
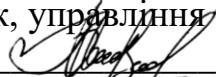


МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Одеський державний екологічний університет

ЗАТВЕРДЖЕНО

на засіданні групи забезпечення спеціальності 122 Комп'ютерні науки від «17» 02.2023 року протокол № 12
Голова групи  (Жузніченко С.Д.)

УЗГОДЖЕНО

ТВО декана факультету комп'ютерних наук, управління та адміністрування  (Бучинська І.В.)

СИЛЛАБУС

навчальної дисципліни

Чисельні методи

(назва навчальної дисципліни)

122 Комп'ютерні науки

(шифр та назва спеціальності)

Комп'ютерні науки

(назва освітньої програми)

бакалавр

(рівень вищої освіти)

Денна

(форма навчання)

2

(рік навчання)

3

(семестр навчання)

4 / 120

(кількість кредитів ЄКТС/годин)

залік

(форма контролю)

Інформаційних технологій

(кафедра)

Одеса, 2022 р.

Автори: Вохменцева Т.Б., ст.викладач
(прізвище, ініціали, посада, науковий ступінь, вчена звання)

(прізвище, ініціали, посада, науковий ступінь, вчена звання)

Поточна редакція розглянута на засіданні кафедри інформаційних технологій від « 18» серпня _____ 2022 року, протокол № 1.

Викладачі: Лекційний модуль: Вохменцева Т.Б., ст.викладач
(вид навчального заняття: прізвище, ініціали, посада, науковий ступінь, вчена звання)

Практичний модуль: Вохменцева Т.Б., ст.викладач
(вид навчального заняття: прізвище, ініціали, посада, науковий ступінь, вчена звання)

Перелік попередніх редакцій

Прізвища та ініціали авторів	Дата, № протоколу	Дата набуття чинності

1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Мета	Формування у студентів теоретичних знань для розгляду різноманітних проблем та побудови відповідних математичних моделей, засвоєння основних обчислювальних методів розв'язування цих моделей та аналіз отриманих результатів.
Компетентності	<p>ЗК1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу</p> <p>ЗК10. Здатність бути критичним і самокритичним</p> <p>СК4. Здатність використовувати сучасні методи математичного моделювання об'єктів, процесів і явищ, розробляти моделі й алгоритми чисельного розв'язування задач математичного моделювання, враховувати похибки наближеного чисельного розв'язування професійних задач.</p>
Результат навчання	<p>ПР1. Застосовувати знання основних форм і законів абстрактно-логічного мислення, основ методології наукового пізнання, форм і методів вилучення, аналізу, обробки та синтезу інформації в предметній області комп'ютерних наук</p> <p>ПР6. Використовувати методи чисельного диференціювання та інтегрування функцій, розв'язання звичайних диференціальних та інтегральних рівнянь, особливостей чисельних методів та можливостей їх адаптації до інженерних задач, мати навички програмної реалізації чисельних методів.</p>
Базові знання	<ol style="list-style-type: none"> 1. Правила наближених обчислень, аналіз похибок, оцінка алгоритмів 2. Інтерполяція та апроксимація функцій 3. Чисельне диференціювання та інтегрування 4. Чисельне розв'язання диференціальних рівнянь та крайових задач 5. Чисельне розв'язання нелінійних рівнянь 6. Методи чисельного розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь
Базові вміння	<ol style="list-style-type: none"> 1. Використовувати чисельні методи для розв'язання інженерних задач. 2. Розробка нових математичних методів, ефективних алгоритмів і методів реалізації функцій інформаційних систем і технологій в прикладних областях.

Базові навички	1. Знання теоретичних особливостей чисельних методів, можливостей їх адаптації до інженерних задач 2. Уміння використовувати чисельні методи під час розв'язання прикладних задач.
Пов'язані силлабуси	Немає
Попередня дисципліна	Математичні методи дослідження операцій
Наступна дисципліна	Комп'ютерна графіка
Кількість годин	лекції: 15 практичні заняття: - лабораторні заняття: 30 семінарські заняття: - самостійна робота студента

2. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

2.1. Лекційні модулі

Код	Назва модуля та тем	Кількість годин	
		аудиторні	СРС
ЗМ-Л1	Вступ до чисельних методів. Методи наближення функцій.		
	• Етапи розв'язування прикладних задач за допомогою чисельних методів. Джерела виникнення помилок. Загальна помилка розв'язування задач обчислювальними методами.	1	2
	• Правила наближених обчислень при додаванні, відніманні, множенні та діленні наближених чисел. Помилка при обчисленні функції однієї та багатьох змінних.	1	2
	• Задача інтерполяції функцій. Інтерполяційний багаточлен Лагранжа	1	2
	• Кінцеві різниці і їхні властивості. Зв'язок кінцевих різниць із похідними. Перша і друга інтерполяційні формули Ньютона. Порівняльний аналіз інтерполяційних багаточленів.	1	2
• Сплайн-інтерполяція. Задача апроксимації функцій. Метод найменших квадратів. Лінійна та квадратична регресія. Інші види рівнянь регресії.	1	2	
ЗМ-Л2	Методи розв'язання диференціальних та інтегральних рівнянь. Методи математичної фізики.		
	• Постановка задачі. Найпростіші квадратурні формули. Інтерполяційне квадратурне правило. Квадратурні формули Ньютона-Котеса, оцінка помилок. Квадратурні формули Гауса.	1	2
	• Задача Коші для диференціального рівняння першого порядку. Метод Ейлера, модифікований метод Ейлера.	1	2
	• Методи Рунге-Кутта розв'язування задачі Коші для диференціального рівняння першого порядку та систем диференціальних рівнянь першого порядку.	1	1

	<ul style="list-style-type: none"> • Задача Коші для диференціального рівняння другого порядку. Метод кінцевих різниць. Одержання кінцево-різницевої формул. Розв'язання крайових задач для рівнянь математичної фізики 	1	1
	<p>Чисельні методи лінійної та нелінійної алгебри.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Постановка задачі. Відділення коренів рівняння. Умови відділення коренів. Графічний метод відділення коренів рівняння. Метод перебору. 	1	2
	<ul style="list-style-type: none"> • Методи розв'язування нелінійних рівнянь: метод половинного ділення, метод хорд, метод дотичних (Ньютона), метод простої ітерації. Помилки методів. 	1	1
	<ul style="list-style-type: none"> • Метод Гауса розв'язування систем лінійних рівнянь. Модифікація методу Гауса з вибором головного елемента. Застосування методу Гауса до обчислення визначника матриці та до обчислення оберненої матриці. 	1	2
	<ul style="list-style-type: none"> • Застосування методу простої ітерації до розв'язування систем лінійних рівнянь. Метод Зейделя розв'язування систем. 	1	1
	<ul style="list-style-type: none"> • Метод скалярних добутків знаходження максимального власного значення симетричної матриці. Метод скалярних добутків із вичерпанням розв'язування повної проблеми власних значень і власних векторів симетричної матриці. 		
Разом:		15	25

Консультації:

Вохменцева Тетяна Борисівна, четвер, ауд. 330 НЛК № 1.

Додаткова контактна інформація: buchinskayaira@gmail.com.

2.2. Практичний модуль

Код	Назва модуля та тем	Кількість годин	
		аудиторні	СРС
ЗМ-П1	Вступ до чисельних методів. Методи наближення функцій.		
	• Робота із системою MATLAB у режимі прямих обчислень. Запис арифметичних виразів	4	6
	• Дії над наближеними числами. Оцінка похибок результату	4	8
	• Інтерполяція та апроксимація функцій	4	8
ЗМ-П2	Методи розв'язання диференціальних та інтегральних рівнянь. Методи математичної фізики. Чисельні методи лінійної та нелінійної алгебри.	4	6
	• Наближені методи розв'язання диференціальних рівнянь та їх систем у середовищі MS EXCEL	4	6
	• Наближені методи розв'язання диференціальних рівнянь та їх систем у середовищі MATLAB	4	6
	• Наближені методи розв'язання диференціальних рівнянь у частинних похідних	6	10
	• Розв'язання нелінійних рівнянь. Нулі та екстремуми функцій. Розв'язання деяких задач лінійної алгебри.		
Разом:		30	50

Лабораторні роботи проводяться в комп'ютерних класах кафедри інформаційних технологій (ауд. 319, 324, 327, 328, 329). Під час проведення лабораторних робіт використовується наступне програмне забезпечення: ПК з ОС Windows, середовище MS Word, MS Excel, середовище MATLAB.

Консультації:

Вохменцева Тетяна Борисівна, четвер, ауд. 330 НЛК № 1.

Додаткова контактна інформація: buchinskayaira@gmail.com.

2.3. Самостійна робота студента та контрольні заходи

Код модуля	Завдання на СРС та контрольні заходи	Кількість годин	Строк проведення
ЗМ-Л1	<ul style="list-style-type: none"> Підготовка до лекційних занять Підготовка до модульної контрольної роботи № 1 Модульна контрольна робота № 1 (обов'язкова) 	10	1-5 тижні 1-5 тижні 5 тиждень
ЗМ-Л2	<ul style="list-style-type: none"> Підготовка до лекційних занять Підготовка до модульної контрольної роботи № 2 Модульна контрольна робота № 2 (обов'язкова) 	15	6-15 тижні 6-15 тижні 15 тиждень
ЗМ-П1	<ul style="list-style-type: none"> підготовка до усного опитування напередодні відповідної лабораторної роботи (обов'язкове) підготовка до захисту звіту з лабораторних робіт(обов'язковий) 	6 16	1-6 тижні
ЗМ-П2	<ul style="list-style-type: none"> підготовка до усного опитування напередодні відповідної лабораторної роботи (обов'язкове) підготовка до захисту звіту з лабораторних робіт(обов'язковий) 	8 20	7-15 тижні
	Підготовка до залікової контрольної роботи	5	15 тиждень
	Разом:	75	

2.3.1 Методика проведення та оцінювання контрольного заходу для ЗМ-Л1.

Контроль проводиться після вивчення лекційного матеріалу модуля ЗМ-Л1 в формі письмової модульної контрольної роботи МКР-1 тестового типу в якій студенти відповідають на 20 запитань. Результати роботи оформлюються на окремому аркуші. Час, що виділяється на виконання МКР-1 визначається при видачі завдання і не перевищує 1 академічної години.

Максимальна оцінка за контрольну роботу складає 20 балів або 1 бал за одну правильну відповідь.

2.3.2 Методика проведення та оцінювання контрольного заходу для ЗМ-Л2.

Контроль проводиться після вивчення лекційного матеріалу модуля ЗМ-Л2 в формі письмової модульної контрольної роботи МКР-2 тестового типу в

якій студенти відповідають на 30 запитань. Результати роботи оформлюються на окремому аркуші. Час, що виділяється на виконання МКР-2 визначається при видачі завдання і не перевищує 1 академічної години.

Максимальна оцінка за контрольну роботу складає 30 балів або 1 бал за одну правильну відповідь.

2.3.3. Методика підсумкового оцінювання контрольних заходів для всіх лекційних модулів.

Підсумкова оцінка за всі лекційні модулі дорівнює сумі набраних балів за лекційні модулі ЗМ-Л1, ЗМ-Л2, яка не може перевищувати 50 балів.

2.3.4 Методика проведення та оцінювання контрольного заходу для ЗМ-П1.

За весь практичний модуль встановлена максимальна оцінка 21 бал. За кожну з трьох лабораторних робіт встановлена максимальна оцінка 7 балів.

Контроль по кожній лабораторній роботі проводиться в формі:

- *усного опитування* при підготовці до кожної лабораторної роботи з метою допуску до її виконання (кількість запитань – до 3, максимальна кількість балів – 3),

- *захисту результатів* лабораторної роботи наведених у звіті до лабораторної роботи (кількість запитань залежить від ходу виконання студентом роботи і якості звіту, максимальна кількість балів – 4).

Для кожної лабораторної роботи, якщо студент за *усне опитування* одержав 1 і менше балів він не допускається до виконання роботи, а якщо більше – допускається.

Для кожної лабораторної роботи при *захисті результатів* студент може одержати від 1 до 4 балів.

Підсумковою оцінкою за кожну лабораторну роботу буде сума балів за

усне опитування і захист результатів.

Підсумковою оцінкою за весь практичний модуль буде сума балів за 3 лабораторні роботи.

2.3.5 Методика проведення та оцінювання контрольного заходу для ЗМ-П2.

За весь практичний модуль встановлена максимальна оцінка 29 балів. За 4,5,6 лабораторні роботи встановлена максимальна оцінка 7 балів, за 7 лабораторну роботу 8 балів.

Контроль по кожній лабораторній роботі проводиться в формі:

2.3.5.1 *усного опитування* при підготовці до 4, 5, 6 лабораторної роботи з метою допуску до її виконання (кількість запитань – до 3, максимальна кількість балів – 3),

2.3.5.2 *захисту результатів* лабораторної роботи наведених у звіті

до лабораторної роботи (кількість запитань залежить від ходу виконання студентом роботи і якості звіту, максимальна кількість балів – 4).

2.3.5.3 *усного опитування* при підготовці до 7 лабораторної роботи з метою допуску до її виконання (кількість запитань – до 3, максимальна кількість балів – 4),

2.3.5.4 *захисту результатів* лабораторної роботи наведених у звіті до лабораторної роботи (кількість запитань залежить від ходу виконання студентом роботи і якості звіту, максимальна кількість балів – 4).

Для кожної лабораторної роботи, якщо студент за *усне опитування* одержав 1 і менше балів він не допускається до виконання роботи, а якщо більше – допускається.

Для кожної лабораторної роботи при *захисті результатів* студент може одержати від 1 до 4 балів.

Підсумковою оцінкою за кожну лабораторну роботу буде сума балів за *усне опитування* і *захист результатів*.

Підсумковою оцінкою за весь практичний модуль буде сума балів за 4 лабораторні роботи.

2.3.6 Методика оцінювання за всіма змістовними модулями.

Підсумковою оцінкою за всіма змістовними модулями (ОЗ) буде сума балів за лекційні модулі і за практичний модуль.

2.3.7 Методика проведення та оцінювання підсумкового контрольного заходу.

Підсумковий контрольний захід проводиться у формі залікової контрольної роботи (ЗКР) тестового типу в якій студенти відповідають на 20 запитань. Результати роботи оформлюються на окремому аркуші. Час, що виділяється на виконання залікової контрольної роботи визначається при видачі завдання і не перевищує 1 академічної години.

Максимальна оцінка за залікову контрольну роботу (ОЗКР) складає 100 балів. Оцінка еквівалентна відсотку правильних відповідей на запитання.

2.3.8 Методика підсумкового оцінювання за дисципліну.

Умови допуску студента до заліку:

- більше 25 балів з теоретичної частини та
- більше 25 балів з практичної частини

Сума балів, яку одержав студент за лекційні модулі, за практичний модуль і за залікову контрольну роботу формують інтегральну оцінку студента з навчальної дисципліни. Інтегральна оцінка (В) за дисципліну розраховується за формулою:

$$B = 0,75 \times OZ + 0,25 \times OZKP,$$

де ОЗ – кількісна оцінка у % (від максимально можливої в 100 балів) за всіма змістовними модулями, ОЗКР – кількісна оцінка у % (від максимально можливої в 100 балів) залікової контрольної роботи.

Інтегральна оцінка (В) за дисципліну за всіма системами оцінювання наведена у наступній таблиці:

Визначення	За системою університету (у відсотках)	За національною системою	За шкалою ECTS
відмінне виконання лише з незначною кількістю помилок	90 – 100	зараховано	A
вище середнього рівня з кількома помилками	82 – 89,9		B
В загальному правильна робота з певною кількістю грубих помилок	74 – 81,9		C
непогано, але зі значною кількістю помилок	64 – 73,9		D
виконання задовольняє мінімальні критерії	60 – 63,9		E
з можливістю перескладання	35 – 59,9	не зараховано	FX
з обов'язковим повторним курсом навчання	1 – 34,9		F

При цьому позитивна інтегральна оцінка з дисципліни (зараховано) одержується студентом за наступних умов:

- студент не має наприкінці семестру заборгованості з дисципліни,
- студент має на останній день семестру підсумкову суму балів поточногоконтролю достатню для одержання позитивної оцінки ($OZ \geq 60\%$),
- студент має $OZKР \geq 50\%$ від максимально можливої суми балів за залікову контрольну роботу.

3. РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ

Рекомендується наступний порядок вивчення дисципліни „Чисельні методи”:

– зміст кожної теми курсу вивчається за допомогою навчальної та методичної літератури, що наведена в списку;

– після засвоєння змісту кожної теми курсу потрібно відповісти на „запитання самоперевірки”, що наведені у даних методичних вказівках і відповідній літературі;

– якщо виникли питання при вивченні теоретичного матеріалу або при виконанні лабораторних робіт, то потрібно звернутись до викладача, який читав лекції та проводив лабораторні роботи.

3.1. Модуль ЗМ-Л1 Вступ до чисельних методів. Методи наближення функцій

3.1.1. Повчання

Розділи модуля ЗМ-Л1 формують у студентів уявлення про джерела виникнення помилок при проведенні обчислень, похибки обчислень, їх знаходження та аналіз, інтерполяцію та апроксимацію функцій.

3.1.2. Питання для самоперевірки

Запитання, що входять до тестів до модуля ЗМ-Л1 і являють собою необхідний мінімум знань, який потрібний для засвоєння дисципліни „Чисельні методи”, наведені нижче:

1. Що називається абсолютною похибкою наближеного числа? [2, с.15]*
2. Що називається відносною похибкою наближеного числа? [2, с.15]*
3. Як визначити абсолютну похибку наближеного числа, якщо в ньому відома кількість вірних знаків після коми? [2, с.16]
4. Як обчислити похибку при додаванні і відніманні наближених чисел? [2, с.16] *
5. Як обчислити похибку при множенні й діленні наближених чисел? [2,с.16]*
6. Як знайти похибку обчислення значення функції [2, с.17-18] *¹
7. У чому полягає задача інтерполяції? [2, с.25]
8. Яким умовам повинна задовольняти інтерполююча функція? [2, с.25]
9. У чому полягає метод Лагранжа? [2, с.25-26]*
10. У чому полягає метод Ньютона? [2, с.26-27]
11. Як обчислюються кінцеві різниці?
12. Як змінюються кінцеві різниці при збільшенні порядку? *
13. Як визначається похибка інтерполяції? *
14. В чому полягає задача апроксимації? [2, с.31] *14. Які види апроксимації вам відомі? [1, с. 52-55]
15. В чому полягає метод найменших квадратів? [2, с.31-32]

3.2. Модуль ЗМ-Л2 „ Методи розв’язання диференціальних та інтегральних рівнянь. Методи математичної фізики. Чисельні методи лінійної та нелінійної алгебри ”

3.2.1. Повчання

Розділи модуля ЗМ-Л2 формують у студентів уявлення про чисельне диференціювання та інтегрування функцій, розв’язання диференціальних рівнянь та їх систем, розв’язання крайових задач, про чисельні методи

¹ * - Зірочкою виділені питання для самоперевірки базових результатів навчання - знань, вмінь, навичок

розв'язання нелінійних рівнянь та систем, методи розв'язання СЛАР.

При вивченні цих розділів необхідно звернути увагу на вибір чисельних методів для конкретної задачі та оцінку похибки метода.

3.2.2. Питання для самоперевірки

Запитання, що входять до тестів до модуля ЗМ-Л2 і являють собою необхідний мінімум знань, який потрібний для засвоєння дисципліни „Чисельні методи”, наведені нижче:

1. Що називається звичайним диференціальним рівнянням? [2, с.36] *
2. Що є розв'язком звичайного диференціального рівняння? [2, с.36]
3. Що називається задачею Коші для диференціального рівняння? [2, с.36]
4. Що є розв'язком задачі Коші? [2, с.37] *
5. У якому вигляді будується наближений розв'язок задачі Коші? [2, с.37] *
6. Якою величиною визначається похибка різних методів розв'язку задачі Коші? *
7. Чим відрізняється модифікований метод Ейлера від звичайного методу Ейлера? [2, с.37-39] *
8. У чому полягає метод Рунге-Кутта? [2, с.39] *
9. Постановка задач для рівнянь у частинних похідних. [2, с.63] *
10. Які умови називаються початковими умовами, а які - граничними? [2, с.64]
11. Які умови задаються для еліптичних рівнянь?
12. На які класи підносять ці умови? [2, с.64]
13. Метод кінцевих різниць розв'язання крайових задач. [1, с. 85-86] *
13. Метод кінцевих різниць розв'язання рівнянь параболічного типу. [1, с. 92-97]
14. Метод кінцевих різниць розв'язання рівнянь гіперболічного типу. [1, с.97-102]
15. Ітераційний метод розв'язання крайових задач. [1, с. 91-92]
16. Відділення кореня рівняння. Умова відділення кореня. [2, с.31]
17. Графічний метод відділення кореня. [3, с.169-170] *
18. Наведіть характеристику методу дихотомії (половинного ділення) [3, с.170-172]
19. Наведіть характеристику методу простої ітерації [3, с.172-178]
20. Наведіть характеристику методу Ньютона (дотичних) [3, с.178-188] *
21. Наведіть характеристику методу хорд (січних) [3, с.188-192]
22. Методи розв'язання систем нелінійних рівнянь [3, с.201-208]
23. Що називається визначником матриці? [3, с.26-30] *

24. Що називається рангом матриці? [3, с.26-30] *
25. Назвіть відомі вам методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. [3, с.30]
26. У чому полягає метод Гауса? [3, с.30-35] *
27. У чому полягає метод простої ітерації розв'язання СЛАР? [3, с.84-87]
28. У чому полягає метод Зейделя розв'язання СЛАР? [3, с.90-95]
29. Як знайти характеристичне рівняння? [3, с.100-104] *
30. Як знайти власні числа та власні вектори матриці? [3, с.120-125]

3.3. Модуль ЗМ-П1 „Вступ до чисельних методів. Методи наближення функцій”

При вивченні практичного модуля студенти набувають уміння проводити обчислення в системі MatLAB, знаходити похибки обчислень, будувати інтерполяційні багаточлени Лагранжа та Ньютона, проводити апроксимацію функцій.

При вивченні цього модуля необхідно звернути увагу на практичне застосування одержаних теоретичних знань при розв'язанні задач.

Перевірка якості засвоєних знань і одержаних навичок при вивченні цього модуля здійснюється викладачем під час проведення лабораторних занять шляхом усного опитування з наведених для теоретичних модулів питань і перевіркою якості виконання лабораторної роботи.

3.3.1. Питання для самоперевірки

- 1 Що називається абсолютною похибкою наближеного числа? [2, с.15]
- 2 Що називається відносною похибкою наближеного числа? [2, с.15]
- 3 Як визначити абсолютну похибку наближеного числа, якщо в ньому відома кількість вірних знаків після коми? [2, с.16]
- 4 Як обчислити похибку при додаванні і відніманні наближених чисел? [2, с.16]
- 5 Як обчислити похибку при множенні й діленні наближених чисел? [2, с.16]
- 6 У чому полягає задача інтерполяції? [2, с.25]
- 7 Яким умовам повинна задовольняти інтерполуюча функція? [2, с.25]
- 8 У чому полягає метод Лагранжа? Чому многочлен Лагранжа є інтерполуючою функцією? [2, с.25-26]
- 9 У чому полягає метод Ньютона? Чому многочлен Ньютона є інтерполуючою функцією? [2, с.26-27]
- 10 Який максимальний степінь інтерполяційного многочлена, побудованого на 9 вузлах інтерполяції? [2, с.25]
- 11 Як можуть розташовуватися вузли інтерполяції при побудові інтерполяційного многочлена Лагранжа? [2, с.25-26]

12 Як повинні розташовуватися вузли інтерполяції при побудові інтерполяційного многочлена Ньютона? [2, с.26-27]

13 Як обчислюються кінцеві різниці? Як змінюються кінцеві різниці при збільшенні порядку?

14 Якого степеня інтерполяційний многочлен Ньютона можна побудувати по 10 вузлових точках, якщо кінцеві різниці 5-го порядку практично дорівнюють нулю? [2, с.25]

15 Як визначається похибка інтерполяції?

16 Якими стандартними функціями представлена інтерполяція в системі Matlab? [2, с.27]

17 В чому полягає задача апроксимації? [2, с.31]

18 В чому полягає метод найменших квадратів? [2, с.31-32]

19 Якими стандартними функціями представлена апроксимація в системі Matlab? [2, с.32-33]

3.4. Модуль ЗМ-П2 «Методи розв'язання диференціальних та інтегральних рівнянь. Методи математичної фізики. Чисельні методи лінійної та нелінійної алгебри»

При вивченні практичного модуля студенти набувають уміння розв'язувати диференціальні рівняння, задачу Коши, крайові задачі математичної фізики, розв'язувати нелінійні рівняння, системи лінійних алгебраїчних рівнянь, проводити операції над матрицями.

При вивченні цього модуля необхідно звернути увагу на практичне застосування одержаних теоретичних знань при розв'язанні інженерних задач, на вбудовані функції пакету Матлаб.

Перевірка якості засвоєних знань і одержаних навичок при вивченні цього модуля здійснюється викладачем під час проведення лабораторних занять шляхом усного опитування з наведених для теоретичних модулів питань і перевіркою якості виконання лабораторної роботи.

3.4.1. Питання для самоперевірки

1. Що називається звичайним диференціальним рівнянням? [2, с.36]

2. Що є розв'язком звичайного диференціального рівняння? [2, с.36]

3. Що називається задачею Коші для диференціального рівняння? [2, с.36]

4. Що є розв'язком задачі Коші? [2, с.37]

5. У якому вигляді будується наближений розв'язок задачі Коші? [2, с.37]

6. Якою величиною визначається похибка різних методів розв'язку задачі Коші?

7. Чим відрізняється модифікований метод Ейлера від звичайного методу Ейлера? [2, с.37-39]

8. У чому полягає метод Рунге-Кутта? [2, с.39]
9. Постановка задач для рівнянь у частинних похідних. [2, с.63]
10. Які умови називаються початковими умовами, а які - граничними? [2,с.64]
11. Які умови задаються для еліптичних рівнянь?
12. На які класи підходять ці умови? [2, с.64]
13. Назвати основні властивості пакета PDE Toolbox MATLAB. [2, с.65]
13. Як в `pdetool` можна задавати тип розв'язуваної задачі? [2, с.69]
14. Відділення кореня рівняння. Умова відділення кореня. [2, с.31]
15. Графічний метод відділення кореня. [3, с.169-170]
16. Знаходження коренів рівнянь за допомогою засобів Матлаб. [2, с.80]
17. Що називається визначником матриці? [3, с.26-30]
18. Що називається рангом матриці? [3, с.26-30]
19. Назвіть відомі вам методи розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. [3, с.30]
20. У чому полягає метод Гауса? [3, с.30-35]
21. Якими стандартними засобами представлено розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь у Матлаб? [2, с.82]

4. ПИТАННЯ ДО ЗАХОДІВ ПОТОЧНОГО ТА СЕМЕСТРОВОГО КОНТРОЛЮ

4.1. Тестові завдання до модульної контрольної роботи модуля ЗМ-Л1.

1. Оберіть етапи розв'язання задач чисельними методами [1, с.6]
2. Математична модель – це [1, с.6]
3. Методи обчислень поділяються на [1, с.8]
4. Оберіть властивості алгоритму [1, с.9]
5. Оберіть способи задання алгоритмів [1, с.9-10]
6. Оберіть види алгоритмів [1, с.12]
7. Що є абсолютною похибкою числа? [1, с.19]
8. Що є відносною похибкою числа? [1, с.20]
9. Знайти абсолютну похибку $\frac{1}{3} \approx 0.33$ [1, с.19]
10. Дано наближене число x та його абсолютна похибка Δ .
 $x = 2,71$ $\Delta = 0,007$. Знайти відносну похибку δ цього числа. [1, с.20]
11. В чому вимірюється відносна похибка? [1, с.20]
12. Якої похибки не існує? [1, с.19]
13. Значуща цифра числа – це [1, с.22]
14. Вірна цифра числа – це [1, с.22]
15. Сумнівна цифра числа – це [1, с.22]
16. Абсолютна похибка алгебраїчної суми декількох чисел дорівнює [1,

- с.23]
17. Відносна похибка суми декількох чисел визначається по формулі [1, с.24]
 18. Відносна похибка добутку декількох чисел дорівнює [1, с.25]
 19. Абсолютна похибка добутку обчислюється по формулі [1, с.25]
 20. Відносна похибка частки дорівнює [1, с.25]
 21. Відносна похибка функції, визначається по формулі [1, с.26-27]
 22. Абсолютна похибка логарифмічної функції має вигляд [1, с.27]
 23. Відносна похибка степеневі функції має вигляд [1, с.27]
 24. абсолютні похибки функцій синус і косинус не перевершують [1, с.27-28]
 25. Як визначаються кінцеві різниці першого порядку? [1, с.34]
 26. Як визначаються кінцеві різниці другого порядку? [1, с.34]
 27. Інтерполяційний багаточлен якої степені можна побудувати для таблично заданої функції? [1, с.30]
 28. Геометричний зміст інтерполяції полягає в [1, с.30]
 29. Оберіть правильний запис багаточлена Лагранжа [1, с.31]
 30. Оберіть властивості кінцевих різниць [1, с.35-36]
 31. Як виражаються похідні через кінцеві різниці? [1, с.37-38]
 32. Як поводяться кінцеві різниці, побудовані для багаточлена n -го ступеня? [1, с.36]
 33. Яким умовам повинна задовольняти інтерполююча функція? [1, с.30]
 34. Яким умовам повинна задовольняти апроксимуюча функція? [1, с.52]
 35. Що спільного мають інтерполяційні багаточлени Лагранжа, Ньютона. [1, с.41-42]
 36. Що відмінного мають інтерполяційні багаточлени Лагранжа, Ньютона. [1, с.41-42]
 37. Оберіть правильний запис першої інтерполяційної формули Ньютона [1, с.39]
 38. Оберіть правильний запис другої інтерполяційної формули Ньютона [1, с.40]
 39. Якщо $a=945,673$, $\Delta a = 0,03$, то цифра $b \in$ [1, с.22]
 40. Який інтерполяційний багаточлен відповідає таблиці [1, с.39]

X	-2	-1	0
---	----	----	---

У	9	1	-1
---	---	---	----

4.2. Тестові завдання до модульної контрольної роботи модуля ЗМ-Л2.

1. Оберіть формулу Ньютона-Лейбніца [3, с.221]
2. Квадратурні формули – це [3, с.221-222]
3. Квадратурні формули замкнутого типу – це [3, с.221-222]
4. Квадратурні формули відкритого типу – це [3, с.221-222]
5. Оберіть формулу лівих прямокутників [3, с.226-227]
6. Оберіть формулу правих прямокутників [3, с.226-227]
7. Оберіть формулу середніх (центральных) прямокутників [3, с.222-225]
8. Оберіть формулу трапецій [3, с.227-229]
9. Оберіть узагальнену формулу трапецій [3, с.227-229]
10. Оберіть формулу Сімпсона [3, с.231-233]
11. Для обчислення наближеного значення інтеграла з точністю $\epsilon > 0$ методом подвійного перерахунку треба: [3, с.235-238]
12. Диференціальним рівнянням першого порядку називається [1, с.60]
13. Розв'язати диференціальне рівняння першого порядку означає [1, с.60]
14. Задачею Коші для диференціального рівняння першого порядку називається [1, с.60]
15. Розв'язанням задачі Коші вважається [1, с.61]
16. Системою диференціальних рівнянь першого порядку називається [1, с.61]
17. Оберіть формулу методу Ейлера розв'язання задачі Коші для диференціального рівняння першого порядку [1, с.64]
18. Оберіть формули модифікованого методу Ейлера розв'язання задачі Коші для диференціального рівняння першого порядку [1, с.67]
19. Оберіть формули удосконаленого методу Ейлера розв'язання задачі Коші для диференціального рівняння першого порядку [1, с.68-69]
20. Оберіть ітераційні формули методу Рунге-Кутта першого порядку розв'язання задачі Коші для диференціального рівняння першого порядку [1, с.70]
21. Оберіть ітераційні формули методу Рунге-Кутта другого порядку розв'язання задачі Коші для диференціального рівняння першого порядку [1, с.71]
22. Оберіть ітераційні формули методу Рунге-Кутта третього порядку розв'язання задачі Коші для диференціального рівняння першого порядку [1, с.74]

23. Оберіть ітераційні формули методу Рунге-Кутта четвертого порядку розв'язання задачі Коші для диференціального рівняння першого порядку [1, с.76-77]
24. Оберіть ітераційні формули методу кінцевих різниць для розв'язання лінійного диференційного рівняння другого порядку [1, с.79-80]
25. Оберіть ітераційні формули методу кінцевих різниць розв'язання задачі Коші для нелінійних диференційних рівнянь другого порядку [1, с.81]
26. Оберіть ітераційні формули методу кінцевих різниць розв'язання крайових задач для лінійних диференційних рівнянь другого порядку [1, с.82]
27. Оберіть ітераційні формули методу кінцевих різниць розв'язання крайових задач для нелінійних диференційних рівнянь другого порядку [1, с.84]
28. Вкажіть рівняння гіперболичного типу [1, с.86]
29. Вкажіть рівняння параболичного типу [1, с.86]
30. Вкажіть рівняння Пуассона [1, с.86]
31. Вкажіть рівняння Лапласа [1, с.86]
32. Вкажіть рівняння Дирихле [1, с.86]
33. В основі методу кінцевих різниць лежить [1, с.85]
34. Вузлами сітки є [1, с.85]
35. Вузли сітки називаються сусідніми, якщо [1, с.85]
36. Вузли сітки називаються внутрішніми, якщо [1, с.85]
37. Вузли сітки називаються граничними, якщо [1, с.85]
38. Задача Дирихле полягає в [1, с.86]
39. Чим замінюються похідні в методі сіток? [1, с.88]
40. Похибка наближеного розв'язку, отримана кінцево-різницеvim методом, складається з [1, с.89]
41. Розв'язання задачі відшукування наближених значень дійсного кореня заданого рівняння з будь-якою заданою точністю складається із [1, с.103]
42. Які види рівнянь відносять до алгебраїчних рівнянь? [1, с. 103]
43. Достатніми для існування єдиного кореня рівняння $f(x) = 0$ є [1, с. 103-104]
44. Задача відділення кореня рівняння $f(x) = 0$ полягає в [1, с.104]
45. Методами відділення кореня є [1, с.105-108]
46. В графічному методі відділення кореня рівняння... [1, с.105-106]
47. Метод проб полягає в [1, с.106]

48. Метод виділення інтервалів монотонності полягає в [1, с.107]
49. Суть методу половинного ділення розв'язання рівняння полягає в [1,с.109-110]
50. Суть методу простих ітерацій розв'язання рівняння полягає в [1, с.110-113]
51. Суть методу хорд розв'язання рівняння полягає в [1, с.113-116]
52. Суть методу дотичних розв'язання рівняння полягає в [1, с.116-120]
53. Суть комбінованого методу хорд та дотичних розв'язання рівняння
54. полягає в [1, с.120-121]
55. Вкажіть ітераційну формулу методу половинного ділення розв'язання рівняння [1, с.109-110]
56. Вкажіть ітераційну формулу методу простих ітерацій розв'язання рівняння [1, с.110-113]
57. Вкажіть ітераційну формулу методу хорд розв'язання рівняння [1, с.113-116]
58. Вкажіть ітераційну формулу методу дотичних (Ньютона) розв'язання рівняння [1, с.116-120]
59. Вкажіть ітераційну формулу комбінованого методу хорд та дотичних розв'язання рівняння [1, с.120-121]
60. Умова збіжності методу простих ітерацій розв'язання рівняння [1, с.110-113]
61. Коли припиняють ітерації при розв'язанні рівнянь чисельними методами? [1, с.110-113]
62. Для розв'язання СЛАР використовують групи чисельних методів: [1, с.132]
63. З чого складається метод Гауса розв'язання СЛАР[1, с.132-134]
64. У чому полягає суть методу Гауса: [1, с.132-134]
65. На які групи поділяють методи чисельного розв'язування систем лінійних рівнянь: [1, с.132]
66. Оберіть точні методи розв'язання СЛАР [1, с.132]
67. Оберіть наближені методи розв'язання СЛАР [1, с.132]
68. Що називається верхньою трикутною матрицею? [1, с.122-123]
69. Що називається симетричною матрицею? [1, с.122-123]
70. Які системи рівнянь називаються еквівалентними? [1, с.136-141]
71. Суть методу ітерацій розв'язання СЛАР[1, с.136-141]
72. Умовою збіжності ітераційного процесу розв'язання СЛАР є [1, с.136- 141]
73. Оцінка похибки наближеного процесу методу ітерацій розв'язання СЛАР [1, с.136-141]

74. Особливість методу Зейделя розв'язання СЛАР [1, с.141-142]
34.Умови збіжності процесу Зейделя розв'язання СЛАР[1, с.141-142]
75. Оцінка похибки методу Зейделя розв'язання СЛАР[1, с.141-142]
76. Власне значення матриці – це [1, с.143]
77. Власний вектор матриці – це [1, с.143]
78. Характеристичний багаточлен має вигляд: [1, с.143]
79. Суть методу А. М. Данілевського полягає в [1, с.145-148]
80. Суть методу скалярних добутків полягає в [1, с.148-151]

4.3. Тестові завдання до залікової контрольної роботи.

1. Оберіть етапи розв'язання задач чисельними методами [1, с.6]
2. Математична модель – це [1, с.6]
3. Методи обчислень поділяються на: [1, с.8]
4. Оберіть властивості алгоритму [1, с.9]
5. Оберіть способи задання алгоритмів [1, с.9-10]
6. Оберіть види алгоритмів [1, с.12]
7. Що є абсолютною похибкою числа? [1, с.19]
8. Що є відносною похибкою числа? [1, с.20]
9. Знайти абсолютну похибку $\frac{1}{3} \approx 0.33$ [1, с.19]
10. Дано наближене число x та його абсолютна похибка $\Delta x = 2,71$
 $\Delta = 0,007$.
11. Знайти відносну похибку δ цього числа. [1, с.20]
11. В чому вимірюється відносна похибка? [1, с.20]
12. Якої похибки не існує? [1, с.19]
13. Значуща цифра числа – це [1, с.22]
14. Вірна цифра числа – це [1, с.22]
15. Сумнівна цифра числа – це [1, с.22]
16. Абсолютна похибка алгебраїчної суми декількох чисел дорівнює [1, с.23]
17. Відносна похибка суми декількох чисел визначається по формулі [1, с.24]
18. Відносна похибка добутку декількох чисел дорівнює [1, с.25]
19. Абсолютна похибка добутку обчислюється по формулі [1, с.25]
20. Відносна похибка частки дорівнює [1, с.25]
21. Відносна похибка функції, визначається по формулі [1, с.26-27]
22. Абсолютна похибка логарифмічної функції має вигляд [1, с.27]

23. Відносна похибка степеневій функції має вигляд [1, с.27]
24. Абсолютні похибки функцій синус і косинус не перевершують [1, с.27-28]
25. Як визначаються кінцеві різниці першого порядку? [1, с.34]
26. Як визначаються кінцеві різниці другого порядку? [1, с.34]
27. Інтерполяційний багаточлен якої степені можна побудувати для таблично-заданої функції? [1, с.30]
28. Геометричний зміст інтерполяції полягає в [1, с.30]
29. Оберіть правильний запис багаточлена Лагранжа [1, с.31]
30. Оберіть властивості кінцевих різниць [1, с.35-36]
31. Як виражаються похідні через кінцеві різниці? [1, с.37-38]
32. Як поводяться кінцеві різниці, побудовані для багаточлена n -го степеня? [1, с.36]
33. Яким умовам повинна задовольняти інтерполююча функція? [1, с.30]
34. 34. Яким умовам повинна задовольняти апроксимуюча функція? [1, с.52]
35. 35. Що спільного мають інтерполяційні багаточлени Лагранжа, Ньютона. [1, с.41-42]
36. Що відмінного мають інтерполяційні багаточлени Лагранжа, Ньютона. [1, с.41-42]
37. Оберіть правильний запис першої інтерполяційної формули Ньютона [1, с.39]
38. Оберіть правильний запис другої інтерполяційної формули Ньютона [1, с.40]
39. Якщо $a=945,673$, $\square a \square 0,03$, то цифра 6 є [1, с.22]
40. Який інтерполяційний багаточлен відповідає таблиці [1, с.39]
- | | | | |
|---|----|----|----|
| X | -2 | -1 | 0 |
| Y | 9 | 1 | -1 |
41. Оберіть формулу Ньютона-Лейбніца [3, с.221]
42. Квадратурні формули – це [3, с.221-222]
43. Квадратурні формули замкнутого типу – це [3, с.221-222]
44. Квадратурні формули відкритого типу – це [3, с.221-222]
45. Оберіть формулу лівих прямокутників [3, с.226-227]
46. Оберіть формулу правих прямокутників [3, с.226-227]
47. Оберіть формулу середніх (центральных) прямокутників [3, с.222-225]

48. Оберіть формулу трапецій [3, с.227-229]
49. Оберіть узагальнену формулу трапецій [3, с.227-229]
50. Оберіть формулу Сімпсона [3, с.231-233]
51. Для обчислення наближеного значення інтеграла з точністю $\epsilon > 0$ методом подвійного перерахунку треба: [3, с.235-238]
52. Диференціальним рівнянням першого порядку називається [1, с.60]
53. Розв'язати диференціальне рівняння першого порядку означає [1, с.60]
54. Задачею Коші для диференціального рівняння першого порядку називається [1, с.60]
55. Розв'язанням задачі Коші вважається [1, с.61]
56. Системою диференціальних рівнянь першого порядку називається [1, с.61]
57. Оберіть формулу методу Ейлера розв'язання задачі Коші для диференціального рівняння першого порядку [1, с.64]
58. Оберіть формули модифікованого методу Ейлера розв'язання задачі Коші для диференціального рівняння першого порядку [1, с.67]
59. Оберіть формули удосконаленого методу Ейлера розв'язання задачі Коші для диференціального рівняння першого порядку [1, с.68-69]
60. Оберіть ітераційні формули методу Рунге-Кутта першого порядку розв'язання задачі Коші для диференціального рівняння першого порядку [1, с.70]
61. Оберіть ітераційні формули методу Рунге-Кутта другого порядку розв'язання задачі Коші для диференціального рівняння першого порядку [1, с.71]
62. Оберіть ітераційні формули методу Рунге-Кутта третього порядку розв'язання задачі Коші для диференціального рівняння першого порядку [1, с.74]
63. Оберіть ітераційні формули методу Рунге-Кутта четвертого порядку розв'язання задачі Коші для диференціального рівняння першого порядку [1, с.76-77]
64. Оберіть ітераційні формули методу кінцевих різниць для розв'язання лінійного диференціального рівняння другого порядку [1, с.79-80]
65. Оберіть ітераційні формули методу кінцевих різниць розв'язання задачі Коші для нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку [1, с.81]
66. Оберіть ітераційні формули методу кінцевих різниць розв'язання

- крайових задач для лінійних диференційних рівнянь другого порядку [1, с.82]
67. Оберіть ітераційні формули методу кінцевих різниць розв'язання крайових задач для нелінійних диференційних рівнянь другого порядку [1, с.84]
 68. Вкажіть рівняння гіперболичного типу [1, с.86]
 69. Вкажіть рівняння параболичного типу [1, с.86]
 70. Вкажіть рівняння Пуассона [1, с.86]
 71. Вкажіть рівняння Лапласа [1, с.86]
 72. Вкажіть рівняння Дирихле [1, с.86]
 73. В основі методу кінцевих різниць лежить [1, с.85]
 74. Вузлами сітки є [1, с.85]
 75. Вузли сітки називаються сусідніми, якщо [1, с.85]
 76. Вузли сітки називаються внутрішніми, якщо [1, с.85]
 77. Вузли сітки називаються граничними, якщо [1, с.85]
 78. Задача Дирихле полягає в [1, с.86]
 79. Чим замінюються похідні в методі сіток? [1, с.88]
 80. Похибка наближеного розв'язку, отримана кінцево-різницеvim методом, складається з [1, с.89]
 81. Розв'язання задачі відшукування наближених значень дійсного кореня заданого рівняння з будь-якою заданою точністю складається із [1, с. 103]
 82. Які види рівнянь відносять до алгебраїчних рівнянь? [1, с. 103]
 83. Достатніми для існування єдиного кореня рівняння $f(x) = 0$ є [1, с. 103-104]
 84. Задача відділення кореня рівняння $f(x) = 0$ полягає в [1, с.104]
 85. Методами відділення кореня є [1, с.105-108]
 86. В графічному методі відділення кореня рівняння... [1, с.105-106]
 87. Метод проб полягає в [1, с.106]
 88. Метод виділення інтервалів монотонності полягає в [1, с.107]
 89. Суть методу половинного ділення розв'язання рівняння полягає в [1, с.109-110]
 90. Суть методу простих ітерацій розв'язання рівняння полягає в [1, с.110-113]
 91. Суть методу хорд розв'язання рівняння полягає в [1, с.113-116]
 92. Суть методу дотичних розв'язання рівняння полягає в [1, с.116-120]
 93. Суть комбінованого методу хорд та дотичних розв'язання рівняння

полягає в [1, с.120-121]

94. Вкажіть ітераційну формулу методу половинного ділення розв'язання рівняння [1, с.109-110]

95. Вкажіть ітераційну формулу методу простих ітерацій розв'язання рівняння [1, с.110-113]

96. Вкажіть ітераційну формулу методу хорд розв'язання рівняння [1, с.113-116]

97. Вкажіть ітераційну формулу методу дотичних (Ньютона) розв'язання рівняння [1, с.116-120]

98. Вкажіть ітераційну формулу комбінованого методу хорд та дотичних розв'язання рівняння [1, с.120-121]

99. Умова збіжності методу простих ітерацій розв'язання рівняння [1, с.110-113]

100. Коли припиняють ітерації при розв'язанні рівнянь чисельними методами? [1, с.110-113]

101. Для розв'язання СЛАР використовують групи чисельних методів: [1, с.132]

102. З чого складається метод Гауса розв'язання СЛАР [1, с.132-134]

103. У чому полягає суть методу Гауса: [1, с.132-134]

104. На які групи поділяють методи чисельного розв'язування систем лінійних рівнянь: [1, с.132]

105. Оберіть точні методи розв'язання СЛАР [1, с.132]

106. Оберіть наближені методи розв'язання СЛАР [1, с.132]

107. Що називається верхньою трикутною матрицею? [1, с.122-123]

108. Що називається симетричною матрицею? [1, с.122-123]

109. Які системи рівнянь називаються еквівалентними? [1, с.136-141]

110. Суть методу ітерацій розв'язання СЛАР [1, с.136-141]

111. Умовою збіжності ітераційного процесу розв'язання СЛАР є [1, с.136-141]

112. Оцінка похибки наближеного процесу методу ітерацій розв'язання СЛАР [1, с.136-141]

113. Особливість методу Зейделя розв'язання СЛАР [1, с.141-142]

114. Умови збіжності процесу Зейделя розв'язання СЛАР [1, с.141-142]

115. Оцінка похибки методу Зейделя розв'язання СЛАР [1, с.141-142]

116. Власне значення матриці – це [1, с.143]

117. Власний вектор матриці – це [1, с.143]

118. Характеристичний багаточлен має вигляд: [1, с.143]

119. Суть методу А. М. Данілевського полягає в [1, с.145-148]

120. Суть методу скалярних добутоків полягає в [1, с.148-151]

5. ЛІТЕРАТУРА ДЛЯ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Основна

1. Крижанівська Т.В., Бойцова І.А. Конспект лекцій з дисципліни «Чисельні методи» (електронний варіант), 2013. – 152 с.
http://eprints.library.odeku.edu.ua/711/1/KryzhanivskaTV_BoitsovaIA_Chyselni_Metody_KL_2013.pdf
2. Крижанівська Т.В. Посібник до виконання лабораторних робіт з дисципліни «Чисельні методи» (електронний варіант), 2018. – 89 с.
http://eprints.library.odeku.edu.ua/712/1/KryzhanivskaTV_BoitsovaIA_Chyselni_Metody_Lab_rab_MV_2009.pdf
3. Фельдман Л.П. Чисельні методи в інформатиці. – Підручник. К., 2006. – 480 с.
4. Вохменцева Т.Б. Методичні вказівки до виконання курсової роботи з дисципліни «*Чисельні методи*» (електронний варіант), 2020. – 27 с.

Додаткова

5. Волонтир Л.О. Чисельні методи: Навчальний посібник. / Волонтир Л.О, Зелінська О.В., Потапова Н.А., Чіков І.А., Вінницький національний аграрний університет. – Вінниця: ВНАУ, 2020 – 322 с..
6. Супруненко О.О. Чисельні методи в інформатиці. Курс лекцій: для студентів, які навчаються за напрямом підготовки 050101 «Комп'ютерні науки», 050103 «Програмна інженерія». – Черкаси: Вид. відділ ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2009. – 132 с.

Інтернет-ресурси:

7. Репозитарій бібліотеки ОДЕКУ URL: <http://eprints.library.odeku.edu.ua>