

УДК 556.166

Гопченко Є.Д., д.г.н., Романчук М.Є., к.г.н.

Одеський державний екологічний університет

**ТЕОРЕТИЧНА БАЗА ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ХАРАКТЕРИСТИК  
МАКСИМАЛЬНОГО СТОКУ НЕВЕЛИКИХ РІЧОК**

*В статті розглядаються науково-методичні підходи щодо створення розрахункової методики для визначення характеристик максимального стоку невеликих річок.*

*Ключеві слова: максимальний стік, невеликі водозбори, паводки, водопілля, схиловий приплив води.*

**Вступ. Основні положення з теорії формування максимального стоку невеликих річок.** До невеликих річок зазвичай відносять водозбори первинної гідрографічної мережі, які можна моделювати як природні об'єкти, що отримують поверхневе живлення за рахунок припливу води зі схилів до русел річок. Схему формування паводкового стоку за такою моделлю можна представити у вигляді двох операторів: «атмосферні опади – схиловий стік» і «схиловий приплив – русловий стік».

За А.М. Бефані [1], перший оператор описується рівнянням

$$C(n_1 + 1)y^{n_1+1} \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} = h_t, \quad (1)$$

де  $C$  – швидкісний параметр у рівнянні Шезі;

$y$  – глибина рівномірно розподіленого шару схилового стокоутворення;

$h_t$  – інтенсивність стокоутворення

$$h_t = a_t - i_t, \quad (2)$$

$a_t$  - інтенсивність дощових опадів;

$i_t$  - інтенсивність всмоктування вологи ґрунтом.

В результаті інтегрування (1) одержані два рівняння:

- для ділянки  $(l_m - x_t)$ , де  $l_m$  – довжина схилу;  $x_t$  – положення на схилі роздільного поперечного перерізу в момент часу  $t$

$$y_t = \bar{h}_t \cdot t; \quad (3)$$

- на ділянці  $x_t < l_m$

$$y_t = \left( \frac{\bar{h}_t \cdot x}{C} \right)^{\frac{1}{n_1+1}}. \quad (4)$$

Відповідно максимальні витрати води зі схилів у руслову мережу  $Q'_m$  будуть становити:

- при  $T < t_{cx}$

$$Q'_m = C y^{n_1+1} = C \bar{h}_T^{n_1+1} \cdot T^{n_1+1}, \quad (5)$$

- де  $T$  – тривалість стокоутворення;  
 $t_{cx}$  – тривалість добігання до підшови схилу роздільного перерізу;  
 - при  $T > t_{cx}$

$$Q'_m = Cy^{n_1+1} = (\bar{h}_{t_{cx}})_m l_m; \quad (6)$$

$(\bar{h}_{t_{cx}})_m$  – максимальна інтенсивність стокоутворення за тривалість  $t_{cx}$ .  
 Диференціальне рівняння другого оператора має вигляд [1]

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = q'_t, \quad (7)$$

- де  $Q$  – витрата води у розрахунковому створі;  
 $q'_t$  – рівномірно розподілений на одиницю довжини водотоку модуль схилового припливу.

Враховуючи, що швидкість переміщення паводкових (повеневих) хвиль майже не залежить від положення розрахункового створу, рівняння (7) можна спростити до рівня

$$V \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = q'_t. \quad (8)$$

Розв'язок (8) має два частинних рівняння відносно  $q_m$  [1]:

- при  $t_p < T_0$ , де  $t_p$  – тривалість руслового добігання

$$q_m = \frac{Y_{t_p}}{t_p}; \quad (9)$$

- при  $t_p \geq T_0$

$$q_m = \frac{Y_m}{t_p}, \quad (10)$$

де  $Y_{t_p}$  – шар стоку, який формує максимальну витрату (модуль стоку) води за умови, що  $t_p < T_0$ ;

$Y_m$  – шар стоку за паводок.

В узагальненому вигляді

$$q_m = \frac{Y_m}{t_p} \varphi, \quad (11)$$

де  $\varphi = \frac{Y_m}{Y_{t_p}}$  – «діючий» шар стоку, причому

- при  $t_p < T_0$

$$\varphi = \frac{\int_0^{t_p} q'_t dt}{T_0 \int_0^{t_p} q'_t dt}; \quad (12)$$

- при  $t_p \geq T_0$

$$\varphi = 1,0. \quad (13)$$

Диференціальне рівняння (8), його частинні та загальні розв'язки (9), (10), (11) не враховують наявності ефектів русло-заплавної трансформації паводків і водопіль. Удосконалюючи модельне рівняння (8), А.М. Бефані [2] представив поперечний переріз русел у вигляді суми

$$\omega_{заг} = \omega + \omega_3 + \delta\omega_a, \quad (14)$$

де  $\omega_{заг}$  – загальна площа поперечного перерізу русла;

$\omega_3$  – затоплювана площа заплав;

$\omega_a$  – площа зарегулювання частини припливу води зі схилів в алювії;

$\delta$  – вільна ємність пор алювію.

Надалі було зроблено припущення, що між  $\omega_3$  і  $\omega_a$ , з одного боку, і  $\omega$ , з іншого, існують лінійні залежності, а тому

$$\omega_3 = \omega(1 + k_1 + k_2), \quad (15)$$

де  $k_1$  і  $k_2$  – відповідні кутові коефіцієнти у частинних залежностях  $\omega_3 = f(\omega)$  і  $\delta\omega_a = f(\omega)$ . З урахуванням (15)

$$V \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{1}{(1 + k_1 + k_2)} q'_t. \quad (16)$$

Коефіцієнт  $1/(1 + k_1 + k_2) \leq 1,0$ , очевидно, пов'язаний з русло-заплавним регулюванням паводків і водопіль. Якщо його позначити через  $\varepsilon$ , то (8) набуває вигляду

$$V \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial t} = \varepsilon q'_t. \quad (17)$$

Після інтегрування (17) за схемою (8) і нескладних узагальнень отримаємо розрахунковий вираз вигляду

$$q_m = \frac{Y_m}{t_p} \varphi \varepsilon. \quad (18)$$

Недоліки такої формалізації процесу формування максимального стоку полягають у тому, що припущення лінійної залежності між перерізами основного русла та заплави і алювію, причому в усьому діапазоні наповнення русел та незалежно від положення по довжині водотоку, не відповідає природі виучуваного явища.

**Методика, що пропонується для розрахунку характеристик максимального стоку з невеликих річок.** Більш загальне вирішення проблеми переміщення повеневих і паводкових хвиль по довжині невеликих річок можна отримати, виходячи, наприклад, з теорії руслових ізохрон. Взаємодіючими складовими процесу є приплив води зі схилів до руслової мережі, рівномірно розподілений по площі  $q'_t$ , та русло-заплавне регулювання у вигляді функції  $\varepsilon_t$ . Беручи розрахунковий крок у часі  $\Delta t$ , басейн невеликої річки можна представити як систему міжізохронних площадок розміром

$$f_t = B_t V \Delta t, \quad (19)$$

де  $B_t$  – середня ширина елементарної площадки в момент часу  $t$ ;

$V$  – швидкість переміщення паводкових (повеневих) хвиль.

Якщо у модельному варіанті елементарні водозбори схематизувати за прямокутною формою, то

$$f_t = BV \Delta t. \quad (20)$$

За схемою руслових ізохрон можливі два випадки формування  $Q_m$ :

- коли тривалість руслового добігання  $t_p$  менша за тривалість схилового припливу  $T_0$ , то

$$Q_m = BV \sum_{t_p} q'_t \varepsilon_t \Delta t; \quad (21)$$

- коли  $t_p \geq T_0$

$$Q_m = BV \sum_{T_0} q'_t \varepsilon_t \Delta t. \quad (22)$$

В інтегральному вигляді (при  $\Delta t \rightarrow 0$ ):

- при  $t_p < T_0$

$$Q_m = BV \int_0^{t_p} q'_t \varepsilon_t dt; \quad (23)$$

- при  $t_p \geq T_0$

$$Q_m = BV \int_0^{T_0} q'_t \varepsilon_t dt. \quad (24)$$

Стосовно розв'язання рівнянь (23) і (24), зручним і надійним способом буде представлення функцій  $q'_t$  і  $\varepsilon_t$  редуційними залежностями за вибіркою ординат, починаючи з максимальних значень  $q'_m$  і  $\varepsilon_m$ , тобто

$$q'_t = q'_m \left[ 1 - \left( \frac{t}{T_0} \right)^n \right] \quad (25)$$

і

$$\varepsilon_t = \varepsilon_m \left[ 1 - \left( \frac{t}{t_p} \right)^m \right]. \quad (26)$$

Рівняння (25) описує головним чином одномодальні паводки або водопілля, характерні для явищ рідкісної ймовірності перевищення.

Відомості про числові значення складових (26) відсутні, оскільки відсутні відповідні матеріали вимірювань. У таких випадках скористуємось наближеними розв'язками рівнянь (23) і (24), здійснивши осереднення функції  $\varepsilon_t$  по  $t_p$  та по  $T_0$ . Зокрема,

- при  $t_p < T_0$

$$(Q_m)_{np} = BVq'_m \bar{\varepsilon}_{t_p} \int_0^{t_p} \left[ 1 - \left( \frac{t}{T_0} \right)^n \right] dt = BVq'_m \bar{\varepsilon}_{t_p} t_p \left[ 1 - \frac{1}{n+1} \left( \frac{t_p}{T_0} \right)^n \right]; \quad (27)$$

- при  $t_p \geq T_0$

$$(Q_m)_{np} = BVq'_m \bar{\varepsilon}_{T_0} \int_0^{T_0} \left[ 1 - \left( \frac{t}{T_0} \right)^n \right] dt = BVq'_m \bar{\varepsilon}_{T_0} T_0 \frac{n}{n+1}. \quad (28)$$

Для врахування наслідків осереднення  $\varepsilon_t$  по  $t_p$  і  $T_0$  введемо перехідні (поправкові) коефіцієнти  $k_\varepsilon = \frac{Q_m}{(Q_m)_{np}}$ . Тоді:

- при  $t_p < T_0$

$$Q_m = k_\varepsilon (Q_m)_{np} = BVq'_m \varepsilon_F t_p \left[ 1 - \frac{1}{n+1} \left( \frac{t_p}{T_0} \right)^n \right]; \quad (29)$$

- при  $t_p \geq T_0$

$$Q_m = k_\varepsilon (Q_m)_{np} = BVq'_m \varepsilon_F T_0 \frac{n}{n+1}, \quad (30)$$

де  $\varepsilon_F = k_\varepsilon \cdot \bar{\varepsilon}_{t_p}$  і  $\varepsilon_F = k_\varepsilon \cdot \bar{\varepsilon}_{T_0}$  – коефіцієнти русло-заплавного зарегулювання паводків (водопіль).

Максимальні модулі стоку будуть дорівнювати:

- при  $t_p < T_0$

$$q_m = \frac{Q_m}{F} = q'_m \varepsilon_F \left[ 1 - \frac{1}{n+1} \left( \frac{t}{T_0} \right)^n \right]; \quad (31)$$

- при  $t_p \geq T_0$

$$q_m = \frac{Q_m}{F} = q'_m \varepsilon_F \frac{n}{n+1} \frac{T_0}{t_p}. \quad (32)$$

Введемо позначення для функцій, що описують процес трансформації паводкових і повеневих хвиль під впливом тривалості руслового добігання, як  $\psi(t_p/T_0)$ , причому

- при  $t_p < T_0$

$$\psi(t_p/T_0) = 1 - \frac{1}{n+1} \left( \frac{t_p}{T_0} \right)^n; \quad (33)$$

- при  $t_p \geq T_0$

$$\psi(t_p/T_0) = \frac{n}{n+1} \frac{T_0}{t_p}. \quad (34)$$

Змінюється функція  $\psi(t_p/T_0)$  від одиниці (при  $t_p/T_0 = 0$ ) до 0 (при  $t_p \gg T_0$ ).

Таким чином, в узагальненому вигляді формула максимального стоку для невеликих водозборів запишеться в редакції

$$q_m = q'_m \psi(t_p/T_0) \varepsilon_F. \quad (35)$$

Наочне уявлення щодо функції  $\psi(t_p/T_0)$  і  $\varepsilon_F$  можна отримати, виходячи з рис. 1.

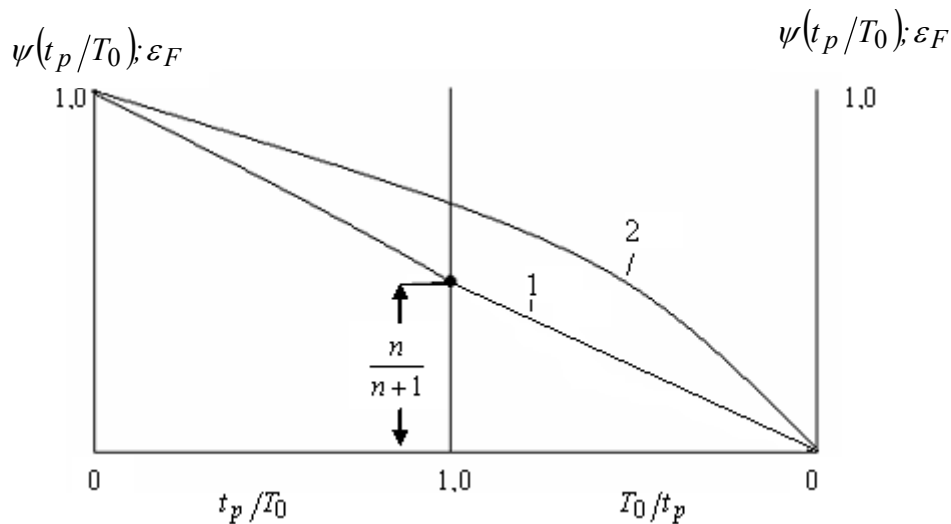


Рис. 1 – Залежність трансформаційних функцій: 1.  $\psi(t_p/T_0)$  і 2.  $\varepsilon_F$  від співвідношення  $t_p/T_0$  (при фіксованому значенні  $n$ )

Модуль схилового припливу  $q'_m$  можна визначити з (25), проінтегрувавши його по  $T_0$

$$Y_m = \int_0^{T_0} q'_t dt = \frac{n}{n+1} q'_m T_0. \quad (36)$$

Звідки

$$q'_m = \frac{n+1}{n} \frac{1}{T_0} Y_m, \quad (37)$$

де  $Y_m$  – шар стоку за паводок або водопілля.

При використанні у розрахунковій схемі атмосферних опадів (дошові паводки)

$$q'_m = \frac{n+1}{n} \frac{1}{T_0} H_m \eta. \quad (38)$$

Аналогічно для періоду весняного водопілля

$$q'_m = \frac{n+1}{n} \frac{1}{T_0} (S_m + x) \eta, \quad (39)$$

де  $S_m$  – максимальні снігозапаси перед початком сніготанення;

$x$  – опади від дати  $S_m$  до кінця водопілля.

Зауважимо, що формулу (35) можна використовувати як у розрахунковому варіанті, так і у прогнозному.

**Висновки.** Формування паводків (водопіль) є природною двооператорною системою трансформації стокоутворення у русловий стік : «схилове стокоутворення – схиловий приплив» і «схиловий приплив – русловий стік». Перший оператор зумовлений головним чином тривалістю схилового добігання, а другий – тривалістю руслового добігання й ефектами русло-заплавного регулювання.

Використовуючи теоретичну базу формування руслового стоку за моделлю руслових ізохрон, авторами обґрунтована розрахункова формула максимального стоку з невеликих річок. Її параметрами є модулі схилового припливу і функції розпластування паводків (водопіль) під впливом руслового добігання і русло-заплавної трансформації.

Запропонована формула може використовуватись як для дощових паводків, так і весняних водопіль, причому як у розрахунковому, так і прогнозному варіантах.

### Список літератури

1. Бефани А.Н. Основи теории ливневого стока // Тр. ОГМИ. – Ч.2. – Вып. 14. – 1958. – 302 с.
2. Бефани А.Н., Бефани Н.Ф., Гопченко Е.Д. Региональные модели формирования паводочного стока на территории СССР. – Обнинск, 1981. – Вып.2. – 60 с.

**Теоретическая база для расчета характеристик максимального стока небольших рек.**

**Гопченко Е.Д., Романчук М.Е.**

*В статье рассматриваются научно-методические подходы создания расчетной методики для определения характеристик максимального стока небольших рек.*

**Ключевые слова:** максимальный сток, небольшие водосборы, паводки, половодье, склоновый приток воды.

**The theoretical basis for the calculation of the characteristics of the maximum flow of the small rivers.**

**Gopchenko E.D., Romanchuk M.E.**

*The article discusses the scientific and methodological approaches for creating a computational technique for determining the characteristics of the high flow of small rivers.*

**Keywords:** maximum runoff, small watersheds, floods, floods, slope water inflow.