

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
до практичних занять з навчальної дисципліни  
«Методи багатовимірного статистичного аналізу при вирішенні  
гідроекологічних задач»  
для студентів денної та заочної форми навчання  
спеціальності 101 «Екологія»

Затверджено  
на засіданні групи забезпечення спеціальності  
Протокол № 8 від «15» 05. 2023р.  
Голова групи Чугай Чугай А.В.

Затверджено  
на засіданні кафедри гідроекології  
і водних досліджень  
Протокол № 10 від «13» 04 2023р.  
Завідувач кафедри Лобода Лобода Н.С.

Одеса 2023

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ  
до практичних занять з навчальної дисципліни  
«Методи багатовимірного статистичного аналізу при вирішенні  
гідроекологічних задач»  
для студентів денної та заочної форми навчання  
спеціальності 101 «Екологія»

Затверджено  
на засіданні групи  
забезпечення спеціальності  
Протокол № 8  
від «15» 05. 2023р.

Одеса – 2023

Методичні вказівки до практичних занять з дисципліни «Методи багатовимірного статистичного аналізу при вирішенні гідроекологічних задач» за спеціальністю 101 «Екологія», освітня програма «Екологія, охорона навколишнього середовища та збалансоване природокористування» / проф., д.геогр.н. Лобода Н.С., доц., к.геогр.н. Катинська І.В. Одеса, ОДЕКУ, 2023. 93 с.

Методичні вказівки призначені для магістрів I року навчання за спеціальністю 101 «Екологія».

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
ПРАКТИЧНА РОБОТА № 1 «Визначення повної, випадкової та географічної складових просторового розподілу середніх багаторічних показників якості води або концентрацій хімічних речовин (іонів). Прийняття рішення щодо способу узагальнення розглядуваної характеристики у просторі. Уточнення характеристик за даними методу сумісного аналізу» .....	8
ПРАКТИЧНА РОБОТА № 2 «Побудова автокореляційної функції для подовжньої складової швидкості течії. Визначення часу проходження одного турбулентного вихора. Визначення розміру турбулентного вихора» .....	14
ПРАКТИЧНА РОБОТА № 3 «Побудова структурної функції. Визначення фрактальної розмірності за структурною функцією» .....	19
ПРАКТИЧНА РОБОТА №4 «Визначення часу добігання об'ємів води від верхнього створа до нижнього на основі взаємної кореляційної функції»	24
ПРАКТИЧНА РОБОТА № 5 «Визначення регресійної та залишкової складових при побудові рівняння лінійної парної регресії» .....	27
ПРАКТИЧНА РОБОТА № 6 «Метод факторного аналізу. Районування території за синхронністю коливань» .....	39
ПРАКТИЧНА РОБОТА №7 «Побудова дискримінантної функції лінійного виду. Визначення числа Махаланобіса» .....	47
ПРАКТИЧНА РОБОТА № 8 «Згладжування (фільтрація) вихідних рядів на базі перших компонент.» .....	52
Д О Д А Т К И .....	59

## ВСТУП

**Актуальність** проведення практичних занять з дисципліни «Методи багатовимірного статистичного аналізу при вирішенні гідроекологічних задач» обумовлена необхідністю навчитися застосовувати сучасні методи багатовимірного статистичного аналізу даних при вирішенні практичних задач гідроекології. Методи багатовимірного статистичного аналізу дозволяють вирішувати класифікації, стиснення, фільтрації та відновлення вихідної інформації, розроблення розрахункових та прогнозних методик на базі полів вихідних даних.

**Метою** дисципліни «Методи багатовимірного статистичного аналізу при вирішенні гідроекологічних задач» є вивчення сучасних методів статистичної обробки та аналізу інформації і їхнє практичне застосування до вирішення практичних задач гідроекології, оцінка статистичних характеристик показників якості води водних об'єктів та надійності і достовірності вибірових даних. За допомогою методичних вказівок студенти повинні оволодіти знаннями та практичними навичками статистичної обробки та аналізу гідроекологічних даних. Виконувати інтерпретацію результатів розрахунків, отриманих при використанні ПЕОМ та надавати наукове обґрунтування класифікаціям, районуванню, розробці розрахункових та прогностичних методик на базі методів багатовимірного аналізу.

Після виконання практичних завдань з дисципліни «Методи багатовимірного статистичного аналізу при вирішенні гідроекологічних задач» студенти повинні отримати базові знання:

- визначення характеристик статистичного зв'язку між випадковими величинами (коваріації, кореляції, побудова матриць кореляцій та коваріацій);
- визначення взаємної кореляційної функції;
- вид рівнянь лінійної парної та множинної регресії; визначення коефіцієнтів цих рівнянь та коефіцієнтів лінійної парної та множинної кореляції;
- визначення регресійної та залишкової складових дисперсії вихідної змінної при застосуванні регресійного аналізу;
- способи оптимального добору предикторів при побудові рівнянь лінійної множинної регресії;
- головне рівняння факторного аналізу в матричній формі, задача

факторного аналізу;

- теоретичні основи обґрунтування способу просторового узагальнення інформації на базі методу сумісного аналізу даних (аналізу складових просторової дисперсії вихідних даних);
- загальний вид дискримінантної функції, фізичний зміст числа Махаланобіса;
- визначення структурної часової та просторової функцій;
- поняття про фрактали.

Після вивчення дисципліни «Методи багатовимірного статистичного аналізу при вирішенні гідроекологічних задач» студенти повинні отримати базові вміння:

- установлювати статистично значущі тренди в коливаннях гідроекологічних показників ;
- аналізувати результати розрахунків рівнянь множинної регресії при використанні стандартних програм побудови регресійних рівнянь з покроковим вибором предикторів;
- визначати головні чинники гідроекологічних процесів на основі розрахунків за методом факторного аналізу;
- використовувати результати розрахунків взаємної кореляційної функції при дослідженнях просторово – часових закономірностей розподілу забруднювальних речовин у часі та просторі та розробці розрахункових та прогностичних методик;
- аналізувати ступінь випадковості просторового розподілу досліджуваної величини у просторі та обґрунтовувати можливість її районування або картування;
- надавати прогноз за дискримінантною функцією;
- визначати фрактальну розмірність процесу на основі графічних побудовань структурної функції.

При виконанні практичних завдань з дисципліни «Методи багатовимірного статистичного аналізу при вирішенні гідроекологічних задач» студент повинен виконати наступні роботи: **1)** «Визначення повної, випадкової та географічної складових просторового розподілу середніх багаторічних показників якості води або концентрацій хімічних речовин (іонів). Прийняття рішення щодо способу узагальнення розглядуваної характеристики у просторі. Уточнення характеристик за даними методу сумісного аналізу»; **2)** «Побудова автокореляційної функції для подовжньої складової швидкості течії. Визначення часу проходження

одного турбулентного вихора. Визначення розміру турбулентного вихора»; 3) «Побудова структурної функції. Визначення фрактальної розмірності за структурною функцією»; 4) «Визначення часу добігання об'ємів води від верхнього створа до нижнього на основі взаємної кореляційної функції»; 5) «Визначення регресійної та залишкової складових при побудові рівняння лінійної парної регресії»; 6) «Визначення регресійної та залишкової складових при побудові рівняння лінійної парної регресії»; 7) «Побудова дискримінантної функції лінійного виду. Визначення числа Махаланобіса»; 8) «Згладжування (фільтрація) вихідних рядів на базі перших компонент»

Контроль поточних знань виконується на базі модульної системи контролю відповідно до силлабусу дисципліни. В якості форми поточного контролю використовується усне опитування при захисті виконаних практичних робіт, або відповіді на контрольні питання у системі MOODLE. Практичні роботи оцінюються в **5 балів**. Максимальна кількість балів за практичну частину курсу становить **40 балів**.

## **ПРАКТИЧНА РОБОТА № 1**

**«Визначення повної, випадкової та географічної складових просторового розподілу середніх багаторічних показників якості води або концентрацій хімічних речовин (іонів).**

**Прийняття рішення щодо способу узагальнення розглядуваної характеристики у просторі. Уточнення характеристик за даними методу сумісного аналізу»**

**Мета роботи:** Визначити повну, випадкову та географічну складові просторового розподілу середніх багаторічних показників якості води або концентрацій хімічних речовин (іонів) за заданим варіантом. Проаналізувати отримані результати методу сумісного аналізу даних та визначити спосіб просторового узагальнення середніх багаторічних показників якості води або концентрацій хімічних речовин (іонів) в досліджуваному басейні.

### **Теоретична частина**

У гідроекологічних розрахунках найчастіше використовується математична модель стоку, яка описує його ймовірнісну природу. Такого роду моделі включають до себе ряд гіпотез, які дозволяють звести розрахунки до статистичної оцінки декількох параметрів моделі. Обмеженість у часі наявних спостережень по більшості рядів стоку річок України породжує статистичну нестійкість цих параметрів, що може бути ефективно компенсоване за рахунок додаткової інформації про просторові закономірності розподілу розглядуваних характеристик річкового стоку. Навіть при довгих рядах спостережень оцінки окремих статистичних параметрів визначаються з великою погрешністю, тобто є статистично незначущими.

Для просторового узагальнення середніх багаторічних показників якості води або концентрацій хімічних речовин (іонів) за вибірковими даними за допомогою методу, запропонованого С.М. Крицьким та М.Ф. Менкелем, можна обґрунтувати характер розподілу хімічних речовин в досліджуваному водозборі. Цей метод отримав назву «методу сумісного



аналізу даних». Суть методу зводиться до визначення географічної й випадкової складових загальної просторової дисперсії розглядуваного статистичного параметра:

$$\sigma_{II}^2 = \sigma_G^2 + \sigma_B^2, \quad (1.1)$$

де  $\sigma_{II}^2$  – повна просторова дисперсія розглядуваного параметра;

$\sigma_G^2$  – географічна складова просторової дисперсії розглядуваного параметра;

$\sigma_B^2$  – випадкова складова просторової дисперсії розглядуваного параметра.

При цьому повна просторова дисперсія параметра оцінюється за формулою

$$\sigma_{II}^2 = \frac{\sum_{j=1}^k (A_j - A_{CEP})^2}{k-1}, \quad (1.2)$$

де  $k$  – число об'єктів (значень середньорічних концентрацій хімічних речовин), об'єднаних в одну групу;

$j$  – порядковий номер розглядуваного об'єкту (середньорічних концентрацій хімічних речовин);

$A_j$  – індивідуальна оцінка параметра (оцінка, виконана по ряду спостережень в окремому році);

$A_{CEP}$  – осереднена в межах виділеної групи оцінка параметра.

Випадкова складова просторової дисперсії параметра визначається як осереднена за групою виділених об'єктів дисперсія індивідуальної оцінки параметра

$$\sigma_B^2 = \frac{\sum_{j=1}^k \sigma_{A_j}^2}{k}, \quad (1.3)$$

де  $\sigma_{A_j}$  – середнє квадратичне відхилення індивідуальної оцінки параметра  $A_j$ .

Географічна складова знаходиться за допомогою зворотного розрахунку з (1.1):

$$\sigma_G^2 = \sigma_{II}^2 - \sigma_B^2. \quad (1.4)$$

Якщо виконується умова

$$\frac{\sigma_B^2}{\sigma_{II}^2} > \frac{\sigma_I^2}{\sigma_{II}^2}, \quad (1.5)$$

то можна зробити висновок, що просторовий розподіл досліджуваного параметра в більшій мірі визначається випадковими властивостями поєднаних вибірок і в меншій мірі фізико-географічними умовами розподілу середніх багаторічних показників якості води або концентрацій хімічних речовин (іонів) в досліджуваному водозборі. Таким чином, при виконанні умови (1.5) як спосіб географічного узагальнення обирається районування, тобто осереднення розглядуваної характеристики у межах виділеної території, якщо не виконується – картування досліджуваної характеристики у вигляді карти ізоліній.

Необхідно підкреслити, що якість об'єднання тим вища, чим менший внесок географічної складової у повну просторову дисперсію параметра. Географічна складова є, власне кажучи, оцінкою статистичної неоднорідності вихідного матеріалу. Якість об'єднання, як правило, є високою, коли внесок випадкової складової у просторову дисперсію більше або дорівнює 70%, тобто  $\frac{\sigma_B^2}{\sigma_{II}^2} \cdot 100 \geq 70\%$ . Коли похибки оцінки вибіркових параметрів дуже великі, географічна складова дисперсії, обчислена зворотним розрахунком за (1.4), може приймати негативні значення. У цьому випадку внесок випадкової складової у повну просторову дисперсію параметра може бути прийнятий рівним 100%, а географічної – 0,00%.

Середнє квадратичне відхилення осередненої у просторі оцінки статистичного параметра розраховується за співвідношенням

$$\sigma_{СЕР} = \sqrt{\frac{\sigma_B^2}{k} + \sigma_I^2}. \quad (1.6)$$

Величина  $\sigma_{СЕР}$ , поряд з умовою (1.5), також є критерієм якості об'єднання. Осереднена оцінка параметра визнається статистично достовірною, коли виконується умова

$$A_{СЕР} > 2\sigma_{СЕР}. \quad (1.7)$$

Для оцінки якості розрахунків поряд з виразом (1.6) також використовуються так звані допустимі відносні середні квадратичні відхилення  $\varepsilon_{ДОП.}$  оцінки параметра  $A$  за вибірковими даними. Якщо  $\varepsilon_A \leq \varepsilon_{ДОП.}$ , то вибіркове значення параметра приймається до розрахунку. Величина  $\varepsilon_A$  визначається за формулою

$$\varepsilon_A = \frac{\sigma_A}{A} \cdot 100\%, \quad (1.8)$$

де  $\sigma_A$  – середнє квадратичне відхилення оцінки параметра  $A$ .

Величини  $\varepsilon_A$  та  $\varepsilon_{ДОП.}$  використовуються у розрахунках для оцінювання якості об'єднання таких статистичних параметрів як середнє арифметичне значення та коефіцієнт варіації. Для статистичних параметрів, що розраховуються за даними спостережень з великим середньоквадратичним відхиленням, осереднена в межах поєднуваної сукупності оцінка є більш достовірною, ніж індивідуальна. Осереднені в межах статистично однорідних районів оцінки статистичних параметрів рекомендуються до використання при побудові стохастичних моделей, а також при описуванні статистичних розподілів характеристик стоку тих водозборів, на яких спостереження за стоком відсутні.

## Практична частина

**Вихідні дані:** ряди даних гідрохімічних спостережень у пункт р. Тилігул – с. Березівка за період спостережень 1965-2014 роки. Варіанти обираються відповідно до списку групи у алфавітному порядку.

Таблиці вихідних даних надані у додатку А або *xlsx*-файлах, завантажених у систему MOODLE. Приклад розрахунку наданий у файлі *xlsx* «Практична робота №1\_Приклад розрахунку», завантаженому в системі MOODLE. Практична робота оформлюється відповідно до ***Порядку роботи*** і завантажується в систему MOODLE разом із розрахунковим файлом *xlsx* або *xls*. Файли мають бути підписані ПР№1\_ПБ.

### **Порядок роботи:**

1. Отримати вихідні дані про концентрацію хімічних елементів згідно свого варіанту (додаток А або xlsх-файли, завантажені у систему MOODLE).

2. Розрахувати повну просторову дисперсія досліджуваного параметру за формулою (1.2)

$$\sigma_{Ci}^2 = \frac{\sum_{j=1}^{40} (C_{ij} - \bar{C}_{i_{сеп}})^2}{50 - 1} = \frac{315180,39}{49} = 6432,25$$

3. Розрахувати випадкову складову просторової дисперсії параметра середньобагаторічної значень концентрації хлоридів за формулою (1.3).

$$\sigma_B^2 = \frac{\sum_{j=1}^k \sigma_{C_{ij}}^2}{k} = \frac{6432,25}{50} = 128,65$$

4. Географічна складова знаходиться за допомогою зворотного розрахунку з (1.1):

$$\sigma_{\Gamma}^2 = \sigma_{\Pi}^2 - \sigma_B^2 = 6432,39 - 128,65 = 6303,61$$

5. Щоб визначити спосіб узагальнення розглядуваної характеристики у просторі, необхідно провести розрахунки за нерівністю 1.5

$$\frac{\sigma_B^2}{\sigma_{\Pi}^2} > \frac{\sigma_{\Gamma}^2}{\sigma_{\Pi}^2} \quad \longrightarrow \quad \frac{128,65}{6432,25} > \frac{6303,61}{6432,25} \quad \longrightarrow \quad 0,02 < 0,98$$

6. Результати застосування методу сумісного аналізу зводимо у табл.1.1.

З розрахунків видно, що умова 1.5 не виконується, відповідно можна зробити висновок, що просторовий розподіл досліджуваного параметра в більшій мірі (98%) визначається фізико-географічними умовами розподілу середніх багаторічних концентрацій хлоридів в досліджуваному водозборі за 1965-2014 роки і практично не визначається (2%) – випадковими властивостями поєднаних вибірок. Таким чином, приймається рішення, що вибіркові оцінки параметрів не можуть бути осереднені в межах досліджуваної території, а потребують картування досліджуваної

характеристики у межах досліджуваного водозбору у вигляді карти ізоліній.

**Таблиця 1.1** – Результати застосування методу застосування сумісного аналізу даних до обґрунтування способу просторового узагальнення середніх багаторічних показників якості води  $C_i$

Досліджуваний водозбір	Середнє значення параметру $C_i$ , мг/дм <sup>3</sup>	Дисперсія		
		повна	випадкова складова	географічна складова
р. Тилігул – с. Березівка	178,81	6432,25 100%	128,65 2,00%	6303,61 98,0%

## ПРАКТИЧНА РОБОТА № 2

### «Побудова автокореляційної функції для подовжньої складової швидкості течії. Визначення часу проходження одного турбулентного вихора. Визначення розміру турбулентного вихора»

**Мета роботи:** Розрахувати та побудувати графік нормованої кореляційної функції в залежності від часового зсуву  $\tau$ . Оцінити ступінь лінійного зв'язку між миттєвими швидкостями річкового потоку для різних значень зсуву у різні моменти часу. Побудувати автокореляційну функцію. Визначити радіус кореляції та розрахувати зовнішній масштаб (розмір) турбулентних збурень.

#### Теоретична частина.

У основі підходу до описування турбулентних структур потоку лежить уявлення А.Н. Колмогорова про те, що турбулентний потік є сукупністю накладених на усереднений рух води збурень (вихорів) різних масштабів. Масштаби великих вихорів мають порядок довжини, яка відповідає шляху перемішування, вони співмірні з лінійними розмірами потоків. Ці вихорі розпадаються на вихорі менших порядків. Найменші вихорі характеризуються малими амплітудами й більшою частотою. Максимальний масштаб вихорів (зовнішній масштаб турбулентності) визначається розмірами потоку, мінімальний (внутрішній) масштаб турбулентності визначається в'язкістю рідини.

Можна застосувати гіпотезу “замороженої турбулентності”, згідно з якою індивідуальні зміни турбулентних збурень, що переносяться потоком, незначні у порівнянні з властивостями усередненого потоку, й, отже, допустимо прийняти, що вихорі переміщуються із середньою швидкістю потоку. Тоді зовнішній масштаб (розмір) турбулентних збурень визначається за формулою

$$l = \bar{u}\tau_0, \quad (2.1)$$

де  $l$  - зовнішній масштаб турбулентності (розмір вихора);

$\bar{u}$ - усереднена швидкість;

$\tau_0$ - час нульової кореляції (час, при якому автокореляційна функція перетинає ось абсцис).

Для визначення  $\tau_0$  використовують нормовану автокореляційну функцію, яка розраховується за даними про миттєві швидкості потоку

$$R(\tau) = \frac{1}{\sigma_u^2(n-\tau)} \sum_i^{n-\tau} u'_i u'_{i+\tau}, \quad (2.2)$$

де  $n$  – довжина ряду спостережень;

$u'_i = u_i - \bar{u}$  – пульсація подовжньої складової швидкості у момент  $i$ ;

$u'_{i+\tau} = u_{i+\tau} - \bar{u}$  – пульсація подовжньої складової швидкості у момент  $i + \tau$

$\sigma_u^2$  – дисперсія ряду миттєвих швидкостей потоку, яка розраховується за наступною формулою

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{j=1}^n (u_j - \bar{u})^2}{n-1} \quad (2.3)$$

Часова нормована автокореляційна функція оцінює ступінь зв'язку між миттєвими швидкостями потоку у різні моменти часу. Коли через живий переріз річки проходить єдиний великомасштабний вихор, між вимірними швидкостями буде існувати кореляційний зв'язок. Коли через живий переріз річки буде проходити інший вихор, то зв'язок між попередніми і наступними швидкостями перерветься і значення кореляційної функції буде дорівнювати нулю.

Використовуючи графік  $R(\tau) = \psi(\tau)$ , можна визначити  $\tau_0$  як відстань від початку координат до першого перетину кривої  $R(\tau)$  осі  $\tau$  (рис.2.1). Визначена величина  $\tau_0$  називається *радіусом кореляції*.

## Практична частина

Вихідні дані: Таблиці миттєвих швидкостей для кожного варіанту. Варіанти обираються відповідно до списку групи у алфавітному порядку.

Таблиці вихідних даних надані у додатку Б або xlsx-файлах, завантажених у систему MOODLE. Приклад розрахунку наданий у файлі xlsx «Практична робота№2\_Приклад розрахунку», завантаженому в

системі MOODLE. Практична робота оформлюється відповідно до *Порядку роботи* і завантажується в систему MOODLE разом із розрахунковим файлом *xlsx* або *xls*. Файли мають бути підписані ПРН№2\_ПБ.

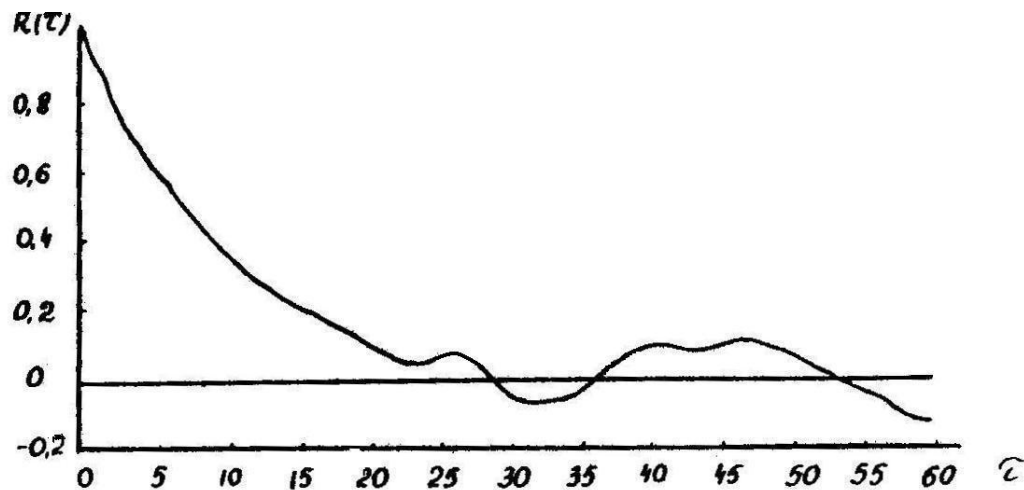


Рис. 2.1 Нормована часова автокореляційна функція

### *Порядок роботи:*

1. Отримати вихідні дані з таблиць миттєвих швидкостей потоку згідно заданому варіанту (додаток Б або *xlsx*-файли, завантажені у систему MOODLE) та сформувати таблицю (табл.2.1) вихідної вибірки у ПК за допомогою програми [Microsoft Excel](#). Дані таблиці вводити по стовпцях. Загальна кількість даних – 300. Млинок витримується у кожній точці – 300 секунд, отже, загальна кількість швидкостей – також 300.

2. Розрахувати  $\bar{u}$  – усереднену швидкість (дивись приклад в Excel) в заданій точці – середнє значення миттєвих швидкостей за 300 секунд.

3. У табл. Excel виконуємо зсув вихідного ряду, поки автокореляційна функція не перетне вісь  $X$ .



4. Формуємо таблицю розрахункових даних, для того, щоб побудувати графік змін нормованої часової кореляційної функції в залежності від зсуву  $\tau$ .

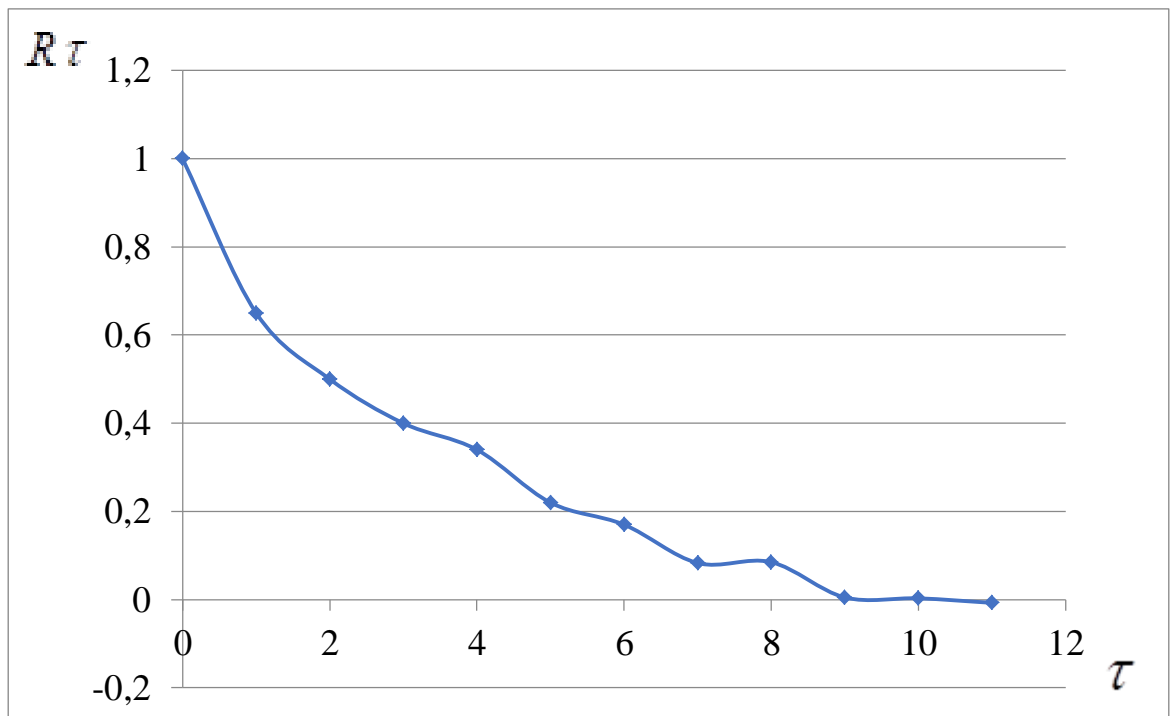
**Таблиця 2.1** – Таблиця миттєвих швидкостей потоку  
(приклад: вихідні дані)

Ряд	Стовпчик											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	24	33	37	33	22	37	26	35	33	22	28	26
2	25	35	24	35	26	35	24	33	28	22	26	27
3	22	42	26	26	26	37	26	24	28	35	22	25
4	28	44	33	26	26	37	28	37	29	31	20	28
5	22	48	37	34	33	44	24	39	26	31	24	26
6	27	50	33	39	33	44	22	33	31	30	26	24
7	27	48	28	35	26	45	26	26	26	26	26	26
8	27	67	26	35	28	39	26	33	31	20	26	35
9	33	46	37	33	28	44	22	31	31	21	27	26
10	29	37	33	35	33	28	22	31	28	22	31	35
11	29	37	28	33	33	28	22	26	33	22	24	35
12	31	37	34	37	22	24	26	28	24	26	33	37
13	42	37	28	37	25	24	35	28	26	28	33	22
14	37	44	26	37	28	28	26	33	31	31	31	31
15	42	35	35	39	26	35	26	34	24	28	31	31
16	44	28	35	33	24	28	28	28	31	22	28	36
17	46	33	35	33	22	28	33	26	31	32	22	39
18	39	31	37	26	24	34	26	25	28	28	33	39
19	37	26	37	28	24	44	33	26	26	28	28	40
20	33	24	31	33	26	44	28	26	28	33	28	42
21	24	37	26	26	22	37	28	33	28	30	26	42
22	22	44	22	24	33	28	22	31	31	35	24	42
23	27	33	34	24	24	33	26	33	31	33	24	44
24	26	33	37	22	33	28	33	24	28	26	26	33
25	33	33	33	24	26	33	26	35	20	31	33	31

**Таблиця 2.2** – Значення нормованої автокореляційної функції

$\tau$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$R\tau$	1,0	0,65	0,50	0,40	0,34	0,22	0,17	0,083	0,085	0,005	0,003	-0,0073

5. За даними табл. 2.2 будемо графік Нормованої часової кореляційної функції



**Рис. 2.1** Нормована часова кореляційна функція

6. Використовуючи графік  $R(\tau) = \psi(\tau)$ , визначаємо, що  $\tau_0=10$  (відстань від початку координат до першого перетину кривої  $R(\tau)$  осі  $\tau$ ).

7. За формулою 1 визначаємо зовнішній масштаб (розмір) турбулентних збурень.  $\bar{u}$  – середнє значення усереднених швидкостей.

$$l = \bar{u}\tau_0=30,6*10=306 \text{ см}=3,06 \text{ м}$$

## ПРАКТИЧНА РОБОТА № 3

### «Побудова структурної функції. Визначення фрактальної розмірності за структурною функцією»

**Мета роботи:** Розрахувати та побудувати графік нормованої структурної функції в залежності від часового зсуву  $\tau$ . Визначити фрактальну розмірність ряду миттєвих швидкостей потоку.

#### Теоретична частина.

Нормована структурна та автокореляційна функції пов'язані між собою

$$\overset{0}{M}(\tau) = 2[1 - R(\tau)], \quad (3.1)$$

де  $\overset{0}{M}(\tau)$  – нормована структурна функція;

$R(\tau)$  – автокореляційна функція.

Установлено, що структурна функція зростає до певного часу  $\tau_{max}$ . При  $\tau > \tau_{max}$  структурна функція мало змінюється, досягаючи стану “насичення”. Якщо структурна функція нормована, то при стані насичення вона досягає значення 2.

Зміна структурної функції  $\tau < \tau_{max}$  добре описується степеневим законом вигляду

$$M(\tau) = A\tau^{n_2}, \quad (3.2)$$

де  $M(\tau)$  – часова структурна функція;

$A$  – коефіцієнт, який характеризує дисипацію енергії;

$n_2$  – показник ступеня.

Для визначення фрактальної розмірності використовується флуктуаційна функція другого порядку  $F_2(s)$  (так званий другий статистичний момент) виду

$$F_2(s) = s^H, \quad (3.3)$$

де  $s$  – зсув у часі або просторі.

Пошук фрактальної розмірності відбувається шляхом побудови емпіричної залежності  $F_2(s)$  від  $s$ , де  $H$  – степеневий показник кривої, який визначається як тангенс кута нахилу після логарифмування обох осей.

Для стаціонарного ергодичного процесу флуктуаційна функція може бути визначена через нормовану **структурну функцію**  $M(s)$ . Квадратний корінь із структурної функції є характеристикою варіації (середнє квадратичне відхилення) й являє собою флуктуаційну функцію другого порядку  $F_2(s)$

$$\sqrt{M(s)} = F_2(s) \sim s^H, \quad (3.4)$$

або

$$F_2(\tau) = \sqrt{M(\tau)} = B\tau^H, \quad (3.5)$$

де  $H$  розглядається як фрактальна розмірність.

Якщо структурна функція відома, то логарифмуємо (3.5):

$$\lg F_2(\tau) = \lg B + H \lg \tau. \quad (3.6)$$

З графіка зв'язку знайдемо  $H$ , як тангенс кута нахилу, який дорівнює регресійному коефіцієнту в рівнянні лінійної парної регресії.

### Практична частина

**Вихідні дані** беруться згідно варіанту з практичної роботи № 2 «Побудова автокореляційної функції для подовжньої складової швидкості течії. Визначення часу проходження одного турбулентного вихора. Визначення розміру турбулентного вихора».

Приклад розрахунку наданий у файлі `xlsx` «Практична робота №3\_Приклад розрахунку», завантаженому в системі MOODLE. Практична робота оформлюється відповідно до *Порядку роботи* і

завантажується в систему MOODLE разом із розрахунковим файлом xlxs або xls. Файли мають бути підписані ПР№3\_ПІБ.

**Порядок роботи:**

1. За розрахунковими даними практичної роботи № 2  $\tau$  (зсув у часі) та  $R(\tau)$  (автокореляційна функція) розрахувати нормовану структурну функцію  $M(\tau)$  за формулою 3.1 та сформувати таблицю 3.1 «Значення нормованої структурної функції» за допомогою програми [Microsoft Excel](#).

**Таблиця 3.1** – Значення нормованої структурної функції

№ з/п	$\tau$	$R(\tau)$	$M(\tau)$
1	0	1	0,00
2	1	0,65	0,70
3	2	0,5	1,00
4	3	0,4	1,20
5	4	0,34	1,32
6	5	0,22	1,56
7	6	0,17	1,66
8	7	0,083	1,83
9	8	0,085	1,83
10	9	0,005	1,99
11	10	0,003	1,99
12	11	-0,00734	2,01
13	12	0,093	1,81

2. За даними табл. 3.1 будемо графік нормованої структурної функції

3. За формулою 3.5 знаходимо флуктуаційну функцію другого порядку  $F_2(\tau)$  та логарифмуємо її. Використовуються дані до того моменту як  $\tau$  досягне значення рівного двом.

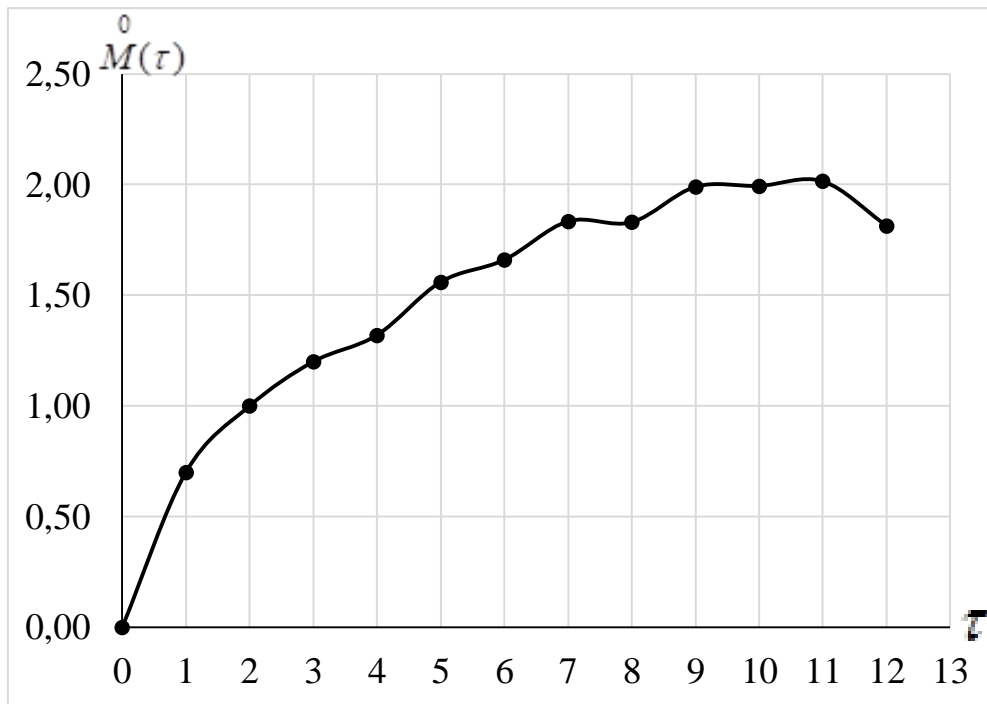
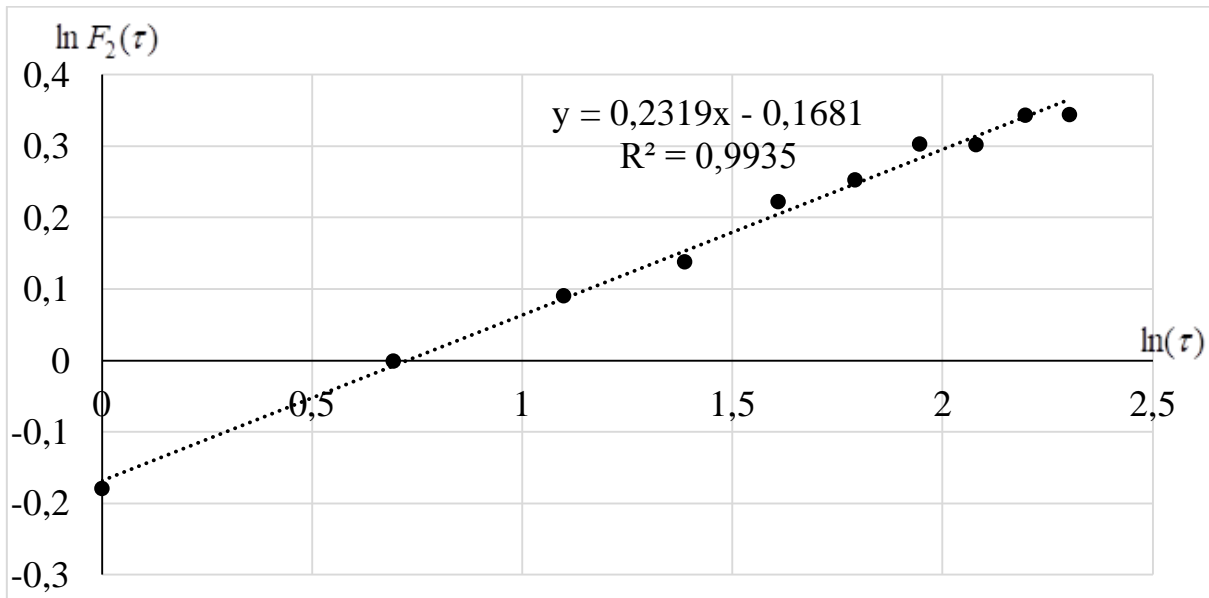


Рис. 3.1 Нормована структурна функція

Таблиця 3.2 – Значення флуктуаційної функції другого порядку  $F_2(\tau)$

№ з/п	$\tau$	$\ln(\tau)$	$M(\tau)$	$F_2(\tau) = \sqrt{M(\tau)}$	$\ln F_2(\tau)$
1	0		0,00	0	
2	1	0	0,70	0,83666	-0,17834
3	2	0,693147	1,00	1	0
4	3	1,098612	1,20	1,095445	0,091161
5	4	1,386294	1,32	1,148913	0,138816
6	5	1,609438	1,56	1,249	0,222343
7	6	1,791759	1,66	1,28841	0,253409
8	7	1,94591	1,83	1,354253	0,30325
9	8	2,079442	1,83	1,352775	0,302158
10	9	2,197225	1,99	1,410674	0,344067
11	10	2,302585	1,99	1,412091	0,345071
12	11		2,01		
13	12		1,81		

4. За даними табл. 3.2 будуємо графік зв'язку логарифмованої флуктуаційної функції другого порядку ( $\ln F_2(\tau)$ ), проводимо лінію тренда і виводимо рівняння на графік.



**Рис. 3.2** Графік зв'язку логарифмованої флуктуаційної функції другого порядку  $\ln F_2(\tau)$

5. З графіка зв'язку знайдемо  $H$ , як тангенс кута нахилу, який дорівнює регресійному коефіцієнту в рівняння лінійної парної регресії.

$$\ln F_2(\tau) = 0,232\tau - 0,168,$$

Звідки –  $\text{tg}\alpha = 0,232 = H$

## ПРАКТИЧНА РОБОТА №4

### «Визначення часу добігання об'ємів води від верхнього створа до нижнього на основі взаємної кореляційної функції»

**Мета роботи:** визначити час добігання води від верхнього створу до нижнього, використовуючи дані щодобових витрат води та побудувати графік ходу взаємної кореляційної функції при зсуві у часі ряду стоку досліджуваних створів.

#### Теоретична частина

Визначення часу добігання між верхнім та нижнім створами можна здійснити на основі розрахунків взаємної кореляційної функції. При цьому ряд  $Q_H$  (витрати у нижньому створі) зсувається у часі відносно ряду  $Q_B$  (витрати у верхньому створі)

$$r_{xy}(\tau) = \frac{K_{Q_B Q_H}(\tau)}{\sigma_{Q_B} \sigma_{Q_H}} = \frac{\sum_{i=1}^{n-\tau} (Q_{B_i} - \bar{Q}_B)(Q_{H_{i+\tau}} - \bar{Q}_H)}{\sigma_{Q_B} \sigma_{Q_H} (n - \tau_{зсув} - 1)}, \quad (4.1)$$

де  $Q_{B_i}$  – витрати води у верхньому створі в час  $i$ ;  $Q_{H_{i+\tau}}$  – витрати води у нижньому створі в часі  $i+\tau$ ;  $\sigma_{Q_B}, \sigma_{Q_H}$  - середні квадратичні відхилення для витрат води у верхньому та нижньому створах, відповідно.

Час добігання маси води від верхнього створу до нижнього визначається як такий, при якому взаємна кореляційна функція  $r_{xy}(\tau)$  досягає свого максимального значення (рис.4.1)

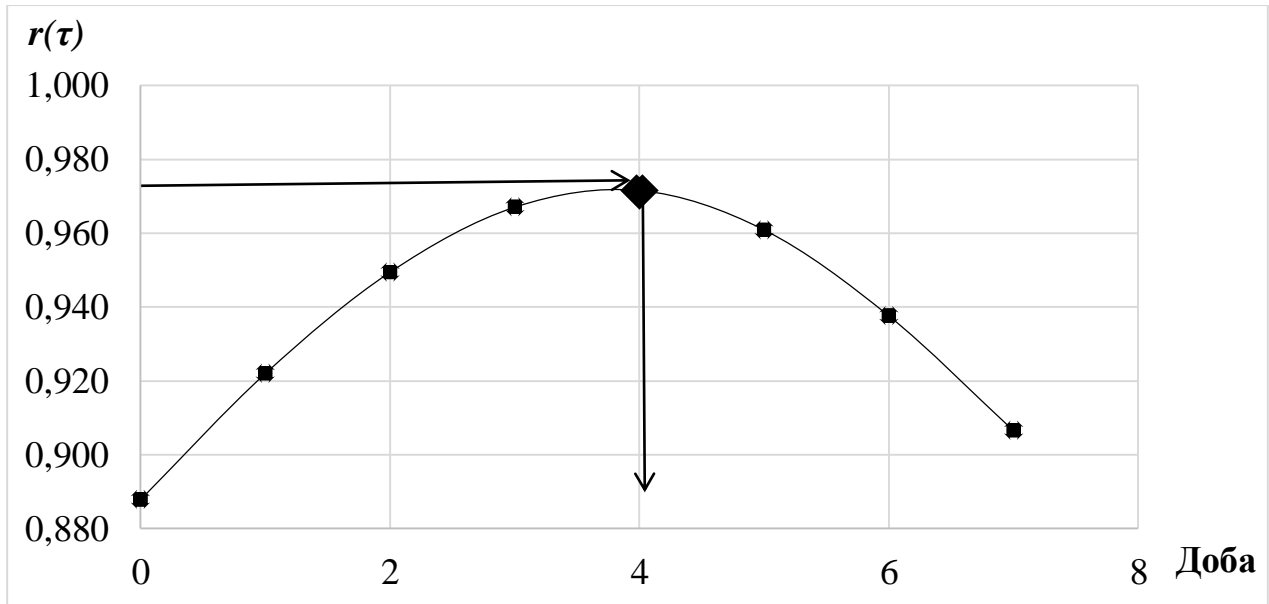
#### Практична частина

**Вихідні дані:** Значення витрат води у верхньому та нижньому створах досліджуваних річок надані у додатку В або у  $xlsx$  -файлах, завантажених у систему MOODLE, за варіантами. Варіанти обираються відповідно до списку групи у алфавітному порядку.

Приклад розрахунку наданий у файлі  $xlsx$  «Практична робота№4\_Приклад розрахунку», завантаженому в системі MOODLE.



Практична робота оформлюється відповідно до *Порядку роботи* і завантажується в систему MOODLE разом із розрахунковим файлом xlsx або xls. Файли мають бути підписані ПР№4\_ПІБ.



**Рис 4.1** Хід взаємної кореляційної функції при зсуві у часі ряду стоку р. Псел – м. Суми відносно ряду стоку р. Псел – с. Крупець

### *Порядок роботи:*

1. Отримати вихідні дані значень витрат води у верхньому та нижньому створах, згідно заданому варіанту (Додаток В або xlsx-файлах, у системі MOODLE) та сформувати таблицю (табл.4.1), яка наведена у файлі xlsx «Практична робота№4\_Приклад розрахунку». Дані таблиці вводити по стовпцях. Загальна кількість даних – по 365 значень у кожному стовбці.

2. За допомогою *f(x)* **Вставить функцію** обираємо **КОРРЕЛ** та розраховуємо взаємну кореляційну функцію між рядами значень витрат води у верхньому та нижньому створах і знаходимо  $r_{xy}(\tau = 0)$ .

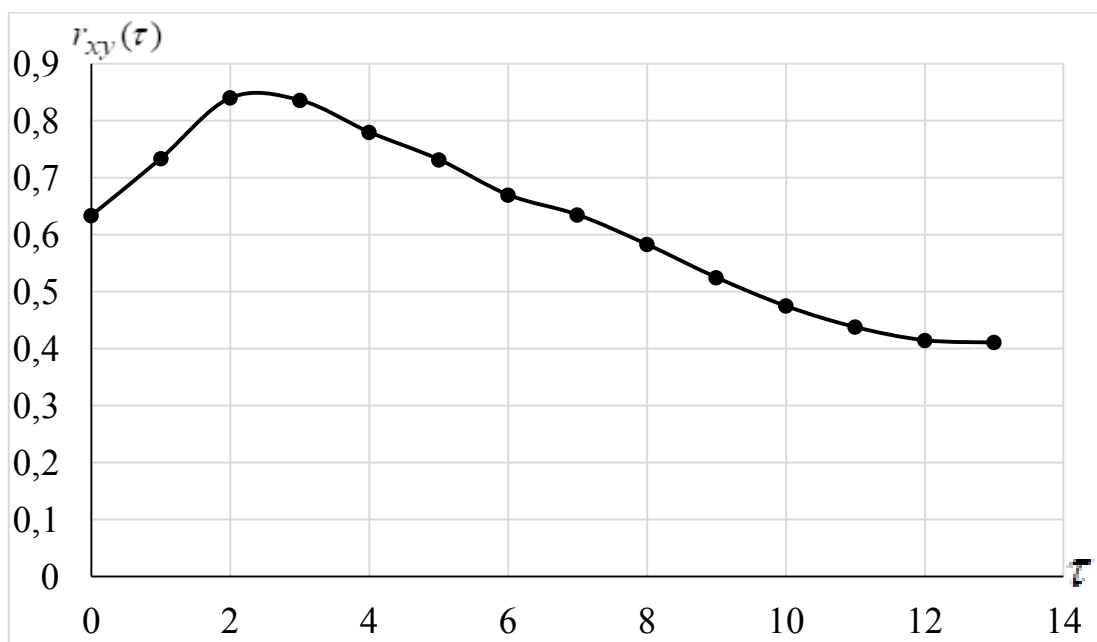
3. Так само розраховуємо взаємну кореляційну функцію між рядами значень витрат води у верхньому та нижньому створах, але з зсувом у часі

$Q_H$  (витрати у нижньому створі) відносно  $Q_B$  (витрати у верхньому створі) і знаходимо  $r_{xy}(\tau)$

4. Формуємо табл. 4.2 і будуємо графік ходу взаємної кореляційної функції при зсуві у часі ряду стоку досліджуваних створів відносно один одному.

**Таблиця 4.2** – Значення взаємної кореляційної функції при зсуві у часі ряду стоку р. Латориця – м. Мукачеве відносно ряду стоку р. Латориця – м. Чоп

$\tau$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$r_{xy}(\tau)$	0,634	0,734	0,84	0,836	0,78	0,732	0,67	0,635	0,583	0,525	0,475	0,438	0,415	0,411



**Рис. 4.1** Хід взаємної кореляційної функції при зсуві у часі ряду стоку р. Латориця – м. Мукачеве відносно ряду стоку р. Латориця – м. Чоп

**Висновок:** Час добігання об'ємів води від верхнього створу до нижнього на основі взаємної кореляційної функції становить 2 доби. Максимальне значення  $r_{xy}(\tau) = 0,84$ .

## ПРАКТИЧНА РОБОТА № 5

### «Визначення регресійної та залишкової складових при побудові рівняння лінійної парної регресії»

**Мета роботи:** Отримати розрахункове рівняння лінійної парної регресії для визначення середньобагаторічної величини річного стоку, відповідно заданих варіантів, за стандартними комп'ютерними програмами Microsoft Excel. Розрахувати повну дисперсію предиктанта й регресійну та залишкову складову повної дисперсії. Оцінити адекватність обраної моделі за критерієм Фішера.

#### Теоретична частина

Модель лінійної парної регресії описує зв'язок генеральних сукупностей залежних випадкових величин  $Y$  та  $X$ . У загальному випадку рівняння лінійної парної регресії є рівнянням умовного математичного сподівання випадкової величини  $Y$ , залежної від випадкової величини  $X$ :

$$m_{y/x} = m_y + r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - m_x) \quad (5.1)$$

або рівняння умовного математичного сподівання випадкової величини  $X$ , залежної від  $Y$ :

$$m_{x/y} = m_x + r_{xy} \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - m_y) \quad (5.2)$$

де  $m_{y/x}$ ,  $m_{x/y}$  – умовні математичні сподівання  $Y$  по  $X$  та  $X$  по  $Y$ , відповідно;

$r_{xy}$  – коефіцієнт кореляції між випадковими величинами  $X$  та  $Y$ ;

$\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  – середні квадратичні відхилення випадкових величин  $X$  та  $Y$ ;

$m_y$ ,  $m_x$  – безумовні математичні сподівання випадкової величини  $Y$  та  $X$ .

Для вибірок рівняння (5.1) представляється у вигляді:

$$\tilde{y}_i = \tilde{y}(x_i) = \hat{m}_{y/x} = ax_i + b \quad (5.3)$$

де  $x_i$  – дискретні значення випадкової величини  $X$ ;  
 $y_i$  – дискретні значення випадкової величини  $Y$ ;  
 $\tilde{y}_i$  – значення випадкової величини  $Y$ , розраховані за рівнянням регресії (5.3);

$a, b$  – шукані параметри рівняння.

Оцінка коефіцієнта кореляції, який відображає тісноту лінійного зв'язку між рядами спостережень, які представляють собою спостережені сукупності випадкових величин  $Y$  та  $X$ , записується у вигляді

$$\hat{r}_{xy} = r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (5.4)$$

Оцінка параметра  $a$  рівняння лінійної парної регресії виражається через коефіцієнт кореляції і середнє квадратичне відхилення випадкових величин  $Y$  та  $X$ , розрахованих за даними спостережень і позначеними як  $S_y$  та  $S_x$ .

$$a = r \frac{S_y}{S_x}. \quad (5.5)$$

Оцінка адекватності регресійної моделі проводиться за складовими дисперсії випадкової величини.

За вибірковими даними повна або загальна дисперсія змінної  $Y$  може бути розрахована за формулою

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1} \quad (5.6)$$

В основі формули (5.6) лежить відхилення спостереженої величини  $y_i$  від середнього арифметичного значення.

Повна дисперсія представляє собою суму дисперсій

$$\sigma_y^2 = \sigma_p^2 + \sigma_{зал}^2 \quad (5.7)$$

де  $\sigma_p^2$  – «пояснена дисперсія», показує яка частина загальної дисперсії обумовлена залежністю  $Y$  від  $X$ ;

$\sigma_{\text{зал}}^2$  – «залишкова дисперсія», показує ту частину дисперсії величини  $Y$ , яка не описується залежністю  $Y$  від  $X$ .

Дисперсія теоретичних значень результуючої змінної  $\sigma_p^2$ , яка пояснює регресію, що характеризує відхилення розрахункових значень  $\tilde{y}_i = ax_i + b$  від середнього значення  $\bar{y}$ :

$$\sigma_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\tilde{y}_i - \bar{y})^2}{n-1} \quad (5.8)$$

Дисперсія випадкових відхилень (помилки), або залишкова (непояснена) дисперсія, що характеризує відхилення розрахункових (теоретичних) значень  $\tilde{y}_i = ax_i + b$  від фактичних (табличних) значень  $y_i$  і показує вплив на залежну змінну всіх тих факторів, що не увійшли в рівняння регресії:

$$\sigma_{\text{зал}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \tilde{y}_i)^2}{n-1} \quad (5.9)$$

Оскільки, розрахунковою моделлю є рівняння лінійної парної регресії, то гіпотеза про адекватність обраної моделі перевіряється за критерієм Фішера, який формується таким чином

$$F = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 / (n-1)}{\sum_{i=1}^n (y_i - \tilde{y}_i)^2 / (n-1)} = \frac{\sigma_{\text{заг}}^2}{\sigma_{\text{зал}}^2}. \quad (5.10)$$

Гіпотеза  $H_0$  про те, що залишкова дисперсія незначуще відрізняється від загальної дисперсії, не відхиляється, коли

$$F < F_{\text{кр}}(\alpha, \nu_1, \nu_2) \quad (5.11)$$

де  $\nu_1 = n - 1$ ;  $\nu_2 = n - 2$ ;  $\alpha$  – заданий рівень значущості.

### Практична частина:

Вихідні дані: Таблиці вихідних надаються викладачем або надані у  $\text{xlsx}$  -файлах, завантажених у систему MOODLEза варіантами. Варіанти обираються відповідно до списку групи у алфавітному порядку.

Приклад розрахунку наданий у файлі xlsx «ПР№5\_Приклад розрахунку», завантаженому в системі MOODLE. Практична робота оформлюється відповідно до *Порядку роботи* і завантажується в систему MOODLE разом із розрахунковим файлом xlsx або xls. Файли мають бути підписані ПР№5\_ПБ.

### Порядок роботи:

1. Отримати вихідні дані згідно заданому варіанту. В прикладі табл. 5.1 розглянуто 40 водозборів у басейні р. Уссурі. До розрахунків залучений пакет статистичних програм „Microstat”.

2. Необхідно добрати оптимальні предиктори та отримати розрахункове рівняння множинної лінійної регресії для визначення середньобогаторічної величини річного стоку невивчених у гідрологічному відношенні водозборів басейну р. Уссурі.

Як потенційні предиктори розглядаються логарифм площі водозборів  $lg(F+1)$ ; норма річних опадів  $X$ ; середня висота водозборів  $H_{сер}$ ; заболоченість  $f_6$ ; залісеність  $f_л$ ; умовна довгота  $\lambda$ ; умовна широта  $\varphi$ .

**Таблиця 5.1** – Вихідні дані застосовані для річок водозбору р. Уссурі.

№ пп	$\bar{q}$ , л/с·км <sup>2</sup>	$lg(F+1)$	$\bar{X}$ , мм	$H_{сер}$ , м	$f_6$ , %	$f_л$ , %	$\lambda$ ,см	$\varphi$ , см
1	2	3	4	5	6	7	8	9
88	17.2	3.44	813	679	-	100	9.3	10.1
45	8.64	3.03	823	260	19	81	4.0	5.9
46	11.4	1.93	848	340	8	92	3.2	6.3
48	8.72	2.69	764	176	12	78	3.9	8.3
81	10.6	3.83	886	670	0.5	100	8.2	6.0
83	12.3	4.27	881	685	0.5	100	8.8	7.8
85	12.1	4.36	871	601	5	95	8.1	8.7
92	10.3	3.28	823	205	17	83	6.6	9.9
93	10.3	3.67	831	373	4	96	5.5	7.1
96	11.1	3.25	977	445	-	94	6.1	7.4
97	13.8	2.63	1005	591	-	100	6.2	6.9

1	2	3	4	5	6	7	8	9
98	12.5	3.07	1180	568	-	100	6.1	6.2
100	9.74	3.41	914	403	2	98	5.4	6.6
105	12.4	4.12	956	790	0.5	100	12.4	11.4
107	11.4	4.33	919	560	4	93	9.9	11.8
1	9.34	3.71	924	879	-	91	3.6	3.8
2	8.95	4.39	802	435	5	96	4.3	5.2
12	10.8	2.73	904	879	-	91	4.1	1.1
13	9.84	3.24	843	729	-	89	3.3	1.3
16	9.19	3.97	832	558	1	91	4.0	2.5
20	1.6	3.06	907	811	-	98	4.3	1.8
24	9.61	3.06	907	811	-	98	5.4	3.0
25	9.22	3.53	852	578	0.5	94	5.3	3.2
34	9.33	3.39	843	552	-	94	1.3	1.8
36	7.79	3.71	810	402	6	82	1.5	3.0
38	9.78	2.88	892	573	-	97	1.9	2.1
39	9.94	2.97	931	635	-	99	0.7	1.5
41	7.2	2.79	739	235	6	76	1.2	3.4
227	10.7	2.35	907	810	-	100	2.8	1.4
228	8.01	1.26	860	619	-	100	3.7	2.3
230	8.12	1.97	854	599	-	100	0.6	1.6
231	9.08	2.13	853	591	-	98	1.1	2.1
232	6.87	1.54	809	416	0.5	98	1.2	3.4
113	10.1	2.86	889	264	8	88	6.6	13.9
114	8.36	2.16	817	218	7	88	6.3	13.8
119	8.73	3.37	816	189	17	81	9.1	15.0
127	15.9	4.39	1048	629	0.5	94	12.2	15.7
128	13.3	3.49	1022	948	-	97	14.2	13.6
130	13.3	3.05	1040	350	-	99	9.3	13.3
131	11.3	2.70	905	216	10	81	10.2	15.7

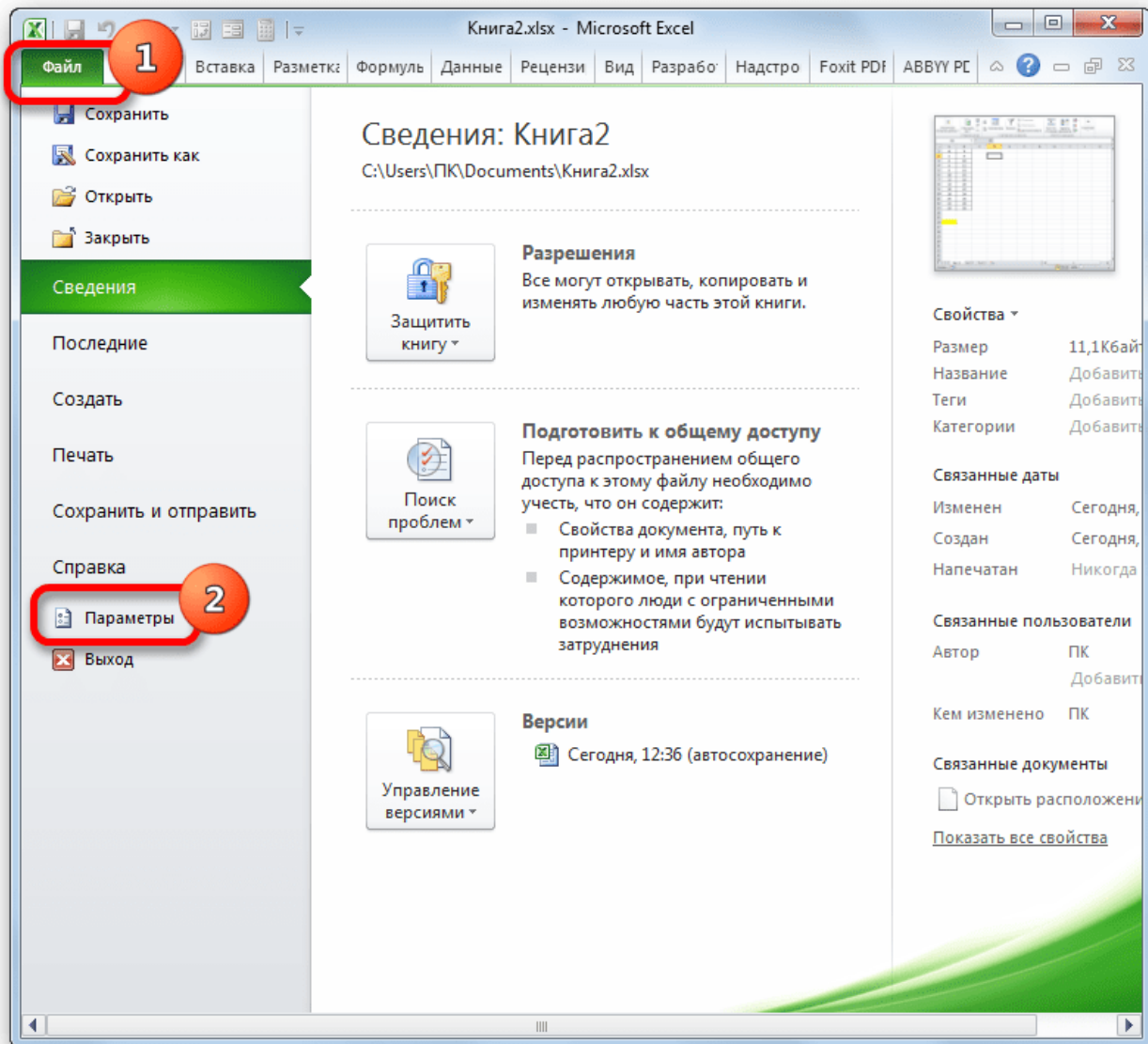
3. На першому етапі розраховуються коефіцієнти лінійної парної кореляції між предиктантом та усіма предикторами. Обирається предиктор, який має найбільш тісний зв'язок з предиктантом ( $\bar{q}$ ).

Коефіцієнти лінійної парної кореляції визначаються за допомогою кореляційної матриці, яку отримують з використанням інструменту **Корреляція**.

За замовчуванням ця надбудова відключена і в меню вкладок ви її не знайдете, тому покроково розглянемо як її активувати.

### 3.1 Активуємо «Пакет аналіза»

Переміщаємося у вкладку «Файл», а потім переходимо до пункту «Параметри».

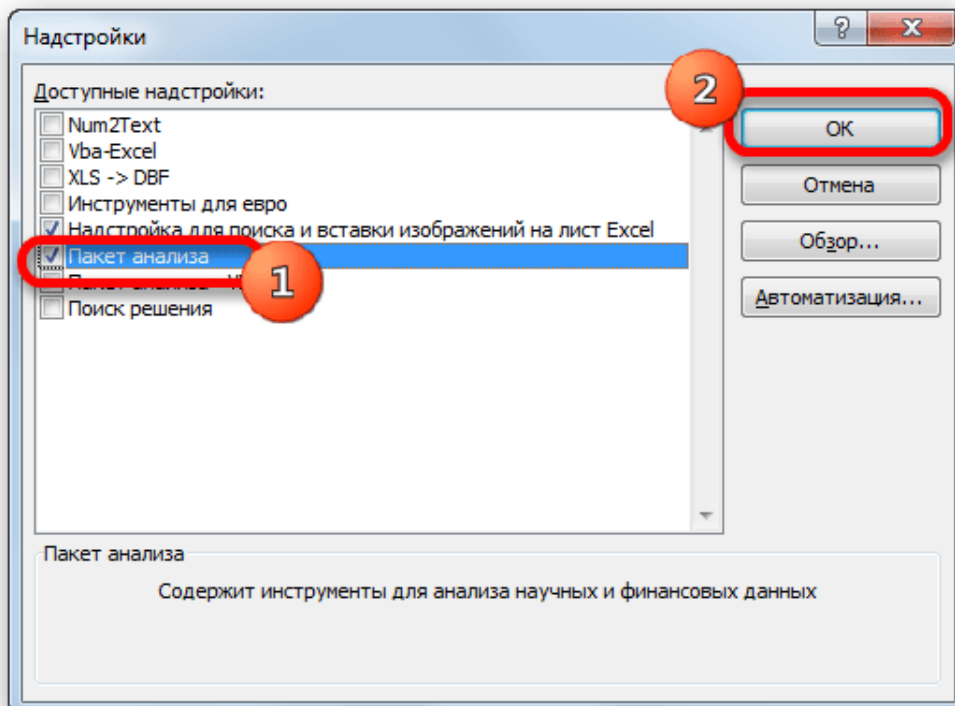
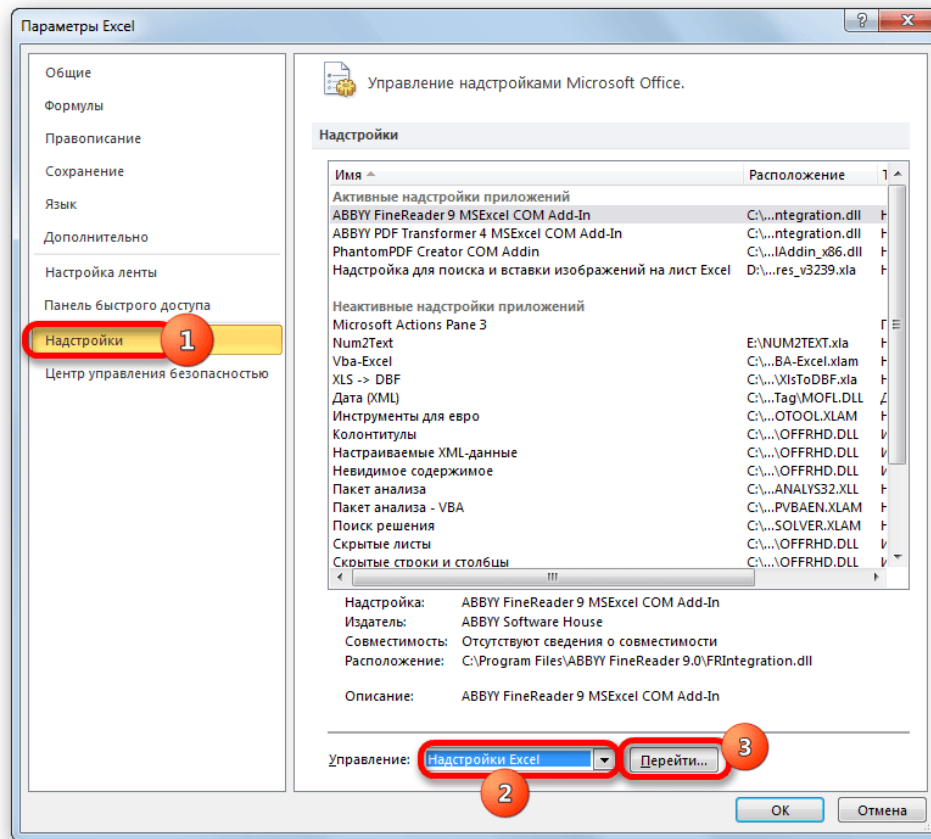


У нижній частині правої області вікна розташовується поле «Управление». Зі списку доступних там підрозділів вибираємо найменування «Надстройки Excel ...», а потім натискаємо на кнопку «Перейти...», розташованої праворуч від поля.

Відбувається запуск вікна надбудов. У центральній його частині розташований список доступних надбудов. Встановлюємо прапорець біля

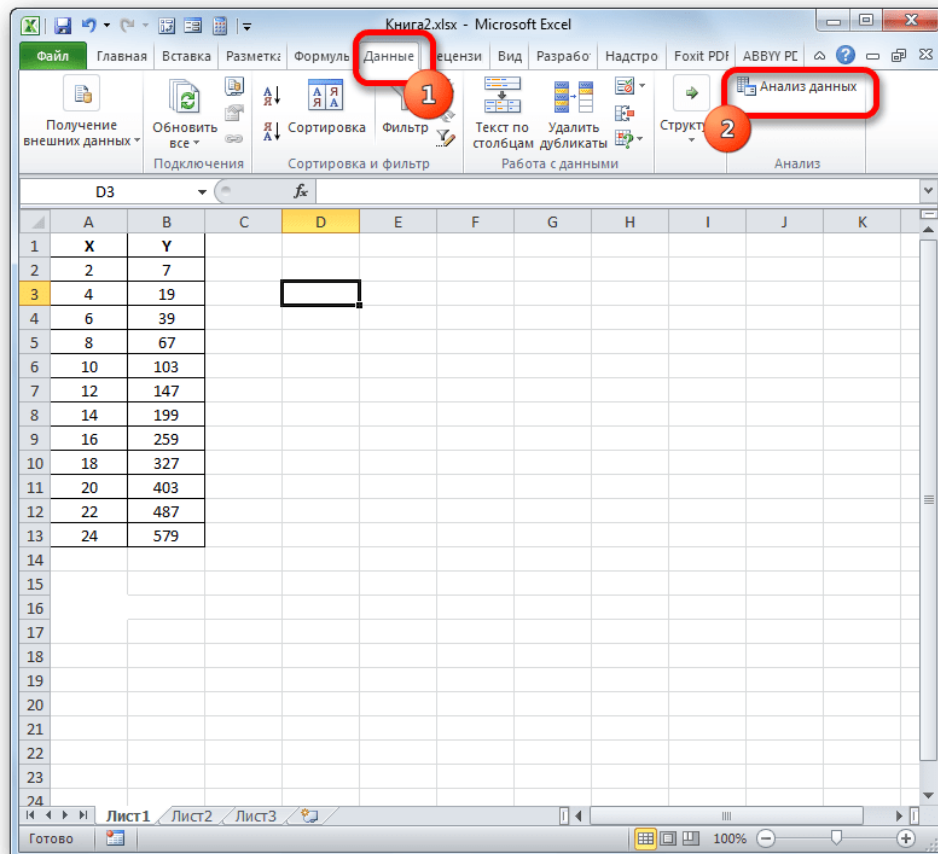


позиції «*Пакет анализа*». Слідом за цим потрібно клацнути по кнопці «*ОК*» в правій частині інтерфейсу вікна.

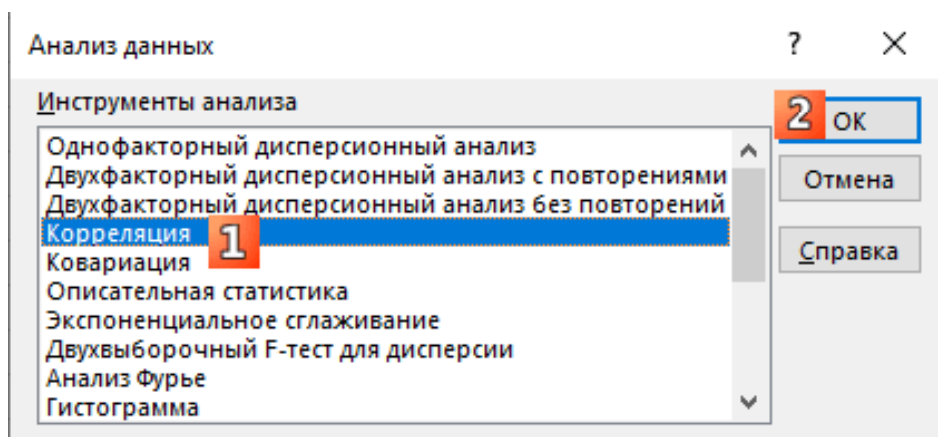


Пакет інструментів «*Аналіз даних*» в поточному екземплярі Excel буде активований. Доступ до нього розташовується на стрічці у вкладці «*Данные*». Переміщаємося в зазначену вкладку і натискаємо на кнопку «*Анализ данных*» в групі налаштувань «*Анализ*».

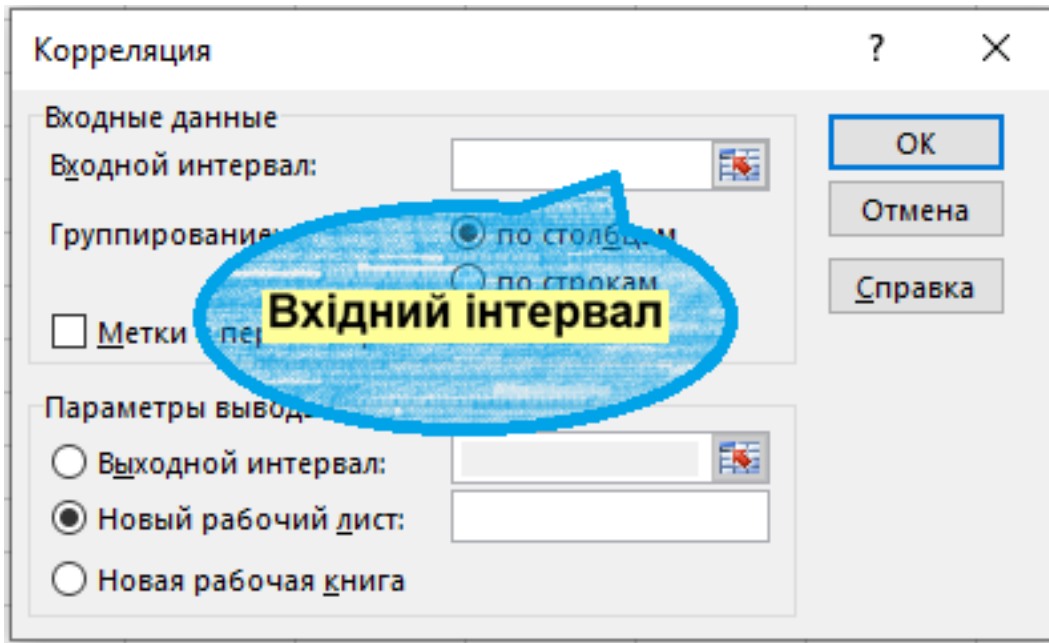
Пакет «*Аналіз даних*» активовано.



3.2 В активному віконці «*анализ данных*» зі списку можливостей шукаємо і вибираємо *Корреляция* і клацаємо по кнопці «*ОК*».



Потім відкривається вікно інструменту «*Корреляция*». Перший блок налаштувань - "*Входные данные*". Тут в полі потрібно вказати адресу діапазону необхідних значень. Ставимо курсор в поле «*Входной интервал*» і виділяємо на аркуші діапазон необхідних значень (в прикладі *\$B\$1:\$I\$41*).



*Группирование* обираємо *по столбцам*, встановлюємо прапорець в *Метки в первой строке* та в *Параметры вывода* обираємо *Новый рабочий лист*. Натискаємо *ОК*. Програма проводить розрахунок на основі раніше введених даних і виводить результат на новому робочому аркуші. Як бачимо, даний інструмент виводить на новий лист результати коефіцієнтів кореляції (зв'язку) предиктанта  $q$  зі всіма досліджуваними предикторами.

**3.3** Обирається предиктор, який має найбільш тісний зв'язок з предиктантом ( $\bar{q}$ ), у розглянутому випадку таким предиктором визнається умовна довгота  $\lambda$ , яка характеризується тісним кореляційним зв'язком з середньою багаторічною величиною стоку –  $r_{\bar{q}\lambda} = 0.698$ .

**4.** Для того, щоб отримати рівняння лінійної парної регресії, вертаємося у лист «Приклад розрахунків» і будуємо діаграму  $\bar{q}(\lambda)$ . Для цього необхідно:

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1		$q, \text{ л/с·км}^2$	$\lg(F+1)$	$X, \text{ мм}$	$H_{сер}, \text{ м}$	$f_b, \%$	$f_l, \%$	$\lambda, \text{ см}$	$\varphi, \text{ см}$	
2	$q, \text{ л/с·км}^2$	1								
3	$\lg(F+1)$	0,43537079	1							
4	$X, \text{ мм}$	0,59753232	0,20195	1						
5	$H_{сер}, \text{ м}$	0,33833169	0,1995	0,400597	1					
6	$f_b, \%$	-0,2757304	-0,32475	-0,40918	-0,77738	1				
7	$f_l, \%$	0,39126833	0,035013	0,493064	0,647389	-0,76272	1			
8	$\lambda, \text{ см}$	0,69828995	0,512759	0,453442	0,107185	-0,11731	0,092299	1		
9	$\varphi, \text{ см}$	0,48617736	0,283548	0,25447	-0,37501	0,278403	-0,2268	0,831659	1	
10										
11										

4.1 Виділити весь діапазон значень ряду  $\lambda$  (значення  $X$ ) та  $\bar{q}$  (значення  $Y$ ) разом.

4.2 Кнопка «Мастер діаграм» (або меню **Вставка**).

4.3 Вибрати тип діаграми: «точечная». За необхідності ввести параметри діаграми.

4.4 Кнопка «Готово». З'явиться точкова діаграма.

4.5 Контекстне меню на будь – якій точці розподілу.

4.6 Вибрати «Добавить линию тренда».

4.7 Вказати тип лінії (вибрати базову функцію апроксимації)

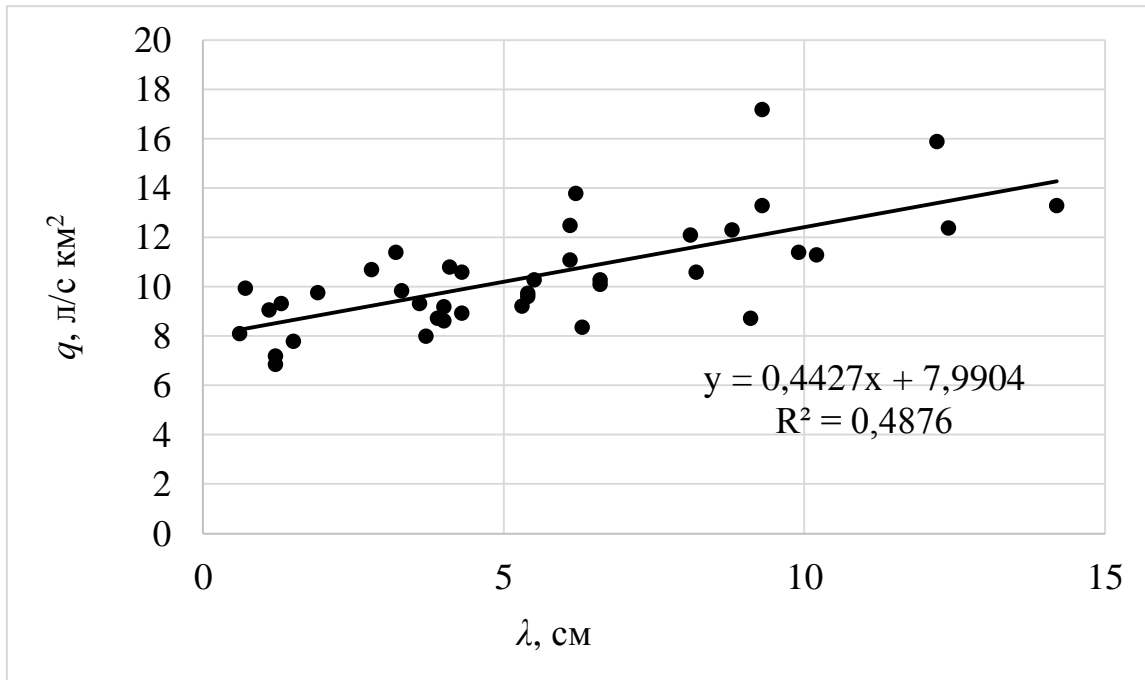
4.8 Вкладника «Параметры», встановити прапорці «Показать уравнение на диаграмме» та «Поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации  $R^2$ ».

4.9 Кнопка «ОК» завершує операцію і на екрані з'являється лінія тренду, рівняння та достовірність  $R^2$ .

Таким чином, отримане рівняння лінійної парної регресії має наступний вигляд:

$$\tilde{q}_{сер,i} = 0.44\lambda_i + 7.99 \quad (5.12)$$

5. Підраховуються повна дисперсія предиктанта й регресійна та залишкова складової повної дисперсії.



### 5.1 Загальна дисперсія за формулою (5.7)

$$\sigma_{\bar{q}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{40} (q_i - \bar{q}_{сер})^2}{39} = \frac{189.72}{39} = 4.86 \quad (5.13)$$

**5.2** За формулою (5.8) розраховуємо дисперсію теоретичних значень результуючої змінної, яка пояснює регресію, що характеризує відхилення розрахункових значень  $\tilde{q}_{сер,i} = 0.44\lambda_i + 7.99$  від середнього значення  $\bar{q}$ :

$$\sigma_p^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\tilde{q}_i - \bar{q}_{сер})^2}{n-1} = \frac{93.54}{39} = 2.4 \quad (5.14)$$

**5.3** За формулою (5.9) – дисперсію випадкових відхилень (помилки), або залишкова (непояснена) дисперсія, що характеризує відхилення розрахункових (теоретичних) значень  $\tilde{q}_{сер,i} = 0.44\lambda_i + 7.99$  від фактичних (табличних) значень  $q_i$  і показує вплив на залежну змінну всіх тих факторів, що не увійшли в рівняння регресії:

$$\sigma_{зал}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (q_i - \tilde{q}_i)^2}{n-1} = \frac{96.16}{39} = 2.47 \quad (5.15)$$

### 6. Підраховується критерій Фішера за формулою (5.10)

$$F = \frac{\sigma_{заг}^2}{\sigma_{зал}^2} = \frac{4.86}{2.47} = 1.97 \quad (5.16)$$

При  $\nu = 39; \nu = 38; F_{кр} = 1.7$  (додаток Г), таким чином у наведеному прикладі  $F > F_{кр}$  ( $1.97 > 1.7$ )

**Висновок:** Якщо  $F > F_{кр}$ , то  $H_0$  – гіпотеза про рівність загальної та залишкової дисперсій відхиляється. Це означає, що загальна дисперсія набагато перевищує залишкову, тобто регресійне рівняння задовільно описує емпіричну залежність.

## ПРАКТИЧНА РОБОТА № 6

### «Метод факторного аналізу.

#### Районування території за синхронністю коливань»

**Мета роботи:** Виділити райони з синхронними коливаннями опадів, або стоку відповідно свого варіанту, використовуючи геометричну інтерпретацію факторного аналізу.

### Теоретична частина

**6.1. Теоретичні основи методу факторного аналізу.** В факторному аналізі висувається гіпотеза про те, що дані спостережень є лише непрямыми характеристиками явища, яке вивчається, і це явище можна описати за допомогою невеликого числа деяких параметрів або властивостей. Такі теоретичні параметри або властивості називаються факторами. Загальний фактор – невимірювана (гіпотетична) скрита величина, яка ураховує кореляцію щонайменше між двома спостереженими змінними.

Фактори є однаковими для всіх розглядуваних гідрометеорологічних величин, але входять в кожную з них із своєю вагою. Зазначені властивості не повністю описують вихідні змінні. Залишається частина інформації, яку називають залишками. Основна перевага методу факторного аналізу полягає в тому, що безліч корельованих змінних описується набагато меншим числом факторів.

Задача факторного аналізу – представити дані спостережень у вигляді лінійних комбінацій факторів:

$$x_j = \sum_{p=1}^k l_{jp} f_p + v_j, (j = 1, m), \quad (6.1)$$

де  $x_j$  – центрована початкова змінна;

$m$  – кількість змінних;

$k$  – число факторів ( $k \ll m$ );

$p$  – номер фактора;

$l_{jp}$  – навантаження  $j$ -тої змінної на  $p$ -тий фактор, або навантаження  $p$ -того фактора на  $j$ -ту змінну (факторна вага);

$f_p$  – некорельовані між собою фактори;

$v_j$  – незалежні залишки (частина даних, яка не описується кінцевим числом факторів).

Фактори ураховують зв'язок між змінними, тобто вони представляють структуру кореляційної або коваріаційної матриці в термінах факторної моделі. Проте самі фактори представляються некорельованими (ортогональними). Залишки є випадковими величинами, не зв'язаними ні між собою, ні з факторами.

Елементи матриці коваріацій можуть бути представлені через факторні ваги та залишкові дисперсії наступним чином

$$K_{jj} = \sum_{p=1}^k l_{jp}^2 + e_j, \quad \text{коли } j=1 \quad (6.2)$$

$$K_{ji} = \sum_{p=1}^k l_{jp} l_{ip}, \quad \text{коли } j \neq i \quad (6.3)$$

Оскільки у матриці коваріацій на діагоналі розташовані дисперсії змінних, то можна зробити висновок, що квадрати факторних навантажень  $l_{ip}^2$  є частками дисперсій змінних, які описуються відповідними факторами.

Оскільки вибіркова коваріаційна матриця може бути розрахованою, то пошук факторних навантажень та дисперсій залишків відбувається шляхом ітераційного процесу. Сума квадратів навантажень по всіх виділених факторах може бути розрахована таким чином

$$h_j^2 = \sum_{p=1}^k l_{jp}^2. \quad (6.4)$$

Отримана величина  $h_j^2$  визначає повноту відображення  $j$ -тої змінної в усіх факторах  $f_p$  і має назву сумарного внеску факторів.

Повний внесок  $S_p$  (у відсотках) фактора у сумарну дисперсію змінних визначається виразом



$$S_p = \frac{\sum_{j=1}^m l_{pj}^2}{m} 100\% . \quad (6.5)$$

де  $m$  – кількість розглядуваних змінних.

Загальний внесок всіх виділених факторів в сумарну дисперсію досліджуваних змінних визначається виразом

$$S = \sum_{p=1}^k S_p . \quad (6.6)$$

Величина  $S$  має назву міри факторизації. Як правило, при практичному застосуванні до розгляду приймається така кількість факторів, яка описує понад 70% сумарної дисперсії змінних.

**6.2 Застосування методу факторного аналізу до районування за синхронністю коливань.** Синхронними називають коливання, які мають однаковий хід на протязі всього інтервалу часу, а асинхронними – коливання, які мають протилежний хід. Під синфазністю і асинфазністю розуміють однаковий або протилежний хід коливань не на всьому розглядуваному інтервалі часу, а по періодах.

Кількісною мірою синхронності є коефіцієнт кореляції між двома рядами. Коливання вважаються синхронними, якщо коефіцієнт кореляції перевищує 0,7, несинхронними, коли коефіцієнт кореляції менший 0,4.

Виділення районів з синхронними коливаннями стоку можливе на основі матриці кореляцій, але при великій кількості рядів для аналізу структури кореляційної матриці застосовуються методи багатовимірного статистичного аналізу (факторного і головних компонент). При аналізі синхронності коливань стоку розглядаються не зв'язки між ознаками, а зв'язки між рядами, при цьому використовується  $Q$ -техніка факторного аналізу, яка може розглядатися як варіант класифікаційного аналізу.

Внесок кожного фактору у дисперсію змінної у даному випадку представляє собою внесок у дисперсію ряду спостережень за стоком. Не зупиняючись на фізичній інтерпретації факторів, при дослідженні синхронності коливань річного стоку в практиці гідрологічних розрахунків застосовують наступні графічні побудови. У випадку, коли перших два фактори описують більше 60% загальної дисперсії вихідних даних, на

графіку, осі якого являють собою два фактори, проводять вектори з початку координат у точку з координатами, відповідними факторним навантаженням. Довжина вектора розраховується за виразом

$$d_j = \sqrt{l_{j1}^2 + l_{j2}^2}, \quad (6.7)$$

де  $l_{j1}$  і  $l_{j2}$  – вагові коефіцієнти (факторні навантаження) першого та другого факторів на  $j$ -тий ряд спостережень.

Величина  $d$  ототожнюється з  $h$ . Вона визначає повноту відображення  $j$ -го ряду спостережень першими двома факторами, а косинус кута між  $j$ -тим та  $i$ -тим вектором є коефіцієнт кореляції між ними. Таким чином, про ступінь зв'язку між рядами можна судити по угрупованнях точок, які утворюються на площині. Як міра схожості в даному випадку використовується міра відстані: чим ближче розташовані точки на графіку і менше косинус кута між ними, тим ближче значення коефіцієнта кореляції до 1.

З метою виконання одночасного аналізу трьох ефективних факторів рекомендується представляти навантаження не в декартових, а в полярних координатах

$$\theta_j = \arcsin \frac{l_{j3}}{d_j}, \quad (6.8)$$

$$\lambda_j = \arcsin \frac{l_{j2}}{\sqrt{l_{j1}^2 + l_{j2}^2}}, \quad (6.9)$$

де

$$d_j = \sqrt{l_{j1}^2 + l_{j2}^2 + l_{j3}^2}, \quad (6.10)$$

де  $\theta_j$  та  $\lambda_j$  – полярні (сферичні) координати (в градусах або радіанах), які визначають положення пересікання  $j$ -тим вектором одиничної сфери.

Таким чином, графічна інтерпретація факторів дозволяє спростити інформацію, яка міститься в кореляційній матриці, й інтерпретувати її. Компактне трактування кореляційної матриці досягається при розгляді кожного угруповання розглянутих рядів спостережень. При наближенні

кута між векторами, спрямованими з початку координат до центрів угруповань, до  $90^\circ$ , виділені угруповання розглядаються як райони з асинхронними коливаннями. Чим менший кут між угрупованнями, тим тісніший зв'язок між стоком розглядуваних річок. У середині угруповань (районів) можна виділяти окремі групи точок, які за їх територіальним розташуванням і особливостям можна інтерпретувати як підрайони.

## Практична частина

**Вихідні дані:** Таблиці вихідних даних надаються викладачем, або надані у *xlsx*-файлах, завантажених у систему MOODLE, за варіантами. Варіанти обираються відповідно до списку групи у алфавітному порядку.

Приклад розрахунку наданий у файлі *xlsx* «ПР№6\_Приклад розрахунку», завантаженому в системі MOODLE. Практична робота оформлюється відповідно до *Порядку роботи* і завантажується в систему MOODLE разом із розрахунковим файлом *xlsx* або *xls*. Файли мають бути підписані ПР№6\_ПБ.

### *Порядок роботи:*

1. У *xlsx*-файлі на сторінці «Вихідні дані» надані осереднені значення (за теплий період, за холодний період, річні відповідно варіанту) опадів  $\bar{X}_x$  по метеостанціям, або витрати води (зимовий максимум, літній мінімум) та розраховане стандартне відхилення  $\sigma$ . На сторінці «Матриця кореляції» визначені коефіцієнти кореляції між досліджуваними рядами. На сторінці «Факторні ваги» – визначені навантаження  $j$ -тої змінної на  $p$ -тий фактор  $l_{jp}$  (факторні ваги або навантаження).

2. За формулою 6.4 визначаємо суму квадратів факторних навантажень:

$$h_{j1}^2 = \sum_{p=1}^8 l_{j1}^2 = 2,56; \quad h_{j2}^2 = \sum_{p=1}^8 l_{j2}^2 = 2,35$$

3. За формулою (6.5) визначаємо повний внесок фактора у сумарну дисперсію:

$$S_p = \frac{\sum_{j=1}^9 l_{1j}^2}{9} 100\% = 28,42; \quad S_p = \frac{\sum_{j=1}^9 l_{2j}^2}{9} 100\% = 26,09$$

$$S_p = \frac{\sum_{j=1}^9 l_{3j}^2}{9} 100\% = 14,05$$

Перший фактор описує 28,42% дисперсії вихідних даних, другий фактор – 26,09% дисперсії, третій – 14,05% дисперсії.

4. Загальний внесок або міру факторизації визначаємо за (6.6)

$$S = \sum_{p=1}^k S_p = 28,4 + 26,09 + 14,05 = 68,56\%$$

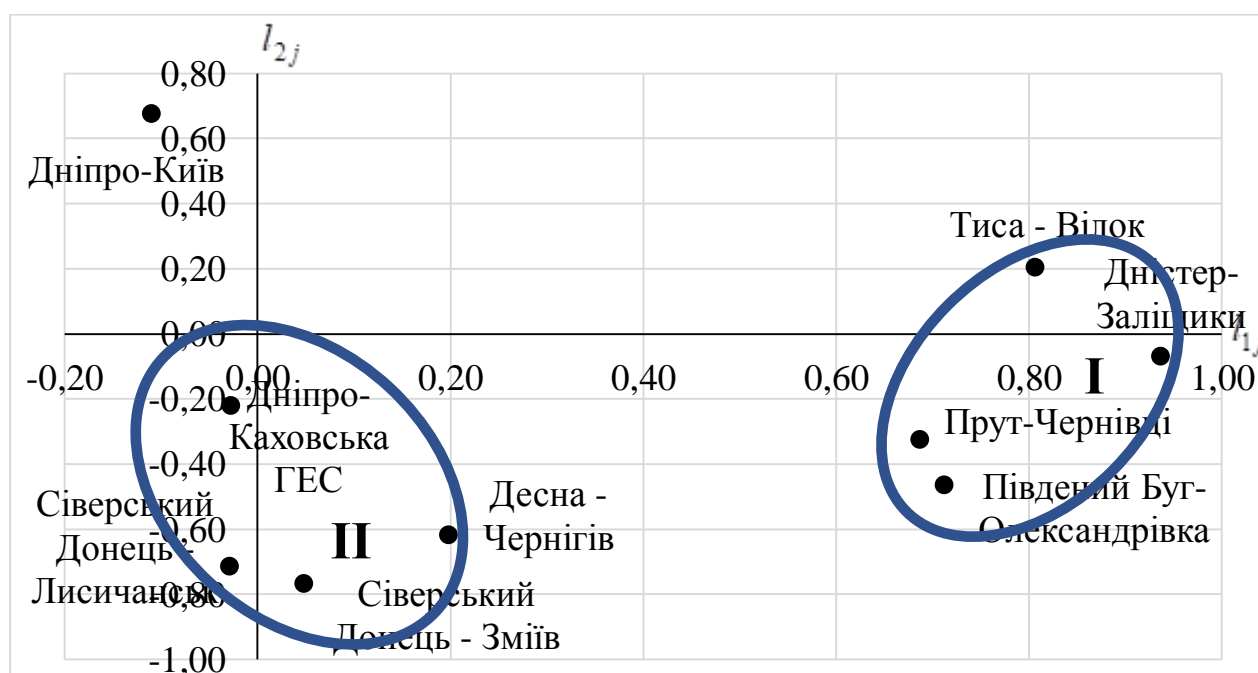
5. У випадку, коли перших два фактори описують 70% або більше загальної дисперсії вихідних даних, будуємо графік (рис. 6.1), виділяємо угруповання і робимо висновок про синхронність або несинхронність коливань стоку за досліджуваний період.

6. Для одночасного аналізу трьох ефективних факторів рекомендується представляти навантаження не в декартових, а в полярних координатах. Полярні координати визначаємо за (6.8) та (6.9). Отримані результати зводимо у табл.6.1.

7. За отриманими результатами будуємо графік (рис.6.1). Графічні побудовання дозволяють зробити висновок, що коливання стоку несинхронні. Район I охоплює Закарпатську Низовину (Тиса – Вілок), Західне Поділля (Дністер – Заліщики), Передкарпатський прогин (Прут – Чернівці), Причорноморська низовина (Південний Буг – Олександрівка).

**Таблиця 6.1** – Факторні навантаження та коефіцієнти інформативності для перших двох та трьох факторів

№ з/п	Метеостанція	$l_{1j}$	$l_{2j}$	$d_j$	$l_{3j}$	$d_j$	$\theta_j$	$\lambda_j$
1	Дніпро-Київ	-0,11	0,68	0,69	0,52	0,86	0,65	1,41
2	Десна - Чернігів	0,20	-0,62	0,65	0,01	0,65	0,01	-1,26
3	Дніпро-Каховська ГЕС	-0,03	-0,22	0,22	0,90	0,93	1,33	-1,44
4	Сіверський Донець - Зміїв	0,05	-0,77	0,77	0,12	0,78	0,16	-1,51
5	Сіверський Донець - Лисичанськ	-0,03	-0,71	0,71	0,28	0,76	0,37	-1,53
6	Дністер-Заліщики	0,94	-0,07	0,94	0,04	0,94	0,04	-0,07
7	Тиса-Вілок	0,81	0,21	0,83	-0,15	0,85	-0,18	0,25
8	Південний Буг-Олександрівка	0,71	-0,46	0,85	-0,22	0,88	-0,25	-0,58
9	Прут-Чернівці	0,69	-0,32	0,76	0,12	0,77	0,16	-0,44



**Рис. 6.1** Виділення угруповань з синхронічними коливаннями стоку на основі двох факторів

Район II охоплює Донецький Кряж (Сіверський Донець – Лисичанськ і Зміїв), Полісську низовину (Десна-Чернігів), Причорноморської Низовини (Дніпро-Каховська ГЕС).

Дніпро-Київ у геологічному відношенні розташований у зоні стику двох регіональних структур північно-східного схилу Українського кристалічного щита та південно-західного борту ДніпровськоДонецької западини і за коливаннями стоку не відноситься до жодного з виділених угруповань.

**8.** Навантаження в полярних координатах – рис.6.2. При виділенні угруповань з синхронними коливаннями стоку на основі трьох факторів виділений лише I район.



**Рис. 6.2** Виділення угруповань з синхронними коливаннями стоку на основі трьох факторів.

**9.** Достовірність результатів є дійсною, так як осереднений коефіцієнт кореляції у межах водозборів дорівнює 0,23.

Відмінність у характері коливань стоку можна пояснити особливостями формування умов стоку. Результати районування можна використовувати при подальшому аналізі й узагальнені даних по стоку.

## ПРАКТИЧНА РОБОТА №7

### «Побудова дискримінантної функції лінійного виду. Визначення числа Махаланобіса»

**Мета роботи:** За допомогою типової задачі розпізнавання образів на основі середньорічних концентрації забруднюючих речовин та визначених ІЗВ знайти розв'язувальне правило (дискримінантну функцію), за яким якість води може бути віднесена до одного з зазначених класів. Визначити критерій якості (число Махаланобіса) побудови дискримінантної функції.

#### Теоретична частина

Дискримінантний аналіз – статистичний метод, який дозволяє вивчати різницю між двома або більше групами об'єктів по декількох змінних одночасно.

Питання про віднесення об'єкта до тієї чи іншої сукупності (групи або класу) вирішується шляхом порівняння ознак, характерних для кожної із розглядуваних сукупностей, із ознаками самого розглядуваного об'єкта.

У теорії розпізнавання образів задача класифікації формулюється таким чином: на основі відомостей про окремих представників різних класів навчаючої системи із характерними для них ознаками (предикторами) необхідно знайти розв'язувальне правило, за яким той чи інший об'єкт може бути віднесеним до одного з класів. Сформульована задача є типовою задачею *розпізнавання образів*. Суть її полягає у тому, що, по-перше, необхідно розділити весь простір образів на два підпростори. У одному підпросторі розглядуване явище відбувається, а у другому – ні. По-друге, треба побудувати правило, за допомогою якого можна віднести образ, який підлягає розпізнаванню, до того чи іншого з підпросторів.

Розв'язувальне правило, представлене у вигляді спеціальної математичної функції називається дискримінантною функцією  $F(x_1, x_2, \dots, x_n) > 0$ .

Якщо використовується дискримінантна функція, то розв'язувальне правило записується таким чином:

$$X \in V_1, \text{ якщо } F(x_1, x_2, \dots, x_n) > 0; \quad (7.1)$$

$$X \in V_2, \text{ якщо } F(x_1, x_2, \dots, x_n) < 0; \quad (7.2)$$

Іншими словами, явище  $X$  з ознаками  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  належить класу  $V_1$ , якщо дискримінантна функція більше нуля, і класу  $V_2$ , якщо дискримінантна функція менше нуля.

Дискримінантна функція спрощеного виду записується таким чином

$$F(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_{1i} - \mu_{2i}}{\sigma_i^2} x_i + \sum_{i=1}^n \frac{\mu_{2i}^2 - \mu_{1i}^2}{\sigma_i^2}, \quad (7.3)$$

$\mu_1, \mu_2$  – середні арифметичні значення для кожної ознаки для класу 1 та класу 2;

$\sigma_i^2$  – дисперсія кожної ознаки (розраховується по усьому ряду);

$n$  – кількість ознак.

Критерієм якості побудови дискримінантної функції є число Махаланобіса, яке характеризує відстань між центрами виділених класів

$$\Delta = \sum_{i=1}^n (\mu_{1i} - \mu_{2i})^2 / \sigma_i^2. \quad (7.4)$$

Чим більше число Махаланобіса, тим менше ймовірність похибки класифікації. При  $\Delta=11$  ймовірність похибки класифікації досягає 5% , через що до розрахунків та прогнозів залучають таке розв'язувальне правило, для якого  $\Delta > 11$ .

### Практична частина:

**Вихідні дані:** Таблиці вихідних даних надані у додатку Г або у xlsx - файлах, завантажених у систему MOODLE, за варіантами. Варіанти обираються відповідно до списку групи у алфавітному порядку.

Приклад розрахунку наданий у файлі xlsx «ПР№7\_Приклад розрахунку», завантаженому в системі MOODLE. Практична робота оформлюється відповідно до *Порядку роботи* і завантажується в систему MOODLE разом із розрахунковим файлом xlsx або xls. Файли мають бути підписані ПР№7\_ПБ.



## Порядок роботи:

1. У *xlsx*-файлі на сторінці «Вихідні дані» надані середньорічні концентрації забруднюючих речовин, їх гранично допустимі концентрації ГДК.

2. На першому етапі необхідно розрахувати значення ІЗВ та виділити дві навчальні вибірки, які розрізняються між собою ознаками.

ІЗВ розраховується за

$$ІЗВ = \frac{1}{6} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{C_i}{ГДК_i}, \quad (7.4)$$

де  $ГДК_i$  – гранично допустима концентрація хімічного компоненту;

$C_i$  – фактична концентрація хімічного компоненту;

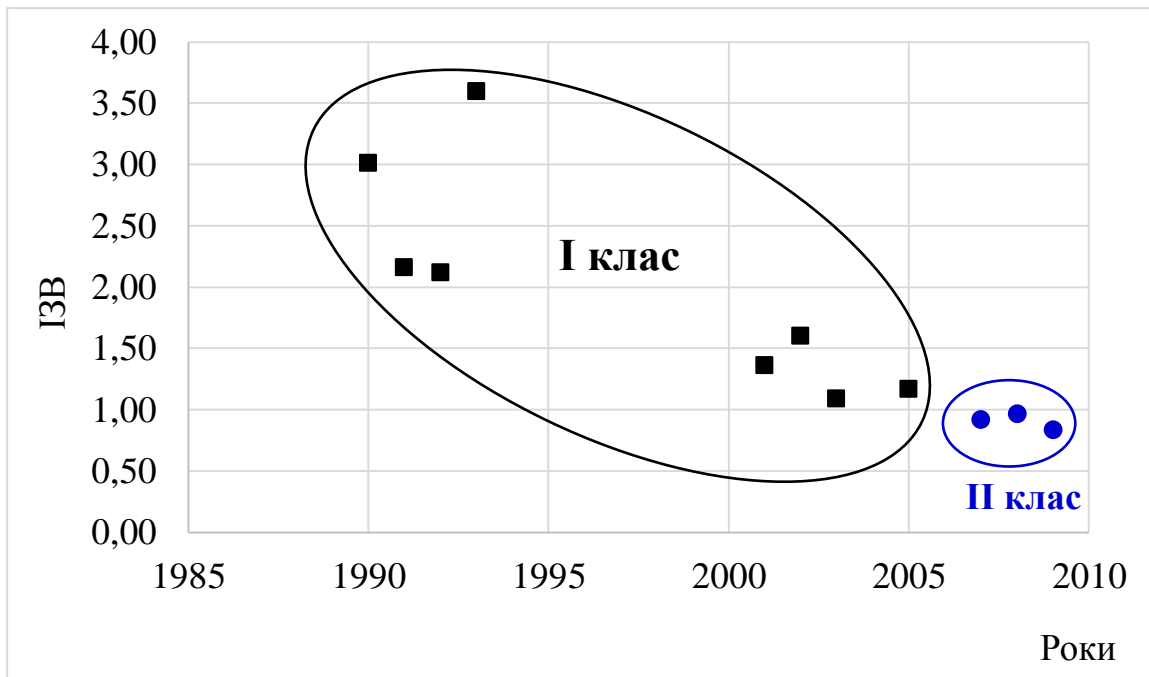
$6$  – кількість інгредієнтів;

для розчиненого кисню при розрахунках ІЗВ ГДК ділиться на середнє значення його концентрації.

Виділяємо дві вибірки, які попадають у різні класи забруднення: I клас – «помірно забруднені» ( $1,0 < ІЗВ < 2,5$ ) та II клас – «чисті» ( $0,3 < ІЗВ < 1,0$ ).

3. Знайти середні значення середньорічних концентрацій забруднюючих речовин за весь період спостережень (1990-2008 рр.), для I класу та для II класу (табл. 7.1).

4. Знайти дисперсію (дисперсія приймається як така, що характеризує дві групи у цілому). Дисперсія знаходиться наступним чином: за допомогою *fx* «Вставить функцію» обрати «ДИСП.В» (табл.7.1).



5. За (7.3) визначаємо дискримінантну функцію:

$$F(x) = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_{1i} - \mu_{2i}}{\sigma_i^2} x_i + \sum_{i=1}^n \frac{\mu_{2i}^2 - \mu_{1i}^2}{\sigma_i^2} = 19,1 + (-35,7) = -16,6$$

Оскільки  $F(x) < 0$ , то якість води з ознаками ІЗВ належить до II групи «чисті» ( $0,3 < \text{ІЗВ} < 1,0$ ).

6. Критерієм якості побудови дискримінантної функції є число Махаланобіса, яке характеризує відстань між центрами виділених класів, то за (1) визначаємо число Махаланобіса:

$$\Delta = \sum_{i=1}^n (\mu_{1i} - \mu_{2i})^2 / \sigma_i^2 = 5,5$$

7. Оскільки  $\Delta = 5,5$ , що менше 11, то ймовірність похибки класифікації більше 5%. Це означає, що різниця між центрами класів дуже мала і класифікація не є обґрунтованою.

**Таблиця 7.1 – Середньорічні концентрації забруднюючих речовин  
та їх гранично допустимі концентрації ГДК  
у створі р. Тилігул – смт. Березівка (вище селища) за 1990-2009 роки**

Роки	Азот аммон., мг/л	Азот нитрит, мг/л	О <sub>2</sub> , мг/л	Cr <sup>+6</sup> , мкг/л	Нафто- продукти, мг/л	БПК5 мг О <sub>2</sub> /л	ІЗВ	Класи
1990	2,26	0,03	10,86	7,44	0	6,26	3,01	I клас
1991	1,96	0,01	11,6	2,7	0,01	9,06	2,16	
1992	0,57	0	12,75	7	0,13	2,65	2,12	
1993	3,38	0,02	12,4	10,3	0	2,55	3,60	
2001	0,02	0,01	12,58	6	0	2,54	1,36	
2002	0,04	0	12,48	7,25	0,03	2,63	1,60	
2003	0,2	0	12,21	3,6	0,04	2,52	1,09	
2005	0,07	0	12,73	4,67	0,03	2,42	1,17	
2007	0,1	0	9,13	3,15	0,02	2,44	0,92	II клас
2008	0,12	0,01	9,63	3	0,02	2,23	0,97	
2009	0,1	0	12	3	0,02	2	0,84	
<b>ГДК</b>	<b>0,39</b>	<b>0,02</b>	<b>6</b>	<b>1</b>	<b>0,05</b>	<b>2,25</b>		
Сер. загальне $x_i$	0,8018	0,0073	11,670	5,2827	0,0273	3,3909		
Сер. I група ( $\mu_1$ )	1,0625	0,0088	12,201	6,1200	0,0300	3,8288		
Сер. II група ( $\mu_2$ )	0,1067	0,0033	10,253	3,0500	0,0200	2,2233		
дисперсія	1,3708	0,0001	1,5982	6,2008	0,0013	4,8817		
$((\mu_1 - \mu_2)^2)/\sigma_i^2$	0,666	0,288	2,374	1,520	0,075	0,528		

## ПРАКТИЧНА РОБОТА № 8

### «Згладжування (фільтрація) вихідних рядів на базі перших компонент.»

**Мета роботи:** Виконати фільтрацію рядів стоку за першими компонентами. Отримати відфільтровані дані для ряду, відповідно заданого варіанту.

#### Теоретична частина

Метод головних компонент (природних ортогональних функцій або ПОФ) являє собою один з методів лінійного перетворення інформації, який полягає в лінійному ортогональному перетворенні полів вхідних величин у базисі власних векторів матриці кореляцій або коваріацій. На їх основі визначається система ортогональних, лінійно незалежних функцій, які називаються векторами. Вони відповідають системі незалежних випадкових величин, іменованих власними значеннями або власними числами матриці коваріацій або кореляцій. Пошук власних векторів та власних значень досягається шляхом розв'язання матричних рівнянь вигляду

$$R_X U_i - \lambda_i U_i = 0, \quad (8.1)$$

$$K_X W_i - \lambda_i W_i = 0, \quad (8.2)$$

де  $R_X$  – матриця коефіцієнтів кореляції розміром  $m \times m$  ( $m$  відповідає числу розглянутих об'єктів);

$K_X$  – матриця коваріацій розміром  $m \times m$ ;

$U_i$  – власний вектор матриці кореляцій;

$W_i$  – власний вектор матриці коваріацій;

$\lambda_i$  – відповідне власному вектору власне значення.

Власні вектори матриць кореляцій та коваріацій є ортонормованими. Сукупність ортонормованих власних векторів утворює ортогональну матрицю, яка має такі властивості

$$W'W=E, \quad (8.3)$$

де  $W'$  – транспонована матриця  $W$  розміром  $m \times m$ ;

$E$  – одинична матриця.

Для знаходження  $m$  власних векторів, що відповідають  $m$  власним числам, необхідне розв'язання  $m$  систем лінійних рівнянь.

Сукупність власних векторів утворює базис, у якому проводиться розкладання полів вихідних даних

$$U' \cdot \varphi_i = Z_i, \quad (8.4)$$

$$W' \cdot \Delta X_i = Z_i, \quad (8.5)$$

де  $U'$  – транспонована матриця  $U$  розміром  $m \times m$ ;

$W'$  – транспонована матриця  $W$  розміром  $m \times m$ ;

$\varphi_i$  –  $i$ -тий випадковий вектор центрованих та нормованих вихідних даних, що підлягають розкладанню;

$\Delta X_i$  –  $i$ -тий випадковий вектор центрованих вихідних даних, що підлягає розкладанню;

$Z_i$  – вектор головних компонент, який є результатом лінійного перетворення поля вихідних даних відповідним власним вектором.

При розв'язуванні задачі фільтрації вихідну інформацію треба звільнити від дрібномасштабних збурень. Цієї мети можна досягти, якщо всі складові  $k$ -тої компоненти від  $p+1$  до  $m$  прирівняти до нуля, тоді  $k$ -та компонента представляється у вигляді

$$\tilde{Z}_j = \begin{pmatrix} Z_{1j} \\ Z_{2j} \\ Z_{3j} \\ \dots \\ \dots \\ Z_{pj} \\ 0 \\ \dots \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (8.6)$$

Щоб отримати матрицю «фільтрованих» вихідних даних, представлених у центрованому вигляді, необхідно виконати скалярне множення матриць за виразом наступного вигляду

$$W\tilde{Z} = \Delta\tilde{X}, \quad (8.7)$$

$$U\tilde{Z} = \tilde{\phi}, \quad (8.8)$$

де  $\tilde{Z}$  – матриця, у якій виконано фільтрацію компонент згідно із (7.6);  
 $\Delta\tilde{X}$  – матриця згладжених даних, представлених у вигляді центрованих величин;

$\tilde{\phi}$  – матриця згладжених даних, представлених у вигляді центрованих та нормованих величин.

### **Вихідні данні та завдання:**

**1 варіант:** Результати розкладання полів річного стоку за природними ортогональними функціями. Розглянуто матрицю коваріацій річного стоку для **8 гідрологічних станцій**. Тривалість спостережень для кожного ряду дорівнює **9 років**. Встановлено, що **перші дві компоненти** розкладання описують 80% вихідної інформації.

**Задача:** Отримати відфільтровані дані для **п'ятого ряду спостережень**.

**2 варіант:** Результати розкладання полів річного стоку за природними ортогональними функціями. Розглянуто матрицю коваріацій річного стоку для **7 гідрологічних станцій**. Тривалість спостережень для кожного ряду дорівнює **8 років**. Встановлено, що **перші дві компоненти** розкладання описують 80% вихідної інформації.

**Задача:** Отримати відфільтровані дані для **третього ряду спостережень**.

**3 варіант:** Результати розкладання полів річного стоку за природними ортогональними функціями. Розглянуто матрицю коваріацій річного стоку для **8 гідрологічних станцій**. Тривалість спостережень для

кожного ряду дорівнює **9 років**. Встановлено, що **перші дві компоненти** розкладання описують 80% вихідної інформації.

**Задача:** Отримати відфільтровані дані для **четвертого ряду спостережень**.

**4 варіант:** Результати розкладання полів річного стоку за природними ортогональними функціями. Розглянуто матрицю коваріацій річного стоку для **7 гідрологічних станцій**. Тривалість спостережень для кожного ряду дорівнює **8 років**. Встановлено, що **перші три компоненти** розкладання описують 80% вихідної інформації.

**Задача:** Отримати відфільтровані дані для **третього ряду спостережень**.

**5 варіант:** Результати розкладання полів річного стоку за природними ортогональними функціями. Розглянуто матрицю коваріацій річного стоку для **8 гідрологічних станцій**. Тривалість спостережень для кожного ряду дорівнює **9 років**. Встановлено, що **перші три компоненти** розкладання описують 80% вихідної інформації.

**Задача:** Отримати відфільтровані дані для **четвертого ряду спостережень**.

**6 варіант:** Результати розкладання полів річного стоку за природними ортогональними функціями. Розглянуто матрицю коваріацій річного стоку для **8 гідрологічних станцій**. Тривалість спостережень для кожного ряду дорівнює **9 років**. Встановлено, що **перші три компоненти** розкладання описують 80% вихідної інформації.

**Задача:** Отримати відфільтровані дані для **другого ряду спостережень**.

**7 варіант:** Результати розкладання полів річного стоку за природними ортогональними функціями. Розглянуто матрицю коваріацій річного стоку для **7 гідрологічних станцій**. Тривалість спостережень для кожного ряду дорівнює **8 років**. Встановлено, що **перші дві компоненти** розкладання описують 80% вихідної інформації.

**Задача:** Отримати відфільтровані дані для **другого ряду спостережень**.

**8 варіант:** Результати розкладання полів річного стоку за природними ортогональними функціями. Розглянуто матрицю коваріацій річного стоку для **7 гідрологічних станцій**. Тривалість спостережень для кожного ряду дорівнює **8 років**. Встановлено, що **перші три компоненти** розкладання описують 80% вихідної інформації.

**Задача:** Отримати відфільтровані дані для **другого ряду спостережень**.

### Приклад розрахунку:

**Вихідні дані:** Результати розкладання полів річного стоку за природними ортогональними функціями. Розглянуто матрицю коваріацій річного стоку для **9 гідрологічних станцій**. Тривалість спостережень для кожного ряду дорівнює **10 років**. Встановлено, що **перші дві компоненти** розкладання описують 80% вихідної інформації.

**Задача:** Отримати відфільтровані дані для **четвертого ряду спостережень**.

### Хід роботи:

**1.** Матриця коваріації річного стоку для 9 гідрологічних станцій (базисних функцій) виглядає наступним чином

$$W = \begin{pmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} & W_{14} & W_{15} & W_{16} & W_{17} & W_{18} & W_{19} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} & W_{24} & W_{25} & W_{26} & W_{27} & W_{28} & W_{29} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} & W_{34} & W_{35} & W_{36} & W_{37} & W_{38} & W_{39} \\ W_{41} & W_{42} & W_{43} & W_{44} & W_{45} & W_{46} & W_{47} & W_{48} & W_{49} \\ W_{51} & W_{52} & W_{53} & W_{54} & W_{55} & W_{56} & W_{57} & W_{58} & W_{59} \\ W_{61} & W_{62} & W_{63} & W_{64} & W_{65} & W_{66} & W_{67} & W_{68} & W_{69} \\ W_{71} & W_{72} & W_{73} & W_{74} & W_{75} & W_{76} & W_{77} & W_{78} & W_{79} \\ W_{81} & W_{82} & W_{83} & W_{84} & W_{85} & W_{86} & W_{87} & W_{88} & W_{89} \\ W_{91} & W_{92} & W_{93} & W_{94} & W_{95} & W_{96} & W_{97} & W_{98} & W_{99} \end{pmatrix}$$



2. Матриця амплітудних функцій (тривалість спостережень для кожного ряду дорівнює 10 років) має вигляд

$$Z = \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} & Z_{15} & Z_{16} & Z_{17} & Z_{18} & Z_{19} & Z_{110} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} & Z_{25} & Z_{26} & Z_{27} & Z_{28} & Z_{29} & Z_{210} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} & Z_{35} & Z_{36} & Z_{37} & Z_{38} & Z_{39} & Z_{310} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} & Z_{45} & Z_{46} & Z_{47} & Z_{48} & Z_{49} & Z_{410} \\ Z_{51} & Z_{52} & Z_{53} & Z_{54} & Z_{55} & Z_{56} & Z_{57} & Z_{58} & Z_{59} & Z_{510} \\ Z_{61} & Z_{62} & Z_{63} & Z_{64} & Z_{65} & Z_{66} & Z_{67} & Z_{68} & Z_{69} & Z_{610} \\ Z_{71} & Z_{72} & Z_{73} & Z_{74} & Z_{75} & Z_{76} & Z_{77} & Z_{78} & Z_{79} & Z_{710} \\ Z_{81} & Z_{82} & Z_{83} & Z_{84} & Z_{85} & Z_{86} & Z_{87} & Z_{88} & Z_{89} & Z_{810} \\ Z_{91} & Z_{92} & Z_{93} & Z_{94} & Z_{95} & Z_{96} & Z_{97} & Z_{98} & Z_{99} & Z_{910} \end{pmatrix}$$

3. Щоб отримати матрицю «відфільтрованих» вихідних даних, представлених у центрованому виді, необхідно виконати скалярне множення матриць за виразом (8.7). Оскільки у даному прикладі головна інформація міститься тільки у двох перших компонентах, для отримання згладжених рядів амплітудні функції, починаючи з 3-ої і закінчуючи 9-ою, представляємо, як нульові, згідно (8.6)

$$\begin{pmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} & W_{14} & W_{15} & W_{16} & W_{17} & W_{18} & W_{19} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} & W_{24} & W_{25} & W_{26} & W_{27} & W_{28} & W_{29} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} & W_{34} & W_{35} & W_{36} & W_{37} & W_{38} & W_{39} \\ W_{41} & W_{42} & W_{43} & W_{44} & W_{45} & W_{46} & W_{47} & W_{48} & W_{49} \\ W_{51} & W_{52} & W_{53} & W_{54} & W_{55} & W_{56} & W_{57} & W_{58} & W_{59} \\ W_{61} & W_{62} & W_{63} & W_{64} & W_{65} & W_{66} & W_{67} & W_{68} & W_{69} \\ W_{71} & W_{72} & W_{73} & W_{74} & W_{75} & W_{76} & W_{77} & W_{78} & W_{79} \\ W_{81} & W_{82} & W_{83} & W_{84} & W_{85} & W_{86} & W_{87} & W_{88} & W_{89} \\ W_{91} & W_{92} & W_{93} & W_{94} & W_{95} & W_{96} & W_{97} & W_{98} & W_{99} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} & Z_{15} & Z_{16} & Z_{17} & Z_{18} & Z_{19} & Z_{110} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} & Z_{25} & Z_{26} & Z_{27} & Z_{28} & Z_{29} & Z_{210} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \Delta\tilde{X}_{11} & \Delta\tilde{X}_{12} & \Delta\tilde{X}_{13} & \Delta\tilde{X}_{14} & \Delta\tilde{X}_{15} & \Delta\tilde{X}_{16} & \Delta\tilde{X}_{17} & \Delta\tilde{X}_{18} & \Delta\tilde{X}_{19} & \Delta\tilde{X}_{110} \\ \Delta\tilde{X}_{21} & \Delta\tilde{X}_{22} & \Delta\tilde{X}_{23} & \Delta\tilde{X}_{24} & \Delta\tilde{X}_{25} & \Delta\tilde{X}_{26} & \Delta\tilde{X}_{27} & \Delta\tilde{X}_{28} & \Delta\tilde{X}_{29} & \Delta\tilde{X}_{210} \\ \Delta\tilde{X}_{31} & \Delta\tilde{X}_{32} & \Delta\tilde{X}_{33} & \Delta\tilde{X}_{34} & \Delta\tilde{X}_{35} & \Delta\tilde{X}_{36} & \Delta\tilde{X}_{37} & \Delta\tilde{X}_{38} & \Delta\tilde{X}_{39} & \Delta\tilde{X}_{310} \\ \Delta\tilde{X}_{41} & \Delta\tilde{X}_{42} & \Delta\tilde{X}_{43} & \Delta\tilde{X}_{44} & \Delta\tilde{X}_{45} & \Delta\tilde{X}_{46} & \Delta\tilde{X}_{47} & \Delta\tilde{X}_{48} & \Delta\tilde{X}_{49} & \Delta\tilde{X}_{410} \\ \Delta\tilde{X}_{51} & \Delta\tilde{X}_{52} & \Delta\tilde{X}_{53} & \Delta\tilde{X}_{54} & \Delta\tilde{X}_{55} & \Delta\tilde{X}_{56} & \Delta\tilde{X}_{57} & \Delta\tilde{X}_{58} & \Delta\tilde{X}_{59} & \Delta\tilde{X}_{510} \\ \Delta\tilde{X}_{61} & \Delta\tilde{X}_{62} & \Delta\tilde{X}_{63} & \Delta\tilde{X}_{64} & \Delta\tilde{X}_{65} & \Delta\tilde{X}_{66} & \Delta\tilde{X}_{67} & \Delta\tilde{X}_{68} & \Delta\tilde{X}_{69} & \Delta\tilde{X}_{610} \\ \Delta\tilde{X}_{71} & \Delta\tilde{X}_{72} & \Delta\tilde{X}_{73} & \Delta\tilde{X}_{74} & \Delta\tilde{X}_{75} & \Delta\tilde{X}_{76} & \Delta\tilde{X}_{77} & \Delta\tilde{X}_{78} & \Delta\tilde{X}_{79} & \Delta\tilde{X}_{710} \\ \Delta\tilde{X}_{81} & \Delta\tilde{X}_{82} & \Delta\tilde{X}_{83} & \Delta\tilde{X}_{84} & \Delta\tilde{X}_{85} & \Delta\tilde{X}_{86} & \Delta\tilde{X}_{87} & \Delta\tilde{X}_{88} & \Delta\tilde{X}_{89} & \Delta\tilde{X}_{810} \\ \Delta\tilde{X}_{91} & \Delta\tilde{X}_{92} & \Delta\tilde{X}_{93} & \Delta\tilde{X}_{94} & \Delta\tilde{X}_{95} & \Delta\tilde{X}_{96} & \Delta\tilde{X}_{97} & \Delta\tilde{X}_{98} & \Delta\tilde{X}_{99} & \Delta\tilde{X}_{910} \end{pmatrix}$$

4. Оскільки необхідно отримати відфільтровані дані для четвертого ряду спостережень, то

$$\begin{aligned} \Delta\tilde{X}_{41} &= W_{41}z_{11} + W_{42}z_{21} + W_{43} \cdot 0 + W_{45} \cdot 0 + W_{46} \cdot 0 + W_{47} \cdot 0 + W_{48} \cdot 0 \\ &\quad + W_{49} \cdot 0 = W_{41}z_{11} + W_{42}z_{12} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta\tilde{X}_{42} &= W_{41}z_{12} + W_{42}z_{22} + W_{43} \cdot 0 + W_{45} \cdot 0 + W_{46} \cdot 0 + W_{47} \cdot 0 + W_{48} \cdot 0 \\ &\quad + W_{49} \cdot 0 = W_{41}z_{12} + W_{42}z_{22} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta\tilde{X}_{43} &= W_{41}z_{13} + W_{42}z_{23} + W_{43} \cdot 0 + W_{45} \cdot 0 + W_{46} \cdot 0 + W_{47} \cdot 0 + W_{48} \cdot 0 \\ &\quad + W_{49} \cdot 0 = W_{41}z_{13} + W_{42}z_{23} \end{aligned}$$

$$\Delta\tilde{X}_{44} = W_{41}z_{14} + W_{42}z_{24}$$

$$\Delta\tilde{X}_{45} = W_{41}z_{15} + W_{42}z_{25}$$

$$\Delta\tilde{X}_{46} = W_{41}z_{16} + W_{42}z_{26}$$

$$\Delta\tilde{X}_{47} = W_{41}z_{17} + W_{42}z_{27}$$

$$\Delta\tilde{X}_{48} = W_{41}z_{18} + W_{42}z_{28}$$

$$\Delta\tilde{X}_{49} = W_{41}z_{19} + W_{42}z_{29}$$

## **ДОДАТКИ**

**Додаток А.1 – Ряди даних спостережень за концентраціями хімічних елементів р. Тилігул – смт Березівка, період 1965-2014 роки**

Номер варіанту		1	2	3	4	5	6	2	8
№ з/п	Роки	Хлориди, мг/л	Сульфати, мг/л	Нітрати, мг/л	Амоній, мг/л	Цинк, мг/л	Хром (+6), мг/л	Мідь, мг/л	Залізо загальне, мг/л
1	1965	190	271	0,84	0,90	0,002	0,012	0,004	0,34
2	1966	230	58	0,74	1,76	0,003	0,018	0,002	0,17
3	1967	147	62	0,33	0,26	0,002	0,009	0,002	0,11
4	1968	33	63	0,15	0,28	0,001	0,015	0,003	1,2
5	1969	241	68	0,52	0,80	0,002	0,014	0,003	0,65
6	1970	42,9	220	1,92	1,04	0,027	0,009	0,005	0,4
7	1971	83,3	124	1,66	3,70	0,021	0,006	0,003	0,27
8	1972	167	246	0,21	2,95	0,017	0,004	0,010	0,05
9	1973	352	220	1,39	0,25	0,015	0,004	0,002	0,18
10	1974	213	243	0,30	3,38	0,014	0,004	0,002	0,06
11	1975	258	97	1,10	2,26	0,017	0,004	0,006	0,08
12	1976	176	170	1,64	0,34	0,015	0,004	0,005	0,09
13	1977	174	71	1,25	1,53	0,018	0,005	0,005	0,08
14	1978	199	209	1,45	4,00	0,006	0,007	0,007	0,14
15	1979	183	140	0,06	1,96	0,005	0,013	0,004	0,16
16	1980	179	196	0,37	0,50	0,004	0,012	0,003	0,17
17	1981	72,3	289	0,89	0,80	0,008	0,007	0,003	0,19
18	1982	237	60	0,44	0,63	0,003	0,009	0,004	0,12
19	1983	232	400	0,01	0,64	0,005	0,009	0,005	0,07
20	1984	230	236	0,01	0,76	0,004	0,009	0,005	0,08
21	1985	222	82	0,02	1,37	0,005	0,009	0,004	0,15
22	1986	36,7	54	0,01	8,00	0,004	0,013	0,002	0,08
23	1987	294	68	0,02	3,38	0,005	0,009	0,004	0,22
24	1988	294	54	0,01	0,02	0,008	0,016	0,005	0,08
25	1989	194	121	0,02	0,01	0,010	0,001	0,007	0,06
26	1990	262	113	0,19	0,02	0,007	0,010	0,005	0,34
27	1991	27,3	65	0,76	0,05	0,009	0,012	0,005	0,28
28	1992	125	238	0,48	0,04	0,007	0,005	0,005	0,22
29	1993	233	116	0,22	0,57	0,005	0,008	0,003	1,31
30	1994	172	102	0,25	0,01	0,007	0,007	0,004	0,76

Продовження таблиці А.1

Номер варіанту		1	2	3	4	5	6	7	8
№ з/п	Роки	Хлориди, мг/л	Сульфати, мг/л	Нітрати, мг/л	Амоній, мг/л	Цинк, мг/л	Хром (+6), мг/л	Мідь, мг/л	Залізо загальне, мг/л
31	1995	265	208	0,47	0,02	0,012	0,004	0,006	0,51
32	1996	233	166	0,42	0,20	0,008	0,007	0,005	0,38
33	1997	179	826	0,07	0,04	0,010	0,006	0,007	0,06
34	1998	191	36,8	0,05	0,01	0,006	0,002	0,003	0,29
35	1999	176	396	0,09	0,12	0,003	0,001	0,002	0,07
36	2000	66,2	338	0,19	0,04	0,006	0,003	0,004	0,09
37	2001	176	340	0,09	0,05	0,004	0,001	0,001	0,1
38	2002	222	360	0,00	0,02	0,004	0,010	0,001	0,09
39	2003	37,2	108	0,01	0,13	0,003	0,011	0,003	0,15
40	2004	83,0	395	0,04	0,04	0,003	0,007	0,002	0,27
41	2005	151,0	334	0,04	0,06	0,000	0,001	0,002	0,28
42	2006	110,2	343	0,51	0,04	0,010	0,013	0,001	0,2
43	2007	146,7	333	0,04	0,43	0,000	0,018	0,001	0,23
44	2008	325,3	231	0,12	0,01	0,003	0,010	0,001	0,08
45	2009	147,7	191	0,02	0,12	0,015	0,006	0,010	0,09
46	2010	319,6	37	0,05	0,10	0,015	0,001	0,007	0,18
47	2011	179	826	0,07	0,04	0,010	0,006	0,007	0,11
48	2012	191	36,8	0,00	0,01	0,006	0,002	0,003	0,33
49	2013	176	396	0,00	0,12	0,003	0,001	0,002	0,11
50	2014	66,2	338	0,19	0,04	0,006	0,003	0,004	0,07

Додаток Б.1 – Таблица миттєвих швидкостей потоку (Точка №2, Вертикаль №1). Варіант 1.

Ряд	Стовпчик											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	37	49	45	47	37	49	39	36	39	31	41	31
2	39	47	39	49	39	47	35	26	35	31	44	27
3	34	47	45	49	39	47	35	28	37	35	39	27
4	28	55	43	49	39	49	43	37	35	31	39	33
5	36	55	49	47	39	46	39	43	26	31	39	39
6	43	55	47	49	39	49	37	39	28	33	40	45
7	43	49	43	49	35	39	43	45	35	39	41	55
8	39	49	39	45	33	43	45	43	35	35	39	54
9	49	47	49	47	35	43	37	37	35	33	39	49
10	47	19	54	47	35	43	39	37	33	33	45	55
11	43	47	46	47	26	45	39	37	33	37	43	51
12	43	53	49	43	33	45	37	45	31	39	33	49
13	43	54	49	45	43	45	33	43	31	48	35	39
14	43	53	49	37	39	49	37	41	31	41	35	43
15	41	49	45	45	39	43	43	37	28	31	39	47
16	37	49	43	45	39	45	45	37	24	37	33	51
17	37	45	47	45	45	47	47	43	24	40	37	53
18	47	15	47	43	49	45	43	55	28	40	28	51
19	43	15	47	39	57	45	39	49	31	39	28	45
20	49	13	47	37	57	45	37	41	27	39	30	47
21	49	45	43	39	55	43	35	37	27	41	27	47
22	47	13	45	39	55	43	43	31	28	41	31	41
23	49	45	47	39	49	37	49	33	31	45	28	43
24	63	45	49	37	49	39	49	37	28	41	31	43
25	53	13	47	39	49	39	43	39	27	48	27	45

Додаток Б.2 – Таблица миттєвих швидкостей потоку (Точка №2, Вертикаль №2). Варіант 2.

Ряд	Стовпчик											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	53	49	45	35	41	35	47	43	34	43	26	32
2	47	47	49	36	35	41	43	43	34	41	24	31
3	51	53	47	35	35	43	49	44	37	35	24	33
4	51	47	47	33	45	44	48	47	32	33	27	37
5	53	49	39	28	41	47	47	42	35	37	22	47
6	49	36	40	33	41	46	46	42	32	43	26	49
7	37	37	34	33	44	45	43	46	34	45	33	50
8	31	37	33	49	41	49	44	45	34	51	37	49
9	39	43	33	45	45	45	43	45	28	45	35	44
10	33	45	28	47	45	45	43	43	36	43	37	45
11	37	49	37	47	42	51	47	36	37	43	37	46
12	37	51	33	49	46	41	51	37	36	41	28	43
13	43	49	31	48	43	45	51	41	39	50	28	35
14	47	41	33	51	43	43	54	40	45	49	37	40
15	44	39	31	51	39	49	57	39	49	49	30	45
16	42	39	33	45	41	45	52	39	47	45	33	43
17	39	37	37	48	41	41	54	37	45	47	36	40
18	44	39	39	49	40	40	54	36	43	47	39	35
19	41	39	39	40	43	40	59	37	43	41	42	35
20	39	39	33	35	39	41	47	35	45	41	40	39
21	37	37	39	38	45	36	49	34	46	45	38	39
22	46	37	37	39	43	39	52	36	45	45	35	41
23	43	39	35	39	41	41	48	43	48	45	31	37
24	47	46	35	41	41	45	43	43	43	35	34	37
25	45	41	37	41	41	49	33	37	43	28	33	32

**Додаток Б.3 – Таблица миттєвих швидкостей потоку (Точка №1, Вертикаль №2). Варіант 3.**

Ряд	Стовпчик											
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	<i>11</i>	<i>12</i>
<i>1</i>	33	35	28	33	35	42	33	27	24	38	22	33
<i>2</i>	28	33	28	27	31	42	33	24	24	33	32	30
<i>3</i>	39	34	28	28	30	46	35	28	20	33	21	34
<i>4</i>	33	35	22	28	32	41	38	33	20	25	23	31
<i>5</i>	28	38	20	28	33	32	34	41	24	27	23	27
<i>6</i>	33	34	21	26	35	41	31	42	32	25	26	30
<i>7</i>	34	36	26	26	31	38	44	35	23	23	31	30
<i>8</i>	28	35	33	47	31	33	39	32	24	31	38	24
<i>9</i>	34	35	33	47	33	31	39	38	28	35	45	36
<i>10</i>	31	35	33	41	33	35	42	39	30	35	31	46
<i>11</i>	28	33	31	39	33	31	46	33	20	46	37	26
<i>12</i>	39	32	31	35	33	34	46	32	26	39	28	32
<i>13</i>	39	33	31	33	31	32	44	31	26	38	28	33
<i>14</i>	44	33	31	33	32	31	42	35	30	38	28	30
<i>15</i>	39	39	28	35	34	34	37	35	28	31	30	24
<i>16</i>	44	28	28	33	31	44	36	35	31	37	33	24
<i>17</i>	44	37	37	39	33	44	42	38	33	37	36	22
<i>18</i>	42	26	33	37	45	35	40	39	31	37	24	23
<i>19</i>	42	28	24	36	42	39	36	38	31	39	31	27
<i>20</i>	47	26	39	35	46	30	31	33	31	25	26	33
<i>21</i>	44	26	31	39	44	31	31	34	31	25	26	34
<i>22</i>	42	22	28	39	43	33	35	36	28	22	25	31
<i>23</i>	44	20	28	41	42	42	31	31	37	37	24	32
<i>24</i>	44	26	33	42	38	28	44	26	35	24	23	32
<i>25</i>	46	31	26	35	42	33	28	24	38	24	22	32



**Додаток Б.4 – Таблица миттєвих швидкостей потоку (Точка №3, Вертикаль №2). Варіант 4.**

Ряд	Стовпчик											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	58	64	58	56	68	60	64	64	72	61	58	57
2	64	58	61	54	68	64	68	63	69	63	59	62
3	62	57	69	54	62	66	69	64	68	67	59	66
4	60	56	58	58	62	67	67	65	67	66	61	61
5	52	58	56	63	60	66	66	64	66	64	64	66
6	47	60	56	60	58	66	64	64	64	64	59	65
7	58	66	56	62	85	64	58	62	64	65	60	67
8	62	68	56	58	60	66	62	62	65	63	56	68
9	58	58	58	58	60	66	68	60	66	62	50	69
10	60	60	60	58	60	69	64	62	64	64	42	67
11	60	62	56	60	57	70	62	63	65	64	51	64
12	56	62	56	60	52	72	62	64	66	62	54	63
13	60	62	54	60	55	73	59	63	66	62	52	62
14	58	62	52	62	56	75	61	64	66	62	56	64
15	56	56	52	64	61	75	62	66	66	61	51	65
16	55	58	47	62	63	70	64	68	64	66	49	66
17	55	60	49	66	67	70	64	68	62	65	50	69
18	56	60	54	64	64	69	61	68	64	65	52	66
19	64	62	56	65	60	72	60	66	62	64	54	65
20	64	58	54	64	55	70	57	67	62	54	69	65
21	58	58	58	68	54	66	60	65	60	56	58	62
22	63	58	56	68	56	63	62	64	58	58	58	62
23	67	58	60	68	56	64	64	67	59	60	60	60
24	66	52	60	68	58	67	67	67	60	62	57	64
25	64	54	58	68	62	66	66	67	61	61	54	62

**Додаток Б.5 – Таблица миттєвих швидкостей потоку (Точка №1, Вертикаль №3). Варіант 5.**

Ряд	Стовпчик											
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	<i>11</i>	<i>12</i>
<i>1</i>	35	41	41	42	33	35	32	39	34	30	43	33
<i>2</i>	64	38	41	38	34	39	37	41	35	25	39	32
<i>3</i>	41	37	37	35	39	42	34	42	44	34	45	31
<i>4</i>	38	34	34	35	44	42	37	39	44	28	41	26
<i>5</i>	40	41	44	37	42	33	35	35	39	32	35	31
<i>6</i>	35	42	45	41	44	36	37	39	45	30	33	30
<i>7</i>	33	39	46	42	47	38	34	48	41	35	34	42
<i>8</i>	31	41	47	39	44	44	36	45	44	36	32	38
<i>9</i>	33	37	39	45	44	37	35	50	39	36	27	44
<i>10</i>	39	39	39	42	42	33	33	48	39	35	32	42
<i>11</i>	42	35	39	45	39	37	37	49	37	37	31	48
<i>12</i>	37	39	41	46	37	38	41	43	36	39	35	42
<i>13</i>	41	39	41	46	35	45	36	43	35	39	39	41
<i>14</i>	38	42	35	48	35	38	39	42	33	34	39	46
<i>15</i>	36	37	45	48	34	38	35	39	34	39	37	41
<i>16</i>	37	39	46	38	33	37	33	44	37	35	35	38
<i>17</i>	46	37	46	37	33	37	32	44	38	33	31	44
<i>18</i>	39	42	48	36	32	43	30	42	41	31	44	44
<i>19</i>	39	41	41	38	33	43	33	42	46	38	44	46
<i>20</i>	46	36	48	31	34	42	33	39	42	35	42	43
<i>21</i>	45	36	46	35	36	39	36	38	34	33	38	46
<i>22</i>	48	46	53	35	42	35	31	36	36	33	42	48
<i>23</i>	48	47	50	37	42	35	31	37	38	37	44	44
<i>24</i>	47	42	50	38	37	30	42	31	38	43	42	42
<i>25</i>	45	37	46	43	33	28	43	34	34	45	38	43

Додаток Б.6 – Таблица миттєвих швидкостей потоку (Точка №2, Вертикаль №3). Варіант 6.

Ряд	Стовпчик											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	47	59	60	51	57	45	51	55	54	53	45	58
2	49	52	62	54	53	43	51	57	53	51	47	56
3	47	60	61	58	51	40	51	58	55	51	47	55
4	50	59	64	57	51	42	51	59	53	55	47	51
5	51	53	61	55	52	39	51	55	54	59	49	52
6	49	55	60	53	50	44	53	55	51	53	49	51
7	48	56	59	53	51	43	55	55	53	61	48	49
8	53	56	56	53	50	43	53	55	45	59	55	53
9	51	50	55	54	46	46	54	51	47	63	50	55
10	61	51	59	55	49	45	53	55	47	61	48	49
11	61	55	58	54	51	47	53	53	43	56	47	51
12	55	56	64	53	53	49	58	51	49	56	45	55
13	61	59	63	54	56	51	61	52	45	56	45	47
14	60	56	63	55	58	53	55	50	52	56	45	51
15	59	54	59	53	54	57	49	51	52	57	41	53
16	56	57	59	51	56	56	57	47	50	57	42	53
17	55	55	60	49	54	53	54	49	50	56	41	51
18	57	55	62	51	54	49	54	48	51	53	51	49
19	59	56	60	51	57	49	55	50	45	48	49	49
20	58	54	57	53	56	50	55	51	43	52	43	47
21	51	58	55	55	55	48	57	55	48	57	40	41
22	59	57	47	55	53	47	59	53	45	53	44	45
23	50	58	47	53	53	47	56	53	45	53	52	49
24	57	59	51	54	49	49	54	54	45	53	55	47
25	56	60	45	56	48	51	55	53	49	47	56	53

**Додаток Б.7 – Таблица миттєвих швидкостей потоку (Точка №1, Вертикаль №3). Варіант 7.**

Ряд	Стовпчик											
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	<i>11</i>	<i>12</i>
<i>1</i>	33	35	28	33	35	42	33	27	24	38	22	33
<i>2</i>	28	33	28	27	31	42	33	24	24	33	32	30
<i>3</i>	39	34	28	28	30	46	35	28	20	33	21	34
<i>4</i>	33	35	22	28	32	41	38	33	20	25	23	31
<i>5</i>	28	38	20	28	33	32	34	41	24	27	23	27
<i>6</i>	33	34	21	26	35	41	31	42	32	25	26	30
<i>7</i>	34	36	26	26	31	38	44	35	23	23	31	30
<i>8</i>	28	35	33	47	31	33	39	32	24	31	38	24
<i>9</i>	34	35	33	47	33	31	39	38	28	35	45	36
<i>10</i>	31	35	33	41	33	35	42	39	30	35	31	46
<i>11</i>	28	33	31	39	33	31	46	33	20	46	37	26
<i>12</i>	39	32	31	35	33	34	46	32	26	39	28	32
<i>13</i>	39	33	31	33	31	32	44	31	26	38	28	33
<i>14</i>	44	33	31	33	32	31	42	35	30	38	28	30
<i>15</i>	39	39	28	35	34	34	37	35	28	31	30	24
<i>16</i>	44	28	28	33	31	44	36	35	31	37	33	24
<i>17</i>	44	37	37	39	33	44	42	38	33	37	36	22
<i>18</i>	42	26	33	37	45	35	40	39	31	37	24	23
<i>19</i>	42	28	24	36	42	39	36	38	31	39	31	27
<i>20</i>	47	26	39	35	46	30	31	33	31	25	26	33
<i>21</i>	44	26	31	39	44	31	31	34	31	25	26	34
<i>22</i>	42	22	28	39	43	33	35	36	28	22	25	31
<i>23</i>	44	20	28	41	42	42	31	31	37	37	24	32
<i>24</i>	44	26	33	42	38	28	44	26	35	24	23	32
<i>25</i>	46	31	26	35	42	33	28	24	38	24	22	32

**Додаток Б.8 – Таблица миттєвих швидкостей потоку (Точка №3, Вертикаль №3). Варіант 8.**

Ряд	Стовпчик											
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	<i>11</i>	<i>12</i>
<i>1</i>	35	41	41	42	33	35	32	39	34	30	43	33
<i>2</i>	64	38	41	38	34	39	37	41	35	25	39	32
<i>3</i>	41	37	37	35	39	42	34	42	44	34	45	31
<i>4</i>	38	34	34	35	44	42	37	39	44	28	41	26
<i>5</i>	40	41	44	37	42	33	35	35	39	32	35	31
<i>6</i>	35	42	45	41	44	36	37	39	45	30	33	30
<i>7</i>	33	39	46	42	47	38	34	48	41	35	34	42
<i>8</i>	31	41	47	39	44	44	36	45	44	36	32	38
<i>9</i>	33	37	39	45	44	37	35	50	39	36	27	44
<i>10</i>	39	39	39	42	42	33	33	48	39	35	32	42
<i>11</i>	42	35	39	45	39	37	37	49	37	37	31	48
<i>12</i>	37	39	41	46	37	38	41	43	36	39	35	42
<i>13</i>	41	39	41	46	35	45	36	43	35	39	39	41
<i>14</i>	38	42	35	48	35	38	39	42	33	34	39	46
<i>15</i>	36	37	45	48	34	38	35	39	34	39	37	41
<i>16</i>	37	39	46	38	33	37	33	44	37	35	35	38
<i>17</i>	46	37	46	37	33	37	32	44	38	33	31	44
<i>18</i>	39	42	48	36	32	43	30	42	41	31	44	44
<i>19</i>	39	41	41	38	33	43	33	42	46	38	44	46
<i>20</i>	46	36	48	31	34	42	33	39	42	35	42	43
<i>21</i>	45	36	46	35	36	39	36	38	34	33	38	46
<i>22</i>	48	46	53	35	42	35	31	36	36	33	42	48
<i>23</i>	48	47	50	37	42	35	31	37	38	37	44	44
<i>24</i>	47	42	50	38	37	30	42	31	38	43	42	42
<i>25</i>	45	37	46	43	33	28	43	34	34	45	38	43

**Додаток В.1 – Щодобові значення витрат води (Q (м<sup>3</sup>/с) у верхньому створі р. Латориця - м.Свалява**

**Варіант1**

число	Місяць											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	8,12	18,3	16,3	11,4	6,46	5,26	3,73	3,35	2,4	6,46	5,74	10,4
2	14,3	16,3	85,7	11	6,22	5,5	3,54	2,97	2,4	5,74	5,5	9,13
3	9,42	15,2	51,3	11	6,22	7,24	3,54	2,97	2,4	5,5	5,26	36,6
4	7,56	13,7	42,1	10,7	5,98	5,98	3,92	5,26	2,4	5,5	5,5	59,5
5	7,28	13,2	34,2	10,4	5,98	8,59	13,2	5,02	7,24	5,26	5,74	31,9
6	7	12,7	27,4	10	6,7	10,7	11,4	0,73	14,2	13,2	5,5	21,3
7	12,2	14,7	23,1	9,72	16,8	7,51	8,05	3,92	6,46	7,78	5,74	16,8
8	25,9	23,1	28,1	9,4	9,72	5,5	5,98	4,3	4,78	6,46	6,22	16,3
9	22,6	74,2	38,1	9,13	21,3	5,02	5,5	3,35	4,54	5,74	7,51	20,1
10	23,7	72,1	31,9	9,13	14,7	4,78	5,5	3,54	6,97	5,26	20,1	20,1
11	28,9	46,7	28,9	9,4	10,7	5,5	4,78	3,35	7,24	5	12,8	19,5
12	66,1	45,9	25,9	9,13	10,4	5,02	4,3	3,35	32,3	4,78	10	21,9
13	34,2	51,3	24,3	8,86	9,13	4,54	4,3	3,16	37,4	4,78	8,32	18,3
14	23,7	60,4	24,3	8,59	8,02	4,3	4,3	3,16	14,7	4,54	8,32	15,2
15	19,3	49,8	22,5	8,32	7,51	4,11	4,11	3,16	8,86	4,3	8,32	12,3
16	17,4	39,7	20,1	8,32	7,24	4,11	3,92	2,97	6,97	4,3	8,32	10,7
17	15,6	35	18,3	8,32	6,97	4,11	3,73	2,97	5,98	4,11	7,51	8,59
18	14,3	28,1	17,8	8,32	6,7	3,92	3,54	2,78	12,8	4,11	6,97	7,57
19	87,5	24,3	16,8	9,13	6,46	5,02	3,54	2,97	33,5	5,5	8,32	6,92
20	48,3	21,3	16,8	8,32	6,22	4,78	3,35	2,97	20,1	10,7	8,05	6,66
21	42,1	19,5	21,3	7,78	5,98	4,11	3,35	3,16	11	7,24	7,78	6,01
22	35,8	17,8	21,3	7,51	5,5	4,11	3,16	3,73	8,05	6,46	7,51	5,23
23	28,1	18,9	23,1	7,24	5,74	7,24	3,16	2,97	6,97	5,98	10,4	4,9
24	150	15,2	21,3	7,24	5,5	6,46	3,16	2,78	5,98	6,97	17,8	4,82
25	72,1	13,7	17,8	7,24	5,5	4,54	3,35	2,59	5,74	11	20,1	5,32
26	38,9	13,7	16,8	6,97	5,74	4,11	4,3	2,4	5,26	8,59	42,5	4,21
27	28,9	14,2	15,2	6,7	5,26	3,92	3,35	2,4	5,02	7,51	28,9	5,06
28	23,7	13,7	14,2	6,7	5,98	3,73	2,97	2,59	5,5	6,97	18,9	4,9
29	19,5		13,7	6,7	5,74	3,73	2,97	2,78	10,7	6,46	14,2	4,73
30	19,5		12,8	6,7	5,5	3,92	3,16	2,59	6,22	5,74	10,7	4,71
31	18,3		11,9		5,5		4,11	2,4		5,74		4,21

**Додаток В.2 – Щодобові значення витрат води (Q (м<sup>3</sup>/с) у нижньому створі р. Латориця - м.Чоп**

**Варіант1**

число	Місяць											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	10,9	83,6	51,9	24,9	12,4	10,2	6,1	5,23	4,1	15,2	9,98	30,9
2	13,9	76,5	55,1	24,3	12,1	10,2	6,35	5,6	3,85	12,4	9,6	25,3
3	32,3	71,3	64,8	23,4	11,8	11,9	5,98	4,35	3,85	10,4	9,48	27,1
4	34,6	66,4	105	22,4	11,8	14,6	5,6	3,85	3,85	9,1	9,1	45,6
5	36,4	61,7	130	22,2	11,6	13,1	8,35	6,6	4,6	8,85	8,98	57,2
6	29,1	58,6	134	21,4	11,4	11,4	23	10,6	9,1	9,85	9,98	65,5
7	34,6	55,1	124	20,7	15	15,4	23,2	6,48	20,1	13,6	9,73	68,2
8	45,8	56,2	106	20,2	24,4	13,4	14,6	6,48	14,5	13,2	11,8	66,8
9	52,4	62,8	92,4	19,4	19,8	11	11,4	6,48	10,1	11	18	62,8
10	55,5	84,9	83,3	18,4	24,8	9,35	8,73	5,98	8,73	9,1	26,2	60,4
11	57,2	170	79,1	18,2	24,1	8,1	7,98	5,8	11,6	8,23	43,4	60,2
12	60,6	184	74,7	18,4	199	8,23	7,73	5,35	15,1	7,73	38,9	58,8
13	64,1	179	70,8	17,6	17,8	8,85	7,35	5,48	38,8	7,48	32,6	57,6
14	73	177	66,6	17,1	16,3	8,1	7,48	5,35	43,1	7,1	27,3	55,3
15	79,3	177	61,7	16,5	14,4	7,1	7,6	5,23	30	7,35	23,4	51,8
16	78,5	167	57	16,3	13,2	7,1	6,73	5,1	18	6,85	20,6	43,8
17	74	152	52,8	15,9	12,7	7,1	5,85	4,73	13	6,85	20,3	36,2
18	67,8	135	49,7	15,8	12,2	6,98	5,73	4,23	11,1	7,1	19,9	29,6
19	61,1	115	45,6	15,9	11,9	6,6	5,35	4,1	14,5	8,35	19	25,1
20	61,7	98,2	41,7	16,9	11,8	7,48	4,98	5,35	37,5	11,4	18,7	21,9
21	68,9	86,6	39,4	16	11,3	8,73	4,6	8,23	32,2	16,7	19,1	19,8
22	81,7	77,2	40,4	15	10,8	7,48	4,35	6,85	19,4	13,6	17,4	17,7
23	86,1	72,3	42,3	14,2	10,2	6,98	4,1	7,48	14,4	11,1	16,8	16,1
24	85,7	65,9	42,5	14,1	9,73	10,1	4,1	5,73	11,9	10,6	19,3	15,4
25	96,4	61,9	41,5	13,9	9,48	14,9	4,1	4,48	10,2	14	28	15,8
26	191	57,2	38,3	13,9	9,35	9,85	4,23	4,23	9,1	18,6	38,7	13,9
27	202	53,5	35,1	13,5	9,98	7,73	5,35	3,98	8,48	16	50,3	11,3
28	170	51,9	31,5	13,1	11,5	6,73	5,1	3,85	8,1	13,6	51,9	11
29	144		30,1	12,7	12,5	6,23	4,23	3,98	12,4	12,1	47,2	9,94
30	114		27,1	12,4	11,3	6,1	3,98	4,1	21	11,1	39	9,33
31	95,2		25,6		10,8		4,23	4,35		10,2		8,84

**Додаток В.3 – Щодобові значення витрат води (Q (м<sup>3</sup>/с) у верхньому створі р. Латориця - с. Подполоззя**

**Варіант2**

число	Місяць											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	10,5	10,5	11	7,3	2,2	1	1,4	1,4	0,44	3,6	2,6	6,2
2	12,2	9,9	54,5	6,75	2,2	2,6	1	1	0,6	3,1	2,2	6,2
3	9,35	8,8	21,2	6,75	2,2	6,2	1	1	0,52	2,6	2,2	32,3
4	8,25	8,8	20,6	6,75	1,8	3,1	1	2,2	1,4	2,6	3,1	38
5	7,7	8,25	17,4	6,2	1,8	11,8	14,3	2,2	5,1	2,6	3,6	22,5
6	7,15	8,25	16,2	5,65	6,2	8,95	6,75	1,8	8,95	7,3	2,6	15,6
7	20,6	8,8	18,1	5,65	12,5	6,2	6,2	1	5,65	5,1	3,1	10,6
8	24,4	16,2	21,8	5,1	6,75	4,1	6,2	1	5,1	4,1	4,6	13,1
9	25,8	58	22,5	5,1	13,7	3,6	5,65	1	4,6	3,6	7,3	14,9
10	27,1	36,4	21,8	4,6	7,85	3,1	5,1	1,4	5,1	3,6	11,8	14,3
11	30,6	26,5	21,2	6,2	6,2	2,6	4,6	1,8	7,3	3,1	7,3	16,8
12	69,2	23,8	20,6	5,65	7,3	2,6	4,1	1,8	31,4	3,1	6,75	16,8
13	37,2	28,5	20	5,65	5,65	2,2	3,6	1	21,1	2,6	5,1	13,1
14	23,1	36,4	19,3	5,1	4,6	1,8	3,6	1	8,4	2,6	4,6	8,95
15	18,7	26,5	18,1	4,6	4,1	1,8	2,6	1	5,65	2,2	4,1	7,3
16	15,1	20	17,4	4,1	4,1	1,4	1,8	0,6	5,1	2,2	4,1	6,75
17	11,6	15,6	16,2	4,1	3,6	1,4	1,4	0,6	4,1	1,8	4,1	5,95
18	9,35	14,5	15,6	3,6	3,6	1	1	1	13,1	1,4	3,6	5,83
19	72,6	13,3	14,3	4,6	3,1	1	0,6	0,6	35,5	6,2	3,6	5,58
20	30,6	12,2	12,5	4,1	3,1	1	0,6	0,6	14,9	7,3	3,1	5,46
21	29,1	11	14,3	4,1	2,6	0,6	0,6	1,4	6,75	5,65	3,1	4,8
22	23,8	10,5	13,1	3,6	2,2	0,6	0,6	1,8	5,1	4,1	6,2	4,63
23	23,1	10,5	15,6	3,6	1,8	6,75	0,6	0,6	4,1	4,6	11,8	4,52
24	118	9,9	14,9	3,1	1,4	5,65	0,6	0,52	3,6	6,2	16,8	4,41
25	47	9,35	12,5	3,1	1	2,2	2,2	0,52	3,1	6,2	27,1	4,29
26	27,8	8,25	11,2	2,6	1,4	1,8	1,4	0,52	2,6	4,6	36,4	4,18
27	20,6	8,25	10,1	2,6	1	1,8	1	0,44	1,8	3,6	23,1	4,07
28	15,6	7,7	8,95	2,6	1,8	1,4	1	0,52	2,2	3,1	13,7	4,01
29	13,3		8,4	2,2	1,4	1,4	0,6	0,52	7,85	2,6	8,95	3,96
30	11,6		7,85	2,2	1,4	1,4	2,2	0,52	4,6	2,2	6,75	3,84
31	11,6		7,3		1		2,2	0,44		2,2		3,67



**Додаток В.4 – Щодобові значення витрат води (Q (м<sup>3</sup>/с) у нижньому створі р. Латориця - м.Чоп**

**Варіант2**

число	Місяць											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	10,9	83,6	51,9	24,9	12,4	10,2	6,1	5,23	4,1	15,2	9,98	30,9
2	13,9	76,5	55,1	24,3	12,1	10,2	6,35	5,6	3,85	12,4	9,6	25,3
3	32,3	71,3	64,8	23,4	11,8	11,9	5,98	4,35	3,85	10,4	9,48	27,1
4	34,6	66,4	105	22,4	11,8	14,6	5,6	3,85	3,85	9,1	9,1	45,6
5	36,4	61,7	130	22,2	11,6	13,1	8,35	6,6	4,6	8,85	8,98	57,2
6	29,1	58,6	134	21,4	11,4	11,4	23	10,6	9,1	9,85	9,98	65,5
7	34,6	55,1	124	20,7	15	15,4	23,2	6,48	20,1	13,6	9,73	68,2
8	45,8	56,2	106	20,2	24,4	13,4	14,6	6,48	14,5	13,2	11,8	66,8
9	52,4	62,8	92,4	19,4	19,8	11	11,4	6,48	10,1	11	18	62,8
10	55,5	84,9	83,3	18,4	24,8	9,35	8,73	5,98	8,73	9,1	26,2	60,4
11	57,2	170	79,1	18,2	24,1	8,1	7,98	5,8	11,6	8,23	43,4	60,2
12	60,6	184	74,7	18,4	199	8,23	7,73	5,35	15,1	7,73	38,9	58,8
13	64,1	179	70,8	17,6	17,8	8,85	7,35	5,48	38,8	7,48	32,6	57,6
14	73	177	66,6	17,1	16,3	8,1	7,48	5,35	43,1	7,1	27,3	55,3
15	79,3	177	61,7	16,5	14,4	7,1	7,6	5,23	30	7,35	23,4	51,8
16	78,5	167	57	16,3	13,2	7,1	6,73	5,1	18	6,85	20,6	43,8
17	74	152	52,8	15,9	12,7	7,1	5,85	4,73	13	6,85	20,3	36,2
18	67,8	135	49,7	15,8	12,2	6,98	5,73	4,23	11,1	7,1	19,9	29,6
19	61,1	115	45,6	15,9	11,9	6,6	5,35	4,1	14,5	8,35	19	25,1
20	61,7	98,2	41,7	16,9	11,8	7,48	4,98	5,35	37,5	11,4	18,7	21,9
21	68,9	86,6	39,4	16	11,3	8,73	4,6	8,23	32,2	16,7	19,1	19,8
22	81,7	77,2	40,4	15	10,8	7,48	4,35	6,85	19,4	13,6	17,4	17,7
23	86,1	72,3	42,3	14,2	10,2	6,98	4,1	7,48	14,4	11,1	16,8	16,1
24	85,7	65,9	42,5	14,1	9,73	10,1	4,1	5,73	11,9	10,6	19,3	15,4
25	96,4	61,9	41,5	13,9	9,48	14,9	4,1	4,48	10,2	14	28	15,8
26	191	57,2	38,3	13,9	9,35	9,85	4,23	4,23	9,1	18,6	38,7	13,9
27	202	53,5	35,1	13,5	9,98	7,73	5,35	3,98	8,48	16	50,3	11,3
28	170	51,9	31,5	13,1	11,5	6,73	5,1	3,85	8,1	13,6	51,9	11
29	144		30,1	12,7	12,5	6,23	4,23	3,98	12,4	12,1	47,2	9,94
30	114		27,1	12,4	11,3	6,1	3,98	4,1	21	11,1	39	9,33
31	95,2		25,6		10,8		4,23	4,35		10,2		8,84

**Додаток В.5 – Щодобові значення витрат води (Q (м<sup>3</sup>/с) у верхньому створі р. Чорна Тиса - смт. Ясиня**

**Варіант3**

число	Місяць											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	4,34	3,73	3,23	4,07	6,64	9,3	2,03	2,58	2,03	3,73	5,4	4,43
2	4,49	3,23	16,4	4,43	6	10,2	2,03	2,44	2,17	3,56	4,62	4,82
3	3,74	2,74	8,85	4,43	5,6	6,86	1,9	2,44	2,03	3,39	4,24	5,4
4	2,89	2,9	4,82	4,62	5,6	5,8	2,03	6,9	1,9	3,39	4,62	6,2
5	2,63	2,74	4,62	4,82	5,6	5,01	15,2	5,4	2,03	3,23	4,62	5,2
6	2,44	2,74	4,07	4,43	6,86	6,42	8,4	3,56	8,85	6	4,07	4,62
7	2,46	2,9	4,43	4,43	13,7	5,01	6	3,23	3,73	4,62	4,07	4,07
8	2,39	3,23	6	4,24	11,4	4,43	4,82	2,9	6	3,56	3,9	3,9
9	2,43	15,2	7,3	4,24	23,5	4,07	3,9	2,9	5,2	3,23	4,07	3,9
10	2,58	10,5	7,52	4,62	15,4	3,9	3,9	2,9	4,43	3,07	4,24	3,56
11	3,31	5,4	7,74	5,2	11,9	4,43	5,8	2,74	4,82	3,07	3,56	3,56
12	9,18	4,82	7,74	6	11,4	4,24	13	2,74	35	2,9	3,73	3,73
13	4,82	4,82	7,96	6,64	10,2	3,73	10,5	2,9	21	2,9	3,56	3,86
14	3,39	6,42	7,52	6	9,3	3,39	6,64	3,07	11,2	2,9	3,56	3,49
15	2,58	5,6	7,68	6,2	9,08	3,23	5,4	2,74	7,52	2,9	3,39	3,49
16	2,59	4,43	6,2	6,2	8,63	3,07	4,07	2,44	6,2	2,74	3,56	3,45
17	2,31	3,56	6,2	5,63	8,18	3,23	3,56	2,31	5,4	2,74	3,23	3,28
18	2,03	3,07	6,64	5,8	8,85	3,39	3,39	3,39	5,2	2,58	3,39	3,2
19	16,8	3,23	7,08	6,86	6,86	3,56	3,39	4,07	15,2	3,07	3,39	3,06
20	7,08	3,23	8,4	5,6	6,42	3,07	3,23	4,24	8,63	3,07	3,23	2,99
21	5,2	3,07	8,4	5,2	6,64	2,74	3,23	2,9	5,8	2,9	3,39	2,99
22	8,63	3,07	8,85	4,82	9,3	2,44	3,07	2,58	4,82	2,9	3,73	2,99
23	6	2,9	9,3	4,62	7,52	2,74	2,9	2,44	4,43	3,07	4,82	2,95
24	20,2	2,17	7,96	4,82	6,86	3,07	2,9	2,31	4,43	8,63	5,8	2,92
25	12,8	2,74	6,42	6,42	7,52	2,58	5,4	2,17	4,24	7,3	6,2	2,88
26	7,3	2,74	5,8	6,64	7,08	2,44	4,43	2,31	4,24	5,2	10	2,85
27	5,01	2,9	5,2	7,3	5,8	2,31	2,9	2,17	4,07	4,43	6,42	2,81
28	4,43	2,44	5,01	7,74	6	2,31	2,74	2,17	3,9	4,24	5,01	2,78
29	4,24		4,82	9,53	5,8	2,17	2,74	2,03	4,24	4,07	4,43	3,13
30	3,39		4,82	8,4	6	2,17	2,74	2,44	3,9	4,07	4,62	3,25
31	3,56		4,43		5,9		3,07	2,31		4,07		3,25

**Додаток В.6 – Щодобові значення витрат води (Q (м<sup>3</sup>/с) у нижньому створі р. Тиса - смт.Вілок**

**Варіант3**

числ о	Місяць											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	70	269	234	190	222	197	70	89,9	54,7	96,4	82,3	179
2	219	280	492	187	195	235	64	82,3	50,4	92,5	88,6	165
3	341	244	1080	182	179	246	64	74,9	46,5	86,1	92,5	177
4	209	229	730	184	169	220	64	67,6	47,3	83,5	87,4	557
5	142	205	522	182	161	185	103	92,5	52,9	81	132	478
6	136	197	408	181	173	189	565	117	72,5	95	159	319
7	136	197	343	176	226	197	390	82,3	158	135	132	244
8	387	333	349	168	303	168	337	77,3	91,2	115	124	200
9	388	645	364	160	303	142	228	73,7	87,4	92,5	145	192
10	394	1190	366	161	563	133	171	68,8	126	84,8	185	197
11	370	904	396	176	514	129	157	65,2	184	78,6	226	195
12	465	569	378	181	364	126	187	63,1	179	73,7	182	225
13	938	791	354	200	332	130	425	78,6	744	70	165	231
14	514	631	336	198	305	117	278	68,8	569	73,7	153	197
15	390	631	339	203	280	11	229	73,7	334	67,6	138	177
16	328	486	316	203	261	108	185	78,6	240	64	141	165
17	276	408	288	187	257	99,2	168	71,2	189	59,1	139	149
18	230	354	281	184	269	106	147	63,1	166	59,1	132	126
19	408	303	271	189	290	120	135	54,7	181	60,1	127	114
20	113	283	263	213	247	112	117	64	371	82,3	141	108
21	625	261	293	187	213	101	112	102	252	102	132	112
22	708	251	352	168	201	91,2	103	68,8	210	84,8	126	108
23	722	319	364	152	205	82,3	97,8	61,1	179	73,7	126	103
24	548	327	362	149	182	97,8	88,6	60,1	153	74,9	141	95
25	128	261	328	148	195	118	81	53,8	141	158	176	91,2
26	111	235	283	173	220	97,8	103	52,1	133	204	293	87,4
27	476	210	266	181	205	87,4	93,7	51,2	126	155	397	78,6
28	421	203	246	195	193	82,3	77,3	54,7	120	117	280	74,9
29	358		232	210	189	74,9	72,5	52,1	112	92,5	226	70
30	341		220	228	185	71,2	73,7	53,8	123	88,6	201	70
31	285		200		195		73,7	53,8		82,3		64

**Додаток В.7 – Щодобові значення витрат води (Q (м<sup>3</sup>/с) у верхньому створі р. Тиса - м. Рахів**

**Варіант4**

число	Місяць											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	11,3	26,4	23	30,1	46	56,7	12,3	14	8,69	16,3	21,6	18,1
2	18,1	22,7	121	30,1	39,5	66	11,3	12,8	8,26	16,3	16,8	16,8
3	11,7	19,4	76,8	29,3	36,9	50,7	11,3	11,7	8,69	15,7	14,6	28,5
4	9,12	19,7	52,7	30,1	35,1	42,2	13,4	21,6	7,83	15,7	19,5	45,1
5	8,26	19,8	42,2	30,9	37,8	47,9	105	34,3	9,55	15,1	20,9	31,7
6	7,83	20,2	35,1	29,3	50,7	56,7	84,6	16,3	49,8	31,7	15,1	26
7	12,3	21,6	36	28,5	74,5	37,8	63,9	13,4	29,2	19,5	15,1	21,6
8	16,3	30,9	42,2	28,5	71,2	32,5	41	12,8	28,5	15,7	14,6	19,5
9	18,1	97,7	49,8	28,5	132	31,7	31,7	12,3	31,7	14,6	14,6	18,1
10	25,2	84,6	55,7	30,1	163	28,5	33,4	12,8	36,9	13,4	17,4	17,4
11	30,9	50,7	58,7	32,5	95,2	31,7	40,4	10,8	31,7	12,8	15,1	18,8
12	82,6	47,9	52,7	31,7	89,3	30,9	53,7	12,8	171	13,4	15,1	19,5
13	52,7	48,8	52,7	37,8	77,9	26,3	56,7	11,7	140	13,4	14	17,4
14	36	55,7	51,7	38,7	70,2	23,7	51,7	16,3	70,2	11,7	14	16,3
15	31,7	48,8	47,9	40,4	69,1	23	39,5	14	44,1	10,8	12,3	13,7
16	24,4	41,3	45,1	37,8	67	22,3	32,5	10,8	37,8	10,4	12,8	12,3
17	20,9	34,3	42,2	34,3	70,2	25,2	29,3	9,55	30,9	9,98	10,8	12,2
18	19,5	30,1	44,1	35,1	71,2	22,3	26	10,4	29,3	9,98	11,3	9,38
19	149	29,3	44,1	45,1	59,7	19,5	22,3	26,8	88,2	11,3	12,3	8,88
20	71,2	26,8	51,7	36,9	52,7	19,5	20,9	28,5	66	13,4	10,8	8,79
21	61,8	23,7	60,7	33,4	52,7	16,3	19,5	17,4	46,9	11,7	10,4	8,69
22	95,2	23,7	66	30,1	61,8	16,3	18,8	13,4	38,7	10,4	11,7	7,82
23	60,7	23,7	62,8	28,5	48,8	16,3	18,1	11,3	31,7	13,4	16,3	7,73
24	130	18,8	59,7	30,9	46,9	29,3	16,8	10,4	29,3	20,2	24,4	7,93
25	115	18,8	47,9	37,8	55,7	17,4	23,7	9,55	26	28,5	29,6	8,48
26	68,1	18,8	43,2	42,2	49,8	17,4	19,5	10,4	23,7	18,8	54,7	8,53
27	45,1	17,4	38,7	46	41,3	14,6	15,1	9,12	21,6	15,7	33,4	8,59
28	35,6	17,4	36,9	49,8	46	14	14	10,4	20,2	14	26	8,58
29	35,4		34,3	58,7	42,2	13,4	12,8	9,55	21,6	13,4	18,8	8,48
30	29,4		33,4	55,7	52,7	12,8	18,1	12,3	17,4	12,8	15,1	7,06
31	27,8		30,9		43,2		20,9	9,98		11,7		6,61

**Додаток В.8 – Щодобові значення витрат води (Q (м<sup>3</sup>/с) у нижньому створі р. Тиса - смт.Вілок**

**Варіант4**

числ о	Місяць											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	70	269	234	190	222	197	70	89,9	54,7	96,4	82,3	179
2	219	280	492	187	195	235	64	82,3	50,4	92,5	88,6	165
3	341	244	1080	182	179	246	64	74,9	46,5	86,1	92,5	177
4	209	229	730	184	169	220	64	67,6	47,3	83,5	87,4	557
5	142	205	522	182	161	185	103	92,5	52,9	81	132	478
6	136	197	408	181	173	189	565	117	72,5	95	159	319
7	136	197	343	176	226	197	390	82,3	158	135	132	244
8	387	333	349	168	303	168	337	77,3	91,2	115	124	200
9	388	645	364	160	303	142	228	73,7	87,4	92,5	145	192
10	394	1190	366	161	563	133	171	68,8	126	84,8	185	197
11	370	904	396	176	514	129	157	65,2	184	78,6	226	195
12	465	569	378	181	364	126	187	63,1	179	73,7	182	225
13	938	791	354	200	332	130	425	78,6	744	70	165	231
14	514	631	336	198	305	117	278	68,8	569	73,7	153	197
15	390	631	339	203	280	11	229	73,7	334	67,6	138	177
16	328	486	316	203	261	108	185	78,6	240	64	141	165
17	276	408	288	187	257	99,2	168	71,2	189	59,1	139	149
18	230	354	281	184	269	106	147	63,1	166	59,1	132	126
19	408	303	271	189	290	120	135	54,7	181	60,1	127	114
20	113	283	263	213	247	112	117	64	371	82,3	141	108
21	625	261	293	187	213	101	112	102	252	102	132	112
22	708	251	352	168	201	91,2	103	68,8	210	84,8	126	108
23	722	319	364	152	205	82,3	97,8	61,1	179	73,7	126	103
24	548	327	362	149	182	97,8	88,6	60,1	153	74,9	141	95
25	128	261	328	148	195	118	81	53,8	141	158	176	91,2
26	111	235	283	173	220	97,8	103	52,1	133	204	293	87,4
27	476	210	266	181	205	87,4	93,7	51,2	126	155	397	78,6
28	421	203	246	195	193	82,3	77,3	54,7	120	117	280	74,9
29	358		232	210	189	74,9	72,5	52,1	112	92,5	226	70
30	341		220	228	185	71,2	73,7	53,8	123	88,6	201	70
31	285		200		195		73,7	53,8		82,3		64

**Додаток В.9 – Щодобові значення витрат води (Q (м<sup>3</sup>/с) у верхньому створі р. БілаТиса - с. Луги**

**Варіант 5**

число	Місяць											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	2,68	3,73	3,85	7,21	11,6	12	3,85	3,6	2,1	4,72	3,6	3,1
2	3,21	3,78	13,4	0,9	10,3	12,9	3,6	3,35	2,1	4,41	3,1	3,35
3	2,06	3,61	9,93	6,9	9,93	12	3,6	3,1	2,35	3,85	2,6	4,1
4	1,83	3,85	7,6	7,6	10,3	10,7	3,85	5,03	2,1	3,85	5,03	5,34
5	1,6	3,7	6,28	6,9	10,7	13,2	18,2	3,85	2,1	3,85	4,1	4,1
6	1,6	3,77	5,34	6,9	15,2	20,1	17	3,35	7,99	5,66	3,1	3,6
7	2,1	3,77	5,66	6,59	18,8	13,8	15,2	2,85	4,1	4,1	3,1	3,6
8	2,8	4,06	7,21	6,59	17,4	11,6	10,3	2,85	5,66	3,6	3,1	3,35
9	3,35	8,77	8,77	6,59	27,4	9,54	8,38	3,6	9,93	3,35	3,1	3,35
10	5,03	8,38	10,7	7,21	27,7	9,54	8,77	2,85	12	3,35	3,35	3,35
11	6,59	6,28	11,1	7,99	21,5	8,77	9,16	2,6	12	3,1	2,6	3,6
12	14,3	6,9	9,93	8,38	21,1	9,16	15,2	3,1	27,9	3,35	2,6	3,6
13	9,16	6,9	10,7	9,54	19,7	7,21	13,4	2,6	26,4	3,1	2,6	3,32
14	6,28	7,6	10,3	9,93	18,3	6,28	10,7	2,85	15,6	3,1	2,6	3,01
15	5,97	6,9	9,93	9,93	18,3	8,38	8,77	2,6	12	2,85	2,6	2,74
16	5,66	6,28	9,16	9,16	17	6,59	7,99	2,35	9,54	2,85	2,6	2,47
17	4,41	5,66	8,77	8,38	17	6,9	6,9	2,1	7,99	2,85	2,1	2,39
18	3,6	5,03	8,77	9,93	19,2	6,28	6,28	5,66	7,6	2,6	2,85	2,31
19	16,5	4,72	9,16	10,3	16,5	5,97	5,97	14,3	19,2	3,1	2,6	1,97
20	10,3	4,41	10,7	8,77	15,2	5,34	5,66	8,38	14,3	2,85	2,6	1,88
21	11,1	4,41	13,4	7,99	14,3	5,34	5,03	4,1	10,7	2,6	2,6	1,79
22	15,2	4,41	13,4	7,6	13,8	5,03	4,72	3,85	9,16	2,85	2,85	1,74
23	9,93	4,1	13,8	7,99	12,9	7,21	4,72	3,35	7,99	3,35	3,1	1,69
24	16,1	3,85	12,5	7,99	12,9	7,21	4,41	3,1	7,21	4,72	3,85	1,67
25	15,2	3,8	10,7	10,7	18,3	5,34	5,97	2,85	6,28	3,6	5,03	1,65
26	9,93	3,85	9,93	12,5	13,4	5,03	4,1	2,6	5,66	3,1	8,38	1,65
27	8,38	3,6	8,77	13,4	11,6	4,72	4,1	2,6	5,34	2,85	5,34	1,62
28	5,78	3,35	8,77	14,3	11,6	4,41	3,85	3,1	5,34	2,6	4,72	1,62
29	4,38		7,6	15,6	11,6	4,1	3,6	2,6	5,66	2,6	4,1	1,6
30	3,68		7,21	13,8	11,1	4,1	5,66	2,85	4,72	2,6	3,6	1,6
31	3,68		7,6		10,7		4,41	2,6		2,6		1,6

**Додаток В.10 – Щодобові значення витрат води (Q (м<sup>3</sup>/с) у нижньому створі р. Тиса - смт.Вілок**

**Варіант 5**

числ о	Місяць											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	70	269	234	190	222	197	70	89,9	54,7	96,4	82,3	179
2	219	280	492	187	195	235	64	82,3	50,4	92,5	88,6	165
3	341	244	1080	182	179	246	64	74,9	46,5	86,1	92,5	177
4	209	229	730	184	169	220	64	67,6	47,3	83,5	87,4	557
5	142	205	522	182	161	185	103	92,5	52,9	81	132	478
6	136	197	408	181	173	189	565	117	72,5	95	159	319
7	136	197	343	176	226	197	390	82,3	158	135	132	244
8	387	333	349	168	303	168	337	77,3	91,2	115	124	200
9	388	645	364	160	303	142	228	73,7	87,4	92,5	145	192
10	394	1190	366	161	563	133	171	68,8	126	84,8	185	197
11	370	904	396	176	514	129	157	65,2	184	78,6	226	195
12	465	569	378	181	364	126	187	63,1	179	73,7	182	225
13	938	791	354	200	332	130	425	78,6	744	70	165	231
14	514	631	336	198	305	117	278	68,8	569	73,7	153	197
15	390	631	339	203	280	11	229	73,7	334	67,6	138	177
16	328	486	316	203	261	108	185	78,6	240	64	141	165
17	276	408	288	187	257	99,2	168	71,2	189	59,1	139	149
18	230	354	281	184	269	106	147	63,1	166	59,1	132	126
19	408	303	271	189	290	120	135	54,7	181	60,1	127	114
20	113	283	263	213	247	112	117	64	371	82,3	141	108
21	625	261	293	187	213	101	112	102	252	102	132	112
22	708	251	352	168	201	91,2	103	68,8	210	84,8	126	108
23	722	319	364	152	205	82,3	97,8	61,1	179	73,7	126	103
24	548	327	362	149	182	97,8	88,6	60,1	153	74,9	141	95
25	128	261	328	148	195	118	81	53,8	141	158	176	91,2
26	111	235	283	173	220	97,8	103	52,1	133	204	293	87,4
27	476	210	266	181	205	87,4	93,7	51,2	126	155	397	78,6
28	421	203	246	195	193	82,3	77,3	54,7	120	117	280	74,9
29	358		232	210	189	74,9	72,5	52,1	112	92,5	226	70
30	341		220	228	185	71,2	73,7	53,8	123	88,6	201	70
31	285		200		195		73,7	53,8		82,3		64

**Додаток В.11 – Щодобові значення витрат води (Q (м<sup>3</sup>/с) у верхньому створі р. ЧорнаТиса - смт. Ясиня**

**Варіант 6**

число	Місяць											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	4,34	3,73	3,23	4,07	6,64	9,3	2,03	2,58	2,03	3,73	5,4	4,43
2	4,49	3,23	16,4	4,43	6	10,2	2,03	2,44	2,17	3,56	4,62	4,82
3	3,74	2,74	8,85	4,43	5,6	6,86	1,9	2,44	2,03	3,39	4,24	5,4
4	2,89	2,9	4,82	4,62	5,6	5,8	2,03	6,9	1,9	3,39	4,62	6,2
5	2,63	2,74	4,62	4,82	5,6	5,01	15,2	5,4	2,03	3,23	4,62	5,2
6	2,44	2,74	4,07	4,43	6,86	6,42	8,4	3,56	8,85	6	4,07	4,62
7	2,46	2,9	4,43	4,43	13,7	5,01	6	3,23	3,73	4,62	4,07	4,07
8	2,39	3,23	6	4,24	11,4	4,43	4,82	2,9	6	3,56	3,9	3,9
9	2,43	15,2	7,3	4,24	23,5	4,07	3,9	2,9	5,2	3,23	4,07	3,9
10	2,58	10,5	7,52	4,62	15,4	3,9	3,9	2,9	4,43	3,07	4,24	3,56
11	3,31	5,4	7,74	5,2	11,9	4,43	5,8	2,74	4,82	3,07	3,56	3,56
12	9,18	4,82	7,74	6	11,4	4,24	13	2,74	35	2,9	3,73	3,73
13	4,82	4,82	7,96	6,64	10,2	3,73	10,5	2,9	21	2,9	3,56	3,86
14	3,39	6,42	7,52	6	9,3	3,39	6,64	3,07	11,2	2,9	3,56	3,49
15	2,58	5,6	7,68	6,2	9,08	3,23	5,4	2,74	7,52	2,9	3,39	3,49
16	2,59	4,43	6,2	6,2	8,63	3,07	4,07	2,44	6,2	2,74	3,56	3,45
17	2,31	3,56	6,2	5,63	8,18	3,23	3,56	2,31	5,4	2,74	3,23	3,28
18	2,03	3,07	6,64	5,8	8,85	3,39	3,39	3,39	5,2	2,58	3,39	3,2
19	16,8	3,23	7,08	6,86	6,86	3,56	3,39	4,07	15,2	3,07	3,39	3,06
20	7,08	3,23	8,4	5,6	6,42	3,07	3,23	4,24	8,63	3,07	3,23	2,99
21	5,2	3,07	8,4	5,2	6,64	2,74	3,23	2,9	5,8	2,9	3,39	2,99
22	8,63	3,07	8,85	4,82	9,3	2,44	3,07	2,58	4,82	2,9	3,73	2,99
23	6	2,9	9,3	4,62	7,52	2,74	2,9	2,44	4,43	3,07	4,82	2,95
24	20,2	2,17	7,96	4,82	6,86	3,07	2,9	2,31	4,43	8,63	5,8	2,92
25	12,8	2,74	6,42	6,42	7,52	2,58	5,4	2,17	4,24	7,3	6,2	2,88
26	7,3	2,74	5,8	6,64	7,08	2,44	4,43	2,31	4,24	5,2	10	2,85
27	5,01	2,9	5,2	7,3	5,8	2,31	2,9	2,17	4,07	4,43	6,42	2,81
28	4,43	2,44	5,01	7,74	6	2,31	2,74	2,17	3,9	4,24	5,01	2,78
29	4,24		4,82	9,53	5,8	2,17	2,74	2,03	4,24	4,07	4,43	3,13
30	3,39		4,82	8,4	6	2,17	2,74	2,44	3,9	4,07	4,62	3,25
31	3,56		4,43		5,9		3,07	2,31		4,07		3,25



**Додаток В.12 – Щодобові значення витрат води (Q (м3\с) у нижньому створі р. Тиса - м. Хуст**

**Варіант 6**

числ о	Місяць											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	58,8	225,	175,	161,	199,	177,	56,9	81,2	46,8	70,9	58,7	149,
2	177,	241,	123,	158,	173,	213,	53,6	73,6	42,5	68,9	66,8	135,
3	317,	211,	901,	154,	158,	227,	54,2	66,6	38,6	62,5	71,7	200
4	190,	195,	607,	157,	149,	203,	50,8	45	39,8	60,5	64,3	345,
5	125,	174,	434,	155,	140,	166,	60,5	77	35,4	59,7	107,	387,
6	120,	166,	340,	155,	150,	169,	460,	105,	83,5	65,4	136,	262,
7	184	163,	281	150,	186,	180,	333,	70,3	127,	111,	108,	196,
8	325,	254,	269,	142,	270,	154,	301	64,7	70,2	93,7	99,1	152
9	308,	353	264,	135,	245	130	200,	62,8	47,1	71,7	114,	142,
10	303,	947	266,	136,	509,	120,	147,	56,8	71,1	65,1	132,	147,
11	279,	771,	298	150,	477,	106,	134,	50,2	136,	59,9	186,	144,
12	210,	456,	294,	156,	326,	101,	162,	49,4	150	55,6	146,	170,
13	803,	664,	265	176,	303,	114,	397,	67,1	439,	51,9	133,	184,
14	426,	452,	251,	175,	282,	103,	254,	55	455,	55,6	122,	159,
15	323,	498,	268	179,	260,	95,5	211,	60	271,	50	109,	144,
16	275	384,	253,	178,	238,	94,3	168,	68,2	196,	46,9	113	132,
17	231,	322,	234,	161,	237,	84,3	152,	62	153,	43	111,	120,
18	187,	279	227,	159,	248	94	132,	53,9	127,	43	105,	102,
19	200	233,	217,	162,	271,	104,	121,	49,7	77,8	21	98,3	90,8
20	966	221,	204,	188,	229,	97,1	105	43,4	300,	37,7	113,	84,8
21	492,	207,	222,	163,	196,	89,5	101,	85,9	202,	70,4	107	92,3
22	575,	202	286,	145,	184,	80,3	92,6	49,5	171,	58,1	99,2	88,3
23	628,	268,	307,	130,	190,	6,7	87,4	48,5	144,	43,5	79,8	87,3
24	768	283,	308,	128,	168,	50,7	79,4	49,7	124,	38	75,6	79,3
25	990,	208,	282,	126,	176,	94,9	49,7	44	116,	119,	87	75,8
26	966,	193,	242,	152,	200,	79,3	87,5	42,9	108,	173,	170,	72,1
27	381,	168,	229,	160,	190,	71,3	82,2	43,3	103,	127	331	63,4
28	348,	164,	210	174,	173,	67,4	68,1	46	97,6	91,5	229,	59,5
29	292		197,	188,	172,	60,6	63,8	43,4	63,3	69,5	191,	54,6
30	301,		188,	205,	158,	56,3	64,5	45,5	94,2	66,2	171,	54,5
31	245,		171,		174		61,7	45,5		60,5		48,9

**Додаток В.13 – Щодобові значення витрат води (Q (м3\с) у верхньому створі р. Латориця - с. Подполоззя**

**Варіант 7**

число	Місяць											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	10,5	10,5	11	7,3	2,2	1	1,4	1,4	0,44	3,6	2,6	6,2
2	12,2	9,9	54,5	6,75	2,2	2,6	1	1	0,6	3,1	2,2	6,2
3	9,35	8,8	21,2	6,75	2,2	6,2	1	1	0,52	2,6	2,2	32,3
4	8,25	8,8	20,6	6,75	1,8	3,1	1	2,2	1,4	2,6	3,1	38
5	7,7	8,25	17,4	6,2	1,8	11,8	14,3	2,2	5,1	2,6	3,6	22,5
6	7,15	8,25	16,2	5,65	6,2	8,95	6,75	1,8	8,95	7,3	2,6	15,6
7	20,6	8,8	18,1	5,65	12,5	6,2	6,2	1	5,65	5,1	3,1	10,6
8	24,4	16,2	21,8	5,1	6,75	4,1	6,2	1	5,1	4,1	4,6	13,1
9	25,8	58	22,5	5,1	13,7	3,6	5,65	1	4,6	3,6	7,3	14,9
10	27,1	36,4	21,8	4,6	7,85	3,1	5,1	1,4	5,1	3,6	11,8	14,3
11	30,6	26,5	21,2	6,2	6,2	2,6	4,6	1,8	7,3	3,1	7,3	16,8
12	69,2	23,8	20,6	5,65	7,3	2,6	4,1	1,8	31,4	3,1	6,75	16,8
13	37,2	28,5	20	5,65	5,65	2,2	3,6	1	21,1	2,6	5,1	13,1
14	23,1	36,4	19,3	5,1	4,6	1,8	3,6	1	8,4	2,6	4,6	8,95
15	18,7	26,5	18,1	4,6	4,1	1,8	2,6	1	5,65	2,2	4,1	7,3
16	15,1	20	17,4	4,1	4,1	1,4	1,8	0,6	5,1	2,2	4,1	6,75
17	11,6	15,6	16,2	4,1	3,6	1,4	1,4	0,6	4,1	1,8	4,1	5,95
18	9,35	14,5	15,6	3,6	3,6	1	1	1	13,1	1,4	3,6	5,83
19	72,6	13,3	14,3	4,6	3,1	1	0,6	0,6	35,5	6,2	3,6	5,58
20	30,6	12,2	12,5	4,1	3,1	1	0,6	0,6	14,9	7,3	3,1	5,46
21	29,1	11	14,3	4,1	2,6	0,6	0,6	1,4	6,75	5,65	3,1	4,8
22	23,8	10,5	13,1	3,6	2,2	0,6	0,6	1,8	5,1	4,1	6,2	4,63
23	23,1	10,5	15,6	3,6	1,8	6,75	0,6	0,6	4,1	4,6	11,8	4,52
24	118	9,9	14,9	3,1	1,4	5,65	0,6	0,52	3,6	6,2	16,8	4,41
25	47	9,35	12,5	3,1	1	2,2	2,2	0,52	3,1	6,2	27,1	4,29
26	27,8	8,25	11,2	2,6	1,4	1,8	1,4	0,52	2,6	4,6	36,4	4,18
27	20,6	8,25	10,1	2,6	1	1,8	1	0,44	1,8	3,6	23,1	4,07
28	15,6	7,7	8,95	2,6	1,8	1,4	1	0,52	2,2	3,1	13,7	4,01
29	13,3		8,4	2,2	1,4	1,4	0,6	0,52	7,85	2,6	8,95	3,96
30	11,6		7,85	2,2	1,4	1,4	2,2	0,52	4,6	2,2	6,75	3,84
31	11,6		7,3		1		2,2	0,44		2,2		3,67

**Додаток В.14 – Щодобові значення витрат води (Q (м<sup>3</sup>/с) у нижньому створі р. Латориця - м.Свалява**

**Варіант 7**

число	Місяць											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	8,12	18,3	16,3	11,4	6,46	5,26	3,73	3,35	2,4	6,46	5,74	10,4
2	14,3	16,3	85,7	11	6,22	5,5	3,54	2,97	2,4	5,74	5,5	9,13
3	9,42	15,2	51,3	11	6,22	7,24	3,54	2,97	2,4	5,5	5,26	36,6
4	7,56	13,7	42,1	10,7	5,98	5,98	3,92	5,26	2,4	5,5	5,5	59,5
5	7,28	13,2	34,2	10,4	5,98	8,59	13,2	5,02	7,24	5,26	5,74	31,9
6	7	12,7	27,4	10	6,7	10,7	11,4	0,73	14,2	13,2	5,5	21,3
7	12,2	14,7	23,1	9,72	16,8	7,51	8,05	3,92	6,46	7,78	5,74	16,8
8	25,9	23,1	28,1	9,4	9,72	5,5	5,98	4,3	4,78	6,46	6,22	16,3
9	22,6	74,2	38,1	9,13	21,3	5,02	5,5	3,35	4,54	5,74	7,51	20,1
10	23,7	72,1	31,9	9,13	14,7	4,78	5,5	3,54	6,97	5,26	20,1	20,1
11	28,9	46,7	28,9	9,4	10,7	5,5	4,78	3,35	7,24	5	12,8	19,5
12	66,1	45,9	25,9	9,13	10,4	5,02	4,3	3,35	32,3	4,78	10	21,9
13	34,2	51,3	24,3	8,86	9,13	4,54	4,3	3,16	37,4	4,78	8,32	18,3
14	23,7	60,4	24,3	8,59	8,02	4,3	4,3	3,16	14,7	4,54	8,32	15,2
15	19,3	49,8	22,5	8,32	7,51	4,11	4,11	3,16	8,86	4,3	8,32	12,3
16	17,4	39,7	20,1	8,32	7,24	4,11	3,92	2,97	6,97	4,3	8,32	10,7
17	15,6	35	18,3	8,32	6,97	4,11	3,73	2,97	5,98	4,11	7,51	8,59
18	14,3	28,1	17,8	8,32	6,7	3,92	3,54	2,78	12,8	4,11	6,97	7,57
19	87,5	24,3	16,8	9,13	6,46	5,02	3,54	2,97	33,5	5,5	8,32	6,92
20	48,3	21,3	16,8	8,32	6,22	4,78	3,35	2,97	20,1	10,7	8,05	6,66
21	42,1	19,5	21,3	7,78	5,98	4,11	3,35	3,16	11	7,24	7,78	6,01
22	35,8	17,8	21,3	7,51	5,5	4,11	3,16	3,73	8,05	6,46	7,51	5,23
23	28,1	18,9	23,1	7,24	5,74	7,24	3,16	2,97	6,97	5,98	10,4	4,9
24	150	15,2	21,3	7,24	5,5	6,46	3,16	2,78	5,98	6,97	17,8	4,82
25	72,1	13,7	17,8	7,24	5,5	4,54	3,35	2,59	5,74	11	20,1	5,32
26	38,9	13,7	16,8	6,97	5,74	4,11	4,3	2,4	5,26	8,59	42,5	4,21
27	28,9	14,2	15,2	6,7	5,26	3,92	3,35	2,4	5,02	7,51	28,9	5,06
28	23,7	13,7	14,2	6,7	5,98	3,73	2,97	2,59	5,5	6,97	18,9	4,9
29	19,5		13,7	6,7	5,74	3,73	2,97	2,78	10,7	6,46	14,2	4,73
30	19,5		12,8	6,7	5,5	3,92	3,16	2,59	6,22	5,74	10,7	4,71
31	18,3		11,9		5,5		4,11	2,4		5,74		4,21

**Додаток В.15 – Щодобові значення витрат води (Q (м3\с) у верхньому створі р. Тиса - м. Рахів**

**Варіант 8**

число	Місяць											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	11,3	26,4	23	30,1	46	56,7	12,3	14	8,69	16,3	21,6	18,1
2	18,1	22,7	121	30,1	39,5	66	11,3	12,8	8,26	16,3	16,8	16,8
3	11,7	19,4	76,8	29,3	36,9	50,7	11,3	11,7	8,69	15,7	14,6	28,5
4	9,12	19,7	52,7	30,1	35,1	42,2	13,4	21,6	7,83	15,7	19,5	45,1
5	8,26	19,8	42,2	30,9	37,8	47,9	105	34,3	9,55	15,1	20,9	31,7
6	7,83	20,2	35,1	29,3	50,7	56,7	84,6	16,3	49,8	31,7	15,1	26
7	12,3	21,6	36	28,5	74,5	37,8	63,9	13,4	29,2	19,5	15,1	21,6
8	16,3	30,9	42,2	28,5	71,2	32,5	41	12,8	28,5	15,7	14,6	19,5
9	18,1	97,7	49,8	28,5	132	31,7	31,7	12,3	31,7	14,6	14,6	18,1
10	25,2	84,6	55,7	30,1	163	28,5	33,4	12,8	36,9	13,4	17,4	17,4
11	30,9	50,7	58,7	32,5	95,2	31,7	40,4	10,8	31,7	12,8	15,1	18,8
12	82,6	47,9	52,7	31,7	89,3	30,9	53,7	12,8	171	13,4	15,1	19,5
13	52,7	48,8	52,7	37,8	77,9	26,3	56,7	11,7	140	13,4	14	17,4
14	36	55,7	51,7	38,7	70,2	23,7	51,7	16,3	70,2	11,7	14	16,3
15	31,7	48,8	47,9	40,4	69,1	23	39,5	14	44,1	10,8	12,3	13,7
16	24,4	41,3	45,1	37,8	67	22,3	32,5	10,8	37,8	10,4	12,8	12,3
17	20,9	34,3	42,2	34,3	70,2	25,2	29,3	9,55	30,9	9,98	10,8	12,2
18	19,5	30,1	44,1	35,1	71,2	22,3	26	10,4	29,3	9,98	11,3	9,38
19	149	29,3	44,1	45,1	59,7	19,5	22,3	26,8	88,2	11,3	12,3	8,88
20	71,2	26,8	51,7	36,9	52,7	19,5	20,9	28,5	66	13,4	10,8	8,79
21	61,8	23,7	60,7	33,4	52,7	16,3	19,5	17,4	46,9	11,7	10,4	8,69
22	95,2	23,7	66	30,1	61,8	16,3	18,8	13,4	38,7	10,4	11,7	7,82
23	60,7	23,7	62,8	28,5	48,8	16,3	18,1	11,3	31,7	13,4	16,3	7,73
24	130	18,8	59,7	30,9	46,9	29,3	16,8	10,4	29,3	20,2	24,4	7,93
25	115	18,8	47,9	37,8	55,7	17,4	23,7	9,55	26	28,5	29,6	8,48
26	68,1	18,8	43,2	42,2	49,8	17,4	19,5	10,4	23,7	18,8	54,7	8,53
27	45,1	17,4	38,7	46	41,3	14,6	15,1	9,12	21,6	15,7	33,4	8,59
28	35,6	17,4	36,9	49,8	46	14	14	10,4	20,2	14	26	8,58
29	35,4		34,3	58,7	42,2	13,4	12,8	9,55	21,6	13,4	18,8	8,48
30	29,4		33,4	55,7	52,7	12,8	18,1	12,3	17,4	12,8	15,1	7,06
31	27,8		30,9		43,2		20,9	9,98		11,7		6,61

**Додаток В.16 – Щодобові значення витрат води (Q (м<sup>3</sup>/с) у нижньому створі р. Тиса - м. Хуст**

**Варіант 8**

числ о	Місяць											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	58,8	225,	175,	161,	199,	177,	56,9	81,2	46,8	70,9	58,7	149,
2	177,	241,	123,	158,	173,	213,	53,6	73,6	42,5	68,9	66,8	135,
3	317,	211,	901,	154,	158,	227,	54,2	66,6	38,6	62,5	71,7	200
4	190,	195,	607,	157,	149,	203,	50,8	45	39,8	60,5	64,3	345,
5	125,	174,	434,	155,	140,	166,	60,5	77	35,4	59,7	107,	387,
6	120,	166,	340,	155,	150,	169,	460,	105,	83,5	65,4	136,	262,
7	184	163,	281	150,	186,	180,	333,	70,3	127,	111,	108,	196,
8	325,	254,	269,	142,	270,	154,	301	64,7	70,2	93,7	99,1	152
9	308,	353	264,	135,	245	130	200,	62,8	47,1	71,7	114,	142,
10	303,	947	266,	136,	509,	120,	147,	56,8	71,1	65,1	132,	147,
11	279,	771,	298	150,	477,	106,	134,	50,2	136,	59,9	186,	144,
12	210,	456,	294,	156,	326,	101,	162,	49,4	150	55,6	146,	170,
13	803,	664,	265	176,	303,	114,	397,	67,1	439,	51,9	133,	184,
14	426,	452,	251,	175,	282,	103,	254,	55	455,	55,6	122,	159,
15	323,	498,	268	179,	260,	95,5	211,	60	271,	50	109,	144,
16	275	384,	253,	178,	238,	94,3	168,	68,2	196,	46,9	113	132,
17	231,	322,	234,	161,	237,	84,3	152,	62	153,	43	111,	120,
18	187,	279	227,	159,	248	94	132,	53,9	127,	43	105,	102,
19	200	233,	217,	162,	271,	104,	121,	49,7	77,8	21	98,3	90,8
20	966	221,	204,	188,	229,	97,1	105	43,4	300,	37,7	113,	84,8
21	492,	207,	222,	163,	196,	89,5	101,	85,9	202,	70,4	107	92,3
22	575,	202	286,	145,	184,	80,3	92,6	49,5	171,	58,1	99,2	88,3
23	628,	268,	307,	130,	190,	6,7	87,4	48,5	144,	43,5	79,8	87,3
24	768	283,	308,	128,	168,	50,7	79,4	49,7	124,	38	75,6	79,3
25	990,	208,	282,	126,	176,	94,9	49,7	44	116,	119,	87	75,8
26	966,	193,	242,	152,	200,	79,3	87,5	42,9	108,	173,	170,	72,1
27	381,	168,	229,	160,	190,	71,3	82,2	43,3	103,	127	331	63,4
28	348,	164,	210	174,	173,	67,4	68,1	46	97,6	91,5	229,	59,5
29	292		197,	188,	172,	60,6	63,8	43,4	63,3	69,5	191,	54,6
30	301,		188,	205,	158,	56,3	64,5	45,5	94,2	66,2	171,	54,5
31	245,		171,		174		61,7	45,5		60,5		48,9

**Додаток Г.1 – Середньорічні концентрації забруднюючих речовин та їх гранично допустимі концентрації ГДК за 2007-2017 роки у створі р. Латориця – м. Чоп.**

**Варіант 1**

роки	О <sub>2</sub> , мг/л	БСК <sub>5</sub> мг О <sub>2</sub> /л	Азот нитрит., мг/л	Азот аммон., мг/л	Нафтопродукти, мг/л	фосфат- іони, мг/л
2007	13,8	2,5	0,03	0,08	0,01	0,07
2008	12,5	3,8	0,03	0,07	0,01	0,06
2009	12,4	3,3	0,04	0,11	0,01	0,06
2010	10,2	3,3	0,05	0,15	0,01	0,05
2011	10,4	3	0,16	0,1	0,01	0,07
2012	9	3,4	0,13	0,1	0,01	0,1
2013	11,33	3,22	0,09	0,12	0,01	0,07
2014	11,23	3,42	0,08	0,14	0,01	0,08
2015	11,23	3,42	0,08	0,14	0,01	0,08
2016	11	3,31	0,08	0,17	0,01	0,06
2017	10,99	3,26	0,08	0,15	0,01	0,06
<b>ГДК</b>	<b>6</b>	<b>2,25</b>	<b>0,02</b>	<b>0,39</b>	<b>0,05</b>	<b>1</b>

Виділити дві вибірки, які розрізняються між собою ознаками: I клас «помірно забруднені» ( $1,0 < IЗВ < 2,5$ ) та II клас «чисті» ( $0,3 < IЗВ < 1,0$ ).

**Додаток Г.2 – Середньорічні концентрації забруднюючих речовин та їх гранично допустимі концентрації ГДК за 1995-2017 роки у створі р. Західний Буг – м. Кам'янка-Бузька.**

**Варіант 2**

роки	О <sub>2</sub> , мг/л	БСК <sub>5</sub> мг О <sub>2</sub> /л	Азот нитрит., мг/л	Азот аммон., мг/л	Залізо загальне, мг/дм <sup>3</sup>	фосфат- іони, мг/л
1995	6,71	10,58	0,05	4,40	0,15	0,00
1996	6,70	5,75	0,05	3,03	0,18	0,00
1997	9,28	8,83	0,10	3,89	0,20	0,00
1998	8,34	11,08	0,12	3,75	0,30	0,00
1999	8,47	8,10	0,20	2,98	0,23	0,00
2000	4,98	5,53	0,14	1,77	0,16	0,00
2001	8,36	6,80	0,12	1,99	0,27	0,00
2002	8,40	6,40	0,11	1,99	0,28	0,91
2003	8,34	5,88	0,06	1,69	0,22	1,09
2004	9,67	4,73	0,31	1,57	0,23	1,42
2005	8,35	5,93	0,45	2,74	0,46	1,24
2006	8,33	4,25	0,34	1,02	0,36	1,26
2007	9,15	3,75	0,15	2,99	0,32	1,50
2008	9,20	3,45	0,35	2,19	0,26	1,08
2009	5	4,7	0,6	3,03	0,37	1,15
2010	5,41	3,80	0,52	1,68	0,39	0,28
2011	7,88	3,94	0,47	2,48	0,47	0,45
2012	7,16	3,68	0,29	5,58	0,31	1,75
2013	6,32	3,77	0,68	2,58	0,27	1,17
2014	5,33	4,36	0,39	2,63	0,29	1,73
2015	5,79	4,16	0,40	2,88	0,24	1,38
2016	5,09	4,16	0,67	3,34	0,42	1,35
2017	5,91	4,98	1,18	4,59	0,33	1,55
<b>ГДК</b>	<b>6</b>	<b>2,25</b>	<b>0,02</b>	<b>0,39</b>	<b>0,1</b>	<b>1</b>

Виділити дві вибірки, які розрізняються між собою ознаками: I клас «забруднені та брудні» ( $2,5 < ІЗВ < 6,0$ ) і II клас «дуже брудні та надзвичайно брудні» ( $6,0 < ІЗВ > 10,0$ ).

**Додаток Г.3** – Середньорічні концентрації забруднюючих речовин та їх гранично допустимі концентрації ГДК за 1995-2017 роки у створі р. Західний Буг – Добротвірське водосховище.

**Варіант 3**

роки	О <sub>2</sub> , мг/л	БСК <sub>5</sub> мг О <sub>2</sub> /л	Азот нитрит., мг/л	Азот аммон., мг/л	Залізо загальне, мг/дм <sup>3</sup>	фосфат- іони, мг/л
1995	6,28	3,05	0,20	1,80	0,10	0,20
1996	7,05	4,60	0,40	2,08	0,10	0,10
1997	9,30	6,45	0,30	2,09	0,09	0,00
1998	9,13	6,30	0,30	1,83	0,15	0,00
1999	8,60	5,03	0,15	1,25	0,21	0,00
2000	5,64	3,65	0,12	1,09	0,17	0,50
2001	9,42	5,18	0,28	1,14	0,26	0,70
2002	9,20	4,98	0,27	1,14	0,23	0,80
2003	8,66	4,93	0,24	1,01	0,23	0,97
2004	8,46	5,20	0,19	1,90	0,44	1,20
2003	8,56	4,73	0,24	0,67	0,10	0,48
2006	7,53	3,10	0,23	0,48	0,22	0,21
2007	9,78	7,35	0,41	1,12	0,23	0,67
2008	8,98	3,83	0,48	1,55	0,2	0,87
2009	8,8	4,4	0,23	0,65	0,13	1,30
2010	6,57	4,53	0,24	0,71	0,30	0,25
2011	7,74	3,22	0,16	0,87	0,44	0,33
2012	8,74	3,52	0,36	0,90	0,35	0,50
2013	7,56	3,55	0,45	1,47	0,21	0,98
2014	5,69	4,11	0,36	1,06	0,22	1,38
2015	7,23	3,97	0,48	1,51	0,18	1,39
2016	8,98	4,83	0,50	1,70	0,27	0,99
2017	8,56	4,55	0,46	1,76	0,29	0,98
<b>ГДК</b>	<b>6</b>	<b>2,25</b>	<b>0,02</b>	<b>0,39</b>	<b>0,1</b>	<b>1</b>

Виділити дві вибірки, які розрізняються між собою ознаками: I клас «забруднені» ( $2,5 < ІЗВ < 4,0$ ) і II клас «брудні» ( $4,0 < ІЗВ < 6,0$ ).



**Додаток Г.4 – Середньорічні концентрації забруднюючих речовин та їх гранично допустимі концентрації ГДК за 1990-2014 роки у створі р. Кривий Торець – м. Дружківка (ІЗВ стандартний)**

**Варіант 4**

роки	О <sub>2</sub> , мг/л	БСК <sub>5</sub> мг О <sub>2</sub> /л	Азот нітритний , мг N/дм <sup>3</sup>	Азот амонійний , мг N/дм <sup>3</sup>	Нафтопро -дукти, мг/дм <sup>3</sup>	Феноли , мг/дм <sup>3</sup>
1990	10,691	4,991	0,233	2,196	0,507	0,002
1991	9,313	3,565	0,231	2,183	0,618	0,004
1992	9,748	4,803	0,297	2,34	0,293	0,003
1993	9,798	4,312	0,241	2,188	0,308	0,002
1994	10,555	3,7225	0,168	1,615	0,296	0,001
1995	9,77	3,958	0,16	1,334	0,502	0,002
1996	9,37	2,223	0,147	1,051	0,234	0,003
1997	8,326	26,843	0,188	1,16	0,25	0,001
1998	9,952	4,858	0,1824	0,888	0,382	0,0024
1999	8,883	3,236	0,184	0,799	0,259	0,001
2000	9,481	2,613	0,144	0,683	0,211	0
2001	8,567	3,57	0,154	0,586	0,09	0,001
2002	9,063	2,640	0,161	0,526	0,064	0,002
2003	9,674	2,621	0,135	1,704	0,041	0,002
2004	8,062	2,753	0,17	0,547	0,0323	0,001
2005	9,959	2,593	0,159	0,877	0,056	0,001
2006	10,333	2,514	0,219	0,823	0,044	0,001
2007	10,573	3,786	0,221	0,319	0,054	0,001
2008	9,923	4,004	0,264	0,704	0,06	0,001
2009	11,089	4,404	0,207	0,831	0,049	0,001
2010	11,121	3,82	0,266	1,203	0,094	0,001
2011	10,076	4,034	0,39	0,733	0,09	0,002
2012	9,083	4,223	0,344	1,361	0,084	0,002
2013	10,232	2,648	0,457	1,074	0,068	0,0024
2014	8,7	2,3	0,24	0,85	0	0,001
<b>ГДК</b>	<b>6</b>	<b>2,25</b>	<b>0,02</b>	<b>0,39</b>	<b>0,05</b>	<b>0,001</b>

Виділити дві вибірки, які розрізняються між собою ознаками: I клас «забруднені» ( $2,5 < \text{ІЗВ} < 4,0$ ) і II клас «брудні» ( $4,0 < \text{ІЗВ} < 6,0$ ).

**Додаток Г.5 – Середньорічні концентрації забруднюючих речовин та їх гранично допустимі концентрації ГДК за 1990-2014 роки у створі р. Кривий Торець – м. Дружківка (ІЗВ модифікований).**

**Варіант 5**

роки	О <sub>2</sub> , мг/л	БСК <sub>5</sub> мг О <sub>2</sub> /л	Сульфати, мг/дм <sup>3</sup>	Мідь, мг/дм <sup>3</sup>	Цинк, мг/дм <sup>3</sup>	Хром 6+, мг/дм <sup>3</sup>
1990	10,69	4,99	582,10	0,0200	0,1050	0,00
1991	9,21	3,41	588,71	0,0296	0,1497	0,00
1992	9,75	4,80	582,43	0,0125	0,1404	0,00
1993	9,80	4,31	706,57	0,0166	0,2108	0,01
1994	10,56	3,72	671,00	0,0075	0,2725	0,01
1995	9,05	3,96	605,40	0,0032	0,1293	0,02
1996	9,37	2,22	487,29	0,0093	0,0760	0,01
1997	8,33	2,86	616,57	0,0275	0,0794	0,01
1998	9,95	4,86	622,80	0,0139	0,0988	0,01
1999	8,88	3,24	653,43	0,0060	0,0437	0,01
2000	8,48	3,31	718,04	0,0048	0,0421	0,01
2001	8,57	3,57	691,00	0,0054	0,0469	0,01
2002	9,06	2,64	693,44	0,0026	0,0321	0,01
2003	8,67	2,72	643,10	0,0047	0,0662	0,01
2004	8,06	2,75	635,25	0,0058	0,0813	0,01
2005	9,96	2,59	787,13	0,0084	0,0446	0,01
2006	10,33	2,51	833,60	0,0048	0,0354	0,01
2007	10,57	3,79	761,43	0,0034	0,0263	0,01
2008	9,92	4,00	741,04	0,0108	0,0367	0,01
2009	11,09	4,40	842,50	0,0115	0,0424	0,01
2010	11,12	3,82	817,29	0,0081	0,0343	0,01
2011	10,08	4,03	836,66	0,0060	0,0370	0,01
2012	9,08	4,22	763,69	0,0061	0,0420	0,01
2013	10,23	2,65	566,26	0,0080	0,0493	0,02
2014	8,70	2,30	533,60	0,0152	0,0170	0,01
<b>ГДК</b>	<b>6</b>	<b>2,25</b>	<b>100</b>	<b>0,001</b>	<b>0,01</b>	<b>0,001</b>

Виділити дві вибірки, які розрізняються між собою ознаками: I клас «дуже брудні» ( $6,0 < \text{ІЗВ} < 10,0$ ) і II клас «брудні» ( $4,0 < \text{ІЗВ} < 6,0$ ).

**Додаток Г.6 – Середньорічні концентрації забруднюючих речовин та їх гранично допустимі концентрації ГДК за 1990-2014 роки у створі р. Уди – 9 км нижче м. Харків.**

**Варіант 6**

роки	Кисень , мг O <sub>2</sub> /дм <sup>3</sup>	БСК <sub>5</sub> , мг O <sub>2</sub> /дм <sup>3</sup>	Феноли, мг/дм <sup>3</sup>	Нафтопро дукти, мг/дм <sup>3</sup>	Азот амонійний , мг N/дм <sup>3</sup>	Азот нітритний , мг N/дм <sup>3</sup>
1990	10,691	4,991	0,002	0,507	2,196	0,233
1991	9,313	3,565	0,005	0,548	2,213	0,231
1992	9,748	4,103	0,003	0,293	2,24	0,297
1993	9,798	4,312	0,002	0,308	2,188	0,241
1994	10,555	3,7225	0,001	0,29625	1,615	0,168375
1995	9,77	3,958	0,002	0,502	1,334	0,16
1996	9,37	2,223	0,003	0,234	1,051	0,147
1997	8,326	26,843	0,001	0,25	1,16	0,188
1998	9,952	4,858	0,0024	0,382	0,888	0,1824
1999	8,883	3,236	0,001	0,259	0,799	0,184
2000	9,481	2,613	0	0,211	0,683	0,144
2001	8,567	3,57	0,001	0,12	0,586	0,158
2002	9,063	2,640	0,002	0,024	0,526	0,161
2003	9,674	2,621	0,002	0,041	1,704	0,145
2004	8,062	2,753	0,001	0,033	0,547	0,17
2005	9,959	2,593	0,001	0,056	0,877	0,159
2006	10,333	2,514	0,001	0,044	0,823	0,219
2007	10,573	3,786	0,001	0,054	0,319	0,221
2008	9,923	4,004	0,001	0,06	0,704	0,264
2009	11,089	4,404	0,001	0,049	0,831	0,207
2010	11,121	3,82	0,001	0,094	1,203	0,266
2011	10,076	4,034	0,002	0,08	0,733	0,49
2012	9,083	4,223	0,002	0,084	1,361	0,344
2013	10,232	2,648	0,0024	0,068	1,074	0,457
2014	8,7	2,3	0,001	0	0,85	0,24
<b>ГДК</b>	<b>6</b>	<b>2</b>	<b>0,001</b>	<b>0,05</b>	<b>0,39</b>	<b>0,02</b>

Виділити дві вибірки, які розрізняються між собою ознаками: I клас «дуже брудні» (6,0 < ІЗВ < 10,0) і II клас «брудні» (4,0 < ІЗВ < 6,0)

**Додаток Г.7 – Середньорічні концентрації забруднюючих речовин та їх гранично допустимі концентрації ГДК за 1990-2014 роки у створі р. Казений Торець – 1 км вище м. Слов'янськ.**

**Варіант 7**

Роки	Азот амонійний, мг N/дм <sup>3</sup>	Азот нітритний, мг N/дм <sup>3</sup>	Кисень, мг O <sub>2</sub> /дм <sup>3</sup>	БСК <sub>5</sub> , мг O <sub>2</sub> /дм <sup>3</sup>	Феноли, мг/дм <sup>3</sup>	Нафтопродукти, мг/дм <sup>3</sup>
1990	1,576923	0,268231	11,61	5,847692	0,000385	0,306923
1991	0,82875	0,114875	9,7605	4,239231	0,002231	0,503077
1992	1,961111	0,234778	9,742222	4,502222	0,001111	0,646667
1993	1,955833	0,242	9,87	4,024167	0,001833	0,299167
1994	1,4575	0,17375	9,92375	4,87	0,000875	0,32
1995	0,912222	0,207889	7,965556	3,264	0,001	0,296
1996	0,84	0,114	9,367143	3,564286	0,001429	0,277143
1997	2,63	0,162	8,388571	2,324286	0,000286	0,165714
1998	0,666	0,1686	8,446	4,514	0,0008	0,264
1999	0,675714	0,178714	9,26	2,545714	0,000143	0,108571
2000	0,58	0,145571	8,522857	2,514286	0	0,124286
2001	0,39	0,140857	7,48	3,481429	0,000286	
2002	0,488571	0,129714	8,295714	3,225714	0,000571	
2003	1,28	0,084429	9,014286	2,718571	0,000714	0,067143
2004	0,48	0,111833	8,545	2,963333	0,000833	0,036667
2005	0,424286	0,109429	10,31	2,198571	0	0,057143
2006	0,557143	0,163	9,818571	2,9	0,001	0,038571
2007	0,224286	0,237571	11,54429	3,955714	0,001	0,038571
2008	0,638571	0,182857	9,975714	4,061429	0,001	0,052857
2009	0,765714	0,193471	11,96286	4,328571	0,000571	0,032857
2010	0,702857	0,183	11,21143	3,12	0,000143	0,05
2011	0,532857	0,172571	10,57429	3,808571	0,0005	0,038333
2012	0,801286	0,179143	11,16286	3,682857	0,000571	0,061429
2013	1,066	0,5198	10,526	2,246	0,0006	0,044
2014	0,81	0,048	9	0,9	0	0,01
<b>ГДК</b>	<b>0,39</b>	<b>0,02</b>	<b>6</b>	<b>2</b>	<b>0,001</b>	<b>0,05</b>

Виділити дві вибірки, які розрізняються між собою ознаками: I клас «брудні» ( $3,0 < ІЗВ < 6,0$ ) і II клас «помірно забруднені» ( $0,9 < ІЗВ < 2,0$ )

**Додаток Г.8 – Середньорічні концентрації забруднюючих речовин та їх гранично допустимі концентрації ГДК за 1990-2014 роки у створі р. Казений Торець – 3 км нижче м. Слов'янськ.**

**Варіант 8**

Роки	Азот амонійний, мг N/дм <sup>3</sup>	Азот нітритний, мг N/дм <sup>3</sup>	Кисень, мг O <sub>2</sub> /дм <sup>3</sup>	БСК <sub>5</sub> , мг O <sub>2</sub> /дм <sup>3</sup>	Феноли, мг/дм <sup>3</sup>	Нафтопродукти, мг/дм <sup>3</sup>
1990	1,255833	0,167667	11,10143	4,531667	0,000167	0,254167
1991	3,12	0,265357	9,689048	3,481538	0,001231	0,461538
1992	1,93	0,211222	9,936667	4,973333	0,000778	0,326667
1993	1,788333	0,199	9,5625	3,6325	0,001333	0,294167
1994	1,44625	0,205375	9,795	4,91125	0,001375	0,305
1995	0,967	0,1958	8,646	4,098333	0,000833	0,338333
1996	1,005714	0,156714	7,868571	3,457143	0,000857	0,231429
1997	1,264286	0,179571	8,27	3,214286	0,000143	0,125714
1998	0,776	0,196	8,122	3,506	0,0002	0,178
1999	0,667143	0,182	10,33286	3,251429	0,000286	0,102857
2000	0,792857	0,153	9,311429	3,072857	0	0,097143
2001	0,792857	0,153	9,311429	3,072857	0	0,097143
2002	0,417143	0,149286	9,671429	2,9	0,001429	
2003	1,444286	0,105429	9,79	2,63	0,001714	0,07
2004	0,49	0,1185	7,465	1,961667	0,001167	0,046667
2005	0,444286	0,127571	10,86571	2,087143	0,001286	0,065714
2006	0,664286	0,164857	9,878571	2,644286	0,001286	0,065714
2007	0,248571	0,181143	11,12857	4,194286	0,001	0,088571
2008	0,624286	0,170714	10,29714	3,825714	0,001	0,078571
2009	0,745714	0,271714	12,14286	5,051429	0,001857	0,054286
2010	0,690286	0,146143	11,82857	3,567143	0,001571	0,094286
2011	0,38	0,397143	10,74	3,634286	0,001571	0,092857
2012	0,735714	0,198571	12,74	4,51	0,002286	0,081429
2013	0,466	0,2674	10,586	2,242	0,0024	0,108
2014	0,84	0,064	11	3	0,001	0
<b>ГДК</b>	<b>0,39</b>	<b>0,02</b>	<b>6</b>	<b>2</b>	<b>0,001</b>	<b>0,05</b>

Виділити дві вибірки, які розрізняються між собою ознаками: I клас «брудні» (3,0 < ІЗВ < 6,0) і II клас «помірно забруднені» (0,9 < ІЗВ < 2,0)