рядів. ([2], с.379-380)
11. Розклад функції в степеневий ряд. Ряд Тейлора та Маклорена. ([2], с.380-385, 388- 390)
12. Використання степеневих рядів при приблизному обчисленні. ([2], с.385-385, 388- 388)
13. Поняття тригонометричних рядів Фур'є. Обчислення коефіцієнтів рядів Фур'є. ([2], с.392-400)
14. Ряди Фур'е парної та непарної функції. Парне, непарне та періодичне продовження функції. ([2], с.400- 404)

4. ПИТАННЯ ДО ЗАХОДІВ ПОТОЧНОГО, ПІДСУМКОВОГО ТА СЕМЕСТРОВОГО КОНТРОЛЮ

4.1. Тестові завдання до модульної контрольної роботи модуля ЗМ-Л1

1) Визначник $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ дорівнює ([1], ст.38-43)
2) Метод трикутників призначений для обчислення визначників ([1], ст.38-43)
3) Довжина вектору $\vec{a}(x_a, y_a, z_a)$ дорівнює ([1], ст.45-52)
4) Колінеарними називають вектори, які лежать ([1], ст.45-52)
5) Компланарними називають вектори, які лежать ([1], ст.45-52)
6) Скалярним добутком векторів $\vec{a} \cdot \vec{b}$ є ([1], ст.45-52)
7) За допомогою скалярного добутку векторів можна перевірити їх ([1], ст.45-52)
8) Скалярний добуток векторів $\vec{a}(x_a, y_a, z_a)$ і $\vec{b}(x_b, y_b, z_b)$ дорівнює ([1], ст.45-52)
9) Кут між векторами можна обчислити за допомогою їх ([1], ст.45-52)
10) Векторним добутком векторів $\vec{a} \cdot \vec{b}$ є ([1], ст.45-52)
11) Якщо векторний добуток $\vec{a} \times \vec{b} = 0$, тоді ([1], ст.45-52)
12) Площу паралелограма, що побудований на векторах, можна обчислити за допомогою їх ([1], ст.45-52)
13) Властивість векторного добутку векторів([1], ст.45-52)
14) Об'єм паралелепіпеда, що побудований на векторах, можна обчислити за допомогою їх ([1], ст.45-52)

15) Мішаний добуток трьох векторів дорівнює нулю, якщо вектори ([1], ст.45-52):

16) Мішаний добуток трьох векторів $\vec{a}(x_a, y_a, z_a)$, $\vec{b}(x_b, y_b, z_b)$ і $\vec{b}(x_c, y_c, z_c)$ дорівнює ([1], ст.45-52)

17) Матриці $A+B$ і $A-B$ існують, якщо ([1], ст.74-81)

18) Якщо A^{-1} - обернена матриця, тоді добуток $A \cdot A^{-1}$ ([1], ст.74-81)

19) Одинична матриця E_3 має вигляд ([1], ст.74-81)

20) Якщо визначник квадратної матриці дорівнює 0, то обернена матриця до неї ([1], ст.74-81)

21) Алгебраїчним доповненням елемента a_{12} матриці $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ називають ([1], ст.74-81)

22) Правило Крамера розв'язання системи лінійних рівнянь використовує ([1], ст.86-102)

23) Матричний метод розв'язання системи лінійних рівнянь використовує ([1], ст.86-102)

24) Границя нескінченно малої величини дорівнює: ([1], ст.147-150)

25) Границя нескінченно великої величини дорівнює: ([1], ст.147-150)

26) Відношення двох нескінченно малих функцій є величина([1], ст.147-150)

27) Функція обернена нескінченно малій є ([1], ст.147-150)

28) Перша важлива границя має вигляд: ([1], ст.142-147)

29) Друга важлива границя має вигляд: ([1], ст.142-147)

30) Означення похідної має вигляд $y' =$: ([1], ст.151-160)

31) Фізичний сенс похідної функції: ([1], ст.167-182)

32) Геометрично похідна функції у точці x_0 дорівнює: ([1], ст.167-182)

33) Похідна добутку двох функцій U та V дорівнює: ([1], ст.151-160)

34) Похідна частки двох функцій U та V дорівнює: ([1], ст.151-160)

35) Якщо $y = f(u(x))$ –складна функція, то її похідна обчислюється за формулою: ([1], ст.151-161)

36) Диференціал функції $y = f(x)$ має вигляд: ([1], ст.151-161)

37) Функція зростає на проміжку (x_1; x_2) , якщо на цьому проміжку виконується умова : ([1], ст.167-182)

38) Функція спадає на проміжку (x_1; x_2) , якщо на цьому проміжку виконується умова : ([1], ст.167-182)

39) Точка X_0 – називається точкою максимуму , якщо при переході через неї похідна: ([1], ст.167-182)

40) Точка X_0 – називається точкою мінімуму , якщо при переході через неї похідна: ([1], ст.167-182)

41) У точці перегину графіка функції має місце рівність: ([1], ст.167-182)

42) Якщо $y''>0$ на проміжку (a,b), тоді $y=f(x)$:([1], ст.167-182)

43) Рівняння вертикальної асимптоти: ([1], ст.161-182)

44) Пряма $y=kx+b$ є асимптотою графіка функції $y=f(x)$, якщо ([1], ст.161-182)

45) Якщо справедлива рівність $f(-x)=-f(x)$, то функція $f(x)$ ([1], ст.167-182)

46) Якщо $F'(x)=f(x)$, то невизначеним інтегралом функції $f(x)$ називається ([1], ст.208-210)

47) Функція $F(x)$ називається первісною від функції $f(x)$ на відрізку $[a,b]$, якщо ([1], ст.208-210)

48) Формула інтегрування частинами у невизначеному інтегралі: ([1], ст.215-218)

49) Яка заміна є вірною в інтегралі $\int \frac{x^2}{1+x^3}dx$ ([1], ст.211-215)

50) Інтеграл $\int \cos \alpha x \, dx$ дорівнює ([1], ст.208-215)

51) Геометричний зміст визначеного інтеграла ([1], ст.243-247)

52) Формула Ньютона - Лейбниця ([1], ст.243-247)

53) Якщо $f(-x)=f(x)$, то: ([1], ст.211-215)

54) Визначення визначеного інтеграла ([1], ст.243-247)

55) Площа криволінійної трапеції, яка обмежена лініями $y=f_1(x)$, $y=f_2(x)$ і прямими $x=a$ і $x=b$, дорівнює ([1], ст.243-247)

56) Інтеграл $\int_{-\infty}^{2} x^3 dx$ ([1], ст.243-251)

57) Функцію двох змінних *z=f(x,y)* можна зобразити у вигляді ([1], ст.192-193)

58) Область визначення функції двох змінних: ([1], ст.192-193)

59) При знаходженні частинної похідної z'_x функції *z=f(x,y)* вважаємо, що ([1], ст.193-203)

60) Похідна функції *z=f(x,y)* за напрямком вектору *l* в точці *M(x;y)* це ([1], ст.193-203)

4.2. Завдання до практичного модуля ЗМ-П0 ([1], ст.1-35)

Варіант 1

1. Спростити $n^3 \cdot \left(n^2\right)^6$.

2. $\begin{cases} x-y=1, \\ 2x+3y=12. \end{cases}$

3. Розв’язати рівняння $2x^2-5x+2=0$.

4. Спростити $\dfrac{x^2+6x+5}{x^2-25}$;

5. $tg\alpha \cdot \left(1-sin^2\alpha\right)$.

6. Знайти область визначення функції $y=\dfrac{1}{x+2}+\sqrt{x+2}$.

7. Обчислити $log_7 196-2\,log_7 2$

Варіант 2

1. Спростити $\left(m^3\right)^4 \cdot m^5$.

2. $\begin{cases} x+y=1, \\ 3x-2y=8. \end{cases}$

3. Розв'язати рівняння $3x^2-10x+3=0$.

4. Спростити $\dfrac{x^2-5x-6}{x^2-12x+36}$;

5. $1+sin^2\alpha+cos^2\alpha$.

6. Знайти область визначення функції $y=log_3\left(6-2x\right)$.

7. Обчислити $log_2 24-log_2 3$.

Варіант 3

1. Спростити $\dfrac{a^3\cdot a^4}{a^5}$.

2. $\begin{cases} x+y=5, \\ 3x-y=11. \end{cases}$

3. Розв'язати рівняння $7x^2-9x+2=0$.

4. Спростити $\dfrac{x^2-16}{x^2-x-12}$;

5. $ctg\alpha \cdot \left(1-cos^2\alpha\right)$.

6. Знайти область визначення функції $y=\dfrac{1}{\sqrt{5-x}}$.

7. Обчислити $log_6 3+log_6 12$

Варіант 4

1. Спростити $\dfrac{b^4 \cdot b^7}{b^6}$.

2. $\begin{cases} x - y = 4, \\ 5x + y = 14. \end{cases}$

3. Розв'язати рівняння $5x^2 - 7x + 2 = 0$.

4. Спростити $\dfrac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 8x + 16}$;

5. $1 - sin^2\alpha - cos^2\alpha$.

6. Знайти область визначення функції $y = ln(2 - 2x)$.

7. Обчислити $log_6 60 - log_6 10$.

Варіант 5

1. Спростити $\dfrac{12x^5 \cdot y^2}{6x^4 y^8}$.

2. $\begin{cases} 5x - y = 1, \\ x + 3y = 5. \end{cases}$

3. Розв'язати рівняння $2x^2 + 9x - 5 = 0$.

4. Спростити $\dfrac{x^2 + 7x + 6}{x^2 - 1}$;

5. $cos^2\alpha \cdot tg^2\alpha + sin^2\alpha \cdot ctg^2\alpha$.

6. Знайти область визначення функції $y = \sqrt{7 - x}$.

7. Обчислити $log_3 18 + log_3 \dfrac{1}{18}$.

Варіант 6

1. Спростити $\dfrac{4a^3 \cdot b^7}{8a^5 b^2}$.

2. $\begin{cases} 3y + x = 7, \\ y - 5x = 5. \end{cases}$

3. Розв'язати рівняння $3x^2 - 11x - 4 = 0$.

4. Спростити $\dfrac{x^2-6x+9}{x^2-7x+12}$;

5. $sin\,\beta \cdot ctg\,\beta - cos\,\beta$.

6. Знайти область визначення функції $y = log_5\left(8-2x\right)$.

7. Обчислити $log_2 5 + log_2 \dfrac{8}{5}$.

Варіант 7

1. Спростити $\dfrac{7^4 \cdot 7^5}{7^7}$.

2. $\begin{cases} x+y=7, \\ 5x-2y=14. \end{cases}$

3. Розв'язати рівняння $4x^2-5x+1=0$.

4. Спростити $\dfrac{x^2+2x-8}{x^2-16}$;

5. $\dfrac{1-cos^2\alpha}{1-sin^2\alpha}$.

6. Знайти область визначення функції $y=\dfrac{3}{\sqrt{x-2}}$.

7. Обчислити $log_3 2 + log_3 \dfrac{9}{2}$.

Варіант 8

1. Спростити $\dfrac{9^6 \cdot 9^4}{9^8}$.

2. $\begin{cases} x-y=3, \\ 3x-2y=11. \end{cases}$

3. Розв'язати рівняння $4x^2-3x-1=0$.

4. Спростити $\dfrac{x^2-4x+4}{x^2+3x-10}$;

5. $\left(1-sin\,\beta\right)\cdot\left(1+sin\,\beta\right)+\left(1+cos\,\beta\right)\cdot\left(1-cos\,\beta\right)$.

6. Знайти область визначення функції $y=\sqrt{x}+\frac{1}{x}$.

7. Обчислити $log_5 45 - log_5 9$.

Варіант 9

1. Спростити $\left(a^7\right)^4 \div a^{14}$.

2. $\begin{cases} x+y=8, \\ 2x-y=4. \end{cases}$

3. Розв'язати рівняння $3x^2-10x+7=0$.

4. Спростити $\frac{x^2-10x+9}{x^2-2x+1}$;

5. $\frac{\left(sin\,\alpha + cos\,\alpha\right)^2}{1+sin\,2\alpha}$.

6. Знайти область визначення функції $y=ln\left(8-4x\right)$.

7. Обчислити $log_{0.3} 3 - log_{0.3} 10$.

Варіант 10

1. Спростити $\left(x^6\right)^4 \div x^{12}$.

2. $\begin{cases} x-y=7, \\ 3x+y=9. \end{cases}$

3. Розв'язати рівняння $2x^2-7x+5=0$.

4. Спростити $\frac{x^2-16x+64}{x^2-7x-8}$;

5. $cos^2\alpha - 4\,sin^2\frac{\alpha}{2}\cdot cos^2\frac{\alpha}{2}$.

6. Знайти область визначення функції $y=\sqrt{1-x}$.

7. Обчислити $log_2 12 - log_2 3$.

4.3. Завдання до практичного модуля ЗМ-П1 ([1], гл. 4, ст.70-81), ([3], гл.2, ст.48-52)

Варіант 1

1) Дані точки: A(1;2;1); B(3;0;-4); C(-2;3;5); D(2;1;-1).

а) Знайти кут між векторами AB та CD

б) Обчислити площу трикутника BCD

в) Перевірити, чи належать точки A,B,C,D до однієї площини.

2) Дана матриця $A=\begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

а) Знайти матрицю $B=A\bullet A^T$

б) Знайти значення матричного многочлена: $D = -2B^2+B+2E_3$.

3) Знайти розв'язок системи лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 5 \\ x + y + z = 6 \\ x - 2y + z = 0 \end{cases}$$

а) за правилом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) засобами матричного числення.

Варіант 2

1) Дані точки: A(2;5;-1); B(4;1;-2); C(3;3;1); D(4;-1;-2).

а) Чи є серед векторів AB ,CD , AD взаємно перпендикулярні?

б) Чи є серед векторів AC, BD, BA колінеарні?

в) Перевірити, чи утворюють вектори BA, BC, BD праву трійку.

2) Дана матриця $A=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

а) Знайти матрицю $B=A\bullet A^T$

б) Знайти значення матричного многочлена: $D = B^2+2B+3E_3$.

3) Знайти розв'язок системи лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 5x + 2y - 3z = 1 \\ x - y - z = -3 \\ 3x + 3y + 2z = 8 \end{cases}$$

а) за правилом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) засобами матричного числення.

Варіант 3

1) Дані точки: A(3;-1;-2); B(2;3;4); C(5;0;-1); D(-1;2;1).

а) Знайти $Пр_{AB}$ CD

б) Обчислити площу паралелограма, що побудований на векторах BC та BA.

в) Перевірити компланарність векторів AC, BC,AD.

2) Дана матриця A= $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

а) Знайти матрицю $B=A\bullet A^T$

б) Знайти значення матричного многочлена: $D = -B^2+3B-E_3$.

3) Знайти розв'язок системи лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x - y + 4z = 1 \\ 3x + 2y - z = 13 \\ 2x + y - 2z = 8 \end{cases}$$

а) за правилом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) засобами матричного числення.

Варіант 4

1) Дані точки: A(4;0;2); B(3;-1;1); C(2;5;-4); D(5;-3;-1).

а) Знайти значення виразу: (3AB-2CД)(AC+2BD)

б) Знайти одиничний вектор, що перпендикулярний до векторів AB та AD

в) Знайти об'єм паралелепіпеду, що побудований на векторах AB, AC, AD.

2) Дана матриця A= $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

а) Знайти матрицю $B=A\bullet A^T$

б) Знайти значення матричного многочлена: $D = 3B^{2-}B+E_3$.

3) Знайти розв'язок системи лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 3x - 6y + z = 1 \\ 2x + y - 2z = 3 \\ 4x - 3y - z = 4 \end{cases}$$

а) за правилом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) засобами матричного числення.

Варіант 5

1) Дані точки: A(1;2;3); B(-1;3;2); C(7;-3;5); D(0;1;1).

   а) Знайти кут між векторами AB та CD

   б) Обчислити площу трикутника BCD

   в) Знайти об'єм тетраедра ABCD.

2) Дана матриця $A=\begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

   а) Знайти матрицю $B=A\bullet A^{T}$

   б) Знайти значення матричного многочлена: $D = 2B^{2-4}B-2E_3$.

3) Знайти розв'язок системи лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x + 4y + 3z = 1 \\ 3x - y + 2z = -1 \\ x + 3y + 4z = 3 \end{cases}$$

   а) за правилом Крамера;

   б) методом Гаусса;

   в) засобами матричного числення.

Варіант 6

1) Дані точки: A(3;1;0); B(2;6;-1); C(4;0;0); D(-1;-1;-2).

   а) Чи є серед векторів AB ,CD , AD взаємно перпендикулярні?

   б) Чи є серед векторів AC, BD, BA колінеарні?

   в) Перевірити, чи утворюють вектори BA, BC, BD ліву трійку.

2) Дана матриця $A=\begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

   а) Знайти матрицю $B=A\bullet A^{T}$

   б) Знайти значення матричного многочлена: $D = -3B^{2}+2B-E_3$.

3) Знайти розв'язок системи лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x + 3y - 4z = -5 \\ x - y + z = 2 \\ 3x + 2y - 2z = 1 \end{cases}$$

   а) за правилом Крамера;

   б) методом Гаусса;

   в) засобами матричного числення.

Варіант 7

1) Дані точки: A(2;5;1); B(4;4;-2); C(2;-3;1); D(4;-2;-1).

а) Знайти $Пр_{AB}$ CD

б) Знайти площу паралелограма, що побудований на векторах BC та BA.

в) Перевірити компланарність векторів AC, BC,AD.

2) Дана матриця $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

а) Знайти матрицю $B=A\bullet A^T$

б) Знайти значення матричного многочлена: $D = 3B^2-4B+3E_3$.

3) Знайти розв'язок системи лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 2 \\ x + 2y + z = 6 \\ 3x - 4y - 2z = -2 \end{cases}$$

а) за правилом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) засобами матричного числення.

Варіант 8

1) Дані точки: A(3;-2;2); B(2;3;4); C(5;0;1); D(-1;2;4).

а) Знайти значення виразу: AB(2CD-3AD+AC)

б) Знайти одиничний вектор, що перпендикулярний до векторів AB та AD

в) Знайти об'єм паралелепіпеду, що побудований на векторах AB, AC, AD.

2) Дана матриця $A=\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

а) Знайти матрицю $B=A\bullet A^T$

б) Знайти значення матричного многочлена: $D = -B^2-B+E_3$.

3) Знайти розв'язок системи лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = -3 \\ 4x + y + 2z = 7 \\ x - 2y - 3z = -3 \end{cases}$$

а) за правилом Крамера;

б) методом Гаусса;

в) засобами матричного числення.

Варіант 9

1) Дані точки: A(4;2;2); B(3;-1;2); C(2;5;-4); D(5;-3;0).

   а) Знайти кут між векторами AB та CD

   б) Обчислити довжину вектору AB x (CD+AD)

   в) Знайти об'єм тетраедра ABCD.

2) Дана матриця A= $\begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

   а) Знайти матрицю $B=A\bullet A^T$

   б) Знайти значення матричного многочлена: $D = -2B^2+2B+E_3$.

3) Знайти розв'язок системи лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} x + 2y - 5z = 2 \\ 2x - 2y + 3z = 5 \\ 3x - 3y - 4z = -1 \end{cases}$$

   а) за правилом Крамера;

   б) методом Гаусса;

   в) засобами матричного числення.

Варіант 10

1) Дані точки: A(4;2;3); B(-1;-3;2); C(0;-9;5); D(0;1;0).

   а) Чи є серед векторів AB ,CD , AD взаємно перпендикулярні?

   б) Знайти площу трикутника ABD.

   в) Перевірити, чи належать точки A,B,C,D до однієї площини.

2) Дана матриця A= $\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

   а) Знайти матрицю $B=A\bullet A^T$

   б) Знайти значення матричного многочлена: $D = B^2-3B+4E_3$.

3) Знайти розв'язок системи лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 2 \\ x - y + 2z = 11 \\ 3x + 2y - 2z = -2 \end{cases}$$

   а) за правилом Крамера;

   б) методом Гаусса;

   в) засобами матричного числення

4.4. Завдання до практичного модуля ЗМ-П2 ([1], ст.147-161, 210-215)

Варіант №1.

I) Обчислити границі:

1. $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x^2-5x-2}{2x^2-x-6}$ **2.** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-3}{2x+5}\right)^{x-1}$ **3.** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{arctg2x}{4x}$

II) Знайти похідні функції:

1. $y=\dfrac{2}{1+x}$ **2.** $y=x^2\cdot arctgx$ **3.** $y=9x^7-5\ln x+4e^x-\sin x$

4. $y=\sqrt{\sin x^3}\cdot e^x$; **5.** $y=\arcsin^2\sqrt{x}$;

III) Обчислити:

1. $\int\dfrac{x^3}{\sqrt{8-x^8}}dx$; **2.** $\int(x-15)\cdot cosxdx$; **3.** $\int\limits_1^4\left(\dfrac{4}{x^2}+2x\right)dx$

IV) Обчислити площу фігури, яка обмежена графіками функцій $\begin{cases} y=-x^2 \\ y=2x \end{cases}$

V) Знайти частинні похідні першого порядку: $z=\ln\sqrt{x^2+y^2}$.

VI) Знайти частинні похідні другого порядку: $u=4x^3+3x^2y+5xy^2-y^3$

Варіант №2

I) Обчислити границі:

1. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-x-6}{x^2-6x+9}$ **2.** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2-4x+1}{5x^3+3x^2-2x}$ **3.** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x\cdot tgx}{1-\cos 4x}$

II) Знайти похідні функції:

1. $y=7x^{-3}+\sin x-\dfrac{1}{x}-2^x+4\ln x$ **2.** $y=e^{\ln^2 x}$ **3.** $y=\cos^3(2x+5)$

4. $y=2^{5x}\cdot\ell^{-2x}$ **5.** $y=\sqrt{\dfrac{1+x^2}{1-x^2}}$;

III) Обчислити:

1. $\int\dfrac{(\ln x+1)^2}{x}dx$. **2.** $\int(x-3)\cdot 4^x\,dx$ **3.** $\int\limits_1^4\left(4\sqrt{x}+3x^2\right)dx$

IV) Обчислити площу фігури, яка обмежена графіками функцій $y=2x^3$, $y=16$ і віссю ОУ.

V) Знайти частинні похідні першого порядку: $z=\frac{1}{3}\sqrt{\left(x^2+y^2\right)^3}$.

VI) Знайти частинні похідні другого порядку: $u=5x^4-6x^2y+10xy^2-3$

Варіант №3

I) Обчислити границі:

1. $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-6x+9}{x^3-27}$ **2.** $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}$ **3.** $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x-x^2+3}{3x^2+1}$

II) Знайти похідні функції:

1. $y=-4x^{10}+\sqrt[3]{x}-5\cos 6x+10$ **2.** $y=\ln\left(tg\frac{4}{x}\right)$ **3.** $y=\ell^{-\cos\ 2x}$

4. $y=\frac{x^2}{e^{-x}}$ **5.** $y=\sqrt{1-x^2}\cdot\arcsin x$

III) Обчислити:

1. $\int\frac{2x-7}{x^2-1}dx$; **2.** $\int(x+3)\cdot e^{3x}dx$; **3.** $\int\limits_2^4\sqrt{6-x}dx$

IV) Обчислити площу фігури, яка обмежена графіками функцій $y=x^2$ і $y=7x-12$

V) Знайти частинні похідні першого порядку: $z=x\cdot\sin(x+y)$.

VI) Знайти частинні похідні другого порядку: $u=6x^5y-4x^2y^2+10xy$

Варіант №4

I) Обчислити границі:

1. $\lim\limits_{x\to -5}\frac{2x^2+15x+25}{5-4x-x^2}$ **2.** $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{5x^2-2x+1}{2x^2+x-3}$ **3.** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{3x+2}{3x-4}\right)^{2-x}$

II) Знайти похідні функції:

1. $y=4x^5-3\sqrt{x}+\sin 6x+3^{2x}-e$ **2.** $y=x\cdot\arccos x^2$ **3.** $y=\sqrt{ctg\ell^{2x}}$

4. $y=\frac{1+tgx}{1+x}$ **5.** $y=\ell^x\cdot\cos x$

III) Обчислити:

1. $\int\frac{\sin x}{\sqrt{\cos^2 x+4}}dx$; **2.** $\int\sin 4x\cdot\sin 10x dx$; **3.** $\int\limits_1^8\frac{1+2\sqrt{x}}{x^3}dx$

IV) Обчислити площу фігури, яка обмежена графіками функцій $\begin{cases} y=-x\\ y^2=3x-x^2\end{cases}$

V) Знайти частинні похідні першого порядку: $z=\frac{\cos x^2}{y}$.

VI) Знайти частинні похідні другого порядку: $u=6x^3y^2-4x\sin y+4$

Варіант №5

I) Обчислити границі:

1. $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-4x+4}{x^2-4}$ **2.** $\lim\limits_{x\to\infty} x\cdot\sin\frac{1}{x}$ **3.** $\lim\limits_{x\to 3}\frac{\sqrt{2x+3}-3}{x^2-9}$

II) Знайти похідні функції:

1. $y=10x^{-9}+4\cos x-\frac{1}{x}+3^x-5$ **2.** $y=x^2\sin x$ **3.** $y=\frac{1+\sin 3x}{1-\sin 3x}$

4. $y=\sqrt{x+\sin 5x}$ **5.** $y=\cos\ln 2x$

III) Обчислити:

1. $\int\frac{1}{(4-x)^2}dx$; **2.** $\int x\cdot 3^x dx$; **3.** $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\cdot\cos 3x dx$

IV) Обчислити площу фігури, яка обмежена графіками функцій $y=x^2$ і $y=\frac{x^3}{3}$

V) Знайти частинні похідні першого порядку: $z=y^{\ln x}$.

VI) Знайти частинні похідні другого порядку: $u=6x^2y-3xy+10x^3y^3+5$

Варіант №6

I) Обчислити границі:

1. $\lim\limits_{x\to -2}\frac{x^3+8}{x^2+x-2}$ **2.** $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tg^2x}{5x^2}$ **3.** $\lim\limits_{x\to 4}\frac{\sqrt{x}-2}{x^2-6x+8}$

II) Знайти похідні функції:

1. $y=3\sqrt{x}-2\cos x+5\arcsin x-4$ **2.** $y=\sin(x^2+5)$ **3.** $y=\ln^3(2x+1)$

4. $y=\frac{x+\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}}$ **5.** $y=x\cdot\log_4 5x$

III) Обчислити:

1. $\int\frac{1}{(x^2+2)(x+5)}dx$; **2.** $\int\sin x\cdot e^{\cos x+2}dx$; **3.** $\int\limits_1^2 x\cdot\log_2 x dx$

IV) Обчислити площу фігури, яка обмежена графіками функцій $\begin{cases} y=x^2+4x \\ x-y+4=0\end{cases}$

V) Знайти частинні похідні першого порядку: $z=\arcsin(xy)$.

VI) Знайти частинні похідні другого порядку: $u=4x^2y^{3-}3xy+10$

Варіант №7

I) Обчислити границі:

1. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{3x^2-2x-1}{x^2-4x+3}$ **2.** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin^2 3x}{tg^2 2x}$ **3.** $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-7}{2x-3}\right)^{4x+1}$

II) Знайти похідні функції:

1. $y=\arcsin\dfrac{2x}{3}+7^{-2x}+2x^9-\pi$ **2.** $y=x^2\cdot\sqrt{2^x}$ **3.** $y=e^{-x}\cdot\cos(2x+3)$

4. $y=\dfrac{1+3x^2}{2+3x}$ **5.** $y=\ln tgx^3$

III) Обчислити:

1. $\int\dfrac{\sqrt{4+\ln x}}{x}dx$; **2.** $\int x\cdot e^{-4x}dx$; **3.** $\int\limits_{-1}^{-3}\dfrac{x}{\left(x^2+1\right)^2}dx$

IV) Обчислити площу фігури, яка обмежена графіками функцій $\begin{cases}x+y-5=0\\ y=4/x\end{cases}$

V) Знайти частинні похідні першого порядку: $z=tg\dfrac{x^2}{y}$.

VI) Знайти частинні похідні другого порядку: $u=x^2\sin y-5xy+10y^4e^x$

Варіант №8

I) Обчислити границі:

1. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{6-x-x^2}{3x^2+8x-3}$ **2.** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3x}{\arcsin 6x}$ **3.** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3-2x+1}{3x^3+4x+2}$

II) Знайти похідні функції:

1. $y=5x^{-3}+4\sin 3x+2\cdot 6^x-3$ **2.** $y=arctgx\cdot\sqrt{2x+1}$ **3.** $y=\ln\sin 2x$

4. $y=\dfrac{ctgx}{e^x+\dfrac{2}{x}}$ **5.** $y=8^{\arccos 2x}$

III) Обчислити:

1. $\int\dfrac{dx}{ctg^3x\cdot\sin^2 x}$; **2.** $\int\cos^3 x\cdot\sin x dx$; **3.** $\int\limits_1^4\left(4x^3-3\sqrt{x}\right)dx$

IV) Обчислити площу фігури, яка обмежена графіками функцій $y=3^x$, $y=3$ і віссю OY.

V) Знайти частинні похідні першого порядку: $z=\ln\left(x+y^2\right)$.

VI) Знайти частинні похідні другого порядку: $u=6x^3y^2-5xy+10y^2$

Варіант №9

I) Обчислити границі:

1. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3-1}{5x^2-9x+4}$ **2.** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 6x}{x\cdot\sin 3x}$ **3.** $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5-2x-3x^2}{x^2+x+3}$

II) Знайти похідні функції:

1. $y=3\sqrt[7]{x^3}-5^{-x}+\dfrac{6}{x^2}-4x-3$ **2.** $y=\sqrt{ctg\ell^{2x}}$ **3.** $y=x^2\cdot\sqrt{1-x^2}$

4. $y=\sqrt{\dfrac{2}{1+x}}$ **5.** $y=arcctgx\cdot e^{2x}$

III) Обчислити:

1. $\int\dfrac{tg^3x}{\cos^2 x}dx$; **2.** $\int\dfrac{1}{x^2}\cdot\ln xdx$; **3.** $\int\limits_0^7 e^{5x}\cdot(x-3)dx$

IV) Обчислити площу фігури, яка обмежена графіками функцій $y=\dfrac{1}{1+x^2}$ і $y=\dfrac{x^2}{2}$

V) Знайти частинні похідні першого порядку: $z=arctg\,\dfrac{x+y}{1-xy}$.

VI) Знайти частинні похідні другого порядку: $u=3y^4x-4y^2x^3+2xy-y$

Варіант №10

I) Обчислити границі:

1. $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{2x^2+5x-3}{3x^2+11x+6}$ **2.** $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{x^2-25}{\sqrt{2x-1}-3}$ **3.** $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tg^2 3x}{\sin 5x}$

II) Знайти похідні функції:

1. $y=\dfrac{1}{x^4}-7x^2+\log_5 x+1$ **2.** $y=(x^2+2)\cdot\sqrt{4-x^2}$ **3.** $y=x^3\cdot\ln x$

4. $y=\dfrac{2-\cos 3x}{2+\cos 3x}$ **5.** $y=\arcsin(\ln\ 5x)$

III) Обчислити:

1. $\int\dfrac{dx}{x^2-8x+10}$; **2.** $\int x^2\cdot\ln xdx$; **3.** $\int\limits_0^2 x\cdot e^{4x}dx$

IV) Обчислити площу фігури, яка обмежена графіками функцій $y=5^x, y=1-x^2, x=1$

V) Знайти частинні похідні першого порядку: $z=\sin^2(ax+by)$.

VI) Знайти частинні похідні другого порядку: $u=x^3+12x^2y+3xy^2-2y^3x^3-8$

4.5. Завдання до індивідуального завдання ЗМ-ІЗ1 ([1], гл.7, ст.178-179)

Варіант №1. Провести дослідження та побудувати графіки функцій:

1. $y = \dfrac{x^2}{x^2 - 1}$ **; 2.** $y = (x+1)\cdot \ln(x+1)$

Варіант №2. Провести дослідження та побудувати графіки функцій:

1. $y = \dfrac{x^3}{4 - x^2}$ **; 2.** $y = x^3 \cdot \ell^{x}$

Варіант №3. Провести дослідження та побудувати графіки функцій:

1. $y = \dfrac{1}{x} + 4x^2$ **; 2.** $y = \ln \dfrac{x}{x-1}$

Варіант №4. Провести дослідження та побудувати графіки функцій:

1. $y = \dfrac{2x-1}{(x-1)^2}$ **; 2.** $y = x^3 \cdot \ell^{-x}$

Варіант №5. Провести дослідження та побудувати графіки функцій:

1. $y = 2x - \dfrac{1}{x^2}$**; 2.** $y = \ln \dfrac{x}{x-1}$

Варіант №6. Провести дослідження та побудувати графіки функцій:

1. $y = \dfrac{x-3}{(x-2)^2}$**; 2.** $y = x^2 \cdot \ell^{x^2}$

Варіант №7. Провести дослідження та побудувати графіки функцій:

1. $y = x^2 \cdot \sqrt{x-1}$**; 2.** $y = (x+1)\ell^{-x}$

Варіант №8. Провести дослідження та побудувати графіки функцій:

1 . $y = \dfrac{6}{x^2 - 4x}$**; 2.** $y = (x-1)\cdot \ln(x-1)$

Варіант №9. Провести дослідження та побудувати графіки функцій:

1. $y = \dfrac{x^2 - 1}{4(x^2+1)}$**; 2.** $y = \dfrac{\ell^x}{x^2}$

Варіант №10. Провести дослідження та побудувати графіки функцій:

1. $y = 10 - 3x - x^2$ **; 2.** $y = \dfrac{1}{x \cdot \ell^x}$

Варіант №11. Провести дослідження та побудувати графіки функцій:

1. $y = x^3 - 4x^2 - 3x + 6$**; 2.** $y = \dfrac{1}{\ell^x - 1}$

Варіант №12. Провести дослідження та побудувати графіки функцій:

1. $y = 6x^2 - 9x - x^3$**; 2.** $y = x - \ell^x$

Варіант №13. Провести дослідження та побудувати графіки функцій:

1. $y = 3x^3 - x + 2$ **; 2.** $y = x^2 \cdot \ln x$

Варіант №14. Провести дослідження та побудувати графіки функцій:

1. $y = (x+4)^2(x-5)$ **; 2.** $y = \dfrac{x}{\ln x}$

Варіант №15. Провести дослідження та побудувати графіки функцій:

1. $y = x^4 - 8x^2 - 9$ **2.** $y = \ln(x^2 + 4)$

Варіант №16. Провести дослідження та побудувати графіки функцій:

1. $y = \dfrac{2x+1}{x+5}$ **2.** $y = \sin x + \cos x$

Варіант №17. Провести дослідження та побудувати графіки функцій:

1. $y = \dfrac{1}{x^2+4}$ **2.** $y = \cos x - \dfrac{1}{\cos x}$

Варіант №18. Провести дослідження та побудувати графіки функцій:

1. $y = \dfrac{8}{16-x^2}$ **2.** $y = \ln \sin 2x$

Варіант №19. Провести дослідження та побудувати графіки функцій:

1. $y = \dfrac{x}{x^2-4}$ **2.** $y = x^3 \cdot \ell^{-x}$

Варіант №20. Провести дослідження та побудувати графіки функцій:

1. $y = \dfrac{x^2}{x-3}$ **2.** $y = x\ell^{\frac{1}{x}}$

Варіант №21. Провести дослідження та побудувати графіки функцій:

1. $y = \dfrac{x^2-5x}{x-1}$ **2** $y = 2x^2 - \ln x$

Варіант №22. Провести дослідження та побудувати графіки функцій:

1. $y = \dfrac{x^2+6}{x^2-1}$ **2.** $y = \dfrac{\ln x}{x-1}$

Варіант №23. Провести дослідження та побудувати графіки функцій:

1. $y = \dfrac{x^3+4}{x^2}$ **2.** $y = \ln \dfrac{x+2}{x-4}$

Варіант №24. Провести дослідження та побудувати графіки функцій:

1. $y = \dfrac{x}{\sqrt{x^2-4}}$ **2.** $y = x^3 \cdot \ell^{x}$

Варіант №25. Провести дослідження та побудувати графіки функцій:

1. $y = \dfrac{x}{\sqrt{x-5}}$ **2** $y = (x^2+1) \cdot \ell^{-x}$

4.6. Тестові завдання до модульної контрольної роботи модуля ЗМ-Л2

1) З геометричної точки зору подвійний інтеграл $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ визначає ([2], с.470-473, 484-488)
2) Областю інтегрування подвійного інтеграла є ([2], с.473-479)
3) Для x – правильної області інтегрування D подвійний інтеграл обчислюється за формулою ([2], с.473-479)
4) Для y – правильної області інтегрування D подвійний інтеграл обчислюється за формулою ([2], с.473-479)

5) Площа плоскої області D у декартових координатах обчислюється за формулою ([2], с.473-479)
6) Якщо область D – прямокутник $(a < x < b, \quad c < y < d)$, подвійний інтеграл по області D обчислюється за формулою ([2], с.473-479)
7) Об'єм циліндричного тіла ([2], с.489-492)
8) Якщо область D обмежена прямими $y = 2x, \; y = 0, \; x = 2$, тоді подвійний інтеграл по області D має вигляд ([2], с.473-479)
9) Якщо $f(x, y, z) \equiv 1, \quad (x; y; z) \in G$, тоді потрійний інтеграл $V = \iiint\limits_G dx\,dy\,dz$ дорівнює ([2], с.489-492)
10) Криволінійним інтегралом 1-го роду називається інтеграл вигляду ([2], с.458-460)
11) Якщо функція $f(x, y)$ - лінійна щільність кривої L, тоді криволінійний інтеграл $\int\limits_L f(x, y)dS$ ([2], с.458-460)
12) Якщо крива L задана рівнянням $y = y(x)$ при $a \le x \le b$, тоді криволінійний інтеграл 1-го роду дорівнює ([2], с.458-460)
13) Криволінійним інтегралом 2-го роду називається інтеграл вигляду ([2], с.460-464)
14) Формула для обчислення криволінійного інтеграла 2-го роду вздовж кривої L, заданої рівнянням $y = y(x)$при $a \le x \le b$, має вигляд ([2], с.460-464)
15) Формула для обчислення криволінійного інтегралу 2-го роду вздовж кривої L, яка задана рівнянням $x = x(y)$ при $c \le y \le d$, має вигляд ([2], с.460-464)
16) Умова незалежності криволінійного інтегралу 2-го роду від напрямку шляху інтегрування ([2], с.460-464)
17) Задача Коші для диференціального рівняння І-го порядку має вигляд ([2], с.407-411)
18) Геометричний зміст задачі Коші полягає в знаходженні ([2], с.407-411)
19) Задача Коші полягає в знаходженні ([2], с.407-411)
20) Рівняння з відокремлюваними змінними ([2], с.411-415)
21) Однорідне диференціальне рівняння першого порядку має вигляд ([2], с.415-417)
22) Рівняння $y' + P(x) \cdot y = Q(x) \cdot y^{\alpha}$ є ([2], с.417-422)
23) Лінійним рівнянням 1-го порядку є рівняння ([2], с.417-422)
24) Диференціальне рівняння $P(x, y)dx + Q(x, y)d\,y = 0$ з умовою $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$ називається ([5], с.90 -93)
25) Підстановка $y = ux$ використовується при розв'язуванні диференціального рівняння 1-го порядку ([2], с.415-417)
26) Рівняння Бернуллі розв'язується за допомогою заміни ([2], с.417-422)
27) Загальний розв'язок диференціального рівняння ІІ порядку має ([2], с.424-425)
28) Рівняння $y'' = f(y, y')$ допускає пониження порядку заміною ([2], с.426-432)
29) Порядок диференціального рівняння $y'' = f(x)$ знижується ([2], с.426-432)

30) Порядок диференціального рівняння $F\left(x, y', y''\right)=0$ знижується заміною ([2], с.426-432)

31) Рівняння $y''=x$ має загальний розв'язок ([2], с.426-432)

32) Якщо D=0 характеристичного рівняння $k^2+pk+q=0$, тоді загальний розв'язок рівняння $y''+py'+qy=0$ має вигляд ([2], с.435-440)

33) Якщо D>0 характеристичного рівняння $k^2+pk+q=0$, тоді загальний розв'язок рівняння $y''+py'+qy=0$ має вигляд ([2], с.435-440)

34) Якщо D<0 характеристичного рівняння $k^2+pk+q=0$, тоді загальний розв'язок рівняння $y''+py'+qy=0$ має вигляд ([2], с.435-440)

35) Загальний розв'язок рівняння $y''-6y'+25y=0$ знаходиться за формулою ([2], с.435-440)

36) Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$ збігається, якщо ([2], с.368-371)

37) Геометрична прогресія $\sum_{n=1}^{\infty}b_1 q^{n-1}$ збігається, якщо ([2], с.368-371)

38) Числовій ряд з частичною сумою S_n називається збіжним, якщо ([2], с.362-366)

39) За необхідною ознакою, у збіжного ряду ([2], с.366-368)

40) Геометрична прогресія $\sum_{n=1}^{\infty}b_1 q^{n-1}$ розбігається, якщо ([2], с.368-371)

41) За ознакою порівняння, якщо ряд $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$ є збіжним, тоді ряд $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ теж є збіжним, коли ([2], с.368-371)

42) За ознакою порівняння, якщо ряд $\sum_{n=1}^{\infty}b_n$ є розбіжним, тоді ряд $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ теж є розбіжним, коли ([2], с.368-371)

43) За ознакою Даламбера числовій ряд $\sum_{n=1}^{\infty}U_n$ збігається, якщо існує границя ([2], с.371-374)

44) За ознакою Даламбера числовій ряд $\sum_{n=1}^{\infty}U_n$ розбігається, якщо існує границя ([2], с.371-374)

45) За ознакою радикального Коші числовій ряд $\sum_{n=1}^{\infty}U_n$ розбігається, якщо існує границя ([2], с.371-374)

46) За ознакою радикального Коші числовій ряд $\sum_{n=1}^{\infty}U_n$ збігається, якщо існує границя ([2], с.371-374)

47) Числовій ряд $\sum_{n=1}^{\infty}U_n$ збігається, якщо збігається невласний інтеграл ([2], с.371-374)

48) Знакозмінний ряд $U_1 - U_2 + U_3 - .... + U_n$ збігається за ознакою Лейбниця, якщо виконуються умови ([2], с.376-377)

49) Яку ознаку збіжності числового ряду необхідно використовувати для ряду $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1+n}{2n}\right)^n$ ([2], с.371-374)

50) Якщо знакозмінний ряд $U_1 - U_2 + U_3 - .... + U_n$ збігається, а відповідний ряд, складений з абсолютних величин його членів розбігається, тоді знакозмінний ряд ([2], с.376-377)

51) Якщо знакозмінний ряд $U_1 - U_2 + U_3 - .... + U_n$ збігається разом з відповідним рядом, складений з абсолютних величин його членів, тоді знакозмінний ряд ([2], с.376-377)

52) Радіус збіжності степеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ знаходиться за формулою ([2], с.377-379)

53) За теоремою Абеля: якщо степеневий ряд збігається при деякому значені $x_0 \neq 0$, тоді він збігається абсолютно для всіх значень x, для яких справедливо ([2], с.377-379)

54) Розклад функції у ряд Тейлора є ([2], с.380-385, 388-390)

55) Ряд Тейлора перетворюється в ряд Маклорена при ([2], с.380-385, 388-390)

56) Якщо функція $f(x)$ - непарна, тоді її розклад в ряд Фур'є має вигляд ([2], с.400-404)

57) Якщо функція $f(x)$ - парна, тоді її розклад в ряд Фур'є має вигляд ([2], с.400-404)

58) В ряді Фур'є коефіцієнти a_n і b_n знаходяться за формулами ([2], с.392-400)

59) Розклад функції $f(x)$ в інтервалі $[-l, l]$ в ряд Фур'є має вигляд ([2], с.392-400)

60) Розклад функції $f(x)$ в інтервалі [-π,π] в ряд Фур'є має вигляд ([2], с.392-400)

4.7. Завдання до практичного модуля ЗМ-ПЗ ([2], с.368-377, 458-479)

Варіант №1

I) 1. Змінити порядок інтегрування $\int_{-2}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2+y}}^{0} f\,dx + \int_{-1}^{0} dy \int_{-\sqrt{-y}}^{0} f\,dx$.

2. Обчислити $\iint_D \left(12x^2y^2 + 16x^3y^3\right) dx\,dy$; $\quad D:\ x = 1,\ y = x^2,\ y = -\sqrt{x}$.

3. Обчислити $\int_L \left(2y - 6xy^3\right)dx + \left(2x - 9x^2y^2\right)dy$; $\quad L:\ x = \frac{1}{2}y^2$ від т.O (0; 0) до т.A (2; 2)

II) Розв'язати рівняння:

1. $y' = y^2 \cdot \cos x, \quad y(\frac{\pi}{2}) = 1$; **2.** $xy' - y = xtg\frac{y}{x}$

3. $y' + x^2 y = 3x^2$; **4.** $y'' - 2y' + 2y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$

III) Дослідити на збіжність ряди :

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} n}{1+n^2}$ **2.** $\sum_{n=1}^{\infty} 3^{n+1} \cdot \left(\frac{n+2}{n+3}\right)^{n^2}$ **3.** $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{7}\right)^n \cdot (n+1)!$ **4.** $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{1}{n}$**.**

Варіант №2

I) **1.** Змінити порядок інтегрування $\int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^{0} f\,dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^{0} f\,dx$.

2. Обчислити $\iint_D \left(9x^2 y^2 + 48x^3 y^3\right) dx\,dy; \quad D: x = 1, \ y = \sqrt{x}, \ y = -x^2$.

3. Обчислити $\int_{AB} \left(\frac{x}{y} - 2\right) dx - x^2 y\,dy$, де AB – ломана ACB, A (2; 1), C (2; 4), B (3; 4).

II) Розв'язати рівняння:

1. $y' y^2 = e^x$; **2.** $\left(y^2 - 3x^2\right) dy + 2\,xy\,dy = 0$

3. $y' - \frac{1}{x} y = xtgx$; **4.** $y'' - 2y' + 10y = 0, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 1$

III) Дослідити на збіжність ряди :

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \arcsin^n \frac{1}{n}$ **2.** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^8 + 4}}$ **3.** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot (n!)^2}{(2n)!}$ **4.** $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n^2}$

Варіант №3

I) **1.** Змінити порядок інтегрування $\int_0^1 dy \int_0^{y} f\,dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_0^{\sqrt{2-y^2}} f\,dx$.

2. Обчислити $\iint_D \left(36x^2 y^2 - 96x^3 y^3\right) dx\,dy; \quad D: x = 1, \ y = \sqrt[3]{x}, \ y = -x^3$.

3. Обчислити $\int_{AB} x\,y\,dx + \frac{y}{x} dy$, де AB – ломана ACB, A (1; 2), C (5; 2), B (5; 4).

II) Розв'язати рівняння:

1. $(x+1)^3 dy-(y-2)^2 dx=0$; 2. $xy' = y+x\cos\dfrac{y}{x}$

3. $y'+\dfrac{1}{x}y=e^{x^2}$; 4. $y''-7\,y'+6\,y=0, \quad y(0)=6,$

III) Дослідити на збіжність ряди :

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\sin n^2}{n^2}$ 2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n+3}{\sqrt[3]{n^3+2n+5}}$ 3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{e^{1/n}}{n^2}$ 4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\cdot\dfrac{1}{(3n-1)^2}$

Варіант №4

I) **1.** Змінити порядок інтегрування $\int\limits_0^1 dy \int\limits_0^{\sqrt{y}} f\,dx+\int\limits_1^2 dy \int\limits_0^{\sqrt{2-y}} f\,dx$.

2. Обчислити $\iint\limits_D \left(18x^2y^2+32x^3y^3\right)dx\,dy$; $D:\ x=1,\ y=x^3,\ y=-\sqrt[3]{x}$.

3. Обчислити $\int\limits_{AB} x\,y\,dx-x^2\,dy$; $y=\dfrac{1}{x}$ від т.*A* (1/2; 2) до т.*B* (1/3; 3).

II) Розв'язати рівняння:

1. $y'x^4=\dfrac{1}{\cos y}$; 2. $x^3dy=y(y^2+x^2)dx$

3. $xy'+y=\dfrac{1}{2}xy^2$; 4. $y''-6\,y'+9\,y=0, \quad y(0)=0, \quad y'(0)=2$

III) Дослідити на збіжність ряди :

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sqrt{\dfrac{3n+2}{5n\text{-}8}}$ 2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}n^3\cdot e^{n^4}$ 3. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{\left(\dfrac{n+1}{n}\right)^{n^2}}{3^n}$ 4. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\cdot\dfrac{1}{2n-1}$

Варіант №5

I) **1.** Змінити порядок інтегрування $\int\limits_{-\sqrt{2}}^{-1} dx \int\limits_{-\sqrt{2-x^2}}^{0} f\,dy+\int\limits_{-1}^{0} dx\int\limits_{x}^{0} f\,dy$.

2. Обчислити $\iint\limits_D \left(27x^2y^2+48x^3y^3\right)dx\,dy$; $D:\ x=1,\ y=x^2,\ y=-\sqrt[3]{x}$.

3. Обчислити $\int\limits_{AB}(x-2y)dx-\dfrac{x}{y}dy$, де *AB*: $y=x^3$ від *A* (1; 1) до *B* (2; 4).

II) Розв'язати рівняння:

1. $xy^{'} = \sqrt{y^2+4}, \quad y(2)=0$;

2. $(xy - x^2)dy = y^2 dx$

3. $y' + \frac{1}{x}y = \frac{1}{x^2+1}$;

4. $y'' + 4\,y' + 29\,y = 0,\;\; y(0)=0,\; y'(0)=15$

III) Дослідити на збіжність ряди :

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ **2.** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4\cdot 2^n - 3}$ **3.** $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{12n-12}{13n-13}\right)^n$ **4.** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{3^n}$

Варіант №6

I) 1. Змінити порядок інтегрування $\int_0^1 dy \int_0^{\sqrt[3]{y}} f\,dx + \int_1^2 dy \int_0^{2-y} f\,dx$

2. Обчислити $\iint_D \left(24\,x\,y + 18\,x^2 y^2\right) dx\,dy$; $D:\ x=1,\;\; y=x^3,\; y=-\sqrt[3]{x}$.

3. Обчислити криволінійний інтеграл вздовж шляху L $\int_L x\,y\,dx + (y-x)dy$ вздовж відрізка, з'єднуючого точки (0; 0) та (1; 1).

II) Розв'язати рівняння:

1. $y^{'} = x\cdot\cos^2 y$;

2. $\left(y^2 - 2\,xy\right)dx + x^2 dy = 0$

3. $y' - \frac{1}{x}y = x\ln x$;

4. $y'' - 4\,y' + 13\,y = 0,\;\; y(0)=2,\; y'(0)=2$

III) Дослідити на збіжність ряди :

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{3^{n/2}}$ **2.** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}\cdot\left(1+\frac{1}{n}\right)^{n^2}$ **3.** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n+10}$ **4.** $\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\cdot\frac{1}{\ln n}$

Варіант №7

I) 1. Змінити порядок інтегрування $\int_{-2}^{-1} dy \int_0^{\sqrt{2+y}} f\,dx + \int_{-1}^{0} dy \int_0^{\sqrt{-y}} f\,dx$

2. Обчислити $\iint_D \left(18\,x^2\,y^2 + 32\,x^3 y^3\right) dx\,dy$; $D:\ x=1,\;\; y=x^3,\; y=-\sqrt{x}$.

3. Обчислити $\int_{AB} x\,dy - (y-1)dx$; $AB:\ \begin{cases} x=\cos t \\ y=\sin t \end{cases}$, від А (1; 0) до В (0; 1).

II) Розв'язати рівняння:

1. $yy'(1+x^2)=3$; **2.** $y'=e^{-y/x}+y/x$

3. $x\,y'+y=y^2\ln x$; **4.** $y''-5\,y'+6\,y=0$, $y(0)=0$, $y'(0)=1/9$

III) Дослідити на збіжність ряди :

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2n}$ **2.** $\sum_{n=1}^{\infty}\left[0{,}5+(0{,}1)^n\right]$ **3.** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n^{10}}$. **4.** $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\cdot\frac{1}{\sqrt[4]{n}}$

Варіант №8

I) **1.** Змінити порядок інтегрування $\int_0^1 dy\int_{-\sqrt{y}}^{0} f\,dx+\int_1^e dy\int_{-1}^{-\ln y} f\,dx$

2. Обчислити $\iint_D\left(27x^2y^2+48x^3y^3\right)dx\,dy$; $D: x=1,\ y=\sqrt{x},\ y=-x^3$.

3. Обчислити $\int_L y\,ds$; $L:\ y^2=2px$, відсічена параболою $x^2=2py$.

II) Розв'язати рівняння:

1. $y^2+x^2y'=0$, $y(-1)=1$; **2.** $(2xy-y)\,dx+(x+y)dy=0$

3. $y'+\frac{1}{x}y=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$; **4.** $y''-4\,y'+3\,y=0$, $y(0)=6$, $y'(0)=10$

III) Дослідити на збіжність ряди :

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n^2+2n+1}{5n^2+2n-1}\right)^n$ **2.** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n+1}{5^n+1}$ **3.** $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{3n-1}$ **4.** $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\cdot\frac{1}{(2n-1)!}$

Варіант №9

I) **1.** Змінити порядок інтегрування $\int_{-\sqrt{2}}^{-1}dx\int_0^{\sqrt{2-x^2}} f\,dy+\int_{-1}^{0}dx\int_0^{x^2} f\,dy$

2. Обчислити $\iint_D\left(4xy+3x^2y^2\right)dx\,dy$; $D: x=1,\ y=x^2,\ y=-\sqrt{x}$.

3. Обчислити $\int_{AB}(1+x)dy+y\,dx$; $AB: \begin{cases}x=2\cos t\\ y=2\sin t\end{cases}$, від A (0; 2) до B (2; 0).

II) Розв'язати рівняння:

1. $x \cdot \ln y \cdot y' = x^3 y$;

2. $(x + \sqrt{x^2 + y^2})dy - ydx = 0$

3. $y' - ytgx = \sin^2 x$;

4. $4y'' + 4y' + y = 0$, $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$

III) Дослідити на збіжність ряди :

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{2+n}$ **2.** $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2^n} + \frac{1}{5^n} \right)$ **3.** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{(\sqrt{5})^n}$ **4.** $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \left(\frac{2n}{4n+3} \right)^n$

Варіант №10

I) 1. Змінити порядок інтегрування $\int_{-2}^{-\sqrt{3}} dx \int_{-\sqrt{4-x^2}}^{0} f\, dy + \int_{-\sqrt{3}}^{0} dx \int_{\sqrt{4-x^2}-2}^{0} f\, dy$

2. Обчислити $\iint_D \left(12\, x\, y + 9\, x^2 y^2\right) dx\, dy$; $D:\ x = 1,\ y = \sqrt{x},\ y = -x^2.$

3. Обчислити $\int_{AB} \operatorname{arctg} \frac{y}{x}\, ds$; $AB:\ y = 2\, x$, від A (0; 0) до B (1; 2).

II) Розв'язати рівняння:

1. $xydy = (x^2 + 2x)dx$;

2. $xy' = y + x \cos \frac{y}{x}$

3. $xy' - xy = e^x$;

4. $y'' - 5y' - 6y = 0$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$

III) Дослідити на збіжність ряди :

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^3+1}{n^3}$ **2.** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n \cdot n!}{n^n}$ **3.** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+1}}$ **4.** $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n \cdot 2^n}$

4.8. Завдання до індивідуального завдання ЗМ-І32 ([2], с.392-400)

Варіант №1

1. Розвинути в ряд Фур'є функцію $f(x) = x$, $(-\pi < x < \pi)$.

2. Розвинути в ряд Фур'є за косинусами функцію $f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{3}, \text{ при } & 0 < x < \frac{\pi}{3} \\ 0, \text{ при } & \frac{\pi}{3} < x < \frac{2\pi}{3} \\ -\frac{\pi}{3}, \text{ при } & \frac{2\pi}{3} < x < \pi \end{cases}$

Варіант №2

1. Розвинути в ряд Фур'є функцію $f(x) = \begin{cases} -1, & \text{при } -\pi < x < 0 \\ 1, & \text{при } 0 < x < \pi \end{cases}$

2. Розвинути в ряд Фур'є за синусами функцію $f(x) = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}x, (0 < x < \pi)$.

Варіант №3

1. Розвинути в ряд Фур'є функцію $f(x) = \begin{cases} -x, & \text{при } -\pi \le x \le 0 \\ x, & \text{при } 0 \le x \le \pi \end{cases}$

2. Розвинути в ряд Фур'є за косинусами функцію $f(x) = \frac{\pi}{8} \cdot (\pi - 2x)$,(0; π).

Варіант №4

1. Розвинути в ряд Фур'є функцію $f(x) = x^2$ на відрізку $[-\pi; \pi]$.

2. Розвинути в ряд Фур'є за синусами функцію $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \le x \le \frac{\pi}{2} \\ \pi - x, & \frac{\pi}{2} \le x \le \pi \end{cases}$

Варіант №5

1. Розвинути в ряд Фур'є функцію $f(x)=e^{x}$ в інтервалі (0; 2π).

2. Розвинути в ряд Фур'є за косинусами функцію $f(x)=\begin{cases} x, & 0\le x\le \dfrac{\pi}{2} \\ \dfrac{\pi}{2}, & \dfrac{\pi}{2}\le x\le \pi \end{cases}$

Варіант №6

1. Розвинути в ряд Фур'є функцію $f(x)=\begin{cases} 0, & -\pi<x<-\dfrac{\pi}{2} \\ x, & -\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2} \\ 0, & \dfrac{\pi}{2}<x<\pi \end{cases}$

2. Розвинути в ряд Фур'є за косинусами функцію $f(x)=\dfrac{1}{2}(\pi-x)\cdot\sin x$ в інтервалі (0;π).

Варіант №7

1. Розвинути в ряд Фур'є функцію $f(x)=\cos ax$ на відрізку [–π; π] (a – не ціле число).

2. Розвинути в ряд синусів функцію $f(x)=\begin{cases} \dfrac{\pi}{3}, & 0<x<\dfrac{\pi}{3} \\ 0, & \dfrac{\pi}{3}<x<\dfrac{2\pi}{3} \\ -\dfrac{\pi}{3}, & \dfrac{2\pi}{3}<x<\pi \end{cases}$

Варіант №8

1. Розвинути в ряд Фур'є функцію $f(x)=\begin{cases} x, & 0<x<\dfrac{\pi}{2} \\ \pi-x, & \dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{3\pi}{2} \\ x-2\pi, & \dfrac{3\pi}{2}<x<2\pi \end{cases}$

2. Розвинути в ряд синусів функцію $f(x)=x\cdot(7-x)$ в інтервалі (0; 7).

Варіант №9

1. Розвинути в ряд Фур'є функцію $f(x) = x - 1$, яка задана на відрізку [1; 2]

2. Розвинути в ряд косинусів функцію $f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x \le 1 \\ 2 - x, & 1 < x \le 2 \end{cases}$

Варіант 10

1. Знайти розвинення в ряд Фур'є періодичної функції $f(x) = \begin{cases} -1, -\pi \le x < 0 \\ 2, \quad 0 \le x \le \pi \end{cases}$

2. Розвинути в ряд за синусами функцію $f(x) = x$ на відрізку [0; 2]

Варіант 11

1. Розвинути в ряд Фур'є функцію $f(x) = \begin{cases} -\sin x, & -\pi \le x \le 0 \\ \sin x, & 0 \le x \le \pi \end{cases}$

2. Розвинути в ряд Фур'є функцію $f(x) = x^2$, яка задана на відрізку [0; π]. Продовжити $f(x)$ на відрізок [–π; 0] непарним способом.

Варіант 12

1. Розвинути в ряд Фур'є функцію $f(x) = x$, яка задана на інтервалі (0; 2π).

2. Розвинути в ряд за косинусами функцію $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \le x \le 1 \\ 1, & 1 \le x \le 3 \\ 4 - x, & 3 \le x \le 4 \end{cases}$

Варіант 13

1. Розвинути в ряд Фур'є функцію $f(x) = x$, задану на інтервалі $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right)$.

2. Розвинути в ряд за косинусами функцію $f(x) = \begin{cases} \cos x, & 0 \le x \le \frac{\pi}{2} \\ -\cos x, & \frac{\pi}{2} \le x \le \frac{3\pi}{2} \\ \cos x, & \frac{3\pi}{2} \le x \le 2\pi \end{cases}$

Варіант 14

1. Розвинути в ряд Фур’є функцію $f(x)=\begin{cases}1, & 0<x<\frac{\pi}{2}\\ -1, & \frac{\pi}{2}<x<\frac{3\pi}{2}\\ 1, & \frac{3\pi}{2}<x<2\pi\end{cases}$

2. Розвинути в ряд Фур’є функцію $f(x)=\pi-2x$, яка задана на відрізку [0; π]. Продовжити $f(x)$ на відрізок [–π; 0] парним способом.

Варіант 15

1. Розвинути в ряд Фур’є функцію $f(x)=\begin{cases}2, & 0\le x\le\pi\\ -3, & \pi<x\le 2\pi\end{cases}$

2. Розвинути в ряд за синусами функцію $f(x)=\frac{7}{\pi}\cdot(\pi-x)$, якщо $0 < x < 2\pi$.

Варіант 16

1. Розвинути в ряд Фур’є функцію $f(x)=x^2$, якщо $0 < x < 2\pi$.

2. Розвинути в ряд за косинусами функцію $f(x)=\begin{cases}-x, & -1\le x\le 0\\ x, & 0\le x\le 1\end{cases}$

Варіант 17

1. Розвинути в ряд Фур’є функцію $f(x)=e^x$, якщо $-\pi < x < \pi$.

2. Розвинути в ряд синусів функцію $f(x)=\begin{cases}-5, & -\pi\le x\le 0\\ 5, & 0\le x\le\pi\end{cases}$

Варіант 18

1. Розвинути в ряд Фур’є функцію $f(x)=\begin{cases}0, & -2\le x\le 0\\ x, & 0\le x\le 2\end{cases}$

2. Розвинути в ряд за синусами функцію $f(x)=\cos 2x$, яка задана на відрізку [0; π].

Варіант 19

1. Розвинути в ряд Фур'є функцію $f(x)=\begin{cases}-2x, & -\pi\le x\le 0\\ 3x, & 0\le x\le \pi\end{cases}$

2. Розвинути в ряд за косинусами функцію $f(x)=7-\dfrac{7}{\pi^2}\cdot(x-\pi)^2$, [0; 2π].

Варіант 20

1. Розвинути в ряд Фур'є функцію $f(x)=\pi+x$, задану на інтервалі (–π; π).

2. Розвинути в ряд Фур'є функцію $f(x)=\begin{cases}x, & 0<x\le 1\\ 2-x, & 1<x\le 2\end{cases}$. Продовжити $f(x)$ на відрізок [–2; 0] непарним способом.

Варіант 21

1. Розвинути в ряд Фур'є функцію $f(x)=\begin{cases}0, & -7\le x\le 0\\ x, & 0\le x\le \dfrac{7}{2}\\ \dfrac{7}{2}, & \dfrac{7}{2}\le x\le 7\end{cases}$

2. Розвинути в ряд Фур'є функцію $f(x)=\pi-2x$, яка задана на відрізку [0; π]. Продовжити $f(x)$ на відрізок [–π; 0] непарним способом.

Варіант 22

1. Розвинути в ряд Фур'є функцію $f(x)=\begin{cases}-x, & -\pi<x<0\\ 0, & 0<x<\pi\end{cases}$

2. Розвинути в ряд за косинусами функцію $f(x)=x-\dfrac{x^2}{2}$ на відрізку [0; 2].

Варіант 23

1. Розвинути в ряд Фур'є функцію $f(x)=\begin{cases}-\cos x, & -\pi\le x<0\\ \cos x, & 0\le x\le\pi\end{cases}$

2. Розвинути в ряд синусів функцію $f(x)=x$, яка задана на відрізку [0; π].

Варіант 24

1. Розвинути в ряд Фур'є функцію $f(x)=e^x$, ка задана на інтервалі (–5; 5).

2. Розвинути в ряд синусів функцію $f(x)=x-\dfrac{x^2}{2}$, задану на відрізку [0; 2].

Варіант 25

1. Розвинути в ряд Фур'є функцію $f(x)=x^2$, яка задана на відрізку [–1; 1].

2. Розвинути в ряд за синусами функцію $f(x)=\dfrac{\pi}{2}-x$ на інтервалі (0; π).

4.9. Тестові завдання до іспиту

4.9.1. 1-й семестр

1) Визначник $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ дорівнює ([1], ст.38-43):

2) Довжина вектору $\vec{a}\left(x_a, y_a, z_a\right)$ дорівнює ([1], ст.45-52) :

3) Скалярний добуток векторів $\vec{a}\left(x_a, y_a, z_a\right)$ і $\vec{b}\left(x_b, y_b, z_b\right)$ дорівнює ([1], ст.45-52)

4) Якщо векторний добуток $\vec{a}\times\vec{b}=0$, тоді ([1], ст.45-52):

5) Одинична матриця E_3 має вигляд ([1], ст.74-81):

6) Якщо A^{-1} - обернена матриця, тоді добуток $A\cdot A^{-1}$ ([1], ст.74-81):

7) Матричний метод розв'язання системи лінійних рівнянь використовує ([1], ст.86-102)

8) Границя нескінченно великої величини дорівнює: ([1], ст.147-150)

9) Перша важлива границя має вигляд: ([1], ст.142-147)

10) Диференціал функції *y= f(x)* має вигляд: ([1], ст.151-161)

11) Якщо $y=f\left(u(x)\right)$ –складна функція, то її похідна обчислюється за формулою: ([1], ст.151-161)

12) Функція зростає на проміжку (x_1; x_2) , якщо на цьому проміжку виконується умова : ([1], ст.167-182)

13) Точка X_0 – називається точкою максимуму , якщо при переході через неї похідна: ([1], ст.167-182)

14) Рівняння вертикальної асимптоти: ([1], ст.161-182)

15) Правило Лопіталя: ([2], с.174-178)

16) Формула інтегрування частинами у невизначеному інтегралі: ([1], ст.215-218)

17) Інтеграл $\int \cos\alpha x dx$ дорівнює: ([1], ст.208-215)

18) Геометричний зміст визначеного інтеграла : ([1], ст.243-247)

19) Властивість визначеного інтеграла: ([1], ст.243-247)

20) При знаходженні частинної похідної z'_x функції *z=f(x,y)* вважаємо, що ([1], ст.193-203)

21) Колінеарними називають вектори, які лежать ([1], ст.45-52)

22) Скалярним добутком векторів $\vec{a}\cdot\vec{b}$ є ([1], ст.45-52)

23) Площу паралелограма, що побудований на векторах, можна обчислити за допомогою їх ([1], ст.45-52)

24) Матриці $A+B$ і $A-B$ існують, якщо ([1], ст.74-81)

25) Якщо A^{-1} - обернена матриця, тоді добуток $A\cdot A^{-1}$ ([1], ст.74-81)

26) Загальне рівняння площини має вигляд: ([1], ст.53-63)

27) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-4x+3}{x^2-7x+12}$ обчислюється методом ([1], ст.147-150)

28) Друга важлива границя має вигляд: ([1], ст.142-147)

29) Означення похідної має вигляд y′= : ([1], ст.151-160)

30) Похідна добутку двох функцій U та V дорівнює: ([1], ст.151-160)

31) Точка X_0 – називається точкою мінімуму , якщо при переході через неї похідна: ([1], ст.167-182)

32) Пряма $y=kx+b$ є асимптотою графіка функції $y=f(x)$, якщо: ([1], ст.161-182)

33) Якщо справедлива рівність $f(-x)=-f(x)$, то функція $f(x)$:([1], ст.167-182)

34) Функція $F(x)$ називається первісною від функції $f(x)$ на відрізку $[a,b]$, якщо: ([1], ст.208-210)

35) Інтеграл $\int\dfrac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}=$ дорівнює: ([1], ст.208-220)

36) Формула Ньютона - Лейбниця: ([1], ст.243-247)

37) Для обчислення інтегралу $\int x\cdot cos\, xdx$ треба застосувати ([1], ст.208-220)

38) Інтеграл $\int\limits_{-\infty}^{2} x^3dx$ називається ([1], ст.243-251)

39) Для функції $z = x^2-5xy+4y^2$ вказати z''_{xy} ([1], ст.193-203)

40) Похідна функції *z=f(x,y)* за напрямком вектору *l* в точці *M(x;y)* це ([1], ст.193-203)

41) При перестановці двох рядків (стовпців) визначник ([1], ст.38-43, 70-73)
42) Властивість векторного добутку векторів([1], ст.45-52):
43) Об'єм паралелепіпеда, що побудований на векторах, можна обчислити за допомогою їх ([1], ст.45-52)
44) Мішаний добуток трьох векторів $\vec{a}(x_a, y_a, z_a)$, $\vec{b}(x_b, y_b, z_b)$ і $\vec{b}(x_c, y_c, z_c)$ дорівнює ([1], ст.45-52):
45) Правило Крамера розв'язання системи лінійних рівнянь використовує ([1], ст.86-102)
46) Рівняння площини за трьома точками має вигляд: ([1], ст.53-63)
47) Границя нескінченно малої величини дорівнює: ([1], ст.147-150)
48) Відношення двох нескінченно малих функцій є величина([1], ст.147-150)
49) Фізичний сенс похідної функції: ([1], ст.167-182)
50) Похідна частки двох функцій U та V дорівнює: ([1], ст.151-160)
51) Похідна функції $y = sin 6x$: ([1], ст.151-161)
52) У точці перегину графіка функції має місце рівність: ([1], ст.167-182)
53) Якщо $y'' > 0$ на проміжку (a,b), тоді $y = f(x)$:([1], ст.167-182)
54) Якщо справедлива рівність $f(-x) = -f(x)$, то функція $f(x)$:([1], ст.167-182)
55) Визначення визначеного інтеграла: ([1], ст.243-247)
56) Площа криволінійної трапеції, яка обмежена лініями $y = f_1(x)$, $y = f_2(x)$ і прямими $x = a$ і $x = b$, дорівнює: ([1], ст.243-247)
57) $\int \frac{xdx}{x^2 + 4x + 4}$ обчисляється методом: ([1], ст.218-225)
58) Формула інтегрування частинами у визначеному інтегралі: ([1], ст.243-247)
59) Якщо *f(x)* не визначена у точці *a*, то $\int_a^b f(x)dx$ - ([1], ст.247-251)
60) Градієнт функції двох змінних вказує напрямок: ([1], ст.193-203)

4.9.2. 2-й семестр

1) Областю інтегрування подвійного інтеграла є ([2], с.473-479)
2) Для y – правильної області інтегрування D подвійний інтеграл обчислюється за формулою ([2], с.473-479)
3) Якщо область D обмежена прямими $y = 2x$, $y = 0$, $x = 2$, тоді подвійний інтеграл по області D має вигляд ([2], с.473-479)
4) Об'єм циліндричного тіла ([2], с.489-492)
5) Криволінійним інтегралом 1-го роду називається інтеграл вигляду ([2], с.458-460)
6) Одне з властивостей криволінійного інтеграла 2-го роду ([2], с.460-464)

7) Умова незалежності криволінійного інтегралу 2-го роду від напрямку шляху інтегрування ([2], с.460-464)
8) Диференціальним рівнянням n-го порядку називається рівняння вигляду ([2], с.424 -425)
9) Задача Коші полягає в знаходженні ([2], с.407 -411)
10) Рівняння $y' + P(x) \cdot y = Q(x) \cdot y^{\alpha}$ ([2], с.417 -422)
11) Підстановка $y = ux$ використовується при розв'язуванні диференціального рівняння 1-го порядку ([2], с.415 -417)
12) Рівняння $y'' = x$ має загальний розв'язок ([2], с.426 -432)
13) Якщо D>0 характеристичного рівняння $k^2 + pk + q = 0$, тоді загальний розв'язок рівняння $y'' + py' + qy = 0$ має вигляд ([2], с.435-440)
14) Порядок диференціального рівняння $F(x, y', y'') = 0$ знижується заміною ([2], с.426 -432)
15) Числовій ряд з частичною сумою S_n називається збіжним, якщо ([2], с.366-368)
16) Геометрична прогресія $\sum_{n=1}^{\infty} b_1 q^{n-1}$ розбігається, якщо ([2], с.368-371)
17) За необхідною ознакою, у збіжного ряду ([2], с.366-368)
18) За ознакою порівняння, якщо ряд $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ є збіжним, тоді ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ теж є збіжним, коли ([2], с.368-371)
19) Ряд Тейлора перетворюється в ряд Маклорена при ([2], с.380-385, 388-390)
20) Радіус збіжності степеневого ряду $\sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n$ знаходиться за формулою ([2], ст. 377-379)
21) З геометричної точки зору подвійний інтеграл $\iint\limits_D f(x, y)dxdy$ визначає ([2], с.470-473, 484-488)
22) Для x – правильної області інтегрування D подвійний інтеграл обчислюється за формулою [2], с.473-479)
23) Перехід до полярних координат у подвійному інтегралі $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$ доцільний, якщо область D ([2], с.479-482)
24) Криволінійний інтеграл 1-го роду вздовж кривої L, яка задана рівнянням $x = x(y)$ при $c \le y \le d$, має вигляд ([2], с.458-460)
25) Одне з властивостей криволінійного інтеграла 2-го роду ([2], с.460-464)
26) Якщо $f(x, y, z) \equiv 1$, $(x; y; z) \in G$, тоді потрійний інтеграл $V = \iiint\limits_G dx\,dy\,dz$ дорівнює ([2], с.489-492)
27) Загальний розв'язок диференціального рівняння І порядку має ([2], с.407 -411)
28) Рівняння з відокремлюваними змінними ([2], с.411 -415)
29) Рівняння Бернуллі розв'язується за допомогою заміни ([2], с.417 -422)

30) Диференціальне рівняння $P(x,y)dx+Q(x,y)d\,y=0$ з умовою $\frac{\partial P}{\partial y}=\frac{\partial Q}{\partial x}$ називається ([5], с.90 -93)

31) Рівняння $y''=f(y,y')$ допускає пониження порядку заміною ([2], с.426 -432)

32) Якщо D=0 характеристичного рівняння $k^2+pk+q=0$, тоді загальний розв'язок рівняння $y''+py'+qy=0$ має вигляд ([2], с.435-440)

33) Какая из перечисленных ниже формул является формулой $n-$го члена ряда: $1-2+4-8+...$ ([2], ст. 362-366)

34) За ознакою Даламбера числовій ряд $\sum_{n=1}^{\infty}U_n$ збігається, якщо існує границя ([2], ст. 371-374)

35) Числовій ряд $\sum_{n=1}^{\infty}U_n$ збігається, якщо збігається невласний інтеграл ([2], ст. 371-374)

36) Яку ознаку збіжності числового ряду необхідно використовувати для ряду $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1+n}{2n}\right)^n$ ([2], ст. 371-374)

37) Якщо знакозмінний ряд $U_1-U_2+U_3-....+U_n$ збігається, а відповідний ряд, складений з абсолютних величин його членів розбігається, тоді знакозмінний ряд збігається ([2], ст. 376-377)

38) За теоремою Абеля: якщо степеневий ряд збігається при деякому значені $x_0\neq 0$, тод він збігається абсолютно для всіх значень x, для яких справедливо ([2], ст. 377-379)

39) Ряд Тейлора перетворюється в ряд Маклорена при ([2], ст. 371-374) ([2], ст.380-385)

40) Якщо функція $f(\mathrm{x})$ - непарна, тоді її розклад в ряд Фур'є має вигляд ([2], ст. 400-404)

41) Якщо функція $f(x,y)$- лінійна щільність кривої L, тоді криволінійний інтеграл $\int_L f(x,y)dS$ ([2], с.458-460)

42) Формула для обчислення криволінійного інтеграла 2-го роду вздовж кривої L, заданої рівнянням $y=y(x)$при $a\leq x\leq b$, має вигляд ([2], с.460-464)

43) Якщо область D обмежена лініями $y=-x^2$, $y=-1$, тоді подвійний інтеграл по області D дорівнює ([2], с.473-479)

44) Якщо область D – прямокутник $(a<x<b,\ \ c<y<d)$, подвійний інтеграл по області D обчислюється за формулою ([2], с.473-479)

45) Площа плоскої області D у декартових координатах обчислюється за формулою ([2], с.473-479)

46) Якщо $f(x,y)\geq 0$ при $(x,y)\in \mathrm{D}_1$ і $f(x,y)\leq 0$ при $(x,y)\in \mathrm{D}_2$ $(D_1\cup D_2=D)$, тоді $\iint_D f(x,y)dx\,dy$ дорівнює ([2], с.470-473, 484-488)

47) Геометричний зміст задачі Коші полягає в знаходженні ([2], с.407 -411)

48) Лінійним рівнянням 1-го порядку є рівняння ([2], с.417 -422)

49) Підстановка $y=U(x)\cdot V(x)$ використовується при розв'язуванні диференціального рівняння 1-го порядку ([2], с.417 -422)

50) Порядок диференціального рівняння $y''= f(x)$ знижується ([2], с.426 -432)

51) Якщо D<0 характеристичного рівняння $k^2+pk+q=0$, тоді загальний розв'язок рівняння $y''+py'+qy=0$ має вигляд ([2], с.435-440)

52) Диференціальним рівнянням 2-го порядку, що допускає пониження порядку є ([2], с.426 -432)

53) Якщо границя загального члена ряду при $n\to\infty$ дорівнює нулю, то ряд ([ ], ст.):

54) За ознакою радикального Коші числовій ряд $\sum_{n=1}^{\infty} U_n$ розбігається, якщо існує границя ([ ], ст. -)

55) Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^p}$ розбігається при ([2], ст. 368-371)

56) Знакозмінний ряд $U_1-U_2+U_3-....+U_n$ збігається за ознакою Лейбниця, якщо виконуються умови ([2], ст. 376-377)

57) Якщо знакозмінний ряд $U_1-U_2+U_3-....+U_n$ збігається разом з відповідним рядом, складений з абсолютних величин його членів, тоді знакозмінний ряд ([2], ст. 376-377)

58) Вкажіть степеневий ряд ([2], ст. 377-379)

59) Розклад функції $f(\mathrm{x})$ в інтервалі $[-l,l]$ в ряд Фур'є має вигляд ([2], ст. 392-400)

60) Розклад функції у ряд Маклорена є ([2], ст. 380-385)

5. ЛІТЕРАТУРА ДЛЯ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ

1. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. Т. 1,2-М.; "Высшая школа", 1986.
2. Кудрявцев В. А., Демидович Б.П. Краткий курс высшей математики. М.: «Наука»,1985.- 575с.
3. Глушков А.В., Чернякова Ю.Г., Вітавецька Л. А., Хецеліус О.Ю., Дубровська Ю.В., Лобода А.В., Середенко С.С. «Вища математика».Ч.1. – Одесса, 2011.-320с.
4. Сборник задач по математике. Под ред.. Ефимова А.В., Демидовича Б.П., Т.1,2 – М. "Наука", 1986.
5. Глушков А.В., Чернякова Ю.Г., Вітавецька Л. А., Хецеліус О.Ю., Дубровська Ю.В., Флорко Т.О., Башкарьов П.Г. «Вища математика».Ч.2. – Одесса, 2014.-290с.
6. Glushkov A.V., Khetselius O.Y., Svinarenko A.A., Buyadzhi V.V., Methods of computational mathematics and mathematical physics, Odessa: TES, 2015.
7. Glushkov A.V., Methods of a chaos theory. Odessa: Astroprint, 2012
8. Glushkov A.V., Svinarenko A.A., Khetselius O.Y., Buyadzhi V.V., Florko T.A., Shakhman A.N. Relativistic Quantum Chemistry: An Advanced Approach to the Construction of the Green Function of the Dirac Equation with Complex Energy and Mean-Field Nuclear Potential. In: Nascimento M., Maruani J., Brändas E., Delgado-Barrio G. (eds) Frontiers in Quantum Methods and Applications in Chemistry and Physics. Springer, Cham.-2015. Vol. 29. P.19
9. http://eprints.library.odeku.edu.ua/view/divisions/kaf=5Fmath/