

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до практичних робіт

з навчальної дисципліни «Геодезія» (частина 2)

для студентів денної та заочної форм навчання

спеціальності 193 «Геодезія та землеустрій»

Одеса – 2022

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до практичних робіт

з навчальної дисципліни «**Геодезія**» (частина 2)
для студентів денної та заочної форм навчання
спеціальності 193 «**Геодезія та землеустрій**»

Затверджено
на засіданні групи
забезпечення спеціальності
193 «**Геодезія та землеустрій**»
Протокол № 3
від «15» листопада 2022 р.

Методичні вказівки до практичних робіт з навчальної дисципліни **«Геодезія» (частина 2)** для студентів 3-го року денної форми навчання та 4-го року заочної форми навчання за спеціальністю 193 «Геодезія та землеустрій», рівень вищої освіти бакалавр / канд. геогр. наук, доц. Гриб О. М., ас. Гращенко Т. В. Одеса: ОДЕКУ, 2022. 109 с.

ЗМІСТ

	<i>Стор.</i>
ВСТУП	7
1 Практична робота № 1. Обчислення висот пунктів замкнутого теодолітно-висотного ходу, прокладеного з метою розвитку знімальної геодезичної мережі згущення	8
1.1 Теоретична частина до практичної роботи № 1.....	8
1.2 Практична частина до практичної роботи № 1	12
1.3 Запитання для самоперевірки засвоєння змісту практичної роботи № 1.....	12
2 Практична робота № 2. Визначення поправок та приведення вимірних горизонтальних напрямків до центрів геодезичних пунктів	13
2.1 Теоретична частина до практичної роботи № 2.....	13
2.2 Практична частина до практичної роботи № 2.....	19
2.3 Запитання для самоперевірки засвоєння змісту практичної роботи № 2.....	19
3 Практична робота № 3. Визначення координат геодезичного пункту прямою одноразовою кутовою засічкою	20
3.1 Теоретична частина до практичної роботи № 3.....	20
3.1.1 <i>Визначення координат геодезичного пункту способом розв'язання прямої і оберненої геодезичних задач</i>	20
3.1.2 <i>Визначення координат геодезичного пункту за формулами Юнга (формулами котангенсів вимірних кутів)</i>	25
3.1.3 <i>Визначення координат геодезичного пункту за формулами Гаусса (формулами тангенсів дирекційних кутів напрямків)</i> ...	28
3.2 Практична частина до практичної роботи № 3.....	30
3.3 Запитання для самоперевірки засвоєння змісту практичної роботи № 3.....	31
4 Практична робота № 4. Визначення координат геодезичного пункту способом прямої багаторазової кутової засічки	32
4.1 Теоретична частина до практичної роботи № 4.....	32
4.2 Практична частина до практичної роботи № 4	39
4.3 Запитання для самоперевірки засвоєння змісту практичної роботи № 4.....	39

5 Практична робота № 5. Визначення координат геодезичного пункту оберненою одноразовою кутовою засічкою	40
5.1 Теоретична частина до практичної роботи № 5.....	40
5.1.1 <i>Визначення координат пункту Р оберненою кутовою засічкою способом Делаμβра</i>	40
5.1.2 <i>Визначення координат пункту Р оберненою кутовою засічкою способом Кнейселя</i>	44
5.1.3 <i>Оцінка точності визначення координат геодезичного пункту Р оберненою кутовою засічкою</i>	46
5.2 Практична частина до практичної роботи № 5	48
5.3 Запитання для самоперевірки засвоєння змісту практичної роботи № 5.....	49
6 Практична робота № 6. Визначення координат геодезичного пункту оберненою багаторазовою кутовою засічкою вирівнювання за вимірними кутами)	50
6.1 Теоретична частина до практичної роботи № 6.....	50
6.2 Практична частина до практичної роботи № 6.....	58
6.3 Запитання для самоперевірки засвоєння змісту практичної роботи № 6.....	58
7 Практична робота № 7. Визначення координат геодезичного пункту лінійною засічкою	59
7.1 Теоретична частина до практичної роботи № 7.....	59
7.2 Практична частина до практичної роботи № 7.....	65
7.3 Запитання для самоперевірки засвоєння змісту практичної роботи № 7.....	65
8 Практична робота № 8. Знесення координат з вершини геодезичного знака на землю	66
8.1 Теоретична частина до практичної роботи № 8.....	66
8.2 Практична частина до практичної роботи № 8.....	70
8.3 Запитання для самоперевірки засвоєння змісту практичної роботи № 8.....	70
9 Практична робота № 9. Роздільне вирівнювання мережі полігонометричних ходів з одним вузловим пунктом	71
9.1 Теоретична частина до практичної роботи № 9.....	71
9.2 Практична частина до практичної роботи № 9.....	77
9.3 Запитання для самоперевірки засвоєння змісту практичної роботи № 9.....	77

10 Практична робота № 10. Перетворення та трансформування координат точок між системами координат.....	78
10.1 Теоретична частина до практичної роботи № 10.....	78
10.1.1 <i>Перерахунок географічних координат між системами координат</i>	<i>78</i>
10.1.2 <i>Перетворення та трансформування координат.....</i>	<i>82</i>
10.1.3 <i>Перетворення та трансформація плоских прямокутних координат точок між різними системами координат за допомогою геодезичного калькулятора</i>	<i>85</i>
10.2 Практична частина до практичної роботи № 10.....	88
10.3 Запитання для самоперевірки засвоєння змісту практичної роботи № 10.....	88

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ 89

Додаток А. Вихідні дані до виконання практичної роботи № 1	90
Додаток Б. Вихідні дані до виконання практичної роботи № 2.....	93
Додаток В. Вихідні дані до виконання практичної роботи № 3.....	94
Додаток Г. Вихідні дані до виконання практичної роботи № 4.....	99
Додаток Д. Вихідні дані до виконання практичної роботи № 5.....	100
Додаток Е. Вихідні дані до виконання практичної роботи № 6.....	102
Додаток Ж. Вихідні дані до виконання практичної роботи № 7	103
Додаток И. Вихідні дані до виконання практичної роботи № 8	104
Додаток К. Вихідні дані до виконання практичної роботи № 9	105
Додаток Л. Вихідні дані до виконання практичної роботи № 10	108

ВСТУП

Методичні вказівки розроблені для виконання практичних робіт змістовного модуля практичного «*Розрахунки у геодезичних мережах згущення*» (ЗМ-П1) навчальної дисципліни «**Геодезія**» (**частина 2**) для студентів 3-го року денної форми навчання та 4-го року заочної форми навчання (включно з іноземцями) за спеціальністю 193 «Геодезія та землеустрій» (освітньо-професійна програма «Землеустрій та кадастр») першого (бакалаврського) рівня вищої освіти.

Дані методичні вказівки створені з метою забезпечення студентів потрібною навчально-методичною літературою для самостійної підготовки та виконання практичних робіт № 1-10, а також закріплення теоретичних знань отриманих під час лекційних занять. Для поглибленого вивчення матеріалу наприкінці даних методичних вказівок є список рекомендованої літератури [1-8]. Методичні вказівки складені відповідно до силлабусу навчальної дисципліни [9].

У методичних вказівках наведені рекомендації до виконання та оформлення практичних робіт № 1-10 (розділи 1-10) і вихідні дані до них (**Додатки А-Л**). Перед виконанням практичної роботи слід ознайомитися з теоретичним матеріалом, викладеним у відповідному розділі методичних вказівок, а також дати відповіді на запитання для самоперевірки. Потім виконати завдання практичної частини практичної роботи.

Для оцінювання практичних робіт № 1-10 їх потрібно оформити та захистити. Відповідно до силлабусу навчальної дисципліни оцінювання практичних робіт здійснюється наступним чином:

- перевірка виконання розрахункових частин практичних робіт (по 6 балів);
- захист (у вигляді усного опитування) практичних робіт (по 4 бали).

Отже, кожна практична робота оцінюється максимально в 10 балів, а опрацювання матеріалу ЗМ-П1 оцінюється максимально в **100 балів**.

1 Практична робота № 1.

Обчислення висот пунктів замкнутого теодолітно-висотного ходу, прокладеного з метою розвитку знімальної геодезичної мережі згущення

1.1 Теоретична частина до практичної роботи № 1

Для обчислення висот пунктів (позначок вершин/точок) замкнутого (розімкнутого) теодолітно-висотного ходу, прокладеного з метою розвитку знімальної геодезичної мережі згущення за допомогою теодоліта з вертикальним кругом (або теодоліту-тахеометру) при двох положеннях вертикального круга (*КЛ* та *КП*) вимірюють кути нахилу сторін теодолітно-висотного ходу (рис. 1.1).

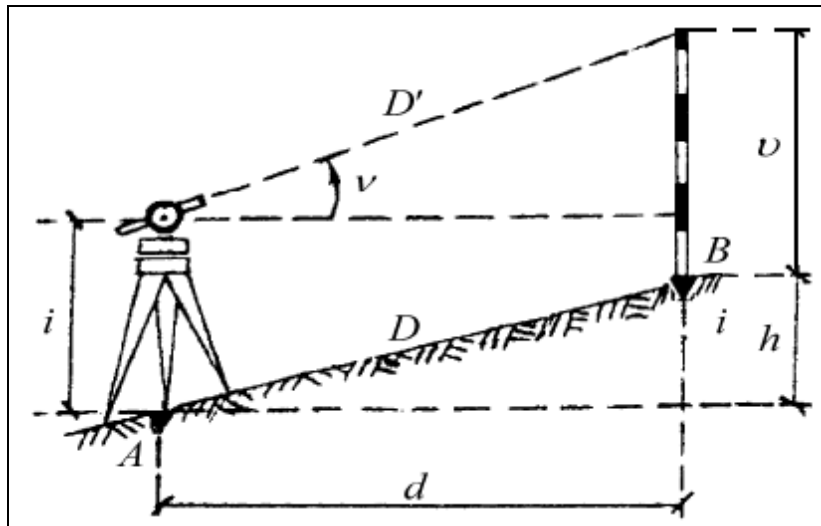


Рисунок 1.1 – Схема виміру кутів нахилу сторін теодолітно-висотного ходу: *A* та *B* – позначення точок ходу; *D* та *D'* – відповідно довжина сторони ходу та лінії візування ($D = D'$); *d* – горизонтальне прокладення сторони ходу; ν – кут нахилу лінії візування; *i* та *v* – відповідно висота теодоліта та лінії візування ($i = v$); *h* – перевищення між точками

Виміряні кути нахилу сторін теодолітно-висотного ходу враховують при обчисленнях горизонтальних прокладань (при кутах $1,5^\circ$ і більше), а також використовують для обчислення висот пунктів (точок/вершин) ходу. Тобто методом тригонометричного нівелювання визначають перевищення між точками ходу та виконують висотну прив'язку теодолітного ходу до реперів чи нівелірних марок.

У практиці широко застосовують два види теодолітних ходів:

– *розімкнутий хід*, що опирається на початку і в кінці на дві вихідні сторони відповідно AB і CD , дирекційні кути α_n і α_k яких і координати x і y точок B і C задані як безпомилкові (рис. 1.2, а);

– *замкнутий хід (полігон)*, що опирається на вихідну сторону AB , дирекційний кут α_n якої і координати x і y точки B задані як безпомилкові (рис. 1.2, б).

Розімкнуті ходи прокладають при вишукуванні доріг, річок, каналів, трубопроводів, ЛЕП й ін. Замкнуті полігони, як правило, прокладають при топографічних та кадастрових зніманнях окремих земельних ділянок місцевості, на будівельних майданчиках тощо.

Вихідними даними для обчислення висот пунктів (точок/вершин) теодолітного ходу є наступні: 1 – у розімкнутому ході висоти H_B і H_C відповідно початкового B і кінцевого C вихідних пунктів (рис. 1.2, а); 2 – у замкнутому ході – висота H_B вихідного пункту B (рис. 1.2, б).

Далі розглянемо методику обчислення висот пунктів теодолітно-висотного ходів замкнутого теодолітного ходу (рис. 1.2, б).

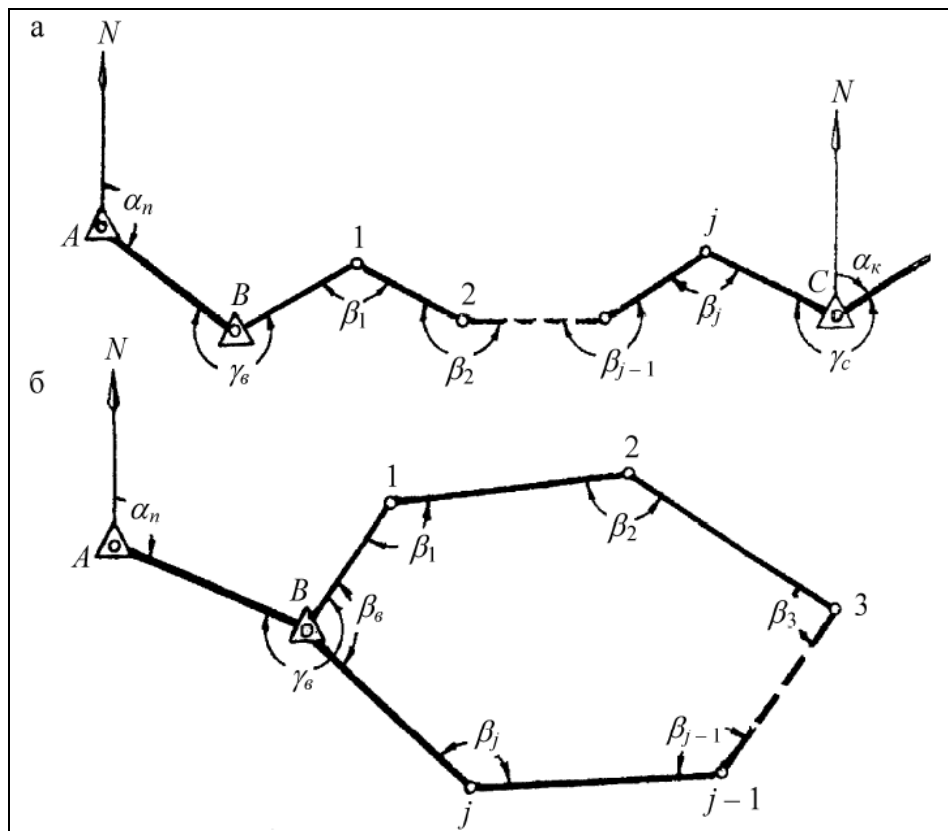


Рисунок 1.2 – Схеми теодолітних ходів:
а – розімкнутого; б – замкнутого

Обчислення висот точок виконують в окремій відомості (табл. 1.1).

Таблиця 1.1 – Відомість обчислення перевищень між точками і висот точок замкнутого теодолітно-висотного ходу

Пункти (точки) ходу	Кути нахилу сторін ходу, v_i						Горизонтальні прокладання, d_i , м	Перевищення, h_i , м		Висоти точок, H_i , м БС
	прямі		обернені		середні			середні	виправлені	
	°	'	°	'	°	'				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
<i>B</i>										63,200
<i>1</i>	+0	56,5	-0	56	+0	56,2	132,652	-3 +2,169	+2,166	65,366
<i>2</i>	+0	53,5	-0	54	+0	53,7	118,051	-3 +1,844	+1,841	67,207
<i>3</i>	+0	13,5	-0	14	+0	13,7	140,781	-3 +0,561	+0,558	67,765
<i>4</i>	-1	07,5	+1	08	-1	07,7	121,153	-3 -2,386	-2,389	65,376
<i>B</i>	-0	56,0	+0	56	-0	56,0	133,382	-3 -2,173	-2,176	63,200
							$P = 646,019$	[+0,0151]	[0]	

Склад і порядок обчислення висот точок (табл. 1.1) наведені нижче.

1. За формулою (1.1) обчислюють середні перевищення h_i між точками ходу:

$$h_i = d_i \cdot \operatorname{tg} v_i, \quad (1.1)$$

де d_i та v_i – відповідно горизонтальне прокладання та кут нахилу між точками сторони ходу.

2. За формулою (1.2) обчислюють суму середніх перевищень:

$$\sum h_i = 0,015 \text{ м} = 15 \text{ мм}. \quad (1.2)$$

3. За формулою (1.3) обчислюють фактичну нев'язку:

$$f_h = \sum h = +0,015 \text{ м} = +15 \text{ мм}. \quad (1.3)$$

4. За формулою (1.4) обчислюють граничну (допустиму) нев'язку:

$$f_{h_{\text{гр}}} = \frac{0,02 \cdot P}{100 \cdot \sqrt{n}} = \frac{0,02 \cdot 646,019}{100 \cdot \sqrt{5}} = \pm 0,058 \text{ м} = 58 \text{ мм}, \quad (1.4)$$

де P – довжина (периметр) ходу ($P = \sum d_i$, де d_i – горизонтальне прокладення сторони ходу), м;

n – кількість сторін ходу.

5. У зв'язку з тим, що умова $|f_h| \leq |f_{h_{\text{гр}}}|$ виконана, тобто $15 \text{ мм} < 58 \text{ мм}$, обчислюють поправки в середні перевищення, які для тригонометричного ходу визначаються з протилежним знаком за формулою (1.5):

$$\delta_{h_i} = -\frac{f_h}{\sum d_i} \cdot d_i. \quad (1.5)$$

6. Контролем правильності обчислення поправок є виконання умови (1.6):

$$\sum \delta_{h_i} = -f_h. \quad (1.6)$$

7. За формулою (1.7) обчислюють виправлені перевищення:

$$h_{\text{випр}_i} = h_i + \delta_{h_i}. \quad (1.7)$$

8. Контролем правильності обчислення виправлених перевищень для замкнутого теодолітно-висотного ходу є виконання умови (1.8):

$$\sum h_{\text{випр}_i} = +2,166 - 1,841 + 0,558 - 2,389 - 2,176 = 0. \quad (1.8)$$

9. З використанням формули (1.9), починаючи з висоти $H_B = 63,200$ м точки B , обчислюють висоти точок 1, 2, 3, 4 теодолітно-висотного ходу:

$$H_{i+1} = H_i + h_{\text{випр}_i}, \quad (1.8)$$

де H_i та H_{i+1} – відповідно висоти попередньої та наступної точок ходу;

$h_{\text{випр}_i}$ – виправлене перевищення між цими точками ходу.

10. Контролем правильності обчислення висот точок замкнутого теодолітно-висотного ходу є повторне отримання висоти $H_B = 63,200$ м вихідної точки B .

1.2 Практична частина до практичної роботи № 1

Завдання 1. Вивчіть теоретичну частину до практичної роботи № 1 та підготуйте порожню відомість для обчислення перевищень між точками і висот точок замкнутого теодолітно-висотного ходу (за формою табл. 1.1).

Завдання 2. З використанням вихідних даних до свого варіанту (див. **Додаток А**) зробіть обробку відомості обчислення перевищень між точками і висот точок замкнутого теодолітно-висотного ходу.

Завдання 3. Оформіть пояснювальну записку і результати виконання завдань 1 та 2 і дайте відповіді на запитання для самоперевірки засвоєння змісту практичної роботи № 1.

1.3 Запитання для самоперевірки засвоєння змісту практичної роботи № 1

1. Що входить до складу і порядку виконання камеральних робіт при обчисленні теодолітно-висотних ходів?

2. За якими формулами обчислюють середні перевищення між точками теодолітно-висотного ходу та суму цих перевищень?

3. За якими формулами обчислюють граничну (допустиму) нев'язку та поправки в середні перевищення між точками теодолітно-висотного ходу і яким чином здійснюють контроль правильності обчислення цих поправок?

4. За якою формулою обчислюють виправлені перевищення між точками теодолітно-висотного ходу і яким чином здійснюють контроль обчислення виправлених перевищень?

5. За якою формулою обчислюють висоти точок теодолітно-висотного ходу і яким чином здійснюють контроль правильності обчислення висот цих точок?

2 Практична робота № 2.

Визначення поправок та приведення вимірних горизонтальних напрямків до центрів геодезичних пунктів

2.1 Теоретична частина до практичної роботи № 2

Очевидно, що вершинами горизонтальних кутів, які використовують при обчисленні геодезичної мережі, повинні бути центри геодезичних пунктів. Тільки в цьому випадку координати, обчислені за результатами кутових вимірів, будуть віднесені до центрів геодезичних пунктів.

Для того щоб виміряти напрями або кути, які віднесені до центрів геодезичних пунктів, необхідно теодоліт установлювати точно над цими центрами. Крім того, необхідно ще, щоб осі візирних цілей геодезичних знаків збігалися з висковими лініями, які проходять через центри пунктів. Однак, не завжди можливо встановити теодоліт точно над центром пункту. Наприклад, центр інструментального столика геодезичного сигналу, на якому встановлюється теодоліт, як правило, відхиляється від прямовисної лінії, що проходить через центр пункту. Навіть при вимірюванні кутів зі штатива іноді доводиться встановлювати теодоліт поза центром пункту. Кути, виміряні при позацентровому положенні теодоліта за напрямками на візирні цілі (рис. 2.1), будуть відрізнятися від кутів, виміряних з центра пункту, тому їх треба виправити шляхом введення відповідних поправок.

На схемі(рис. 2.1, а), кут $AB'D$, виміряний при позацентровому положенні теодоліта, не дорівнює куту ABD . Тому, для приведення його до центра пункту B необхідно ввести у виміряні напрямки BA і $B'O$ поправки відповідно c_{BA} і c_{BD} .

Поправки c_{BA} і c_{BD} напрямків $B'A$ і $B'D$, обумовлені позацентровим положенням теодоліта, називають *поправками за центрування*.

Унаслідок неточності споруди сигналу і його поступового осідання вісь візирного циліндра геодезичного знака з часом відхиляється від вискової лінії, що проходить через центр пункту. Очевидно, що і в цьому випадку кут $E'FG'$ (рис. 2.1, б), виміряний при позацентровому положенні візирних цілей на пунктах E і G , необхідно привести до кута EFG шляхом виправлення вимірних напрямків FG' і FE' поправками $r_{FG'}$ і $r_{FE'}$.

Поправки $r_{FG'}$ і $r_{FE'}$ напрямків FG' і FE' , обумовлені позацентровим положенням візирної цілі геодезичного знака, називають *поправками за редуцію*.

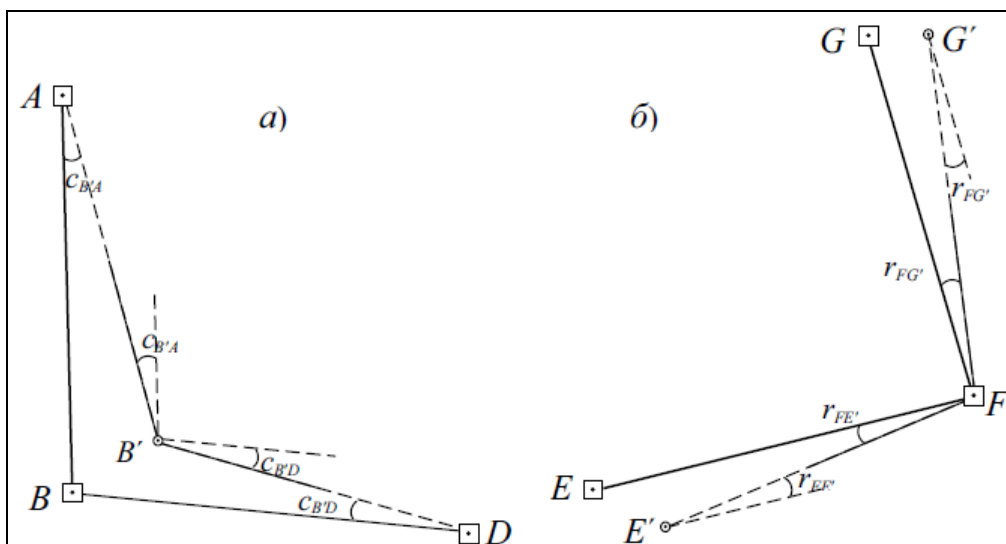


Рисунок 3.8 – Схеми приведення вимірних напрямів до центра пунктів (пояснення позначень у тексті)

Отже, розрізняють два види приведення горизонтальних напрямків до центрів пунктів: 1 – приведення за центрування кутомірного приладу; 2 – приведення за редукцію візирних цілей.

Визначення поправки за центрування. Нехай точка J (рис. 2.2) є проекцією на горизонтальну площину вертикальної осі теодоліта, установленного на порівняно невеликій віддалі від центра пункту C .

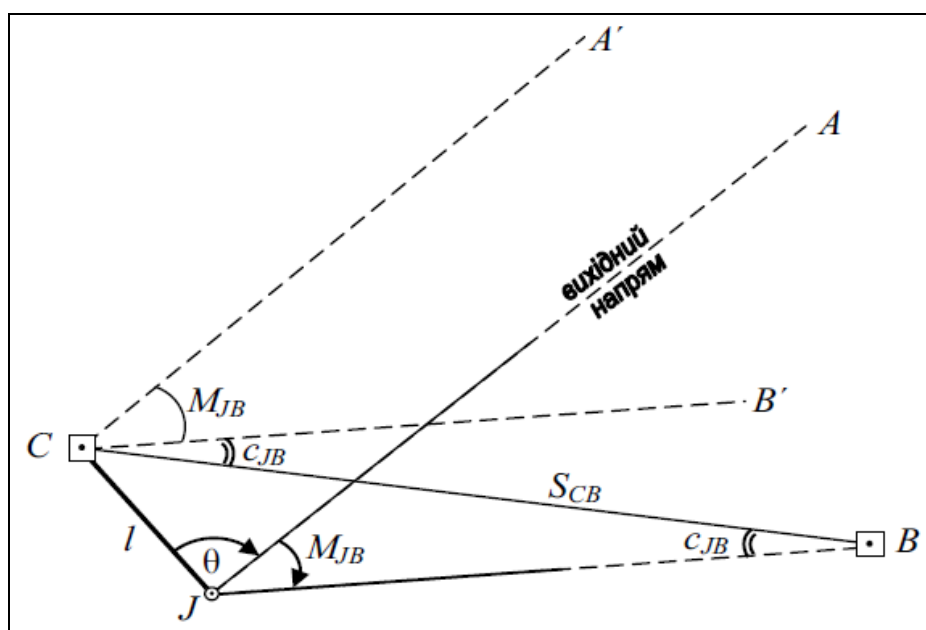


Рисунок 2.2 – Схема до визначення поправки за центрування (пояснення позначень у тексті)

Якщо напрямок JA вважати початковим, то напрямок JB , виміряний з точки J , чисельно виразиться кутом $AJB = M_{JB}$.

Тепер уявимо собі, що теодоліт з точки J перенесли в точку C і при цьому його орієнтування за азимутом не змінилося. Тоді початковий напрям займе положення CA' , паралельне напрямку JA , а зорова труба буде направлена в напрямку CB' паралельному напрямку JB .

Для того, щоб візирна вісь зорової труби збіглася з потрібним напрямком CB її разом з алідадою горизонтального круга слід докрутити на кут $B'CB$, який і буде виражати величину поправки c_{JB} за центрування в напрямку JB .

З рис. 2.2 видно, що кут $B'CB$ дорівнює куту CBJ , який може бути отриманий із трикутника BCA , якщо відомі три його елементи:

- відстань S_{CB} між пунктами B і C ;
- відстань $l = CJ$ між проекціями J вертикальної осі теодоліта і центра пункту C , яка називається *лінійним елементом центрування*;
- кут BJS , який, як видно з рис. 2.2, дорівнює сумі двох кутів: θ і M_{JB} .

Кут θ з вершиною в точці J , відлічуваний за ходом годинникової стрілки від напрямку JS на центр пункту C до початкового напрямку JA , носить назву *кутового елемента центрування*.

Величина кута M_{JB} чисельно дорівнює значенню виміряного напрямку JB .

Застосувавши до трикутника BCJ теорему синусів, можна записати:

$$\frac{l}{\sin c_{JB}} = \frac{S_{CB}}{\sin(M_{JB} + \theta)},$$

звідси

$$\sin c_{JB} = \frac{l \cdot \sin(M_{JB} + \theta)}{S_{CB}}.$$

У зв'язку з тим, що величина l дуже мала в порівнянні з відстанню S_{CB} , то і величина кута $c_{JB} = CBJ$ дуже мала. Таким чином, синус кута c_{JB} можна вважати рівним самому куту, вираженому в радіанній мірі, тобто:

$$\frac{c_{JB}''}{\rho''} = \frac{l \cdot \sin(M_{JB} + \theta)}{S_{CB}}$$

або, відкинувши поточні індекси, будемо мати:

$$c'' = \rho'' \frac{l}{S_{CB}} \cdot \sin(M + \theta) \quad (2.1)$$

де $\rho'' = 206\,265''$.

Величина поправки, обчислена за формулою (2.1), може бути як додатною, так і від'ємною в залежності від знака синуса кута ($M + \theta$):

- при $(M + \theta) < 180^\circ$, $c > 0$;
- при $(M + \theta) > 180^\circ$, $c < 0$.

Приклад 2.1. Привести вимірне значення $M_{JB} = 29^\circ 12' 02''$ напрямку JB до центра пункту C (рис. 2.2), якщо в результаті спостережень на пункті C були отримані такі елементи:

$$l = 0,325 \text{ м}; \quad S_{CB} = 5060 \text{ м}; \quad \theta = 94^\circ 42'.$$

1. Згідно з формулою (2.1) поправка c за центрування складе:

$$c'' = \frac{2062645 \cdot 0,325}{5065} \cdot \sin 123^\circ 54' 02'' = +11''$$

2. Виправлене значення M_{CB} напрямку CB буде дорівнювати:

$$M_{CB} = M_{JB} + c = 29^\circ 12' 02'' + 11'' = 29^\circ 12' 13''.$$

Поправки, обчислені за елементами центрування даного пункту, вводяться в напрямки, виміряні з цього пункту, на всі навколишні пункти, включаючи і напрям на початковий пункт.

Для початкового напрямку $M = 0$, тому формула (2.1) буде мати спрощений вигляд:

$$c'' = \rho'' \frac{l}{S} \cdot \sin \theta.$$

Визначення поправки за редуцію. Якщо проекція V вертикальної осі візирного циліндра (цілі) на горизонтальну площину не співпадає з центром пункту C (рис. 2.3), то вимірний напрям BV треба привести до центра пункту C , тобто ввести у напрямок BV поправку r_{BV} за редуцію.

Якщо уявити собі, що в точці V установлений теодоліт і напрямок VC на центр пункту C утворює з початковим напрямом VA кут θ_1 , то кутом, який орієнтує вимірний напрямок VB відносно відрізка $VC = l_1$, буде кут $BVC = (M_{VB} + \theta_1)$.

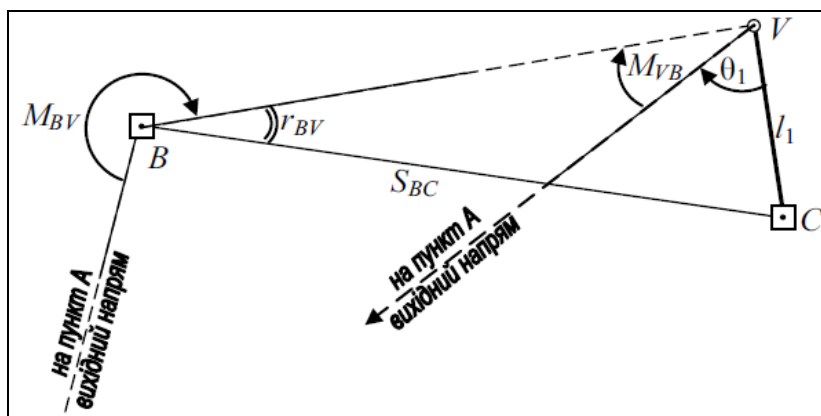


Рисунок 2.3 – Схема до визначення поправки за редуцію (пояснення позначень у тексті)

Зазначимо, що на практиці для визначення кута M_{VB} використовують напрями, виміряні на пункті C при установці теодоліта не в точці V , а в точці J (рис. 2.2). Це пов'язано з тим, що віддалі l і l_1 мізерно малі в порівнянні з відстанню між пунктами B і C , тому приріст кута ($M_{VB} + \theta_1$) на кілька секунд суттєво не змінить величину поправки r_{BV} .

Відрізок l_1 від проекції V візирної цілі до центра пункту C носить назву *лінійного елемента редуції*.

Кут θ_1 з вершиною в проекції V візирної цілі, виміряний за ходом годинникової стрілки від напрямку VC на центр пункту C до початкового напрямку VA , називається *кутовим елементом редуції*.

Шукана поправка r_{BV} за редуцію в напрямок BV визначиться із трикутника BVC за формулою:

$$r_{BV}'' = \rho'' \frac{l}{S_{BC}} \cdot \sin(M_{VB} + \theta_1)$$

або

$$r'' = \rho'' \frac{l_1}{S} \cdot \sin(M + \theta_1). \quad (2.2)$$

Отже, формула для обчислення поправок r за редуцію має той же вигляд, що і формула для обчислення поправок s за центрування.

Слід зауважити, що поправки r за редуцію, обчислені за елементами l_1 , θ_1 і M деякого пункту, уводять не в напрямки, виміряні з цього пункту, як це робиться при введенні поправок s за центрування, а в напрямки, виміряні з навколишніх пунктів на даний пункт.

Приклад 2.2. Виправити поправкою r за редукцію напрямок $M_{BV} = 247^\circ 23' 17''$, виміряний з пункту B на точку V (рис. 2.3), якщо на пункті C були отримані такі елементи:

$$l_1 = 0,346 \text{ м}; \quad S_{BC} = 5060 \text{ м}; \quad \theta_1 = 59^\circ 30'; \quad M_{VB} = M_{JB} = 29^\circ 12' 02''.$$

1. Згідно з формулою (2.2) поправка r за редукцію складе:

$$r = 206265'' \frac{0,346}{5060} \cdot \sin 88^\circ 42' 02'' = +14''.$$

2. Виправлене значення M_{BC} напрямку BC буде дорівнювати:

$$M_{BC} = M_{BV} + r = 247^\circ 23' 47'' + 14'' = 247^\circ 23' 31''.$$

З формул (2.1) та (2.2) випливає, що для приведення вимірних напрямків до центрів пунктів необхідно знати величини елементів центрування і редукції.

Лінійні елементи l центрування і l_1 редукції показують, на якій віддалі від проєкцій J вертикальної осі теодоліта і V візирної цілі знаходиться центр пункту C (рис. 2.4).

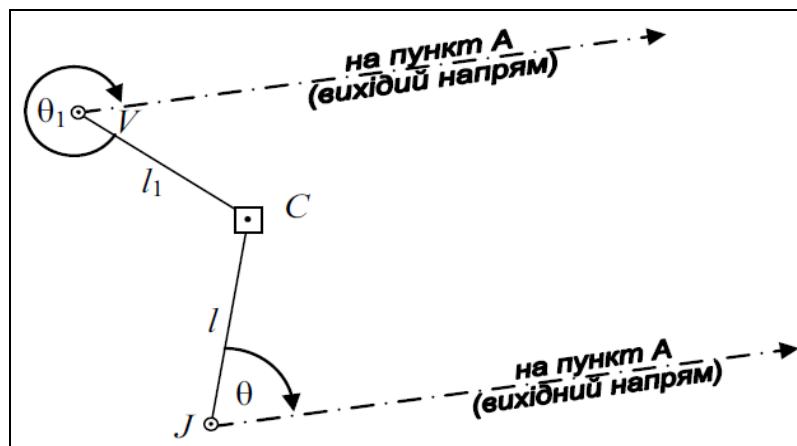


Рисунок 2.4 – Лінійні та кутові елементи центрування і редукції
(пояснення позначень у тексті)

Кутові елементи θ центрування і θ_1 редукції є горизонтальними кутами, вершини яких знаходяться відповідно в точках J і V (рис. 2.4). Ці кути відраховуються за ходом годинникової стрілки від напрямку на центр пункту до напрямку, прийнятого за вихідний.

Усі елементи приведення, як і напрямки на навколишні геодезичні пункти, вимірюються на місцевості.

Існують два способи визначення елементів приведення:

- графічний;
- аналітичний.

При *графічному способі* на одну і ту ж горизонтальну площину проєціюють вертикальну вісь J теодоліта, точку V візування та центр пункту C і потім безпосередньо вимірюють потрібні елементи приведення.

При *аналітичному способі* елементи приведення обчислюють за результатами спеціальних спостережень (вимірювань).

2.2 Практична частина до практичної роботи № 2

Завдання 1. Вивчіть теоретичну частину до практичної роботи № 2, у тому числі приклади обчислення поправок за центрування (**Приклад 2.1**) та редукцію (**Приклад 2.2**) і виправлення ними відповідних напрямів.

Завдання 2. З використанням вихідних даних до свого варіанту (див. **Додаток Б**) визначте поправки за центрування та редукцію і виправить ними відповідні напрями (рис. 2.2, **Приклад 2.1** та рис. 2.3, **Приклад 2.2**).

Завдання 3. Оформіть пояснювальну записку і результати виконання завдань 1 та 2 і дайте відповіді на запитання для самоперевірки засвоєння змісту практичної роботи № 2.

2.3 Запитання для самоперевірки засвоєння змісту практичної роботи № 2

1. Чим обумовлені поправки до напрямів за центрування?
2. Чим обумовлені поправки до напрямів за редукцію?
3. За якою формулою визначаються поправки за центрування та для якого напрямку ця формула матиме спрощений вигляд і з чим це пов'язано?
4. За якою формулою визначаються поправки за редукцію та яка відмінність цієї формули від формули для обчислення поправок за центрування і з чим це пов'язано?
5. Які способи використовують для визначення лінійних та кутових елементів приведення вимірних напрямків до центрів геодезичних пунктів?

3 Практична робота № 3.
Визначення координат геодезичного пункту
прямою одноразовою кутовою засічкою

3.1 Теоретична частина до практичної роботи № 3

3.1.1 Визначення координат геодезичного пункту способом розв'язання прямої і оберненої геодезичних задач

Якщо відомі координати вихідних пунктів $A (x_A, y_A)$ і $B (x_B, y_B)$, між якими є взаємна видимість, і на яких виміряні горизонтальні кути β_1 і β_2 , то координати x_P, y_P точки P (рис. 3.1) визначаються способом розв'язання прямої і оберненої геодезичних задач.

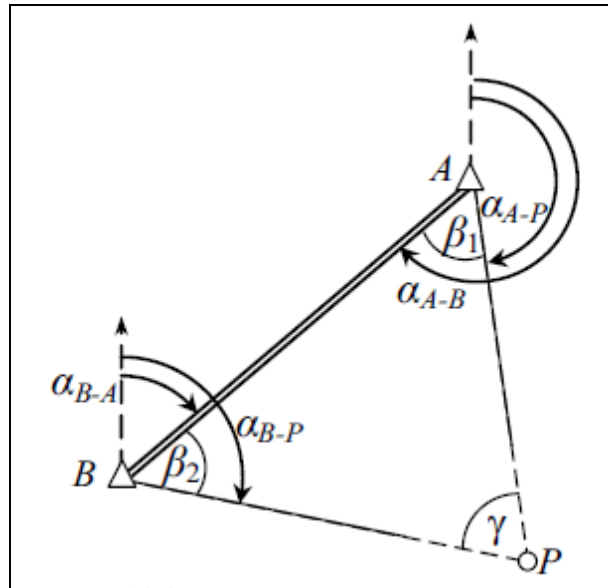


Рисунок 3.1 – Схема до визначення координат точки P способом розв'язання прямої та оберненої геодезичних задач (пояснення позначень у тексті)

Визначають виконують у послідовності, яка наведена нижче

1. Обчислюють дирекційний кут α_{AB} і довжину вихідної сторони AB :
 – за координатами вихідних пунктів A і B з використанням формул оберненої геодезичної задачі знаходять румб r_{AB} вихідної сторони AB :

$$\operatorname{tgr}_{AD} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{\Delta y}{\Delta x}; \quad r_{AB} = \operatorname{arctg} \frac{\Delta y}{\Delta x}; \quad (3.1)$$

- за знаками приростів координат Δx і Δy визначають чверть, в якій знаходиться напрям AB , і розраховують дирекційний кут α_{AB} ;
- обчислюють довжину (горизонтальне прокладання) вихідної сторони AB :

$$AB = \frac{\Delta x}{\cos \alpha_{AB}} = \frac{\Delta y}{\sin \alpha_{AB}}. \quad (3.2)$$

2. Обчислюють віддалі AP та BP з трикутника APB за теоремою синусів:

$$AP = \frac{AB \cdot \sin \beta_2}{\sin \gamma} \quad \text{та} \quad BP = \frac{AB \cdot \sin \beta_1}{\sin \gamma}, \quad (3.3)$$

де $\gamma = 180^\circ - (\beta_1 + \beta_2)$ – кут засічки.

3. Обчислюють дирекційні кути α_{AP} , α_{BP} відповідно сторін AP і BP :

$$\alpha_{AP} = \alpha_{AB} - \beta_1; \quad \alpha_{BP} = \alpha_{BA} + \beta_2. \quad (3.4)$$

4. Обчислюють координати точки P за формулами прямої геодезичної задачі:

– спочатку через сторону AP :

$$\left. \begin{aligned} x_P &= x_A + AP \cdot \cos \alpha_{AP} \\ y_P &= y_A + AP \cdot \sin \alpha_{AP} \end{aligned} \right\}, \quad (3.5)$$

– потім, для контролю, через сторону BP :

$$\left. \begin{aligned} x_P &= x_B + BP \cdot \cos \alpha_{BP} \\ y_P &= y_B + BP \cdot \sin \alpha_{BP} \end{aligned} \right\}; \quad (3.6)$$

5. Розраховують точність визначення положення точки P :

$$M = \frac{m''_{\beta}}{\rho'' \cdot \sin \gamma} \sqrt{(AP)^2 + (BP)^2}. \quad (3.7)$$

де γ – кут засічки;

$\sin \gamma = \sin(\beta_1 + \beta_2)$ – синус кута засічки;

AP та BP – віддалі (горизонтальні прокладання) від вихідних пунктів до точки P ;

m_β – середня квадратична похибка вимірювання кутів β_1 та β_2 ;

ρ'' – радіани ($\rho'' = 206265''$).

Якщо врахувати, що: $AP = b \frac{\sin \beta_2}{\sin \gamma}$ та $BP = b \frac{\sin \beta_1}{\sin \gamma}$ (де $b = AB$ –

віддаль між вихідними пунктами), то формулу (3.7) можна навести в наступному (іншому) вигляді:

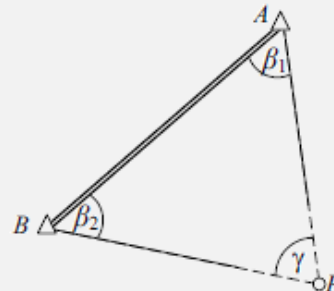
$$M = \frac{b \cdot m_\beta''}{\rho'' \cdot \sin \gamma} \sqrt{\sin^2 \beta_1 + \sin^2 \beta_2}. \quad (3.8)$$

Приклад 3.1. Визначення координат пункту P прямою одноразовою засічкою способом розв'язання прямої і оберненої геодезичних задач.

Вихідні дані:

Пункти	Координати, м		Виміряні кути (теодоліт: 3Т2КП)	
	x	y	β_1	β_2
A	11371,17	8552,42	54°59'34"	75°39'01"
B	9946,57	7696,97		

Схема:



1. Обчислення дирекційного кута α_{AB} і довжини S вихідної сторони AB :

Позначення	AB
y_k	7696,97
y_n	8552,42
$\Delta y = y_k - y_n$	-855,45
x_k	9946,57
x_n	11371,17
$\Delta x = x_k - x_n$	-1424,60
$\text{tgr} = \Delta y / \Delta x $	0,600484346
Назва: $\text{arctg} \Delta y / \Delta x $	ПдЗ: 30°59'03"
α_{np}	210°59'03"
$\alpha_{обр} = \alpha_{np} \pm 180^\circ$	30°59'03"
S	1661,71

2. Обчислення віддалей AP , BP за теоремою синусів:

$$AP = \frac{1661,71 \cdot \sin 75^\circ 39'01''}{\sin(180^\circ - 130^\circ 38'35'')} = 2121,64 \text{ м}; \quad BP = \frac{1661,71 \cdot \sin 54^\circ 59'34''}{\sin(180^\circ - 130^\circ 38'35'')} = 1793,76 \text{ м}.$$

3. Обчислення дирекційних кутів α_{AP} , α_{BP} :

$$\alpha_{AP} = 210^\circ 59'03'' - 54^\circ 59'34'' = 155^\circ 59'29''; \quad \alpha_{BP} = 30^\circ 59'03'' + 75^\circ 39'01'' = 106^\circ 38'04''.$$

4. Обчислення координат точки P :

Позначення		Позначення	
$\cos \alpha_{AP}$	-0,913484318	$\sin \alpha_{AP}$	0,406873937
$AP \cdot \cos \alpha_{AP}$	-1938,089	$AP \cdot \sin \alpha_{AP}$	843,242
x_A	11371,17	y_A	8552,42
x_P	9433,08	y_P	9415,66
$\cos \alpha_{BP}$	-0,286264429	$\sin \alpha_{BP}$	0,958150654
$BP \cdot \cos \alpha_{BP}$	-513,462	$BP \cdot \sin \alpha_{BP}$	1718,600
x_B	9946,57	y_B	7696,97
x_P	9433,11	y_P	9415,57
Середнє значення координат	9433,10	Середнє значення координат	9415,62

5. Оцінка точності визначення положення пункту P :

$$M = \frac{m''}{\rho'' \cdot \sin \gamma} \sqrt{(AP)^2 + (BP)^2} =$$

$$= \frac{2}{206265 \cdot \sin(180^\circ - 130^\circ 38'35'')} \sqrt{2121,645^2 + 1793,760^2} =$$

$$= 0,036 \text{ м} = 36 \text{ мм}.$$

Оцінку точності визначення координат геодезичного пункту прямою одноразовою кутовою засічкою можна виконати і графічно. Для цього на аркуші ватману за координатами вершин A , B і P у зручному масштабі будують пряму засічку (рис. 3.2).

Обчислюють величини r_1 і r_2 , які називають *градієнтами напрямків*:

$$r_1 = \frac{\rho''}{S_1}, \quad r_2 = \frac{\rho''}{S_2}, \quad (3.9)$$

де $S_1 = AP$ та $S_2 = BP$.

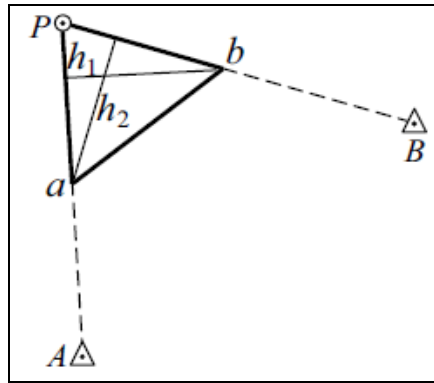


Рисунок 3.2 – Схема графічної оцінки точності визначення координат пункту прямою одноразовою кутковою засічкою (пояснення позначень у тексті)

Значення r_1 і r_2 відкладають від точки P відповідно на напрямках PA і PB і одержують точки a і b . Отриманий в результаті таких побудов трикутник aPb є «повернутим» (інвертним) по відношенню до трикутника APB . Обчислюють площу F трикутника aPb за виразом:

$$F = \frac{1}{2} h_1 r_1 = \frac{1}{2} h_2 r_2, \quad (3.10)$$

де h_1 і h_2 – висоти трикутника aPb , які визначають графічно.

Середню квадратичну похибку визначення положення пункту P обчислюють за формулою:

$$M = \frac{m''_{\beta}}{2 \cdot F} \cdot \sqrt{r_1^2 + r_2^2}. \quad (3.11)$$

З урахуванням формули (3.10) формула (3.11) прийме вигляд:

$$M = \frac{m''_{\beta}}{2 \cdot F} \cdot \sqrt{\frac{1}{h_1^2} + \frac{1}{h_2^2}}. \quad (3.12)$$

При обчисленні координат шуканої точки P за формулами Юнга або Гаусса попереднє рішення трикутників не потрібне, а вихідні пункти можна нумерувати за правилом: якщо встати в середині лінії AB обличчям до шуканого пункту P , то вихідний пункт A , що знаходиться зліва, буде першим, а пункт B , що знаходиться праворуч – другим (див. пп. 3.1.2 та пп. 3.1.3).

3.1.2 Визначення координат геодезичного пункту за формулами Юнга (формулами котангенсів виміряних кутів)

Томас Юнг отримав ці формули шляхом перетворення формул приростів координат.

З метою спрощення виводу формул Юнга, для визначення координат геодезичного пункту, робиться наступне (рис. 3.3):

- літерні позначення вихідних пунктів A і B замінюються, відповідно, цифрами $1, 2$;
- довжини сторін $AB, AP, \text{ і } BP$ позначаються, відповідно через $b, d_1 \text{ і } d_2$;
- дирекційні кути сторін $\alpha_{AB}, \alpha_{AP} \text{ і } \alpha_{BP}$ позначаються, відповідно, через $\alpha_0, \alpha_1 \text{ і } \alpha_2$.

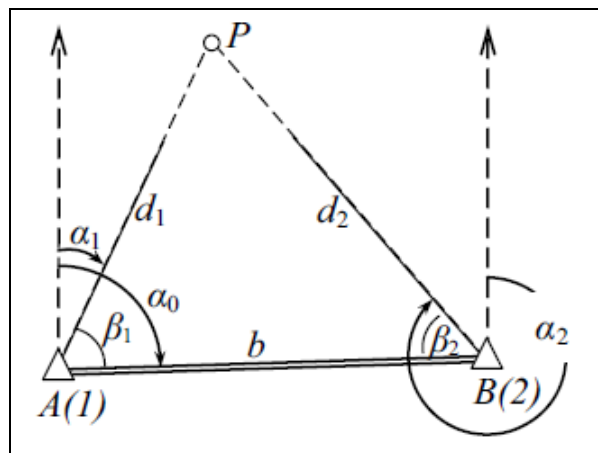


Рисунок 3.3 – Схема до визначення координат геодезичного пункту за формулами Юнга (пояснення позначень у тексті)

Після цього можна записати:

$$\begin{aligned} x_2 - x_1 &= b \cos \alpha_0, \\ y_2 - y_1 &= b \sin \alpha_0 \end{aligned} \quad (3.13)$$

та

$$\begin{aligned} x_P - x_1 &= d_1 \cos \alpha_1 = d_1 \cos(\alpha_0 - \beta_1), \\ y_P - y_1 &= d_1 \sin \alpha_1 = d_1 \sin(\alpha_0 - \beta_1). \end{aligned} \quad (3.14)$$

Перетворивши праві частини групи рівнянь (3.13) з використанням тригонометричних формул функцій різниці кутів, отримаємо такий вигляд групи рівнянь (3.14):

$$\begin{aligned}x_P - x_1 &= d_1(\cos \alpha_0 \cos \beta_1 + \sin \alpha_0 \sin \beta_1), \\y_P - y_1 &= d_1(\sin \alpha_0 \cos \beta_1 - \cos \alpha_0 \sin \beta_1).\end{aligned}\tag{3.15}$$

У зв'язку з тим, що $\cos \alpha_0 = \frac{x_2 - x_1}{b}$ і $\sin \alpha_0 = \frac{y_2 - y_1}{b}$, то маємо:

$$\begin{aligned}x_P - x_1 &= d_1 \left(\frac{x_2 - x_1}{b} \cos \beta_1 + \frac{y_2 - y_1}{b} \sin \beta_1 \right), \\y_P - y_1 &= d_1 \left(\frac{y_2 - y_1}{b} \cos \beta_1 - \frac{x_2 - x_1}{b} \sin \beta_1 \right).\end{aligned}\tag{3.16}$$

Якщо в правих частинах отриманих рівнянь винести за дужки множник $\frac{\sin \beta_1}{b}$, то отримаємо:

$$\begin{aligned}x_P - x_1 &= \frac{d_1 \cdot \sin \beta_1}{b} [(x_2 - x_1) \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 + (y_2 - y_1)], \\y_P - y_1 &= \frac{d_1 \cdot \sin \beta_1}{b} [(y_2 - y_1) \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 - (x_2 - x_1)].\end{aligned}\tag{3.17}$$

З трикутника ABP (рис. 3.3) за теоремою синусів маємо:

$$\frac{d_1}{b} = \frac{\sin \beta_2}{\sin(\beta_1 + \beta_2)} = \frac{\sin \beta_2}{\sin \beta_1 \cos \beta_2 + \cos \beta_1 \sin \beta_2}.\tag{3.18}$$

Після множення на $\sin \beta_1$ вираз (3.18) набуде вигляду:

$$\frac{d_1 \sin \beta_1}{b} = \frac{\sin \beta_1 \sin \beta_2}{\sin \beta_1 \cos \beta_2 + \cos \beta_1 \sin \beta_2} = \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2}.\tag{3.19}$$

З урахуванням виразу (3.19) групу рівнянь (3.17) можна записати так:

$$\begin{aligned}x_P - x_1 &= \frac{(x_2 - x_1) \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 + (y_2 - y_1)}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2}, \\y_P - y_1 &= \frac{(y_2 - y_1) \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 - (x_2 - x_1)}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2}.\end{aligned}\tag{3.20}$$

Після перенесення x_1 і y_1 у праву частину і виконання відповідних перетворень маємо формули Юнга для обчислення координат пункту P :

$$x_P = \frac{x_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 + x_2 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 - y_1 + y_2}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2},$$

$$y_P = \frac{y_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 + y_2 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 + x_1 - x_2}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2}.$$
(3.21)

Контроль обчислення координат пункту P можна виконати, якщо отримати абсциси та ординати одного з вихідних пунктів, вважаючи координати другого з вихідних пунктів і пункту P вихідними:

$$x_1 = \frac{x_2 \cdot \operatorname{ctg} \gamma + x_P \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 - y_2 + y_P}{\operatorname{ctg} \beta_2 + \operatorname{ctg} \gamma},$$

$$y_1 = \frac{y_2 \cdot \operatorname{ctg} \gamma + y_P \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 + x_2 - y_P}{\operatorname{ctg} \beta_2 + \operatorname{ctg} \gamma}.$$
(3.22)

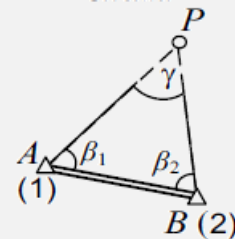
де $\gamma = 180^\circ - (\beta_1 + \beta_2)$ – кут засічки.

Приклад 3.2. Визначення координат пункту P прямою одноразовою засічкою за формулами Юнга.

Вихідні дані:

Пункти	Координати, м		Кути (теодоліт 3Т2КП)	
	x	y	β_1	β_2
A	3145,65	1678,75	61°06'13,7"	62°15'49,9"
B	2678,15	3318,65		

Схема:



1. Обчислення координат пункту P за формулами (3.21) та (3.22):

Пункт	β_1	Абсциси пунктів, x , м	$\operatorname{ctg} \beta_2$	Ординати пунктів, y , м	$\operatorname{ctg} \gamma + \operatorname{ctg} \beta_2$
	β_2		$\operatorname{ctg} \beta_1$		$\operatorname{ctg} \gamma$
	y		$\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2$		$\operatorname{ctg} \beta_2$
A	(1) 61°06'13,7"	(3) 3145,65	(8) 0,5258166	(5) 1678,75	(15) 1,1843857
B	(2) 62°15'49,9"	(4) 2678,15	(9) 0,5519430	(6) 3318,65	(13) 0,6585691
P	(7) 56°37'56,4"	(11) 4427,816	(10) 1,0777596	(12) 2952,347	(14) 0,5258166

2. Оцінка точності визначення координат пункту P :

$$M = \frac{b \cdot m_{\beta}''}{\rho'' \sin \gamma} \sqrt{\sin^2 \beta_1 + \sin^2 \beta_2}, \quad m_{\beta} = 2'',$$

$$b = AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \\ = \sqrt{(2678,15 - 3145,65)^2 + (3318,65 - 1678,75)^2} = 1705,236 \text{ м},$$

$$M = \frac{1705,236 \cdot 2}{206265 \cdot \sin(180^\circ - (61^\circ 06' 13,7'' + 62^\circ 15' 49,9''))} \sqrt{\sin^2 61^\circ 06' 13,7'' + \sin^2 62^\circ 15' 49,9''} = \\ = 0,025 \text{ м}.$$

3.1.3 Визначення координат геодезичного пункту за формулами Гаусса (формулами тангенсів дирекційних кутів напрямків)

Формули Гаусса застосовують у тих випадках, коли засічка шуканої точки P зроблена з вихідних пунктів 1 і 2, між якими немає взаємного візування (рис. 3.4).

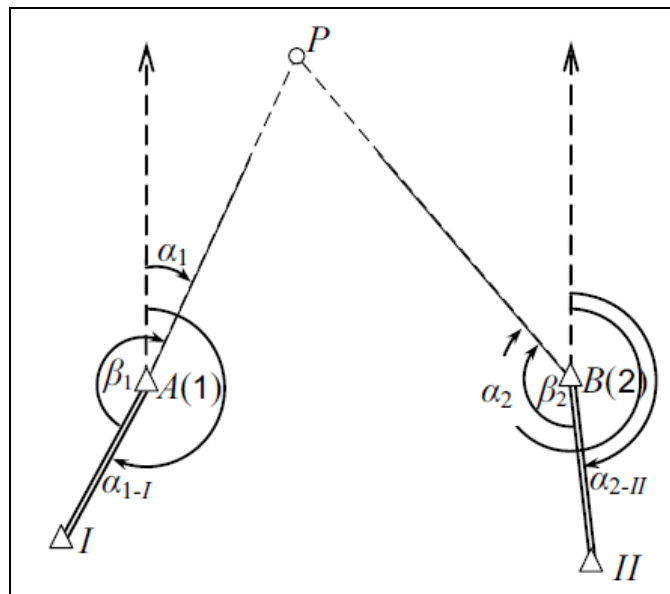


Рисунок 3.4 – Схема до визначення координат геодезичного пункту за формулами Гаусса (пояснення позначень у тексті)

Нехай відомі координати вихідних пунктів $A(1)$ і $B(2)$ та виміряні прилеглі кути β_1 і β_2 між вихідними сторонами $I-1$ і $II-2$ і напрямками на шукану точку P (рис. 3.4). Треба визначити координати точки P .

З урахуванням прийнятих позначень маємо:

$$\alpha_1 = \alpha_{1-I} + \beta_1; \quad \alpha_2 = \alpha_{2-II} + \beta_2. \quad (3.23)$$

З розв'язання оберненої геодезичної задачі слідує:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{y_P - y_1}{x_P - x_1}; \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{y_P - y_2}{x_P - x_2}. \quad (3.24)$$

Віднімаючи від другого рівняння перше, отримаємо:

$$y_2 - y_1 + (x_P - x_2) \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 - (x_P - x_1) \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 = 0. \quad (3.25)$$

Після розкриття дужок рівняння прийме вигляд:

$$y_2 - y_1 + x_P \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 - x_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 - x_P \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 + x_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 = 0. \quad (3.26)$$

Зробивши групування членів рівняння (3.26), маємо:

$$x_P (\operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha_1) + x_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 - x_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 + y_2 - y_1 = 0$$

або

$$x_P (\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2) = x_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 - x_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 - y_1 + y_2,$$

звідки:

$$x_P = \frac{x_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 - x_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_2 - y_1 + y_2}{\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2}. \quad (3.27)$$

Знаючи значення абсциси точки P , що визначається, двічі (з контролем) обчислюємо ординату y_P за формулами:

$$y_P = y_1 + (x_P - x_1) \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 = y_2 + (x_P - x_2) \cdot \operatorname{tg} \alpha_2. \quad (3.28)$$

Координати x_P і y_P точки P , що визначається, можуть бути виражені формулами котангенсів дирекційних кутів:

$$y_P = \frac{y_1 \cdot \operatorname{ctg} \alpha_1 - y_2 \cdot \operatorname{ctg} \alpha_2 - x_1 + x_2}{\operatorname{ctg} \alpha_1 - \operatorname{ctg} \alpha_2}. \quad (3.29)$$

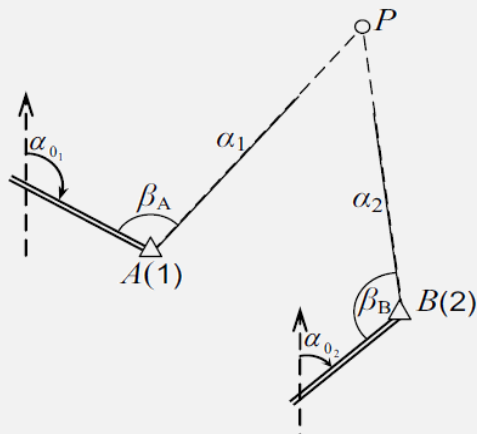
$$x_P = x_1 + (y_P - y_1) \cdot \operatorname{ctg} \alpha_1 = x_2 + (y_P - y_2) \cdot \operatorname{ctg} \alpha_2. \quad (3.30)$$

Приклад 3.3. Визначення координат пункту P прямою одноразовою засічкою за формулами Гаусса.

Вихідні дані:

Пункти	Координати, м		Кути		
	x	y	α_{0_1} α_{0_2}	β_A β_B	$\alpha_1 = \alpha_{AP}$ $\alpha_2 = \alpha_{BP}$
A	5344,65	3877,57	135°26'17,0"	88°54'24,3"	44°20'41,3"
B	4872,36	5533,32	37°43'46,4"	130°18'08,2"	348°01'54,6"

Схема:



1. Обчислення координат пункту P за формулами (3.27) та (3.28):

Пункт	Дирекційні кути α_1 α_2	Абсциси пунктів, x , м	$\operatorname{tg} \alpha_1$	Ординати пунктів, y , м
			$\operatorname{tg} \alpha_2$	
A	(1) 44°20'41,3"	(3) 5344,65	(7) 0,9773870	(4) 3877,57
P	(2) 348°01'54,6"	(10) 6652,61	(8) -0,2119759	(11) 5155,95
B		(5) 4872,36	(9) 1,1893629	(6) 5533,32

2. Оцінка точності визначення координат пункту P виконується за аналогією з попереднім способом. **В практичній роботі № 3 зазначена оцінка не виконується!**

3.2 Практична частина до практичної роботи № 3

Завдання 1. Вивчіть теоретичну частину до практичної роботи № 3, у тому числі приклади обчислення координат шуканого пункту прямою одноразовою кутковою засічкою різними способами: способом розв'язання прямої і оберненої геодезичних задач (див. пп. 3.1.1); за формулами Юнга (див. пп. 3.1.2); за формулами Гаусса (див. пп. 3.1.3).

Завдання 2. З використанням вихідних даних до свого варіанту (див. **Додаток В**) визначте координати шуканого пункту прямою одноразовою кутовою засічкою способом розв'язання прямої і оберненої геодезичних задач (див. *Приклад 3.1*), за формулами Юнга (див. *Приклад 3.2*) та за формулами Гаусса (див. *Приклад 3.3*).

Завдання 3. Оформіть пояснювальну записку і результати виконання завдань 1 та 2 і дайте відповіді на запитання для самоперевірки засвоєння змісту практичної роботи № 3.

3.3 Запитання для самоперевірки засвоєння змісту практичної роботи № 3

1. Якими способами виконується обчислення координат шуканого геодезичного пункту прямою одноразовою кутовою засічкою?

2. Як виглядає схема визначення координат геодезичного пункту способом розв'язання прямої і оберненої геодезичних задач?

3. Як виглядає схема визначення координат геодезичного пункту за формулами Юнга (формулами котангенсів вимірних кутів)?

4. Як виглядає схема визначення координат геодезичного пункту за формулами Гаусса (формулами тангенсів дирекційних кутів напрямків)?

5. Який вигляд має схема графічної оцінки точності визначення координат геодезичного пункту прямою одноразовою кутовою засічкою?

4 Практична робота № 4.

Визначення координат геодезичного пункту способом прямої багаторазової кутової засічки

4.1 Теоретична частина до практичної роботи № 4

Розглянемо визначення координат пункту P способом прямої багаторазової засічки, для чого з декількох вихідних пунктів T_1, T_2, \dots, T_N були виміряні кути $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N$ між лініями з відомими дирекційними кутами $\alpha_a, \alpha_b, \dots, \alpha_r$ та напрямками на точку P (рис. 4.1, а).

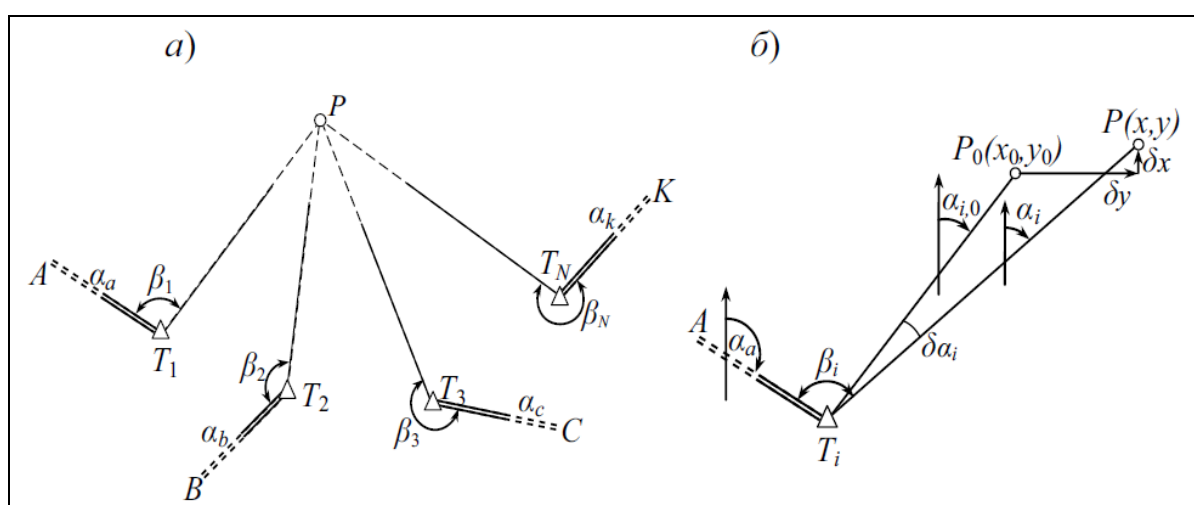


Рисунок 4.1 – Схема прямої багаторазової кутової засічки
(пояснення позначень у тексті)

Вибирають дві точки з відомими координатами, бажано так, щоб лінії візування на шукану точку P перетиналися під кутом, близьким до прямого. Розв'язують одноразову пряму засічку і знаходять наближені координати x_0 і y_0 точки P (див. формули (3.27) і (3.28) практичної роботи № 3).

Далі відповідно до параметричного способу треба скласти рівняння поправок, в яких виміряні величини представити як функції вибраних невідомих (рис. 4.1, б). За наближеними координатами x_0 і y_0 пункту P , отриманими з розв'язання прямої одноразової засічки, для лінії $T_i P_0$ можна знайти довжину $S_{i,0}$ та дирекційний кут $\alpha_{i,0}$:

$$S_{i,0} = \frac{x_0 - x_i}{\cos \alpha_{i,0}} = \frac{y_0 - y_i}{\sin \alpha_{i,0}} \quad \text{та} \quad \alpha_{i,0} = \arctg \frac{y_0 - y_i}{x_0 - x_i}. \quad (4.1)$$

Вирівняне значення дирекційного кута α_i лінії T_iP буде дорівнювати:

$$\alpha_i = \alpha_{i,0} + \delta\alpha_i. \quad (4.2)$$

Попередньо обчислений (назвемо його «вимірний») дирекційний кут α'_i лінії T_iP дорівнює алгебраїчній сумі вихідного дирекційного кута α_a і виміряного кута β_i :

$$\alpha'_i = \alpha_a + \beta_i. \quad (4.3)$$

Вирівняне значення дирекційного кута α_i можна знайти як суму «виміряного» дирекційного кута α_i та поправки ν_i :

$$\alpha_i = \alpha'_i + \nu_i. \quad (4.4)$$

Звідки поправка ν_i буде дорівнювати:

$$\alpha_i - \alpha'_i = \nu_i. \quad (4.5)$$

Підставимо значення α_i з рівняння (4.2) в рівняння (4.5) та отримаємо:

$$\delta\alpha_i + \alpha_{i,0} - \alpha'_i = \nu_i. \quad (4.6)$$

Позначимо

$$\alpha_{i,0} - \alpha'_i = l_i. \quad (4.7)$$

де l_i – вільний член рівняння поправок.

З урахуванням (4.7) вираз (4.6) буде мати наступний вигляд:

$$\delta\alpha_i + l_i = \nu_i. \quad (4.8)$$

Замість величини $\delta\alpha_i$ у формулі (4.8) треба підставити диференціальну формулу дирекційного кута:

$$\delta\alpha = a_i\delta x + b_i\delta y. \quad (4.9)$$

З урахуванням (4.9) переходимо до величин δx та δy у формулі (4.8):

$$a_i \delta x + b_i \delta y + l_i = v_i. \quad (4.10)$$

Коефіцієнти a_i та b_i визначають за формулою:

$$a_i = \frac{(a_i)}{S_i} = -\rho \frac{\sin \alpha_i}{S_i}, \quad b_i = \frac{(b_i)}{S_i} = \rho \frac{\cos \alpha_i}{S_i}. \quad (4.11)$$

Значення (a_i) та (b_i) у формулі (4.11) знаходять за формулою:

$$(a_i) = -\rho \sin \alpha \quad \text{та} \quad (b_i) = \rho \cos \alpha. \quad (4.12)$$

Параметричних рівнянь поправок виду (4.8) буде стільки, скільки є напрямків спостережень на точку P . Розв'язання параметричних рівнянь поправок за додатковою умовою $[v_i v_i] = \min$ згідно з методом найменших квадратів приводить до *нормальних рівнянь*, яких буде стільки, скільки є невідомих. У нас невідомі δx та δy , тому

$$\left. \begin{aligned} [aa]\delta x + [ab]\delta y + [al] &= 0 \\ [ab]\delta x + [bb]\delta y + [bl] &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (4.13)$$

Розв'яжемо рівняння (4.13) відносно найімовірніших поправок δx та δy до наближених координат і отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} \delta x &= \frac{[ab][bl] - [bb][al]}{[aa][bb] - [ab]^2} = \frac{D_x}{D} \\ \delta y &= \frac{[ab][al] - [aa][bl]}{[aa][bb] - [ab]^2} = \frac{D_y}{D} \end{aligned} \right\}, \quad (4.14)$$

де $D = [aa][bb] - [ab]^2$.

Остаточні вирівняні (найімовірніші) координати x_P та y_P точки P обчислюють за формулою

$$\left. \begin{aligned} x_P &= x_0 + \delta x \\ y_P &= y_0 + \delta y \end{aligned} \right\}. \quad (4.15)$$

Вирівняні значення дирекційних кутів α_i обчислюють за формулою (4.4). Поправки v_i знаходять з рівняння (4.10).

Для контролю розрахунків обчислюють значення дирекційних кутів α_i з використанням найімовірніших координат x_P та y_P пункту P :

$$\alpha_i = \arctg \frac{y_P - y_i}{x_P - x_i}. \quad (4.16)$$

Їх порівнюють зі значеннями, які були отримані за формулою (4.4).

Середню квадратичну похибку вимірювання кута m_β розраховують за формулою:

$$m_\beta = \sqrt{\frac{[v^2]}{n-2}}, \quad (4.17)$$

де n – кількість виміряних кутів.

Для оцінки точності вирівняних значень координат x_P та y_P точки P обчислюють середні квадратичні похибки їх визначення:

$$\left. \begin{aligned} m_x &= \frac{m_\beta}{\sqrt{P_x}} \\ m_y &= \frac{m_\beta}{\sqrt{P_y}} \end{aligned} \right\}, \quad (4.18)$$

де ваги найімовірніших значень координат знаходять за формулами:

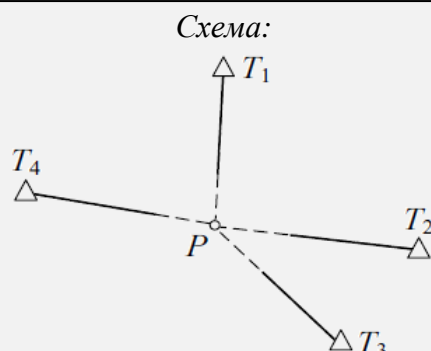
$$P_y = [bb \cdot 1] = \frac{D}{[aa]} \quad \text{та} \quad P_x = \frac{[aa]}{[bb]} \cdot P_y = \frac{D}{[bb]}. \quad (4.19)$$

Приклад 4.1. Визначення та вирівнювання координат геодезичного пункту способом прямої багаторазової кутової засічки.

Необхідно отримати координати пункту P , визначеного прямою багаторазовою засічкою, та виконати оцінку точності. Координати твердих пунктів T_1, T_2, T_3, T_4 та обчислені дирекційні кути напрямків наведені нижче у таблиці. Крім того, нижче на схемі показано положення зазначених вище твердих пунктів і шуканого пункту P .

Вихідні дані:

Пункти	Координати, м		Обчислені («виміряні») дирекційні кути, α_i'
	x	y	
T_1	4796,081	3341,077	182°39'03,0"
T_2	4064,522	3748,515	284°49'34,0"
T_3	3515,618	3558,517	339°40'50,0"
T_4	4279,024	2804,430	101°02'09,0"



1. Обчислення наближених координат x_0, y_0 пункту P виконують за формулами розв'язання прямої одноразової засічки (див. формули (3.27) і (3.28) практичної роботи № 3), вибравши для цього комбінацію твердих пунктів, з яких напрямки на пункт P перетинаються приблизно під кутом 90° :

Пункт	Дирекційні кути, α'_1	Абсциси пунктів, $x, \text{ м}$	$\text{tg } \alpha'_1$	Ординати пунктів, $y, \text{ м}$
	α'_2		$\text{tg } \alpha'_2$	
T_1 (1)	(1) 182°39'03,0"	(3) 4796,081	(7) 0,0462988	(4) 3341,077
P			(8) 5,1274313	
T_4 (2)	(2) 101°02'09,0"	(5) 4279,024	(9) 5,1737301	(6) 2804,430
Наближені координати пункту P		(10) 4179,926	–	(11) 3312,550

2. Розрахунок наближених дирекційних кутів $\alpha_{i,0}$ напрямків з вихідних пунктів на шуканий пункт P та віддалей $S_{i,0}$ від пункту P до вихідних пунктів з використанням наближених координат x_0, y_0 :

Пункти	y_0	x_0	$\text{tg } r_{i,0}$	$S_{i,0} = \frac{y_0 - y_i}{\sin \alpha_{i,0}}$	$S_{i,0} = \frac{x_0 - x_i}{\cos \alpha_{i,0}}$
	y_i	x_i	$r_{i,0}$		
	$y_0 - y_i = \Delta y_i$	$x_0 - x_i = \Delta x_i$	$\alpha_{i,0}$		
P	3312,550	4179,926	0,0462984	616,815	616,815
T_1	3341,077	4796,081	ПдЗх: 2°39'02,9"		
	-28,527	-616,155	182°39'02,9"		
P	3312,550	4179,926	3,7777287	450,981	450,981
T_2	3748,515	4064,522	ПнЗх: 75°10'24,0"		
	-435,965	115,404	284°49'36,0"		
P	3312,550	4179,926	0,3702605	708,382	708,382
T_3	3558,517	3515,618	ПнЗх: 20°19'03,3"		
	-245,967	664,308	339°40'56,7"		
P	3312,550	4179,926	5,1274496	517,693	517,693
T_4	2804,430	4279,024	ПдСх: 78°57'51,1"		
	508,12	-99,098	101°02'08,9"		

3. Розрахунок вільних членів рівнянь поправок:

Пункти	Обчислені («виміряні») дирекційні кути, α'_1	Наближені дирекційні кути, $\alpha_{i,0}$	$l_i = \alpha_{i,0} - \alpha'_1$	$l_i l_i$
T_1	182°39'03,0"	182°39'02,9"	-0,1	0,01
T_2	284°49'34,0"	284°49'36,0"	+2,0	4,00
T_3	339°40'50,0"	339°40'56,7"	+6,7	44,89
T_4	101°02'09,0"	101°02'08,9"	-0,1	0,01

4. Обчислення коефіцієнтів рівнянь поправок і нормальних рівнянь. Значення (a_i), (b_i) знаходять за формулою (4.12), коефіцієнти a_i , b_i – за формулою (4.11). Для зручності розрахунків S виразимо в км, а ρ'' прийемо рівним 20,6265. Розрахунки виконуємо у таблиці:

Пункти	$\alpha_{i,0}$	(a_i)	(b_i)	S_i , км	a_i	b_i	l_i	s_i
T_1	182°39'	0,95	-20,6	0,617	1,5	-33,4	-0,1	-32,0
T_2	284°50'	19,94	5,27	0,451	44,2	11,7	+2,0	+57,9
T_3	339°41'	7,16	19,34	0,708	10,1	27,3	+6,7	+44,1
T_4	101°02'	-20,24	-3,95	0,518	-39,1	-7,6	-0,1	-46,8
Сума	–	–	–	–	16,7	-2,0	+8,5	+23,2

Продовження розрахункової таблиці:

Пункти	aa	ab	al	as	bb	bl	bs
T_1	2	-50	0	-48	1116	3	1069
T_2	1954	517	88	2559	137	23	677
T_3	102	276	68	445	745	183	1204
T_4	1529	297	4	1830	58	1	356
Сума	3587	1040	160	4786	2056	210	3306

Контрольні суми повинні дорівнювати: $s_i = a_i + b_i + l_i$. Сумарне значення $[s_i]$ отримують двічі:

$$[s] = s_1 + s_2 + s_3 + s_4 = -32,0 + 57,9 + 44,1 - 46,8 = 23,2;$$

$$[s] = [a] + [b] + [l] = 16,7 - 2,0 + 8,5 = 23,2.$$

Коефіцієнти рівнянь (4.13) дорівнюють:

$$[aa] = 3587; \quad [ab] = 1040; \quad [al] = 160; \quad [bb] = 2056; \quad [bl] = 210.$$

5. Розв'язок нормальних рівнянь (4.13) відносно найімовірніших поправок δx та δy до наближених координат, який здійснюється за формулою (4.14):

$$\left. \begin{array}{l} \text{I. } [aa]\delta x + [ab]\delta y + [al] = 0 \\ \text{II. } [ab]\delta x + [bb]\delta y + [bl] = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{I. } 3587 \delta x + 1040 \delta y + 160 = 0 \\ \text{II. } 1040 \delta x + 2056 \delta y + 210 = 0 \end{array}$$

$-[aa]$	$[bb]$	$_{-}7372$	$-[ab]$	$[bl]$	$_{-}219$	$-[ab]$	$[al]$	$_{-}166$	$\delta x = -0,02$	$P_x = 3061$
$[ab]$	$[ab]$	1081	$[bb]$	$[al]$	329	$[aa]$	$[bl]$	755	$\delta y = -0,09$	$P_y = 1754$
D		6291	D_x		-110	D_y		-588		

6. Обчислення остаточно вирівняних (найімовірніших) координат x_P та y_P точки P виконують за формулою (4.15). Оскільки координати x_P та y_P виражено в метрах, то δx та δy помножено на 0,1:

$$\left. \begin{aligned} x_P &= x_0 + 0,1\delta x = 4179,926 + 0,1 \cdot (-0,02) = 4179,924 \text{ м} \\ y_P &= y_0 + 0,1\delta y = 3312,550 + 0,1 \cdot (-0,09) = 3312,541 \text{ м} \end{aligned} \right\}$$

7. Розрахунок кінцево обчислених дирекційних кутів α_i напрямків з вихідних пунктів на шуканий пункт P і віддалей S_i з використанням вирівняних координат x_P та y_P :

Пункти	y_P	x_P	$\text{tg } r_i$	$S_i = \frac{y_P - y_i}{\sin \alpha_i}$	$S_i = \frac{x_P - x_i}{\cos \alpha_i}$
	y_i	x_i	r_i		
	$y_P - y_i = \Delta y_i$	$x_P - x_i = \Delta x_i$	α_i		
P	3312,541	4179,924	0,0463129	616,813	616,813
T_1	3341,077	4796,081	ПдЗх: 2°39'05,9"		
	-28,536	-616,153	182°39'05,9"		
P	3312,541	4179,924	3,7778721	450,989	450,989
T_2	3748,515	4064,522	ПнЗх: 75°10'25,9"		
	-435,974	115,402	284°49'34,1"		
P	3312,541	4179,924	0,3702751	708,383	708,383
T_3	3558,517	3515,618	ПнЗх: 20°19'06,0"		
	-245,976	664,306	339°40'54,0"		
P	3312,541	4179,924	5,1272452	517,685	517,685
T_4	2804,430	4279,024	ПдСх: 78°57'49,6"		
	508,111	-99,100	101°02'10,4"		

8. Розрахунок поправок v_i за формулою (4.10) та значень остаточно вирівняних (найімовірніших) дирекційних кутів α_i :

Пункти	Розрахунок v_i				Обчислені («виміряні») дирекційні кути, α'_i	Виправлені дирекційні кути, $\alpha_i = \alpha'_i + v$	v
	$a_i \delta x$	$b_i \delta y$	l_i	v_i			
T_1	-0,03	3,12	-0,1	3,00	182°39'03,0"	182°39'06,0"	9,0
T_2	-0,77	-1,09	2,0	0,13	284°49'34,0"	284°49'34,1"	0,0
T_3	-0,18	-2,55	6,7	3,97	339°40'50,0"	339°40'54,0"	15,8
T_4	0,68	0,71	-0,1	1,29	101°02'09,0"	101°02'10,3"	1,7
							26,4

9. Контроль розрахунку поправок v_i :

$[ll]$	$[al]\delta x$	$[bl]\delta y$	$[vv]$
48,91	-2,79	-19,68	26,44

10. Оцінка точності за формулами (4.17) та (4.18). Середні квадратичні похибки координат m_x і m_y , виражені в метрах, тому в знаменнику формул (4.17) беруть коефіцієнт 10:

$$m_\alpha = \sqrt{\frac{26,44}{4-2}} = 3,6''; \quad m_x = \frac{3,6}{10\sqrt{3061}} = 0,006 \text{ м}; \quad m_y = \frac{3,6}{10\sqrt{1754}} = 0,009 \text{ м}.$$

$$M_P = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} = 0,011 \text{ м}.$$

Відповідь: $x_P = 4179,928 \text{ м} \pm 0,006 \text{ м}$; $y_P = 3312,559 \text{ м} \pm 0,009 \text{ м}$.

4.2 Практична частина до практичної роботи № 4

Завдання 1. Вивчіть теоретичну частину до практичної роботи № 4, у тому числі приклад визначення та вирівнювання координат геодезичного пункту способом прямої багаторазової кутової засічки.

Завдання 2. З використанням вихідних даних до свого варіанту (див. **Додаток Г**) здійсніть визначення та вирівнювання координат геодезичного пункту способом прямої багаторазової кутової засічки (див. **Приклад 4.1**).

Завдання 3. Оформіть пояснювальну записку і результати виконання завдань 1 та 2 і дайте відповіді на запитання для самоперевірки засвоєння змісту практичної роботи № 4.

4.3 Запитання для самоперевірки засвоєння змісту практичної роботи № 4

1. Як виглядає схема прямої багаторазової кутової засічки?
2. За якими формулами виконують обчислення наближених координат x_0 та y_0 геодезичного пункту P та яким чином обирають комбінацію твердих пунктів для даного обчислення?
3. З якою метою dx та dy помножують на 0,1, при обчисленні остаточно вирівняних (найімовірніших) координат геодезичного пункту P ?
4. За якою формулою розраховують середньоквадратичну похибку вимірювання кута?
5. З використанням яких формул обчислюють середні квадратичні похибки координат для оцінки точності вирівняних значень?

5 Практична робота № 5.
Визначення координат геодезичного пункту
оберненою одноразовою кутовою засічкою

5.1 Теоретична частина до практичної роботи № 5

Задача по визначенню координат точки оберненою засічкою була вперше розв'язана засновником сучасної геодезії *Спеллієм*. Пізніше вирішення цієї задачі було вдосконалено французьким математиком *Потенотом*, тому визначення координат точки оберненою засічкою часто називають *задачею Потенота*. Існує близько 100 способів і прийомів визначення координат четвертої точки за трьома вихідними. Далі пояснені два найбільш зручних і простих способи: спосіб Деламбра та спосіб Кнейселя.

5.1.1 Визначення координат пункту P оберненою кутовою засічкою способом Деламбра

Сутність способу Деламбра полягає в безпосередньому обчисленні початкового дирекційного кута α_1 напрямку P-1 (рис. 5.1), без визначення допоміжних кутів. Для цього необхідно за наявними вихідними даними знайти дирекційні кути напрямів з вихідних пунктів на визначену точку.

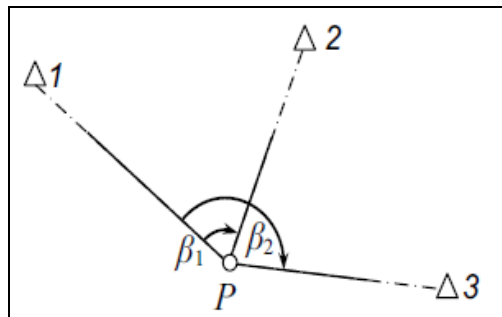


Рисунок 5.1 – Схема визначення положення пункту P способом Деламбра (пояснення позначень у тексті)

Якщо позначити дирекційний кут початкового напрямку P-1 через α_1 , то дирекційні кути напрямів на пункти 2 і 3 (рис. 5.1) можна записати у наступному вигляді:

$$\alpha_2 = \alpha_1 + \beta_1 \quad \text{та} \quad \alpha_3 = \alpha_1 + \beta_2. \quad (5.1)$$

При вирішенні оберненої геодезичної задачі отримуємо:

$$\begin{aligned}y_1 - y_P &= (x_1 - x_P) \cdot \operatorname{tg} \alpha_1, \\y_2 - y_P &= (x_2 - x_P) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_1 + \beta_1), \\y_3 - y_P &= (x_3 - x_P) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_1 + \beta_2).\end{aligned}\tag{5.2}$$

В отриману систему рівнянь (5.2) входять три невідомих: x_P , y_P та α_1 . Використовуючи формулу перетворення для тангенса суми кутів, можна записати:

$$\operatorname{tg}(\alpha_1 + \beta_1) = \frac{\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \beta_1}{1 - \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \operatorname{tg} \beta_1}$$

та

$$\operatorname{tg}(\alpha_1 + \beta_2) = \frac{\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \beta_2}{1 - \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \operatorname{tg} \beta_2}.\tag{5.3}$$

Помноживши чисельник і знаменник правих частин рівнянь (5.3) відповідно на $\operatorname{ctg} \beta_1$ та $\operatorname{ctg} \beta_2$ після відповідних перетворень, отримаємо:

$$\operatorname{tg}(\alpha_1 + \beta_1) = \frac{\operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 + 1}{\operatorname{ctg} \beta_1 - \operatorname{tg} \alpha_1}$$

та

$$\operatorname{tg}(\alpha_1 + \beta_2) = \frac{\operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 + 1}{\operatorname{ctg} \beta_2 - \operatorname{tg} \alpha_1}.\tag{5.4}$$

Тоді з урахуванням виразів (5.4) друге і третє рівняння формули (5.2) набудуть такого вигляду:

$$y_2 - y_P = (x_2 - x_P) \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 + 1}{\operatorname{ctg} \beta_1 - \operatorname{tg} \alpha_1}$$

та

$$y_3 - y_P = (x_3 - x_P) \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 + 1}{\operatorname{ctg} \beta_2 - \operatorname{tg} \alpha_1}.\tag{5.5}$$

Позбувшись від знаменника у рівняннях формули (5.5), будемо мати:

$$\begin{aligned} & y_2 \cdot x_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 - y_P \cdot x_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 - y_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 + y_P \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 = \\ & = x_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 - x_P \cdot x_1 \cdot \operatorname{ctg} \alpha_1 \cdot x_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 + x_2 - x_P \end{aligned} \quad (5.6)$$

та

$$\begin{aligned} & y_3 \cdot x_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 - y_P \cdot x_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 - y_3 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 + y_P \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 = \\ & = x_3 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot x_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 - x_P \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot x_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 + x_3 - x_P. \end{aligned}$$

Віднявши перше рівняння формули (5.6) від другого, отримаємо:

$$\begin{aligned} & y_3 \cdot x_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 - y_2 \cdot x_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 - y_P \cdot x_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 + y_P \cdot x_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 - \\ & - y_3 \cdot x_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 + y_2 \cdot x_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 = x_3 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot x_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 - \\ & - x_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot x_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 - x_P \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot x_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 + \\ & + x_P \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot x_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 + x_3 - x_2. \end{aligned} \quad (5.7)$$

З використанням першого рівняння формули (5.2) знайдемо ординату y_P шуканого пункту P

$$y_P = y_1 - (x_1 - x_P) \cdot \operatorname{tg} \alpha_1. \quad (5.8)$$

Підставивши знайдену ординату y_P шуканого пункту P з формули (5.8) у вираз (5.7), будемо мати:

$$\begin{aligned} & y_3 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 - y_2 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 - y_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 + x_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 - x_P \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 + \\ & + y_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 - x_1 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 + x_P \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 - y_3 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 + y_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 = \\ & = x_3 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 - x_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 - x_P \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 + \\ & + x_P \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 + x_3 - x_2. \end{aligned} \quad (5.9)$$

Згрупуємо члени формули (5.9), які містять невідоме $\operatorname{tg} \alpha_1$, та після приведення подібних членів отримаємо:

$$\begin{aligned} & \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot (x_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 - x_P \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 - x_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 + x_P \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 - \\ & - x_3 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 + x_2 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 + x_P \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 - x_P \cdot \operatorname{ctg} \beta_1) - y_3 + y_2 = \\ & = -y_3 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 + y_2 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 + y_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 - y_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 + x_3 - x_2. \end{aligned} \quad (5.10)$$

З формули (5.10) отримуємо формулу Делаμβра:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{(y_2 - y_1) \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 + (y_1 - y_3) \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 + x_3 - x_2}{(x_2 - x_1) \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 + (x_1 - x_3) \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 + y_3 - y_2} = \frac{\Delta y}{\Delta x}. \quad (5.11)$$

Подальше розв'язання задачі виконують у такій послідовності.

1. З виразу (5.11) знаходять значення дирекційного кута α_1 напрямку з вихідного пункту 1 на шукану точку P :

$$\alpha_1 = \operatorname{arctg} \frac{\Delta y}{\Delta x}. \quad (5.12)$$

2. За рівняннями формули (5.1) визначають дирекційні кути α_2 та α_3 напрямів, відповідно, з вихідних пунктів 2 та 3 на шукану точку P .

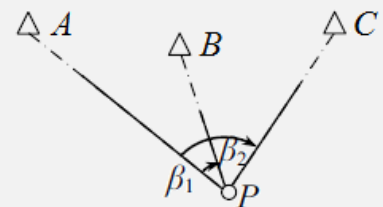
3. Використовуючи формули тангенсів або котангенсів дирекційних кутів напрямків з вихідних пунктів на шукану точку P (формули Гаусса), обчислюють її координати.

Приклад 5.1. Визначення координат пункту P оберненою кутовою засічкою способом Делаμβра.

Вихідні дані:

Пункти	Координати, м		Кути	
	x_i	y_i		
A	1801,69	1206,98	β_1	36°08'15,2"
B	1603,46	1809,63	β_2	86°06'36,1"
C	1701,32	2507,89		

Схема:



1. За формулами (5.12) та (5.1) обчислюємо дирекційні кути α_{A-P} , α_{B-P} , α_{C-P} з вихідних пунктів A , B , C на шукану точку P ($x_1 = x_A$, $x_2 = x_B$, $x_3 = x_C$, $y_1 = y_A$, $y_2 = y_B$, $y_3 = y_C$):

Дії	Значення	Дії	Значення	Дії	Значення
$y_2 - y_1$	602,65	$x_2 - x_1$	-198,23	$\operatorname{ctg} \beta_1 = 1/\operatorname{tg} \beta_1$	1,3694559
$y_1 - y_3$	-1300,91	$x_1 - x_3$	100,37	$\operatorname{ctg} \beta_2 = 1/\operatorname{tg} \beta_2$	0,0679973
$x_3 - x_2$	97,86	$y_3 - y_2$	-698,26		
$\operatorname{tg} \alpha_{A-P} = \frac{(y_2 - y_1) \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 + (y_1 - y_3) \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 + x_3 - x_2}{(x_2 - x_1) \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 + (x_1 - x_3) \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 + y_3 - y_2} = \frac{\Delta y}{\Delta x} =$				$\frac{834,70423}{-962,90235} =$	-0,8668628
$\alpha_{A-P} = \operatorname{arctg} \frac{\Delta y}{\Delta x} =$	139°04'46"	β_1	36°08'15,2"	$\alpha_{B-P} = \alpha_{A-P} + \beta_1$	175°13'01,2"
		β_2	86°06'36,1"	$\alpha_{C-P} = \alpha_{A-P} + \beta_2$	225°11'22,1"

2. За формулами Гаусса (див. формули (3.27) та (3.28) практичної роботи № 3) обчислюємо координати пункту P :

Розрахунок № 1					
Координати вихідних (твердих) пунктів, м		Дирекційні кути	Результати проміжних та кінцевих розрахунків		
$x_1 = x_B$	$y_1 = y_B$	$\alpha_1 = \alpha_{B-P}$	$\text{tg } \alpha_1$	$x_1 \cdot \text{tg } \alpha_1$	-134,167
1603,46	1809,63	175°13'01,2"	-0,0836736	$x_2 \cdot \text{tg } \alpha_2$	-1561,804
$x_2 = x_A$	$y_2 = y_A$	$\alpha_2 = \alpha_{A-P}$	$\text{tg } \alpha_2$	$y_2 - y_1$	-602,65
1801,69	1206,98	139°04'46,0"	-0,8668553	$\text{tg } \alpha_1 - \text{tg } \alpha_2$	0,7831817
Координати шуканого пункту P , м	$x_P = \frac{x_1 \cdot \text{tg } \alpha_1 - x_2 \cdot \text{tg } \alpha_2 + y_2 - y_1}{\text{tg } \alpha_1 - \text{tg } \alpha_2}$		1053,38		
	$y_P' = y_1 + (x_P - x_1) \cdot \text{tg } \alpha_1$		1855,66		
	$y_P'' = y_2 + (x_P - x_2) \cdot \text{tg } \alpha_2$		1855,66		
	$y_P = (y_P' + y_P'')/2$		1855,66		
Розрахунок № 1					
Координати вихідних (твердих) пунктів, м		Дирекційні кути	Результати проміжних та кінцевих розрахунків		
$x_1 = x_C$	$y_1 = y_C$	$\alpha_1 = \alpha_{B-P}$	$\text{tg } \alpha_1$	$x_1 \cdot \text{tg } \alpha_1$	1712,610
1701,32	2507,89	225° 11'22,1"	1,0066358	$x_2 \cdot \text{tg } \alpha_2$	-134,167
$x_2 = x_B$	$y_2 = y_B$	$\alpha_2 = \alpha_{A-P}$	$\text{tg } \alpha_2$	$y_2 - y_1$	-698,26
1603,46	1809,63	175°13'01,2"	-0,0836735	$\text{tg } \alpha_1 - \text{tg } \alpha_2$	1,0903093
Координати шуканого пункту P , м	$x_P = \frac{x_1 \cdot \text{tg } \alpha_1 - x_2 \cdot \text{tg } \alpha_2 + y_2 - y_1}{\text{tg } \alpha_1 - \text{tg } \alpha_2}$		1053,39		
	$y_P' = y_1 + (x_P - x_1) \cdot \text{tg } \alpha_1$		1855,66		
	$y_P'' = y_2 + (x_P - x_2) \cdot \text{tg } \alpha_2$		1855,66		
	$y_P = (y_P' + y_P'')/2$		1855,66		
Середнє значення координат шуканого пункту P , м	x_P		1053,385		
	y_P		1855,660		

Примітки: **1** – при визначенні $\text{arctg } \alpha_{A-P}$ на інженерному калькуляторі потрібно спочатку ввести значення $\text{tg } \alpha_{A-P}$, далі натиснути кнопку «Inv», а потім – «tan⁻¹»; **2** – якщо величина $\text{tg } \alpha_{A-P} < 0$, то до отриманого значення $\text{arctg } \alpha_{A-P}$ додають 180°.

5.1.2 Визначення координат пункту P оберненою кутовою засічкою способом Кнейселя

Порядок вирішення оберненої засічки способом Кнейселя полягає в знаходженні дирекційного кута α_1 початкового напрямку $P-1$ з шуканого пункту P на вихідний пункт 1, а потім – в обчисленні координат x_P і y_P шуканого пункту P (рис. 5.2).

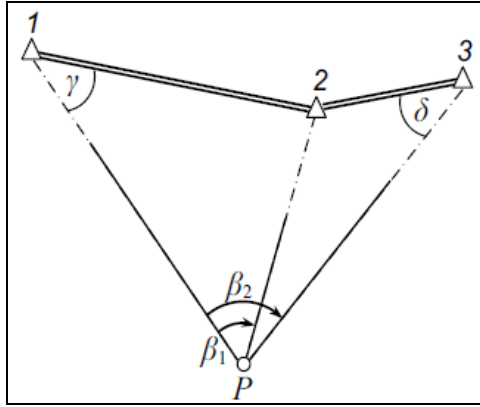


Рисунок 5.2 – Схема визначення координат пункту P способом Кнейселя (пояснення позначень у тексті)

Порядок визначення координат шуканого пункту P способом Кнейселя пояснений нижче.

1. Обчислюють умовні координати всіх вихідних пунктів:

$$\begin{aligned} x'_1 &= x_1 - x_1 = 0; & y'_1 &= y_1 - y_1 = 0; \\ x'_2 &= x_2 - x_1; & y'_2 &= y_2 - y_1; \\ x'_3 &= x_3 - x_1; & y'_3 &= y_3 - y_1. \end{aligned} \quad (5.13)$$

2. Обчислюють умовні коефіцієнти k_1, k_2, k_3, k_4 :

$$\begin{aligned} k_1 &= y'_2 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 - x'_2; \\ k_2 &= x'_2 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1 + y'_2; \\ k_3 &= y'_3 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 - x'_3; \\ k_4 &= x'_3 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2 + y'_3. \end{aligned} \quad (5.14)$$

3. Знаходять котангенс c дирекційного кута α_{1-P} напрямку 1- P :

$$c = \operatorname{ctg} \alpha_{1-P} = \frac{k_2 - k_4}{k_1 - k_3}. \quad (5.15)$$

4. Обчислюють умовні координати точки P :

$$y'_P = \frac{k_2 - c \cdot k_1}{1 + c^2} = \frac{k_4 - c \cdot k_3}{1 + c^2} \quad \text{та} \quad x'_P = c \cdot y'_P. \quad (5.16)$$

5. Обчислюють дійсні координати точки P :

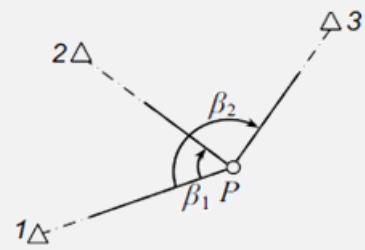
$$x_P = x'_P + x_1 \quad \text{та} \quad y_P = y'_P + y_1. \quad (5.17)$$

Приклад 5.2. Визначення координат пункту P оберненою кутовою засічкою способом Кнейселя.

Вихідні дані:

Пункти	Координати, м		Кути
	x_i	y_i	β_1 β_2
1	1492,43	3161,12	72°02'18,6" 141°28'20,2"
2	4687,24	3587,88	
3	5024,36	6866,17	

Схема:



Обчислення координат за формулами (5.13)-(5.17):

β_1	72°02'18,6"	x_2	4687,24	y_2	3587,88				
$\text{ctg } \beta_1$	0,3241769	x'_2	3194,81	y'_2	426,76	k_1	-3056,46	k_2	1462,44
β_2	141°28'20,2"	x_3	5024,36	y_3	6866,17				
$\text{ctg } \beta_2$	-1,2559245	x'_3	3531,93	y'_3	3705,05	k_3	-8185,19	k_4	-730,79
		x_1	1492,43	y_1	3161,12	$k_1 - k_3$	5128,73	$k_2 - k_4$	2193,23
		x'_P	1001,24	y'_P	2341,33	$c = \text{ctg } \alpha_{1-P}$	0,427636	$k_2 - c \cdot k_1$	2769,49
		x_P	2493,67	y_P	5502,45	$c^2 + 1$	1,1828725	$k_4 - c \cdot k_3$	2769,49

5.1.3 Оцінка точності визначення координат геодезичного пункту P оберненою кутовою засічкою

Середня квадратична похибка визначення положення геодезичного пункту P оберненою одноразовою засічкою обчислюється за формулою:

$$M_P = \frac{S_{2-P} \cdot m''}{\rho'' \sin(\varphi_1 + \varphi_2)} \cdot \sqrt{\frac{S_{1-P}^2}{S_{1-2}^2} + \frac{S_{3-P}^2}{S_{2-2}^2}}, \quad (5.18)$$

де m'' – середня квадратична похибка вимірювання кута;

$S_{1-P}, S_{2-P}, S_{3-P}$ – віддалі від вихідних пунктів 1, 2, 3 до шуканого пункту P ;

ρ'' – радіан.

Оцінку точності визначення координат геодезичного пункту P можна також виконати графічним способом. Для цього на аркуш ватману наносять у зручному масштабі за координатами вихідні пункти T_1, T_2, T_3 та пункт P , (рис. 5.3).

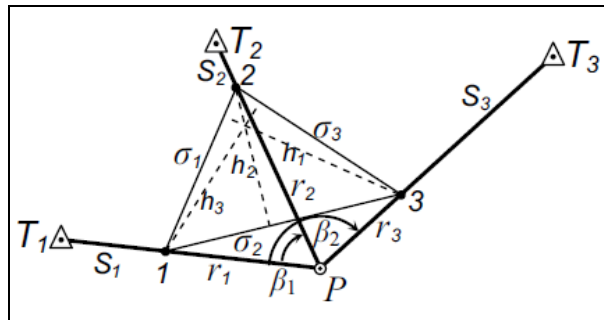


Рисунок 5.3 – Схема графічної оцінки точності визначення координат геодезичного пункту P оберненою одноразовою кутковою засічкою (пояснення позначень у тексті)

За формулами (5.19) обчислюють градієнти напрямків r_1, r_2 і r_3 , які відкладають від точки P відповідно на напрямках PT_1, PT_2, PT_3 та отримують точки 1, 2, 3 – вершини трикутника 123:

$$r_1 = \frac{\rho''}{S_{1-P}}, \quad r_2 = \frac{\rho''}{S_{2-P}}, \quad r_3 = \frac{\rho''}{S_{3-P}}. \quad (5.19)$$

Графічно визначають довжини сторін $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ і висот h_1, h_2, h_3 цього трикутника, а далі обчислюють площу F трикутника 123 за формулою:

$$F = 0,5 \cdot \sigma_1 \cdot h_1 = 0,5 \cdot \sigma_2 \cdot h_2 = 0,5 \cdot \sigma_3 \cdot h_3. \quad (5.20)$$

Для контролю розрахунків площі F трикутника 123 виконують три рази з використанням відповідних довжин сторін і висот цього трикутника.

Потім обчислюють середню квадратичну похибку M_P визначення положення пункту P за формулою:

$$M_P = \frac{m_\beta}{2F} \cdot \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_3^2}, \quad (5.2)$$

де m_β – середня квадратична похибка вимірювання кута.

У випадку, коли спостереження на шуканому пункті P виконувались способом кругових прийомів, то середню квадратичну похибку M_P визначення положення пункту P обчислюють за формулою:

$$M_P = \frac{m_n}{2F} \cdot \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}, \quad (5.22)$$

де m_n – середня квадратична похибка напряму, яка дорівнює:

$$m_n = \frac{m_\beta}{\sqrt{2}}. \quad (5.23)$$

При виконанні завдань практичної роботи № 5 оцінка точності визначення координат шуканого геодезичного пункту P оберненою кутовою засічкою не виконується!

5.2 Практична частина до практичної роботи № 5

Завдання 1. Вивчіть теоретичну частину до практичної роботи № 5, у тому числі приклади обчислення координат шуканого пункту оберненою кутовою засічкою різними способами: способом Делаμβра (див. пп. 5.1.1) та способом Кнейселя (див. пп. 5.1.2), а також способи оцінки точності визначення координат геодезичного пункту оберненою кутовою засічкою (див. пп. 5.1.3).

Завдання 2. З використанням вихідних даних до свого варіанту (див. **Додаток Д**) визначте координати геодезичного пункту оберненою кутовою засічкою способом Делаμβра (див. **Приклад 5.1**) та способом Кнейселя (див. **Приклад 5.2**). **Оцінка точності визначення координат шуканого геодезичного пункту P оберненою кутовою засічкою не виконується!**

Завдання 3. Оформіть пояснювальну записку і результати виконання завдань 1 та 2 і дайте відповіді на запитання для самоперевірки засвоєння змісту практичної роботи № 5.

5.3 Запитання для самоперевірки засвоєння змісту практичної роботи № 5

1. Які способи є найбільш поширені, зручні та прості для визначення координат геодезичного пункту P оберненою одноразовою кутовою засічкою?
2. Як виглядає схема визначення положення пункту P за способом Делаμβра та в чому полягає сутність даного способу?
3. Який вигляд має формула Делаμβра для визначення координат геодезичного пункту P ?
4. Як виглядає схема визначення та з використанням яких формул обчислюють дійсні координати пункту P за способом Кнейселя?
5. Як виглядають схема та формула для графічної оцінки точності визначення координат геодезичного пункту P оберненою одноразовою кутовою засічкою?

6 Практична робота № 6.

Визначення координат геодезичного пункту оберненою багаторазовою кутовою засічкою (вирівнювання за вимірними кутами)

6.1 Теоретична частина до практичної роботи № 6

Визначимо координати пункту $P(x, y)$, якщо відомі координати не менш ніж чотирьох вихідних пунктів $T_1(x_1, y_1)$, $T_2(x_2, y_2)$, $T_3(x_3, y_3)$, $T_4(x_4, y_4)$, та були виміряні три кути $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ (рис. 6.1, а).

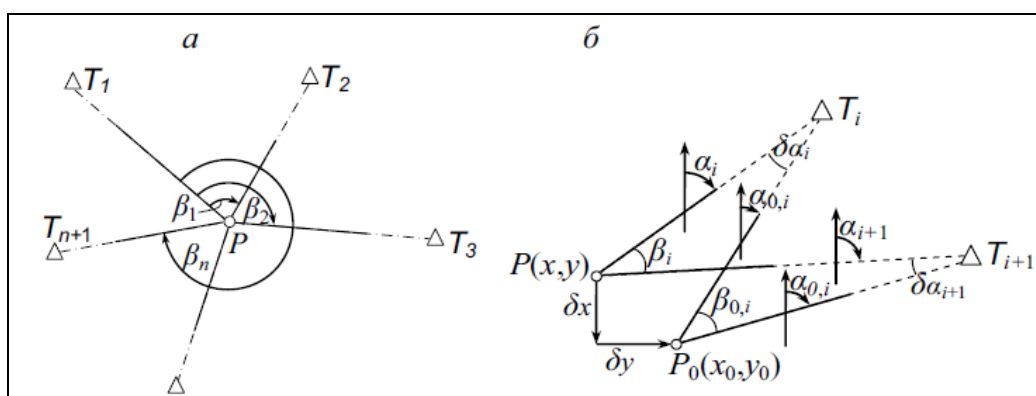


Рисунок 6.1 – Схема визначення координат геодезичного пункту оберненою багаторазовою кутовою засічкою (пояснення позначень у тексті)

Розв'язання задачі починають з визначення наближених координат x_0 і y_0 пункту P способами, які розглянуті в практичній роботі № 4. Використовуючи наближені координати обчислюють наближені значення дирекційних кутів $\alpha_{0,i}$ та віддалей $S_{0,i}$ з шуканого пункту P на вихідні пункти за формулами:

$$S_{0,i} = \frac{x_i - x_0}{\cos \alpha_{0,i}} = \frac{y_i - y_0}{\sin \alpha_{0,i}} \quad \text{та} \quad \alpha_{0,i} = \arctg \frac{y_i - y_0}{x_i - x_0}. \quad (6.1)$$

Далі складають параметричні рівняння поправок, з використанням яких знаходять поправки δx і δy до наближених координат. Для пояснення на схему (рис. 6.1, б) наносять: точку P_0 з наближеними координатами x_0 і y_0 , точку P з найімовірнішими (вирівняними) координатами x і y (які поки що невідомі), наближені дирекційні кути $\alpha_{0,i}$ і $\alpha_{0,i+1}$, найімовірніші дирекційні кути цих же напрямків α_i і α_{i+1} , наближене значення $\beta_{0,i}$ виміряного кута β_i' , найімовірніше значення β_i цього ж кута.

На зазначеній вище схемі (рис. 6.1, б) видно, що:

$$\begin{aligned}\beta_i &= \alpha_{i+1} - \alpha_i, \\ \beta_{0,i} &= \alpha_{0,i+1} - \alpha_{0,i}.\end{aligned}\tag{6.2}$$

Віднявши від першого рівняння друге отримаємо наступне рівняння:

$$\beta_i - \beta_{0,i} = \alpha_{i+1} - \alpha_i - \alpha_{0,i+1} + \alpha_{0,i}.\tag{6.3}$$

Крім того, на зазначеній вище схемі (рис. 6.1, б) також видно, що:

$$\begin{aligned}\alpha_{i+1} &= \alpha_{0,i+1} + \delta\alpha_{i+1}, \\ \alpha_i &= \alpha_{0,i} + \delta\alpha_i,\end{aligned}\tag{6.4}$$

Якщо в рівнянні (6.3) замінити α_i і α_{i+1} на їх значення з рівняння (6.4) та зробити відповідні скорочення, то отримаємо наступне рівняння:

$$\beta_i - \beta_{0,i} = \delta\alpha_{i+1} - \delta\alpha_i.\tag{6.5}$$

У рівнянні (6.5) β_i поки що є невідомою величиною. Тому позначимо вимірний кут β'_i та введемо його в рівняння (6.5):

$$\beta_i - \beta'_i + \beta'_i - \beta_{0,i} = \delta\alpha_{i+1} - \delta\alpha_i.\tag{6.6}$$

Введемо такі позначення: $\beta_{0,i} - \beta'_i = l_i$ та $\beta_i - \beta'_i = v_i$. З урахуванням цих позначень формула (6.6) набуде вигляду рівняння поправок:

$$\delta\alpha_{i+1} - \delta\alpha_i + l_i = v_i.\tag{6.7}$$

Для визначення $\delta\alpha_{i+1}$ і $\delta\alpha_i$ скористаємося диференційною формулою дирекційних кутів та отримаємо:

$$-\frac{(\alpha_{i+1})}{S_{0,i+1}}\delta x - \frac{(b_{i+1})}{S_{0,i+1}}\delta y + \frac{(a_i)}{S_{0,i}}\delta x + \frac{(b_i)}{S_{0,i}}\delta y + l_i = v_i\tag{6.8}$$

або

$$(\alpha_{i+1} - a_i)\delta x + (b_{i+1} + b_i)\delta y + l_i = v_i.\tag{6.9}$$

Коефіцієнти a_i та b_i визначають за формулою:

$$a_i = \frac{(a_i)}{S_i} = -\rho \frac{\sin \alpha_i}{S_i} \quad \text{та} \quad b_i = \frac{(b_i)}{S_i} = \rho \frac{\cos \alpha_i}{S_i}. \quad (6.10)$$

Значення (a_i) та (b_i) у формулі (6.10) знаходять за формулою:

$$(a_i) = -\rho \sin \alpha \quad \text{та} \quad (b_i) = \rho \cos \alpha. \quad (6.11)$$

У формулі (6.9) введемо наступні позначення:

$$A_i = a_i - a_{i+1} \quad \text{та} \quad B_i = b_i - b_{i+1}. \quad (6.12)$$

З урахуванням формули (6.12) параметричні рівняння поправок (6.7) набудуть наступного вигляду:

$$A_i \delta x + B_i \delta y + l_i = v_i. \quad (6.13)$$

Від параметричних рівнянь поправок (6.13) згідно з параметричним способом вирівнювання (за умови $[v_i v_i] = \min$) перейдемо до двох нормальних рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} [AA] \delta x + [AB] \delta y + [Al] &= 0 \\ [AB] \delta x + [BB] \delta y + [Bl] &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (6.14)$$

Розв'язавши рівняння (6.14) відносно найімовірніших поправок δx та δy до наближених координат, отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} \delta x &= \frac{[AB][Bl] - [BB][Al]}{[AA][BB] - [AB]^2} = \frac{D_x}{D} \\ \delta y &= \frac{[AB][Al] - [AA][Bl]}{[AA][BB] - [AB]^2} = \frac{D_y}{D} \end{aligned} \right\}. \quad (6.15)$$

де $D = [AA][BB] - [AB]^2$.

Найімовірніші координати x_P та y_P пункту P визначають за формулою:

$$x_P = x_0 + \delta x \quad \text{та} \quad y_P = y_0 + \delta y. \quad (6.16)$$

Найімовірніші значення вимірних кутів β_i визначають за наступною формулою:

$$\beta_i = \beta'_i + \nu_i, \quad (6.17)$$

де ν_i – визначають з рівняння (6.13).

Для контролю найімовірніші значення вимірних кутів β_i їх знаходять вдруге за формулою (6.2). Розходження в значеннях β_i , які визначені за формулами (6.2) та (6.17), не повинно перевищувати точність розрахунків. Оцінку точності виконують за формулами (6.18)-(6.21).

Середню квадратичну похибку M_P визначення положення пункту P обчислюють за формулою:

$$M_P = \sqrt{m_x^2 + m_y^2}, \quad (6.18)$$

де m_x та m_y – середні квадратичні похибки визначення вирівняних значень координат x_P та y_P шуканого геодезичного пункту P .

Середні квадратичні похибки m_x і m_y визначення вирівняних значень координат x_P та y_P шуканого геодезичного пункту P обчислюють за формулою:

$$m_x = \frac{m_\beta}{\sqrt{P_x}} \quad \text{та} \quad m_y = \frac{m_\beta}{\sqrt{P_y}}, \quad (6.19)$$

де m_β – середня квадратична похибка вимірювання кута β ;

P_x та P_y – ваги найімовірніших значень координат x_P та y_P пункту P .

Середню квадратичну похибку вимірювання кута m_β розраховують за формулою:

$$m_\beta = \sqrt{\frac{[\nu^2]}{n-2}}, \quad (6.20)$$

де n – кількість вимірних кутів.

Ваги найімовірніших значень координат x_P та y_P пункту P знаходять за формулами:

$$P_y = [BB \cdot 1] = \frac{D}{[AA]} \quad \text{та} \quad P_x = \frac{[AA]}{[BB]} \cdot P_y = \frac{D}{[BB]}. \quad (6.21)$$

Приклад 6.1. Визначення координат геодезичного пункту P оберненою багаторазовою кутовою засічкою (вирівнювання за вимірними кутами).

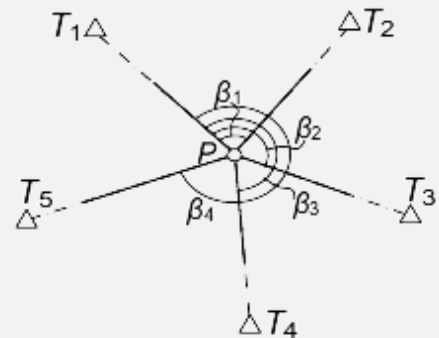
Завдання: отримати координати геодезичного пункту P , визначеного оберненою багаторазовою засічкою та виконати оцінку точності їх визначення.

Вихідні дані: координати твердих пунктів і вимірні кути напрямків (приведені в таблиці) та схема положення пунктів і вимірних кутів.

Вихідні дані:

Пункти	Координати, м		Вимірні кути, β'_i
	x_i	y_i	
T_1	5278,863	4100,700	$72^\circ 53' 24,5''$
T_2	5289,184	5355,102	$178^\circ 33' 43,7''$
T_3	3605,691	5468,085	$219^\circ 14' 03,1''$
T_4	3367,338	4759,019	$266^\circ 54' 37,8''$
T_5	3599,567	3830,711	

Схема:



1. Обчислення наближених координат x_0, y_0 пункту P виконується за формулами розв'язання оберненої одноразової засічки (формули (5.13)-(5.17) практичної роботи № 5) з використанням комбінації вихідних пунктів T_1, T_2, T_3 і відповідних кутів β_1 та β_2 :

β_1	72,8901389	x_2	5289,184	y_2	5355,102	—	—	—	—
$\text{ctg } \beta_1$	0,3078286	x'_2	10,321	y'_2	1254,402	k_1	375,819	k_2	1257,579
β_2	178,5621389	x_3	3605,691	y_3	5468,085	—	—	—	—
$\text{ctg } \beta_2$	-39,8395580	x'_3	-1673,172	y'_3	1367,385	k_3	-52802,842	k_4	68025,818
—	—	x_1	5278,863	y_1	4100,700	$k_1 - k_3$	53178,663	$k_2 - k_4$	-66768,239
—	—	x'_P	-842,801	y'_P	671,263	$c = \text{ctg } \alpha_{1-P}$	-1,2555457	$k_2 - c \cdot k_1$	1729,438
—	—	x_P	4436,062	y_P	4771,963	$c^2 + 1$	2,57639494	$k_4 - c \cdot k_3$	1729,438

2. Використовуючи отримані наближені значення координат x_0, y_0 пункту P і координати твердих (вихідних) пунктів, обчислюємо приблизні дирекційні кути $\alpha_{0,i}$ та віддалі $S_{0,i}$:

Пункти	y_i	x_i	$\text{tg } r_{0,i}$	$S_{0,i} = \frac{y_i - y_0}{\sin \alpha_{0,i}}$	$S_{0,i} = \frac{x_i - x_0}{\cos \alpha_{0,i}}$
	y_0	x_0	$r_{0,i}$		
	$y_i - y_0 = \Delta y_i$	$x_i - x_0 = \Delta x_i$	$\alpha_{0,i}$		
T_1	4100,700	5278,863	-0,79646678	1077,454	1077,454
P	4771,963	4436,062	ПнЗх: $38^\circ 32' 10,1''$		
	-671,263	842,801	$321^\circ 27' 49,9''$		

Продовження розрахункової таблиці:

Пункти	y_i	x_i	$\text{tg } r_{0,i}$	$S_{0,i} = \frac{y_i - y_0}{\sin \alpha_{0,i}}$	$S_{0,i} = \frac{x_i - x_0}{\cos \alpha_{0,i}}$
	y_0	x_0	$r_{0,i}$		
	$y_i - y_0 = \Delta y_i$	$x_i - x_0 = \Delta x_i$	$\alpha_{0,i}$		
T_2	5355,102	5289,184	0,683535297	1033,377	1033,377
P	4771,963	4436,062	ПнСх: 34°21'14,4"		
	583,139	853,122	34°21'14,4"		
T_3	5468,085	3605,691	-0,83832648	1083,560	1083,560
P	4771,963	4436,062	ПдСх: 39°58'26,4"		
	696,122	-830,371	140°01'33,6"		
T_4	4759,019	3367,338	0,01211164	1068,802	1068,802
P	4771,963	4436,062	ПдЗх: 0°41'38,1"		
	-12,944	-1068,724	180°41'38,1"		
T_5	3830,711	3599,567	1,12523326	1259,237	1259,237
P	4771,963	4436,062	ПдЗх: 48°22'20,5"		
	-941,252	-836,495	228°22'20,5"		

3. Розрахунок вільних членів рівнянь поправок:

Пункти	Приблизні дирекційні кути, $(\alpha_0)_i$	Обчислені (приблизні) кути, $(\beta_0)_i = (\alpha_0)_i - (\alpha_0)$	Виміряні кути, β'_i	$l_i = (\beta_0)_i - \beta'_i$	$l_i l_i$
T_1	321°27'49,9"	—	—	—	—
T_2	34°21'14,4"	72°53'24,5"	72°53'24,5"	0,00"	0,00"
T_3	140°01'33,6"	178°33'43,7"	178°33'43,7"	0,00"	0,00"
T_4	180°41'38,1"	219°13'48,2"	219°14'03,1"	-14,9"	222,01"
T_5	228°22'20,5"	266°54'30,6"	266°54'37,8"	-7,2"	51,84"
Сума	—	—	—	—	273,85"

4. Обчислення коефіцієнтів рівнянь поправок і нормальних рівнянь:

Пункти	$\alpha_{0,i}$	(a_i)	(b_i)	S_i , км	a_i	b_i	A_i	B_i	l_i
T_1	321°28'	12,85	16,13	1,077	11,93	14,97	0,00	0,00	0,00
T_2	34°21'	-11,64	17,03	1,033	-11,26	16,48	23,19	-1,50	0,00
T_3	140°02'	-13,25	-15,81	1,084	-12,23	-14,59	24,16	29,56	0,00
T_4	180°42'	0,25	-20,62	1,069	0,23	-19,30	11,69	34,27	-14,90
T_5	228°22'	15,42	-13,70	1,259	12,24	-10,88	-0,32	25,86	-7,20
Сума	—	—	—	—	0,91	-13,31	58,72	88,19	-22,10

Продовження розрахункової таблиці:

Пункти	s_i	A_iA_i	A_iB_i	A_iI_i	A_iS_i	B_iB_i	B_iI_i	B_iS_i
T_1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
T_2	21,69	537,79	-34,88	0,00	502,91	2,26	0,00	-32,62
T_3	53,72	583,52	714,11	0,00	1297,63	873,94	0,00	1588,05
T_4	31,06	136,73	400,74	-174,23	363,24	1174,56	-510,65	1064,65
T_5	18,34	0,10	-8,20	2,28	-5,81	668,51	-186,16	474,16
Сума	124,81	1258,14	1071,77	-171,94	2157,97	2719,27	-696,81	3094,23

Таким чином, коефіцієнти рівнянь (6.13) дорівнюють:

$$[AA] = 1258,14; \quad [AB] = 1071,77; \quad [AI] = -171,94; \quad [BB] = 2719,27; \quad [BI] = -697,81.$$

5. Нормальні рівняння мають вигляд:

$$\begin{cases} I. [AA]\delta x + [AB]\delta y + [AI] = 0 \\ II. [AB]\delta x + [BB]\delta y + [BI] = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} I. 1258,14\delta x + 1071,77\delta y - 1714,94 = 0 \\ II. 1071,77\delta x + 2719,27\delta y - 696,81 = 0 \end{cases}$$

$- [AA] [BB]$	3421	$- [AB] [BI]$	-747	$- [AB] [AI]$	-184	$\delta x = -0,12$	$P_x = 836$
$[AB] [AB]$	1149	$[BB] [AI]$	-468	$[AA] [BI]$	-877	$\delta x = 0,30$	$P_y = 1806$
D	2273	D_x	-279	D_y	692	-	-

6. Обчислення остаточно вирівняних (найімовірніших) координат точки P виконується за формулами (6.16). Оскільки координати виражено в метрах, тому δx та δy помножено на 0,1:

$$\begin{aligned} x_P &= x_0 + 0,1 \cdot \delta x = 4436,062 + 0,1 \cdot (-0,12) = 4436,050 \text{ м;} \\ y_P &= y_0 + 0,1 \cdot \delta y = 4771,963 + 0,1 \cdot (+0,30) = 4771,993 \text{ м.} \end{aligned}$$

7. Розрахунок кінцево обчислених дирекційних кутів напрямків α_i з вихідних пунктів на шуканий пункт P та віддалей S_i з використанням вирівняних координат x_P, y_P .

Пункти	y_i	x_i	$\text{tg } r_{i,0}$	$S_{i,0} = \frac{y_i - y_0}{\sin \alpha_{i,0}}$	$S_{i,0} = \frac{x_i - x_0}{\cos \alpha_{i,0}}$
	y_P	x_P	$r_{i,0}$		
	$y_i - y_0 = \Delta y_i$	$x_i - x_0 = \Delta x_i$	$\alpha_{i,0}$		
T_1	4100,700	5278,863	-0,79649098	1077,483	1077,483
P	4771,993	4436,050	38°32'13,22"		
	-671,293	842,813	321°27'46,78"		

Продовження розрахункової таблиці:

Пункти	y_i	x_i	$\operatorname{tg} r_{i,0}$	$S_{i,0} = \frac{y_i - y_0}{\sin \alpha_{i,0}}$	$S_{i,0} = \frac{x_i - x_0}{\cos \alpha_{i,0}}$
	y_P	x_P	$r_{i,0}$		
	$y_i - y_0 = \Delta y_i$	$x_i - x_0 = \Delta x_i$	$\alpha_{i,0}$		
T_2	5355,102	5289,184	0,68348996	1033,370	1033,370
P	4771,993	4436,050	34°21'07,97"		
	583,109	853,134	34°21'07,97"		
T_3	5468,085	3605,691	-0,83830254	1083,531	-1083,531
P	4771,993	4436,050	39° 58' 23,48"		
	696,092	-830,359	140°01'36,52"		
T_4	4759,019	3367,338	0,01214007	1068,790	-1068,790
P	4771,993	4436,050	0°41'43,95"		
	-12,974	-1068,712	180°41'43,95"		
T_5	3830,711	3599,567	1,12528603	1259,252	-1259,252
P	4771,993	4436,050	48°22'25,3"		
	-941,282	-836,483	228°22'25,3"		

8. Розрахунок поправок v_i за формулою (6.13) і остаточно вирівняних (найімовірніших) кутів β_i за формулами (6.17) та (6.2):

Пункти	Розрахунок v_i				Виправлені кути, $\beta_i = \beta'_i + v_i$	Остаточно обчислені дирекційні кути, α_i	Остаточно вирівняні кути, $\beta_i = \alpha_i - \alpha_1$	$v_i v_i$
	$A_i \delta x$	$B_i \delta y$	l_i	v_i				
T_1	0,00	0,00	0,0	0,00	–	321°27'46,78"	–	0,00
T_2	-2,85	-0,46	0,0	-3,31	72°53'21,2"	34°21'07,97"	72°53'21,2"	10,94
T_3	-2,97	9,01	0,0	6,04	178°33'49,7"	140°01'36,52"	178°33'49,7"	36,47
T_4	-1,44	10,44	-14,9	-5,89	219°13'57,2"	180°41'43,95"	219°13'57,2"	34,75
T_5	0,04	7,88	-7,2	0,72	266°54'38,5"	228°22'25,30"	266°54'38,5"	0,51
Сума	–	–	–	–	–	–	–	82,67

9. Контроль розрахунку поправок v_i :

$[l_i l_i]$	$[A_i l_i] \delta x$	$[B_i l_i] \delta y$	$[v_i v_i]$
273,85	21,13	-212,31	82,67

10. Оцінка точності за формулами (6.18)-(6.21):

$$m_\beta = \sqrt{\frac{82,67}{5-2}} = 5,2''; \quad m_x = \frac{5,2}{10\sqrt{836}} = 0,018 \text{ м}; \quad m_y = \frac{5,2}{10\sqrt{1806}} = 0,012 \text{ м};$$

$$M_P = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} = 0,022 \text{ м}.$$

Відповідь: $x_P = 4436,050 \text{ м} \pm 0,018 \text{ м}; \quad y_P = 4771,993 \text{ м} \pm 0,012 \text{ м}.$

6.2 Практична частина до практичної роботи № 6

Завдання 1. Вивчіть теоретичну частину до практичної роботи № 6, у тому числі приклад визначення та вирівнювання (за вимірними кутами) координат геодезичного пункту оберненою багаторазовою кутовою засічкою.

Завдання 2. З використанням вихідних даних до свого варіанту (див. **Додаток Е**) здійсніть визначення та вирівнювання (за вимірними кутами) координат геодезичного пункту оберненою багаторазовою кутовою засічкою (див. **Приклад 6.1**).

Завдання 3. Оформіть пояснювальну записку і результати виконання завдань 1 та 2 і дайте відповіді на запитання для самоперевірки засвоєння змісту практичної роботи № 6.

6.3 Запитання для самоперевірки засвоєння змісту практичної роботи № 6

1. Який вигляд має схема оберненої багаторазової кутової засічки?
2. Якою має бути мінімальна кількість твердих пунктів з відомими координатами та скільки треба вимірних кутів для визначення координат геодезичного пункту оберненою багаторазовою кутовою засічкою?
3. Які координати використовують для розрахунку остаточно обчислених дирекційних кутів напрямків α_i з вихідних (твердих) пунктів на шуканий пункт P та віддалей S_i ?
4. З використанням яких формул виконують розрахунок поправок v_i та контроль їх визначення?
5. За якою формулою розраховують остаточно вирівняні (найімовірніші) кутів β_i ?

7 Практична робота № 7.

Визначення координат геодезичного пункту лінійною засічкою

7.1 Теоретична частина до практичної роботи № 7

Лінійна засічка полягає у визначенні положення пункту P шляхом вимірювання віддалей d_1 , d_2 від нього до двох вихідних пунктів A і B , координати яких відомі (рис. 7.1). Для підвищення точності та контролю визначення положення пункту P вимірюють віддаль d_3 до третього вихідного пункту C з відомими координатами.

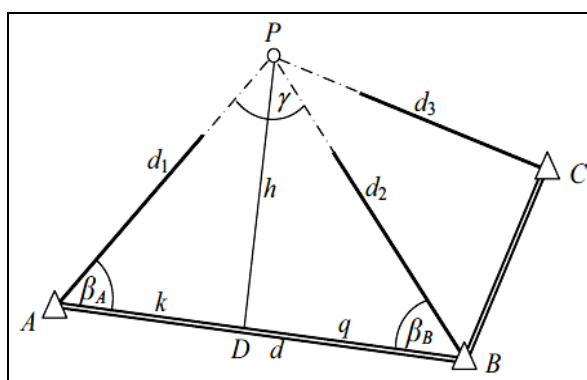


Рисунок 7.1 – Схема визначення координат геодезичного пункту P лінійною засічкою (пояснення позначень у тексті)

Щоб в трикутнику APB були відомі всі три сторони d , d_1 і d_2 (рис. 7.1), з використанням координат вихідних пунктів $A (x_A, y_A)$ та $B (x_B, y_B)$ обчислюють довжину d сторони AB :

$$d = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}. \quad (7.1)$$

За теоремою косинусів обчислюють усі кути в даному трикутнику:

$$\begin{aligned} \cos \beta_A &= \frac{d_1^2 + d^2 - d_2^2}{2d \cdot d_1} = \frac{1}{2} \left(\frac{d}{d_1} + \frac{d_1}{d} + \frac{d_2^2}{d \cdot d_1} \right); & \beta_A &= \arccos \beta_A; \\ \cos \beta_B &= \frac{d_2^2 + d^2 - d_1^2}{2d \cdot d_2} = \frac{1}{2} \left(\frac{d_2}{d_1} + \frac{d}{d_2} - \frac{d_1^2}{d \cdot d_2} \right); & \beta_B &= \arccos \beta_B; \\ \cos \gamma &= \frac{d_1^2 + d_2^2 - d^2}{2d_1 \cdot d_2} = \frac{1}{2} \left(\frac{d_1}{d_2} + \frac{d_2}{d_1} + \frac{d^2}{d_1 \cdot d_2} \right); & \gamma &= \arccos \gamma. \end{aligned} \quad (7.2)$$

Контроль обчислень: $\beta_A + \beta_B + \gamma = 180^\circ$ (рис. 7.1).

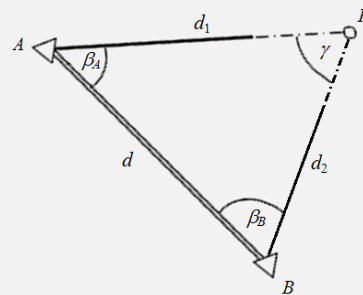
З використанням координат вихідних пунктів і значень обчислених кутів трикутника APB (рис. 7.1) за формулами прямої або оберненої кутових засічок обчислюють координати точки P .

Приклад 7.1. Визначення координат геодезичного пункту P лінійною засічкою (за обчисленими кутами).

Вихідні дані:

Пункти	Координати, м		Віддалі, м
	x_i	y_i	d_1 d_2
A	1308,750	3161,120	180,751
B	1234,990	3275,480	161,392

Схема:



1. Обчислення кутів β_A, β_B, γ за рівняннями формули (7.2), де довжина d сторони AB визначається за формулою (7.1):

d_1	180,751	$\cos \beta_A$	$\cos \beta_B$	$\cos \gamma$
d_1^2	32670,924	0,5110801	0,2708049	0,6890129
d_2	161,392			
d_2^2	26047,378	$\beta_A = \arccos \beta_A$	$\beta_B = \arccos \beta_B$	$\gamma = \arccos \gamma$
d	136,084	59°15'51,1"	74°17'16,2"	46°26'52,7"
d^2	18518,855			

2. Контроль обчислень кутів β_A, β_B, γ :

$$\beta_A + \beta_B + \gamma = 59^\circ 15' 51,1'' + 74^\circ 17' 16,2'' + 46^\circ 26' 52,7'' = 180^\circ 00' 00,0''.$$

3. Обчислення координат точки P за формулами Юнга (рівняння формули (3.21) практичної роботи № 3):

$$\begin{aligned} x_P &= \frac{x_A \cdot \operatorname{ctg} \beta_B + x_B \cdot \operatorname{ctg} \beta_A - y_A + y_B}{\operatorname{ctg} \beta_A + \operatorname{ctg} \beta_B} = \\ &= \frac{1308,75 \cdot (1/\operatorname{tg} 74,2878333) + 1234,99 \cdot (1/\operatorname{tg} 59,2641944) - 3161,12 + 3275,48}{(1/\operatorname{tg} 59,2641944) + (1/\operatorname{tg} 74,2878333)} = \\ &= \frac{368,17 + 734,33 + 114,36}{0,5946021 + 0,2813165} = \frac{1216,86}{0,8759186} = 1389,239 \text{ м;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y_P &= \frac{y_A \cdot \operatorname{ctg} \beta_B + y_B \cdot \operatorname{ctg} \beta_A + x_A - x_B}{\operatorname{ctg} \beta_A + \operatorname{ctg} \beta_B} = \\
 &= \frac{3161,12 \cdot (1/\operatorname{tg} 74,2878333) + 3275,48 \cdot (1/\operatorname{tg} 59,2641944) + 1308,75 - 1234,99}{(1/\operatorname{tg} 59,2641944) + (1/\operatorname{tg} 74,2878333)} = \\
 &= \frac{889,28 + 1947,61 + 73,76}{0,5946021 + 0,2813165} = \frac{2910,65}{0,8759186} = 3322,969 \text{ м.}
 \end{aligned}$$

Відповідь: $x_P = 1389,239$ м; $y_P = 3322,969$ м.

Визначення координат геодезичного пункту P лінійною засічкою може бути виконане без обчислення кутів за рівняннями формулою (7.2), а безпосередньо за координатами вихідних (твердих) пунктів A , B , C та віддалями d , d_1 , d_2 , d_3 (рис. 7.1) з використанням допоміжних величин. Нижче представлено виведення формул для визначення координат пункту P лінійною засічкою (з використанням допоміжних величин) на прикладі трикутника APB (рис. 7.1). За теоремою косинусів можна записати:

$$d_2^2 = d^2 + d_1^2 - 2d \cdot d_1 \cos \beta_A \quad \text{та} \quad d_1^2 = d^2 + d_2^2 - 2d \cdot d_2 \cos \beta_B. \quad (7.3)$$

Якщо опустити з точки (пункту) P висоту на сторону AB (рис. 7.1), то з прямокутних трикутників ADP і BDP можна знайти наступні допоміжні величини k та q :

$$k = d_1 \cdot \cos \beta_A \quad \text{та} \quad q = d_2 \cdot \cos \beta_B. \quad (7.4)$$

З урахуванням величин k та q рівняння формули (7.3) можна записати:

$$d_2^2 = d^2 + d_1^2 - 2d \cdot k \quad \text{та} \quad d_1^2 = d^2 + d_2^2 - 2d \cdot q. \quad (7.5)$$

З рівнянь формули (7.5) маємо:

$$k = \frac{d^2 + d_1^2 - d_2^2}{2d} \quad \text{та} \quad q = \frac{d^2 + d_2^2 - d_1^2}{2d}. \quad (7.6)$$

Контроль обчислень величини k та q виконують за формулою:

$$k + q = d. \quad (7.7)$$

Висоту h можна знайти з прямокутних трикутників ADP і BDP двічі для контролю:

$$h = \pm\sqrt{d_1^2 - k^2} = \pm\sqrt{d_2^2 - q^2}. \quad (7.8)$$

Величина висоти h береться зі знаком «-», якщо точка D (рис. 7.1) розташована ліворуч від середини базису AB (тобто коли $k < q$), а зі знаком «+», якщо точка D розташована праворуч від середини базису AB ($k > q$).

Прирости координат пункту P ($\Delta x'$; $\Delta y'$) відносно вихідного пункту A дорівнюють:

$$\Delta x' = d_1 \cos \alpha_{AP}; \quad (7.9)$$

$$\Delta y' = d_1 \sin \alpha_{AP},$$

де α_{AP} – дирекційний кут напрямку AP , який визначається за формулою:

$$\alpha_{AP} = \alpha_{AB} - \beta_A. \quad (7.10)$$

З урахуванням формули (7.10) рівняння формули (7.9) будуть мати наступний вигляд:

$$\Delta x' = d_1 \cos(\alpha_{AB} - \beta_A) = d_1 \cos \alpha_{AB} \cdot \cos \beta_A + d_1 \sin \alpha_{AB} \cdot \sin \beta_A; \quad (7.11)$$

$$\Delta y' = d_1 \sin(\alpha_{AB} - \beta_A) = d_1 \sin \alpha_{AB} \cdot \cos \beta_A - d_1 \cos \alpha_{AB} \cdot \sin \beta_A.$$

З урахуванням рівнянь формули (7.4) для допоміжних величин k та q отримуємо наступний вигляд рівнянь формули (7.11):

$$\Delta x' = k \cdot \cos \alpha_{AB} + h \cdot \sin \alpha_{AB}; \quad (7.12)$$

$$\Delta y' = k \cdot \sin \alpha_{AB} - h \cdot \cos \alpha_{AB}.$$

Замінімо значення функцій дирекційного кута α_{AB} співвідношеннями:

$$\cos \alpha_{AB} = \frac{x_B - x_A}{d} \quad \text{та} \quad \sin \alpha_{AB} = \frac{y_B - y_A}{d}. \quad (7.13)$$

З урахуванням рівнянь формули (7.13) рівняння формули (7.12) будуть мати наступний вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x' &= \frac{k \cdot (x_B - x_A) + h \cdot (y_B - y_A)}{d}; \\ \Delta y' &= \frac{k \cdot (y_B - y_A) - h \cdot (x_B - x_A)}{d}. \end{aligned} \right\} \quad (7.14)$$

Аналогічно можна знайти прирости координат точки P відносно вихідного пункту B :

$$\left. \begin{aligned} \Delta x'' &= \frac{q \cdot (x_A - x_B) - h \cdot (y_A - y_B)}{d}; \\ \Delta y'' &= \frac{q \cdot (y_A - y_B) + h \cdot (x_A - x_B)}{d}. \end{aligned} \right\} \quad (7.15)$$

Координати точки P обчислюють для контролю двічі:

$$\left. \begin{aligned} x'_P &= x_A + \Delta x' = x_A + \frac{k \cdot (x_B - x_A) + h \cdot (y_B - y_A)}{d}; \\ y'_P &= y_A + \Delta y' = y_A + \frac{k \cdot (y_B - y_A) - h \cdot (x_B - x_A)}{d}; \\ x''_P &= x_B + \Delta x'' = x_B + \frac{q \cdot (x_A - x_B) - h \cdot (y_A - y_B)}{d}; \\ y''_P &= y_B + \Delta y'' = y_B + \frac{q \cdot (y_A - y_B) + h \cdot (x_A - x_B)}{d}. \end{aligned} \right\} \quad (7.16)$$

Оцінку точності M_P визначення положення геодезичного пункту P лінійною засічкою можна виконати за формулами:

$$M_P = \pm \frac{m_d}{\sin \gamma} \sqrt{2} \quad \text{або} \quad M_P = \pm \frac{1}{M \cdot \sin \gamma} \sqrt{d_1^2 + d_2^2}, \quad (7.17)$$

де m_d – середня квадратична похибка вимірювання віддалей d_1 та d_2 ;

γ – кут засічки;

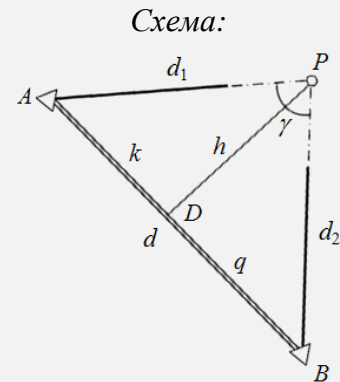
M – знаменник відносної похибки вимірювання сторін d_1 та d_2 .

Приклад 7.2. Визначення координат геодезичного пункту P лінійною засічкою (з використанням допоміжних величин).

Вихідні дані:

Пункти	Координати, м		Віддалі, м
	x_i	y_i	d_1 d_2
A	1308,75	3161,12	180,751
B	1234,99	3275,48	161,392

Відносна похибка вимірювання віддалей:
 $\frac{m_d}{d} = \frac{1}{M} = \frac{1}{20000}$. Кут засічки: $\gamma = 46^\circ 26' 52,7''$.



1. Обчислення k , q та h за формулами (7.6)-(7.8):

d_1	180,751	$k = \frac{d^2 + d_1^2 - d_2^2}{2d}$	92,378	k^2	8533,695
d_1^2	32670,924			q^2	1910,214
d_2	161,392	$q = \frac{d^2 + d_2^2 - d_1^2}{2d}$	43,706	$h' = \pm\sqrt{d_1^2 - k^2}$	155,362
d_2^2	26047,378			$h'' = \pm\sqrt{d_2^2 - q^2}$	155,361
d	136,084	$k + q = d$	136,084	$h = \pm\frac{h' + h''}{2}$	155,362
d^2	18518,855				

Примітка до розрахункової таблиці: величина висоти h береться зі знаком «-», якщо точка D (див. схему) розташована ліворуч від середини базису AB (тобто коли $k < q$), а зі знаком «+», якщо точка D розташована праворуч від середини базису AB ($k > q$).

2. Обчислення координат пункту P за рівняннями формули (7.16):

x_A	1308,75	y_A	3161,12
$\Delta x' = \frac{k \cdot (x_B - x_A) + h \cdot (y_B - y_A)}{d}$	80,49	$\Delta y' = \frac{k \cdot (y_B - y_A) - h \cdot (x_B - x_A)}{d}$	161,84
$x'_P = x_A + \Delta x'$	1389,24	$y'_P = y_A + \Delta y'$	3322,96
x_B	1234,99	y_B	3275,48
$\Delta x'' = \frac{q \cdot (x_A - x_B) - h \cdot (y_A - y_B)}{d}$	154,25	$\Delta y'' = \frac{q \cdot (y_A - y_B) + h \cdot (x_A - x_B)}{d}$	47,48
$x''_P = x_B + \Delta x''$	1389,24	$y''_P = y_B + \Delta y''$	3322,96
$x_P = (x'_P + x''_P) / 2$	1389,24	$y_P = (y'_P + y''_P) / 2$	3322,96

3. Оцінку точності M_P виконуємо за другим рівнянням формули (7.17):

$$M_P = \pm \frac{1}{M \cdot \sin \gamma} \sqrt{d_1^2 + d_2^2} = \pm \frac{1}{20000 \cdot \sin 46,4479722^\circ} \sqrt{180,751^2 + 161,392^2} = \pm 0,012 \text{ м.}$$

Відповідь: $x_P = 1389,24 \text{ м} \pm 0,012 \text{ м}$; $y_P = 3322,96 \text{ м} \pm 0,012 \text{ м}$.

7.2 Практична частина до практичної роботи № 7

Завдання 1. Вивчіть теоретичну частину до практичної роботи № 7, у тому числі приклади визначення координат геодезичного пункту лінійною засічкою (за обчисленими кутами та з використанням допоміжних величин).

Завдання 2. З використанням вихідних даних до свого варіанту (див. **Додаток Ж**) здійсніть визначення координат геодезичного пункту P лінійною засічкою за обчисленими кутами (див. **Приклад 7.1**) та з використанням допоміжних величин (див. **Приклад 7.2**).

Завдання 3. Оформіть пояснювальну записку і результати виконання завдань 1 та 2 і дайте відповіді на запитання для самоперевірки засвоєння змісту практичної роботи № 7.

7.3 Запитання для самоперевірки засвоєння змісту практичної роботи № 7

1. У чому полягає визначення координат пункту лінійною засічкою?
2. Який вигляд має схема визначення координат геодезичного пункту лінійною засічкою?
3. За якими формулами обчислюють кути β_A , β_B , γ та здійснюють контроль їх визначення?
4. З використанням яких формул обчислюють допоміжні величини k , q та висоту h при визначенні координат геодезичного пункту лінійною засічкою безпосередньо за координатами вихідних пунктів і віддальми від них до шуканого пункту?
5. За якими формулами обчислюють координати шуканого пункту P та здійснюють контроль їх визначення?

8 Практична робота № 8.

Знесення координат з вершини геодезичного знака на землю

8.1 Теоретична частина до практичної роботи № 8

Знаками Державної геодезичної мережі (ДГМ) можуть бути шпилі веж або дзвіниць, антени, на які неможливо встановити прилади для кутових або лінійних вимірювань. Тому доводиться виконувати задачу щодо знесення координат знака з вершини на землю. Нижче розглянуто випадок, коли треба виконати прив'язку полігонометричного ходу до пункту A ДГМ, яким є хрест церкви (рис. 8.1).

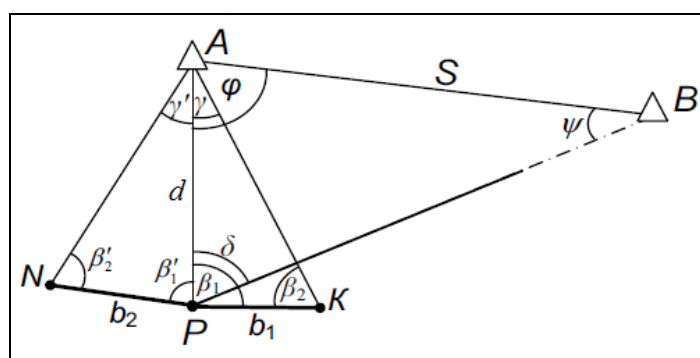


Рисунок 8.1 – Схема знесення координат з вершини знака на землю (пояснення позначень у тексті)

Поблизу пункту A , на віддалі 50-100 м від нього, вибирають точку P у такому місці, щоб з неї крім пункту A було видно також пункт B триангуляції та зручно було виміряти два базиси $PK = b_1$ і $PN = b_2$, необхідні для визначення неприступної віддалі AP .

Порядок розв'язання такої задачі представлений нижче.

1. Вимірюють два базиси b_1, b_2 та п'ять кутів $\beta_1, \beta_2, \beta'_1, \beta'_2, \delta$.

2. Обчислюють дирекційний кут α_{AB} та горизонтальну віддаль S_{AB} шляхом розв'язання оберненої геодезичної задачі за координатами вихідних пунктів A та B :

$$\operatorname{tg} \alpha_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}; \quad (8.1)$$

$$S_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2} = \frac{y_B - y_A}{\sin \alpha_{AB}} = \frac{x_B - x_A}{\cos \alpha_{AB}}. \quad (8.2)$$

3. З трикутників APK і APN (див. рис. 8.1) за теоремою синусів обчислюють віддаль $AP = d$:

$$d_1 = \frac{b_1 \cdot \sin \beta_2}{\sin \gamma}, \quad d_2 = \frac{b_2 \cdot \sin \beta'_2}{\sin \gamma'}, \quad d = (d_1 + d_2)/2, \quad (8.3)$$

де $\gamma = \beta_1 + \beta_2$ та $\gamma' = \beta'_1 + \beta'$.

Різниця $|d_1 - d_2|$ (за модулем) не повинна перевищувати $2d \frac{1}{T}$ (де $\frac{1}{T}$ – гранична відносна похибка вимірювання базисів). Якщо ця умова виконується, то за кінцевий результат приймають середнє арифметичне значення з двох визначених величин цієї віддалі.

4. З трикутника ABP (див. рис. 8.1) за теоремою синусів знаходять кут ψ :

$$\sin \psi = \frac{d \cdot \sin \delta}{S_{AB}}; \quad \psi = \arcsin \frac{d \cdot \sin \delta}{S_{AB}}. \quad (8.4)$$

5. Знаходять допоміжний кути φ (див. рис. 8.1) за наступним виразом:

$$\varphi = 180^\circ - (\delta + \psi). \quad (8.5)$$

6. Обчислюють дирекційний кут α_{AP} за виразом:

$$\alpha_{AP} = \alpha_{AB} \pm \varphi. \quad (8.6)$$

7. За формулами прямої геодезичної задачі обчислюють координати пункту P :

$$\begin{aligned} \Delta x &= d \cdot \cos \alpha_{AP}; & \Delta y &= d \cdot \sin \alpha_{AP}; \\ x_P &= x_A + \Delta x; & y_P &= y_A + \Delta y. \end{aligned} \quad (8.7)$$

8. Контроль вимірювання і обчислення можна виконати, якщо повторно знайти кут ψ за допомогою дирекційного кута α_{PB} :

$$\operatorname{tg} \alpha_{PB} = \frac{y_B - y_P}{x_B - x_P}; \quad \psi_{\text{обч.}} = \alpha_{AB} - \alpha_{PB}. \quad (8.8)$$

Розходження між значенням $\psi_{обч}$, обчисленим за формулою (8.8), та значенням ψ , визначеним за формулою (8.4), не повинно перевищувати $2m_\beta$ (де m_β – середня квадратична похибка вимірювання кутів).

Середню квадратичну похибку M_P визначення положення пункту P розраховують за формулою:

$$M_P = d \cdot \sqrt{\left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{m_\beta}{\rho}\right)^2}, \quad (8.9)$$

де $\frac{m_b}{b}$ – відносна похибка вимірювання базисів (m_b – середня квадратична похибка вимірювання базисів);

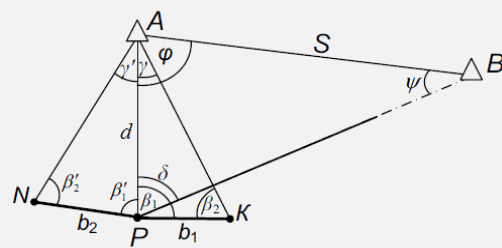
$$\rho'' = 206265''.$$

Приклад 8.1. Знесення координат з вершини знака на землю.

Вихідні дані:

Пункти	Координати, м		Базиси, м	
	x_i	y_i	b_1	b_2
A	7149,361	2816,944	55,00	70,00
B	6805,137	5491,728		
Кути (теодоліт: ЗТ2КП)			Відносна похибка вимірювання базисів	
β_1	β'_1	δ		
β_2	β'_2			
54°23'47"	44°09'41"	105°05'49"	$\frac{m_b}{b} = \frac{1}{20000}$	
74°24'28"	65°51'09"			

Схема:



1. Обчислення дирекційного кута α_{AB} та віддалі S_{AB} і дирекційного кута α_{AP} :

Позначення	Напряв AB	Позначення	Напряв AP
y_B	5491,728	δ	105°05'49"
y_A	2816,944	$\sin \delta$	0,9654865
$\Delta y = y_B - y_A$	2674,787	$\sin \psi = d \cdot \sin \delta / S_{AB}$	0,0243372
x_B	6805,137	$\psi = \arcsin \psi$	1°23'40"
x_A	7149,361	$\varphi = 180^\circ - (\delta + \psi)$	73°30'31"
$\Delta x = x_B - x_A$	-344,224	$\alpha_{AP} = \alpha_{AB} + \varphi$	170°50'31"
$\text{tg } r_{AB} = \Delta y : \Delta x $	7,770475	–	–
Назва: $\arctg \Delta y : \Delta x $	ПдСх: 82°40'00"	–	–
α_{AB}	97°20'00"	–	–
$S_{AB} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$	2696,842	–	–

2. Розрахунок $AP = d$:

Обчислення з трикутника APK		Обчислення з трикутника APN	
β_1	54°23'47"	β'_1	44°09'41"
β_2	74°24'28"	β'_2	65°51'09"
$\gamma = \beta_1 + \beta_2$	128°48'15"	$\gamma' = \beta'_1 + \beta'_2$	110°00'50"
b_1	55,00	b_2	70,00
$\sin \beta_2$	0,9631998	$\sin \beta'_2$	0,9124953
$\sin \gamma$	0,7792924	$\sin \gamma'$	0,9396096
$d_1 = \frac{b_1 \cdot \sin \beta_2}{\sin \gamma}$	67,98	$d_2 = \frac{b_2 \cdot \sin \beta'_2}{\sin \gamma'}$	67,98
$d = (d_1 + d_2)/2 = 67,98 \text{ м}$			

3. Розрахунок x_P та y_P :

$\alpha_{AP} = 170^\circ 50' 31''$			
$d = 67,98 \text{ м}$			
$\cos \alpha_{AP}$	-0,987253	$\sin \alpha_{AP}$	0,1591584
$\Delta x = d \cdot \cos \alpha_{AP}$	-67,113	$\Delta y = d \cdot \sin \alpha_{AP}$	10,820
x_A	7149,361	y_A	2816,944
$x_P = x_A + \Delta x$	7082,248	$y_P = y_A + \Delta y$	2827,764

4. Контроль обчислення кута ψ за допомогою дирекційного кута α_{PB} та оцінка точності визначення положення пункту P :

Контроль обчислення кута ψ		Оцінка точності визначення положення пункту P	
Позначення	Напрямок PB		
y_B	5491,728	m_β	$\pm 2''$
y_P	2827,764	ρ''	206265"
$\Delta y = y_B - y_P$	2663,964	m_β / ρ''	1 / 103132,5
x_B	6805,137	m_b / b	1 / 20000
x_P	7082,248	d	67,98
$\Delta x = x_B - x_P$	-277,111	$M_P = d \cdot \sqrt{\left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{m_\beta}{\rho}\right)^2} =$ $= \pm 0,003 \text{ м} = \pm 3 \text{ мм}$	
$\text{tg } r_{AB} = \Delta y : \Delta x $	9,6133463		
Назва: $\arctg \Delta y : \Delta x $	ПдСх: 84°03'41"		
α_{PB}	95°56'19"		
α_{AB}	97°20'00"		
$\psi_{обч} = \alpha_{AB} - \alpha_{PB}$	1°23'41"		
$\Delta \psi = \psi - \psi_{обч}$	0"		
$2m_\beta$	$\pm 4''$		
$\Delta \psi \leq 2m_\beta$	0" < $\pm 4''$		

Відповідь: $x_P = 7082,248 \text{ м} \pm 0,003 \text{ м}$; $y_P = 2827,764 \text{ м} \pm 0,003 \text{ м}$.

8.2 Практична частина до практичної роботи № 8

Завдання 1. Вивчіть теоретичну частину до практичної роботи № 8, у тому числі приклад знесення координат з вершини знака на землю.

Завдання 2. З використанням вихідних даних до свого варіанту (див. **Додаток II**) здійсніть знесення координат з вершини знака на землю (див. **Приклад 8.1**).

Завдання 3. Оформіть пояснювальну записку і результати виконання завдань 1 та 2 і дайте відповіді на запитання для самоперевірки засвоєння змісту практичної роботи № 8.

8.3 Запитання для самоперевірки засвоєння змісту практичної роботи № 8

1. З яких причин доводиться виконувати знесення координат знака з вершини на землю?
2. Як виглядає схема та які вимірювання виконують для знесення координат з вершини знака на землю?
3. З використанням яких формул обчислюють координати точки P при виконанні знесення координат знака з вершини на землю?
4. Яким чином виконують контроль вимірювання і обчислення при виконанні знесення координат знака з вершини на землю?
5. За якою формулою розраховують середню квадратичну похибку визначення положення точки P при виконанні знесення координат знака з вершини на землю?

9 Практична робота № 9.
Роздільне вирівнювання мережі полігонометричних ходів
з одним вузловим пунктом

9.1 Теоретична частина до практичної роботи № 9

Найпростішою полігонометричною мережею є мережа із трьох ходів, які сходяться в одну вузлову точку. Спрощений (роздільний) спосіб вирівнювання мережі полігонометричних ходів, які сходяться в одну вузлову точку, полягає у наступному:

- 1 – спочатку вирівнюють кути мережі;
- 2 – за вирівняними кутами і виміряними довжинами сторін обчислюють прирости координат Δx і Δy , які потім вирівнюють окремо.

Нехай від вихідних пунктів A , B і C до вузлового пункту K прокладені три полігонометричні ходи AK , BK і CK (рис. 9.1).

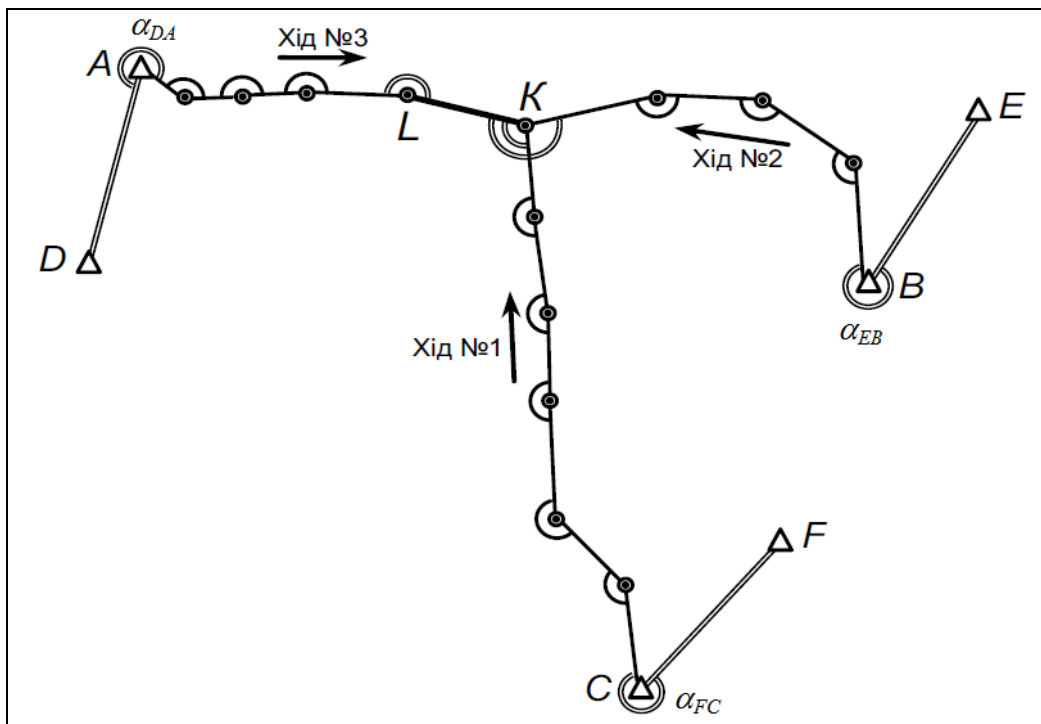


Рисунок 9.1 – Схема мережі із трьох полігонометричних ходів
з одним вузловим пунктом
(пояснення позначень у тексті)

Вибирають загальний для всіх трьох ходів мережі вузловий напрям KL (рис. 9.1), до якого прив'язують усі ходи вимірюванням прив'язних кутів.

Для кожного з трьох ходів мережі визначають дирекційний кут α_i вузлового напрямку KL за формулою:

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \alpha_{FC} + \sum_{i=1}^{n'_1} \beta_i - 180^\circ \cdot n'_1; \\ \alpha_2 &= \alpha_{EB} + \sum_{i=1}^{n'_2} \beta_i - 180^\circ \cdot n'_2; \\ \alpha_3 &= \alpha_{DA} + \sum_{i=1}^{n'_3} \beta_i - 180^\circ \cdot n'_3,\end{aligned}\tag{9.1}$$

де $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ – дирекційні кути вузлового напрямку KL , які визначені відповідно в ходах 1, 2 і 3;

n'_1, n'_2, n'_3 – кількість кутів повороту відповідно в ходах 1, 2 і 3;

$\sum_{i=1}^{n'_1} \beta_i, \sum_{i=1}^{n'_2} \beta_i, \sum_{i=1}^{n'_3} \beta_i$ – суми вимірних (лівих за ходом) кутів повороту

відповідно в ходах 1, 2 і 3.

Якщо кількість кутів у ходах різна, то визначені за формулою (9.1) дирекційні кути будуть нерівноточними, тому при обчисленні вирівняного значення дирекційного кута напрямку KL треба ввести ваги дирекційних кутів p_{α_i} , величини яких є обернено пропорційні кількості кутів у ході:

$$p_{\alpha_1} = \frac{c}{n'_1}; \quad p_{\alpha_2} = \frac{c}{n'_2}; \quad p_{\alpha_3} = \frac{c}{n'_3},\tag{9.2}$$

де $p_{\alpha_1}, p_{\alpha_2}, p_{\alpha_3}$ – ваги дирекційних кутів вузлового напрямку KL , які визначені відповідно в ходах 1, 2 і 3;

c – довільна величина, яка вибирається так, щоб ваги були невеликими числами (зазвичай меншими одиниці).

Вирівняне значення дирекційного кута α_{KL} вузлового напрямку KL обчислюють як середнє вагове з величин дирекційних кутів цього напрямку, визначених відповідно в ходах 1, 2 і 3, за наступною формулою:

$$\alpha_{KL} = \frac{\alpha_1 \cdot p_{\alpha_1} + \alpha_2 \cdot p_{\alpha_2} + \alpha_3 \cdot p_{\alpha_3}}{p_{\alpha_1} + p_{\alpha_2} + p_{\alpha_3}} = \frac{[\alpha p]}{[p]}$$

або (9.3)

$$\alpha_{KL} = \alpha_0 + \frac{\varepsilon_1 \cdot p_{\alpha_1} + \varepsilon_2 \cdot p_{\alpha_2} + \varepsilon_3 \cdot p_{\alpha_3}}{p_{\alpha_1} + p_{\alpha_2} + p_{\alpha_3}} = \alpha_0 + \frac{[\varepsilon p]}{[p]},$$

де α_0 – наближене значення дирекційного кута вузлового напрямку KL , за яке зазвичай приймають найменше з отриманих значень $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$;

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ – відповідно відхилення окремих значень $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ від α_0 .

Значення $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ визначаються за формулою:

$$\varepsilon_1 = \alpha_0 - \alpha_1; \quad \varepsilon_2 = \alpha_0 - \alpha_2; \quad \varepsilon_3 = \alpha_0 - \alpha_3. \quad (9.4)$$

Вирівняне значення дирекційного кута α_{KL} вузлового напрямку KL приймають за вихідне і з використанням його величини визначають кутові нев'язки $(f_\beta)_i$ за окремими полігонометричними ходами:

$$(f_\beta)_1 = \alpha_1 - \alpha_{KL};$$

$$(f_\beta)_2 = \alpha_2 - \alpha_{KL}; \quad (9.5)$$

$$(f_\beta)_3 = \alpha_3 - \alpha_{KL},$$

де $(f_\beta)_1, (f_\beta)_2, (f_\beta)_3$ – кутові нев'язки відповідно за ходами 1, 2 і 3.

Розподілення цих нев'язок, тобто вирівнювання кутів повороту β_i в кожному окремому ході, виконується, як у звичайному окремому ході.

За вирівняними кутами обчислюють дирекційні кути сторін мережі ходів і прирости координат $[\Delta x]_i$ та $[\Delta y]_i$ для кожного ходу.

Значення координат вузлового пункту K можна отримати у кожному з ходів за формулами:

$$x_1 = x_A + [\Delta x]_1; \quad y_1 = y_A + [\Delta y]_1;$$

$$x_2 = x_B + [\Delta x]_2; \quad y_2 = y_B + [\Delta y]_2; \quad (9.6)$$

$$x_3 = x_C + [\Delta x]_3; \quad y_3 = y_C + [\Delta y]_3,$$

де $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3$ – значення координат вузлового пункту, отримані у кожному з ходів 1, 2, 3;

$x_A, y_A, x_B, y_B, x_C, y_C$ – координати x та y вихідних пунктів A, B, C ;

$[\Delta x]_1, [\Delta y]_1, [\Delta x]_2, [\Delta y]_2, [\Delta x]_3, [\Delta y]_3$ – суми приростів координат Δx та Δy у кожному з ходів 1, 2, 3.

За вирівняне (ймовірне) значення координат x та y вузлового пункту K приймають середнє вагове:

$$\begin{aligned} x &= x_0 + \frac{\varepsilon_{x_1} p_{x_1} + \varepsilon_{x_2} p_{x_2} + \varepsilon_{x_3} p_{x_3}}{p_{x_1} + p_{x_2} + p_{x_3}} = x_0 + \frac{[\varepsilon p]}{[p]}, \\ y &= y_0 + \frac{\varepsilon_{y_1} p_{y_1} + \varepsilon_{y_2} p_{y_2} + \varepsilon_{y_3} p_{y_3}}{p_{y_1} + p_{y_2} + p_{y_3}} = y_0 + \frac{[\varepsilon p]}{[p]}, \end{aligned} \quad (9.7)$$

де x_0, y_0 – наближені значення абсциси і ординати вузлового пункту; за які зазвичай приймають найменші з отриманих значень x_1, x_2, x_3 та y_1, y_2, y_3 ;

ε_i – відхилення окремих результатів x_1, x_2, x_3 та y_1, y_2, y_3 від відповідних наближених значень x_0 та y_0 , які визначають як і для дирекційних кутів за формулою (9.4).

Значення ваг p_{x_i} і p_{y_i} обернено пропорційні довжинам ходів $[S]_i$:

$$p_{x_i} = p_{y_i} = \frac{c}{[S]_i}. \quad (9.8)$$

Ймовірніші координати вузлового пункту приймають за вихідні, а мережа ходів розділяється на три незалежних ходи, які вирівнюються окремо строгим або спрощеним методом.

Для оцінки точності вирівняних значень дирекційного кута вузлового напрямку α і координат вузлового пункту x та y спершу обчислюють середні квадратичні похибки одиниці ваги для вирівняних елементів:

$$\begin{aligned} \mu_\alpha &= \sqrt{\frac{[p_\alpha \nu_\alpha^2]}{n - k}}, \\ \mu_x &= \sqrt{\frac{[p_x \nu_x^2]}{n - k}}, \\ \mu_y &= \sqrt{\frac{[p_y \nu_y^2]}{n - k}}, \end{aligned} \quad (9.9)$$

де p_α, p_x, p_y – ваги вирівняних значень дирекційного кута α і координат x та y ;
 n та k – відповідно кількість ходів та вузлових точок;

ν_α, ν_x, ν_y – відхилення обчислених значень від середніх вагових.

Середні квадратичні похибки вирівняних значень дирекційного кута вузлового напрямку M_α і координат вузлового пункту M_x та M_y мережі ходів визначають за формулами:

$$M_\alpha = \frac{\mu_\alpha}{\sqrt{P_\alpha}}; \quad M_x = \frac{\mu_x}{\sqrt{P_x}}; \quad M_y = \frac{\mu_y}{\sqrt{P_y}}, \quad (9.10)$$

де P_α, P_x, P_y – ваги вирівняних елементів, які дорівнюють:

$$P_\alpha = p_{\alpha_1} + p_{\alpha_2} + p_{\alpha_3},$$

$$P_x = p_{x_1} + p_{x_2} + p_{x_3}, \quad (9.11)$$

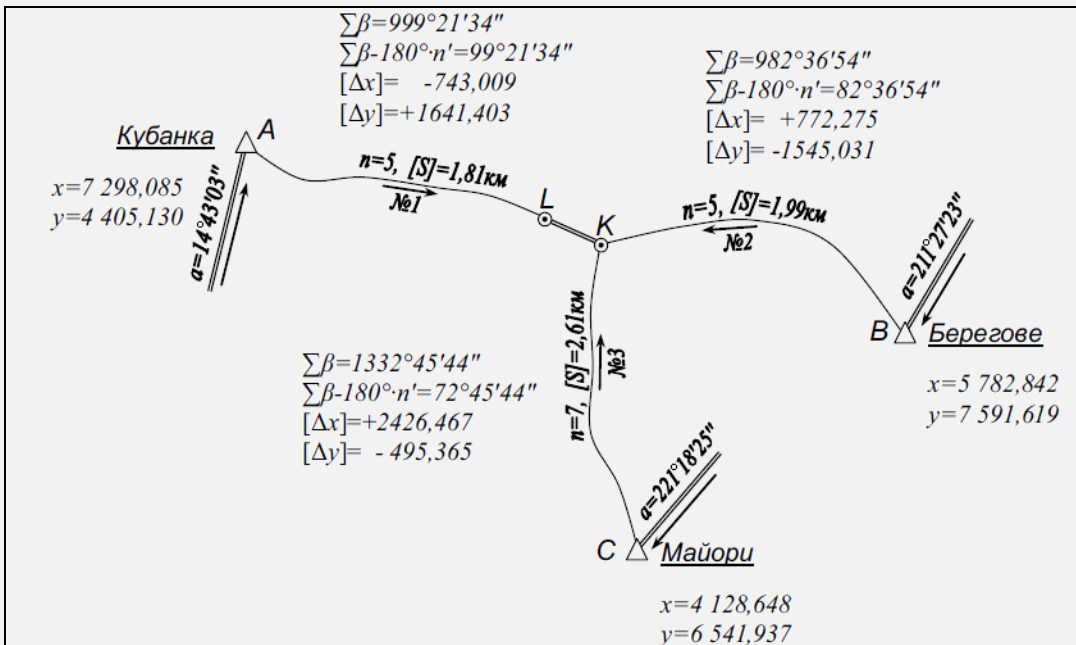
$$P_y = p_{y_1} + p_{y_2} + p_{y_3}.$$

Середня квадратична похибка положення вузлового пункту дорівнює:

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}. \quad (9.12)$$

Приклад 9.1. Роздільне вирівнювання мережі із трьох полігонометричних ходів з одним вузловим пунктом.

Схема положення пунктів, мережі ходів і вузлового напрямку та вихідні дані:



Вирівнювання вузлового пункту К:

Вирівнювання дирекційного кута α_{KL}

Позначення ходу	Кількість кутів в ході, n'_i	α	ε_α	p	$p \varepsilon_\alpha$	f_β , "	pf_β	pf_β^2
1	5	114°04'37"	+28"	1,00	+28"	+15"	+15"	225
2	5	114°04'17"	+8"	1,00	+8"	-5"	-5"	25
3	7	114°04'09"	0"	0,71	0"	-13"	-9,2"	120
	α_0	114°04'09"						
	α_{KL}	114°04'22"	Сума:	2,71	+36,0"	-	+0,8"	370
	$\nu_\alpha = \alpha_{KL} - \alpha_0$	+13"						

$$\mu_\alpha = \sqrt{\frac{[p_\alpha \nu_\alpha^2]}{n-k}} = \sqrt{\frac{370}{3-1}} = 13,6''$$

$$M_\alpha = \frac{\mu_\alpha}{\sqrt{P_\alpha}} = \frac{13,6}{\sqrt{2,71}} = 8,3''$$

Вирівнювання абсциси x

Позначення ходу	Довжина ходу, $[S]_i$, км	x	ε_x , мм	p	$p \varepsilon_x$, мм	f_x , мм	pf_x , мм	pf_x^2
1	1,81	6555,076	0	0,55	-	-25	-13,8	344
2	1,99	6555,117	+41	0,50	+20,5	+16	+8	128
3	2,61	6555,115	+39	0,38	+14,8	+15	+5,7	86
	x_0 , м	6555,076						
	x , м	6555,101	Сума:	1,43	+42,3	-	+0,1	558
	$\nu_x = 1000 \cdot (x - x_0)$, мм	+25						

$$\mu_x = \sqrt{\frac{[p_x \nu_x^2]}{n-k}} = \sqrt{\frac{558}{3-1}} = 16,7 \text{ мм}$$

$$M_x = \frac{\mu_x}{\sqrt{P_x}} = \frac{16,7}{\sqrt{1,43}} = 14 \text{ мм} = 0,014 \text{ м}$$

Вирівнювання ординати y

Позначення ходу	Довжина ходу, $[S]_i$, км	y	ε_y , мм	p	$p \varepsilon_y$, мм	f_y , мм	pf_y , мм	pf_y^2
1	1,81	6046,533	0	0,55	-	-30	-16,5	495
2	1,99	6046,588	+55	0,50	+27,5	+25	+12,5	312
3	2,61	6046,572	+39	0,38	+14,8	+9	+3,4	31
	y_0 , м	6046,533						
	y , м	6046,563	Сума:	1,43	+42,3	-	-0,6	838
	$\nu_y = 1000 \cdot (y - y_0)$, мм	+30						

$$\mu_y = \sqrt{\frac{[p_y \nu_y^2]}{n-k}} = \sqrt{\frac{838}{3-1}} = 20,5 \text{ мм}$$

$$M_y = \frac{\mu_y}{\sqrt{P_y}} = \frac{20,5}{\sqrt{1,43}} = 17,1 \text{ мм} = 0,017 \text{ м}$$

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = \sqrt{14^2 + 17,1^2} = 22,1 \text{ мм} = 0,022 \text{ м}$$

Відповідь: $x_K = 6555,101 \text{ м} \pm 0,014 \text{ м}$; $y_K = 6046,563 \text{ м} \pm 0,017 \text{ м}$.

9.2 Практична частина до практичної роботи № 9

Завдання 1. Вивчіть теоретичну частину до практичної роботи № 9, у тому числі приклад роздільного вирівнювання мережі полігонометричних ходів з однією вузловою точкою.

Завдання 2. З використанням вихідних даних до свого варіанту (див. **Додаток К**) здійсніть роздільне вирівнювання мережі полігонометричних ходів з однією вузловою точкою (див. **Приклад 9.1**).

Завдання 3. Оформіть пояснювальну записку і результати виконання завдань 1 та 2 і дайте відповіді на запитання для самоперевірки засвоєння змісту практичної роботи № 9.

9.3 Запитання для самоперевірки засвоєння змісту практичної роботи № 9

1. У чому полягає спрощений (роздільний) спосіб вирівнювання мережі полігонометричних ходів, які сходяться в одну вузлову точку?

2. Який вигляд має схема мережі полігонометричних ходів з одним вузловим пунктом?

3. З використанням якої формули обчислюють дирекційний кут вибраного вузлового напрямку у мережі полігонометричних ходів?

4. У яких випадках необхідно ввести ваги p дирекційних кутів та яким чином обчислюють їх значення?

5. За якими формулами обчислюють вирівняні (ймовірні) значення координат вузлового пункту?

10 Практична робота № 10. Перетворення та трансформування координат точок між системами координат

10.1 Теоретична частина до практичної роботи № 10

В основі національної кадастрової бази земельних ділянок будь-якої країни є система координат. В Україні електронна кадастрова база даних про земельні ділянки почала створюватися ще з 1997 р. на основі системи координат СК-63 (СК-42). Ця система координат має великі спотворення. Тому на сьогодні в Україні новою координатною основою при здійсненні робіт із землеустрою є «Державна геодезична референцна система координат УСК-2000». Перехід від старої системи координат СК-63 (СК-42) до нової високоточної системи координат УСК-2000 потребує перерахунку координат точок земельних ділянок з системи СК-63 (СК-42) в систему УСК-2000.

10.1.1 Перерахунок географічних координат між системами координат

При переході від одного референц-еліпсоїда до іншого, геодезичні (географічні) координати точки змінюються. Ці зміни можна перерахувати за допомогою наступних формул:

$$\begin{aligned}
 dB &= \Delta B_{СК2-СК1} = B_{СК2} - B_{СК1} = \\
 &= \frac{1}{M} \left(-(\Delta X \cdot \cos L + \Delta Y \cdot \sin L) \cdot \sin B + \Delta Z \cdot \cos B \right) + \\
 &+ (R_X \cdot \sin L - R_Y \cdot \cos L) \cdot (1 + e^2 \cdot \cos 2B) - \frac{1}{2} \mu \cdot e^2 \cdot \sin 2B + \\
 &+ \frac{\sin 2B \cdot N}{2M} \cdot \left(\frac{\Delta a}{a} \cdot e^2 + \left(\frac{N^2}{a^2} + 1 \right) \cdot \frac{\Delta e^2}{2} \right).
 \end{aligned} \tag{10.1}$$

та

$$\begin{aligned}
 (L_{СК2} - L_{СК1}) \cdot \cos B &= \frac{1}{N} \cdot (-\Delta X \cdot \sin L + \Delta Y \cdot \cos L) - \\
 &- \sin B \cdot (1 - e^2) \cdot (R_X \cdot \cos L + R_Y \cdot \sin L) + R_Z \cos B,
 \end{aligned} \tag{10.2}$$

де $B_{СК1}$, $L_{СК1}$, $B_{СК2}$, $L_{СК2}$ – геодезичні (географічні) широта та довгота точки на першому (в системі координат СК1) і на другому (в системі координат СК2) референцних еліпсоїдах;

$\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ – лінійні параметри трансформації Гельмерта при переході від СК1 до СК2;

R_X, R_Y, R_Z – кутові параметри трансформації Гельмерта при переході від СК1 до СК2, які називаються «поворотом позиційного вектору»;

μ – масштабний множник;

M – радіус кривизни меридіана;

B, L – геодезичні (географічні) широта та довгота точки на еліпсоїді в одній з систем координат, наприклад СК1;

N – радіус кривизни першого вертикалу;

a – велика піввісь;

e^2 – квадрат першого ексцентриситету одного з еліпсоїдів, наприклад, еліпсоїда системи координат СК1;

Δa та Δe^2 – відповідно різниця між великими півсями та різниця між квадратами ексцентриситетів другої та першої систем координат

Величини Δa та Δe^2 визначаються за наступними формулами:

$$\Delta a = a_{СК2} - a_{СК1} \quad (10.3)$$

та

$$\Delta e^2 = e^2_{СК2} - e^2_{СК1}. \quad (10.4)$$

У зв'язку з тим, що в системах координат СК-63 (СК-42) та УСК-2000 використовується один еліпсоїд (еліпсоїд Красовського) з однаковими параметрами a та e^2 ($a = 6378245$ м та $e^2 = 0,006693421623$), то різниця між великими півсями Δa та різниця між квадратами ексцентриситетів Δe^2 цих систем координат будуть дорівнювати нулю ($\Delta a = a_{УСК-2000} - a_{СК-63} = 0$ м та $\Delta e^2 = e^2_{УСК-2000} - e^2_{СК-63} = 0$).

У цьому випадку рівняння (10.1) буде мати наступний вигляд:

$$\begin{aligned} dB = & \frac{1}{M} \left(-(\Delta X \cdot \cos L + \Delta Y \cdot \sin L) \cdot \sin B + \Delta Z \cdot \cos B \right) + \\ & + (R_X \cdot \sin L - R_Y \cdot \cos L) \cdot (1 + e^2 \cdot \cos 2B) - \frac{1}{2} \mu \cdot e^2 \cdot \sin 2B. \end{aligned} \quad (10.4)$$

Враховуючи те, що системи СК-63 та СК-42 прив'язані до однієї просторової прямокутної системі координат – «Пулково 1942 року», то параметри трансформації Гельмерта для СК-63 повністю збігаються з параметрами трансформації для СК-42.

Параметри трансформації Гельмерта з системи СК-63 (СК-42) в систему УСК-2000, які використовуються в рівняннях, наведених вище, можуть бути отримані за допомогою параметрів перетворення цих систем із системи WGS-84 на основі параметрів трансформації Гельмерта між системами СК-63 (СК-42) – WGS-84 та WGS-84 – УСК-2000. Ці параметри трансформації від СК-63 (СК-42) до WGS-84, від WGS-84 до УСК-2000 та від СК-63 (СК-42) до УСК-2000 для України наведені у табл. 10.1.

Таблиця 10.1 – Параметри Гельмерта для трансформації між системами координат СК-63 (СК-42), WGS-84 та УСК-2000

Параметр	Значення параметра Гельмерта для трансформації:		
	від СК-63 (СК-42) до WGS-84	від WGS-84 до УСК-2000	від СК-63 (СК-42) до УСК-2000
Епоха	–	2005	–
ΔX , м	25,0	-24,3234	0,6766
ΔY , м	-141,0	121,3708	-19,6292
ΔZ , м	-78,5	75,8275	-2,6725
R_x , "	0,000	0,00000	0,000
R_y , "	0,350	0,00000	0,350
R_z , "	0,736	0,00000	0,736
μ , 10^{-9}	0,00	1,74	1,74

Для визначення параметрів трансформації від однієї системи координат до іншої (табл. 10.1) використовується наступне правило: якщо всі кутові параметри та масштабний коефіцієнт є величинами першого порядку малості, то параметри перетворення Гельмерта для переходу від першої до n -ї системи координат дорівнюють сумі відповідних параметрів між усіма попередніми системами координат, які отримані на одну епоху.

Перерахунок географічних координат з системи координат СК-42 в систему координат WGS-84 можна виконати автоматизовано (*Приклад 10.1*) за допомогою он-лайн калькулятора (конвертера), розробленого Державним науково-виробничим підприємством «Геоінформ України» та розміщений у відкритому доступі на Державному геологічному порталі Державної служби геології та надр України (<https://nadra.gov.ua/area/appcalculation>).

Географічні координати точки (пункту) в системі координат WGS-84 дозволяють на місцевості визначити фактичне місце розташування точки (пункту) за допомогою GPS-приймача, точність вимірів якого не нижче 0,1".

Приклад 10.1. Автоматизований перерахунок географічних координат з системи координат СК-42 в систему координат WGS-84 за допомогою геодезичного он-лайн калькулятора (конвертера) на Державному геологічному порталі Державної служби геології та надр України.

Вихідні дані:

Номер точки	Географічні координати в системі координат СК-42, ° ' "	
	північна широта	східна довгота
11	45°28'1.39"	34°25'46.18"

Етапи розрахунку:

1. Заходимо на сторінку «Перерахунок географічних координат СК-42 в WGS-84» на Державному геологічному порталі Державної служби геології та надр України (за наступним посиланням: <https://nadra.gov.ua/area/appcalculation>).

2. Вводимо географічні координати заданої точки (північну широту та східну довготу) в системі координат СК-42 (якщо потрібно здійснити перерахунок координат ще однієї точки (чи декількох точок), то натискаємо «Додати точку»).

3. Натискаємо «Провести розрахунок» і нижче для заданої точки з'являються значення географічних координат заданої точки (північна широта та східна довгота) в системі координат WGS-84.

4. Результати перерахунку координат: точка 11, північна широта – 45°28'0,48", східна довгота – 34°25'40,52" сх. д.

Додаток:

The screenshot shows the web interface of the calculator. At the top, there is a header with the logo of the State Geological Service of Ukraine and the text 'ДЕРЖАВНИЙ ГЕОЛОГІЧНИЙ ПОРТАЛ'. Below the header, the title of the page is 'Перерахунок географічних координат СК-42 в WGS-84'. The main content area contains a form with the following fields:

- Додати точку** (Add point) button.
- №** (Point number): 11
- Широта, СК-42** (Latitude, SK-42):
 - Градуси (Degrees): 45
 - Мінути (Minutes): 28
 - Секунди (Seconds): 1.39
- Довгота, СК-42** (Longitude, SK-42):
 - Градуси (Degrees): 34
 - Мінути (Minutes): 25
 - Секунди (Seconds): 46.18
- Провести розрахунок** (Calculate) button.

Below the form, the results are displayed in a table:

Номер	Широта	Довгота
11	45°28'0.48"	34°25'40.52"

Копія вікна геодезичного конвертера з результатами перерахунку географічних координат

10.1.2 Перетворення та трансформування координат

1. Алгоритм перетворення геодезичних координат точки в плоскі прямокутні та навпаки. Плоскі прямокутні координати в проекції Гаусса-Крюгера обчислюються (з похибкою не більше ± 1 мм) за геодезичними (географічними) координатами на еліпсоїді Красовського за формулами:

$$\begin{aligned} x = & \Delta X + 6367558,4968 \cdot B - \sin 2B \cdot (16002,89 + 66,9607 \cdot \sin^2 B + 0,3515 \cdot \sin^4 B - \\ & - l^2 \cdot (1594561,25 + 5336,535 \cdot \sin^2 B + 26,79 \cdot \sin^4 B + 0,149 \cdot \sin^6 B + \\ & + l^2 \cdot (672483,4 - 811219,9 \cdot \sin^2 B + 5420 \cdot \sin^4 B - 10,6 \cdot \sin^6 B + \\ & + l^2 \cdot (278194 - 830174 \cdot \sin^2 B + 572434 \cdot \sin^4 B - 16010 \cdot \sin^6 B + \\ & + l^2 \cdot (109500 - 574700 \cdot \sin^2 B + 863700 \cdot \sin^4 B - 398600 \cdot \sin^6 B))))); \end{aligned} \quad (10.5)$$

$$\begin{aligned} y = & \Delta Y + l \cdot \cos B \cdot (6378245 + 21346,1415 \cdot \sin^2 B + 107,159 \cdot \sin^4 B + 0,5977 \cdot \sin^6 B + \\ & + l^2 \cdot (1070204,16 - 2136826,66 \cdot \sin^2 B + 17,98 \cdot \sin^4 B - 11,99 \cdot \sin^6 B + \\ & + l^2 \cdot (270806 - 1523417 \cdot \sin^2 B + 1327645 \cdot \sin^4 B - 21701 \cdot \sin^6 B + \\ & + l^2 \cdot (79690 - 866190 \cdot \sin^2 B + 1730360 \cdot \sin^4 B - 945460 \cdot \sin^6 B))), \end{aligned}$$

де x – відстань на північ по осі абсцис від екватора до точки в проекції Гаусса-Крюгера, м;

y – відстань на схід по осі ординат від осевого меридіана до точки Sв проекції Гаусса-Крюгера, м;

ΔX – зміщення по осі абсцис, м;

ΔY – зміщення по осі ординат, м;

B – геодезична широта точки, радіани;

l – відстань від точки до осевого меридіану зони, виражена в радіанах.

Величина l обчислюється за формулою:

$$l = L - L_0, \quad (10.6)$$

де L – геодезична довгота точки, радіани;

L_0 – осевий меридіан в проекції Гаусса-Крюгера, радіани.

Перетворення координат x та y в проекції Гаусса-Крюгера на еліпсоїді Красовського в геодезичні координати B та L здійснюється за формулами:

$$B = B_0 + \Delta B \quad \text{та} \quad L = L_0 + l, \quad (10.7)$$

де B, L – геодезичні широта і довгота точки, радіани;

B_0 – геодезична широта точки, абсциса якої дорівнює абсцисі точки x , а ордината дорівнює нулю, радіани;

L_0 – довгота осьового меридіана в проекції Гаусса-Крюгера, радіани.

Значення B_0 , ΔB та l обчислюються за наступними формулами:

$$B_0 = \beta + \sin 2\beta(0,00252588685 - 0,00001491860 \cdot \sin^2 \beta + 0,00000011904 \sin^4 \beta), \quad (10.8)$$

$$\begin{aligned} \Delta B = & -z_0^2 \sin 2B_0(0,251684631 - 0,003369263 \sin^2 B_0 + 0,000011276 \sin^4 B_0 - \\ & - z_0^2(0,10500614 - 0,04559916 \sin^2 B_0 + 0,00228901 \sin^4 B_0 - \\ & - 0,00002987 \sin^6 B_0 - z_0^2(0,042858 - 0,025318 \sin^2 B_0 + 0,014346 \sin^4 B_0 - \\ & - 0,001264 \sin^6 B_0 - z_0^2(0,01672 - 0,00630 \sin^2 B_0 + 0,01188 \sin^4 B_0 - \\ & - 0,00328 \sin^6 B_0))))), \end{aligned} \quad (10.9)$$

$$\begin{aligned} l = & z_0(1 - 0,0033467108 \sin^2 B_0 - 0,0000056002 \sin^4 B_0 - 0,0000000187 \sin^6 B_0 - \\ & - z_0^2(0,16778975 + 0,16273586 \sin^2 B_0 - 0,00052490 \sin^4 B_0 - 0,00000846 \sin^6 B_0 - \\ & - z_0^2(0,0420025 + 0,1487407 \sin^2 B_0 + 0,0059420 \sin^4 B_0 - 0,0000150 \sin^6 B_0 - \\ & - z_0^2(0,01225 + 0,09477 \sin^2 B_0 + 0,03282 \sin^4 B_0 - 0,00034 \sin^6 B_0 - \\ & - z_0^2(0,0038 + 0,0524 \sin^2 B_0 + 0,0482 \sin^4 B_0 + 0,0032 \sin^6 B_0))))). \end{aligned} \quad (10.10)$$

В формулі (10.8) β є допоміжною величиною, яка дорівнює:

$$\beta = (x - \Delta X) / 6367558,4968. \quad (10.11)$$

В формулі (10.10) z_0 є допоміжною величиною, яка дорівнює:

$$z_0 = (y - \Delta Y) / (6378245 \cdot \cos B_0). \quad (10.12)$$

2. Алгоритм перерахунку плоских прямокутних координат точки по Гельмерту (ключу). Перерахунок виконується за наступними формулами:

$$x = x_s + m \cdot (u \cdot \sin \alpha + v \cdot \cos \alpha) \quad \text{та} \quad y = y_s + m \cdot (u \cdot \cos \alpha - v \cdot \sin \alpha), \quad (10.13)$$

де u, v – вхідні координати точки, м;

x, y – трансформовані значення координат, м;

x_s, y_s – зміщення по x та y відповідно, м;

m – масштабний коефіцієнт;

α – кут повороту, градуси.

3. Алгоритм трансформування координат точок. Трансформування координат точок виконується при переході з системи координат СК-63 (СК-42) в систему координат УСК-2000 (МСК-2000) та навпаки.

Для трансформування координат використовується трансформаційне поле (рис. 10.1), яке будують методом скінчених елементів – трикутників, вершинами яких є суміщені точки, що утворюють, так звану, TIN-модель (Triangulated Irregular Network), з координатами, які визначені одночасно в двох системах координат СК-63 (СК-42) та УСК-2000 (рис. 10.2).

Трансформування координат виконується за допомогою методу афінного перетворення з використанням такого алгоритму: 1 – визначення трикутника попадання точки для трансформування координат (рис. 10.2); 2 – складання системи рівнянь (10.14) для кожної точки і їх вирішення:

$$\begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_x \cdot \cos \theta_x & m_y \cdot \sin \theta_y \\ m_x \cdot \sin \theta_x & m_y \cdot \cos \theta_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_x \\ c_y \end{pmatrix}, \quad (10.14)$$

де x, y – координати пунктів в вхідній системі координат;

u, v – координати пунктів в вихідній системі координат;

m_x, m_y – коефіцієнти масштабування;

θ_x, θ_y – кути поворотів;

c_x, c_y – паралельне перенесення по осях X та Y

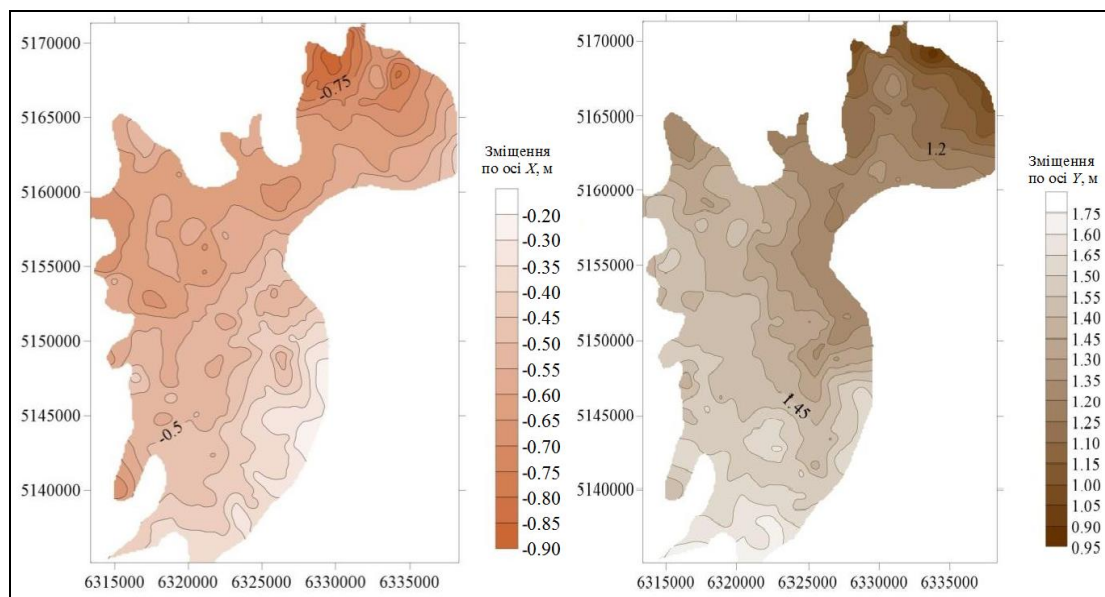


Рисунок 10.1 – Приклади карт трансформаційного поля (відхилень між двома системами координат) для території Одеської області

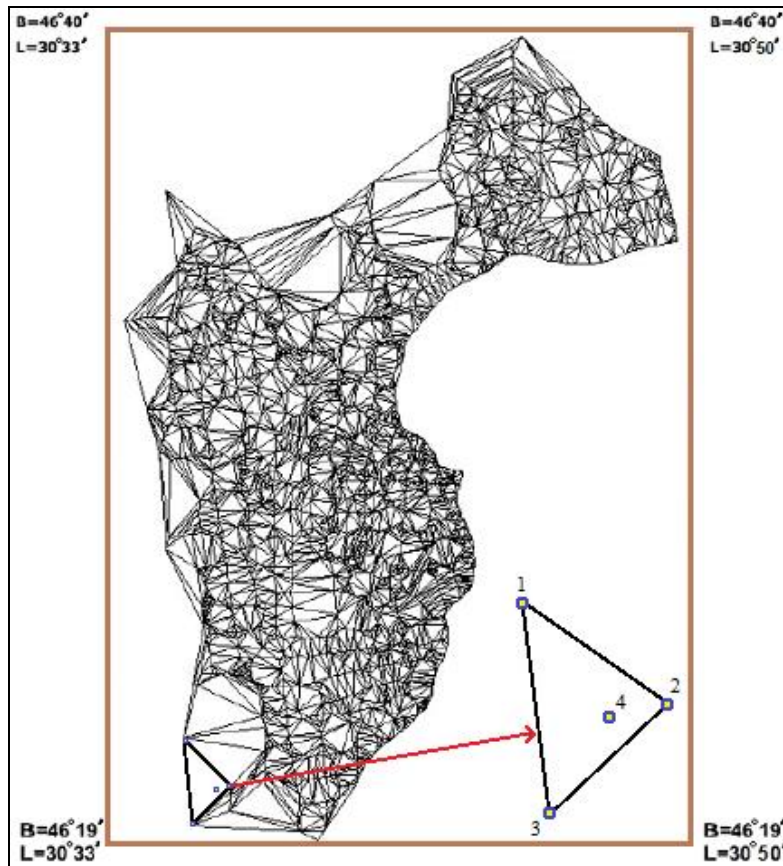


Рисунок 10.2 – Приклад схеми скінчених елементів (трикутників) інтерполяційної TIN-моделі для території Одеської області

10.1.3 Перетворення та трансформація плоских прямокутних координат точок між різними системами координат за допомогою геодезичного калькулятора

Для перетворення та трансформації прямокутних координат точок між різними системами координат в Україні створені різні геодезичні калькулятори, які можуть бути використані в он-лайн режимі та, як правило, складаються з наступних груп задач:

- 1) перерахунок між системами координат – призначений для стандартних перерахунків між системами координат;
- 2) перерахунок по Гельмерту (по ключу) – призначений для перерахунку координат між системами координат, які зв'язані між собою параметрами (ключами) зв'язку;
- 3) перерахунок із зони в зону – призначений для перерахунку координат при переході між нестандартними осьовими меридіанами або одним із них (значення осьових меридіанів задаються користувачами).

1. Перерахунок між системами координат – забезпечує перетворення та трансформування координат точок в системах координат СК-42, СК-63, УСК-2000, МСК-2000 (регіональні місцеві системи координат) й інших.

2. Перерахунок по Гельмерту (по ключу) – забезпечує перерахунок координат між різними системами координат, які зв'язані між собою 4-а параметрами (ключами) зв'язку:

- зміщення по X (за замовченням приймається в метрах);
- зміщення по Y (за замовченням приймається в метрах);
- кут повороту (за замовченням дорівнює $0^{\circ}00'00''$);
- масштабний коефіцієнт (за замовченням дорівнює 1).

3. Перерахунок із зони в зону – призначений для перерахунку координат при переході між нестандартними осьовими меридіанами або одним із них. Для перерахунку треба ввести значення вхідних і вихідних даних у відповідні поля. Перерахунок координат точок із місцевої системи координат у Державну систему координат УСК-2000 виконують у 2 етапи:

1) підготовка координат точки в місцевій системі координат та перерахунок по Гельмерту (по ключу);

2) перерахунок із зони в зону та збереження результатів перерахунку.

Перерахунок координат із Державної системи координат УСК-2000 в місцеву систему координат виконують у 2 етапи: 1 – підготовка координат точки в Державній системі координат та перерахунок із зони в зону; 2 – перерахунок по Гельмерту (ключу) і збереження результатів перерахунку.

Перетворення та трансформацію прямокутних координат точок між системами координат СК-42, СК-63, УСК-2000 і похідних від них місцевих (регіональних) систем координат (МСК-2000) в межах території України можна виконати автоматизовано та он-лайн за допомогою геодезичного калькулятора, розробленого Державним підприємством «Науково-дослідний інститут геодезії і картографії» та доступного для користування (за наявності спеціального дозволу) на порталі Державної служби України з питань геодезії, картографії та кадастру (<https://dgm.gki.com.ua/>).

З метою автоматизованого перетворення та трансформації плоских прямокутних координат між різними системами координат в он-лайн режимі для вільного користування доступний програмний блок (Приклад 10.2), який розроблений в Інституті геодезії Національного університету «Львівська політехніка» (<http://www.iv-net.com:8080/index5.php>). Крім того, за допомогою даного програмного блоку можна також здійснити перетворення геодезичних (географічних) координат точки (з систем координат WGS-84 та УСК-2000) в плоскі прямокутні координати (СК-42, СК-63 та УСК-2000).

Приклад 10.2. Автоматизований перерахунок плоских прямокутних координат поворотної точки межі земельної ділянки з системи координат СК-63 в регіональну місцеву систему координат (МСК), яка є похідною від Державної системи координат УСК-2000, за допомогою програмного блока (геодезичного он-лайн калькулятора), розробленого в Інституті геодезії Національного університету «Львівська політехніка».

Вихідні дані:

Номер точки	Плоскі прямокутні координати точки в системі координат СК-63, м		Місцева система координат (МСК), похідна від УСК-2000, в яку треба перерахувати вихідні координати
	x	y	
12	5438399.930	1284227.660	МСК-46

Етапи розрахунку:

1. Заходимо на сторінку програмного блока (геодезичного он-лайн калькулятора), розробленого в Інституті геодезії Національного університету «Львівська політехніка» (за наступним посиланням: <http://www.ivi-net.com:8080/index5.php>).
2. Натискаємо «Перейти до перерахунку СК63 --> УСК2000 МСК_хх».
3. У віконці, розташованому нижче стрічки «Вихідні дані в системі координат -», обираємо – місцева система координат МСК-46 (LCS – Local Coordinate System). Нижче стрічки «Вхідні дані в системі координат - приклад - 144 5493257.054 1345604.747», у віконці нічого не обираємо, тому що там автоматично обирається вихідна система координат СК-63.
4. У стрічці, розташованій нижче віконця , вводим плоскі прямокутні координати (в м) заданої точки в системі координат СК-63: .
5. Натискаємо «Перерахувати» і в стрічці нижче для заданої точки з'являються плоскі прямокутні координати (в м) у регіональній системі координат МСК-46 та величина східної довготи осового меридіану (Axial Meridian) даної зони: 24,00° (або 24°00'00").
6. Результати перерахунку координат: точка 12, x = 5447837,724 м, y = 247758,223 м.

Додаток:

The screenshot shows a web-based application interface for coordinate conversion. At the top, it displays the program version (3.04) and the developer's name (Aleks Lano). Below this, there are input fields for the point number (144) and coordinates (5493257.054, 1345604.747). The user has selected 'CS_63' as the input system and 'LCS_46' as the output system. The 'Pereraхувати' (Calculate) button has been pressed, and the results are displayed in a table:

Point No.	X (m)	Y (m)	Axial Meridian
12	5447837.724	247758.223	24.000000000000000

Below the results, there are several navigation buttons for other coordinate system conversions, such as 'Перейти до перерахунку СК42/УСК2000 6°/3° --> СК63' and 'Перейти до перерахунку СК63 --> УСК2000 МСК_хх'.

Копія вікна програмного блока з результатами перерахунку прямокутних координат

10.2 Практична частина до практичної роботи № 10

Завдання 1. Вивчіть теоретичну частину до практичної роботи № 10, у тому числі приклади автоматизованого он-лайн перерахунку географічних і плоских прямокутних координат точок.

Завдання 2. З використанням вихідних даних до свого варіанту (див. **Додаток Л**) здійсніть автоматизований перерахунок координат заданої точки (для географічних координат (див. **Приклад 10.1**) – з системи координат СК-42 в систему координат WGS-84; для плоских прямокутних координат (див. **Приклад 10.2**) – з системи координат СК-63 в задану регіональну місцеву систему координат МСК-2000, яка є похідною від системи координат УСК-2000.

Завдання 3. Оформіть пояснювальну записку і результати виконання завдань 1 та 2 і дайте відповіді на запитання для самоперевірки засвоєння змісту практичної роботи № 10.

10.3 Запитання для самоперевірки засвоєння змісту практичної роботи № 10

1. З чим пов'язана необхідність у перетворенні та трансформуванні координат точок між системами координат на території України?
2. Які параметри формул для обчислення змін координат точок при переході від одного референц-еліпсоїда до іншого в системах СК-63 та УСК-2000 є однаковими і з чим це пов'язано?
3. Що означає перетворення координат по Гельмерту?
4. З використанням чого здійснюється трансформування координат при переході в систему координат УСК-2000 (МСК-2000) з інших та навпаки?
5. З використанням яких програмних он-лайн засобів можна здійснити перетворення координат точок між системами координат СК-42 і WGS-84 та СК-63 (СК-42) і УСК-2000?

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Островський А. Л., Мороз О. І., Тарнавський В. Л. Геодезія. Ч. 2: Підручник. Львів : НУ «Львівська політехніка», 2007. 508 с.
2. Білокриницький С. М. Геодезія : навч. пос. Чернівці : Чернівецький нац. ун-т, 2011. 576 с.
3. Стукальський В. П., Шаргар О. М. Геодезія : навч. пос. Одеса : ВМВ, 2013. 560 с.
4. Геодезія : навч. пос. / Горлачук В. В., Семенчук І. М., Анисенко О. В., Мацко П. В. Херсон : ОЛДІ-ПЛЮС, 2015. 252 с.
5. Тельнов В. Г. Геодезія : навч. пос. Дніпро : НТУ, 2019. 317 с.
6. Шаргар О. М. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з курсу «Геодезія» для студентів 2-го курсу напрямку 19 – «Геодезія та землеустрій», освітньо-кваліфікаційного рівня «Бакалавр». Одеса : ОДАБА, 2019. 32 с. Електронний ресурс.
7. Шаргар О. М. Робочий зошит по виконанню лабораторних робіт з дисципліни «Геодезія» для студентів 2-го курсу напрямку 19 – «Геодезія та землеустрій», освітньо-кваліфікаційного рівня «Бакалавр». Одеса : ОДАБА, 2010. 24 с. Електронний ресурс.
8. Геодезичний калькулятор. Документація. Київ : Науково-дослідний інститут геодезії і картографії, 2014. 19 с. Електронний ресурс.
9. Гриб О. М., Гращенкова Т. В. Силлабус навчальної дисципліни «Геодезія» (частина 2) для першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної форми навчання за спеціальністю 193 «Геодезія та землеустрій» (освітньо-професійна програма «Землеустрій та кадастр»). Одеса : Од. держ. еколог. ун-т, 2022. 24 с.

Додаток А.

Вихідні дані до виконання практичної роботи № 1

Таблиця А.1 – Варіанти вихідних даних до виконання практичної роботи № 1 (обчислення перевищень між точками і висот точок замкнутого теодолітно-висотного ходу)

Варіант № 1 ($H_A = 55,436$ м БС)					
Пункти (точки) ходу	Кути нахилу сторін ходу, v_i				Горизонтальні прокладання, d_i , м
	прямі		обернені		
	°	'	°	'	
A	+0	53,5	-0	54	118,051
1	+0	13,5	-0	14	140,781
2	-1	07,5	+1	08	121,153
3	-0	56,0	+0	56	133,382
4	+0	56,5	-0	56	132,652
A					
Варіант № 2 ($H_B = 16,812$ м БС)					
Пункти (точки) ходу	Кути нахилу сторін ходу, v_i				Горизонтальні прокладання, d_i , м
	прямі		обернені		
	°	'	°	'	
B	+0	13,5	-0	14	140,781
1	-1	07,5	+1	08	121,153
2	-0	56,0	+0	56	133,382
3	+0	56,5	-0	56	132,652
4	+0	53,5	-0	54	118,051
B					

Примітка: **номер варіанту** – порядковий номер у списку студентів групи або призначений викладачем.

Продовження табл. А.1

Варіант № 3 ($H_C = 99,721$ м БС)					
Пункти (точки) ходу	Кути нахилу сторін ходу, v_i				Горизонтальні прокладання, d_i , м
	прямі		обернені		
	°	'	°	'	
<i>C</i>	-1	07,5	+1	08	121,153
<i>1</i>	-0	56,0	+0	56	133,382
<i>2</i>	+0	56,5	-0	56	132,652
<i>3</i>	+0	53,5	-0	54	118,051
<i>4</i>	+0	13,5	-0	14	140,781
<i>C</i>					
Варіант № 4 ($H_D = 34,573$ м БС)					
Пункти (точки) ходу	Кути нахилу сторін ходу, v_i				Горизонтальні прокладання, d_i , м
	прямі		обернені		
	°	'	°	'	
<i>D</i>	-0	56,0	+0	56	133,382
<i>1</i>	+0	56,5	-0	56	132,652
<i>2</i>	+0	53,5	-0	54	118,051
<i>3</i>	+0	13,5	-0	14	140,781
<i>4</i>	-1	07,5	+1	08	121,153
<i>D</i>					

Примітка: номер варіанту – порядковий номер у списку студентів групи або призначений викладачем.

Продовження табл. А.1

Варіант № 5 ($H_E = 23,627$ м БС)					
Пункти (точки) ходу	Кути нахилу сторін ходу, v_i				Горизонтальні прокладання, d_i , м
	прямі		обернені		
	°	'	°	'	
<i>E</i>	+0	13,5	-0	14	140,781
<i>1</i>	-0	56,0	+0	56	133,382
<i>2</i>	+0	56,5	-0	56	132,652
<i>3</i>	+0	53,5	-0	54	118,051
<i>4</i>	-1	07,5	+1	08	121,153
<i>E</i>					

Примітка: **номер варіанту** – порядковий номер у списку студентів групи або призначений викладачем.

Додаток Б.

Вихідні дані до виконання практичної роботи № 2

Таблиця Б.1 – Варіанти вихідних даних до виконання практичної роботи № 2 (визначення поправок за центрування та за редукцію)

Номер варіанту	Вихідні дані для визначення поправки:								
	за центрування див. схему на рис. 2.2 та приклад 2.1)				за редукцію (див. схему на рис. 2.3 та приклад 2.2)				
	$M_{JB},$ ° ' "	$l,$ м	$S_{CB},$ м	$\theta,$ ° '	$M_{BV},$ ° ' "	$l_1,$ м	$S_{BC},$ м	$\theta_1,$ ° '	$M_{VB} = M_{JB},$ ° ' "
1	27°11'07"	0,303 м	4180 м	92°24'	238°43'54"	0,324 м	4180 м	58°23'	27°11'07"
2	31°14'05"	0,252 м	3750 м	91°42'	241°17'28"	0,273 м	3750 м	59°15'	31°14'05"
3	33°16'01"	0,318 м	4670 м	93°37'	235°29'32"	0,339 м	4670 м	60°03'	33°16'01"
4	37°17'03"	0,211 м	2560 м	90°11'	249°19'41"	0,222 м	2560 м	60°27'	37°17'03"
5	39°19'08"	0,322 м	4920 м	94°15'	238°32'12"	0,343 м	4920 м	59°11'	39°19'08"

Примітка: **номер варіанту** – порядковий номер у списку студентів групи або призначений викладачем.

Додаток В.

Вихідні дані до виконання практичної роботи № 3

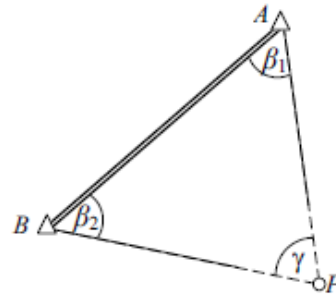
Таблиця В.1 – Варіант № 1 вихідних даних до практичної роботи № 3
(визначення координат пункту P прямою одноразовою засічкою)

СПОСОБОМ РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРЯМОЇ І ОБЕРНЕНОЇ ГЕОДЕЗИЧНИХ ЗАДАЧ

Вихідні дані:

Пункти	Координати, м		Виміряні кути (теодоліт: ЗТ2КП)	
	x	y	β_1	β_2
A	9946,57	11371,17	76°39'01"	55°59'34"
B	7696,97	8552,42		

Схема:

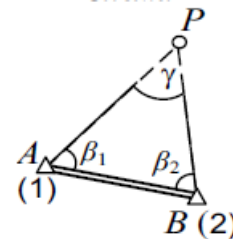


ЗА ФОРМУЛАМИ ЮНГА

Вихідні дані:

Пункти	Координати, м		Кути (теодоліт ЗТ2КП)	
	x	y	β_1	β_2
A	2678,15	3145,65	63°15'49,9"	62°06'13,7"
B	3318,65	1678,75		

Схема:

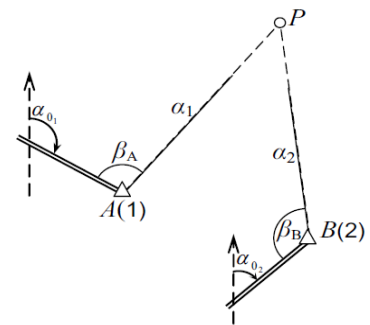


ЗА ФОРМУЛАМИ ГАУССА

Вихідні дані:

Пункти	Координати, м		Кути		
	x	y	α_{0_1} α_{0_2}	β_A β_B	$\alpha_1 = \alpha_{AP}$ $\alpha_2 = \alpha_{BP}$
A	4872,36	5344,65	131°26'17,0"	89°54'24,3"	46°20'41,3"
B	5533,32	3877,57	31°43'46,4"	131°18'08,2"	350°01'54,6"

Схема:



Примітка: номер варіанту – порядковий номер у списку студентів групи або призначений викладачем.

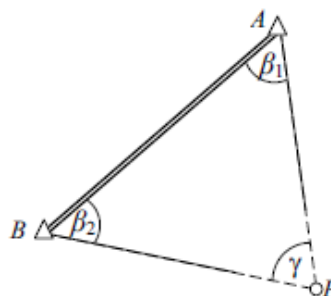
Таблиця В.2 – Варіант № 2 вихідних даних до практичної роботи № 3 (визначення координат пункту P прямою одноразовою засічкою)

СПОСОБОМ РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРЯМОЇ І ОБЕРНЕНОЇ ГЕОДЕЗИЧНИХ ЗАДАЧ

Вихідні дані:

Пункти	Координати, м		Виміряні кути (теодоліт: ЗТ2КП)	
	x	y	β_1	β_2
A	7696,97	9946,57	$77^\circ 39' 01''$	$56^\circ 59' 34''$
B	8552,42	11371,17		

Схема:

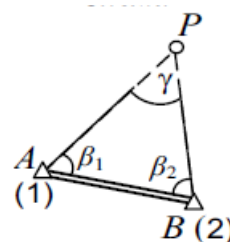


ЗА ФОРМУЛАМИ ЮНГА

Вихідні дані:

Пункти	Координати, м		Кути (теодоліт ЗТ2КП)	
	x	y	β_1	β_2
A	3318,65	2678,15	$64^\circ 15' 49,9''$	$63^\circ 06' 13,7''$
B	1678,75	3145,65		

Схема:

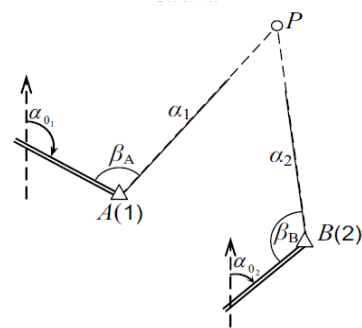


ЗА ФОРМУЛАМИ ГАУССА

Вихідні дані:

Пункти	Координати, м		Кути		
	x	y	α_{0_1} α_{0_2}	β_A β_B	$\alpha_1 = \alpha_{AP}$ $\alpha_2 = \alpha_{BP}$
A	5533,32	4872,36	$132^\circ 26' 17,0''$	$90^\circ 54' 24,3''$	$48^\circ 20' 41,3''$
B	3877,57	5344,65	$39^\circ 43' 46,4''$	$132^\circ 18' 08,2''$	$354^\circ 01' 54,6''$

Схема:



Примітка: номер варіанту – порядковий номер у списку студентів групи або призначений викладачем.

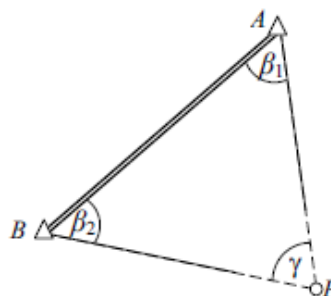
Таблиця В.3 – Варіант № 3 вихідних даних до практичної роботи № 3 (визначення координат пункту P прямою одноразовою засічкою)

СПОСОБОМ РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРЯМОЇ І ОБЕРНЕНОЇ ГЕОДЕЗИЧНИХ ЗАДАЧ

Вихідні дані:

Пункти	Координати, м		Виміряні кути (теодоліт: ЗТ2КП)	
	x	y	β_1	β_2
A	8552,42	7696,97	78°39'01"	57°59'34"
B	11371,17	9946,57		

Схема:

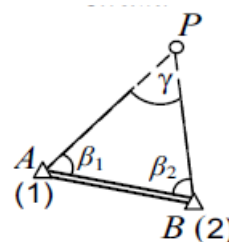


ЗА ФОРМУЛАМИ ЮНГА

Вихідні дані:

Пункти	Координати, м		Кути (теодоліт ЗТ2КП)	
	x	y	β_1	β_2
A	1678,75	3318,65	65°15'49,9"	64°06'13,7"
B	3145,65	2678,15		

Схема:

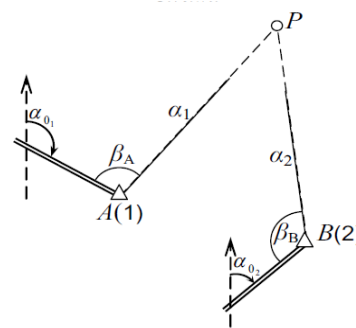


ЗА ФОРМУЛАМИ ГАУССА

Вихідні дані:

Пункти	Координати, м		Кути		
	x	y	α_{0_1} α_{0_2}	β_A β_B	$\alpha_1 = \alpha_{AP}$ $\alpha_2 = \alpha_{BP}$
A	3877,57	5533,32	138°26'17,0"	91°54'24,3"	50°20'41,3"
B	5344,65	4872,36	40°43'46,4"	133°18'08,2"	354°01'54,6"

Схема:



Примітка: номер варіанту – порядковий номер у списку студентів групи або призначений викладачем.

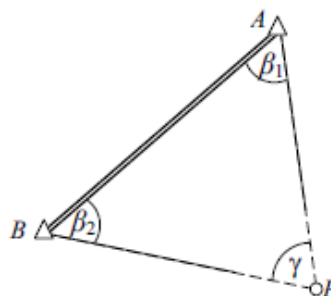
Таблиця В.4 – Варіант № 4 вихідних даних до практичної роботи № 3 (визначення координат пункту P прямою одноразовою засічкою)

СПОСОБОМ РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРЯМОЇ І ОБЕРНЕНОЇ ГЕОДЕЗИЧНИХ ЗАДАЧ

Вихідні дані:

Пункти	Координати, м		Виміряні кути (теодоліт: ЗТ2КП)	
	x	y	β_1	β_2
A	11371,17	8552,42	$56^\circ 59' 34''$	$77^\circ 39' 01''$
B	9946,57	7696,97		

Схема:

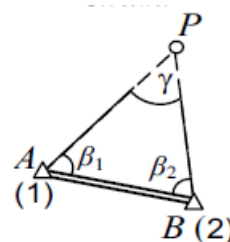


ЗА ФОРМУЛАМИ ЮНГА

Вихідні дані:

Пункти	Координати, м		Кути (теодоліт ЗТ2КП)	
	x	y	β_1	β_2
A	3145,65	1678,75	$63^\circ 06' 13,7''$	$64^\circ 15' 49,9''$
B	2678,15	3318,65		

Схема:

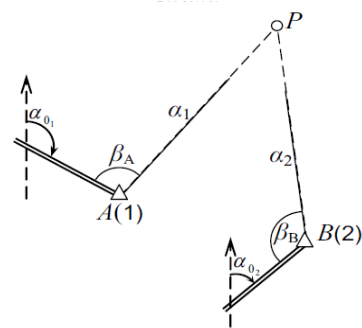


ЗА ФОРМУЛАМИ ГАУССА

Вихідні дані:

Пункти	Координати, м		Кути		
	x	y	α_{0_1} α_{0_2}	β_A β_B	$\alpha_1 = \alpha_{AP}$ $\alpha_2 = \alpha_{BP}$
A	5344,65	3877,57	$132^\circ 26' 17,0''$	$90^\circ 54' 24,3''$	$48^\circ 20' 41,3''$
B	4872,36	5533,32	$39^\circ 43' 46,4''$	$132^\circ 18' 08,2''$	$354^\circ 01' 54,6''$

Схема:



Примітка: **номер варіанту** – порядковий номер у списку студентів групи або призначений викладачем.

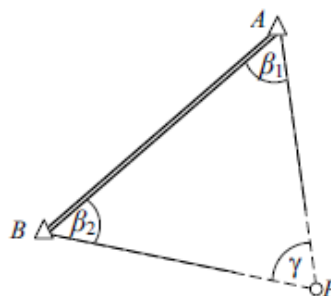
Таблиця В.5 – Варіант № 5 вихідних даних до практичної роботи № 3 (визначення координат пункту P прямою одноразовою засічкою)

СПОСОБОМ РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРЯМОЇ І ОБЕРНЕНОЇ ГЕОДЕЗИЧНИХ ЗАДАЧ

Вихідні дані:

Пункти	Координати, м		Виміряні кути (теодоліт: ЗТ2КП)	
	x	y	β_1	β_2
A	8552,42	11371,17	55°59'34"	76°39'01"
B	7696,97	9946,57		

Схема:

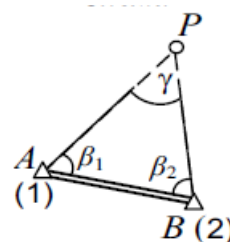


ЗА ФОРМУЛАМИ ЮНГА

Вихідні дані:

Пункти	Координати, м		Кути (теодоліт ЗТ2КП)	
	x	y	β_1	β_2
A	1678,75	3145,65	62°06'13,7"	63°15'49,9"
B	3318,65	2678,15		

Схема:

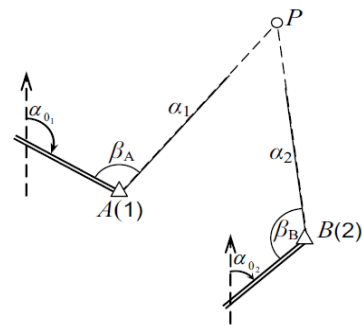


ЗА ФОРМУЛАМИ ГАУССА

Вихідні дані:

Пункти	Координати, м		Кути		
	x	y	α_{0_1} α_{0_2}	β_A β_B	$\alpha_1 = \alpha_{AP}$ $\alpha_2 = \alpha_{BP}$
A	3877,57	5344,65	131°26'17,0"	89°54'24,3"	46°20'41,3"
B	5533,32	4872,36	31°43'46,4"	131°18'08,2"	350°01'54,6"

Схема:



Примітка: номер варіанту – порядковий номер у списку студентів групи або призначений викладачем.

Додаток Г.

Вихідні дані до виконання практичної роботи № 4

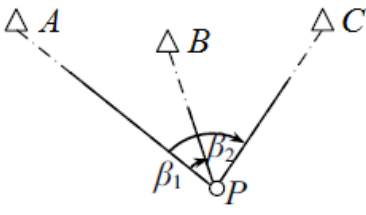
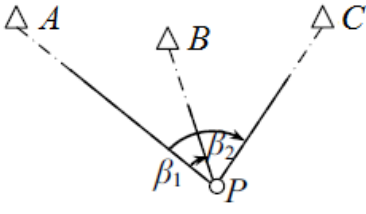
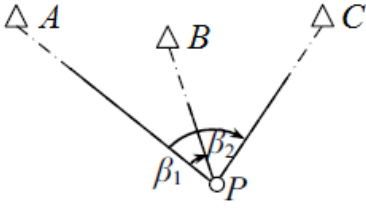
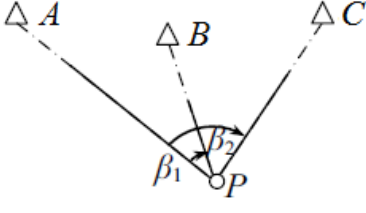
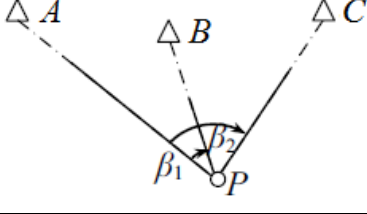
Таблиця Г.1 – Варіанти вихідних даних до практичної роботи № 4 (визначення та вирівнювання координат геодезичного пункту способом прямої багаторазової кутової засічки)

Номер варіанту	Пункти	Координати, м		Обчислені («виміряні») дирекційні кути, α'_i	Схема
		x_i	y_i		
1	T_1	2804,430	4279,024	$101^\circ 02' 09,0''$	
	T_2	3341,077	4796,081	$182^\circ 39' 03,0''$	
	T_3	2748,515	5064,522	$284^\circ 49' 34,0''$	
	T_4	2558,517	4815,618	$339^\circ 40' 50,0''$	
2	$T1$	3515,618	3558,517	$339^\circ 40' 50,0''$	
	$T2$	4279,024	2804,430	$101^\circ 02' 09,0''$	
	$T3$	4796,081	3341,077	$182^\circ 39' 03,0''$	
	$T4$	4064,522	3748,515	$284^\circ 49' 34,0''$	
3	$T1$	3341,077	3558,517	$284^\circ 49' 34,0''$	
	$T2$	2748,515	2804,430	$339^\circ 40' 50,0''$	
	$T3$	3796,081	1515,618	$101^\circ 02' 09,0''$	
	$T4$	4064,522	2279,024	$182^\circ 39' 03,0''$	
4	$T1$	4279,024	2804,430	$101^\circ 02' 09,0''$	
	$T2$	4796,081	3341,077	$182^\circ 39' 03,0''$	
	$T3$	4064,522	3748,515	$284^\circ 49' 34,0''$	
	$T4$	3515,618	3558,517	$339^\circ 40' 50,0''$	
5	$T1$	3048,515	4064,522	$339^\circ 40' 50,0''$	
	$T2$	3858,517	3515,618	$101^\circ 02' 09,0''$	
	$T3$	4341,077	3796,081	$182^\circ 39' 03,0''$	
	$T4$	3504,430	4279,024	$284^\circ 49' 34,0''$	

Примітка: номер варіанту – порядковий номер у списку студентів групи або призначений викладачем.

Додаток Д.
Вихідні дані до виконання практичної роботи № 5

Таблиця Д.1 – Варіанти вихідних даних до завдання 1 практичної роботи № 5 (визначення координат пункту P оберненою кутовою засічкою способом Деламбра)

Номер варіанту	Пункти	Координати, м		Кути		Схема
		x_i	y_i			
1	A	2507,89	1701,32	β_1	29°04'12,5"	
	B	1206,98	1801,69	β_2	79°02'16,3"	
	C	1809,63	2603,46			
2	A	1701,32	2507,89	β_1	37°05'21,5"	
	B	1501,69	1806,98	β_2	87°03'01,3"	
	C	1653,46	2409,63			
3	A	1809,63	1603,46	β_1	41°06'25,1"	
	B	1507,89	1801,32	β_2	91°04'35,2"	
	C	1706,98	2501,69			
4	A	1603,46	1809,63	β_1	30°07'51,2"	
	B	1201,32	2207,89	β_2	80°05'13,6"	
	C	1581,69	3006,98			
5	A	2206,98	1801,69	β_1	40°09'52,1"	
	B	1809,63	2603,46	β_2	90°07'46,5"	
	C	2107,89	3071,32			

Примітка: **номер варіанту** – порядковий номер у списку студентів групи або призначений викладачем.

Таблиця Д.2 – Варіанти вихідних даних до завдання 2 практичної роботи № 5 (визначення координат пункту P оберненою кутовою засічкою способом Кнейселя)

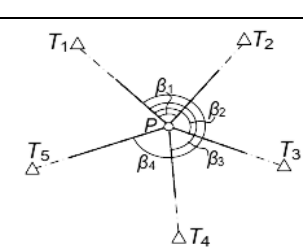
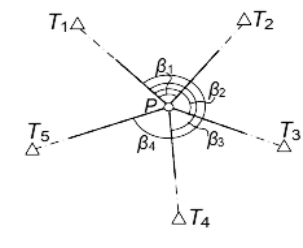
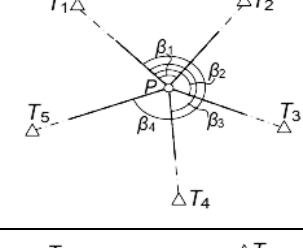
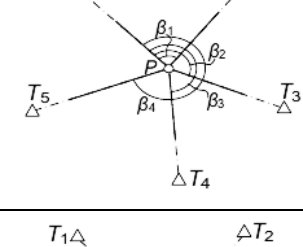
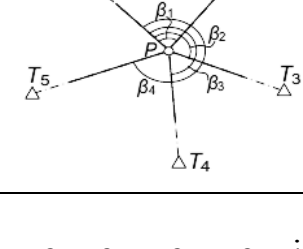
Номер варіанту	Пункти	Координати, м		Кути		Схема
		x_i	y_i	β_1	β_2	
1	1	3161,12	1492,43	β_1	$69^\circ 07' 24,1''$	
	2	3587,88	4687,24	β_2	$138^\circ 23' 17,7''$	
	3	6866,17	5024,36			
2	1	4687,24	2866,17	β_1	$74^\circ 06' 29,6''$	
	2	5024,36	3161,12	β_2	$143^\circ 24' 15,2''$	
	3	6492,43	3587,88			
3	1	2866,17	1024,36	β_1	$65^\circ 05' 35,1''$	
	2	3161,12	1492,43	β_2	$134^\circ 25' 12,7''$	
	3	3587,88	2687,24			
4	1	2687,24	3587,88	β_1	$77^\circ 04' 40,6''$	
	2	4024,36	4866,17	β_2	$146^\circ 26' 10,2''$	
	3	5492,43	5161,12			
5	1	2587,88	3687,24	β_1	$63^\circ 03' 46,1''$	
	2	3866,17	5024,36	β_2	$132^\circ 27' 07,7''$	
	3	5161,12	6492,43			

Примітка: номер варіанту – порядковий номер у списку студентів групи або призначений викладачем.

Додаток Е.

Вихідні дані до виконання практичної роботи № 6

Таблиця Е.1 – Варіанти вихідних даних до завдання 2 практичної роботи № 6 (визначення та вирівнювання (за вимірними кутами) координат геодезичного пункту P оберненою багаторазовою кутовою засічкою)

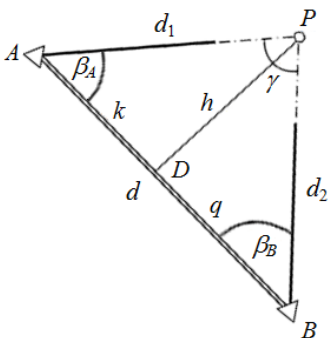
Варіант	Вихідні дані:				Схема:
	Пункти	Координати, м		Вимірні кути, β_i	
		x_i	y_i		
1	T_1	3278,863	2100,700	71°52'23,4" 177°32'42,6" 218°13'02,0" 265°53'36,7"	
	T_2	3289,184	3355,102		
	T_3	1605,691	3468,085		
	T_4	1367,338	2759,019		
	T_5	1599,567	1830,711		
2	T_1	4278,863	3100,700	73°54'25,6" 179°34'44,8" 220°15'04,2" 267°55'38,9"	
	T_2	4289,184	4355,102		
	T_3	2605,691	4468,085		
	T_4	2367,338	3759,019		
	T_5	2599,567	2830,711		
3	T_1	6278,863	5100,700	70°51'22,3" 176°31'41,5" 217°12'00,9" 264°52'35,6"	
	T_2	6289,184	6355,102		
	T_3	4605,691	6468,085		
	T_4	4367,338	5759,019		
	T_5	4599,567	4830,711		
4	T_1	8278,863	7100,700	74°55'26,7" 180°35'45,9" 221°16'05,3" 268°56'40,0"	
	T_2	8289,184	8355,102		
	T_3	6605,691	8468,085		
	T_4	6367,338	7759,019		
	T_5	6599,567	6830,711		
5	T_1	9278,863	8100,700	75°56'27,8" 181°36'47,0" 222°17'06,4" 269°57'41,1"	
	T_2	9289,184	9355,102		
	T_3	7605,691	9468,085		
	T_4	7367,338	8759,019		
	T_5	7599,567	7830,711		

Примітка: **номер варіанту** – порядковий номер у списку студентів групи або призначений викладачем.

Додаток Ж.

Вихідні дані до виконання практичної роботи № 7

Таблиця Ж.1 – Варіанти вихідних даних до завдання 2 практичної роботи № 7 (визначення координат геодезичного пункту P лінійною засічкою за обчисленими кутами та з використанням допоміжних величин)

Варіант	Вихідні дані:				Схема:
	Пункти	Координати, м		Віддалі, м	
		x_i	y_i	d_1 d_2	
1	A	1313,71	3186,15	181,755	 <p style="text-align: center;">(однакова для всіх варіантів)</p>
	B	1229,95	3270,41	162,396	
2	A	1303,72	3181,14	182,754	
	B	1239,94	3265,42	163,395	
3	A	1318,73	3176,13	183,753	
	B	1224,93	3260,43	164,394	
4	A	1298,74	3171,12	184,752	
	B	1244,92	3255,44	165,393	
5	A	1323,75	3166,11	185,751	
	B	1219,91	3250,45	166,392	
Відносна похибка вимірювання віддалей:					
$\frac{m_d}{d} = \frac{1}{M} = \frac{1}{20000}$					
(однакова для всіх варіантів)					
Кут засічки γ :					
визначаємо у завданні 1					
(за даними для свого варіанту)					

Примітка: **номер варіанту** – порядковий номер у списку студентів групи або призначений викладачем.

Додаток И.
Вихідні дані до виконання практичної роботи № 8

Таблиця И.1 – Варіанти вихідних даних до завдання 2 практичної роботи № 8 (знесення координат з вершини знака на землю)

Варіант	Вихідні дані:							
	Пункти	Координати, м		Базиси, м		Виміряні кути		
		x_i	y_i	b_1	b_2	β_1 β_2	β'_1 β'_2	δ
1	A	7099,366	2821,936	60,00	81,00	79°21'29"	93°41'12"	77°56'38"
	B	6155,142	5496,720			49°23'41"	54°32'17"	
2	A	7109,365	2820,938	53,00	75,00	88°22'42"	86°23'41"	81°35'45"
	B	6165,141	5495,722			50°22'36"	57°41'11"	
3	A	7119,364	2819,941	62,00	82,00	77°24'59"	92°17'51"	69°14'54"
	B	6775,140	5494,725			51°21'48"	63°32'49"	
4	A	7179,359	2814,948	54,00	74,00	90°25'26"	88°27'21"	85°22'36"
	B	6835,135	5489,732			58°27'51"	59°15'32"	
5	A	7209,360	2815,949	59,00	83,00	82°28'37"	89°49'51"	78°43'28"
	B	6865,136	5490,733			53°20'18"	61°59'12"	
Відносна похибка вимірювання базисів:				Схема:				
$\frac{m_b}{b} = \frac{1}{20000}$ (однакова для всіх варіантів)				(однакова для всіх варіантів)				
Теодоліт: ЗТ2КП (однаковий для всіх варіантів)								

Примітка: **номер варіанту** – порядковий номер у списку студентів групи або призначений викладачем.

Додаток К.

Вихідні дані до виконання практичної роботи № 9

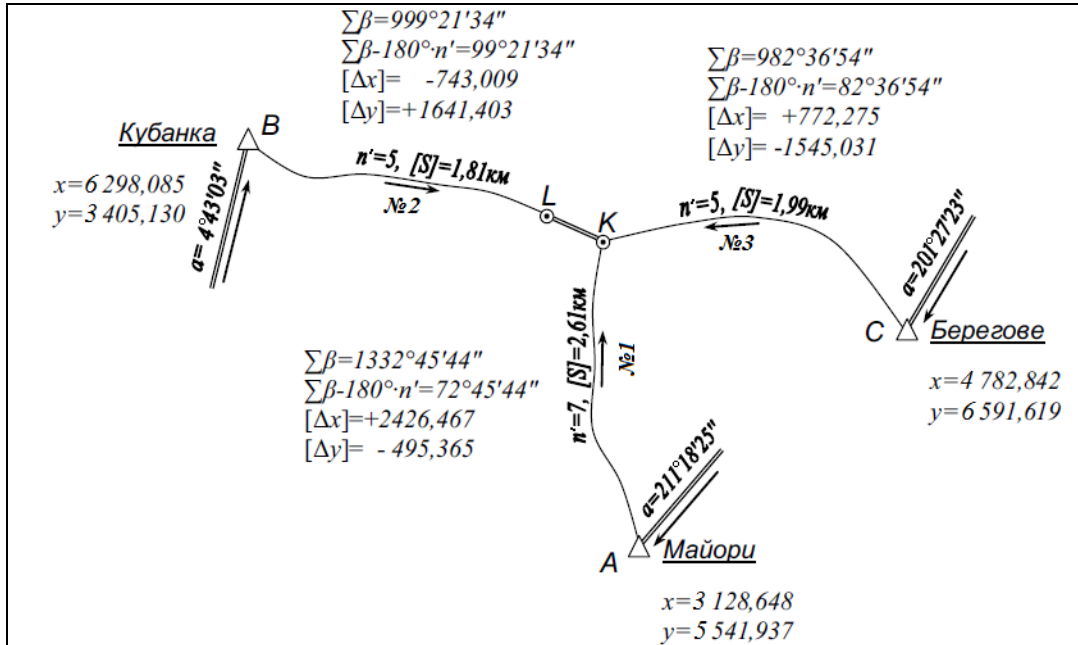


Рисунок К.1 – Схема положення пунктів, мережі ходів і вузлового напрямку та вихідні дані до варіанту 1

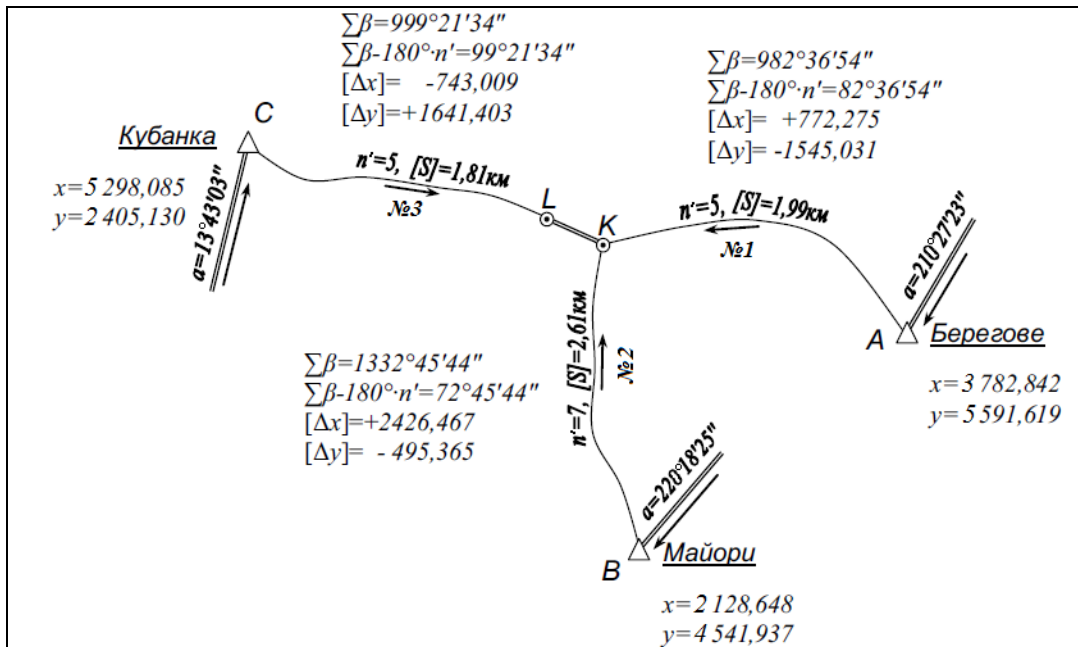


Рисунок К.2 – Схема положення пунктів, мережі ходів і вузлового напрямку та вихідні дані до варіанту 2

Примітка: **номер варіанту** – порядковий номер у списку студентів групи або призначений викладачем.

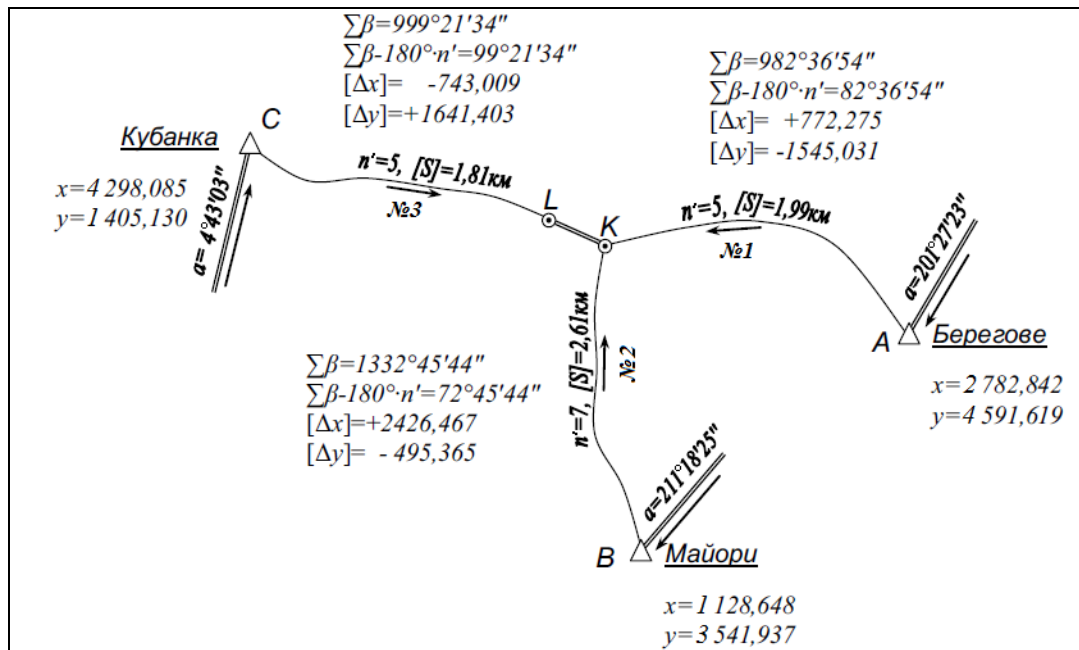


Рисунок К.3 – Схема положення пунктів, мережі ходів і вузлового напрямку та вихідні дані до варіанту 3

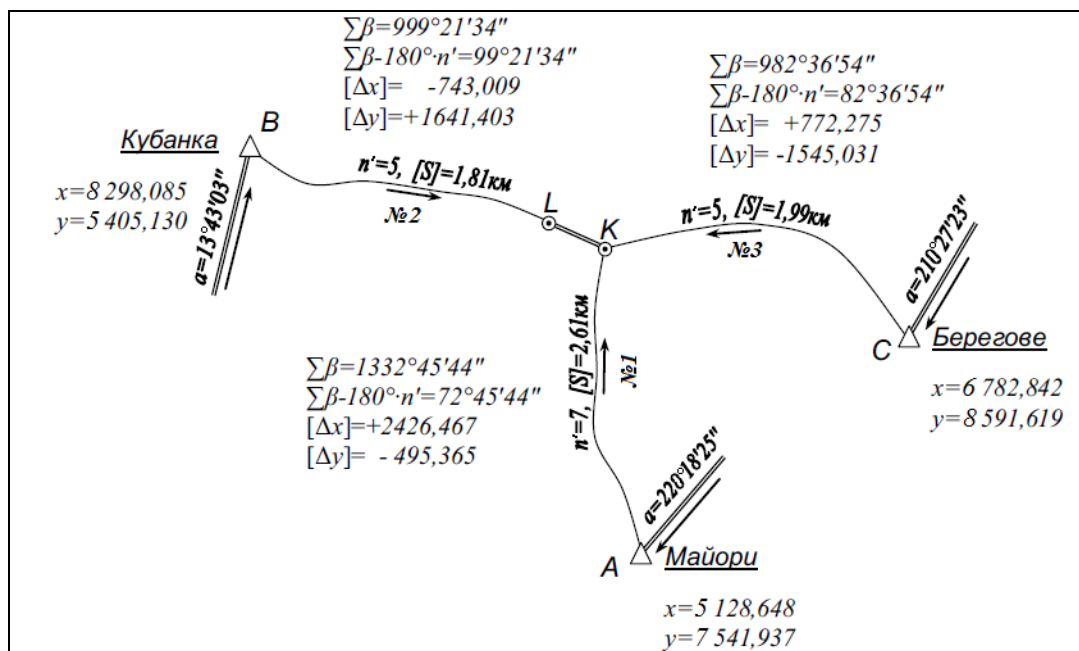


Рисунок К.4 – Схема положення пунктів, мережі ходів і вузлового напрямку та вихідні дані до варіанту 4

Примітка: номер варіанту – порядковий номер у списку студентів групи або призначений викладачем.

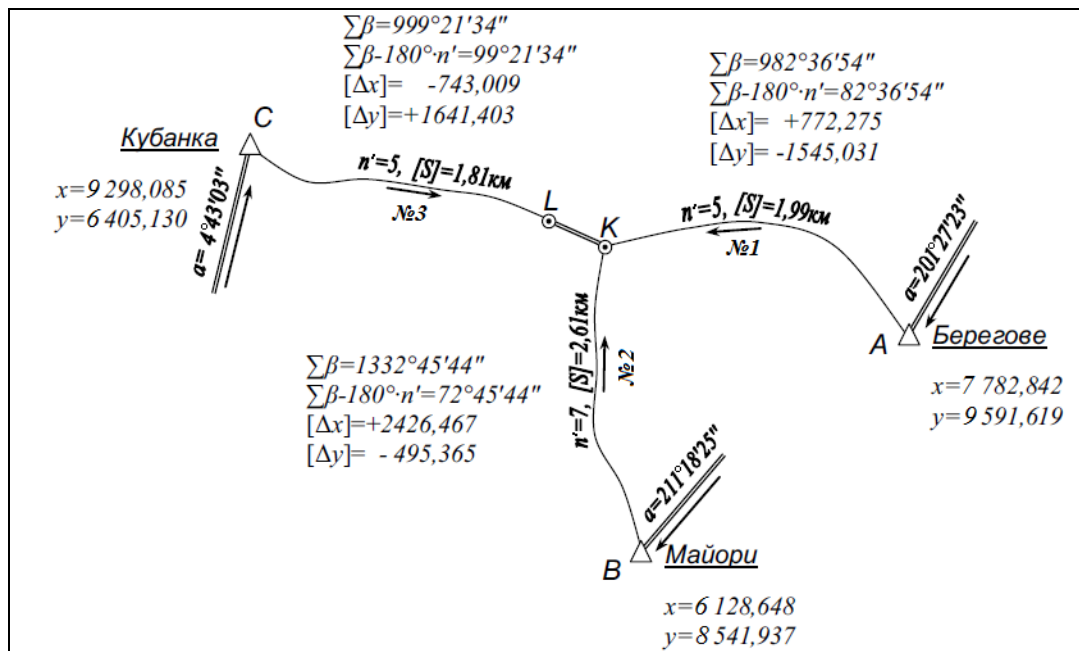


Рисунок К.5 – Схема положення пунктів, мережі ходів і вузлового напрямку та вихідні дані до варіанту 5

Примітка: номер варіанту – порядковий номер у списку студентів групи або призначений викладачем.

Додаток Л.
Вихідні дані до виконання практичної роботи № 10

Таблиця Л.1 – Вихідні дані (за варіантами) до практичної роботи № 10
для автоматизованого перерахунку географічних координат з системи
координат СК-42 в систему координат WGS-84

Номер варіанту (номер точки)	Географічні координати в системі координат СК-42, ° ' "	
	північна широта	східна довгота
1	46°40'8.81"	30°45'33.22"
2	45°22'9.62"	28°33'18.91"
3	48°34'1.96"	31°26'25.03"
4	51°30'4.18"	32°12'44.57"
5	47°53'7.25"	34°57'58.49'

Примітка: **номер варіанту** – порядковий номер у списку студентів групи або призначений викладачем.

Таблиця Л.2 – Вихідні дані (за варіантами) до практичної роботи № 10
для автоматизованого перерахунку плоских прямокутних координат
поворотної точки межі земельної ділянки з системи координат СК-63 в
регіональну місцеву систему координат (МСК), яка є похідною від
Державної системи координат УСК-2000

Номер варіанту (номер точки)	Плоскі прямокутні координати точки в системі координат СК-63, м		Місцева система координат (МСК), похідна від УСК-2000, в яку треба перерахувати вихідні координати
	x	y	
1	5438414.300	1284236.210	МСК-05
2	5438380.740	1284251.620	МСК-18
3	5438377.670	1284239.610	МСК-21
4	5438398.080	1284225.340	МСК-32
5	5438409.520	1284223.780	МСК-48

Примітка: **номер варіанту** – порядковий номер у списку студентів групи або призначений викладачем.

Навчальне електронне видання

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до практичних робіт

з навчальної дисципліни «Геодезія» (частина 2)

для студентів денної та заочної форм навчання
спеціальності 193 «Геодезія та землеустрій»

Укладачі: **Гриб Олег Миколайович**, канд. геогр. наук, доц.,
Гращенко Тетяна Валеріївна, ас.

Видавець і виготовлювач

Одеський державний екологічний університет

вул. Львівська, 15, м. Одеса, 65016

тел./факс: (0482) 32-67-35

E-mail: info@odeku.edu.ua

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи

ДК № 5242 від 08.11.2016 р.