

О.І.ГЕРАСИМОВ

ЕЛЕМЕНТИ ФІЗИКИ ДОВКІЛЛЯ

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

О.І.ГЕРАСИМОВ

ЕЛЕМЕНТИ ФІЗИКИ ДОВКІЛЛЯ

Навчальний посібник

Рекомендовано Міністерством освіти і науки
України як навчальний посібник для студентів
вищих навчальних закладів, які навчаються
за напрямами “Гідрометеорологія” та “Екологія”

**О д е с а
“ТЭС” – 2004**

ББК 28.081

Г37

УДК 504

Гриф надано Міністерством освіти і науки України (лист № _____ від _____._____.200____р.).

Рецензенти:

Чл.-кор. НАН України., проф. А.Г.Загородній,
д.ф.-м.н., проф. В..В. Новіков

Герасимов О.І.

Г37 Елементи фізики довкілля: Навчальний посібник – Одеса: Вид-во
“ТЭС”, 2004. –144с.

ISBN

В навчальному посібнику будується зміст та пропонуються ключові поняття міждисциплінарного напрямку фізики довкілля, який має об'єднати зусилля різнопрофільних фахівців на шляху вивчення загальних законів та процесів які відбуваються у довкіллі. Обґрунтуються фізичні методи досліджень явищ у довкіллі та деякі адекватні моделі і теоретичні методи їх вивчення.

Для студентів, магістрів, аспірантів гідрометеорологічного та екологічного профілів навчання.

ББК 28.081

ISBN

© Одеський державний
екологічний університет, 2004

ЗМІСТ

Зміст.....	3
Передмова.....	5
I. Фізика довкілля: деякі ключові слова, моделі, та визначення...	10
1.1 Фізика і довкілля.....	10
1.2 Живі системи.....	12
1.3 Планетарний клімат як задача фізики.....	14
1.4 Екосистеми. Модель виживання. Модель “хижак- жертва”.....	18
1.5 Моделі планктонних спільнот.....	23
1.6 Гранульовані матеріали у довкіллі.....	28
1.7 Фізика інтернет-мереж.....	37
II. Фізика радіаційних процесів у застосуванні до проблем довкілля.....	39
2.1 Вступні зауваження.....	42
2.2 Проходження важких заряджених частинок крізь речовину.....	45
2.3 Проходження легких заряджених частинок крізь речовину.....	50
2.4 Проходження γ -квантів крізь речовину.....	55
2.5 Інші механізми взаємодії ядерних частинок з речовиною.....	61
2.6 Іонізуюча дія ядерних випромінювань та наведена активність.....	64
2.7 Проходження важких позитивно заряджених частинок крізь монокристали.....	66
2.8 Дія ядерних випромінювань на структуру речовини.....	68
2.9 Хімічна дія ядерних випромінювань.....	75
2.10 Біологічна дія випромінювання.....	81
III. Деякі сучасні теоретичні методи досліджень явищ та процесів у навколошньому середовищі.....	86
3.1 Стійкість відкритих систем.....	86
3.2 Фазові портрети динамічних систем, біфуркації і показники Ляпунова.....	88
3.3 Узагальнене поняття стаціонарності відкритої системи за Пригожиним на випадки самоорганізації та утворення впорядкованих структур.....	92

3.4	Методи нерівноважної термодинаміки і статистичної фізики.....	95
3.5	Кінетична теорія фазових перетворювань.	112
3.6	Неевклідові об'єкти: фрактали в фізиці і задачах про довкілля.....	117
3.7	Хаос у гідродинамічних задачах.....	133
	Предметний покажчик.....	136
	Список літератури.....	143

ПЕРЕДМОВА

Спробуємо визначити зміст дисципліни Фізики довкілля, як фізичної науки спрямованої на ідентифікацію, та вимірювання, теоретичне моделювання і на його основі інтерполяцію і прогнозування параметрів процесів та явищ, що відбуваються у навколошньому середовищі. На цьому шляху нас чекає необхідність включення до інструментарію цієї науки техніки відповідних вимірювань, скажімо спектральних чи термодинамічних, та приладів. Теоретична база природно має вміщувати положення і методи загальної та теоретичної фізики, а також вищої математики і чисельного аналізу. Зрозуміло, що у сенсі глобального визначення всього кола процесів, які відбуваються у довкіллі, важко виключити з урахування соціальні та економічні аспекти. Спробуємо уявити собі, на базі найпростіших понять велими умовну схему співіснування факторів виробництва та споживання, на прикладі переносу енергії та сировини, користуючись блок схемою, яка зображена на Рис.1.

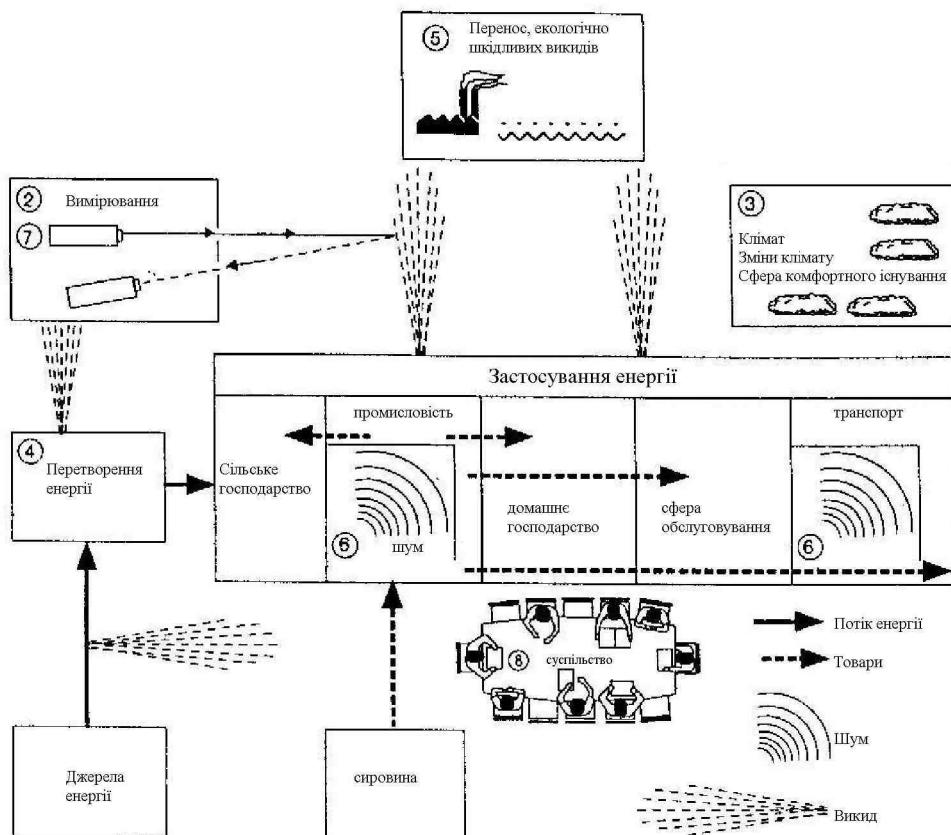


Рисунок 1. Умовна схема виробництва та споживання енергії у довкіллі.

Схема на Рис.1 створює уявлення про різноманітні джерела та схеми перетворювань енергії та міграції полюсій у довкіллі.

Можна спробувати уявити собі процес життя в умовно визначеній сфері, як низку фізичних процесів, які відбуваються у системі Сонце – Земля. Наприклад:

- a) Як відомо, температура Сонячної поверхні дорівнює приблизно 5800 K° , а максимум відповідного емісійного спектру випромінювання відповідає енергіям фотонів 2.48 eV (з довжиною хвилі $\lambda = 500\text{ nm}$). Такі енергії як раз дорівнюють границі молекулярних збуджень та окремих іонізаційних процесів. Температура яка існує на сонячній поверхні, таким чином, як раз так би мовити, забезпечує умови збудження фотохімічних реакцій.
- b) Існуюче співвідношення відстані між Сонцем та Землею ($1.49 \cdot 10^{11}\text{ m}$), та розміром земної кулі ($6.4 \cdot 10^6\text{ m}$) веде до можливості споживання в межах Землі $0.46 \cdot 10^{-9}$ фракції сонячної енергії, яка випромінюється. Якщо припустити, що сонячне випромінювання є випромінюванням абсолютно чорного тіла з радіусом $6.96 \cdot 10^8\text{ m}$ та температурою 5800 K° , знайдено, що Земля отримує від Сонця енергію 1399 W/m^2 . Цікаво, що саме цей рівень енергії забезпечує рівень середньої температури поблизу земної поверхні, приблизно 288 K° (15°C).
- c) Співвідношення між вагою Землі ($6.4 \cdot 10^{24}\text{ kg}$) та її радіусом, як раз забезпечує можливість утримання Земної атмосфери.

Навіть малі відносні зміни у перелічених параметрах ведуть до неможливості існування життя на нашій планеті.

У стаціонарному стані енергія, яку Земля споживає від Сонця, мала б дорівнювати енергії, яку вона сама випромінює у космічний простір. Між іншим, потрібно прийняти до уваги, що певна відносна кількість сонячної енергії (вона має називу альбедо), відбивається назад у космос. Альбедо є відповідальним за яскравість планет, які ми спостерігаємо на небосхилі. Скажімо, альбедо Луни дорівнює 0.06 , а у Землі воно складає 0.34 .

Рівняння балансу енергії випромінювання, умовно, можна спробувати записати у наступному вигляді:

$$(1 - a)\pi R^2 S = 4\pi R^2 \sigma T^4 \quad (1)$$

де: σ - є константа Стефана-Больцмана; R - радіус Землі; S - енергія сонячного випромінювання на одиницю площини, перпендикулярної до напрямку його розповсюдження; a - альбедо; T - відповідна температура земного випромінювання, яка спостерігається зовні. Користуючись (1)

знаходимо, що T дорівнює $T=250^{\circ}\text{K}$ (зазвичай покладають, що $T=255^{\circ}\text{K}$). На відміну від середньої температури атмосфери ($T=255^{\circ}\text{K}$), середня температура яка існує поблизу земної поверхні трохи вища ($\approx 288^{\circ}\text{K}$), внаслідок присутності деяких газів, наприклад, водяного пару, CO_2 , O_3 , N_2O , CH_4 , та деяких інших, які поглинають певну (досить значну!) кількість земного випромінювання та перевипромінюють її назад до земної поверхні.

Випромінювання Сонця і Землі у спектральному сенсі належать до суттєво різних областей, тому, скажімо, земна атмосфера є відносно прозорою для короткохвильового випромінювання, але поглинає майже повністю випромінювання з довгими довжинами хвиль. Таким чином, атмосфера виступає у якості “ковдри”, що вкриває планету і створює умови для її життєздатності. Подібний ефект є з деякими специфічними рисами притаманним і у сільському господарстві.

Спробуємо визначити коло питань, визначень та моделей, які створюють уяву про фізичні явища та процеси, що відбуваються у довкіллі. Звичайно, на цьому шляху ми не посягаємо на повноту і в значній мірі відсилаємо зацікавленого читача до рекомендованої літератури [1-12].

Взагалі кажучи, майже все, що діється навколо нас належить до складних та нерівноважних явищ. Саме, з точки зору феномену виключної складності довкілля, яке визначається далеко від рівноваги, практично завжди виникає нелінійність у поведінці динамічних змінних та параметрах, які характеризують систему (див. розділ III). Ми свідомо уникаємо на цьому етапі формального визначення терміну “складна система” адресуючи його до подальших розділів, де процедура опису системи набуває фізичного і математичного сенсу. Труднощі сучасних модельних теорій, на шляху опису фізичних процесів у довкіллі, відносять фізику довкілля до безумовно міждисциплінарного напрямку. Часто приймається що довкілля знаходиться у терmostабільному стані, але насправді його елементи перебувають у стані далекому від стабільності. Найпростіші спостереження за дією механізмів, що були створені людством на протязі свого існування, вказують на наявність постійної дисипації енергії. Маніпуляції з теплообміном також призводять до відхилення окремих підсистем довкілля від станів рівноваги. Взагалі кажучи, навіть після вищенаведених декількох зауважень, ми приходимо до висновку, що нерівноважний стан довкілля є звичайним і природним. Можна продовжити цю думку і навіть постулювати, що формалізм опису складних систем може базуватися на нерівноважній термодинаміці [1-3].

Важливою рисою дослідження довкілля є визначення впливу людства на екосистему. При цьому мета полягає в тому, щоб зробити цей процес

більш контролюваним та передбачуваним. Суть такого контролю можна пояснити шляхом використання фазової діаграми динамічної системи, на яку впливають зовнішні фактори. Глобальною проблемою, яка притаманна цій схемі є визначення граничних умов та взаємодії між різними динамічними підсистемами. Інтуїтивно і тут можна також передбачити можливість застосування базових рівнянь нерівноважної термодинаміки, у якості адекватного апарату теоретичного опису відповідних явищ та процесів.

Нестійкість і самоорганізація (зміст цього терміну буде з'ясовано пізніше) у системах, що перебувають далеко від рівноваги, є наслідком фундаментальних фізичних процесів, таких наприклад як хімічні реакції і дифузія, а також можуть бути наслідком величезної складності рівнів організації систем. Якщо прийняти, як пропонувалось вище, що математичні моделі складних систем базуються на нелінійних рівняннях, то відповідні розв'язки таких рівнянь описують сценарій посилення малих флуктуацій відповідних параметрів. Отож зростання рівня флуктуацій і є відповідальним за глобальну нестійкість систем. Ця нестійкість часто переходить у фазу автокаталітичного процесу, який у свою чергу може призводити до переходів у стани з суттєво відмінною організацією. Ці та деякі інші принципи складають зміст відомої парадигми Пригожина про “порядок через флуктуації” [1]. У сучасній літературі міждисциплінарна галузь наукових знань, яка визначає процеси самоорганізації та впорядкування у відкритих нерівноважних системах різної природи називається синергетикою.

Слід зауважити, що порозуміння фізичних властивостей нерівноважних процесів і явищ також дуже важливо, наприклад для вирішення задач матеріалознавства. Скажімо квазікристали, надпровідникові сплави, гетероструктури і супергратки, гранульовані системи, об'єкти “м'якої” матерії, є типовими представниками матеріалів що виготовляють за нерівноважних умов. В сучасних технологіях приділяється багато уваги до виготовлення таких складних структур або композитів, які відповідають чисельним вимогам виробництва. Такі штучно створені (або ж природні!) матеріали повинні відтворювати певні властивості не тільки в мікромасштабі (що є зазвичай) але й у мезомасштабі, та навіть у макромасштабі. Порозуміння низки питань, які ми відносимо до самоорганізації - корисний союзник у проектуванні та виготовленні таких матеріалів, багато з яких використовуються у дуже складних зовнішніх умовах. Зокрема, вони відчувають деформації, корозію, вплив радіації, і таке інше. При цьому, зростання відповідних дефектів, які є відгуком системи на зовнішній вплив, адекватно описується за допомогою базових рівнянь дифузійно-реакційного типу. Такі системи стають, так би мовити, більш впорядкованими у регулярних структурах

(цей перехід і називають самоорганізацією), що суттєво змінює їх фізичні властивості. Зрозуміло, що навіть під час виготовлення матеріалів, з якими ми маємо справу у довкіллі, ми постійно зітхаемось із нерівноважними явищами. Нерівноважні аспекти захоплюють широке коло властивостей багатьох матеріалів, і саме тому повинні бути враховані і навіть передбачувані. Взагалі кажучи, наука про матеріали, їх створення і використання, особливості їх поведінки за різних умов, створює гіантську лабораторію для вивчення проблем довкілля.

Поглиблene вивчення нелінійних дисипативних систем, виявило, що динамічний стан рівноваги (steady state) характеризується скоріше хаотичною поведінкою динамічних змінних ніж регулярною. Іманентна присутність різнопланових явищ хаосу у Всесвіті жахаюча. Екстраординарні у локальному масштабі так звані заморожені (тобто суттєво неергодичні) стани, та стан колапсу, були знайдені у динамічних дисипативних системах (гранульований стан матерії). Інтригуюча таємниця, це можливість існування умовних островів-доменів рівноваги і порядка, які мали б створювати можливість та умови інтелектуального життя а також поширення розуму по великому і хаотичному Всесвіту. Найпростіше це припустити що такі “острови порядка” існують згідно до Великого Проекту, або ж з’являються як перехідний випадок, дивна конфігурація, незрозумілий плід Великої Нелінійної Системи - Довкілля. Нагадаємо, що ми у кожному окремому випадку живемо із змінним терміном життя і тому повинні знайти та дослідити нові ресурси, і технології менш руйнівні та краще адаптовані до потреб співіснування з Природою. Ми не можемо очікувати миттєвих і абсолютно досконаліх результатів у глобальному порозумінні усіх проблем довкілля, але, на думку автора, є цілком природньо очікувати, що Фізика складних систем і нерівноважна фізика зокрема мають відігравати більш масштабну роль на шляху порозуміння і розумного використання оточуючого середовища, а також співіснування із ним глобального довкілля.

На цьому ми закінчуємо ознайомлення із логікою книги. Природньо, що вона намагається врахувати ті суттєві зміни у сучасному порозумінні ролі фундаментальних наук і зокрема фізики, які мають місце останнім часом внаслідок породження міждисциплінарних напрямків, серед яких фізика довкілля є одним із прикладів.

Автор глибоко і широко вдячний професору Іллі Пригожину, який пішов із життя незадовго до того як ця книжка побачила світ, за його видатні лекції та уроки про фізичну картину довкілля, і особливо за його дружню і творчу підтримку у формуванні авторського світогляду та побудову уявлень про задачі фізики довкілля.

ГЛАВА I

ФІЗИКА ДОВКІЛЛЯ: ДЕЯКІ КЛЮЧОВІ СЛОВА, МОДЕЛІ, ТА ВИЗНАЧЕННЯ

1.1 Фізика і довкілля

Відношення фізики до проблем довкілля можна визначити, наприклад, за допомогою послідовної систематизації проблем довкілля, дослідження фізичних, та пов'язаних з ними процесів у навколошньому середовищі, як безпосередньо, так і шляхом моделювання. Метою є створення прогностичної бази упередження можливих скажімо екологічних проблем (катастроф) та послаблення чинних. На цьому шляху мають бути задіяні дослідні технології та інструментарій з різних розділів фізики і техніки, а також аналітичні методи математичної фізики та чисельного аналізу. Комплекс задач фізики довкілля (як ми можемо запропонувати) має стосунок до суспільства взагалі та його економіки зокрема. Економічна система, дуже складна і розгалужена, і з точки зору фізики може бути зведена до головних її аспектів: енергетичних джерел і сировинних матеріалів з одного боку та перетворення енергії й її кінцевого споживання – з іншого. Кожна зі стадій виробництва, переробки та споживання так чи інакше супроводжується шкідливими змінами у навколошньому середовищі. Результатом можуть стати зміни в кліматі, як локальні так і глобальні. Якщо ввести уявлення про шумове, світлове, електромагнітне, радіаційне та дисперсійне забруднення, то опис таких, так би мовити, фізичних забруднень, їх динаміки, а також порозуміння типів реакцій на них з боку біологічних об'єктів, методів захисту від них, або співіснування з ними (як у випадку радіоекології) поповнює перелік задач фізики довкілля [7, 8].

Як вже визначалось вище, значне коло задач фізики довкілля пов'язане з дослідженням енергетичного балансу нашої планети. Основним джерелом енергії, необхідної для існування біосфери виступає Сонце. Ми вже знаємо, що Земля отримує енергію в кількості $1399 \text{ Вт}/\text{м}^2$. У стаціонарному стані кількість отриманої енергії дорівнює кількості енергії, яку Земля випромінює в космос, що дозволяє підтримувати середню температуру поблизу поверхні планети близько 15°C (288 K) і атмосфери – 255 K . Достатньо висока температура має місце через присутність у атмосфері газів CO_2 , O_3 , N_2O , CH_4 та водяної пари, що утворюють парниковий ефект. Зміна концентрації газів через викиди або прямий підігрів навколошнього середовища працюючими механізмами призводить у кінцевому підсумку до зміни температури в локальних і глобальних

масштабах, що тягне за собою зміни в кліматі. Проблема потепління потребує розв'язання великої кількості спеціальних задач: відповідного розвитку діагностичних методів атмосферних викидів, побудування адекватних моделей здатних оцінювати та прогнозувати їх поширення. Розв'язання проблеми потепління має спиратися на: експериментально-діагностичний аспект; теоретичне обґрунтування (побудування математичних моделей відповідних процесів) та комплекс технологій, зусиль та рішень (зокрема у розробці інженерних та інших технологій зменшення викидів, пошуку нових малоенергоємних технологій та альтернативних джерел енергії).

Далі, зауважимо, що скажімо, світлове, електромагнітне та радіаційне випромінювання (в тій частині, що стосується рентгенівського та гама-випромінювання) з фізичного погляду можна віднести до одного типу – електромагнітного. Однак їх можна розрізняти також з точки зору дії, яку вони здійснюють на людину або інші живі істоти. Поняття “електромагнітний смог” у наш час стало ледь не загальновживаним. Людину оточує велика кількість різноманітних джерел електромагнітних випромінювань. Основним пасивним способом захисту залишається екранування скажімо металевими оболонками. Активна форма захисту має на увазі запровадження принципово нових низькоемісійних технологій. Проблема радіаційного забруднення являє собою окрему широку тему фізики довкілля і детально розглядається у [7, 8, 13], а також частково у розділі II.

Взагалі кажучи, на сьогоднішній день фізика у застосуванні до багатьох задач довкілля являє собою великою мірою еклектичне зібрання фізичних проблем, різнопідвидів і, водночас, пов'язаних одна з одною. Частина зусиль фізиків, які займаються цими проблемами, спрямована на розвиток діагностичного інструментарію та експериментальних методик відповідних досліджень (скажімо моніторингу). Інший напрямок досліджень, теоретичний, відданий розробці фізичних моделей складних явищ довкілля, та їх математичній обробці. Відмітимо, що ситуацію з розпадом загальної фізичної картини світу на окремі різнопланові задачі взагалі не можна вважати задовільною. В стародавні часи, коли наука не була так глибоко диференційована, термін “фізика” характеризував сукупність відомостей про всю природу – як живу, так і неживу. В подальшому, особливо в XIX і XX століттях, в науці відбулися процеси диференціації, які переважали над процесами інтеграції. Зараз ми вивчаємо такі науки, сама назва яких підкреслює їх дроблення: молекулярна біофізика, фармацевтична хімія, хімічна термодинаміка тощо. Звичайно, природа не знає нічого про цей процес її дроблення. Процес глибокої диференціації науки веде до втрати цілісного наукового сприйняття навколошнього середовища. Введення нового міждисциплінарного

наукового напрямку, який міг би отримати назву “фізика довкілля”, створює перспективу для посилення інтеграційних тенденцій в цілому в науці та освіті. Отож, як дійти розуміння складних, далеких від рівноваги феноменів довкілля? В якості адекватної мови для опису може бути обрано, наприклад, формалізм нерівноважної термодинаміки, нелінійної динаміки, тощо. Але ж поєднання потрібних зусиль відбудеться тоді, коли будуть визначені і визнані об'єктивні, глобальні закони скажімо у сфері довкілля. Вони мають об'єктивно спрацьовувати та відтворюватися за певних умов. Їхній стосунок до фізичних законів може скажімо мати форму скейлінгу. Виходячи з цього постулату, ми маємо право на моделювання відповідних процесів у довкіллі шляхом застосування фізичних методів. Природно, що на розв'язання цієї концептуальної задачі потрібен час. Тому запропонований матеріал спрямований на формування відповідного світогляду шляхом оволодіння ключовими словами, визначеннями та моделями. Звичайно це лише початковий етап складного процесу побудови концептуальної бази Фізики довкілля.

1.2 Живі системи

Із всіх природних об'єктів живі істоти, безперечно, і функціонально і за будовою є найскладнішими та високоорганізованими. Факт їхнього існування дає стимул фізичним наукам до пошуку єдиної основи багатьох типів явищ які відбуваються у довкіллі. Живі системи споживаючи речовину та енергію і виділяючи відходи, функціонують далеко від стану термодинамічної рівноваги. Цей факт обумовлює те що міцного фізичного фундаменту для обґрунтування біологічних явищ доки що не побудовано, у вигляді, придатним для практичного користування.

Існує декілька прикладів, у яких зв'язок між фізико-хімічними процесами та біологічною організацією просліджується чітко.

Розглянемо схематично морфогенез амеби (*Dictyostelium discoideum*). Тут розвиток організму виявляє перехід від одноклітинної до багатоклітинної стадії життя.

На Рис. 1.1а амеби перебувають в одноклітинній стадії. В цілому середовище з амебами, які рухаються, харчуються бактеріями та розмножуються шляхом клітинного ділення, є однорідним (число клітин у розрахунку на одиницю площини є сталою). Припустимо, що амеби починають голодувати. У відповідь на обмеження в їжі вони синтезують і виділяють у середовищі спеціальну хімічну речовину, що сприймається як сигнал для решти сусідів. Останні починають рухатися в напрямку найбільшої концентрації речовини (Рис. 1.1б). Початкова однорідність розподілу клітин порушується – простір, як кажуть, структурується.

Внаслідок агрегації, багаточастинкове тіло, здатне пересуватися з метою пошуку більш сприятливого оточення (Рис. 1.1 σ). Після міграції в результаті диференціації, з багатоклітинного тіла виникають два типи клітин: клітини одного типу утворюють ніжку, а клітини другого – плодове тіло, всередині якого утворюються спори (Рис. 1.1 τ). У кінцевому підсумку спори розсіюються в середовищі (Рис. 1.1 δ) і за сприятливих умов проростають, щоби перетворитися на амеби. Після цього починається новий життєвий цикл.

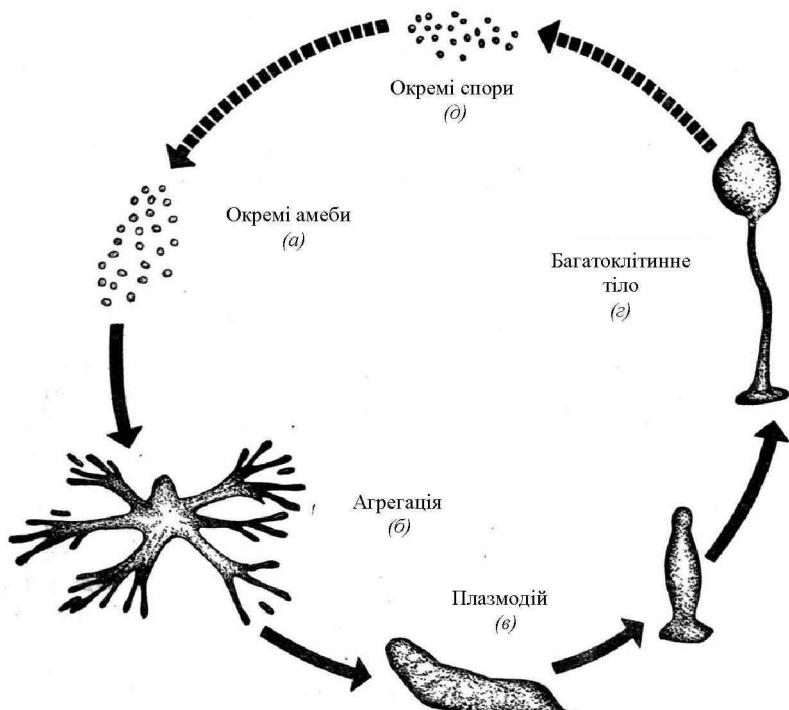


Рисунок 1.1. Життєвий цикл амеби

Відмітимо, що реакція системи на нестачу їжі призводить до нового рівня організації з узгодженою поведінкою великої кількості клітин. Такий перехід опосередковується процесом підсилення випадково створеної неоднорідності: у вигляді збільшення клітин у певному місці середовища яке призводить до підвищення концентрації речовини тобто сигналу, що в свою чергу сприяє ще більшому накопиченню клітин. Такий тип позитивного зворотного зв'язку вельми схожий з хімічним автокатализом.

Існує думка (вона належить А.Тюрінгу), що опосередковані хімічними речовинами переходи, які призводять до порушення симетрії, є однією з ключових властивостей життя [10, 14, 15].

1.3 Планетарний клімат як задача фізики

Велика кількість спостережень призводить до висновку про масштабну внутрішню мінливість земного клімату. Сучасні методи радіоізотопного аналізу, у застосуванні до досліджень реліктових органічних залишків, надають інформацію про рівень та розподіл температури в стародавні часи. Відомо, що кліматичні умови 200-300 млн. років тому і теперішні суттєво різняться. Клімат був м'яким із невеликою різницею температур на екваторі ($25\text{-}30^{\circ}\text{C}$) і полюсах ($8\text{-}10^{\circ}\text{C}$), на континентах практично не було льоду, а рівень моря був вищий за сучасний на 80 м. Але за останні 40 млн. років клімат перетерпів декілька коливань, що супроводжувалися глобальними похолоданнями з насуванням льодовиків на континенти та потепліннями. Кожне таке коливання тривало приблизно 100 тис. років.

Основним керівним фактором для земного клімату є приплів сонячної енергії. Астрофізичні розрахунки твердять про те, що яскравість Сонця (як і решти зірок т.зв. головної послідовності) з часом збільшується. Таким чином, аби пояснити вищеописану картину, мусимо припустити, що 100 млн. років тому в той час як сонячна активність була меншою на декілька відсотків, клімат був дуже м'яким і льодовиків не було. Інакше кажучи кліматична система виявляє певну “самостійність”. Виникає питання, які ж процеси запускають процес зледеніння? Один з них пов'язаний із взаємодією між радіацією та льодовим покриттям. Відносна відбивальна спроможність льоду, тобто альбедо, дуже велика. Якщо з якихось причин льодовикове покриття просунулося, скажімо, до екватора, сумарне альбедо зросте, внаслідок чого Земля поглинатиме менше енергії, що призведе в свою чергу до подальшого охолодження системи і нарощування льодової шапки. Тут ми знову маємо позитивний зворотній зв'язок, аналогічний тому що спостерігається при каталізі.

Вказане і багато інших складних процесів на планеті відбуваються в умовах глобальної нерівноважності кліматичної системи.

Універсальність, з якою спрацьовують фундаментальні фізичні закони у глобальному масштабі для різномірних природних явищ та ізоморфізм їхніх наслідків ставлять дослідження їх у один ряд з найбільш актуальними задачами як сучасної фізики нерівноважних процесів взагалі так і фізики довкілля, зокрема.

Розглянемо скажімо модель кліматичної мінливості. Взагалі, при побудуванні моделей явищ, які відбуваються у навколошньому середовищі перше за все ведуть пошук аналогій і прототипів серед лабораторних фізико-хімічних систем, таких що характеризуються наявністю

нелінійності, біфуркацій і здатні породжувати дисипативні структури які притаманні процесам у довкіллі. Причому належний вибір змінних сам є частиною задачі. Таким чином аналіз здійснюється в три стадії:

- a) встановлюються аналогії між спостереженнями і поведінкою фізичної системи, яка має бути об'єктом досліджень; тим самим встановлюється тип базової моделі;
- b) в рамках обраної моделі робиться вихід за границі простих аналогій, тобто встановлюються специфічні особливості задачі (наприклад, в популяційних задачах шукана змінна, число представників виду має бути числом натуральним, і т.і.);
- c) результати моделювання співставляються з дослідом; якщо якісна згода має місце, модель може використовуватися й надалі, поповнюватися змістом і претендувати на кількісне співпадання з експериментом.

Нижче наведено декілька прикладів вдалого моделювання.

Відомо, що за короткий у геологічних масштабах час (декілька тисячоліть) Земля в цілому зробила перехід між двома дуже різними станами: від глобального заледеніння до сучасного клімату. Без сумніву, будь-яка розумна модель повинна враховувати можливість таких масштабних переходів.

Розглянемо тепловий баланс замкненої системи Земля-атмосфера-кріосфера, яка є суто фізичною системою і таким чином за умов коректного визначення має задовольняти законам збереження маси та енергії. Як вже згадувалось у “Вступі” Земля отримує енергію у вигляді сонячного випромінювання і повертає в космос теплове випромінювання з густиною σT^4 (закон Стефана–Больцмана, див. Передмову). Єдиною змінною тут виступає температура T , яка задовольняє рівнянню теплового балансу (1). Перепишемо це рівняння у наступному загальному вигляді:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{C} \left(Q(1 - a(T)) - \varepsilon \sigma T^4 \right). \quad (1.1)$$

де C - теплоємність системи, Q - сонячна стала, a - альбедо (відносна доля сонячного випромінювання, відбитого в космос), σ - стала Стефана–Больцмана, ε – емісійна спроможність Землі ($0 < \varepsilon < 1$), яка враховує відмінність випромінювання Землі від випромінювання чорного тіла .

Система, яка описується рівнянням (1.1), припускає до трьох стаціонарних станів (див. Рис.1.2) з температурами T_a , T_b і T_0 , що є розв’язками рівняння

$$Q(1 - a(T)) = \varepsilon \sigma T^4. \quad (1.2)$$

Два з них T_a і T_b є стійкими – вони відповідають холодному кліматові (заледенінню) і сучасному кліматові. Третій стан, T_0 , нестійкий, розділяє два вказаних стійких станів.

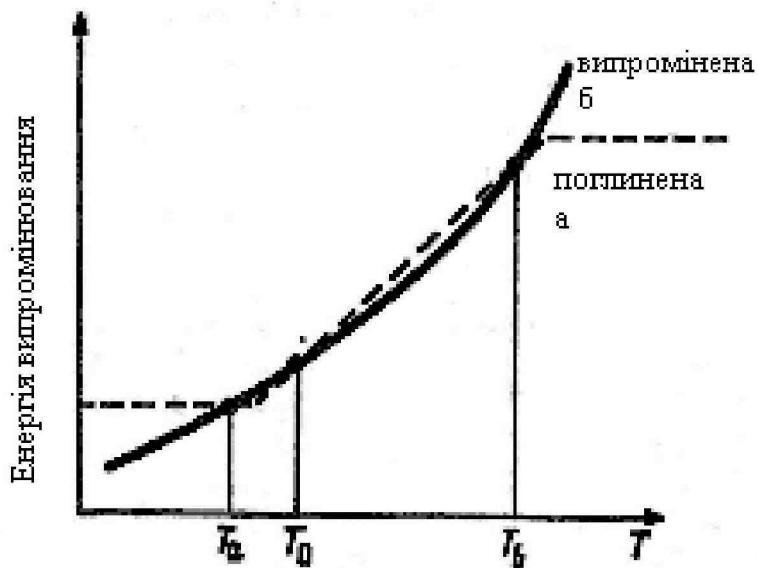


Рисунок 1.2 Діаграма глобального енергетичного балансу Землі

Можна записати так зване рівняння еволюції у вигляді:

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{\partial U}{\partial t}, \quad (1.3)$$

де $U = -\frac{1}{C} \int dT$ називається кліматичним потенціалом. В системі з

однією змінною (T) це завжди можна зробити. Звичайно за наявності декількох змінних гарантувати існування потенціала у звичайному сенсі неможливо. Потенціал виявляється велими корисним, позаяк його мінімум і максимум вказують відповідно на стійкі і нестійкі розв'язки динамічного рівняння. У відповідності з графіком представленим на Рис.1.2, U має мінімуми у точках T_a і T_b і максимум у T_0 .

Кліматична система здатна переходити від одного стійкого стану до другого, доляючи потенціальний бар'єр

$$\Delta U_{ab} = U(T_0) - U(T_{a,b}). \quad (1.4)$$

Перехід здійснюється завдяки флуктуаціям, які можуть бути враховані, за допомогою введення у рівняння (1.3), випадкової сили $F(t)$:

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{\partial U}{\partial T} + F(t), \quad (1.5)$$

такої, що

$$\langle F(t) \rangle = 0 \text{ і } \langle F(t)F(t') \rangle \neq 0,$$

де кутові скобки визначають процедуру усереднення за початковим розподілом флуктуацій.

Отож між різними станами тепер існує зв'язок який здійснюють флуктуації. Іншими словами, яким би не був початковий стан, рано чи пізно система досягне будь-якого іншого стану. Часовий масштаб переходу визначають два фактори: висота потенціального бар'єру (1.4) та інтенсивність флуктуацій, яка характеризується дисперсією q^2 випадкової функції $F(t)$. Оцінка, наведена скажімо в [3] надає середній час переходу із стану T_a у стан T_b минаючи стан T_0 , $\tau \sim \exp\left(\frac{\Delta U_{ab}}{q^2}\right)$. Типові значення $\tau \approx$

$10^4 - 10^5$ років отримані в [3], приблизно відповідають характерному часові льодовиків у четвериковому періоді. Але ми не можемо стверджувати, що рівняння (1.3) надає пояснення льодовиковим циклам, оскільки переход між станами (а) і (б) залишається випадковим, тобто таким, що не має чіткої періодичності. Саме тут вплив і відповідне урахування слабких зовнішніх факторів може стати вирішальним.

Врахуємо коливання величини сонячної енергії, яку поглинає Земля, додаючи в рівняння (1.1), (1.5) до сонячної сталої малий член вигляду $Q\varepsilon \sin(\omega t)$. Тут величина $2\pi/\omega$ є період коливань. Розрахунки показують, що в разі, коли $2\pi/\omega \ll \tau$, зовнішній фактор практично не впливає на картину коливань. Проте, якщо $2\pi/\omega \approx \tau$, відгук системи на зовнішню дію підсилюється надзвичайно. Потенціальний бар'єр ΔU_{ab} знижується і система починає періодично здійснювати переходи між станами (кліматичними). Таким чином входимо на якісний механізм льодовикових періодів, в якому важливу роль відіграють як внутрішні процеси, так і зовнішні фактори.

Подальший прогрес у царині кліматичної динаміки мав би зменшити розходження між простими якісними моделями і детальним кількісним описом, шляхом врахування додаткових ключових факторів, таких як

різниця температур земної поверхні на полюсах і екваторі, циркуляція океанських течій, масштабний перенос повітряних мас, тощо. Однак, не завжди збільшення кількості змінних у керівних рівняннях наближує модель до реальності і, у всякому разі, таке збільшення суттєво ускладнює процедуру порівняння моделі з картиною реальних явищ, та їх параметризацію.

1.4 Екосистеми. Модель виживання. Модель "хижак-жертва"

Закони, що керують зростанням, розпадом і взаємодією в біологічних популяціях і соціальних системах, в окремих станах вельми схожі на закони фізико-хімічної кінетики. Досліджуючи такі аналогії, отримуємо можливість застосування ідей та методів теорії кінетичних процесів, для опису.

Зокрема, аби вивести динамічні рівняння якогось умовного процесу, визначаємо по-перше взаємодію між компонентами системи, а також системою і зовнішнім середовищем.

Серед внутрішньо системних процесів будемо, наприклад відрізняти такі:

- 1) процеси генетичної природи. Живим організмам приписується деяка частота народжуваності k_i і частота загибелі d_i . Крім того, характер системи може суттєво змінюватися внаслідок мутацій;
- 2) конкуренція. У середовищі з обмеженими джерелами існування деякі організми починають кількісно зростати за рахунок інших. Усі типи конкуренції приводять до нелінійності динамічних рівнянь;
- 3) регуляція. Йдеться про просторову і часову координацію діяльності популяцій. Такі процеси призводять до утворення зворотних зв'язків, тобто також до нелінійних взаємодій;
- 4) контакти між віддаленими популяціями. Його формами виразу виступають міграція або розселення тварин.

Взаємодія екосистеми з навколошнім середовищем відбувається через поверхню, яка обмежує місце розташування екосистеми. У загальному випадку умови ззовні відрізняються від умов внутрішніх. Цю різницю система сприймає як зовнішній вплив, який призводить до виникнення потоків різної природи через границю. Таким чином екосистема з термодинамічного погляду є відкритою системою.

Розглянемо найпростіший випадок одного виду Х в екосистемі. За наявності їжі А вид розмножується зі швидкістю kAX та гине зі швидкістю dX . Взагалі кажучи кількість їжі в системі обмежена. Вона поновлюється за рахунок розпаду загиблих організмів. Звідси випливає умова збереження повної кількості органічної речовини (як умова замкненості системи):

$$A + X = N = \text{const}$$

За умов вищепереліченних обмежень, для опису еволюції виду X можемо ввести рівняння

$$\frac{dX}{dt} = kX(N - X) - dX \quad (1.6)$$

яке зазвичай називається логістичним. Зростання популяції зупиняється на деякому рівні, що відповідає стаціонарному станові

$$X_0 = N - \frac{d}{k}$$

Може трапитися, що в середовищі з'являються (спочатку в невеликих кількостях) нові види які визначаються деякими іншими параметрами k , N , d . У зв'язку з такою флюктуацією виникає питання про стійкість: нові види можуть або зникнути або витіснити первісних мешканців.

Для двох видів маємо систему логістичних рівнянь

$$\begin{aligned} \frac{dX_1}{dt} &= k_1 X_1 (N_1 - X_1 - \beta X_2) - d_1 X_1, \\ \frac{dX_2}{dt} &= k_2 X_2 (N_2 - X_2 - \beta X_1) - d_2 X_2. \end{aligned} \quad (1.7)$$

Коефіцієнт $\beta \in [0,1]$ враховує конкуренцію в споживанні: $\beta = 1$, якщо другий вид харчується тим самим продуктом, що і перший, і $\beta = 0$, якщо 1 і 2 харчуються різними субстратами.

У момент появи нового виду система, перебуває у наступному стані

$$X_1^0 = N_1 - d_1/k_1, \quad X_2^0 = 0.$$

Аналіз стаціонарних розв'язків рівнянь (1.7), які виглядають наступним чином

$$\begin{aligned} X_1^0 &= \left(N_1 - \frac{d_1}{k_1} - \beta \left(N_2 - \frac{d_2}{k_2} \right) \right) / \left(1 - \beta^2 \right), \\ X_2^0 &= \left(N_2 - \frac{d_2}{k_2} - \beta \left(N_1 - \frac{d_1}{k_1} \right) \right) / \left(1 - \beta^2 \right), \end{aligned} \quad (1.8)$$

дозволяє зробити висновки щодо можливих сценаріїв еволюції екосистеми. В усякому разі новий вид розмножується до стану з деякою скінченою густиноро, займаючи певну екологічну нішу, якщо

$$N_2 - d_2/k_2 > N_1 - d_1/k_1. \quad (1.9)$$

Перший вид може бути витіснений повністю або продовжити співіснування з видом 2. Характерно, що в будь-якому разі сумарна густина видів завжди перевищує первісну:

$$X_1^0 + X_2^0 > N_1 - \frac{d_1}{k_1}, \quad (1.10)$$

тобто в процесі еволюції експлуатація навколошнього середовища підвищується.

Викладені уявлення лежать у основі дослідження еволюції екосистеми, яка наприклад складається з хижака і жертви (див. далі). Виявляється, що еволюція жертви спрямована у бік підсилення інтенсивності експлуатації ресурсів і уникнення знищення з боку хижака. У свою чергу хижак еволюціонує так, щоб тривалість його життя збільшилася, а частота випадків вдалого полювання зростала. У результаті цього в процесі еволюції відбувається збільшення співвідношення біомаси хижака до біомаси жертви, хоча і досить повільне.

Поняття стійкості і самоорганізації через флуктуації надаються до застосування й у більш складних, урбаністичних проблемах. Так область яка вміщує декілька міст, характеризується зростанням виробництва N , зумовленим економічними функціями. Якщо S_i^k – k-а економічна функція в i-місті, то логістичне рівняння має наступний вигляд:

$$\frac{dX_i}{dt} = kX_i \left(N + \sum_k \alpha^k S_i^k - X_i \right) - dX_i \quad (1.11)$$

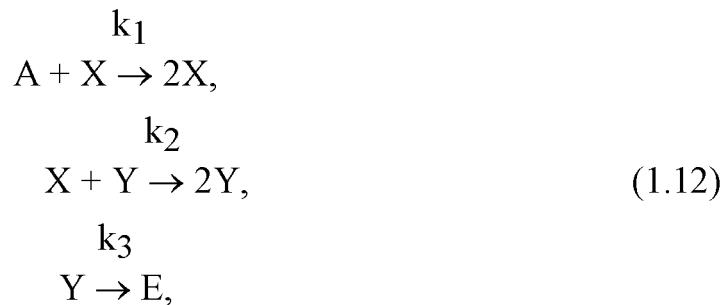
Із збільшенням кількості населення i -міста X_i функція S_i^k зростає складним чином, відіграючи автокаталітичну роль, але ефективність автокаталізу залежить від попиту на k -й продукт в i -місті в залежності від X_i і конкуренції однотипних підприємств із інших міст.

У цій моделі виникнення економічної функції є флюктуація, яка своєю появою порушує первісну рівномірність у розподілі населення, створюючи попит на робочу силу. Попит спонукає зростання концентрації населення в пункті i , відповідно, відтік його з сусідніх пунктів.

Модель добре описує стадії урбанізації області і наступної дезурбанизації, пов'язаної з розростанням великих міст із захопленням передмість.

Звичайно, що тут ми бачимо дуже спрощену постановку задачі. Остаточний результат розвитку області складним чином залежить від взаємного впливу врахованих економічних законів і ймовірностей послідовних флюктуацій. Але модель безумовно дозволяє оцінювати далекі наслідки рішень щодо, наприклад, транспортних проблем, проблем капіталовкладень тощо.

У напрямку, який обговорюється певне поширення отримав підхід, відомий як модель Лоткі-Вольтера, яку також називають моделлю “хижак-жертва” [9,10,12]. Нехай X означає число травоїдних, які харчуються субстратом (травою) A , а Y – число хижаків, що харчуються травоїдними X . Таку взаємодію можна зобразити у вигляді реакцій



де k_1, k_2, k_3 – константи реакцій відтворення травоїдних внаслідок поїдання трави, відтворення хижаків унаслідок поїдання травоїдних, і перетворення хижаків на субстрат через природну загибель. Величина A в системі підтримується сталою. Таким чином реалізується відкрита система.

Математичний запис швидкостей вищезазначених реакцій має наступну форму

$$\begin{aligned}\frac{dX}{dt} &= k_1 AX - k_2 XY, \\ \frac{dY}{dt} &= k_2 XY - k_3 Y.\end{aligned}\quad (1.13)$$

Система (1.13) припускає єдиний нетривіальний стаціонарний розв'язок ($dX/dt = dY/dt = 0$)

$$X_0 = \frac{k_3}{k_2}, \quad Y_0 = \frac{k_1}{k_2} A \quad (1.14)$$

Покладаючи $\left| \frac{X}{X_0} \right|, \left| \frac{Y}{Y_0} \right| \ll 1$ шукаємо розв'язок (1.13) у вигляді

$$X(t) = X_0 + xe^{\omega t}, \quad Y(t) = Y_0 + ye^{\omega t}, \quad (1.15)$$

(див.Рис.1.3).

У результаті підстановки (1.15) у (1.13) отримуємо дисперсійне рівняння для ω :

$$\omega^2 + k_1 k_3 A = 0. \quad (1.16)$$

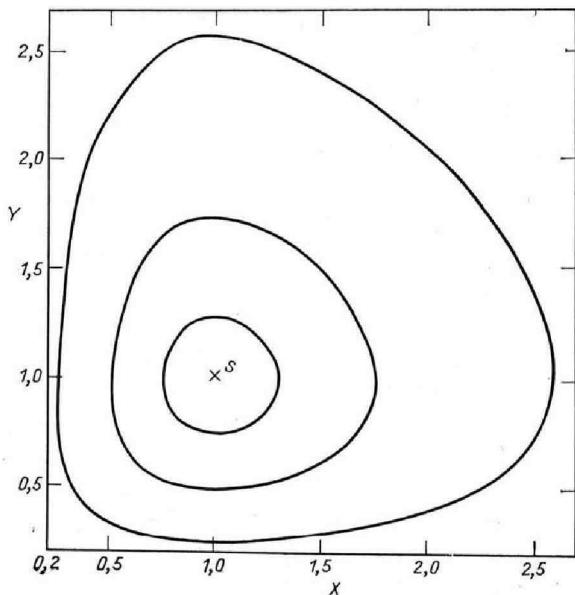


Рисунок 1.3. Періодичні розв'язки моделі Лоткі-Вольтера, отримані для різних початкових умов

Зрозуміло, що стійкість пов'язана зі знаком дійсних частин коренів дисперсійних рівнянь. Якщо для деякого розв'язку $\operatorname{Re} \omega_\alpha < 0$, то відповідний незбурений стан є стійким. У системі Лоткі-Вольтера $\operatorname{Re} \omega_\alpha = 0$, і

$$\operatorname{Im} \omega_\alpha = \pm \sqrt{k_1 k_3 A}. \quad (1.17)$$

Це означає, що ми маємо справу з нейтральною стійкістю. Система обертається навколо стаціонарного стану (1.14). Частота обертання $\omega = \operatorname{Im} \omega_\alpha$ залежить від амплітуди коливань.

Спектр частот моделі неперервний, відповідно, число траекторій $Y(X)$ нескінчене. Це відповідає відсутності загасання флюктуацій в системі.

Отримані результати відображають те, що ми спостерігаємо в реальних умовах, тобто експериментально, а саме: періодичну зміну чисельності популяцій хижаків та жертв.

Недолік даної системи Лотка-Вольтерра – її “негрубість”. Іншими словами, випадкові зміни чисельності одного з видів змінюють амплітуду коливань кожного виду. В реальності такого не спостерігається. Покращення моделі Лотка-Вольтерра пов'язане з урахуванням самообмежень в зростанні чисельності обох популяцій [16].

1.5 Моделі планктонних спільнот

Планктон являє собою організми розміром від 2 мкм до 20 мм, які мешкають у морях і великих річках. Розрізняють рослинний фітопланктон та тваринний зоопланктон. Фітопланктон, існування якого зумовлене фотосинтезом, продукує половину тієї кількості кисню, яке необхідно людству для підтримки життя, і поглинає половину тієї кількості CO_2 , яке могло б ініціювати глобальне потепління. Таким чином фітопланктон є одним з основних факторів, що впливають на земний клімат.

Серед зоопланкtonу зустрічаються травоїдні види, які споживають фітопланктон і у свою чергу виступають їжею для планктонних хижаків. Усі різновиди планктону є харчем для риб та морських ссавців, а мінливість у часі видового складу планктону спричиняється сезонними змінами і, у відповідності з концепцією моделі Лоткі-Вольтерра, зумовлена взаємодіями типу «хижак-жертва», між зоо- і фітопланктоном.

Математичні моделі популяційної динаміки повинні враховувати не тільки зростання і взаємодію, але й також випадкові та спрямовані переміщення у просторі, що призводять до неоднорідності розподілу,

відомої як «плямистість», або навіть до спіральних хвиль, подібних до хімічних [6].

Звичайно, на поширення планктону впливають гідродинамічні течії, однак у природних умовах напрямок руху планктонних плям не завжди співпадає з напрямком водного потоку. Це вказує на суттєву роль біологічних факторів у формуванні структурованості планктонних спільнот.

Слід відзначити, що намагання врахувати відпочатку як найбільше факторів і відповідно збільшити кількість змінних навіть погіршує модель, бо “замилює” принципові характерні особливості функціонування тієї чи іншої спільноти. Виявляється, що модель «хижак-жертва» з невеликою кількістю трофічних ланок може породжувати складну просторово-часову динаміку без залучення гідродинамічних, чи додаткових факторів.

Функціонування спільноти «хижак-жертва» (зоопланктон-фітопланктон) описують за допомогою системи дифузійно-реакційних рівнянь:

$$\begin{aligned}\frac{dX}{dt} &= D\Delta X + f(X, Y) \\ \frac{dY}{dt} &= D\Delta Y + g(X, Y)\end{aligned}\quad (1.18)$$

де $X(r,t)$ та $Y(r,t)$ – густини жертви і хижака відповідно, r – локалізація, t – час, D – коефіцієнт дифузії в водному середовищі, який вважається однаковим для X і для Y . Функції f і g , вигляд яких визначають внутрішні локальні біопроцеси для спільноти, можуть бути визначені наступним чином:

$$\begin{aligned}f(X, Y) &= \frac{\alpha}{b} X(b - X) - \gamma \frac{X}{X + H} Y, \\ g(X, Y) &= K\gamma \frac{X}{X + H} Y - \mu Y.\end{aligned}\quad (1.19)$$

Функція $X(b - X)$ відповідає за локальне зростання, в той час як $\frac{X}{X + H} Y$ описує зменшення жертви внаслідок активності хижака. Множник μ визначає швидкість вимирання хижака, K – коефіцієнт ефективності утилізації їжі, α – максимальна швидкість зростання чисельності жертви, b – спроможність насичення популяції жертви, H дорівнює половині максимальної густини популяції жертви. Покладемо

$$u = \frac{X}{b}; \quad v = \frac{Y\gamma}{ab}; \quad \tilde{t} = \alpha t; \quad \tilde{\mathbf{r}} = \mathbf{r} \left(\frac{\alpha}{D} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (1.20)$$

У термінах (1.20) отримуємо безрозмірні рівняння

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u + u(1-u) - \frac{u}{u+h} v, \quad (1.21a)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \Delta v + h \frac{u}{u+h} u - mv, \quad (1.21b)$$

(позначки \sim тут опущені).

Аналіз стійкості розв'язків системи (1.21) неважко провести за умов у відсутності дифузійних процесів. Відповідна спрощена система

$$\frac{\partial u}{\partial t} = x(1-x) - \frac{x}{x+h} v, \quad (1.21c)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \Delta v + h \frac{u}{u+h} u - mv, \quad (1.21d)$$

задовольняє трьом стаціонарним станам: ($x = 0, y = 0$), тобто повне вимирання; ($x = 1, y = 0$) – повне вимирання хижака; (x^*, y^*) – співіснування, де

$$x^* = \frac{rh}{1-r}, \quad y^* = (1-x^*)(h+x^*), \quad r = \frac{m}{k}.$$

Розв'язок (x^*, y^*) має сенс, коли $x^*, y^* > 0$, а це у свою чергу є можливим при

$$h < \frac{1-r}{r} \quad (1.22)$$

Загальний розв'язок, таким чином, стає нестійким при

$$h < \frac{1-r}{1+r}. \quad (1.23)$$

Чисельне інтегрування дифузійно-реакційних рівнянь (1.21 a,b)

свідчить про те, що знайдена точка (x^*, y^*) (за умов коли нерівність (1.23) не має місця), відповідає асимптотично стійкому просторово однорідному стану. За умови (1.22) можна спостерігати короткоживучі просторово-часові структури. Відповідна динаміка, яка спостерігається, значною мірою залежить від початкових умов.

Зауважимо, що динаміка системи у одновимірному випадку добре піддається аналізу. Покладаючи наприклад, що початковий розподіл характеризується сталим градієнтом:

$$u(x, 0) = u^*, \quad v(x, 0) = f(x) = v^* + \varepsilon x + \delta. \quad (1.24)$$

За результатами комп'ютерного моделювання отримуємо, що поведінку системи визначають параметри ε і δ [6]. За малих ε має місце гладкий (в математичному сенсі) просторовий розподіл видів. Такий режим не підтримується самостійно, а гладка структура з часом релаксує до просторово однорідного розподілу. Для іншого набору параметрів, коли $\varepsilon \geq \varepsilon_{kp}(\delta)$, початковий розподіл призводить до утворення в деякій області системи нерегулярної різко вираженої змінної за часом структури. З рухом часу структура ця розростається і займає всю систему, після чого динаміка системи практично не зазнає подальших змін. Суттєвим тут є та обставина, що в кожний момент часу існує границя розподілу між областями з різними режимами, тобто область нерегулярної структури та область із гладким розподілом змінних. Границя ця рухається з приблизно сталою швидкістю. Така динаміка має ознаки фазового переходу.

За інших, наприклад, немонотонних початкових умов

$$u(x, 0) = u^* + \varepsilon(x - x_1)(x - x_2); \quad v(x, 0) = v^*,$$

динаміка системи має більш складний характер, коли області, зайняті регулярною і хаотичною фазами чергуються в просторі. Як і в попередньому випадку, розмір хаотичних областей зростає за рахунок регулярної фази поки не витіснить її повністю.

У двохвимірному випадку рівняння (1.18) набувають вигляду:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + u(1-u) - \frac{u}{u+h} v, \quad (1.25)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + h \frac{x}{x+h} v - mv,$$

де для скінченої області $0 < x < L_x$, $0 < y < L_y$. Такі рівняння описують динаміку спільноти в горизонтальному шарі води (вертикальний розподіл видів у границях цього шару вважається однорідним). Систему (1.25) було розв'язано чисельно [6] при граничних умовах, що відповідали нульовим потокам на границі системи $\frac{\partial u}{\partial n} \Big|_S = \frac{\partial v}{\partial n} \Big|_S = 0$. Як і в розглянутому

вище випадку динаміка системи залежала від вибору початкових умов. На Рис.1.4 показано часову еволюцію двох різних початкових розподілів. Обидва призводять до виникнення плямистої структури. Такі структури відповідають спостереженням за життєдіяльністю планктонних спільнот [6].

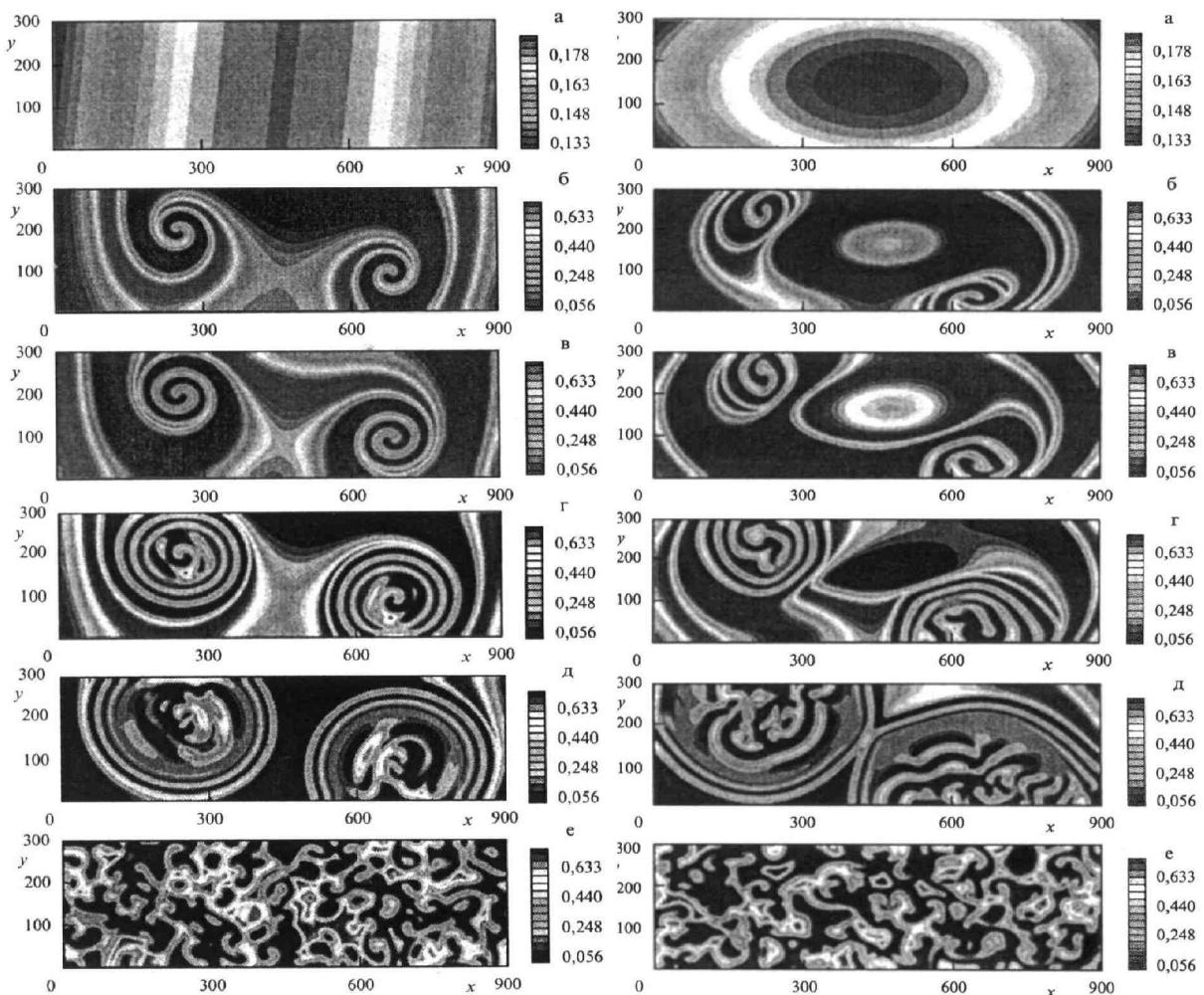


Рисунок 1.4. Просторовий розподіл жертви (фітопланктон) в моменти (a) $t = 0$, (б) $t = 150$, (в) $t = 200$, (г) $t = 300$, (д) $t = 400$, (е) $t = 1000$.

Розміри просторової структури залежать від швидкості зростання α , значення якої лежать у проміжку від $4 \cdot 10^{-5}$ до 10^{-5} (відповідає подвоєнню біомаси в границях від 6 до 48 год.), залежать від пори року та коефіцієнта дифузії, який оцінюється експериментально ($D = 10^3 \text{ см}^2/\text{с}$). Беручи до уваги оцінки для α і D , а також рівняння (1.20), отримуємо характерну довжину просторової структури в 1 км, що цілком задовільно узгоджується з результатами дослідних спостережень.

На цьому завершується невеличкий перелік моделей фізики довкілля, які ми відбрали серед багатьох інших однотипних. Матеріал створює враження занадто “теоретизованого”, і водночас фрагментарно викладеного. Автори свідомо йдуть на такий крок, відчуваючи потребу ознайомити перш за все студентів гуманітарних спеціальностей, з сучасними задачами та методами досліджень довкілля. У спеціальній літературі потрібні питання, не викладено за допомогою більш складних, сучасних математичних методів, з якими можна ознайомитись за допомогою матеріалів викладених у Главі III. Ми зробили спробу надати відповідний матеріал якомога простішою мовою, адаптованою до рівня підготовки студента нефізичного профілю навчання.

1.6 Гранульовані матеріали у довкіллі

Гранульовані матеріали, з яких пісок є усього лише одним хоча і достатньо поширеним прикладом, є всюдисущими в нашому щоденному житті. Вони відіграють важливу роль у таких, наприклад, галузях як гірська промисловість, сільське господарство і будівництво, фармакологія і косметологія, та багато інших. Вони також важливі в геологічних процесах, типу зсувів і ерозії, що визначають в багатьох аспектах морфологію Землі.

Гранульовані матеріали являють собою сукупність великої кількості дискретних твердих частинок, які дисперговані у вакуумі, повітрі, або інсталювані у рідину. Така речовина широко представлена у довкіллі і оточує нас у повсякденні. Це, наприклад, харчові продукти, такі як рис, зерно, розчинна кава, цукор, сіль, та інші. Компоненти будівельної промисловості – пісок, гравій, ґрунт. Компоненти хімічної індустрії, скажімо вугілля, та фармацевтичної промисловості. Характерною рисою яка відрізняє поведінку потоків значних мас вказаних речовин є сильна, навіть аномальна залежність параметрів потоків від безпосередньої взаємодії між окремими частинками. Переважна більшість енергії і кількості моменту руху дисипує як раз внаслідок безпосереднього

контакту проміж частинок, або з границями об'єму, який вміщує систему. Наведемо кілька наочних прикладів руху гранульованої матерії у довкіллі:

- витікання зерна з ємностей схову (Рис. 1.5 а);
- плаваючи крижинки (Рис. 1.5 б);
- ландшафтні зсуви валунів та розвалів (Рис. 1.5 в);
- формування динаміка дюн у пустелях (Рис. 1.5 г);
- транспорт і видобуток вугілля та компонентів хімічної промисловості у довкіллі, та умовах виробництва (Рис. 1.5 д);
- зіткнення частинок породи та крижинок у атмосферних кільцях планет (Рис. 1.5 е);
- порошкова металургія (Рис. 1.5 ж);
- продукти фармацевтичної промисловості (Рис. 1.5 з);
- піскоструйна обробка поверхні (Рис. 1.5 і).

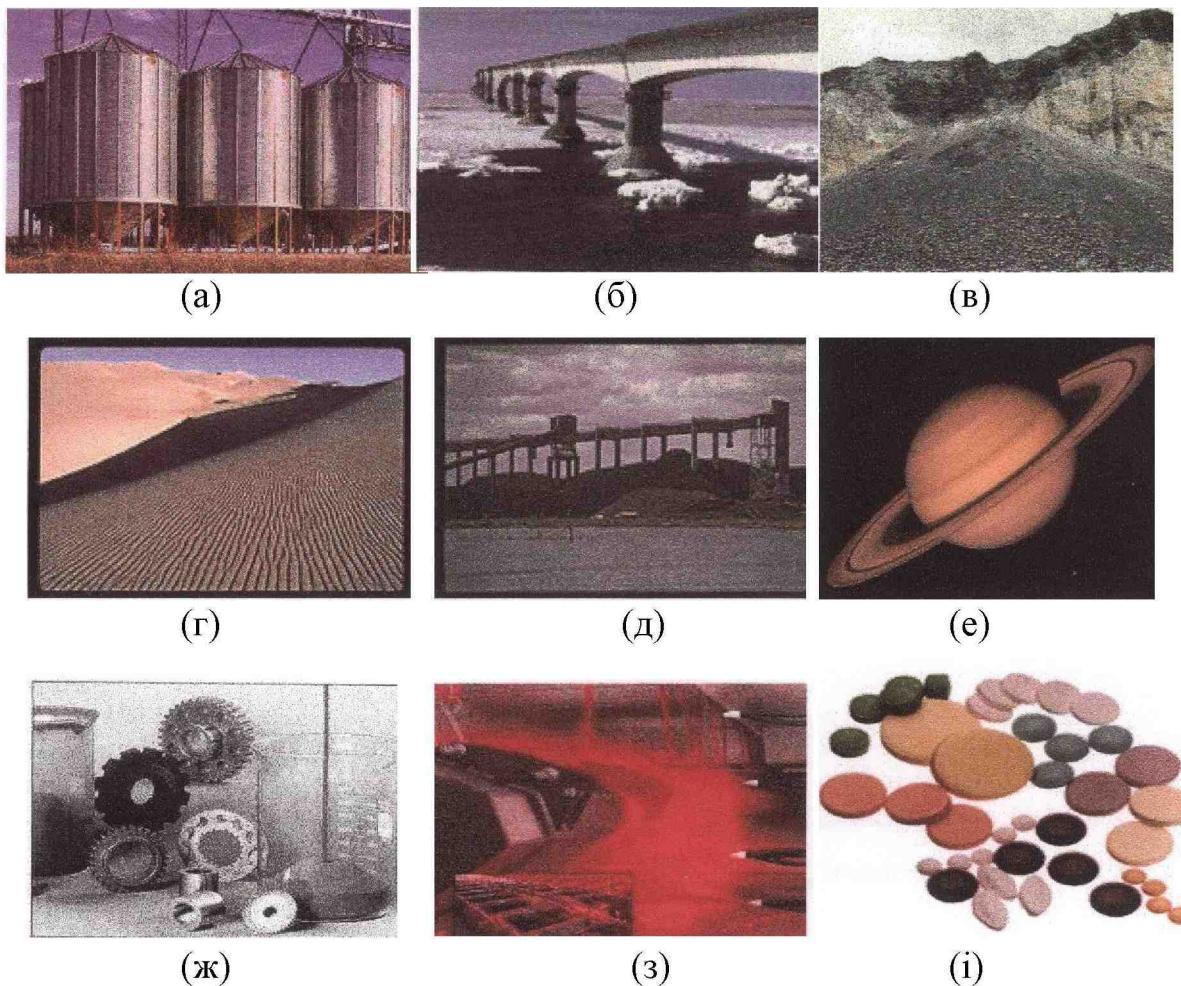


Рисунок 1.5. Приклади руху гранульованої матерії у довкіллі та їх практичних застосувань.

Віктор Гюго якось натякнув людству на надзвичайну чутливість макроскопічного світу до стану руху і характеру ущільнення елементарних гранул (- “Хтось коли-небудь обчислював шлях молекули? Звідки ми знаємо, що створення світів не визначається падінням зерен піску?” - В. Гюго, *Les Misérables*). Ми можемо однак думати, що Гюго переступив границі здорового глузду, зв'язавши створення світів з рухом простого зерна піску. Гранульований рух є досить багатим і складним, так що метафора Гюго можливо має такий сенс: те, що діється в купі піску на столі, мабуть, відбиває процеси, які мають місце в астрофізичних масштабах.

Матеріальні об'єкти, що існують навколо нас у буденному житті, ми, як правило, класифікуємо як тверді, рідкі та газоподібні. Також існує плазмовий стан речовини, проте спілкування з ним швидше за все важко віднести до розряду щоденного. Тепер візьмемо, скажімо, добре відомий усім звичайний сухий пісок. До якого з вищевказаних фазових станів його можна було б віднести? Він приймає форму склянки, що містить його і в цьому сенсі, повторює властивості рідини. З іншого боку, кожна окремо взята частинка піску, і це ні у кого не викликає сумніву, звичайно ж тверде тіло, точніше його частина, хоча й досить дрібна. Але коли частинки (гранули) піску поєднуються в систему великої кількості частинок, яку ми називаємо гранульованим матеріалом, то вона здатна проявляти вже неочікувані, часто зовсім екзотичні механічні та інші фізичні властивості, які є дуже нетиповими з точки зору скажімо властивостей звичайних фазових станів речовини. У той же час такі властивості вельми привабливі що до вивчення та пояснення, як з загальнонаукової точки зору, так і у сенсі багаточисельних практичних застосувань.

За допомогою простого у виконанні насипання гірки піску на горизонтальну поверхню можна легко переконатися (у разі повільного виконання цієї процедури), що до певної межі, яка характеризується деяким критичним кутом розгортання конуса, наш терикон буде стійким. А при збільшенні кута розгортання вище деякого критичного значення, стійкість руйнується і починається лавиноподібне “спливання” (так званий *avalanche* ефект). Цікаво, що значення критичного кута визначається розмірами гранул і характером їх непружнью взаємодії. Явище *avalanche* існує лише для гранульованих матеріалів. Можна навести велику кількість інших прикладів прояви гранульованими системами специфічних властивостей, які не притаманні ніякому іншому фазовому стану речовини. Ця обставина надає певні підстави відносити гранульовані системи до нового, п'ятого за рахунком (після газів, рідин, твердих тіл та плазми) стану речовини.

За деякими оцінками приблизно 60% світового виробництва продукції різних галузей, зокрема таких, як будівельна, хімічна,

фармацевтична, харчова, це як раз гранульовані матеріали (дисперсія відповідних матеріалів, веде до їх розміщення у широкому інтервалі масштабу від пудри і піску до гравію!). Як вже згадувалося, гранульовані матеріали мають цілу низку специфічних властивостей, які не мають аналогів у інших станах речовини і дотепер ще не мають адекватного обґрунтування в фізиці.



Неврахування вказаних властивостей може призводити, у тому числі, до катастрофічних наслідків. Так саме явище непружнього колапсу, що є типовим для гранульованої матерії, цілком можливо, стало однією з головних причин руйнування ємностей для зберігання гранульованих матеріалів - цементу та зерна, у вертикальних ємностях зберігання (див.Рис.1.6).

Рисунок 1.6. Аварія з ємністю зберігання на одному з промислових підприємств у Колорадо (США), внаслідок непружнього колапсу.

Вже незначна вібрація гранульованих матеріалів, скажімо полем звукової частоти, призводить до усім добре відомого ефекту “ущільнення”, коли первинно зайнятий ними об’єм значно зменшується. Актуальність точного врахування цього ефекту для покращення ефективності транспортування сипучих вантажів, здається, не потребує окремого пояснення.

Отож, гранульовані матеріали здаються простими у визначенні. Вони уявляють собою великі скupчення дискретних твердих частинок. Якщо частинки не зв’язані, тоді між ними діють лише сили відштовхування, таким чином, щоб форма матеріалу була визначена зовнішніми границями. Однак, незважаючи на всю простоту у визначенні, гранульовані матеріали на відміну від інших звичних форм речовини таких як тверді тіла, рідини та гази поводяться принципово по іншому.

Зазначимо, що навіть у стані спокою, гранульовані матеріали виявляють надзвичайні властивості. Наприклад, коли гранульований матеріал знаходиться у високому циліндричному контейнері, межа тиску

який він створює на дні - нетривіально залежить від висоти (як це було б у випадку типової рідини). Замість цього, для досить високого стовпчика, тиск досягає деякого максимального значення, яке залишається незмінним при подальшому збільшенні кількості гранул у ємності. Через неоднорідність сил які діють між гранулами внаслідок статичного тертя, стіни контейнера, який вміщує гранульований матеріал, приймають на себе додаткову вагу (Arch effect). У загальному випадку встановлено [22] що розподіл об'ємних сил у гранульованих матеріалах, які діють на окрему гранулу задовольняє експоненціальному закону

$$P(f) = \lambda e^{-\Gamma f}, \quad (1.26)$$

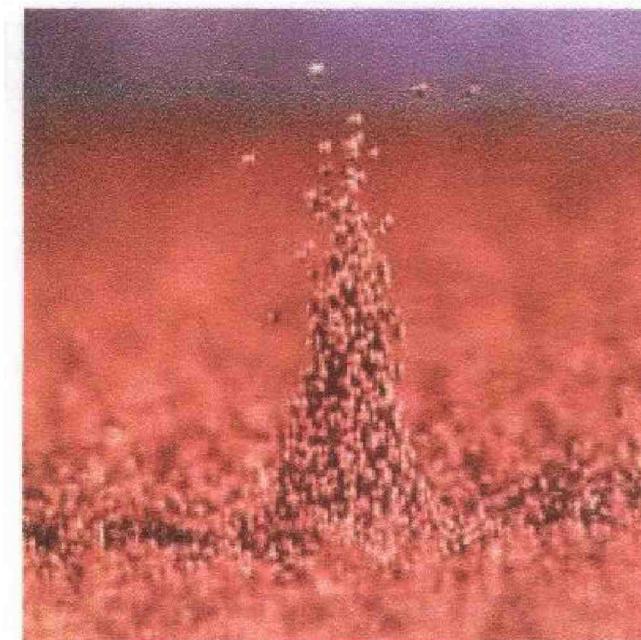
де λ і Γ - константи, які визначаються феноменологічним шляхом.

Сучасні дослідження ущільнення гранульованого матеріалу під час струсу вказують, що компактизація в таких системах відбувається логарифмічно повільно. Навіть після 100 000 циклів вібрації трубки, що заповнена гранульованим матеріалом, його усе ще можна піддавати суттєвому ущільненню перш, ніж буде досягнуто асимптотично стійкого стану.

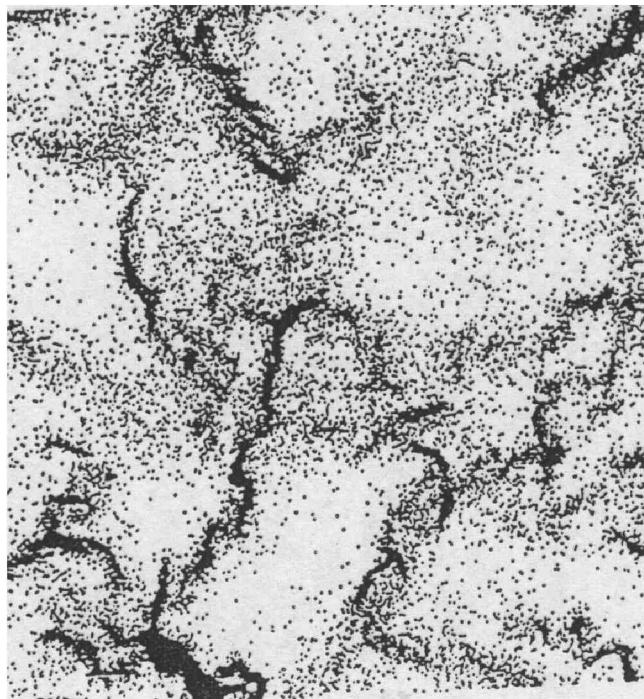
За певних умов, гранульовані матеріали можуть створювати потоки та явища подібно існуючим у звичайній рідині. На Рис.1.7а зображено "кипіння" гранульованого матеріалу, металевих сфер, які розміщені на горизонтальній підкладці у полі вертикальних віброприскорювань. Щоб підтримувати цей стан, необхідно безупинно постачати в систему енергію від зовнішнього джерела, наприклад, струшуючи її.

Взагалі ж підкреслимо що хоча скажімо хвильовий рух у гранульованому середовищі, що знаходиться у полі віброприскорювань, спостерігався Фарадеєм ще 180 років тому, фізичні механізми які приводять до такої поведінки дотепер зрозумілі лише частково. Коли гранульований матеріал збурювати більш складним чином можуть відбуватися явища сегрегації і конвекції [22-24]. Зазвичай речовину у контейнері збурюють за гармонічним законом. При чому, більші за розмірами частинки переважають у висхідному конвективному потоці. Потрапивши на поверхню вони накопичуються у цьому стані.

Різниця у поведінці гранульованих матеріалів у порівнянні із звичайними газами та рідиною обумовлюється тим, що взаємодії між гранулами є непружними і деяка енергія у кожному поточному зіткненні дисипує. Внаслідок, співіснування втрат і надходжене енергії зовні, виникають такі особливості в механічній поведінці таких систем, що можуть навіть нагадувати закони статистичної фізики, а самі гранульовані матеріали, за певних умов поводяться подібно звичайним рідинам.



(а)



(б)

Рисунок 1.7. Приклади поведінки гранульованих матеріалів у полі віброприскрювань: (а) “кіпіння” металевих сфер; (б) розподіл частинок за результатами чисельного моделювання (Голдхирш і Занетті).

Слід однак пам'ятати, що будь-яке поводження гранульованого матеріалу подібне до рідини – це цілком динамічне явище. Воно існує тільки вище граничного рівня надходження енергії у систему. Непружність зіткнень переводить гранульоване середовище в стан спокою майже негайно після того, як припиниться надходження енергії. окрема частинка, яка впала на скляну пластину, підстрибує тривалий час. Такі ж зерна, вільно заповнені в мішок, зупиняється на пластині практично одразу (мішок так ні разу і не підстрибне). Ця разюча різниця колективного поводження гранул є результатом надзвичайно великої кількості швидких непружніх зіткнень між сусідніми частинками.

Прогнозування поведінки гранульованих систем спирається на моделювання їх поведінки за допомогою теоретичних моделей та чисельних розрахунків. Складність полягає у тому що важко здійснити послідовний розрахунок навіть одного акта взаємодії двох частинок, бо реальні частинки мають складну форму та дисперсію у розмірах. Спрощуючи задачу часто приймають, що частинка має форму кулі, а на неї діє низка сил: тобто статичного або динамічного тертя, тяжіння, в'язкопружності, пластичної деформації. Для обчислення сил, що пов'язані з втратою енергії, потрібно знати параметри, що характеризують матеріал частинки, такі наприклад як модуль Юнга. Зауважимо також, що більш менш реалістичне моделювання гранульованих систем пов'язане з урахуванням зіткнень багатьох частинок, і таким чином скажімо чисельний експеримент потребує значних ресурсів машинного часу.

Отже, внаслідок тертя, в'язкопружності та пластичних деформацій енергія гранульованої системи дисипує (тобто не зберігається), таким чином вона не знаходиться у рівноважному стані навіть за умов відсутності будь якого макроскопічного руху. Внаслідок вищезгаданого стандартні методи статистичної фізики не можуть бути безпосередньо задіяні для опису процесів що відбуваються. Моделі суцільного середовища, також виглядають, на перший погляд неадекватними, тому наприклад, що гранульована система є дискретною і виключно анізотропною.

Ці обставини роблять загальний теоретичний опис гранульованих матеріалів водночас складною і інтригуючою задачею. Взагалі кажучи, вона має поширювати концептуальну базу статистичної фізики, наприклад, постулюючи можливий кроссовер до теорії динамічних дисипативних систем, яка ще далека від повного розвитку.

Нагадаємо, для порівняння, що скажімо у випадку теорії рідин, яка набула остаточного формулування завдяки дослідженням Боголюбова, Борна, Гріна, Кірквуда, Івона (ББКГІ), та багатьох інших дослідників ми маємо зовсім іншу проблему: яка полягає в пошуку адекватних математичних методів інтегрування коректно сформульованої задачі у

вигляді зв'язаних ланцюжків нелінійних інтегро-диференціальних рівнянь (система ББКГІ). Важко наперед сказати, яким шляхом легше слідувати, але безумовно, що відсутність базової теорії динамічних дисипативних систем у гранульованих фазах робить дуже актуальним застосування простих наочних моделей та параметричних методів для інтерпретації і порозуміння процесів які діють у таких системах за різних внутрішніх, та зовнішніх умов.

Наприклад, одним з таких підходів альтернативним на перший погляд до теоретичного моделювання є метод молекулярної динаміки (або дискретної комп'ютерної механіки, як його частіше називають). Цей метод полягає в розрахунку руху кожної частинки окремо за допомогою формалізму механіки Ньютона. Сучасний апарат такої комп'ютерної механіки включає моделі граткового газу, клітинних автоматів а також метод Монте Карло.

Дослідження моделей гранульованих систем, що знаходяться у полі тяжіння та віброприскорювань дозволяє отримувати дані про розподіл частинок у просторі та їх динаміку. Одним з цікавих результатів моделювання таких систем є спостерігання явища типу конвекції, яка у залежності від керуючих параметрів (наприклад частоти і амплітуди збурення), а також геометрії вміщуючого контейнера, може бути схожа на конвективний рух рідини.

При дослідженні поведінки гранульованих систем велику увагу приділяють розгляду моделей одновимірних систем, що складаються з великої кількості частинок. Динаміка таких систем відтворює деякі загальні закономірності поведінки гранульованих матеріалів і за певних умов може розглядатися, як сценарій можливої поведінки реальних дисипативних систем. У одновимірному випадку швидкості (v'_1, v'_2) одразу після зіткнення однієї частинки (з номером 1) з іншою (яка має умовний номер 2) пов'язані із швидкостями (v_1, v_2) частинок у момент зіткнення згідно до виразів

$$\begin{aligned} v'_1 &= v_1 - \frac{1+\varepsilon}{2} v_{12}, \\ v'_2 &= v_2 + \frac{1+\varepsilon}{2} v_{12}, \end{aligned} \tag{1.27}$$

де $v_{12} = v_1 - v_2$, це відносна швидкість частинок у момент зіткнення; ε -параметр, який описує непружні втрати енергії (в світовій літературі він носить назву *restitution coefficient*). Якщо $\varepsilon=1$, тоді зіткнення є цілком пружне, якщо $\varepsilon=0$, - цілком непружнє. У разі припинення

надходження енергії до системи, усі частинки зупиняють свій рух після того, як початкова кінетична енергія повністю дисипує в наслідок зіткнень. Тому для того, щоб побачити специфічну динамічну так би мовити, суто "гранульовану" поведінку системи нам потрібно увесь час її збурювати.

Значну увагу притягають до себе дослідження процесів кластеризації у гранульованих матеріалах. За умов початку кластеризації втрачається можливість застосування гідродинамічного підходу до інтерпретації поведінки гранульованих матеріалів. Вельми інтригуючим було з'ясування умов виникнення специфічного типу кластеризації, що отримав назву непружнього колапсу. Сценарії поведінки гранульованого матеріалу у стані колапсу виявляються вельми багатими: від найпростішого до неоднорідного. Зокрема було знайдено, що непружні втрати у гранульованих матеріалах можуть вести до режиму з нескінченим числом зіткнень, на протязі кінцевого проміжку часу. Така послідовність зіткнень залишає частинки так би мовити "угрузлими". Несподіваний аспект кластеризації у дисипативних системах, полягає у тому, що вона, веде до появи довгих, подібних до ниток, щільних конфігурацій частинок, а зовсім не до кластерів із сферичною симетрією у розподілі мас, як можна було б очікувати (див. Рис.1.7б). Відзначається, що симетрія ниткоподібних кластерів нагадує карти щільноти видимого Всесвіту. Може й так. До того ж на великих масштабах, структури, створені внаслідок непружніх зіткнень безумовно можуть також бути відповідальні за коагуляцію, що спостерігається в розподілі зірок чи галактик.

Можливо на думку читача, який ознайомився з вищевикладеним матеріалом цитата Віктора Гюго, приведена на початку параграфу і не виправдується остаточно. Але безумовно, що вивчення гранульованих матеріалів охоплює різноманітну низку явищ, в межах від лабораторного до астрономічного. Незважаючи на зовнішню простоту, ці матеріали показують величезний діапазон складного, нелінійного колективного поводження пояснення якого здається, кидає виклик мудрості науки.

Відповіді на такі питання як: чи є явище щодо непружного колапсу більшим ніж красива теоретична концепція, або ж математичний артефакт; чи має це явище реальні експериментальні підтвердження; чи можна визначити експериментально розходження між непружним колапсом і непружною кластеризацією у загальному випадку, та чисельні інші ще чекають свого часу.

Прогрес у вивчені гранульованих матеріалів призведе не тільки до підвищення адекватності їх застосування у технологічних процесах, а й також до поглиблення порозуміння багатьох зв'язаних явищ які діють як у мікро- так і у макромасштабі.

Деякі ідеї та методи, які розвиваються при дослідженні гранульованих матеріалів також можуть бути застосовані до вивчення

широкого діапазону систем в яких існують метастабільні стани, це хімічно реагуючі системи, колоїдні розчини, та інші.

1.7 Фізика інтернет-мереж

Бурхливий розвиток комп'ютерних мереж та їх інфраструктури робить сучасні інтернет мережі невід'ємною складовою суспільства і довкілля. Окрім сухо технічних аспектів, які звичайно спираються на ті чи інші фізичні принципи, сучасний аналіз свідчить про можливість існування глобальних законів інтернет мереж, які на зовнішній вигляд ізоморфні деяким законам статистичної фізики відкритих систем і немають відношення до сухо обчислювальних чи технічних проблем. Зокрема, особливу увагу привертає ідея існування скейлінгу у морфології інтернет мереж. Насправді, інтернет увійшов до життя людини (і таким чином став невід'ємною складовою довкілля) десь у 1995 році, коли перша електронна мережа була створена для Національного Фізичного фонду США. З тієї пори нові мережі і з'єднання безперервно додавались до цієї структури з боку багатьох тисяч компаній жодна з яких не запитувала дозволу від будь-кого на те щоб це зробити, і жодна з яких не звітувала про наслідки її активності. Можна вважати, що цей неконтрольований і децентралізований процес перетворив розробників мереж з дизайнерів-інженерів на науковців-дослідників. Спробуємо пояснити цю думку.

Попередньо майже усі дослідницькі зусилля, пов'язані з інтернетом були зосереджені на покращенні дизайну, створенні кращих протоколів та підвищенні швидкості компонентів. І лише не так давно, частина вчених наважилася поставити питання: а до чого взагалі призвело створення та бурхливий розвиток інтернету? У спробі знайти відповідь одна думка може мати безумовний зміст. Зокрема, з'явившись як продукт дизайну людства, інтернет здається має значно більше і логічніше відношення до клітинних, екологічних і взагалі кажучи – складних статистичних систем довкілля ніж до комп'ютерних наук. Інакше кажучи інтуїтивно ми відчуваємо, що його властивості природно пов'язані із топологією інтернет мереж, і цей зв'язок відтворюється за допомогою законів імовірнісної геометрії, теорії динамічних систем, тощо. Наприклад певне поширення отримав метод досліджень фізичних (у глобальному сенсі) мереж інтернет, який базується на теорії імовірнісних графів (базова теорія набула розвитку в роботах угорських математиків Р.Ердоша та А.Ренyi, у 60-і роки). Модель вміщує N елементів які пов'язані один до одного з деякою імовірнісною функцією. Для довільних мереж такого типу імовірність для деякого вузла мати певну кількість зв'язків із сумісними описується

розділом Пуассона. Тобто в рамках цієї моделі існує експоненціальна імовірність визначення вузлів із збільшенням числа зв'язків.

З ростом залежності світової економіки від інтернету виникає природне питання: чи в змозі ми підтримувати його працездатність за умов існування джерел пошкоджень, яких неможливо уникнути, скажімо технічних, або дії хакерів. Дослідження вищезазначеного питання привело до зовсім несподіваних на перший погляд висновків. А саме: мережі утримують параметричну стійкість навіть за умов, коли досить велика кількість ланок пошкоджені або зовсім виведені з дії. І вже цілком несподіваним виявився той факт, що знайдена стійкість мереж до пошкоджень її інфраструктури не має відношення до використання вдалих протоколів, які більш оптимально комутують пакети що незасилаються.

На шляху з'ясування такої толерантності інтернет мереж до помилок, з'явилася точка зору яка полягає в залученні фізики до порозуміння суто властивостей такого важливого, хоча і штучного елементу довкілля яким сьогодні виступає інтернет. Одна з перших ідей, яка прийшла на думку полягала в порівнянні інфраструктури інтернет мережі із переколяційним кластером, який є типовим об'єктом статистичної фізики конденсованого стану.

Зокрема, з сучасної теорії переколяції витікає, що якщо ми почнемо випадково (у статистичному сенсі) руйнувати окремі сполучення (сегменти), які створюють морфологію кластера, то існує деяке критичне значення густини сегментів, нижче якого система розпадається на низку островків-доменів, що існують окремо і не мають поєднань, переходів або дотиків.

Перші дослідження начебто виявили розходження спостерігаємої топологічної толерантності інтернет-кластера з передбаченнями теорії переколяції (зокрема збурення навіть 80% числа сегментів залишало кластер компактною структурою). Але подальші уточнення привели до розуміння, що за умов чисельного значення експоненти, що визначає компактність кластеру, яке не перевищує трьох, границя (критерій фрагментації) втрати компактності дорівнює одиниці.

Тобто, на прикладі топології інтернет мереж ми маємо близьку і наочну демонстрацію системи, яка не може бути переведена до некомпактного стану за допомогою випадкових збурень (руйнування кінцевого числа сегментів). Інколи такі системи називають системами з неоднорідною топологією, або ж системами, для яких не існує поняття звичайного масштабу у евклідовому просторі.

Наведений приклад далеко не одиничний серед низки унікальних властивостей які проявляє довкілля якщо штучно поновлювати його новими елементами ускладнюючи структуру. Деякі інші приклади будуть наведені у подальшому (див. розділ 3.6).

ГЛАВА II

ФІЗИКА РАДІАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ У ЗАСТОСУВАННІ ДО ПРОБЛЕМ ДОВКІЛЛЯ

Вплив іонізуючої радіації на людину та довкілля цікавив світову науку з моменту відкриття та з перших кроків застосування радіоактивного випромінювання. Світове суспільство проявляє серйозну стурбованість з приводу впливу іонізуючих випромінювань на людину та навколошнє середовище з початку 50-х років. Це не випадково, так як само у цей час винахідники зіткнулися з масштабними негативними ефектами від радіації. Справа не тільки у тому, що у всіх в пам'яті були ще свіжі страхіття бомбардування Хіросіми та Нагасакі, але й тому, що внаслідок випробувань ядерної зброї у повітрі, радіоактивний матеріал штучного походження почав розповсюджуватися по усій земній кулі. Про вплив радіоактивних опадів на людину та навколошнє середовище було відомо в той час дуже мало, висловлювались лише чисельні гіпотези.

Випробування ядерної зброї, використання радіоактивних матеріалів у різних сферах промислової діяльності, медицині, а також транспортування, збереження та схов радіоактивних відходів - безперечно є актуальними проблемами для всього людства на сьогоднішній день. Серед питань, які створюють науковий інтерес, небагато таких що притягають до себе настільки постійну увагу громадськості та викликають так багато спречань, як питання про дію радіації на людину та довкілля. При великих дозах радіація викликає серйозні пошкодження тканин, а при малих може взввати рак та індукувати генетичні дефекти, які, можливо, виявляться у наступних поколіннях.

Інтенсивність та напрямок процесів міграції радіонуклідів у довкіллі визначається сукупністю навколошніх умов, до яких вони потрапляють: геоморфологічною спорудою місцевості, типом рослинності, фізико-хімічними властивостями ґрунту та їх генетичною будовою, гідрологічними та кліматичними умовами, а також властивостями самих радіонуклідів, формами їх надходження та знаходження у ґрунті, повітрі, гідросфері.

У наслідок взаємодії випромінення з речовиною, зазвичай відбувається іонізація тканин, хоч механізм впливу радіації на тканини людини ще недостатньо вивчено, вважається, що ця іонізація супроводжується особливими хімічними процесами у тканинних клітинах. Чутливість різних типів клітин дуже варіює, і якщо доза випромінювання

мала, то пошкоджена тканина може відновлювати свої функції, причому нормальнє відновлення полягає у заміні пошкоджених клітин новими.

Загальний ефект опромінення суттєво залежить від того, чи отримана разова велика доза, чи серія менших доз, а також, - чи опромінюється увесь організм цілком, або частина його. Опромінення великою дозою всього тіла викликає серйозне захворювання, а якщо доза особливо велика, - смерть. Доза, яка діє на невелику ділянку тіла, може викзати лише почервоніння шкіри, можливу виразку і випадіння волосся. Така ж сумарна доза на усе тіло, але розподілена більш чи менш рівномірно протягом усього життя не викликає помітного ефекту. Проте, дуже великі локальні дози, наприклад при опроміненні рук пучком рентгенівських промінів під час роботи з рентгенівською трубкою, можуть бути причиною радіаційних опіків, які повільно загоюються та викликають тривалі виразки. З іншого боку, хронічне переопромінення усього організму чи деяких частин його, навіть на порівняно низькому рівні, дає віддалені ефекти, такі як рак чи катаракта очей.

Крім того, воно викликає ще й генетичний ефект внаслідок зміни відтворювання клітин, що може вплинути на нашадків опроміненої людини. Такі зміни постійно зустрічаються у природні, причому деякі з них корисні, другі - шкодливі. Корисні мають тенденцію до збереження у наступних поколінь та, проявляючись лише у частині населення не виявляються, якщо не лічити тривалого пристосування цих груп осіб до їх оточення. Шкідливі ж зміни, звичайно, не передаються за спадком у зв'язку ранньої смерті чи неспроможності до відтворювання. Однак, повторювання такого роду мутацій призводить до рівноважного рівня осіб з цими ж ознаками хвороби серед населення. Опромінення статевих органів підвищує імовірність мутацій, але при помірних дозах ця імовірність настільки мала, що непомітна, доки розглядаються окремі індивідууми. Однак, імовірність цих мутацій зростає пропорційно населенню, і навіть дуже слабка середня доза того ж порядку, що і природний фон, може викликати значне збільшення кількості вражених осіб. Слід відмітити, що існує середня доза опромінення населення, яка впливає на вказаний рівень дефективних випадків, що пояснює непокоєння генетиків, як у зв'язку з широкою розповсюдженням опроміненням невеликими дозами, так і у зв'язку з різким збільшенням числа осіб, які отримують середні дози опромінення.

Але для основної маси населення найбільш небезпечні джерела радіації – не ті, про які більш усього говорять, тобто – штучні. Найбільшу дозу людина отримує від природних джерел радіації. Радіація, пов'язана з розвитком атомної енергетики, складає лише малу частину радіації, що обумовлена діяльністю людини; значно більші дози ми отримуємо від інших форм цієї діяльності, наприклад від застосування рентгенівських

променів у медицині. Крім того, такі форми повсякденної діяльності, як спалювання вугілля та використовування повітряного транспорту, особливо ж постійне перебування у добре герметизованих приміщеннях, можуть привести до значного збільшення рівня опромінення за рахунок природної радіації. Найбільші резерви зменшення радіаційного опромінення населення криються саме у таких “безпечних” формах діяльності людини.

Подібно іншим видам промислової діяльності, використання ядерної енергії супроводжується виникненням шкідливих факторів, потенційно небезпечних для людини та навколишнього середовища. Розвиток ядерної енергетики приніс для людства і нову турботу – турботу про запобігання забруднення навколишнього середовища радіоактивними продуктами поділу урану та плутонію.

Одним з шляхів оцінки радіаційних умов є розробка на основі аварійних меж доз, похідних рівнів втручання або дії, перевищенння яких призводить до опромінення населення вище рівня доз, які були встановленні у якості критерію прийняття рішень. У якості таких можуть бути використані часові інтервали об'ємної активності у повітрі, воді водойм, поверхневе забруднення ґрунту, інтеграл концентрації або пікової концентрації радіоактивності у молоці, питома активність трави пасовища та косовиць та т. і. Кожний такий похідний рівень, звичайно, характеризує свій шлях опромінення і встановлюється для кожного радіонукліда окремо. Головним документом, регламентуючим допустимі рівні радіоактивного забруднення, а також рівні втручання у випадку аварії на радіоактивних об'єктах є норми радіаційної безпеки України (НРБУ-97). НРБУ-97 включає систему принципів, критеріїв, нормативів і правил, виконання яких являється обов'язковою нормою у політиці держави по забезпеченням протирадіаційного захисту людини та радіаційної безпеки. НРБУ-97 розроблені відповідно до головних положень Конституції і Законів України «Про забезпечення санітарного та епідеміологічного добробуту населення», «Про використання ядерної енергії та радіаційної безпеки», «Про поводження з радіоактивними відходами». При розробці НРБУ-97 були взяті до уваги:

- рекомендації Міжнародної комісії по радіаційному захисту (МКРЗ), видані у 1989-1996 рр.;
- Міжнародні основні норми безпеки для захисту від іонізуючого випромінювання і безпеки джерел випромінювання (МАГАТЕ, 1994, 1996, 1997, Серія «Безпека» № 115) та інші публікації МАГАТЕ серії «Безпека»;
- Позитивний досвід застосування «Норм радіаційної безпеки (НРБ-76/87)»;
- окремі положення Норм радіаційної безпеки Російської Федерації

- (НРБ-96);
- Нормативно-технічний документ «Критерії для прийняття рішення про методи захисту населення у випадку аварії ядерного реактору» (1991);
- Важливіші наукові розробки вітчизняних та закордонних дослідників у галузі протирадіаційного захисту і радіаційної безпеки, а також у суміжних галузях.

У порівнянні з попередніми НРБ-76/87, які діяли у нашій країні до 1998 р., в цьому документі запроваджені такі сучасні концептуальні положення:

- концепція ефективної дози;
- нова система обґруntування допустимих рівній з використанням дозиметричних моделей з віково-залежними параметрами;
- дві групи категорій опромінених осіб (персонал і населення);
- система чотирьох груп радіаційно-гігієнічних нормативів;
- норми, які торкаються обмеження опромінення при нормальній практичній діяльності;
- нормування аварійного опромінення населення;
- нормування опромінення від техногенно-посилених джерел природного походження;
- основи обмеження медичного опромінення.

НРБУ-97 є одним з головних документів, регламентуючих роботу екологів і радіоекологів, так як містить основні положення та допустимі норми радіаційної безпеки, містить великий довідний матеріал, уніфікує позначення, дає вичерпний перелік можливих аварійних ситуацій та обґруntованих контрзаходів.

2.1 Вступні зауваження

Картина опису об'єктів радіоекології буде неповною, якщо не звернутися до перших фізичних принципів, які полягають в основі теорії атомних ядер та ядерних реакцій, а також їх взаємодії з речовиною [27-29]. За подробицями що до питань які належать до радіоекології ми відсилаємо читача до [8].

Отож процеси, які виникають при проходженні частинок крізь речовину, мають важливе практичне значення не тільки для ядерної фізики, але і для стичних до неї галузей науки і техніки, серед яких радіоекологія виступає як вважається однією з самих значних. Без доброго знання ціх процесів неможливо зрозуміти методи реєстрації випромінювань або,

наприклад, розрахувати товщину бетонної стіни для радіаційного захисту від ядерних випромінювань прискорювача частинок.

Розглянемо проходження заряджених частинок і γ -квантів, енергії яких на декілька або на багато порядків перевищують середню енергію зв'язку електронів атомах, яку називають середнім іонізаційним потенціалом \bar{I} . Для величини \bar{I} виконується емпіричне співвідношення

$$\bar{I} \approx 13,5 \cdot Z \text{ eV} \quad (2.1)$$

Будемо розглядати проходження крізь рідину частинок з енергіями від $0,01 \div 0,1$ MeВ і вище майже до тисяч GeВ. Найбільший інтерес представляє інтервал енергій від декількох KeВ до 10 MeВ. Енергії у всій цій області називають високими, розумія під тим при цьому, що вони великі у порівнянні з \bar{I} .

Загальна картина проходження частинок високої енергії крізь речовину надзвичайно складна. Частинки зіштовхуються з електронами, які находяться на різних оболонках, розсіюються кулонівськими полями ядер, а при достатньо великих енергіях викликають різні ядерні реакції. Крім того, при достатньо високих енергіях частинок виникають різноманітні другорядні ефекти. Наприклад, як ми побачимо нижче, пучок високоенергетичних електронів породжує в речовині потужний потік другорядних γ -квантів, які необхідно ураховувати при розрахунку, скажімо, радіаційного захисту. Це, однак, зовсім не свідчить про те, що процеси проходження крізь речовину зовсім не підлягають розрахунку. Цілий ряд параметрів, які характеризують ці процеси, вдається доволі точно розрахувати або хоча б оцінити. Цьому сприяють наступні причини.

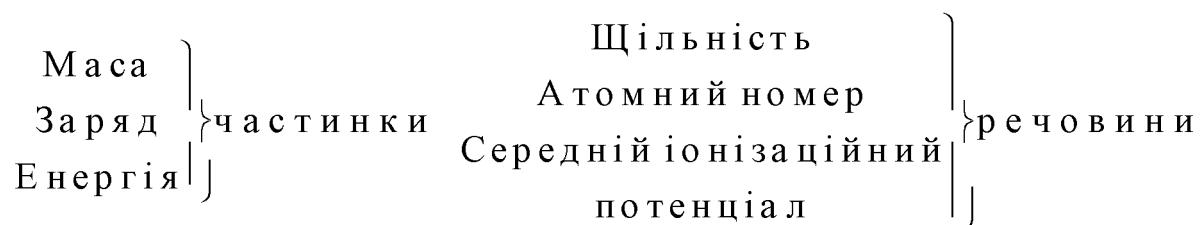
По-перше, при проходженні заряджених частинок і γ -квантів крізь речовину головну роль відіграють достатньо добре вивчені електромагнітні взаємодії. Роль ядерних взаємодій в більшості випадків мала внаслідок короткодіючого характеру ядерних сил, а також завдяки тому, що електронів в речовині набагато більше, ніж ядер.

Друге серйозне спрощення виникає за рахунок того, що енергія частинок, які розсіюються, значно перевищує енергію зв'язку електронів в атомах. Це частково дозволяє знехтувати енергіями зв'язку електронів речовини з атомами, тобто трактувати ці електрони як вільні в момент зіткнення з пролітаючою частинкою. Там, де це суттєво, взаємодію електронів з ядрами можна з достатньою точністю описати, вважаючи, що кожний електрон має енергію зв'язку, що дорівнює середньому іонізаційному потенціалу (2.1).

При розгляданні конкретних процесів можливі і додаткові цілком реалістичні спрощуючи сценарії, характерні для окремих визначених процесів.

Багато які величини, що визначають процес проходження, не піддаються точному розрахунку внаслідок складності фізичної картини. Такі величини визначаються дослідним шляхом. Але і в цьому випадку необхідно хоча б якісно зрозуміти головний механізм процесу, знати, які саме експериментальні константи треба визначити, щоб отримати необхідну інформацію.

Подивимося тепер, які фактори визначають переріз процесу проходження частинок крізь речовину. З попередніх міркувань слідує, що головну роль повинні грати наступні характеристики частинок і речовини:



Зауважимо, що тут перелічено далеко не всі властивості частинок і речовини. Для процесів проходження несуттєві, наприклад, спін частинки, температура, твердість речовини (так, захисні властивості графіту і алмазу еквівалентні).

Внаслідок переважної ролі електромагнітних процесів проходження заряджених частинок і γ -квантів крізь речовину є синтетичним розділом атомної і ядерної фізики. Але пробні частинки володіють енергіями, які є характерними для ядерної фізики. Тому з процесами проходження винахідники зітхаються при вивчені або використанні саме ядерних випромінювань.

За механізмами проходження крізь речовину частинки можна поділити на три групи: 1) важкі заряджені частинки; 2) легкі заряджені частинки, і 3) γ -кванти. До легких заряджених частинок ми відносимо електрони і позитрони, до важких - усі інші. При переході від однієї групи частинок до другої характер проходження якісно змінюється.

Для інших (відмінних від γ -квантів) нейтральних частинок електромагнітна взаємодія або повністю відсутня (у випадку нейтрино, наприклад), або дуже мала. Великий практичний інтерес представляє взаємодія з речовою інтенсивних потоків нейtronів. Ці процеси в основному не атомні, а ядерні. Нейтрино чутливі тільки до слабких ядерних взаємодій, так що ці частинки можуть вільно проходити в речовині

астрономічні велики відстані. Тому питання про проходження потоків нейтрино крізь речовину цікаве головним чином для астрофізики.

2.2 Проходження важких заряджених частинок крізь речовину

Основний механізм взаємодії важких заряджених частинок високої енергії з речовою такий. Частинка, яка пролітає крізь речовину, "розштовхує" атомні електрони своїм кулонівським полем. За рахунок цього частинка поступово втрачає енергію, а атоми або іонізуються, або збуджуються. Розгубив свою енергію, частинка „зупиняється". Через далекодіючий характер кулонівських сил пролітаючи частинка встигає "розштовхнути" дуже велику кількість електронів.

Сама пролітаюча частинка при зіткненні з окремим електроном мало відхиляється від свого шляху внаслідок її великої маси (у порівнянні з масою електрона). До того ж, навіть малі відхилення майже цілком компенсують один одного при величезному числі хаотично орієнтованих зіткнень. Тому траєкторія тяжкої зарядженої частинки в речовині практично прямолінійна.

Основними фізичними величинами, що характеризують проходження важких частинок, є втрата енергії $-\frac{dE}{dx}$ на одиницю шляху та повний

пробіг R частинки в речовині. Частинка може втрачати енергію різними способами (зіткнення з електронами, кулонівські зіткнення з ядрами, ядерні зіткнення та т.п.). Відповідно повні втрати одержуються підсумуванням втрат, обумовлених різними механізмами. Для важких заряджених частинок основними є втрати за рахунок іонізації та збудження атомних електронів речовини. Ці втрати об'єднуються під загальною назвою іонізаційних (ми будемо розглядати тільки іонізаційні втрати).

Величину іонізаційних втрат можливо розрахувати. Наприклад, припускаючи, що:

а) діє класичний (неквантовий) опис процесу зіткнення частинки з електроном. Відповідно з співвідношенням невизначеностей Гейзенберга, неквантове розглядання застосовується при достатньо великих прицільних параметрах зіткнення b та імпульсах p налітаючої частинки

$$pb \gg h. \quad (2.2)$$

б) швидкості атомних електронів середовища настільки малі у порівнянні зі швидкістю налітаючої частинки, що ці електрони практично

не рухаються з місця на протязі часу зіткнення. Для цього необхідно, щоб і швидкість електрона в атомі, і швидкість, набута електроном при зіткненні, були б значно менше швидкості налітаючої частинки. Ця умова накладає достатньо жорсткі обмеження знизу на енергію E налітаючої частинки:

$$E >> \frac{M}{m} E_{\text{ел}} \quad (3.3)$$

де M - маса частинки, m - маса електрона, $E_{\text{ел}}$ - енергія електрона в атомі. Вкажемо, що навіть в такому легкому ядрі, як кисень, середня кінетична енергія електронів К-оболонки має порядок 0,5 кeВ, так що енергія налітаючої α -частинки повинна перевищувати 2 MeВ.

в) електрони рідини трактуються як вільні (тут ми нехтуємо енергіями їх зв'язку з атомами).

Імовірно, що перші два припущення стають несправедливими при дуже малих параметрах зіткнення, а останні, навпаки, при дуже великих. У рамках цих трьох припущень величина іонізаційних втрат може бути розрахована за допомогою формули Бора:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi z^2 e^4 n}{m \vartheta^2} \ln \frac{m \vartheta^2}{I(1 - \beta^2)}. \quad (2.4)$$

Інколи користуються більш точною формuloю виду:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi z^2 e^4 n}{m \vartheta^2} \left\{ \ln \frac{2m \vartheta^2}{I(1 - \beta^2)} - \beta^2 \right\}. \quad (2.5)$$

Тут $-\frac{dE}{dx}$ - підсумкова зміна енергії частинки на одиницю шляху; n - щільність електронів у "гальмуючому" середовищі; I - середній іонізаційний потенціал; $\beta = 1 - \vartheta / c$; (m та ϑ - відповідно маса та швидкість частинки, c - швидкість світла) яка дозволяє якісно, а частково і кількісно, описати характерні риси процесу гальмування важких заряджених частинок у речовині в широкій області енергій від декількох MeВ до десятків та сотень GeВ.

З формул (2.4)-(2.5) видно, що іонізаційні втрати визначаються невеликим числом фізичних величин - швидкістю та зарядом частинки, а також числом електронів у одиниці об'єму і середнім іонізаційним потенціалом речовини. При цьому залежність від середнього іонізаційного потенціалу логарифмічна, тобто доволі слабка. Число електронів у одиниці об'єму n пропорційно густині ρ речовини:

$$n = \frac{Z\rho N}{A} \quad (2.6)$$

Тут N - число Авогадро, A - атомна вага, Z - число електронів у атомі. Таким чином, втрати прямо пропорційні густині речовини. Звідси, зокрема,

слідує що величина $-\frac{dE}{d(\rho x)}$ - приблизно однакова для усіх речовин.

Величину ρx , яка має розмірність $\text{г}/\text{см}^2$, тут зручно прийняти за одиницю довжини. Наприклад, в цих одиницях зазвичай розраховується товщина захисту від радіоактивних випромінювань. Далі відмітимо сильну залежність втрат від швидкості. При цьому в протилежність силам опору у газах і рідинах втрати тим більше, чим нижче швидкість. Тому скажімо треки частинок у камері Вільсона або у фотоемульсії різко стовщуються на кінцях. При дуже великих енергіях швидкість наближається до своєї верхньої границі ($\theta \rightarrow c$), так що вираз перед логарифмом наближається (з верху) до константи. Зате логарифм (2.4), (2.5) зростає, хоч і повільно, внаслідок спадання множника $(1 - \beta^2 \rightarrow 0)$ у знаменнику під знаком логарифму. Тому на кривій втрат - енергія має мінімум, який розташовується приблизно при $E = mc^2$, де m - маса частинки. Таким чином логарифмічне зростання втрат з ростом енергії є суттєво релятивістським ефектом.

У формулу Бора (2.4) не входять маса, енергія частинки. Тому при одній і тієї ж швидкості, втрати скажімо, для піона і протона, однакові. Виразимо тепер в цій формулі швидкість через енергію і масу частинки (нерелятивістський випадок):

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi z^2 e^4 n M}{Em} \ln \frac{2mE}{h\omega M}. \quad (2.7)$$

З (2.7) видно, що при нерелятивістських швидкостях втрати при одній і тієї ж енергії з достатньою точністю пропорційні масі. Тому треки у

важких частинках товщі та коротші, чим у легких. Відзначимо, що квадратична залежність втрат від заряду частинки на практиці рідко буває суттєвою, так як у більшості випадків пролітаючи частинки мають один і той же одиничний заряд (в одиницях елементарного заряду). Але саме завдяки цієї залежності α -частинки та особливо багатократно заряджені важкі іони дуже сильно гальмуються у речовині.

Формула Бора (2.4) перестає бути справедливою при дуже малих та дуже великих енергіях частинки. При цьому в обох випадках реальні витрати виявляються менше розрахованих. При малих швидкостях налітаючих частинок, коли

$$\vartheta \leq u$$

де u - середня швидкість руху електрона у атомі, стає суттєвим ефект перезарядки. Цей ефект полягає в тому що пролітаюча частинка захоплює (а інколи, навпаки, втрачає) електрони. Перезарядження у середньому приводить до зменшення іонізаційних втрат. Наприклад, повільний протон, захопивши електрон стає нейтральною (правда, порівняно громіздкою) системою, що одразу ж знижує втрати. Особливо сильно ефект перезарядки проявляється для важких багатократно заряджених іонів, таких як шестикратно заряджений (тобто, утративший шість електронів) іон кисню. Такі іони захоплюють електрони і до того ж мають відносно великі енергії при низьких швидкостях. Завдяки перезарядці при зменшенні енергії частинки втрати досягають максимуму і з подальшим зменшенням швидкості трохи зменшуються (Рис.2.1)

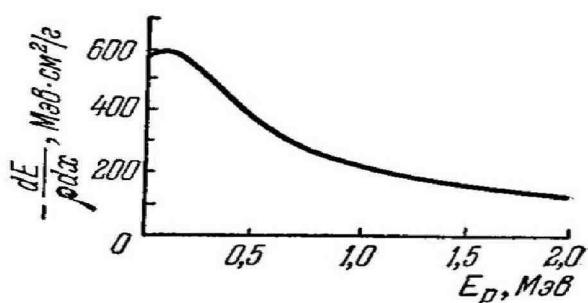


Рисунок 2.1. Крива іонізаційних втрат $-\frac{dE}{d(\rho x)}$ протона у повітрі (ρ - густина повітря).

При дуже високих енергіях починає проявлятися ефект електричної поляризації середовища під дією поля частинок. Поляризація приводить до

різкого зменшення або, як говорять, до екранування поля частинки та тим самим до зменшення втрат. При нерелятивістських швидкостях частинки радіус екранування (тобто відстань, починаючи з якої поляризація середовища компенсує поле частинки), перевищує розміри атома. У цьому випадку екранування проявляється лише на відстанях, де іонізаційних втрат немає. Але в ультрарелятивістському випадку поле частинки сплющується, стає дуже неоднорідним. Внаслідок - поляризація починає проявлятися на відносно малих відстанях. Точний кількісний розрахунок явищ поляризації та особливо перезарядження є досить складним. Тому зазвичай для кількісного врахування цих явищ користуються емпіричними співвідношеннями які зв'язують пробіг і енергію.

Втративши всю енергію, частинка „зупиняється” (під „зупинкою” ми розуміємо звичайно не локалізацію). Відстань, пройдена частинкою в речовині, називається пробігом . Пробіг R визначається формулою

$$R = \int_{E_0}^0 \frac{dE}{\frac{dE}{dx}}, \quad (2.8)$$

де E_0 - початкова енергія частинки. Користуючись (2.4), для пробігу отримуємо вираз

$$R = \frac{M}{Z^2} f(\vartheta), \quad (2.9)$$

де функція $f(\vartheta)$ - для заданої речовини однакова для усіх частинок. Якщо знехтувати слабкою логарифмічною залежністю від швидкості, то функція $f(\vartheta)$ буде пропорційна ϑ^4 ; отже,

$$R \sim \vartheta^4 \quad (2.10)$$

Однак, формула (2.4) перестає бути справедливою при малих енергіях налітаючих частинок. Тому дійсний пробіг залежить від енергії частинки і від типу речовини більш складним чином ніж це диктується формулами (2.9)-(2.10). Уточнити вираз для пробігу можна наприклад, наступним чином. Розділимо повний пробіг на дві частини: пробіг до того моменту, коли стає суттєвим ефект перезарядження, та остаточний пробіг. Очевидно,

що друга частина пробігу не залежить від початкової енергії, і скажімо дорівнює деякій сталій С. Значення сталої С звичайно різне для різних частинок та різних речовин і визначається дослідним шляхом. Для першої виділеної частини пробігу виконується співвідношення (2.9), де функція $f(\vartheta)$ залежить (причому слабко) тільки від роду речовини, але не від сорту налітаючих частинок. Вираз для повного пробігу тепер прийматимемо наступний вигляд

$$R = \frac{M}{Z^2} f(\vartheta) + C. \quad (2.11)$$

Експериментальне значення сталої С для, скажімо, пробігів протонів та α -частинок у повітрі при кімнатній температурі та нормальному тиску дорівнює 0,7 см. Нарешті, для орієнтації у порядках величин визначимо, що у алюмінії пробіг протону з енергією 5 MeV дорівнює 0,06 мм, а з енергією 10 MeV - 0,17 мм.

2.3 Проходження легких заряджених частинок крізь речовину

Проходження електронів та позитронів крізь речовину якісно відрізняється від проходження решти заряджених частинок. Головною причиною цього є відносна малість мас електрона та позитрона. Нагадаємо, що серед решти заряджених частинок найлегшою є мюон, маса якого у 200 разів більше електронної. Внаслідок малої маси для електрона (позитрона), що налітає, зміни імпульсу при кожному зіткненні у речовині відносно велике. А це у свою чергу приводить до того, що електрон, по-перше, може значно відхилятися від початкового напрямку руху, і, по-друге, може породжувати при зіткненнях кванти електромагнітного випромінювання. Перший з тільки що згаданих ефектів проявляється у тому, що електрон рухається у речовині не по прямій. Внаслідок другого ефекту для електронів стають суттевими радіаційні втрати, тобто втрати енергії на електромагнітне випромінювання.

Крім того, при зіткненні налітаючого електрона з електронами речовини проявляються так звані обмінні ефекти, які виникають внаслідок тотожності електронів, що зітхаються. Обмінні ефекти мають суттєво квантове походження. Практично їх вплив на процес проходження не дуже великий. При проходженні позитронів обмінні ефекти не виникають, але стають можливими процеси анігіляції налітаючого позитрона з електроном речовини. Відносна роль анігіляційних ефектів також невелика. Тому за

зовнішніми параметрами процес гальмування приблизно однаковий для електронів та позитронів.

У подальшому в цьому параграфі ми для визначеності будемо говорити про електрони, тому що з позитронними пучками на практиці зітхтаються значно ріже, ніж з електронними.

Механізм іонізаційних втрат для електронів взагалі такий же, як і у інших заряджених частинок. Ці втрати описуються виразом

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi e^4 n}{m\vartheta^2} \left\{ \ln \frac{m\vartheta^2 E}{2\bar{I}^2(1-\beta^2)} - (2\sqrt{1-\beta^2} - 1 + \beta^2) \ln 2 + \right. \\ \left. + 1 - \beta^2 + \frac{1}{8}(1 - \sqrt{1-\beta^2})^2 \right\} \quad (2.12)$$

де під E розуміємо релятивістську кінетичну енергію електрона:

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}} - mc^2$$

При нерелятивістських енергіях $\beta \ll 1$, формула (2.12) виглядає наступним чином:

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{4\pi e^4 n}{m\vartheta^2} \ln \frac{m\vartheta^2}{2\bar{I}}. \quad (2.13)$$

В ультрарелятивістському випадку $E \gg mc^2$, формула (2.12) буде мати вигляд

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi e^4 n}{mc^2} \left\{ \ln \frac{E^2}{2\bar{I}^2 \sqrt{(1-\beta^2)}} + \frac{1}{8} \right\} \quad (2.14)$$

На відміну від важких частинок електрон є ультрарелятивістською частинкою вже при енергії в декілька MeV, тому для електронів на практиці важливі обидва ці граничні випадки (так як гранична енергія mc^2 дорівнює 0,5 MeV).

Розглянемо іонізаційні втрати для електронів та для важких заряджених частинок.

Перш за все зауважимо, що множники перед фігурною дужкою у (2.5.) та в (2.12) однакові. Це означає, що при однаковій швидкості втрати приблизно дорівнюють одна одній для однократно заряджених частинок з довільними масами. У тому числі, наприклад, для протонів і для електронів. Так, при $\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 10$ іонізаційні втрати електрона та протона

відрізняються усього на 5 %. Втрати при одній і тій же енергії у нерелятивістському випадку, пропорційні масі частинки. Таким чином, втрати для протона низької енергії приблизно у 2000 разів перевищують втрати для електрона тієї ж енергії. Ця різниця дуже важлива на практиці, особливо для методів реєстрації заряджених частинок. Наприклад, у ядерних фотоемульсіях протон з енергією у 5 MeV оставляє виразний слід, а електрон такої ж енергії практично непомітний. Але при високих енергіях ситуація суттєво змінюється. Швидкість β наближається до своєї межі c , і вираз перед фігурними дужками у (2.5.) і у (2.12) перетворюється в константу. Залишається суттєвою лише залежність від енергії (чи, що те ж саме, від $\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$) під логарифмом. Тому іонізаційні втрати для ультрарелятивістських частинок майже не залежать від енергії частинок, і від їх мас. Наприклад, при енергії 10 ГeВ

$$\frac{(-dE/dx)_{\text{ел}}}{(-dE/dx)_{\text{прот}}} \approx 2 ,$$

тобто різниця мас у 200 разів змінює втрати всього у двоє разів. Тому релятивістські частинки (наприклад, у бульбочковій камері) важко відрізнити один від одного по товщині треків, так як треки усіх заряджених релятивістських частинок мають практично однакову товщину.

Заряджена частинка, яка рухається з прискоренням, обов'язково випромінює електромагнітні хвилі. Тому заряджена частинка випромінює при зіткненні з частинками речовини, крізь яку вона проходить. Це випромінювання називається гальмівним. Втрати енергії частинки на гальмівне випромінювання називають радіаційним.

Послідовний релятивістський квантовий розрахунок приводить до наступної простої формули для величини $\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}}$ радіаційних втрат.

$$\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}} = \frac{E}{t_r}, \quad (2.15)$$

де t_r - стала, яка називається радіаційною довжиною. Радіаційна довжина залежить від роду речовини. Так, для повітря $t_r = 3,3 \text{ м}$, для свинцю $t_r = 0,5 \text{ см}$.

Так як згідно (2.15) радіаційні втрати лінійно зростають з енергією, то, починаючи з деякої критичної енергії корисно наблизене співвідношення

$$\frac{\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}}}{\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{іоніз}}} \approx \frac{ZE(\text{MeB})}{800}. \quad (2.16)$$

З цієї формулі витікає, що радіаційні втрати перевищують іонізаційні при $E \gg \frac{800}{Z} \text{ MeB}$. В області енергії, у якій радіаційні втрати є основними, співвідношення (2.15) можливо проінтегрувати та отримати, що енергія електронів високої енергії експоненціально зменшується при проходженні крізь речовину:

$$E = E_0 e^{-x/t_r}.$$

Радіаційні довжини для ряду речовин наведені у Таблиці 1.

Таблиця 1.
Радіаційні довжини та критичні енергії для різних речовин

Речовина	Радіаційна довжина t (в $\text{г}/\text{см}^2$)	$E_{\text{кр}}$, (MeB)	Речовина	Радіаційна довжина t (в $\text{г}/\text{см}^2$)	$E_{\text{кр}}$, (MeB)
H	63,1	340	Al	24,0	47
He	94,3	220	Fe	13,8	24
C	42,7	103	Cu	12,9	21,5
Повітря	36,2	83	Pb	6,4	6,9

Розглянемо зараз питання про шляхи, які проходить електрон у речовині. При невеликих енергіях, тобто у тій області, де переважають іонізаційні втрати, шлях електрона не буде прямолінійним, оскільки повна релятивістська маса падаючого електрона по порядку величини ще близька до маси атомного електрона. Тому поняття пробігу для електрона даної енергії у даній речовині не є однозначним. Ця неоднозначність ілюструється на рис. (2.2.) та (2.3.) На цих рисунках зображена залежність числа частинок, минулих крізь шар речовини, від товщини цього шару.

Як бачимо, для важких частинок крива цієї залежності спочатку іде горизонтально (усі частинки проходять шар наскрізь), а при товщині, рівної пробігу різко спадає до нуля. Для електронів ця крива повільно падає із збільшенням товщини.

Для електронів вводять дві величини, відповідні пробігу: максимальний пробіг та середній пробіг. Максимальним (чи, як іноді кажуть екстрапольованим) пробігом називається мінімальна товщина шару речовини, в якій затримуються усі електрони. Очевидно, що максимальний пробіг співпадає з повним, звичайно криволінійним шляхом, який електрон проходить у речовині. Середнім пробігом називається товщина шару, яку проходить електрон у середньому. На практиці більш зручною величиною є максимальний пробіг. Теоретично розрахувати максимальний пробіг R_{\max} важко. Тому для оцінок звичайно користуються таблицями та напівемпіричними формулами. Наприклад, для моноенергетичних електронів з енергіями $E < E_{\text{крит}}$ добре діє проста формула

$$R_{\max} = 0,526E - 0,24, \quad (2.17)$$

де енергія E виражена в MeV, а R_{\max} в $\text{г}/\text{см}^2$.

Для практичних цілей важливо знати середньоквадратичний кут $\sqrt{\vartheta^2}$ відхилення електрона від початкового шляху після проходження шару речовини. При проходженні тонкої фольги, середній кут відхилення є пропорційним квадратному кореню з товщини x фольги та може бути розрахований за формулою

$$\sqrt{\vartheta^2} = \frac{21}{p \cdot \vartheta / c} \sqrt{\frac{x}{t_r}}, \quad (2.18)$$

При проходженні товстої фольги ситуація змінюється. Якісна картина тут така. Спочатку швидкий електрон летить, майже не відхиляючись, але поступово втрачає енергію. Із зменшенням енергії відхилення від початкового напрямку стає більш помітним. Кутовий розподіл електронів у цієї області має гаусівську форму

$$n(\vartheta) d\vartheta \sim \exp\left(-\frac{\vartheta^2}{2\bar{\vartheta}^2}\right) d\vartheta .$$

При подальшому зменшенні енергії (відповідно зростанню числа зіткнень) відхилення стають настільки потужними та частими, що електрони “забувають” про початковий напрямок руху та починають рівномірно дифундувати в усі сторони. На цій стадії середньоквадратичний кут відхилення вже перестає залежати від товщини фольги. Наприклад, для алюмінію цей граничний кут дорівнює 30° .

2.4 Проходження γ -квантів крізь речовину

До γ -випромінювання відносять електромагнітні хвилі, довжина яких значно менше міжатомних відстаней:

$$\lambda \ll a ,$$

де a має порядок 10^{-8} см. У корпускулярній картині це випромінювання являє собою потік частинок, які називають γ -квантами. Нижня межа енергії γ -квантів

$$E = 2\pi hc / \lambda$$

має порядок десятків кеВ. Природної поверхневої межі енергії немає.

Подібно до заряджених частинок (та на відміну від нейтронів), пучок γ -квантів поглинається речовиною в основному за рахунок електромагнітних взаємодій. Однак механізм цього поглинання суттєво інший. По-перше, γ -кванти не мають електричного заряду та тим самим не підлягають впливу далекодіючих кулонівських сил. Взаємодія γ -променів з електронами відбувається у областях з радіусом порядку 10^{-11} см, що на три порядки менше міжатомних відстаней. Тому γ -кванти при проходженні крізь речовину порівняно рідко зітхаються з електронами та ядрами, але

зате при зіткненні, як правило, різко відхиляються від свого шляху, тобто практично вибувають з пучка. Друга особливість γ -квантів полягає у тому, що вони мають нульову масу спокою та, отож, не можуть мати швидкості, відмінної від швидкості світла. А це означає, що γ -кванти у середовищі не можуть уповільнюватися. Вони або поглинаються, або розсіюються, причому в основному на великих кутах.

Для γ -квантів не існує понять пробігу, максимального пробігу, втрат енергії на одиницю довжини. При проходженні пучка γ -квантів крізь речовину їх енергія не змінюється, але у результаті зіткнень поступово послаблюється інтенсивність пучка. Опишемо закон, за яким відбувається це послаблення. Позначимо через J монохроматичний потік падаючих частинок, тобто число частинок, минаючих крізь поверхню 1 см^2 у 1 с . У шарі речовини dx , пучок послабшає на величину dJ . Очевидно, що dJ пропорційне потоку та товщині шару:

$$dJ = -\mu J dx. \quad (2.19)$$

У випадку однорідних середовищ, коефіцієнт μ станий. Рівняння (2.19) легко інтегрувати:

$$J = J_0 e^{-\mu x}, \quad (2.20)$$

де J_0 - початкова інтенсивність. Величина μ називається коефіцієнтом поглинання. Частково користуються поняттям масового коефіцієнта поглинання, він дорівнює μ / ρ , де ρ - густина речовини. При цьому, товщину зручно вимірювати у одиницях $\text{г}/\text{см}^2$. Коефіцієнт поглинання повністю характеризує процес проходження γ -випромінювання крізь речовину. Він залежить від властивостей середовища та від енергії квантів.

Якщо поглинання йде за рахунок кількох різних процесів, то кожному процесу буде відповідати свій коефіцієнт поглинання μ_i , а повний (тобто той, що входить до формули (2.20)) коефіцієнт поглинання буде сумою усіх μ_i :

$$\mu = \sum_i \mu_i. \quad (2.21)$$

Величини μ , μ_i мають розмірність см^{-1} . Якщо коефіцієнт поглинання μ_i , відповідний певному процесу, розділити на число n_i поглинаючих центрів у 1 см^3 , то ми отримаємо повний переріз σ_i даного процесу :

$$\mu_i = n_i \sigma_i. \quad (2.22)$$

Таким чином, для визначення μ треба з'ясувати, які процеси дають суттєвий внесок до загального поглинання і визначити залежність перерізів цих процесів від енергії квантів і від роду речовини.

При розгляданні механізму проходження γ -випромінювання крізь речовину не можна обмежуватись класичними хвильовими уявленнями об випромінюванні, а приходиться враховувати квантову, корпускулярну природу світла. Квантові властивості стають важливими тому, що довжина хвилі γ -кванта, за визначенням, значно менше відстаней між атомами та електронами.

Послідовний квантomeханічний розрахунок взаємодій γ -квантів з атомами можна виконати лише на основі квантової електродинаміки. Наведемо результати розрахунків без виводів, а лише з якісними поясненнями. Поглинання γ -випромінювання речовиною в головному відбувається за рахунок трьох процесів: фотоефекту, комптон-ефекту та народження електронно-позитронних пар у кулонівському полі ядра. У перших двох процесах кванти зітхаються з електронами, в третьому - з ядрами. Зіткнення з електронами переважають при низьких енергіях, а зіткнення з ядрами - при високих. Підкреслимо, що до останнього процесу входять далеко не всі види зіткнень γ -квантів з ядрами.

Фотоефектом називається процес, при якому атом поглинає γ -квант та випускає електрон. З достатньою для практичних додатків точністю можна вважати, що кожний квант поглинається одним атомним електроном.

Основні особливості фотоефекту пов'язані з тим, що вільний електрон не може поглинуть фотон через спільну дію законів збереження енергії та імпульсу. Звідси випливає, що фотоефект найбільш інтенсивно буде йти для γ -квантів з енергіями E , близьким до енергій зв'язку електронів у атомах. При збільшенні енергії переріз повинен різко падати, оскільки електрони стають все більш і більш схожими на вільні. Енергія зв'язку електрона у атомі тим більша, чим глибше електронна оболонка і чим більш атомний номер Z . Тому фотоефект йде, по-перше, в головному (приблизно на 80%) з найнижчої K-оболонки, а по-друге, тим інтенсивніше, чим більший середній атомний номер Z речовини.

Загальна формула для перерізу σ_f фотоефекту досить складна. Вона призводить до наступної залежності перерізу від енергії кванта і від атомного номера речовини. Переріз пропорційний Z^5 , тобто дуже сильно зростає при переході до важких елементів. При енергіях, не набагато більших енергії зв'язку атомних електронів, переріз $\sigma_f(E)$ є пропорційним $E^{-3,5}$, тобто дуже швидко зменшується з ростом енергії. При енергіях, набагато перевищуючих енергії зв'язку, цей переріз спадає повільніше, приблизно як E^{-1} . Нарешті, в області атомних енергій зв'язку переріз змінюється стрибкоподібно. Наприклад, переріз має різкий максимум трохи вище енергії зв'язку, К-електронів, оскільки нижче цієї енергії К - електрони перестають приймати участь у фотоефекті внаслідок принципу заборони по енергіям. У області атомних енергій зв'язку переріз фотоефекту дуже великий у порівнянні з перерізами других процесів. Наприклад, для алюмінію $\sigma_f \approx 6 \cdot 10^{-18} \text{ см}^2$ при $E=1 \text{ кeВ}$ і $\sigma_f = 6 \cdot 10^{-25} \text{ см}^2$ при $E=0,1 \text{ кeВ}$.

Тому фотоефект є переважним механізмом поглинення при низьких енергіях. У той же час, при високих енергіях його роль стає незначною. Графіки залежності перерізу фотоефекту від енергії для різних матеріалів наведені на Рис.2.2. Відзначимо, що реакція фотоефекту має енергетичний поріг, що дорівнює енергії зв'язку останнього електрона. Тому при низьких енергіях квантів енергія електрона дорівнює

$$E_e = E - I, \quad (2.23)$$

де I - іонізаційний потенціал атома.

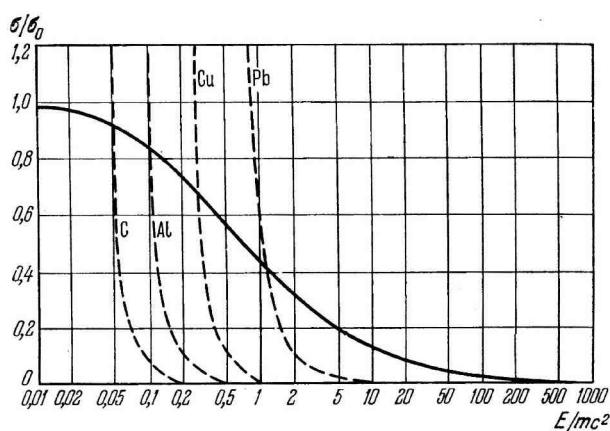


Рисунок 2.2. Повні перерізи комптон-ефекту (суцільна лінія) та фотоефекту (пунктирні лінії) для різних речовин

$$\sigma_0 = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{mc^2} \right)^2 = 6,65 \cdot 10^{-25} \text{ см}^2.$$

Із збільшенням енергії квантів фотоелектричне поглинання відходить на другий план, поступаючись місцем комптон-ефекту. Комптон-ефект як механізм поглинання стає суттєвим у області енергій, що значно перевищують середню енергію зв'язку електрона з атомом. Тому при розрахунку перерізу комптон-ефекту електрони з достатньою для практичних цілей точністю можна рахувати вільними.

На Рис.2.2 зображені графік залежності повного перерізу σ_c комптон-ефекту від енергії разом із графіками перерізів фотоэффекта на різних речовинах. Тут видно, як із збільшенням енергії кванта комптон-ефект стає переважним механізмом поглинання.

Переріз σ_c , явно, не залежить від заряду ядра. Коефіцієнт поглинання μ_c за рахунок комптон-ефекту по визначенню дорівнює добутку σ_c на число електронів у одиниці об'єму речовини:

$$\mu_c = N Z \sigma_c , \quad (2.24)$$

де N - число атомів у одиниці об'єму. Із (2.24) маємо, що масовий коефіцієнт для комптонівського поглинання у першому наближенні не залежить від роду речовини. Комптонівське розсіяння на ядрах зневажено мале із-за того, що у ядер дуже малий їх "класичний електромагнітний радіус" $Z^2 e^2 / M_{\text{ядер}} c^2$.

Процес народження електронно-позитронних пар у полі ядра полягає у тому, що квант поглинається, а народжуються та вилітають електрон та позитрон. При цьому електрон отримує деякий імпульс віддачі. Погоджений з експериментом квантовоелектродинамічний розрахунок показує, що поглинання фотона та народження пари відбувається не у середині ядра, а поблизу нього у області, яка має розмір порядку комптонівської довжини хвилі електрона. Передача імпульсу віддачі ядру відбувається безпосередньо через кулонівські поля. Без передачі імпульсу сторонньому тілу перетворення фотона у електронно-позитронну пару заборонено законами збереження енергії-імпульсу.

Так як маса фотона дорівнює нульові, то перетворитися у пару він може, тільки якщо має енергію, яка більше суми енергій покою електрона та позитрона $2mc^2 = 1,02 \text{ MeV}$. Тому переріз σ_π народження пар дорівнює нульові при $E < 2mc^2$. Вище граничної енергії переріз поступово зростає, а при дуже великих (порядку $10^3 mc^2$) енергіях практично прямує до константи:

$$\sigma_\pi \approx 0,08Z^2 r_0^2 \quad (E \gg mc^2). \quad (2.25)$$

Оскільки переріз фотоефекту та комптон-ефекту у області високих енергій зменшуються практично до нуля, то народження пар стане тут головним механізмом поглинання γ -випромінювання. Пропорційність перерізу величини Z^2 має місце практично при всіх енергіях.

Електронно-позитронні пари можуть народжуватись фотонами у кулонівському полі не тільки ядра, але і електрона. Однак останній процес призводить до значно слабшого поглинання γ -випромінювання через малість відповідного перерізу (для електрона $Z = 1$), незважаючи на те, що електронів у речовині більше, ніж ядер.

Повний коефіцієнт поглинання μ γ -випромінювання у речовині є сума коефіцієнтів поглинання за рахунок усіх можливих механізмів. Тому, якщо прийняти до уваги, розглянуті нами три головних механізми, маємо

$$\mu = \mu_f + \mu_c + \mu_\pi. \quad (2.26)$$

При переході до перерізів треба врахувати, що для фотоефекта та народження пар розсіючими центрами є атоми, у випадку комптон-ефекту - електрони. Тому

$$\mu = N\sigma_f + NZ\sigma_c + N\sigma_\pi, \quad (2.27)$$

де N - число атомів у одиниці об'єму речовина.

Як витікає з попереднього аналізу, перший додаток у (2.26) переважає при низьких енергіях, другий - при середніх (декілька МeВ), а третій - при високих. Тому сумарний коефіцієнт поглинення має мінімум в області, де відповідний внесок від комптонівського розсіяння є найбільшим. Цей мінімум особливо різко виражений для важких елементів, так як величини μ_f, μ_π пропорційні відповідно Z^5 та Z^2 , а μ_c пропорційне Z . На Рис.2.3 наведені графіки повних коефіцієнтів поглинання для алюмінію, міді, олова та свинцю. Окремо для свинцю, графіки коефіцієнтів μ_f, μ_c, μ_π наведено пунктиром. У важливій для практики області енергії від двох до десяти MeV комптон-ефект є переважним, так що коефіцієнт поглинення пропорційний числу електронів у одиниці об'єму, тобто густині речовини. Тому і для γ -квантів товщини поглиначів частково

вимірюються в $\text{г}/\text{см}^2$. Відповідно, використовується визначення масового коефіцієнта поглинання

$$\mu_m = \mu / \rho$$

В межах розглянутої області енергій масовий коефіцієнт поглинення є приблизно однаковим для усіх речовин, а захищені стінки з будь-яких матеріалів еквівалентні при одній і тій же товщині, вираженої в $\text{г}/\text{см}^2$.

Повний коефіцієнт поглинання γ -квантів, який вимірюється, можна визначити, користуючись формулою (2.20). Крім того, знаючи коефіцієнт поглинення та за допомогою даних, наведених на Рис.2.3, можна визначити енергію монохроматичного пучка γ -квантів. Так як одному й тому ж значенню коефіцієнта поглинання можуть, наприклад, відповідати дві різні енергії, то вимірювання необхідно проводити на двох різних матеріалах.

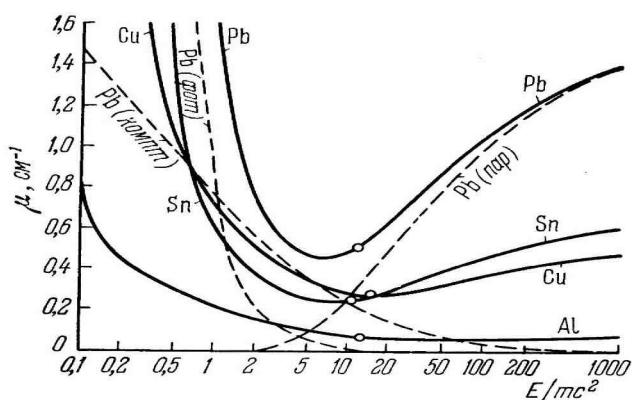


Рисунок 2.3. Залежність коефіцієнту μ поглинання фотонів від енергії у різних речовинах.

Слід також враховувати, що для застосування формули (2.20) необхідно, щоб розміри поглинача були малі у порівнянні з відстанями від поглинача до джерела та до детектора. Крім того, навіть в умовах підібраної геометрії експерименту формула (2.20) може порушуватися за рахунок різних процесів та ефектів, які ми не маємо змоги тут обговорювати, але які у широкому класі задач мають другорядний характер. Ми розглянемо їх у наступному параграфі.

2.5 Інші механізми взаємодії ядерних частинок з речовиною

У попередніх параграфах були викладені основні механізми взаємодії заряджених частинок та γ -квантів з речовиною. На практиці в переважній більшості випадків саме цими механізмами визначається процес

проходження частинок. Однак в окремих випадках важливими можуть бути деякі інші механізми. Частково виявляються суттєвими різного роду другорядні процеси, що супроводжують проходження.

Заряджені частинки, що проходять крізь речовину, відчувають кулонівські зіткнення не тільки з електронами, але й з ядрами. Ядерні кулонівські втрати у декілька тисяч разів менші іонізаційних. Однак іноді цей малий ефект може виявитися суттєвим внаслідок його якісного своєрідності. Саме внаслідок великої маси ядра кулонівське розсіяння на ньому може йти на великі кути (навіть назад). Резерфорд в своїх класичних дослідах саме по кулонівському розсіянню К-частинок назад зробив висновок про існування атомних ядер.

Протони, піони та більшість інших заряджених частинок, крім електронів та мюонів, починаючи з енергії 20-30 MeV здатні вступати у сильну взаємодію з ядрами. Внаслідок короткодії ядерних сил зіткнення з

їх участю відбуваються у $Z \left(\frac{R_{\text{атомн}}}{R_{\text{ядерн}}} \right)^2$ разів, тобто приблизно у 10^{12} разів

рідше кулонівських зіткнень з електронами. З другого боку, якщо при одиничному кулонівському зіткненні з електроном частинка лише втрачає малу енергію, то при ядерному зіткненні вона майже завжди вибуває з пучка (або розсіюється на великий кут, чи поглинається, чи перетворюється на іншу частинку). Тому при проходженні пучка адронів високої (>20 MeV) енергії крізь речовину зменшується не тільки енергія первинних частинок, але і щільність їх числа. Відповідне зменшення потоку описується коефіцієнтом поглинення $\mu_{\text{ядерн}}$. Величина $\mu_{\text{ядерн}}^{-1}$ у твердих тілах та рідинах має порядок десятків сантиметрів. Це означає, що у середньому частинка проходить у речовині десятки сантиметрів, відчуваючи головним чином іонізаційне гальмування. Ця обставина робить можливим розгляд дії приладів для реєстрації заряджених частинок без урахування їх ядерних взаємодій. З другого боку, при розрахунках радіаційного захисту скажімо для релятивістських прискорювачів і космічних кораблів урахування ядерних взаємодій необхідне.

При проходженні позитронів скрізь речовину у доповнення до іонізаційних та радіаційних втрат виникають анігіляційні втрати за рахунок двофotonної анігіляції позитронів з електронами речовини

$$e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma .$$

Анігіляційні втрати порівняно невеликі. Вони характерні тим, що призводять до створення анігіляційних квантів навіть у тої області енергій

налітаючих частинок, де випромінювання внаслідок гальмування практично відсутнє.

Швидкість світла c' у середовищі визначається формулою

$$c' = \frac{c}{n} , \quad (2.28)$$

де n - показник заломлення. Так як $n > 1$, то частинка високої енергії у середовищі може рухатися швидше світла. Така надсвітова частинка, якщо вона заряджена, буде випромінювати світло навіть якщо рух неприскорений.

Причина виникнення Черенковського випромінювання та сама, що й причина генерування хвиль на воді від пароплавів чи ударної хвили у повітрі від кулі.

Фронт хвилі Черенковського випромінювання (Рис.2.4) є обвідною сферичних хвиль, випромінених частинкою. Цю обвідну можна провести тільки у тому випадку, якщо частинка рухається зі швидкістю ϑ , яка більша за швидкість $c' = c/n$ світла у середовищі. Таким чином, при $\vartheta < c/n$ Черенковське випромінювання відсутнє. Кут ϑ , під яким випромінюється Черенковське випромінювання, легко знайти з трикутника АВО (Рис. 2.4):

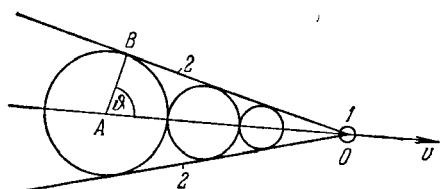


Рисунок 2.4. Черенковське випромінювання
1 - "надсвітова" частинка,
2 - фронт хвилі, що випромінюється.

$$\cos \vartheta = \frac{AB}{AO} = \frac{c}{\vartheta n} . \quad (2.29)$$

Втрати енергії частинки на Черенковське випромінювання (зрозуміло, ці втрати повинні міститися у знайдених нами раніше іонізаційних втратах) мають той же порядок, що і радіаційні. По куту ϑ розповсюдження випромінювання можна із застосуванням (2.29) визначити швидкість частинки.

Гамма-кванти з енергією приблизно від десяти MeV та вище можуть вступати до непружної взаємодії з ядрами, вибиваючи з них протони, нейтрони та інші частинки. Цей процес (ядерний фотоефект) вносить

малий внесок в сумарний коефіцієнт поглинання, але тут виникають другорядні нуклони.

При випромінювані електронів виникає щільний другорядний потік γ -квантів, які летять переважно вперед. Так як проникаюча здатність γ -випромінювання значно вище проникаючої здібності електронів, то це випромінювання необхідно приймати до уваги, наприклад, при розрахунку систем захисту.

При дуже високих енергіях первинних електронів чи γ -квантів (1ГeВ та вище) виникає нове явище електронно-позитронні (чи м'які) зливи. Злива розвивається наступним чином. Первина частина, наприклад, електрон, гальмуєчись у полі ядра, випромінює γ -квант високої енергії. Цей квант народжує електронно-позитронну пару на другому ядрі. Електрон і позитрон цієї пари в свою чергу породжують по одному гальмовому кванту та т.п. У результаті енергія первинного електрона розподіляється між великою кількістю другорядних електронів, позитронів та квантів. Нарешті, енергії окремих електронів та позитронів зменшується настільки, що іонізаційні втрати починають переважати над радіаційним, після чого злива припиняється. Усі компоненти злив летять практично у тому ж напрямку, що і первина частина, внаслідок ультрапрелітивістського характеру процесу. При наявності злив потік частинок, що потрапляють у речовину, спочатку різко підсилюється і, тільки мінуючи деяку відстань, починає зменшуватися.

Внаслідок ядерної взаємодії важких заряджених частинок з ядрами виникає велика кількість другорядних частинок. При енергії падаючої частинки від 20 MeВ приблизно до десятків - сотень ГeВ другорядними частинками в основному є нуклони. При більш високих енергіях другорядний пучок в основному складається з піонів. Усі ці другорядні частинки (особливо нейтрони) сильно ускладнюють розрахунок ефективного радіаційного захисту.

2.6 Іонізуюча дія ядерних випромінювань та наведена активність

Дія ядерного випромінювання на речовину складається з наступних процесів. По-перше, рухаючись частинки, зітхаються з електронами, вибивають їх, викликають у речовині іонізацію (іноді збудження) атомів. По-друге, налітаючі частинки достатньо високих енергій при непружному ядерному зіткненні з ядрами можуть частково руйнувати ядра, наприклад, вибиваючи з них протони та нейтрони. Це веде до появи у речовині нових ізотопів, у тому числі нових елементів. Ці нові ізотопи частково виявляються радіоактивними. Внаслідок у речовині виникає наведена

активність. По - третє, при вибиванні електронів у багатьох речовинах, особливо органічних, можуть руйнуватися чи, навпаки, виникати різні хімічні зв'язки, що призводить до зміни хімічної структури речовини. У четвертих, при пружних зіткненнях налітаючих частинок з ядрами атоми речовини вибиваються із своїх положень у кристалічній гратці у другі вузли чи у міжвузля. В результаті у гратці утворюється різного роду дефекти, які впливають на фізичні властивості кристалів.

Розглянемо іонізацію речовини під дією заряджених частинок. Кулонівська взаємодія частинок з електронами речовини в основному відбувається на порівняно великих (порядку міжатомних) відстанях. Тому за одиничне зіткнення електрону у середньому передається доволі мала енергія, яка має порядок 10 еВ. Ця енергія, як правило, достатня для вибивання електрона тільки із зовнішньої атомної оболонки. Електрони внутрішніх оболонок, отримавши таку енергію, тільки збуджуються. Внаслідок цього, а також через великий розкид переданої енергії навколо середнього значення, не кожне зіткнення з електроном веде до іонізації атома.

Розрахунок іонізаційної здібності заряджених частинок доволі складний. У випадку повітря він дає наступний просто формулюємий результат: у повітрі пролітаюча заряджена частинка у середньому утворює одну пару іонів протилежного знаку на 33 еВ втрат. Так що, наприклад, К-частинка з енергією 5 МеВ, гальмуючись у повітрі, утворює $5 \cdot 10^6 / 33 = 150000$ пар іонів. Іонізаційна здібність частинок у других середовищах приблизно така ж, як і у повітрі.

Гамма-кванти, проходячи скрізь речовину, передають свою енергію електронам. Тому їх іонізаційна здібність приблизно така ж, як і у заряджених частинок. Але проникаюча здібність γ -випромінювання дуже велика. Тому при опромінюванні зарядженими частинками іонізується лише тонкий поверхневий шар речовини, а при опроміненні γ -квантами - вся товща речовини.

Виникнення наведеної активності обумовлено ядерними реакціями. Ці реакції звичайно супроводжуються цілим рядом факторів. По-перше, реакції вибивання протона чи нейтрона з ядром електроном чи γ -квантом сильно ендотермічні, їх пороги мають порядок 10 МеВ. Нижче порогу реакції не йдуть, і наведена активність не виникає. Але навіть вище порогу перерізи реакцій, викликаних електронами і γ -квантами, дуже малі внаслідок слабкості електромагнітної взаємодії.

Для протонів і α -частинок пороги ядерних реакцій можуть бути і не дуже великими. Але в цьому випадку при низьких (приблизно до 10 МеВ) енергіях реакції, особливо на важких ядрах, не йдуть через кулонівський

бар'єр, який перешкоджає частинці підійти упритул до ядра. Тому протони і α -частинки створюють помітну наведену активність лише при порівняно високих енергіях.

При радіоактивних розпадах із ядер вилітають α -частинки, електрони, позитрони та γ -кванти. Енергія радіоактивних випромінювань звичайно не перевищує декількох MeВ, таким чином: радіоактивні випромінювання не створюють другорядної радіоактивності.

Наведена активність - небезпечне явище, так як вона отруює матеріал та ускладнює роботу з ним. У дослідних роботах по ядерним реакціям явище наведеної активності частково використовують для ідентифікації і вивчення виходу різних реакцій.

2.7 Проходження важких позитивно заряджених частинок крізь монокристали

Проходження важких позитивно заряджених частинок крізь монокристали відрізняється від проходження крізь аморфні і полікристалічні середовища тільки для частинок, що рухаються під малими кутами до кристалографічних осей нижчого порядку. Ця відміна в першу чергу у тому, що у частинок, що рухаються вздовж ціх осей, різко зменшуються іонізаційні втрати енергії і різко зростають пробіги. Рис.2.5 і Рис.2.6 ілюструють це ствердження.

На Рис.2.5 зображена залежність числа протонів, які проходять крізь монокристалічну плівку золота, від кута повороту монокристала відносно напрямку пучка налітаючих протонів. Як бачимо з рисунку, якщо напрямок пучка співпадає з напрямком кристалографічних осей, то число протонів, що проходять скрізь монокристал різко зростає.

На Рис.2.6 наведений енергетичний розподіл протонів, які проходять крізь тонку плівку монокристала кремнію. Видно, що якщо протони рухаються вздовж осі (діагональ грані куба), то їх іонізаційні втрати у середньому сильно зменшуються.

Дані, що відзначенні позначкою Δ , відповідають напрямку протонного пучка, відмінному від напрямку кристалографічних осей, відзначенні позначкою \bullet - напрямку протонного пучка, який співпадає з віссю. По вертикальній осі відкладена кількість протонів, які пройшли плівку, по горизонтальній - їх енергія в MeВ.

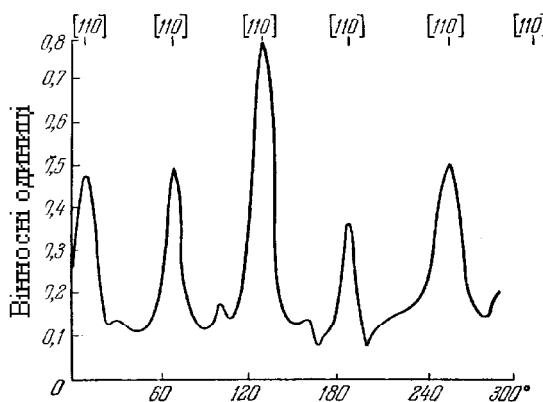


Рисунок 2.5. Залежність числа протонів, які проходять крізь монокристалічну плівку золота, протонів від орієнтації плівки відносно протонного пучка. Зверху вказані міллерівські індекси кристалографічних осей. Енергія протонів дорівнює 75 кеВ.

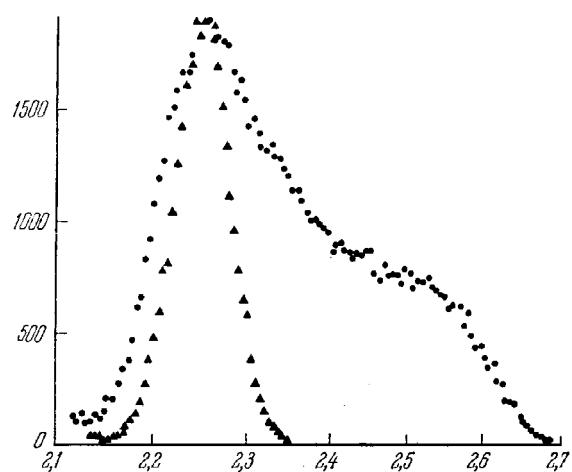
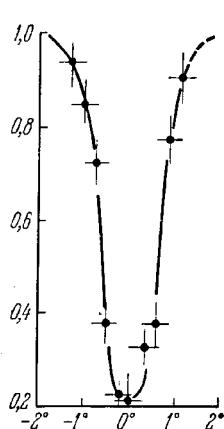


Рисунок 2.6. Енергетичні спектри протонів, минулих крізь тонку плівку кремнію. Енергія протонів дорівнює 3 МeВ.

Крім іонізаційних втрат, у частинок, що рухаються вздовж осей, різко зменшується вихід характеристичного рентгенівського випромінювання атомами монокристалу у результаті вибивання частинкою електронів з K- і L-оболонок, а також ймовірність вступити у ядерну реакцію.



На Рис.2.7 зображена залежність виходу резонансної реакції (ρ, γ) на ядрі ізотопу алюмінію $^{27}_{13}\text{Al}$ ($E_p = 405$ кеВ) від кута між напрямком пучка і віссю монокристалу алюмінію.

Рисунок 2.7. Залежність виходу γ -квантів у резонансній реакції (ρ, γ) у монокристалі алюмінію від кута між напрямком пучка протонів та віссю .

2.8 Дія ядерних випромінювань на структуру речовини

Енергія потрапляючих у речовину заряджених частинок і γ -квантів у основному витрачається на іонізацію і збудження атомів. Іонізація у кінцевому підсумку веде до нагріву речовини і не викликає у ньому незворотних змін. Однак деяка, цілком помітна частка загальної енергії потоку заряджених частинок чи γ -квантів, рівно як і значна доля енергії потоку нейтронів, витрачається на незворотну зміну структури речовини. Сукупність цих змін називається радіаційним пошкодженням.

Зміни структури твердого тіла під дією ядерного випромінювання обумовлені наступними механізмами.

а) ударним вибиванням атомів з кришталевої гратки. Заряджені частинки та нейтрони вибивають атоми безпосередньо, а γ -кванти - через проміжні фотоелектрони або комптонівські електрони. Це вибивання супроводжується різноманітними і багатоступневими повторними процесами.

б) появою у гратці нових атомів за рахунок падаючих важких частинок, а також за рахунок ядерних реакцій з можливими наступними розпадами продуктів реакції. Такого роду явища як правило, суттєві тільки при опроміненні нейtronами і практично відсутні при опроміненні електронами і γ -квантами з енергіями до 10-15 MeV. Нейтрони інших енергій захоплюються ядрами, до того ж нові ізотопи часто бувають β -активними. В результаті розпаду цих ізотопів у кристалі утворюються домішкові атоми. В матеріалах, які діляться, різноманітні домішкові атоми виникають також в результаті каскадного β -розпаду уламків поділу. Зокрема, серед продуктів поділу помітну долю складають інертні гази криpton і ксенон. При інтенсивному опроміненні в реакторі ці гази виділяються у дуже помітних кількостях, що призводить до пористості і набуханню матеріалів.

в) дією на гратку через іонізацію. Так, негативний іон у іонному кристалі (наприклад іон хлору у кристалі NaCl) при вибиванні з нього двох електронів стане позитивним і сам "вистрибне" із свого місця в гратці. Кінцевий результат такої ступінчастої дії - той же, що й при прямому вибиванні атома.

Усі ці процеси призводять до створення дефектів гратки, тобто до зміни мікроструктури кристалу. При достатньо потужному опроміненні за рахунок цих дефектів помітно змінюються і різноманітні макроскопічні властивості тіла - механічні і теплові. Змінення гратки впливає і на структуру електронних енергетичних зон, тобто на електричні і оптичні властивості.

Розглянемо механізм пружного вибивання. Для того щоб вибити атом з його положення у кристалічній гратці, йому треба передати енергію вище деякої межі E_d , яка уявляє собою різницю енергії зв'язку у нормальному положенні і у міжвузлях. Експериментально енергія E_d визначається за мінімальною енергією електронного пучка, необхідної для утворення точкових дефектів кристалічної гратки. Величина E_d має порядок десятків eВ (для Cu $E_d=22$ eВ, для Fe $E_d=24$ eВ, для алмазу $E_d=80$ eВ). При пружному зіткненні налітаюча частинка не може передати атому усю свою енергію внаслідок ефекту віддачі. З законів збереження енергії та імпульсу у використанні до пружного удару витікає, що максимальна енергія E_m , яку налітаюча частинка енергії E і маси M_1 може передати атому маси M_2 , для нерелятивістських налітаючих частинок визначається за формулою

$$E_m = \frac{4M_1M_2}{(M_1 + M_2)^2} E , \quad (2.30)$$

а для релятивістських - за формулою

$$E_m = 2EM_2 \cdot \frac{2M_1c^2 + E}{(M_1 + M_2)^2 c^2 + 2M_2E} \quad (2.31)$$

При $M_1=0$ формула (2.31) може бути застосована для розглядання зіткнень γ -кванту з атомом. Під E_m , E у формулі (2.31) розуміють релятивістські кінетичні (не повні) енергії відповідних частинок. При зіткненні частинок ядерних випромінювань з атомами - практично завжди $M_2 \gg M_1$. Тому з (2.30), (2.31) слідує, що для вибивання атомів енергія налітаючих частинок - повинна набагато перевищувати E_d , особливо якщо ці частинки легкі. Наприклад, навіть така важка частинка, як нейtron, яка має енергію 2 MeВ, може передати при пружному зіткненні атому вуглецю не більш 0,5 MeВ, а атому урану - не більш 0,033 MeВ. Електрон тієї ж енергії може передати вуглецю не більш 1 keВ, а урану - не більш 0,05 keВ. Для γ -кванту тієї ж енергії відповідні цифри у три рази менш, чим для електрону.

Для того щоб вибивання атомів йшло з помітною інтенсивністю, необхідно, щоб ефективний переріз вибивання був не дуже малий

порівняно з перерізами інших конкуруючих процесів. Для нейтронів цей переріз має порядок декількох барн (у області енергій, достатніх для вибивання) і цілком порівнюється з перерізами конкуруючих непружніх процесів. Для електронів переріз вибивання має порядок десятків барн, але перерізи збудження та іонізації електронів (у перерахунку на один атом) мають значно велику величину. Для γ -квантів у цікавій для практиці області енергії у декількох МeВ найбільший переріз має процес утворення комптонівських електронів. Тому при γ -опроміненні атоми вибиваються з гратки в основному комптон-електронами. Але якщо електронний пучок утворює вибиті атоми тільки у поверхневому шарі, тоді γ -випромінення вибиває атоми по всьому об'єму речовини.

Якщо енергія вибитого атома помітно перевищує E_d , то він здатен вибити з гратки інший атом. Таким чином, в результаті одного первинного зіткнення у кристалі можуть виникнути декілька вибитих з гратки атомів (Рис.2.8). Для орієнтації вкажемо наступні теоретичні оцінки для міді. При зіткненні нейтрона енергії 0,42 МeВ з атомами в результаті вторинних зіткнень в середньому виникає 328 зміщених атомів. Заряджена частинка - дейtron - з енергією 9 МeВ за одне зіткнення утворює у середньому 6,2 зміщених атомів.

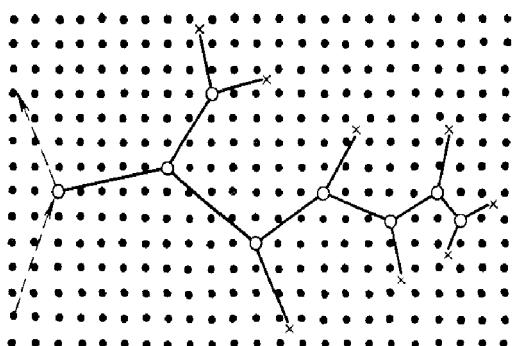


Рисунок 2.8. Схема утворення зміщених атомів під дією опромінення. Пунктирною лінією зі стрілкою зображені траєкторія руху швидкої частинки; суцільною лінією - траєкторії зміщених атомів; колом О та хрестиком X позначені відповідно вакансії та впроваджені в міжвузлях атоми.

Зміщені атоми іонізовані. Тому вони швидко гальмуються в речовині і зупиняються в міжвузлях. В результаті у кристалі утворюються два види точкових дефектів гратки - вакантні вузли і атоми в міжвузлях. В деяких кристалах зміщений атом може зупинятися в "чужому" вузлі, вибиваючи звідти свого попередника. Такі заміщаючі зіткнення також змінюють властивості багатоатомних кристалів. При достатньо потужному і тривалому опроміненні щільність дефектів може зрости до такої ступені, що наступить повне руйнування кристалічної структури. Таке явище спостерігається в деяких уранових та торієвих рудах: вилітаючи з урану або торію α -частинки поступово руйнують гратку і взагалі переводять її в колоїдоподібний, так званий метаміктний стан. Метаміктні мінерали зовнішньо зберігають кристалічний облік, але за своїми властивостями

являються аморфними речовинами. Вони ізотропні за оптичними, механічними та іншими властивостями, дають раковистий злам. Стійкість гратки відносно дії опромінення дуже залежить від її міцності. Так, при опроміненні дозою 10^{21} швидких нейtronів на 1 см^2 гратка кварцу в значній мірі руйнується, а гратка алмазу майже не змінюється. Деякі кристали під дією опромінення змінюють тип гратки. Наприклад, моноклінний двоокис ZrO_2 під дією нейtronного опромінення переходить в кубічну модифікацію.

В процесі каскадного пружного вибивання вилітаючих атомів вони відчувають велику кількість зіткнень, яких недостатньо для вибивання, але які призводять до збудження коливань багатьох атомів. Це призводить до короткочасного локального перегріву, який називають тепловим піком. Розмір і час життя теплових піків дуже малий (відповідно десятки ангстрем і десятій долі наносекунди), але температура звичайно перевищує температуру плавлення. Тому в області теплового піку відбувається часткове підпалення (рекомбінація) точкових дефектів, а також прискорюються процеси дифузії. Особливо великі теплові піки, які викликаються уламками поділу в матеріалах які діляться.

Другий супроводжуючий вибивання ефект полягає у тому, що атом, який зміщується перед зупинкою, (коли переріз взаємодії з іншими атомами різко збільшується) може передати свою енергію відразу великій кількості атомів. В результаті велика кількість атомів залишає своє місце в гратці. Це явище називається піком зміщення. Виникнення піка зміщення з послідуванням його релаксацією призводить до сильного перемішування атомів. В наслідок чого, втрачається багато точкових дефектів, але виникають більш складні дефекти, наприклад, дислокаційні петлі.

Розглянемо тепер, як впливає зміна гратки під впливом опромінення на макроскопічні, механічні та теплові властивості твердого тіла.

Під дією великих доз опромінення змінюється густина кристала, а при низькій симетрії - гратка та геометрична форма. Вкажемо, що під дією інтегрального за часом потоку 10^{20} реакторних нейtronів на 1 см^2 густина кварцу знижується на 15%. У якості прикладу сильної і різко анізотропної зміни матеріалу можна навести альфа-модифікацію урану, яка має досить низьку ромбічну симетрію. Монокристал такого урану під дією опромінення в реакторі стискається в одніх напрямках і розширюється в інших, причому розміри можуть змінюватися удвічі (Рис.2.9).

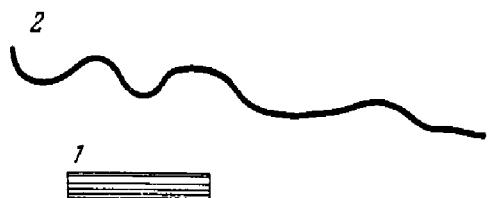


Рисунок 2.9. Зміни які відбуваються з монокристалом урану під дією опромінення: 1 - монокристал перед опроміненням; 2 - після опромінення.

Опромінення сильно впливає на механічні властивості матеріалів. Звичайно матеріал змінюється через те, що виникаючі під впливом опромінення дефекти гальмують рух дислокацій. Модуль пружності зростає, руйнування замість пластичного стає крихким. Ці зміни ілюструються на Рис.2.10 графіками деформація – напруга для маловуглецевої сталі при опроміненні її різними потоками нейтронів.

Радіаційні іонні зміни механічних властивостей доволі стійкі. Їх можна знищити тільки відпалом при температурі порядку температури рекристалізації.

На створення вакансій і атомів у міжвузлях витрачається достатньо значна енергія. При великих дозах опромінення ця так звана прихована енергія стає великою у макроскопічному масштабі. Наприклад, після опромінення дозою $3 \cdot 10^{21}$ нейтрон/ см^2 утворюється прихована енергія 620 кал/моль. Ця енергія виділяється при відпалюванні. У деяких випадках спостерігається самодовільне виділення прихованої енергії, яке приводить до саморозігріву матеріалу.

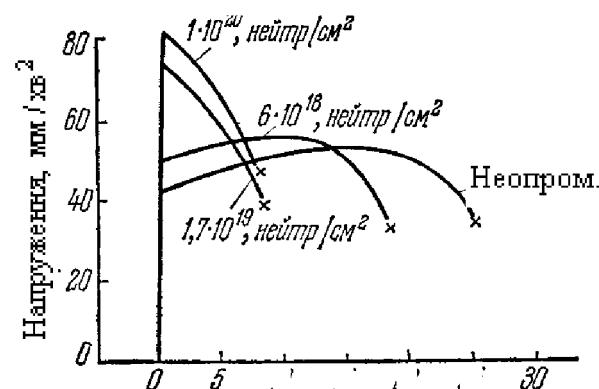


Рисунок 2.10. Зміна технічної криової розтягу маловуглецевої сталі після опромінення нейtronами. Цифри над кривими вказують інтегральний за часом потік нейтронів скрізь поверхню 1 см^2 .

У металах при опроміненні зростає остаточний (що не залежить від температури) електричний опір. Електропровідність діелектриків після опромінення в одних випадках зростає, в других - спадає. Збільшенню електропровідності сприяє зростання числа іонів носіїв струму. Але якщо після опромінення з'являються складні комплекси дефектів, тоді носії починають застригати у цих комплексах, що знижує електропровідність. Непрямим підтвердженням справедливості цих механізмів є два графіка (Рис.2.11), на яких наведені температурні залежності питомого опору та запасеної прихованої енергії для повареної солі, що була опромінена дозою $8,9 \cdot 10^{15}$ протонів на 1 см^2 з доволі високою енергією 350 MeV. Збільшення опору при підході до першого максимуму відповідає утворенню комплексів дефектів. Падіння опору після першого максимуму відповідає їх розпаду. Виникаючі у результаті розпаду дефекти (зокрема, вакансії) активно беруть участь у електропровідності. Опір знижується. У мінімумі

опору прихована енергія досягає різкого максимуму - у окремих дефектах енергії більше, ніж у комплексі. Далі починається відпалювання дефектів. Число носіїв падає. Опір зростає. Нарешті, після проходження другого максимуму починає падати роль дефектів у загальному балансі механізму електропровідності. В результаті відносний (не абсолютний) опір починає наблизитися до одиниці, тобто зменшуватися. Більш складно розібратися у дії на електропровідність нейтронного опромінення. Нейтрони, які поглинаються, внаслідок радіаційного захвату (n, γ), утворюють β -та γ -активні ядра. Радіоактивні ядра, які знаходяться на поверхні, іонізують оточуюче повітря, роблячи його провідником. Виникаюча поверхнева провідність сильно викривлює загальну картину електропровідності. У неметалах після опромінення знижується теплопровідність за рахунок розсіяння фотонів на дефектах.

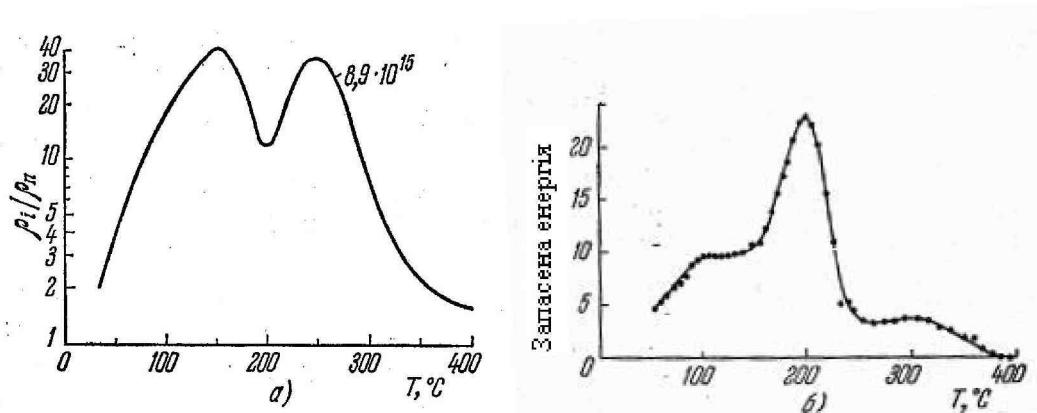


Рисунок 2.11. Залежність від температури а) відношення питомого опору ρ_i опроміненого кристала NaCl до питомого опору ρ_n неопроміненого та б) запасеної енергії (у відносних одиницях) при опроміненні дозою протонів у $8,9 \cdot 10^{15}$ частинок з енергією 350 МeВ.

Виникнення дефектів у кристалічних гратках змінює структуру електронних рівнів, що призводить до зміни оптических та електрических властивостей кристала. Ці зміни суттєві для діелектриків та напівпровідників, але не для металів, в яких є велика кількість електронів. Останні, з одного боку, практично не схильні до дії точкових дефектів гратки, а, з іншого - визначають електричні та оптичні властивості кристала.

Ми розглянули безпосередню залежність від гратки електропровідності діелектриків після опромінення. Для роботи ізоляторів в умовах опромінення і для деяких інших питань важливо знати електропровідність діелектрика за час опромінення. Ця радіаційна

електропровідність детально вивчена для дії γ -випромінювання з радіоактивних джерел і реакторів. Виявилося, що при напругах, достатньо далеких від пробою, радіаційна електропровідність лінійно зростає з інтенсивністю опромінення. Цей результат природний. Опромінення безперервно утворює вільні електрони за допомогою фотоефекта і комптон-ефекту, причому число електронів, які утворюються за одиницю часу, пропорційне інтенсивності опромінення.

Особливо сильно впливає опромінення на електричні властивості напівпровідників матеріалів. Це зрозуміло, так як дія вакансій і атомів в міжвузлях в багатьох випадках східно з дією домішкових атомів, а електропровідність напівпровідників, як відомо, дуже чутлива навіть до дуже малих (соті долі відсотка і навіть менш) домішок. Головна і дуже шкідлива для технічних додатків дія опромінення на напівпровідники полягає у наступному: дефекти, що з'являються під впливом опромінення, утворюють нові електронні енергетичні рівні в забороненій зоні. Ці рівні є уловлювачами для носіїв зарядів. Дефекти-уловлювачі знижують час життя носіїв, що призводить до зменшення електропровідності. окрім того, в уловлювачах накопичується просторовий заряд, що деформує електричне поле в середині провідника і різко погіршує його технічні характеристики. Більшість дефектів, утворених електронним або γ -опроміненням, при відпалені рекомбінує, після чого напівпровідник майже відновляє свої первісні властивості. Нейtronне опромінення утворює значно більшу кількість дефектів, частина яких незворотна. До останніх, зокрема, відносяться домішкові атоми, виникаючі за допомогою радіаційного захоплення нейтронів атомами напівпровідника. Це захоплення звичайно призводить до виникнення у напівпровіднику акцепторних або донорних домішок. Механізм виникнення цих домішок можна прослідити на прикладі германія. Германій чотирьохвалентний. Його кристал має структуру алмазу (кожний атом знаходитьться у центрі тетраедра, утвореного чотирма найближчими сусідами). Германій має п'ять стабільних ізотопів ^{70}Ge , ^{72}Ge , ^{73}Ge , ^{74}Ge , ^{76}Ge , зміст яких у природній суміші становить відповідно 21, 29, 8, 36, и 8%. Головний ізотоп ^{74}Ge при захопленні нейтрона переходить шляхом електронного розпаду в ізотоп ^{75}As п'ятивалентного миш'яку, який являється, очевидно, донором, так як на його зовнішній оболонці є зайвий для германієвої гратки п'ятий електрон. З другого боку, ізотоп ^{70}Ge , поглинув нейtron, перетерплює позитронний розпад, перетворюючись в ізотоп ^{71}Ga тривалентного гелію, який є типовим акцептором. Акцепторні рівні на радіаційних дефектах з'являються і при опроміненні іншими частинками, наприклад дейtronами. Провідність акцепторного

зразка при опроміненні трохи знижується через утворення дефектів, які гальмують носій струму. Провідність донорного зразка спочатку падає на декілька порядків внаслідок компенсації донорних та акцепторних носіїв. При більш сильному опроміненні провідність різко зростає, але вже буде не донорною, а акцепторною. Цей ефект може бути використаний як один з методів утворення р-п переходів, необхідних елементів будь-якого напівпровідникового пристроя.

Оптичні проявлення впливу випромінювань різноманітні та інколи виникають при доволі слабкому опроміненні. З усіх цих проявлень ми обмежимося прикладом появи так званих центрів забарвлення (F-центрі) у кристалах NaCl. Ці кристали при опроміненні забарвлюються у жовтий колір (довжина хвилі спектральної лінії 465 нм). Походження цього забарвлення пояснюється наступним чином. Вакансія на місці вибитого негативного іона хлору заміщується електроном. На цей електрон діють приблизно ті ж сили, що і на іон хлору. Але при однакових силах частоти коливань зворотно пропорційні масам. Електрон у десятки тисяч разів легше атома хлору. Тому частота коливань електрона, який зайняв вакансію, буде в сотні разів більша за частоту коливань атома. А цього як раз достатньо, щоб “довести” частоту коливань електрона до оптичного діапазону. Таке пояснення радіаційного забарвлення підтверджується відомим ще сто років тому ефектом точно такого ж забарвлення повареної солі при нагріванні її у парі натрію з послідувочим швидким охолодженням. Цей процес призводить до надлишків натрію, тобто до хлорних вакансій, отож, до появи центрів забарвлення.

Вивчення різних радіаційних пошкоджень та їх залежностей від виду опромінення, температури і інших параметрів важливо як для практичних задач, пов’язаних з роботою різних пристріїв в умовах опромінення, так і для вивчення багатьох техногенних питань радіоекології.

2.9 Хімічна дія ядерних випромінювань

Ядерні випромінювання можуть викликати у речовинах різні хімічні реакції. Саме відкриття радіоактивності A . Бекерелем, яке започаткувало ядерну фізику, було спостережено при відновленні бромистого срібла під дією α -випромінення природного урану. Вивчення та використання цих реакцій відокремилося у радіаційну хімію при цьому, ще можна виділити такий розділ як радіохімія, предметом якої є вивчення хімічних властивостей радіоактивних елементів.

Механізм радіаційно-хімічних реакцій можна уявити наступним чином. Потік ядерних частинок викликає у середовищі збудження, іонізацію, дисоціацію і дисоціаційну іонізацію молекул. Виникаючі при цьому збудженні молекули і іони вступають у хімічні реакції або безпосередньо, або через проміжне утворення хімічно високоактивних вільних радикалів. У останньому випадку у реакції можуть вступати молекули, які не піддавалися безпосередньому опроміненню. Так як енергія ядерних випромінювань значно перевищує енергію будь-яких хімічних зв'язків, то опромінення може розривати і дуже міцні зв'язки. Це приводить до утворення таких хімічних високоактивних іонів і радикалів, які не вдається отримати традиційними хімічними методами. Тим самим відкриваються можливості здійснення сильно ендотермічних реакцій і реакцій, заборонених високим активаційним бар'єром.

Інтенсивність радіаційно-хімічної реакції характеризується її виходом G , який дорівнює числу молекул, що пропреагували на 100 eВ поглиненої енергії. Для більшості реакцій характерні виходи $G=4 \div 10$. Для найбільш стійких до радіації молекул радіаційний вихід знижується до 0,1. У ланцюгових радіаційно-хімічних процесах вихід може досягати значень $10^5 \div 10^6$.

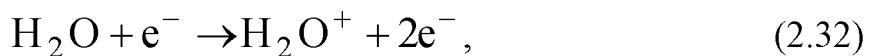
За величиною виходу можна оцінити відносну роль іонізації і збудження, якщо урахувати, що на 100 eВ іонізаційних втрат у речовині утворюється в середньому 3-4 пари іонів. Порівнюючи це значення з величиною G , ми бачимо, що механізми збудження і іонізації у середньому приблизно у рівній ступені важливі для здійснення радіаційно-хімічних реакцій.

Для реакцій, які йдуть через іонізацію, майже завжди проміжним етапом є виникнення електрона з енергією $10 \div 1000$ eВ. У цьому випадку вихід G залежить тільки від поглиненої дози у радах, але не від роду опромінених частинок.

У якості прикладу неорганічної реакції наведемо декілька фактів, які стосуються радіолізу води - процесу, який грає фундаментальну роль для зрозуміння будь-яких реакцій, які проходять у водних рідинах. Головною проблемою досвідного вивчення механізму радіаційно-хімічних процесів є те, що проміжні іони та вільні радикали живуть дуже короткий час внаслідок їх високої хімічної активності, а трохи довше ці проміжні продукти живуть у парі низького тиску ($10^{-3} \div 10^{-6}$ мм рт.ст.), де зіткнення більш рідкі. Тому головним джерелом інформації про природу іонів, утворених випромінюваннями, є мас-спектрографічний аналіз опроміненої пари. Так, при опроміненні пари електронами з енергією 50 eВ встановлено, що різні позитивні іони утворюються у наступних відносних кількостях:

H_2O^+	OH^+	H^+	H_3O^+	O^+	H_2^+
1000	200	200	200	20	5

Цей перелік показує, що загальна картина радіолізу води є достатньо складною. Видно, що навіть у розрідженій парі енергетично йдуть другорядні процеси, так як іон H_3O^+ у первісному процесі виникнути не може. З другого боку, ці дані підтверджують припущення про те, що головним первісним процесом впливу випромінювання на рідину є утворення електронами нестійких іонів води:



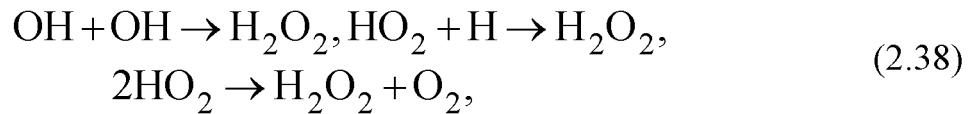
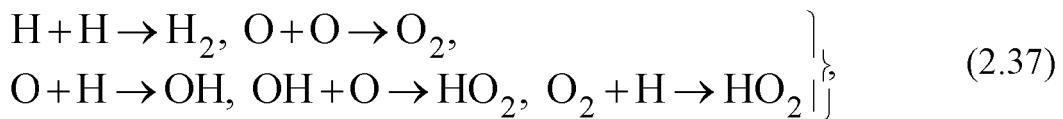
Ці іони утворюють вільні радикали OH та H :

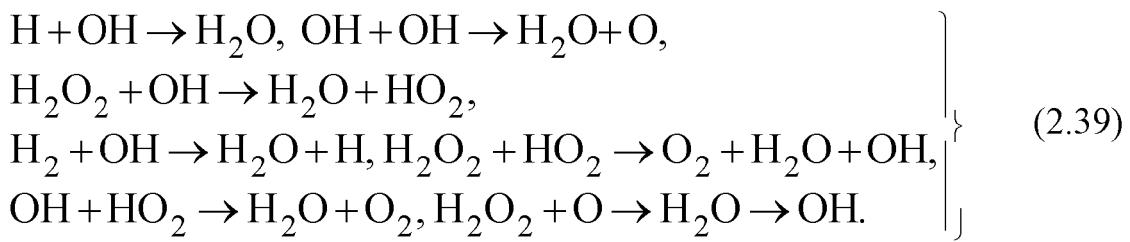


Паралельно (2.32), (2.33), звичайно, ідуть і інші процеси, наприклад, повний розпад молекули:



Далі можлива велика кількість різних реакцій, продуктами яких є водень, кисень, перекис водню і, нарешті, знову рідина за рахунок різноманітних рекомбінаційних процесів:





Таким чином видно, що навіть найпростіший радіаційно-хімічний процес як дія випромінювання на мономолекулярну речовину доволі простого складу, являє собою складну низку багатоступеневих сплетених реакцій. Важливо зауважити, що кінцевими продуктами цих реакцій являються не тільки кисень та водень, але і перекис водню H_2O_2 . Вже звідси видно, що радіаційно-хімічними методами можна здійснювати не тільки розпад опромінених речовин, але і синтез нових хімічних сполук.

У різних умовах ті чи інші з реакцій (2.37) - (2.39) є домінуючими. Так, при опроміненні потоком α -частинок води, ретельно очищеної від розчиненого повітря, доволі великий відносний і навіть абсолютний вихід перекису водню:

$$G=0,9 \text{ для } \text{H}_2\text{O}_2, 1,17 \text{ для } \text{H}_2 \text{ і } 0,4 \text{ для } \text{O}_2.$$

При опроміненні такої ж води γ -випромінюванням перекис водню практично не утворюється, а розкладання води йде з дуже малим виходом. Однак у присутності розчиненого у воді кисню вихід H_2O_2 під дією γ -випромінення зростає з ростом парціального тиску кисню і доходить до значень $G=1 \div 2$. Спостерігається дуже висока чутливість радіолізу води і до інших домішок.

Перераховані явища задовільно пояснюються (принаймні якісно) описаним вище механізмом радіолізу. Альфа-випромінювання викликає дуже щільну іонізацію, утворюючи вздовж своєї траєкторії велику кількість іонів H_2O^+ , тобто згідно з (2.34), радикалів OH . Ці радикали мають велику ймовірність опинитися близько один від одного, що різко збільшує вихід першої з реакцій (2.38) утворення H_2O_2 . Виникаючі при первісній іонізації електрони відкидаються α -частинкою у середньому на 150 \AA^o у сторону від її траєкторії і там вже поглинаються, утворюючи негативні іони H_2O^- . Продуктом розпаду цих іонів, згідно (2.35), є атомарний водень, який одразу ж рекомбінує в молекулярний. Головна для рекомбінації води перша з реакцій (2.39) практично не здійснюється через те, що радикали H і OH утворюються у різних місцях. Навпаки, під

дією γ -випромінення іони усіх видів розподілені за об'ємом більш однорідно, що призводить до переваги енергетично вигідної реакції рекомбінації $\text{H}+\text{OH}$. При наявності у воді кисню O_2 стає суттєвою остання з реакцій (2.37). Виникаючий у цій реакції радикал HO_2 утворює перекис водню у останніх двох реакціях (2.38).

У радіаційній хімії вивчаються реакції, які протікають під дією електронів, γ -квантів, нейtronів, уламків поділу. У якості джерел випромінювання використовуються прискорювачі (звичайно електронні), рентгенівські трубки, ядерні реактори, радіоактивні ізотопи, відпрацьовані тепловиділяючі елементи ядерних реакторів. Найбільш поширені потужні джерела з γ -активного кобальту ^{60}Co та електронні прискорювачі зі струмом до 10 мА і енергіями до 20 МeВ.

Гамма-кванти викликають хімічні перетворення у головному через проміжне утворення комптон-електронів і фотоелектронів. Тому опромінення електронами і γ -квантами призводить до одних і тих самих радіаційно-хімічних процесів з одинаковими виходами.

Повільні нейtronи породжують γ -кванти шляхом радіаційного захоплення (n, γ) , а ці кванти утворюють комптон-електрони, які ініціюють хімічні реакції. При опроміненні швидкими нейtronами електрони і збуджені молекули утворюються ще й іонізованими ядрами віддачі. Так, у середовищі молекул з вмістом водню при опроміненні нейtronами з енергією 2 MeВ половина хімічних перетворень відбувається через протони віддачі, а друга половина - через γ -кванти з реакції $n + p \rightarrow d + \gamma$.

Уламки поділу мають великою кінетичну енергію (десятки MeВ) і колосальну іонізаційну здібність (внаслідок їх великої маси). Тому таке випромінювання привабно для здійснення сильно ендотермічних реакцій.

Окремого розглядання заслуговують радіаційно-хімічні реакції для полімерів. Виходи для реакцій з полімерами, звичайно, приблизно такі ж, як і у низькомолекулярних сполуках схожого складу. Але у випадку полімерів у ході реакцій зітхаються значно більший процент молекул. Тому навіть невеликі хімічні зміни у полімері можуть сильно вплинути на його фізичні властивості. Друга важна особливість реакцій з полімерами складається у тому, що розриви полімерних молекул і відповідно утворення вільних радикалів відбувається в одних і тих місцях, які визначаються структурою молекули, а не місцем, де відбувається первісна іонізація або первісне збудження. Це означає, що у період між іонізацією (або збудженням) і розривом заряд та енергія встигають переміститися вздовж молекули на помітну відстань. При цьому деякі структури здатні

поглинати енергію розвалюючись. Такою стійкістю до опромінення володіє, зокрема, бензольне кільце. Так, при опроміненні газоподібного бензолу вихід G реакції руйнування містить усього 0,06, тоді коли для подібного за складом, але немаючого кільцевої структури циклогексану вихід більше на два порядки ($G = 6$). Ця особливість механізму полімерних реакцій може бути ефективно використана для радіаційного захисту полімерних матеріалів.

До теперішнього часу з радіаційно-хімічних реакціях в полімерах накопичена велика кількість емпіричних даних. Послідовна теоретична інтерпретація цих даних, яка дозволяє просвітити хід ще не вивчених реакцій, доки відсутня.

Головними радіаційно-хімічними реакціями з полімерами є реакції зшивання, тобто утворення нових зв'язків, і деструкція, тобто обрив існуючих зв'язків (Рис.2.12). Інші процеси (наприклад, виділення газоподібного водню), як правило, грають значно меншу роль. Виходи зшивання і деструкції позначаються відповідно через G_c і G_d . У всіх полімерів при опроміненні ідуть обидва процеси, але з різними виходами. Так, для целюлози переважає деструкція ($G_c \approx 0$, $G_d \approx 1$), а для поліетилену, навпаки, зшивання ($G_c = 3$, $G_d = 1$).

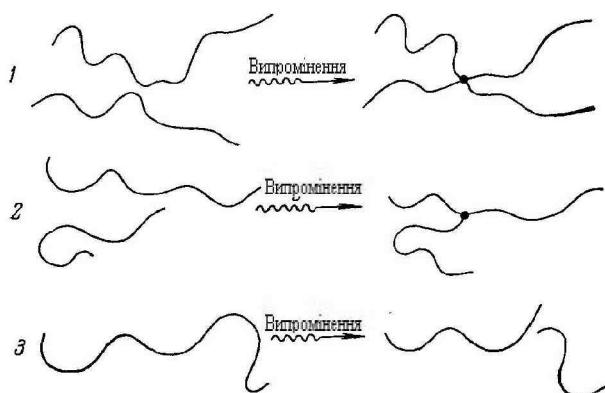


Рисунок 2.12. Схема зшивання (1,2) і деструкції (2,3) полімерних молекул при опроміненні. Зображені початковий і кінцевий стан молекул.

При деструкції зростають розчинність і плинність, впадають міцність та розривне здовження. При достатньо повній деструкції полімер перетворюється у в'язку рідину або крихкий порошок. Тому ми не маємо змоги використовувати прихильні до деструкції матеріали (принаймні без захисту) для роботи в умовах опромінення.

Зшивання - зменшує розчинність і поліпшує еластичні властивості. При достатньо великій кількості зшивок увесь полімер стає начебто однією молекулою, тобто утворює гель. Властивості гелю сильно відрізняються від властивостей звичайного незшитого полімеру. Гель дуже еластичний, стійкий до дії розчинників та високих температур. Наприклад, звичайний поліетилен так би мовити "тече" вже при 100°C . Реакційно ж зшитий

поліетилен при 150°C і тиску 200 атм. вистоює 10000 часів і є чудовим ізоляційним матеріалом.

Напрямок розвитку радіаційно-хімічних процесів, як правило, слабко залежить від виду випромінення, фазового стану і навіть від температури. При розчиненні полімеру збільшується відносна роль деструкції, так як зшивання ускладнюється внаслідок збільшення середньої відстані між молекулами.

2.10 Біологічна дія випромінювання

Ядерні випромінювання мають сильну пошкоджуючу дію на різні живі істоти. Характер та інтенсивність пошкоджень залежать від дози випромінювання та від виду частинок. Одне й те ж опромінення по-різному діє на різні органи, на різні організми.

При достатньо великій дозі опромінення гине будь який організм. Мінімальна смертельна доза (точніше доза, при опроміненні якою гине 50% осіб даного виду) коливається від 50 р до 300 000 р. Дози нижче смертельної викликають різні захворювання, які поєднуються терміном “променева хвороба”. Ступінь дії різних доз γ -випромінювання на людину наведена у Табл.2.

Таблиця 2.
Ступінь дії різних доз γ -випромінювання на людину

Доза в рентгенах	Дія на людину
0-25	Відсутність явних пошкоджень
20-50	Можливі зміни складу крові
50-100	Зміни складу крові. Пошкодження
100-200	Пошкодження. Можлива втрата працездатності
200-400	Непрацездатність. Можлива смерть
400	Смертність 50%
600	Смертельна доза

Структуру живого організму, в контексті радіоекології, можна підрозділити на три рівня: а) окремі молекули; б) клітинки; в) макроскопічні частини або системи організму (наприклад, м'язові ткани або дихальна система). Поражаюча дія радіації проявляється на всіх трьох рівнях.

Первісною дією випромінювання на організм є пошкодження молекул. Встановлено, що існують два механізми таких пошкоджень - прямий і непрямий. У прямому механізмі ядерна частинка впливає (або безпосередньо, або через проміжні електрони або ядра віддачі) на самі

макромолекули. У непрямому механізмі випромінення здійснює радіоліз води, продукти якого (головним чином радикал OH, а також H, HO₂ та перекис водню) вступають у хімічні реакції з макромолекулами. Визначення відносної ролі обох механізмів ускладнено тим, що первісні процеси пошкодження відбуваються за дуже короткий час. Емпірично існує тенденція вважати переважаючим прямий вплив радіації на клітину.

Існування прямого механізму радіаційного пошкодження доводиться тим, що воно відбувається і у висушених живих об'єктах, таких, як висушені насіння рослин, ферменти, спори бактерій і т. д.

Існування непрямого механізму підтверджується "ефектом розведення", який полягає у тому, що в середині визначених (причому доволі широких границь), число пошкоджених макромолекул залежить лише від дози опромінення, і не залежить від концентрації цих молекул. При прямій дії можна було б очікувати пряму пропорційність між числом пошкоджених молекул і їх концентрацією.

Співвідношення між прямим і непрямим механізмами сильно залежить від проценту вмісту води і від багатьох інших факторів. Пробіг радикалів - продуктів радіолізу води у живих клітинах має порядок 25÷30 °

А. Тому дія цих радикалів ефективна тільки тоді, коли вони утворюються безпосередньо поблизу до життєво важливих областей макромолекул або клітин. При прямій дії увесь об'єм макромолекул або клітин приймає участь у сценарії кисню.

Біологічна дія слабо іонізуючих випромінювань (γ -проміні та електрони) підсилюється при наявності кисню. Зростання концентрації кисню у середовищі від 0 до 30÷40% у тричі збільшує вражуючу дію. Дія сильно іонізуючих випромінювань, наприклад, α -частинок, від концентрації кисню не залежить.

Важливу роль у механізмі радіаційного пошкодження грає міграція первісної поглиненої енергії в межах макромолекули. Прямим підтвердженням існування такої міграції є досліди з α -опроміненням білкових макромолекул. У цих молекулах головним чином розриваються одні й ті самі зв'язки незалежно від місця попадання α -частинки. Радіаційне пошкодження макромолекул проявляється у втраті ними біологічної активності (ферментативної і т. д.), в утворенні розривів, зшивок, у радіаційному окислені.

В макромолекулах під дією опромінення можуть виникати так звані приховані пошкодження. При відсутності кисню молекула може знаходитися у стані прихованого пошкодження довгий час (часи і навіть доби). Навіть у цьому стані молекула ще здатна до ферментативної активності. При введенні кисню, а в інших випадках при нагріванні

приховане пошкодження переходить в явне - молекула втрачає біологічну активність. Методом електронного парамагнітного резонансу (ЕПР) встановлено, що в ряді випадків прихованим пошкодженням макромолекули є електронне збудження, яке супроводжується появою незапарованого електрона.

Емпірично встановлено, що руйнуючу біологічну дію випромінювань вдається суттєво послабити введенням у організм до опромінення деяких органічних речовин, які містять сірку. Молекули цих речовин активно втручаються в процес міграції енергії, відтягуючи на себе значну частину енергії радіації, що різко знижує ступінь пошкоджень макромолекул організму. Ці захисні речовини неефективні проти сильно іонізуючих випромінювань. Цікаво зауважити, що деякі приховані пошкодження вдається усунути введенням захисних речовин у організм навіть після опромінення.

Деякі клітини і навіть одноклітинні організми гинуть від одиничного акту іонізації. Класичним прикладом такого, як його називають одноударного об'єкту є шлункова паличка. Але більшість клітин є двоударні і навіть багато ударні. Властивість одноударності більш характерна для об'єктів, які менш, ніж клітини, таких, як ферменти.

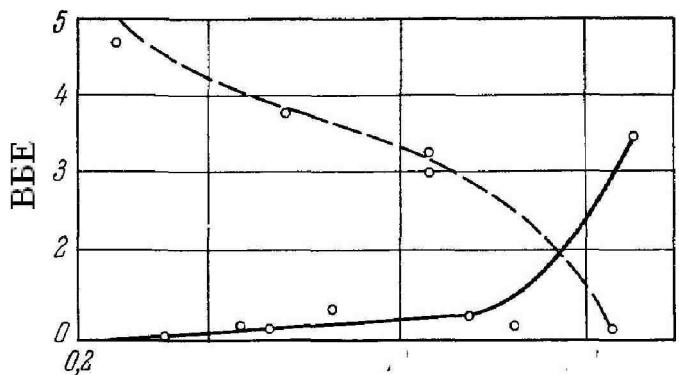


Рисунок 2.13. Відносна біологічна ефективність (ВБЕ) випромінення з різними втратами енергії для багатоударних (суцільна) і одноударних (пунктир) організмів.

Різниця між одноударними і двоударними об'єктами проявляється у тому, що при рівній дозі перші більш чутливі до слабо іонізуючого випромінення, а другі - до сильно іонізуючого. Ці різниці демонструються

на Рис.2.13, де наведено залежність ВБЕ від іонізаційних втрат $-\frac{dE}{dx}$ для

одноударної шлункової палички і для двоударної диплоїдної дріжджової клітини.

Причина такої різниці між одноударними і двоударними об'єктами очевидна: двоударний об'єкт руйнується тільки при здійсненні двох просторово близьких іонізаційних ударів. Тому руйнування більш ефективно при високій щільності іонізації. В одноударних об'єктах навпаки, висока щільність іонізації знижує поражаючу дію через високу ймовірності

передачі енергії іонізації молекулі або клітині, які вже загинули. Внаслідок багатоударності клітин високоорганізованих біологічних об'єктів сильно іонізовані випромінювання (наприклад α -частинки) мають високий ВБЕ (блізько 10), тобто на порядок більш небезпечні для людини за γ -кванти і електрони.

Різні частини і різні функції клітин по-різному відчувають одну і ту ж дозу. Ядро клітини значно чутливіше цитоплазми. При опроміненні тільки ядра клітинка гине при дозі у десятки разів меншій, ніж при опроміненні тільки цитоплазми. із функцій клітинки найбільша радіочутливість притаманна поділу та синтезу білків і нуклеїнових кислот. З іншого боку, деякі функції клітини, зокрема, дихання і фотосинтез, стійкі що до дії доволі великих доз.

Дія радіації на клітинку має дуже високу питому (за енергією) ефективність. Для пригнічення функції поділу клітин достатня доза, енергія якої, при переведенні її у теплову, викликала б нагрівання всього лише на тисячну долю градуса. При такій дозі у клітинці руйнується лише одна білкова молекула з мільйону. Механізм такого незвичайно ефективного впливу радіації на життєві процеси у клітинці до теперішнього часу залишається невиявленим. Покладають, що причина високої ефективності полягає у тому, що у клітині існує невелика кількість яких-небудь вкрай чутливих до радіації структур, руйнування яких веде до загибелі клітини. Але, які саме структури відіграють ту ключову роль, досі лишається дискусійним.

Радіація оказує поражаючу дію на різні частини і системи організму в цілому.

У людини найбільш чутливі до опромінення кровотворні органи (кістковий мозок, селезінка, лімфатичні залози), епітелій статевих залоз та слизької оболонки шлунка. При дозі, яка близька до смертельної, смерть настає за рахунок руйнування утворюючих кров клітин кісткового мозку (лейкемія). При дозах, що значно перевищують смертельну, загиbelь настає значно швидше за рахунок пошкодження шлунку. При дозах, менших за смертельну, спочатку триває гострий етап хвороби (недокрів'я, опіки та язви, випадіння волос, важкі пошкодження очей, ясен, горла та т. і.). Часто виникають різні тривалі хвороби, які призводять до виснаження і смерті через декілька років після сильного опромінення. У період після гострого перебігу променової хвороби сильно знижується опір інфекційним хворобам, можлива поява катаракт та ракових пухлин. Як правило, відбувається передчасне старіння. Будь-яка мала доза опромінення може викликати незворотні генетичні зміни хромосом, які можуть призвести до спадкових аномалій у наступних поколіннях.

Досі ми говорили про опромінення всього організму. При опроміненні невеликої частини тіла доза, яка навіть перевищує

смертельну, може вчинити порівняно слабкий вплив на стан організму в цілому. Однак спостерігалися випадки, коли локальне опромінення чинило вплив на частини організму, які зовсім не опромінювалися. Механізм цієї дії не зовсім з'ясований. Можливо, що тут відіграє роль утворення під час опромінення яких-небудь сильних отруйних речовин. Таке пояснення підкріплюється дослідами на тваринах і на рослинах, у яких введення до здорового організму екстрактів з опроміненої тканини викликало низку проявлень променевої хвороби.

Дія однієї й тієї ж дози опромінення помітно залежить від того, за який проміжок часу ця доза отримана. Якщо опромінення дуже розтягнути за часом (тижні, місяці), то загальна вражуюча дія буде менша, ніж при однократному опроміненні сумарною дозою. Ця різниця особливо сильно проявляється у високоорганізованих видів, у яких є розвинута система оновлюючих та компенсуючих процесів. Однак поновлення майже завжди неповне, а для деяких процесів, зокрема для генетичних пошкоджень, відсутнє зовсім. Тому хроніче опромінення малими дозами уявляється шкідливим, але для остаточної відповіді, вкрай необхідні детальні дослідження.

У теперішній час розробляються ефективні методи лікування променевої хвороби, які дозволяють іноді врятувати життя навіть при опроміненні смертельною дозою. При великій дозі головним засобом лікування є переливання крові і пересадка кінного мозку від здорового організму.

Пояснимо причини різниці ВБЕ для різних видів випромінювань. Гамма-випромінювання діє на живі тканини головним чином за допомогою комптон-електронів. Тому дія γ -промінів і електронів приблизно однакова. Важкі заряджені частинки - протони і α -частинки, утворюють високу щільність іонізації (внаслідок значної величини іонізаційних втрат) і з великою імовірністю вражають двоударні об'єкти, які переважають у високоорганізованих організмах. У зв'язку з цим, важкі заряджені частинки на порядок більше небезпечні, ніж електрони. Те ж саме справедливо і для швидких нейtronів, які діють на організм за допомогою сильно іонізуючих ядер віддачі. Повільні нейtronи впливають на живі тканини головним чином за допомогою γ -квантів з енергією 2,23 MeV і протонів з енергією 0,6 MeV, які виникають відповідно у реакціях



Це й призводить до того, що ВБЕ для нейtronів має величину, яка знаходиться між відповідними значеннями для γ -квантів і важких заряджених частинок.

ГЛАВА III

ДЕЯКІ СУЧАСНІ ТЕОРЕТИЧНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕНЬ ЯВИЩ ТА ПРОЦЕСІВ У НАВКОЛИШНЬОМУ СЕРЕДОВИЩІ

3.1 Стійкість відкритих систем

Найбільш важливими рисами багатьох фізико-математичним моделей, які описують еволюцію у вигляді скажімо впорядкування й самоорганізації або ізоморфних до неї процесів в системах різної природи, є такі:

а) просторовий розподіл властивостей, що трактується в термінах дифузійного механізму, тобто за допомогою доданків, що містять в собі просторові похідні другого порядку;

б) взаємний вплив властивостей або ефекти зворотного зв'язку, які враховуються введенням нелінійних доданків у відповідні рівняння моделей.

Типовим прикладом рівнянь, що враховують ці особливості, можуть бути рівняння так званих реакційно-дифузійних моделей:

$$Ln(r, t) = \phi(n), \quad (3.1)$$

де $L = \partial/\partial t - D\Delta$; Δ - лапласіан; D - коефіцієнт дифузії; $\phi(n)$ - нелінійна функція концентрацій n , які відіграють роль параметрів порядку. Ці рівняння містять набір параметрів α_i , в якості коефіцієнтів, які визначають взаємодію відкритої системи з довкіллям. В залежності від значень параметрів α_i система може перебувати в різних стійких та нестійких станах. Однорідні у просторі та стаціонарні у часі стани систем, що описані наведеною вище системою рівнянь, звичайно ототожнюють із стійкою "термодинамічною гілкою" станів. При зміні зовнішніх параметрів α_i термодинамічна гілка може втратити свою стійкість і в системі може реалізуватися якісно новий тип поведінки. Виникнення подібних різких якісних змін у поведінці досліджуваної системи при втраті стійкості стаціонарного стану називається біфуркацією.

Аналіз стійкості стаціонарного стану тісно пов'язаний з поняттям параметра порядку і принципом підлегlosti. Слідуючи Г. Хакену, розглянемо цей зв'язок більш детально.

Нехай ми маємо динамічне рівняння виду

$$\frac{dx}{dt} = -\alpha x - kx^3 , \quad (3.2)$$

де k – деякий додатній коефіцієнт. Якщо $x = x_0$ є стаціонарним розв'язком цього рівняння, то

$$x_0 \left(-\alpha - kx_0^2 \right) = 0 .$$

Звідси маємо стаціонарний розв'язок $x_0 = 0$. Не звертаючись до аналізу графіку потенціальної функції $V(x) = (1/2)\cos^2 + (1/4)kx^4$, яка відповідає розглядуваному диференційному рівнянню, корисно провести аналіз стійкості стаціонарного розв'язку по лінійному наближенню. З цією метою введемо мале збурення δx , записавши $x(t)$ у вигляді $x(t) = x_0 + \delta x(t)$. Тоді очевидно маємо

$$\frac{d\delta x}{dt} = -\alpha \delta x ,$$

оскільки в лінійному наближенні доданок $x^3 \approx x_0^3 + 3x_0^2\delta x$ не дає внесок в рівняння для малого збурення δx , адже $x_0 = 0$. Легко бачити, що розв'язком цього рівняння є функція

$$\delta x(t) = \delta x(0) \exp(-\alpha t) . \quad (3.3)$$

Таким чином, при $\alpha > 0$ розв'язок $x_0 = 0$ є стійким, а при $\alpha < 0$ цей самий розв'язок втрачає свою стійкість, оскільки збурення $\delta x(t)$ починає експоненційно зростати з часом.

Наступне питання, яке виникає при втраті стійкості стаціонарного розв'язку в лінійному зображені: в які нові стани переходить досліджувана система? Відповідь саме на це питання потребує введення важливих понять синергетики – параметра порядку і принципу підлегlosti.

В зв'язку з цим розглянемо систему двох диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= -\alpha_1 x - xy , \\ \frac{dy}{dt} &= -\alpha_2 y + x^2 . \end{aligned}$$

Нехай, як і в попередньому прикладі, параметр $\alpha_1 < 0$ малий за своєю величиною. Тоді в припущені малості величини x і y , можна стверджувати, що змінна x втрачає свою стійкість при переході параметру α_1 у від'ємну область поблизу його біфуркаційного значення $\alpha_1 = 0$. При цьому, в силу малості модуля α_1 , величина $x(t)$ змінюється досить повільно. Далі, якщо параметр $\alpha_2 > 0$ і $\alpha_2 \gg |\alpha_1|$, то величиною dy/dt , що визначає швидкість зміни y , можна знектувати в порівнянні з доданками у правій частині. Звідси випливає, що

$$y \approx \frac{x^2}{\alpha_2},$$

тобто друга змінна y виявляється залежною від першої змінної x (ϵ підлеглою). Ця обставина дозволяє у використаному наближенні, що називається адіабатичним, виключити другу змінну y і розглядати лише одне рівняння для x , в якому y замінена на x з попереднього співвідношення, а саме:

$$\frac{dx}{dt} = -\alpha_1 x - \frac{x^3}{\alpha_2}.$$

При цьому змінна x називається параметром порядку, а зв'язок між x і y , що дозволив виключити з розгляду друге рівняння, тобто зменшити кількість рівнянь вихідної системи, принципом підлегlosti.

3.2 Фазові портрети динамічних систем, біфуркації і показники Ляпунова

Спочатку звернемося до якісного аналізу динамічної системи, що описуються двома нелінійними диференційними рівняннями довільного вигляду:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= P(x, y), \\ \frac{dy}{dt} &= Q(x, y).\end{aligned}$$

Дослідимо стійкість стаціонарного стану такої системи, застосовуючи описаний раніше метод малих збурень і лінеаризації диференціальних рівнянь. З цією метою подамо розв'язок у вигляді суми стаціонарних значень змінних x_0 , y_0 і малих збурень ξ , η :

$$x = x_0 + \xi, \quad y = y_0 + \eta.$$

Лінеаризуючи систему диференціальних рівнянь, отримаємо:

$$\begin{aligned} \frac{d\xi}{dt} &= P(x_0 + \xi, y_0 + \eta) = a\xi + b\eta, \\ \frac{d\eta}{dt} &= Q(x_0 + \xi, y_0 + \eta) = c\xi + d\eta, \end{aligned} \quad (3.4)$$

де коефіцієнти a , b , c , d зв'язані з похідними

$$a = P_x'(x_0, y_0), \quad b = P_y'(x_0, y_0), \quad c = Q_x'(x_0, y_0), \quad d = Q_y'(x_0, y_0).$$

Важливе значення в якісному аналізі динамічних систем відіграє представлення часової еволюції послідовних станів досліджуваної системи у вигляді траєкторії руху точки в фазовому просторі x , y . Така траєкторія називається, як вже зазначалося, фазовим портретом або фазовою кривою системи.

Будемо шукати розв'язок досліджуваної системи поблизу її стаціонарного стану у вигляді

$$\xi = A \exp(\lambda t), \quad \eta = B \exp(\lambda t).$$

Тоді

$$\begin{aligned} \frac{d\xi}{dt} &= \lambda \xi = aA \exp(\lambda t) + bB \exp(\lambda t), \\ \frac{d\eta}{dt} &= \lambda \eta = cA \exp(\lambda t) + dB \exp(\lambda t). \end{aligned} \quad (3.5)$$

Ненульовий розв'язок даної алгебраїчної системи рівнянь відносно коефіцієнтів A і B має місце лише за умови, що головний визначник системи рівнянь

$$\lambda A = aA + bB, \quad \lambda B = cA + dB$$

дорівнює нулю:

$$\begin{vmatrix} a - \lambda & b \\ c & d - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (3.6)$$

Звідси для коренів цього рівняння, яке називається звичайно характеристичним, маємо

$$\lambda_{1,2} = \left[\frac{(a+d)}{2} \right] \pm \sqrt{\left[\frac{(a+d)^2}{4} \right] - (ad - bc)}^{\frac{1}{2}}.$$

Якщо корені не є кратними, то розв'язок системи має такий вигляд:

$$\begin{aligned} \xi &= C_{11} \exp(\lambda_1 t) + C_{12} \exp(\lambda_2 t), \\ \eta &= C_{21} \exp(\lambda_1 t) + C_{22} \exp(\lambda_2 t). \end{aligned}$$

Нехай корені λ_1 і λ_2 - дійсні. Тоді особливі точки у відповідності до класифікації А. Пуанкаре являють собою вузли або сідла, а саме:

- а) $\lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0$ - стійкий вузол;
- б) $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0$ - нестійкий вузол;
- в) $\lambda_1 > 0, \lambda_2 < 0$ або $\lambda_1 < 0, \lambda_2 > 0$ - особлива нестійка точка, яка називається "слідом".

Якщо λ_1 і λ_2 - комплексно-спряжені величини, то в системі відбуваються коливання; особлива точка - фокус, при чому якщо $\operatorname{Re} \lambda_{1,2} < 0$ - стійкий фокус, якщо ж $\operatorname{Re} \lambda_{1,2} > 0$ - нестійкий фокус.

При $\operatorname{Re} \lambda = 0$ в системі відбуваються пезатухаючі коливання; особлива точка - центр або граничний цикл.

Як вже відзначалося, поблизу критичних (біфуркаційних) точок малі зміни зовнішніх параметрів можуть привести до якісних перебудов (біфуркацій) фазових портретів досліджуваних систем.

Розглянемо найбільш типові біфуркації:

1. Біфуркація з одного вузла (фокусу) в два вузли (фокуси). При дослідженні стійкості стаціонарного рішення в лінійному наближенні для диференційного рівняння (3.2) було встановлено, що $\alpha = 0$ є координата

біфуркаційної точки, оскільки при $\alpha > 0$ розв'язок (3.3) відповідає стійкому вузлу при $x_0 = 0$, тоді як при $\alpha < 0$ цей розв'язок стає нестійким і відбувається перехід в два нових стійких вузли $x_0 = \pm(\alpha/k)^{1/2}$. При $\operatorname{Im} \alpha \neq 0$ вузли перетворюються у фокуси.

2. Біфуркація Хопфа з фокусу в граничний цикл. Для цього випадку, вивченого вперше Е. Хопфом, корені характеристичного (дисперсійного) рівняння є комплексно – спряженими числами

$$\lambda_1 = \operatorname{Re} \lambda_1 + i \operatorname{Im} \lambda_1, \quad \lambda_2 = \operatorname{Re} \lambda_2 + i \operatorname{Im} \lambda_2.$$

При $\operatorname{Re} \lambda_i \rightarrow 0$ корені наближаються до уявної вісі. В результаті стійкий фокус перетворюється в граничний цикл, тобто в системі виникають періодичні в часі коливання.

3. Біфуркації граничного циклу. При подальшій зміні керуючих параметрів можуть відбутися нові перебудови фазових траєкторій системи, при яких можливі такі біфуркації: а) старий граничний цикл переходить в новий граничний цикл або більшу кількість граничних циклів в одній і тій самій площині; б) старий двовимірний граничний цикл переходить у трьохвимірний граничний цикл, доречи у випадку незамкнених траєкторій виникає рух точки по поверхні тора; в) старий граничний цикл з періодом T_1 переходить в новий, рухаючись по якому система повертається у вихідний стан за час $T_2 = 2T_1$ (біфуркація подвоєння періоду).

4. Дивні атTRACTори. При зміні керуючих параметрів фазова траєкторія, що являє собою рух по тору, може стати нестійкою й хаотичною. У цьому випадку, що отримав назву дивного атTRACTора, траєкторії руху точки у фазовій площині стають не детермінованими. Якщо для простих атTRACTорів всі фазові траєкторії стягаються в близький окіл цих точок або граничного циклу, то для дивного атTRACTора всі фазові траєкторії розбігаються і хаотично переміщаються, залишаючись проте в області тяжіння дивного атTRACTора.

Аналіз стійкості фазових траєкторій вимагає дослідження показників Ляпунова. Не вдаючись в достатньо тонкі і складні математичні деталі, показники Ляпунова можна визначити як узагальнення показника степеня α у виразі для експоненційного в часі розв'язку $\delta x(t)$ з (3.3), який характеризує диференціальне рівняння першого порядку довільного вигляду, а саме:

$$\lambda_1 = \lim_{t \rightarrow \infty} [\ln \delta x_i(t)] / t \quad (3.7)$$

Якщо один з показників Ляпунова додатній то має місце хаотичний рух ображаючої точки. Так, при $\lambda_1 > 0$, $\lambda_2 = 0$, $\lambda_3 < 0$ виникає дивний атTRACTор, причому фазові сусідні траекторії швидко розходяться при незначній зміні початкових умов. Зазначимо, що при $\lambda_1 > 0$, $\lambda_2 = \lambda_3 = 0$ або при $\lambda_1 > 0$, $\lambda_2 > 0$, $\lambda_3 = 0$ фазові портрети системи є відповідно нестійкий тор або нестійкий граничний цикл, які не є атTRACTорами.

Для характеристики універсальних властивостей фазових портретів систем різноманітної природи розглянемо, слідуючи [30], математичну модель яка описується рівнянням

$$\frac{dx}{dt} = P(x) \quad (3.8)$$

Для подальшого розгляду зручно ввести потенціал

$$V(x) = - \int P(x) dx, \quad (3.9)$$

що відповідає нелінійній (у загальному випадку) функції $P(x)$. Тоді рівняння моделі приймає так звану градієнтну форму

$$\frac{dx}{dt} = - \frac{dV(x)}{dx}. \quad (3.10)$$

В теорії катастроф потенціал $V(x)$ задається певною кількістю доданків і параметрів. Позначимо ці числа відповідно через n і k . Число $k=n-1$ називається корозмірністю катастрофи.

Повна класифікація основних типів катастроф для випадків однієї та двох змінних, яка спирається на теорему Тома може бути знайдена, наприклад у [30].

3.3 Узагальнене поняття стаціонарності відкритої системи за Пригожиним на випадки самоорганізації та утворення впорядкованих структур

Розглянемо відкриту систему стаціонарного типу. Поняття стаціонарності за Пригожиним припускає, що повна ентропія $S_{\text{повн}}$ відкритої системи незмінна в силу того, що збільшення ентропії ΔS_i ,

пов'язане з незворотними дисипативними процесами в середині системи з оточенням, яке супроводжується відтоком ентропії ΔS_e через поверхню, що обмежує об'єм системи. Таким чином, має місце співвідношення

$$\Delta S_{\text{повн}} = \Delta S_i + \Delta S_e = 0, \quad (3.11)$$

оскільки $\Delta S_i > 0$, а $\Delta S_e = -\Delta S_i > 0$. Тут

$$\Delta S_i = \iint \sigma dV dt > 0 \quad (3.12)$$

- додатне виробництво ентропії всередині системи, а

$$\Delta S_e = -\iint J_S d\Omega dt < 0 \quad (3.13)$$

- приток від'ємної ентропії (негентропії) з навколошнього середовища. В (3.13) використані стандартні для нерівноважної термодинаміки позначення, а саме: $J_S = d^2 S_e / d\Omega dt < 0$ - потік ентропії через поверхню Ω , спрямований в середину системи, а $d\Omega$ - векторний елемент поверхні, який співпадає за напрямком з вектором зовнішньої нормалі до елементу поверхні.

Іншими словами, стаціонарність досягається за рахунок такого притоку негентропії ззовні ($\Delta N_e > 0$), який в точності дорівнює зменшенню негентропії в середині системи ($\Delta N_i < 0$), тобто

$$\Delta N_{\text{повн.}} = \Delta N_i + \Delta N_e = 0 \quad (3.14)$$

Сказане вище обґрунтовує відоме твердження: відкрита стаціонарна система живиться негентропією.

Саме для подібних відкритих систем виконується теорема Пригожина про мінімум виробництва ентропії, яка справедлива для невеликих відхилень системи від рівноваги. Термін “невеликі відхилення” передбачає справедливість лінійної термодинаміки незворотних процесів, тобто такого наближення, для якого правильні лінійний закон $J_i = \sum L_{ik} X_k$ між потоками J_i і термодинамічними силами X_k і завдання зміни ентропії $\Delta S = \sum g_{ik} X_i X_k$ у вигляді квадратичної форми

термодинамічних сил, де g_{ik} - коефіцієнти обчислені в положенні рівноваги.

Узагальнимо поняття відкритої системи стаціонарного типу за Пригожиним на випадок, коли в довільній відкритій системі можливе утворення впорядкованих структур.

При утворені впорядкованих структур зміна ентропії в середині системи ΔS_i складається в середньому з двох внесків:

- 1) додатної зміни ентропії $\Delta S_i^{(d)}$ за рахунок дисипативних процесів,
- 2) від'ємної зміни ентропії $\Delta S_i^{(s)}$ за рахунок утворення впорядкованих структур. Таким чином, маємо.

$$\Delta S_i = \Delta S_i^{(d)} + \Delta S_i^{(s)} \quad (3.15)$$

При цьому стаціонарний стан може бути забезпечений двома способами:

а) якщо $\Delta S_i^{(d)} > \Delta S_i^{(s)}$, то $\Delta S_i > 0$ і для виконання умови $\Delta S_{\text{повн.}} = 0$ необхідним є дотримання нерівності

$$\Delta S_e = -|\Delta S_i^{(d)} + \Delta S_i^{(s)}| < 0, \quad (3.16)$$

подібної до умови (4.11) стаціонарності відкритої системи за Пригожиним;

б) якщо $\Delta S_i^{(d)} > |\Delta S_i^{(s)}|$, то $\Delta S_i < 0$ і в цьому разі необхідним є приток енергії ззовні ($\Delta S_e > 0$) для забезпечення умов стаціонарності ($\Delta S_{\text{повн.}} = 0$), тобто

$$\Delta S_e = -|\Delta S_i^{(s)}| - \Delta S_i^{(d)} < 0 \quad (3.17)$$

Нерівність (3.17) назовемо умовою стаціонарності відкритих систем в узагальненому сенсі. Зауважимо, що для довільної відкритої системи може виявится несправедливою умова малих відхилень параметрів від положення рівноваги і тим самим умови застосування лінійної термодинаміки необоротних процесів і, відповідно, теореми Пригожина щодо мінімуму виробництва ентропії в стаціонарному стані.

I, нарешті, необхідно підкреслити, що при вивчені процесів утворення впорядкованих просторових або часових структур поблизу критичних точок, тобто при біфуркаціях Тюрінга або Хопфа, необхідним є послідовне врахування флюктуаційних внесків ΔS_{fl} . Тому

$$\Delta S_{\text{повн.}} = \Delta S_i^{(d)} + \Delta S_i^{(s)} + \Delta S_c + \Delta S_{fl} \quad (3.18)$$

Звідси випливає, що при виконанні умов стаціонарності (3.16) або (3.17) для ентропії стає визначальним доданок ΔS_{fl} . Відповідно, для флюктуаційної частини вільної енергії такої системи маємо: $\Delta F_{fl} = -T\Delta S_{fl}$.

3.4 Методи нерівноважної термодинаміки і статистичної фізики

Інформаційна та гіббсівська ентропія, має зв'язок із статистичними функціями розподілу. Визначенням інформаційної ентропії за К. Шенноном є наступне співвідношення:

$$S_i = - \sum P_k \ln P_k, \quad (3.19)$$

де P_k - дискретний розподіл ймовірностей деяких випадкових подій. Очевидно, що

$$S_i = 0, \quad \left(P_i = 1, P_k = 0, k \neq i \right),$$

$$S_i = S_{\text{макс.}} = \ln n, \quad \left(P_1 = \dots = P_n = \frac{1}{n} \right).$$

Величину S_i називають ще й шеннонівською ентропією H . Для з'ясування змісту цього поняття зауважимо, що $H=0$ при будь-якому $P = P_i$, тобто коли всі події детерміновані. Далі $H = H_{\text{макс.}}$ при $P_1 = P_2 = \dots = P_n = 1/n$, де n - повне число подій, тобто коли усі події відбуваються з однаковою ймовірністю, невизначеність є найбільшою. Таким чином, інформаційна ентропія - це міра невизначеності інформації, що відповідає статистичному розподілу випадкових подій.

Визначенням інформаційної ентропії для безперервного розподілу подій з густинною $p(x)$ є

$$S_i = - \int p(x) \ln p(x) dx , \quad (3.20)$$

причому

$$\int p(x) dx = 1 .$$

Як пов'язана інформаційна ентропія з ентропією статистичних ансамблів Гіббса? Розглянемо величину

$$\eta = -\ln f_N(\{p\}, \{q\}, t), \quad (3.21)$$

де f_N - функція розподілу всіх N частинок системи. Величина η , як і f_N задовольняє рівнянню Ліувілля

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \{H, \eta\}$$

Гіббсівською ентропією називається середнє значення логарифму функції розподілу, взяте зі знаком „-”, тобто

$$S = \langle \eta \rangle = - \int f_N(p, q, t) \ln f_N(p, q, t) d\Gamma \quad (3.22)$$

Порівняння виразів для S і S_i показує, що гіббсівська ентропія є також інформаційною. Це означає, що всі висновки статистичної механіки можна отримати, використовуючи головні положення теорії інформації.

Нижче розглядається запропонований Зубаревим метод отримання статистичних функцій розподілу, що використовуючи екстремальних властивостей інформаційної ентропії.

Отримаємо статистичні ансамблі Гіббса з умови екстремуму інформаційної ентропії.

а) Канонічний ансамбль

Покажемо, що канонічний ансамбль Гіббса випливає з умови екстремуму інформаційної ентропії

$$S_i = - \int f \ln f d\Gamma ,$$

при завданні середньої енергії

$$\langle H \rangle = \int H f d\Gamma$$

і виконанні умови нормування

$$\int f d\Gamma = 1.$$

Для знаходження умовного екстремуму S_i за цих двох умов слід шукати абсолютний екстремум функціоналу

$$F = - \int f \ln f d\Gamma - \beta \int f H d\Gamma - \lambda \int f d\Gamma,$$

де β, λ - множники Лагранжа. Умова екстремуму має вигляд

$$-\frac{dF}{df} = \ln f + 1 + \beta H + \lambda = 0,$$

звідки

$$f = \exp(-1 - \lambda - \beta H).$$

З умови нормування випливає, що

$$\int f d\Gamma = \exp(-1 - \lambda) \int \exp(-\beta H) d\Gamma = 1,$$

або

$$\exp(-1 - \lambda) = Q^{-1} = 1 / \int \exp(-\beta H) d\Gamma,$$

де Q – статистичний інтеграл. Таким чином, одержаний канонічний розподіл Гіббса

$$f = Q^{-1} \exp(-\beta H). \quad (3.23)$$

Оскільки задання середньої енергії еквівалентне заданню температури, то отриманий розподіл описує ізотермічний ансамбль Гіббса.

б) великий канонічний ансамбль.

Нехай система обмінюється з термостатом не тільки енергією, але й частинками. Інформаційна ентропія такої системи є

$$S_i = - \sum \int f_N \ln f_N d\Gamma,$$

де знак суми охоплює різні набори з N частинок. Отримаємо великий канонічний розподіл з умови екстремуму S_i при виконанні умови нормування

$$\sum \int f_N d\Gamma = 1$$

і завданні середньої енергії

$$\langle H \rangle = \sum \int H f_N d\Gamma,$$

а також середнього числа частинок

$$\langle N \rangle = \sum \int N f_N d\Gamma.$$

Знаходження абсолютноного екстремуму функціоналу

$$F = - \sum \int f_N \ln f_N d\Gamma - \beta \sum \int f_N H d\Gamma + \nu \sum \int N f_N d\Gamma - \lambda \sum \int f_N d\Gamma,$$

де β, ν, λ - множники Лагранжа, призводить до наступного результату:

$$\frac{dF}{df_N} = \ln f_N + 1 + \beta H - \nu N + \lambda = 0,$$

звідки випливає, що

$$f_N = \exp(-1 - \lambda) \exp(-\beta H + \nu N).$$

З умови нормування маємо

$$\sum \int f_N d\Gamma = 1 = \exp(-1 - \lambda) \sum \int \exp(-\beta H + \nu N) d\Gamma = \exp(-1 - \lambda) Q_N$$

Остаточно маємо

$$f_N = Q_N^{-1} \exp\left[-(H - \mu N)/k_B T\right], \quad (3.24)$$

де k_B – стала Больцмана, а $Q_N = \sum \int \exp\left[-(H - \mu N)/k_B T\right] d\Gamma$ – статистичний інтеграл.

Таким чином, отримуємо великий канонічний розподіл, що описує розподіл енергії і числа частинок в ізотермічному ансамблі ($N = \text{const}$) з постійним хімічним потенціалом ($\mu = \nu/\beta = \text{const}$).

Подібним чином може бути отриманий будь-який інший розподіл. Наприклад, функція розподілу ізотермічно-ізобаричного ансамблю знаходиться з умови екстремуму інформаційної ентропії за умови завдання середньої ентропії і її середнього об'єму. Проведений розгляд показує, що використання екстремальних властивостей інформаційної ентропії – зручний евристичний метод отримання різних статистичних функцій розподілу.

Отримаємо за допомогою цього методу ряд головних результатів математичної статистики. Відшукаємо екстремум інформаційної ентропії

$$S_i = - \int p(x) \ln p(x) dx$$

з врахуванням умови нормування

$$\int p(x) dx = 1$$

і завдання середнього значення довільної величини

$$\langle A \rangle = \int p(x) A(x) dx .$$

Абсолютний екстремум функціоналу

$$F[p(x)] = - \int p(x) \ln p(x) dx - \lambda \int p(x) dx - \beta \int A(x) p(x) dx$$

задовольняється функцією

$$p(x) = \frac{\exp[-\beta A(x)]}{\int \exp[-\beta A(x)] dx}$$

Розглянемо окремі випадки для функцій розподілу випадкових величин, які відомі в математичній статистиці:

$$A(x) = x, \quad p(x) \sim \exp(-\beta x), \text{ (розподіл Пуассона)} \quad (3.25)$$

$$A(x) = x^2, \quad p(x) \sim \exp(-\beta x), \text{ (розподіл Гауса)} \quad (3.26)$$

$$A(x) = \ln\left(\frac{1+x^2}{\beta}\right), \quad p(x) \sim \exp\left[-\beta \ln\left(\frac{1+x^2}{\beta}\right)\right] = \left(\frac{1+x^2}{\beta}\right)^{-\beta} \quad (3.27)$$

Останній випадок є найбільш загальним – це так званий розподіл Стьюдента. При $\beta \rightarrow \infty$ з розподілу Стьюдента випливає розподіл Гауса на підставі того, що

$$\lim_{\beta \rightarrow 0} \left(\frac{1+x^\beta}{\beta}\right)^{-\beta} \sim \exp(-x^2).$$

При $\beta = 1$ з розподілу Стьюдента маємо формулу

$$p(x) \sim \frac{1}{(1+x^2)}, \quad (3.28)$$

яка відома під назвою розподілу Лоренца.

Корисним методом дослідження статистичних систем є апарат часткових статистичних функцій розподілу, що отримуються з повної статистичної функції розподілу всіх частинок інтегруванням по координатах всіх частинок, окрім виділених s . В часткових функціях розподілу також розрізняють приведені (або функції розподілу Боголюбова-Кірквуда) і не приведені (або функції Урселла-Майера). Приведені функції Боголюбова-Кірквуда визначаються звичайним чином [31]

$$F_s \sim \int F_N dq_{s+1} \dots dq_N.$$

В не приведених функціях розподілу Урселла-Майера G_s віднімаються значення приведених функцій розподілу F_s при необмеженому віддаленні всіх частинок одна від одної ($|q_i - q_k| \rightarrow \infty$, $i, k = 1, \dots, s$). Так, для парних функцій розподілу маємо

$$G_2(q_1, q_2) = F_2(q_1, q_2) - F_1(q_1)F_1(q_2).$$

Звідси випливає, що при $q = |q_i - q_k| \rightarrow \infty$ функція G_2 (в однорідному і ізотропному випадку вона називається радіальною функцією розподілу $g(q)$) обертається в нуль.

Локально-однорідний та локально-рівноважний розподіл. Нехай існує статистичний ансамбль систем, повна рівновага в яких відсутня через неоднакове завдання просторових зовнішніх умов. Просторовий розподіл „зовнішніх полів” $F_1(r), F_2(r), \dots, F_n(r)$ призведе в кінцевому результаті до просторового розподілу динамічних змінних-густин $P_1(r), P_2(r), \dots, P_n(r)$.

Виведемо статистичну функцію розподілу, яку природно назвати локально-однорідною, розглядаючи для визначеності випадок великого канонічного ансамблю. З цією метою слід шукати екстремум гіббсівської ентропії при завданні локальних середніх значень енергії і числа частинок

$$\langle H(x) \rangle = \int H(x) f_\Pi d\Gamma, \quad \langle N(x) \rangle = \int N(x) f_\Pi d\Gamma$$

та виконанні умови нормування $\int f_\Pi d\Gamma = 1$.

В результаті локально-однорідна функція розподіл для великого канонічного ансамблю є

$$f_\Pi = Q_\Pi^{-1} \exp \left\{ - \int \beta(x) [H(x) - \mu(x)N(x)] dx \right\}, \quad (3.29)$$

$$\text{де } Q_\Pi = \int \exp \left\{ - \int \beta(x) [H(x) - \mu(x)N(x)] dx \right\} d\Gamma$$

- статистичний інтеграл, а $\beta(x) = \frac{1}{k_B T(x)}$, $\mu(x) = \frac{v(x)}{\beta(x)}$ - локальні температура і хімічний потенціал.

Для локально-однорідного ансамблю Масье-Планка аналогічні міркування призводять до функції розподілу

$$f_L = \exp \left\{ -\Phi [F_k(r)] - \sum_v \int F_k(r) P_k(r) dr \right\} \quad (3.30)$$

де локально-однорідний потенціал Масье-Планка дорівнює

$$\Phi = \ln Q = \ln \sum_v \int \exp \left\{ - \int F_k(r) P_k(r) dr \right\} d\Gamma$$

Як було показано вище, ентропія такого ансамблю

$$S = \Phi + \sum_k \int v F_k(r) \langle P_k(r) \rangle dr,$$

тоді сама функція розподілу має вигляд

$$f_L = \exp \left\{ -S - \sum_k \int v F_k(r) [P_k(r) - \langle P_k(r) \rangle dr] \right\}$$

Звідки з умови нормування $\int f_L d\Gamma = 1$, що дає

$$e^S = \int \exp \left\{ - \sum_k \int v F_k(r) [P_k(r) - \langle P_k(r) \rangle dr] \right\} d\Gamma,$$

отримуємо інший запис виразу для ентропії локально-однорідного розподілу

$$S = \ln \int \exp \left\{ - \sum_k \int F_k(r) \left[P_k(r) - \langle P_k(r) \rangle dr \right] \right\} d\Gamma \quad (4.31)$$

У загальному випадку існує просторово-часовий розподіл „зовнішніх полів” $F_k(r, t)$ і пов’язаних з ними динамічних змінних-густин $P_k(r, t)$. Відповідна локально-однорідна і локально-рівноважна функція розподілу визначається виразом

$$f = \exp \left\{ - \Phi \left[F_k(r, t) \right] - \sum_k \int F_k(r, t) P_k(r, t) dr \right\} \quad (3.32)$$

де функціонал Масьє-Планка

$$\Phi = \ln Q = \ln \sum \int \exp \left\{ - \int F_k(r, t) P_k(r, t) dr \right\} d\Gamma$$

Використання твірних властивостей функціоналу Φ призводить до просторово-часових кореляційних функцій флуктуацій динамічних змін виду

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^n \Phi}{\partial F_1(r_1, t_1) \dots \partial F_n(r_n, t_n)} = \\ & = (-1)^n \langle [P_1(r_1, t_1) - \langle P_1(r_1, t_1) \rangle] \dots [P_n(r_n, t_n) - \langle P_n(r_n, t_n) \rangle] \rangle \end{aligned}$$

Ці функції відіграють важливу роль у всій статистичній фізиці, а також у теорії розсіяння частинок і електромагнітного випромінювання різних діапазонів. Так, парна просторово-часова кореляційна функція флуктуацій числа частинок (або так званий динамічний структурний фактор) цілком визначає залежність одноразового розсіяння світла, рентгенівських променів і нейтронів від переданих хвильового вектора і частоти.

Нерівноважна функція розподілу. Початкова стадія нерівноважного процесу описується N – частковою функцією розподілу f_N , що задовольняє рівнянню Ліувілля

$$\frac{\partial f_N}{\partial t} = \{H, f_N\} = iL f_N.$$

$$iL = \sum_i \left[\left(\frac{\partial H}{\partial q_i} \right) \frac{\partial}{\partial p_i} - \left(\frac{\partial H}{\partial p_i} \right) \frac{\partial}{\partial q_i} \right]. \quad (3.33)$$

Важливою є та обставина, що до часів, які не перевищують час співудару, еволюція нерівноважної системи відбувається оберненим чином, підкорюючись повністю динамічним закономірностям. Цей факт оберненості на початковій стадії відображений у рівнянні Ліувілля, що є інваріантним відносно інверсії часу, тобто заміни t на $-t$. Після цей початкової стадії починається необоротна стадія нерівноважного процесу, яка не може бути описана рівнянням Ліувілля. В зв'язку з цим виникає важлива задача отримання рівняння для функції розподілу, що враховує необоротність реальних процесів. Таке рівняння називають, зазвичай, керуючим чи „master equation”.

Найбільш загальноприйнятий метод отримання керуючого рівняння базується на введені в рівняння Ліувілля джерела необоротності, що порушує його інваріантність відносно інверсії часу. При такій операції, очевидно, повинні виконуватися наступні фізичні вимоги, яким має задовольняти джерело необоротності.

а. Спосіб введення джерела повинен забезпечувати відбір тих розв'язків рівняння Ліувілля, які задовольняють принципу причинності, тобто наслідок запізнюється в часі відносно причини, що його викликає.

б. Джерело повинно обертатися в нуль при досягненні рівноважного або квазірівноважного станів, в яких відсутні необоротні процеси.

в. На кінцевому етапі обчислень середніх інтенсивність джерела необоротності ε повинна бути спрямована до нуля (після термодинамічного граничного переходу $N \rightarrow \infty$, $V \rightarrow \infty$, $N/V \rightarrow \text{const}$).

Керуюче рівняння для функції розподілу, що задовольняє сформульованим вище вимогам, має наступний вигляд:

$$\frac{\partial f(t)}{\partial t} - iL f(t) = -\varepsilon [f(t) - f_L(t)]. \quad (3.34)$$

Розв'язок цього рівняння, який був знайдений Зубарєвим, дає шукану нерівноважну функцію розподілення $f(t)$ (або в квантовому випадку – нерівноважний статистичний оператор).

Розглянемо однорідну частину рівняння Ліувілля з джерелом необоротності

$$\frac{\partial f}{\partial t} = (iL - \varepsilon)f.$$

Його розв'язком є функція

$$f = \exp[(iL - \varepsilon)t]C(t),$$

де $C(t)$ - формально є константа інтегрування, а фізично - невідома функція часу, на яку діє зліва оператор $\exp(iLt)$, що носить назву оператора еволюції.

Знайдемо $C(t)$ - стандартним методом варіації сталої інтегрування. Для похідної по часу від $C(t)$ маємо

$$\frac{\exp[(iL - \varepsilon)t]dC}{dt} = \varepsilon f_L(t).$$

Помножимо це рівняння зліва на оператор $\exp[-(iL - \varepsilon)t]$, що дає

$$\frac{dC}{dt} = \varepsilon \exp[-(iL - \varepsilon)t]f_L(t).$$

З іншого боку, з розв'язку однорідного рівняння випливає, що

$$C(t) = \exp[-(iL - \varepsilon)t]f(t).$$

В результаті отримуємо наступне диференційне рівняння для нерівноважної функції розподілу:

$$\left(\frac{d}{dt}\right)\left\{\exp[-(iL - \varepsilon)t]f(t)\right\} = \varepsilon \exp[-(iL - \varepsilon)t]f_L(t).$$

Зсуваючи початковий момент часу на $-\infty$, виконуємо інтегрування цього рівняння від $-\infty$ до t , що дає

$$\exp[-(iL - \varepsilon)t]f(t) \Big|_{-\infty}^t = \varepsilon \int_{-\infty}^t \exp[-(iL - \varepsilon)t_1]f_L(t_1)dt_1.$$

Тепер став зрозумілим вибір знаку „-“ в інтенсивності джерела необоротності ε . Тільки при такому знаку множник $\exp(\varepsilon t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow -\infty$. В протилежному випадку був би отриманий експоненційно зростаючий при $t \rightarrow -\infty$ розв'язок, позбавлений фізичного сенсу. Звідси після підстановки границь отримуємо вираз виду

$$\exp(-iLt) \exp(\varepsilon t) f(t) = \int_{-\infty}^t \exp[-(iL - \varepsilon)t_1] f_L(t_1) dt_1.$$

Помножуючи цей вираз зліва на оператор $\exp(-iLt)$ і враховуючи ту обстановку, що цей оператор заданий в той момент часу, який не співпадає з жодним моментом часу t_1 , по якому ведеться інтегрування в правій частині, для нерівноважного розподілу функції розподілу маємо

$$f(t) = \varepsilon \int_{-\infty}^t \exp[\varepsilon(t_1 - t)] \exp[-iL(t_1 - t)] f_L(t_1) dt_1.$$

Подальший розрахунок нерівноважної функції розподілу пов'язаний з перетворенням правої частини отриманого виразу. Насамперед виконаємо інтегрування правої частини виразу для $f(t)$ по частинах. З цією метою покладемо

$$u = e^{-iL(t_1 - t)} f_L(t_1), \quad dv = \exp[\varepsilon(t_1 - t)] dt_1.$$

Тоді

$$v = \frac{\exp[\varepsilon(t_1 - t)]}{\varepsilon},$$

$$du = \left\{ -iL \exp[-iL(t_1 - t)] f_L(t_1) + e^{-iL(t_1 - t)} \left(\frac{\partial}{\partial t_1} \right) f_L(t_1) \right\} dt_1$$

Звідси

$$f(t) = \exp[-(iL - \varepsilon)(t_1 - t)] f_L(t_1) \Big|_{-\infty}^t - \\ - \int_{-\infty}^t \exp[\varepsilon(t_1 - t)] \exp[-iL(t_1 - t)] \left(-iL + \frac{\partial}{\partial t_1} \right) f_L(t_1) dt_1$$

Поза інтегральний член при $t_1 = t$ дає квазірівноважну функцію розподілу, а при $t_1 \rightarrow -\infty$ обертається в нуль. Таким чином, нерівноважна функція розподілу приймає вигляд

$$f(t) = f_L(t_1) - \\ - \int_{-\infty}^t \exp[\varepsilon(t_1 - t)] \exp[-iL(t_1 - t)] \left(-iL + \frac{\partial}{\partial t_1} \right) f_L(t_1) dt_1$$

Розглянемо множник у підінтегральному виразі

$$\left(-iL + \frac{\partial}{\partial t_1} \right) f_L(t_1).$$

Тут оператор Ліувілля і часткова похідна по часу діють на квазірівноважну функцію розподілу

$$f_L(t_1) = Q^{-1}[F_k(r_1, t_1)] \exp\left[-\sum \int F_k(r_1, t_1) P_k(r_1, t_1) dr_1\right]$$

Точніше, оператор Ліувілля діє тільки на динамічні величини $P_k(t_1)$, що входять в $f_L(t_1)$. В подальшому для визначеності будемо вважати, що параметри P_k є інтегралами руху, тобто густини енергії,

числа частинок і імпульсу. У такому випадку динамічні зміни p_k характеризуються відомими виразами, що містять залежність від координат і імпульсів всіх частинок і які не мають явної залежності від часу:

$$N = \sum \delta(r_i - r), \quad p = \sum p_i \delta(r_i - r),$$

$$H = \sum \left\{ \left(\frac{p_i^2}{2m} \right) + \frac{1}{2} \sum \Phi(|r_i - r_j|) \right\} \delta(r_i - r),$$

де $\delta(r_i - r)$ - дельта-функція Дірака, а $\Phi(|r_i - r_j|)$ - парний міжмолекулярний потенціал. Сказане означає, що похідна часу $\frac{\partial}{\partial t_1}$ повинна діяти лише на „зовнішні поля” $F_k(r_1, t_1)$, тобто на температуру, хімічний потенціал і швидкість елемента середовища з центром в точці r_1 . Тоді розглядуваний множник у підінтегральному виразі для нерівноважної функції розподілу приймає вигляд

$$\begin{aligned} \left(-iL + \frac{\partial}{\partial t_1} \right) f_L(t_1) &= \sum \int F_k(r_1, t_1) iL P_k(r_1, t_1) f_L(t_1) dr_1 - \\ &- \sum_k \int \left(\frac{\partial F_k}{\partial t_1} \right) P_k f_L(r_1) dr_1 + Q^{-2} \int \sum_k \int \left(\frac{\partial F_k}{\partial t_1} \right) P_k dr_1 \exp \left(- \sum_k \int F_k P_k dr_1 \right) d\Gamma \end{aligned}$$

Тут два перших доданки виникають від диференціювання експоненти квазірівноважної функції розподілу, а останнє – від диференціювання статистичного інтегралу.

Можна показати, що всі наведені вище доданки можуть бути об'єднані в один вираз, який містить добуток спряжених потоків і градієнтів „зовнішніх полів”, тобто

$$\sum_k \int J_k(r_1, t_1) \nabla F_k(r_1, t_1) dr_1 f_L(t_1).$$

Градієнти „зовнішніх полів” безпосередньо зв’язані з термодинамічними силами, які вводяться в розгляд в термодинаміці необоротних процесів і позначаються через $X_k(r_1, t_1)$.

Наведемо міркування, які дозволяють здійснити перехід в підінтегральному виразі до добутку $\sum J_k X_k$. В першому доданку $\sum \int F_k iLP_k dr f_L$ слід скористатися співвідношенням виду

$$iLP_k = -\nabla J_k,$$

в якому використані, з одного боку, закони збереження

$$\left(\frac{\partial P_k}{\partial t} \right) + \{P_k, H\} = \left(\frac{\partial P_k}{\partial t} \right) - iLP_k = 0,$$

а, з іншого, запис рівнянь руху для величин, що зберігаються,

$$\left(\frac{\partial P_k}{\partial t} \right) = -\nabla J_k,$$

Тоді після інтегрування по частинах і нехтування поверхневим інтегралом отримаємо

$$\begin{aligned} \sum_k \int F_k iLP_k dr f_L &= - \sum_k \int F_k \operatorname{div} J_k dr f_L = - \sum_k \int \operatorname{div}(F_k J_k) dr f_L + \\ &+ \sum_k \int J_k \nabla F_k f_L dr = - \sum_k \int_{\Omega} F_k J_k d\Omega f_L + \sum_k \int J_k \nabla F_k dr f_L \approx \\ &\approx \sum_k \int J_k \nabla F_k dr f_L \end{aligned}$$

В останніх двох доданках, що входять в множник $\frac{\partial f_L}{\partial t}$, необхідно

вилючити часові похідні від „зовнішніх полів”. Це можна, наприклад, зробити за допомогою рівнянь гідродинаміки. В цьому випадку припускається, що розглядувана система близька до свого рівноважного

стану, суттєво перевищують час вільного пробігу для молекул системи. Так, наприклад, з рівняння Ейлера маємо

$$\left(\frac{dv}{dt}\right) = \left(\frac{\partial v}{\partial t}\right) + (v\nabla)v = -\frac{\nabla p}{\rho}.$$

Тиск є функцією „зовнішніх полів” $\beta = 1/kT$ і $v_i = \mu_i \beta$, тому

$$\nabla p = \left(\frac{\partial p}{\partial \beta}\right)_{v_i} \nabla \beta + \sum_i \left(\frac{\partial p}{\partial v_i}\right)_\beta \nabla v_i.$$

Таким чином, на підставі рівняння Ейлера часова похідна від швидкості виражається через градієнти температури і хімічного потенціалу. Аналогічним чином за допомогою рівнянь гідродинаміки перетворюються і інші часові похідні $d\beta/dt_1$ і dv_i/dt_1 . В результаті описаних перетворень нерівноважна функція розподілу $f(t)$ приймає вигляд:

$$f(t) = f_L(t_1) + \int_{-\infty}^t \exp[\epsilon(t_1 - t)] \exp[-iL(t_1 - t)] \times \times \int \sum J_k(r_1, t_1) X_k(r_1, t_1) dr_1 f_L(t_1) dt_1 \quad (3.35)$$

В підінтегральному виразі оператор еволюції $\exp[iL(t_1 - t)]$ діє на динамічні функції, яким є потоки $J_k(r_1, t_1)$.

Якщо ж система знаходиться досить далеко від свого рівноважного стану і в ній відбуваються процеси формування нових структур, то не можна, звичайно, використовувати в цьому випадку рівняння гідродинаміки. Виключення часових похідних від величини F_k вимагає розроблення іншої процедури, яка адекватно відображає фізичну суть процесу структуроутворення.

Тут необхідно зробити одне важливе зауваження. Як відомо, на динамічній стадії нерівноважного процесу функція розподілу відбувається за законом $\partial f / \partial t = iLf = \{H, f\}$, що визначається рівнянням Ліувілля. Покажемо, що довільні динамічні зміни підпорядковуються рівнянню, що відрізняється від рівняння Ліувілля для функції розподілу лише знаком

перед оператором Ліувілля. Дійсно, для будь-якої динамічної змінної A рівняння руху має вигляд

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\partial A}{\partial t} + \{A, H\} \neq \frac{\partial A}{\partial t} - iLA$$

Звідси, якщо A не залежить явно від часу (потоки інтегралів руху J_k , як і самі P_k , є саме такими величинами), то

$$\frac{\partial A}{\partial t} = 0, \quad \frac{dA}{dt} = -iLA.$$

Таким чином, еволюція динамічної змінної задовольняє закону

$$A(t) = e^{-iLt} A(0),$$

де $A(0)$ – початкове значення динамічної змінної.

У відповідності до сказаного оператор еволюції $\exp[iL(t_1 - t)]$ переводить потік $J_k(r_1, t_1)$, заданий в момент часу t_1 , в потік $J_k(r_1, t_1 - t)$, заданий в момент часу $t_1 - t$. Кінцевий вираз для нерівноважної функції розподілу записується у вигляді

$$f(t) = f_L(t) + \\ + \int_{-\infty}^t \exp[\epsilon(t_1 - t)] \sum_k J_k(r_1, t_1 - t) X_k(r_1, t_1) dr_1 f_L(t_1) dt_1$$

Ще один важливий наслідок полягає в отриманні рівнянь руху для середніх від динамічних змінних

$$\langle A \rangle = \iint A(p, q) f_N(p, q) d\{p\} d\{q\}.$$

Часова еволюція цих величин визначається співвідношенням

$$\frac{d\langle A \rangle}{dt} = \left(\frac{\partial}{\partial t} + v\nabla \right) \int A f_N d\Gamma = \int A \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right) d\Gamma.$$

Зауважимо в силу сказаного вище, що $\frac{\partial A}{\partial t} = 0$ і, окрім того, $\nabla \int A f_N d\Gamma = 0$. Тоді з рівняння Ліувілля

$$\frac{\partial f_N}{\partial t} = \sum_k \left(\frac{\partial H}{\partial q_k} \frac{\partial f_N}{\partial p_k} - \frac{\partial H}{\partial p_k} \frac{\partial f_N}{\partial q_k} \right) = \{H, f_N\}$$

маємо

$$\frac{d\langle A \rangle}{dt} = - \int A(p, q) \sum_k \left(\frac{\partial H}{\partial q_k} \frac{\partial f_N}{\partial p_k} - \frac{\partial H}{\partial p_k} \frac{\partial f_N}{\partial q_k} \right) d\Gamma.$$

В результаті інтегрування по частинах

$$\begin{aligned} \frac{d\langle A \rangle}{dt} &= - \int f_N \sum_k \left(\frac{\partial H}{\partial q_k} \frac{\partial f_N}{\partial p_k} - \frac{\partial H}{\partial p_k} \frac{\partial f_N}{\partial q_k} \right) d\Gamma = \\ &= \int f_N \{H, A\} d\Gamma = -\langle \{H, A\} \rangle = \langle \{A, H\} \rangle \end{aligned} \quad (3.36)$$

На цьому ми вимушені спинити далеко неповний перелік методів досліджень складних систем та процесів які існують, та відбуваються у довкіллі. Поза уваги залишилися зокрема методи чисельного експерименту, які рік від року поширяють свій внесок у вивчені складних проблем довкілля, але деяких прикладів на думку автора достатньо, щоб отримати уявлення про той комплекс методів статистичної фізики та теорії динамічних систем і нелінійного аналізу, якій має бути затіяним на цьому шляху. Детальне знайомство з цими методами виходить далеко за рамки нашої книги. Читач може поширити свої уявлення про вказані методи за допомогою чисельної доброкісної літератури з відповідних напрямів [16].

3.5 Кінетична теорія фазових перетворювань

Аналогії між багатьма процесами у довкіллі та фазовими переходами у фізичних системах вимагають від нас певного знайомства із логікою теоретичних підходів до опису таких явищ. Система, яка робить фазовий перехід при нескінченно повільній зміні стану, макроскопічно неоднорідна

Якщо швидкість зміни стану кінцева, то ті ступені свободи, часи релаксації яких завеликі, виявляються “замороженими”. Такими ступенями свободи можуть бути гідродинамічні моди, наприклад, поле концентрацій $\varphi(\vec{r},t)$ що задовольняє закону збереження:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0, \quad (3.37)$$

де потік \vec{j} визначається співвідношеннями які мають вигляд

$$\vec{j} = -b \vec{\nabla} \mu, \quad \mu = \frac{\delta \Phi}{\delta \varphi(\vec{r},t)}, \quad (3.38)$$

тут Φ - термодинамічний потенціал системи.

В припущення малого відхилення параметра порядку $\varphi(\vec{r},t)$ від критичного значення, згідно до теорії фазових переходів Ландау [17], розкладемо Φ у ряд по ступеням φ і його градієнта:

$$\Phi = \frac{1}{2} \int \left\{ c (\vec{\nabla} \varphi)^2 + d \tau \varphi^2 + \frac{1}{2} \beta \varphi^4 + \dots \right\} dv. \quad (3.39)$$

З урахуванням (3.38), (3.39) після переходу до безрозмірних змінних, які визначаються співвідношеннями

$$\vec{r} \rightarrow \sqrt{\frac{c}{\alpha}} \vec{r}, \quad t \rightarrow \frac{c}{b\alpha^2} t, \quad \varphi \rightarrow \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} \varphi, \quad \tau = \frac{T - T_c}{T_c}, \quad (3.40)$$

рівняння (3.37) приймає наступний вигляд

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \Delta \left\{ \Delta \varphi + \tau \varphi + \varphi^3 \right\} \quad (3.41)$$

де коефіцієнти α , β , b і c мають звичайний сенс [17]. При досліженні кінетики переходів порядок-безлад типу феропарамагнетик або сегнетоелектричного типу, параметр порядку $\varphi(\vec{r},t)$ є неконсервативним і замість рівняння (3.37) слід записати рівняння Онсагера

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \Gamma \frac{\delta \Phi}{\delta \phi}, \quad (3.42)$$

де Γ - кінетичний коефіцієнт.

Рівняння (3.42), з урахуванням (3.40) у безрозмірних змінних вигляду

$$\phi = \sqrt{\frac{b}{|\alpha|}} \varphi, \quad \vec{r} = \frac{\vec{r}}{a}, \quad t = \frac{c\Gamma}{a^2} t, \quad (3.43)$$

де a - масштаб довжини приймає наступний вигляд

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \Delta \varphi + \alpha^2 (1 + \varphi^2) \varphi. \quad (3.44)$$

Рішення рівнянь (3.41), (3.44) з відповідними початковими умовами описує кінетику фазових переходів, а рівняння які легко одержуємо з (3.41), (3.43) для других моментів, дозволяють дослідити кореляційну стійкість.

Ізотропна система, яка описується скалярним незберігаючимся полем упорядкування $\phi(\vec{r}, t)$ і яка дозволяє фазовий перехід другого роду, фазова діаграма якого у осіх $\phi - T$ надана на Рис. 3.1,

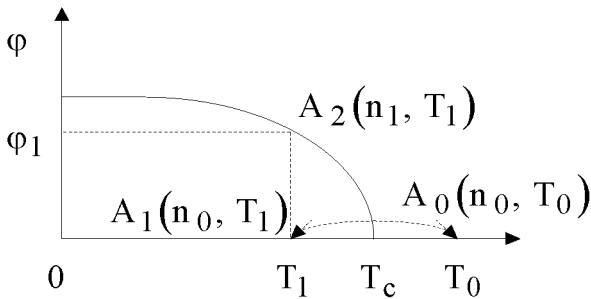


Рисунок 3.1.

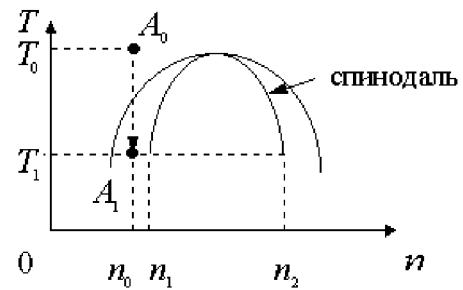


Рисунок 3.2.

знаходячись у стані $A_0(n_0, T_0)$ (n - густина, T - температура), миттєво, шляхом охолоджування, переводиться у стан $A_1(n_0, T_1)$. Покладаючи, що інтервал $\Delta T = |T_1 - T_c|$ достатньо, але не дуже малий, так що теорія самоузгодженого поля [17-19] повністю приймається, дослідімо стійкість системи у стані $A_1(n_0, T_1)$.

Користуючись (3.44) і застосовуючи ліанерізацію вигляду [20]

$$\varphi^3(\vec{r}, t) = \langle \varphi^2(t) \rangle \varphi(\vec{r}, t), \quad (3.45)$$

отримаємо вираз для середнього квадрата параметра порядку:

$$\langle \varphi^2(t) \rangle = \frac{\int e^{2(\alpha^2 - k^2)t} \langle |\varphi_{\vec{k}}(0)|^2 \rangle \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}}{1 - \alpha^2 \int \left[e^{2(\alpha^2 - k^2)t} - 1 \right] \frac{\langle |\varphi_{\vec{k}}(0)|^2 \rangle}{\alpha^2 - k^2} \frac{d\vec{k}}{(2\pi)^3}}, \quad (3.46)$$

де кутові дужки $\langle \dots \rangle$ позначають осереднення за розподілом початкових значень параметра порядку $\varphi(\vec{r}, 0)$, $\varphi_{\vec{k}}(0)$ - фур'є-зображення $\varphi(\vec{r}, 0)$.

Приймаючи для $\langle |\varphi_{\vec{k}}(0)|^2 \rangle$ найпростішу квазі-Орнштейн-Церніковську форму, отримаємо

$$\begin{aligned} \langle |\varphi_{\vec{k}}(0)|^2 \rangle &= \tilde{m} \int \frac{e^{\alpha_0 [1 - \sqrt{r^2 + 1}]}}{\sqrt{r^2 + 1}} e^{-ik\vec{r}} d\vec{r} = \\ &= 4\pi \tilde{m} e^{\alpha_0} \frac{K_1(\sqrt{k^2 + \alpha_0^2})}{\sqrt{k^2 + \alpha_0^2}}, \quad T > T_c, \end{aligned} \quad (3.47)$$

де α_0 - зворотній радіус кореляції, $K_1(z)$ функція Макдональда [21], \tilde{m} - нормувальний множник. Підставляючи (3.47) у (3.46), після перетворень, маємо

$$\langle \phi^2(t) \rangle = \frac{I_1(t)}{\frac{2\pi^2}{m} e^{2\alpha_0} e^{-2\alpha^2 t} + \alpha^2 \left[I_2(t) - e^{-2\alpha^2 t} I_2(0) \right]}, \quad (3.48)$$

де

$$I_1(t) = \frac{\pi}{4\sqrt{2}} t^{-1/2} e^{16t} W_{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}}\left(\frac{1}{8t}\right), \quad (3.49)$$

тут $W_{V,\mu}(z)$ - функція Уіттекера. Функція $I_2(t)$ має вигляд аналогічний (3.49) [20].

З аналізу (3.48), (3.49) слідує, що стан нестійкий, процес переходу у стан стійкої рівноваги $A_2(n_1, T_1)$ носить чисто релаксаційний характер з характерним часом t_0 (час на півширині функції $\langle \phi^2(t) \rangle$):

$$t_0 = \frac{c^2 \Gamma}{2|\alpha|} \ln\left(\frac{b}{2m|\alpha|}\right). \quad (3.50)$$

Для двокомпонентної системи, яка дозволяє фазовий перехід і описується зберігаючимся полем параметра порядку, дослідимо релаксацію середнього параметра порядку в отриманому, аналогічно вище розглянутої задачі, релаксаційному мікрогетерогенному стані $A_1(n_0, T_1)$ (див. фазову діаграму, наведену на Рис. 3.2, де n позначає концентрацію).

Для малих часів релаксація визначається лінієрізованим рівнянням, отриманим за допомогою (3.41) і (3.45):

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \tilde{D} \Delta \phi - \Delta^2 \phi, \quad (3.51)$$

де $\tilde{D} = \tau + 3\phi_0^2$, $\phi_0^2 \equiv \langle \phi^2(0) \rangle$. Лінія $\tau + 3\phi_0^2$, $\tau < 0$, є лінією рівноважного розшарування.

Вводячи фур'є-гармоніки $\phi_{\vec{k}}(t)$ для поля $\phi(\vec{r}, t)$ можна показати, що за час $t \sim \theta$ ($t \ll \theta \approx \tilde{D}^{-2}$), система опиняється розбитою на комірки з розмірами

λ , причому $\lambda^2 \sim |\tilde{D}|^{-1} \sim |\tau|^{-1}$. У кожній комірці релаксація йде у напрямку до одного з локальних мінімумів термодинамічного потенціалу Φ , що відповідає температурі T_1 .

Нелінійну стадію релаксації дослідимо, припустивши, що за час, зрівняний з θ вона носить локальний характер. Вважаючи, що $|\vec{\nabla}\phi| \approx \frac{\langle\phi\rangle}{\lambda}$, $\langle\phi\rangle/\lambda^2 \approx |\Delta\phi|$, із (3.41) отримаємо рівняння, яке якісно описує релаксацію середнього значення параметра порядку $\langle\phi\rangle$ по комірці:

$$\frac{\partial\langle\phi\rangle}{\partial t} = -\lambda^{-2} \left\{ \lambda^{-2} + \tau + \langle\phi\rangle^2 \right\} \langle\phi\rangle. \quad (3.52)$$

Інтегруючи (3.52) отримаємо

$$\langle\phi\rangle^2 = (\tau + \lambda)^2 \frac{1}{\exp\left\{\frac{2}{\lambda^2}(\tau + \lambda^{-2})(t - t_0)\right\} - 1}. \quad (3.53)$$

Таким чином, як витікає з (3.53), за час $t \sim \theta$ має місце релаксація $\langle\phi\rangle$ до одного із значень, що визначається співвідношенням:

$$\langle\phi\rangle = \pm \sqrt{-\left(\tau + \lambda^{-2}\right)}. \quad (3.54)$$

Задача може бути також розв'язана методом, який було використано у першій задачі цього параграфу.

3.6 Неевклідові об'єкти: фрактали в фізиці і задачах про довкілля

«С омерзением и ужасом я отворачиваюсь от этой зловредной язвы – непрерывных функций, нигде не имеющих производных...», – писав колись Ерміт Стілт'єсу. Спробуємо пояснити, що ж так стурбувало відомого математика, на прикладі так званих фрактальних об'єктів.

Фрактал, як множина з так званою канторовою структурою, був дуже популярним наприкінці XIX і на початку XX століть у зв'язку з класичною проблемою математичного аналізу, пов'язаною з

специфічними властивостями таких множин та побудованих на їх базі функцій. Останні привертали увагу видатних математиків того часу, серед яких Вейєрштрас, Ріман, Ерміт, Кантор, Пеано та інші. Приклад нерозривної функції, яка не має похідної в жодній точці, наведений, зокрема, Вейєрштрасом у вигляді співвідношення:

$$W(x) = \sum_{n=1}^{\infty} a^n \cos(b^n \pi x), \quad (3.55)$$

де $a < 1$, $b < 1$, $ab < 1$

Графік функції (3.55) зображене на Рис.3.3.

Як свідчить аналіз графіка, крива $W(x)$ є інваріантною відносно довільного перетворення координати абсциси та має досить складну внутрішню структуру. Означена особливість, яка називається самоподібністю, є також однією з характеристик, що відрізняють фрактали від інших математичних об'єктів (як буде з'ясовано пізніше, така особливість є необхідною, але не достатньою для віднесення, наприклад, деякої множини чи функції до типу фрактальних).

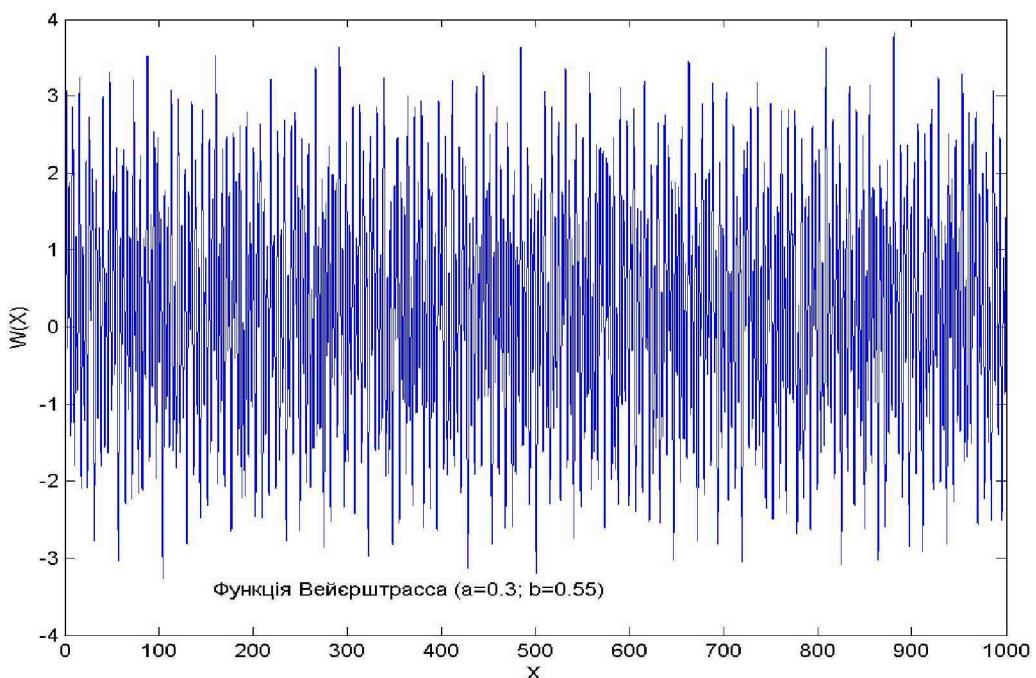


Рисунок 3.3. Функція Вейєрштраса (3.55).

Цікаво, що фрактальні множини будується за досить простими та зручними алгоритмами, які можуть бути детермінованими або

ймовірними. У останньому випадку самоподібність таких множин відповідно має статистичний характер.

Якщо історично, зацікавленість до канторових (або вейєрштрасових) множин була головним чином пов'язана з проблемами сухо математичного аналізу, то на наступному етапі ситуація змінилась. Наприклад, на початку минулого сторіччя Перен висловив думку, що, зокрема, вищезгадані функції Вейєрштраса можуть бути корисними і у фізичних задачах, пов'язаних з броунівським рухом. Нагадаємо, що броунівським називається хаотичний тепловий рух малих частинок речовини, які є, однак, досить великими у порівнянні з молекулами та атомами.

Остаточно належність фракталів до природних об'єктів була визнана після виходу з друку у 1977 р. фундаментальної роботи Б.Мандельброта “Форма, випадок та розмірність”. Саме там вперше був використаний термін “фрактал” (від англійського fractional – дрібний). Автором були наведені чисельні приклади інтерпретації природних об'єктів та явищ у термінах фрактальних множин у багатьох напрямках, що належать до природничих наук, а саме космології, гідродинаміки (теорії турбулентності), хімічної кінетики, фізики полімерів, фізики атмосфери, картографії тощо [32-35].

Прикладом фрактала, який хронологічно першим опинився у полі зору наукового суспільства, була, мабуть, довжина берегової лінії на географічних картах. На картах XVII ст. зображення контуру берегової лінії островів стародавні автори зображували як пунктирну прорисовку. Справа в тому, що під час визначення довжини L складна багаторельєфна берегова лінія повинна бути замінена на ломану, що складається з прямолінійних ланок. Така ланка пов'язана з масштабом мапи, і від її вибору суттєво залежить довжина об'єкта. Виявляється, що у разі зменшення масштабу мапи, довжина берегової лінії збільшується, а послідовність довжин, що відповідають окремим значенням масштабу, навідміну від евклідових об'єктів не має кінцевої границі, тобто розбігається.

Інтуїтивно до класу фракталів можуть бути віднесені, зокрема, такі об'єкти, як хмара та кульова блискавка. Спадає на думку відоме британське прислів'я: “ Every dark clouds has a silver lining...” (“Кожна темна хмара має сріблястий край...”). Мабуть ця думка переслідувала фламандського художника Пітера Вермєра, коли він створював свій всесвітньо відомий шедевр Вид Дельфта (Рис.3.4). Але що таке “сріблястий край” хмари? Якщо ми будемо вважати це ознакою неможливості точно визначити його форму, ми фактично визнаємо його фрактальність.

Інші цікаві приклади штучних та природних фракталів будуть наведені нижче.

Розглянемо тепер питання про розмірності фракталів. Приклад безперервної функції, яка ніде не має похідної, побудований Веєрштрасом одразу ж визначив напрямок досліджень та призвів до збільшення вимог до строгості математичних висновків. Зазначена функція задається рядом (3.55). Зображенна на Рис.3.3 крива інваріантна відносно деякого перетворення координат (розтягнення у b разів вздовж осі абсцис та у $1/a$ разів - вздовж осі ординат).

У малому масштабі вона виглядає так само, як у більш крупному. Об'єкти, що мають такі властивості, як вже вказувалось належать до класу фракталів. Їх можна будувати не лише як канторову чисельність або функцію Веєрштраса за простими детермінованими правилами, але й користуючись імовірнісними алгоритмами.



Рисунок 3.4. Вид Дельфта.

Цікаво, як змінювалось ставлення до фракталів та функцій, що не мають похідних. З появою у 1977р. книги Б. Мандельброта “Форма, випадок та розмірність” було, власно, визначено термін “фрактал” та показано, що наявність фрактальних ознак дає змогу пояснити (а в деяких випадках і спрогнозувати) експериментальні результати, отримані у різних галузях науки.

Один з прикладів фракталів який вже згадувався — берегова лінія. При вимірі довжини узбережжя L складна ізрізана лінія замінюється ломаною, яка складається з ланок кожна з яких має довжину ε . Для звичайних (гладких) кривих (окружність, еліпс, частина синусоїди) при зменшенні ε , $L(\varepsilon)$ (яка доставляється сумою довжин усіх ланок) буде наблизатися до значення, яке і є довжиною цієї кривої. Однак для узбережжя Великобританії з'ясувалося, що L залежить від ε (в інтервалі від 10 до 1000 км) за степеневим законом $L(\varepsilon) \approx \varepsilon^{1-d}$, $d \approx 1.3$. Аналогічна залежність визначає довжину деяких річок, узбережжя островів, шлях, що проходить частинка під час броунівського руху, і т. і. Таким чином, користуючись різними лінійками, можливо отримати різні значення L , жодне з яких не може розглядатися як однозначна характеристика об'єкту.

Наведемо інший приклад. З'ясувалося, що при витисканні рідиною з малою в'язкістю іншої рідини з більшою в'язкістю початково площа на поверхні розділу поступово починає нагадувати пальці. Такі структури отримали назву в'язких пальців. Послідовне дроблення кінцівок таких пальців призводить до виникнення фрактальних кластерів. Аналіз цього явища має важливе прикладне значення. Пальці спостерігаються скажімо під час подачі води у нафтоносний пласт з метою збільшення нафтovidобутку. Але внаслідок вищеописаного ефекту вода просочується значно далі, ніж бажано, і на поверхню викачується суміш, яка вміщує насамперед воду.

Повернемося до характеристик фракталів. Як ми бачили, для фрактальної кривої довжина не є адекватною характеристикою: при зменшенні ε вона наближається до нескінченості. Площа також не є суттєвою характеристикою (бо вона дорівнює нулю).

Треба сказати, що терміни “довжина”, “площа”, “об'єм” безперервно пов’язані з величиною розмірності. Для прямої розмірність $d=1$, для плоскої фігури $d=2$ і т. і. Якщо застосовувати до довільної фігури терміни, притаманні простору з іншою розмірністю, адекватність визначень морфологічних параметрів також буде взагалі кажучи незадовільною. Наприклад, для квадрата на площині, у трьохвимірному просторі об’єм дорівнює нулю (площа є кінцева і не дорівнює нулю, а довжина нескінчена). Якщо уявити, що для фракталів реалізується проміжна ситуація, оскільки між 1 і 2 немає проміжних цілих значень, розмірність відповідної фрактальної кривої має бути дрібною.

Вперше відповідну величину для характеристики фракталів запропонував у 1919р. Хаусдорф. Потім були введені деякі нові чисельні характеристики, яких тепер досить багато. Всі вони, базуються на ідеї Хаусдорфа, яка може бути надана у наступному вигляді.

Множина, що досліджується, перебуває у n -вимірному просторі, заповнюється n -вимірними кубиками з стороною ε . Далі підраховують кількість кубиків M , або деяку іншу характеристику, яка пов'язана з ε ; $A(\varepsilon)$, і скажімо досліджується характер залежності $A(\varepsilon)$. Якщо вона доставляється степеневою функцією, за допомогою показника ступеня визначається розмірність фрактала d , а коефіцієнт степеневої залежності вважається d -вимірним об'ємом фрактала. Можна переконатися, що у прикладі з квадратом $M(\varepsilon) \approx \varepsilon^{-2}$ і $d=2$. Тому довжина $M \cdot \varepsilon \rightarrow \infty$, площа $M \cdot \varepsilon^2 \rightarrow \text{const}$, об'єм $M \cdot \varepsilon^3 \rightarrow 0$. Для узбережжя Великої Британії, як вже було сказано, $d \approx 1.3$.

Деякі фрактальні розмірності можуть бути обчислені за допомогою ЕОМ. Інколи відповідні розрахунки потребують досить багато часу.

Зупинимось ще на декількох типових характеристиках фракталів, які зазвичай використовуються.

Одна з них – це кореляційний показник, впроваджений у 1983р. Грассбергом і Прокаччо. Цей параметр виявився дуже корисним під час дослідження хаотичних режимів у нелінійних середовищах.

Розглянемо N довільних точок множини, що досліджується, у n -вимірному просторі і введемо відстані між всіма N точками $\rho(x_i, x_j)$, та функцію $C(\varepsilon) = \lim_{N \rightarrow \infty} N^{-2} \cdot (\text{кількість відстаней } \rho < \varepsilon)$. Кореляційним показником називають число $v = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} [\ln C(\varepsilon) / \ln \varepsilon]$.

Неважко переконатися, що для послідовності координат, які рівномірно заповнюють відрізок, квадрат чи куб, v буде дорівнювати відповідно 1, 2, 3, а у випадку скажімо канторової множини $v = \ln 2 / \ln 3 = \log_3 2$.

Розмірності можуть бути впроваджені також іншим шляхом. Координати які породжують поведінку типу дивного атTRACTора, взагалі кажучи, з різною ймовірністю перебувають у різних областях фазового простору. Щоб врахувати цей факт, будемо покривати визначену множину у n -вимірному просторі кубиками з ребром ε . Кубику з номером i буде відповідати ймовірність P_i , з якою елементи множини належать до нього.

Далі розглянемо сукупність величин D_q , які мають назву узагальнених розмірностей:

$$D_q = \frac{1}{q-1} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log \sum P_i^q}{\log \varepsilon}, \quad (3.56)$$

де сумування здійснюється за повним набором елементів покриття. Величини D_q зазвичай визначаються при всіх дійсних q . Можна показати, що $D_q > D_{q'}$, якщо $q' > q$. Така множина узагальнених розмірностей дозволяє характеризувати вивчаємий об'єкт більш повно, ніж за допомогою кожної окремої розмірності. Узагальнені розмірності були впроваджені у 1985р. для деякого класу чисельностей. Які при відповідних значеннях q співпадають з тими, що мають бути відомими заздалегідь. Наприклад, при $q=2$, D_2 - це кореляційний показник. При $q=0$ отримаємо

ємність, яка зазвичай визначається за допомогою рівняння $M(\varepsilon) \equiv \varepsilon^{-D_0}$. При $q=1$, маємо так звану інформаційну розмірність, яка задовольняє співвідношення $I(\varepsilon) \equiv D_1 \ln \varepsilon + \text{const}$. Зauważмо, що співвідношення (3.56) – не тільки узагальнює процедуру визначення розмірностей з єдиних позицій, але й підвищує ефективність чисельних алгоритмів їх розрахунку.

В окремих випадках, порівнюючи фрактальні розмірності, отримані експериментально а також розраховані теоретично або чисельно моделі або явища, маємо можливість більш детального опису системи, яка досліджується. Наприклад, якщо кореляційний показник, розрахований за допомогою експериментальних даних, дорівнює ν поведінку системи може бути описано за допомогою n -вимірного відображення $\vec{x}_{k+1} = f(\vec{x}_k)$ ($\vec{x} = (x_1, \dots, x_n)$), або системи рівнянь

$$\begin{aligned} dx/dt &= \vec{f}(\vec{x}), & \vec{x}(0) &= \vec{x}_0, \\ \vec{x}(t) &= (x_1(t), \dots, x_N(t)) \end{aligned} \quad (3.57)$$

При цьому n повинно бути не менш ніж ν , якщо $\nu \equiv [v]$ ціле; або $[v] + 1$ коли v - дрібне. Наведена схема відповідає мінімальній складності моделі явища.

Розглянемо, тепер що і як потрібно вимірювати, щоб дослідити хаотичні режими у нелінійних середовищах, і які характеристики за їх допомогою можуть бути розрахованими.

Отож, ми проголошуємо, що розмірності можуть бути визначені за допомогою даних експериментальних досліджень. Будемо вважати, що ми маємо прилад, який вимірює одну з характеристик системи що досліжується у різні моменти часу з інтервалом Δt . Результати вимірювань дають обмежену послідовність $\{a_i\}$, $0 \leq i < \infty$. Виникає питання: чи можна за допомогою аналізу цієї послідовності з'ясувати, чи маємо ми справу із складним детермінованим процесом, який описується диференційним рівнянням $d\vec{x}/dt = \vec{f}(\vec{x})$ у n -вимірному фазовому просторі або з процесом, що відповідає деякій ймовірностній функції? Відповідь на це питання знайшов у 1980р. Такенс. Який разом з Рюеллем впровадив у 1971р. термін для так званого “дивного атTRACTора”, що виступає фазовим портретом хаотичної поверхні.

Покладемо, що результати вимірювань можуть бути описані за допомогою гладкої детермінованої моделі, якщо існує відповідне диференційне рівняння і гладкі функції $\vec{f}(\vec{x})$ і g такі, що

- a) дляожної послідовності $\{a_i\}$ експериментальних даних, що спостерігається, існує точка \vec{x}_0 така, що $a_i = g[\vec{x}(i\Delta t)]$, де $\vec{x}(t)$ - розв'язок диференційного рівняння з початковою умовою $\vec{x}(0) = \vec{x}_0$;
- b) дляожної початкової точки \vec{x}_0 розв'язок $\vec{x}(t)$, $\vec{x}(0) = \vec{x}_0$ при $t > 0$ є обмеженим.

Якщо для деякої послідовності $\{a_i\}$ вдається побудувати відповідні функції \vec{f} і g , а також $\vec{x}(t)$, будемо вважати, що результати даного експерименту можуть бути інтерпретовані за допомогою гладкої детерміністичної моделі.

Щоб сформулювати критерій Такенса, введемо ще декілька визначень. Нехай $\{a_i\}$ - обмежена послідовність дійсних чисел (маються наукові експериментальні дані). Для кожного $\varepsilon > 0$ і цілого додатного n визначимо чисельність цілих додатних чисел $C_{n,\varepsilon}$ наступним чином: $0 \in C_{n,\varepsilon}$ при $i > 0$, $i \in C_{n,\varepsilon}$ для усіх $j < i$, $j \in C_{n,\varepsilon}$

$$\max \left\{ \left| a_i - a_j \right|, \left| a_{i+1} - a_{j+1} \right|, \dots, \left| a_{i+n} - a_{j+n} \right| \right\} \geq \varepsilon. \quad (3.58)$$

Тепер якщо $C_{n,\varepsilon}(\{a_i\})$ чисельність елементів у $C_{n,\varepsilon}$, то завдяки тому, що послідовність $\{a_i\}$ обмежена, $C_{n,\varepsilon}$ є кінцева величина.

Опираючись на вищевикладене, ми бачимо, що результати експерименту, які визначають послідовність $\{a_i\}$, можуть бути пояснені за допомогою гладкої детермінованої моделі, якщо величина $\ln C_{n,\varepsilon}(\{a_i\})/(n - \ln \varepsilon)$ рівномірно обмежена при $(n - \ln \varepsilon) \rightarrow 0$. Якщо ця послідовність не є обмеженою, послідовність вимірювань не може бути описана за допомогою гладкої детермінованої моделі.

Остання формула дозволяє з'ясувати, чи маємо ми справу з хаосом у детермінованій системі або вивчаемий процес є цілком ймовірностним, і дати відповідь на запитання, чи є порядок у хаосі, який ми спостерігаємо. Однак, виявляється, що на практиці зручніше користуватися іншою схемою.

Припустимо що при отриманні експериментальних даних про процеси у нелінійному середовищі ми у змозі вимірювати окрему залежну від часу характеристику a_i у деякій довільній точці (якщо a_i - вектор, тоді будемо брати будь-яку з його компонент) у фіксовані інтервали часу Δt . За допомогою цих даних побудуємо сукупність m -вимірних векторів $\zeta_k = (a_k, a_{k+1}, \dots, a_{k+m-1})$ (наприклад, $\zeta_1 = (a_1, a_2, \dots, a_m)$). Такі об'єкти мають назvu ζ -вектори, а простір, де вони знаходяться, зазвичай називають ζ -простріром. Визначимо "фрактальну розмірність" (насправді це суто кореляційний показник) множини ζ -векторів. Слова "фрактальна розмірність" тут є умовним тому, що розмірність є границя при $\varepsilon \rightarrow 0$ - будь-якої чисельності, що складається з кінцевої кількості елементів. На практиці визначається не границя, а нахил графіка залежності $\ln A(\varepsilon)$ від $\ln \varepsilon$ для деякого інтервалу ε . Цю процедуру повторюємо для $m=1, 2, \dots$. Якщо розмірність атTRACTора кінцева і дорівнює \bar{p} , можна очікувати, що при достатньо великих $m > m_0$ (зазвичай при $m > 2\bar{p} + 1$) отримані значення вже не будуть залежати від m .

Останнє означає, що існує набір m_0 параметрів порядку, до яких "підстроються" усі інші степені вільності системи. Така поведінка характерна для багатьох математичних моделей, які використовуються наприклад у синергетиці, у тому числі для нелінійних систем з нескінченним числом ступенів вільності.

Процедура побудови ζ -векторів і визначення \bar{p} отримала назvu реконструкції атTRACTора. Вона використовується також у деяких окремих

ситуаціях, опис яких виходять за рамки положень, які були обґрунтовані. Останнє призводить до низки цікавих сучасних теоретичних задач.

Звернемо увагу на зовнішню парадоксальність вищевикладеного рецепту. Для вивчення параметрів порядку у складній багатовимірній системі, достатньо вимірювати лише одну величину у дискретні моменти часу.

Можна здогадатися, що зовнішня простота зовсім не відповідає алгоритму. Якщо, ми маємо справу з послідовністю кінцевого розміру N , то яким повинно бути число N , щоб можна було б максимально надійно визначити кореляційний показник? Далі, у нас є можливість вибору Δt . Як при цьому оптимізувати алгоритм найкращім чином? Чи можна користуватися аналогічною процедурою у системі, де існує малий шум? Яка за змістом обробка експериментальних даних не змінює розмірності атTRACTора? Ці питання ведуть до постановки низки математичних, обчислювальних і фізичних задач, обговорення яких вимагає окремої розповіді.

Наведемо тепер найпростіші приклади фракталів, які створюють уяву про морфологію цих цікавих об'єктів у лабораторних умовах та у довкіллі.

Приклад 1. Процедури зображення берегової лінії (Рис.3.5) або контуру хмар, елементи картографії, вміщують загальний принциповий елемент аналізу: використання евклідовості відповідних кривих, тобто, у наближенні їх довжини за допомогою замкнутої ломаної з елементом довжини ланцюга η .

Довжина кривої контуру визначається для евклідівських об'єктів за допомогою границі:

$$\tilde{L} = \lim_{\eta \rightarrow 0} L_\eta \quad (3.59)$$

Зауважимо, що при $\eta \rightarrow 0, L \rightarrow 0$.

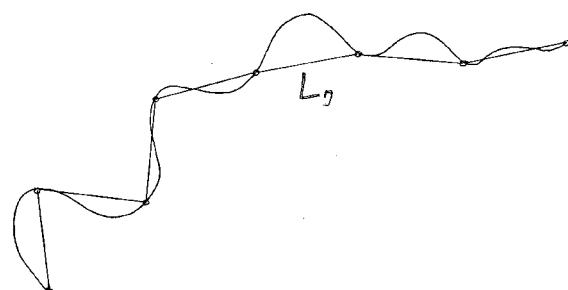


Рисунок 3.5. Схематичне зображення контуру, довжина якого апроксимується.

У випадку берегової лінії:

$$L_\eta = \lambda \eta^{1-D} \quad (\lambda > 0, D > 1), \quad (3.60)$$

і таким чином, при $\eta \rightarrow 0$, $L_\eta \rightarrow \infty$.

На підставі (3.60) можна зробити висновок що берегова лінія не є евклідівським об'єктом. Відповідно, евклідівська довжина не є адекватною мірою протяжності, у випадку таких об'єктів.

Користуючись (3.60) порівняємо відрізки неевклідівських кривих AB та CD:

$$\begin{aligned} L_\eta^{AB} &= \lambda^{AB} \eta^{1-D} \\ L_\eta^{CD} &= \lambda^{CD} \eta^{1-D} \end{aligned}, \quad \frac{L_\eta^{AB}}{L_\eta^{CD}} = \frac{\lambda^{AB}}{\lambda^{CD}}.$$

Кількість ланок ломаної N, що апроксимує берегову лінію, може бути знайдена за правилом:

$$N = \frac{L_\eta}{\eta}, \quad \sum S = N \eta^2 \rightarrow N \eta^D = \lambda$$

Таким чином, при $\eta \rightarrow 0$; $N = \lambda \eta^{-D} \rightarrow \infty$ і λ є сталою.

Приклад 2. Функція Вейєрштраса (Рис.3.3):

$$y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a^n \cos(k_n x + \varphi_n), \quad (3.61)$$

де

$$\begin{aligned} a(k_n) &\propto k_n^{-\alpha}; k_n \propto n \\ \frac{\partial^j y}{\partial x^j} &= \sum_{n=0}^{\infty} a^n k_n^j \cos(k_n x + \psi_n) \end{aligned}$$

При $\alpha > j$ ряд (3.61) збігається, а при $0 < \alpha < 1$, $y(x)$ ніде не має похідної, хоча й належить до класу гладких функцій.

Таким чином, неевклідність веде до необхідності заміни апарату диференційного та інтегрального обчислення Ньютона-Лейбніца.

Наприклад так звана гельдеровська похідна μ_H може бути визначена так:

$$\Delta y(x) = \mu_H (\Delta x)^\alpha \quad (3.62)$$

Прикладом, такої так би мовити, дрібної похідної по Гельдеру є добре відомий вінеровський процес для якого $\Delta S \sim \Delta t^{1/2}$. Таку залежність пройденого шляху ΔS від часу t ми спостерігаємо зокрема при описі руху броунівської частинки.

Приклад 3. Множина Кантора, крива Коха, фігура Серпинського та одеський фрактал:



Рисунок 3.6. Перші 3 ітерації алгоритму визначення Канторової множини.

Сума довжин добrаних відрізків у випадку Канторової множини є сума прогресії яка визначається формулою

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{9} + \frac{4}{27} + \dots + \frac{3}{1 - \frac{2}{3}} = 1,$$

таким чином дорівнює повній довжині всього відрізу. Тут ми маємо справу з прикладом так званої множини усюди густою з мірою нуль.

Криву Коха отримуємо після відповідних ітерацій зображеніх на Рис. 3.7

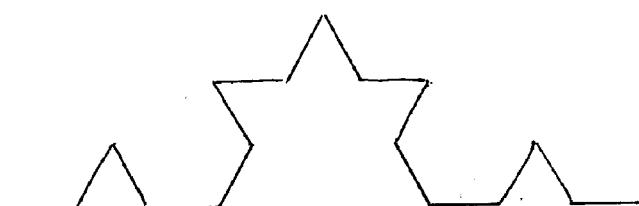


Рисунок 3.7. Перші 3 ітерації алгоритму побудови кривої Коха.

На Рис.3.8 зображене детермінований фрактал який носить назву трикутника Серпинського, а на Рис.3.9 побудований одеський фрактал.

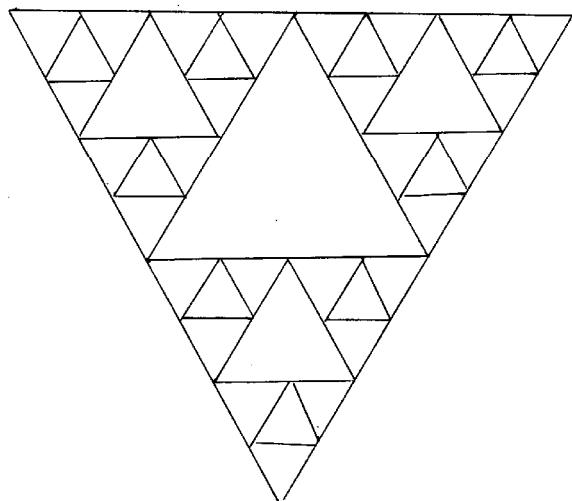


Рисунок 3.8. Трикутник Серпінського.

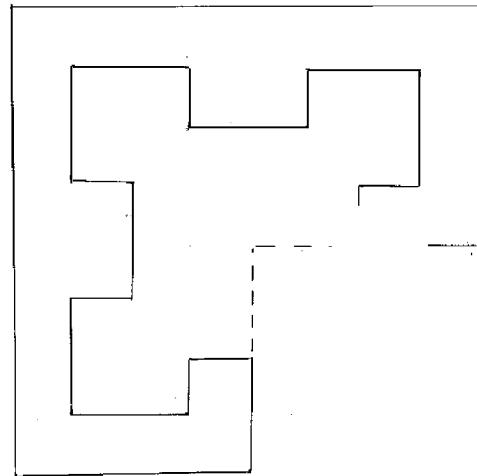


Рисунок 3.9. Одеський фрактал (на прикладі квадрата).

Визначення розмірності Хаусдорфа може бути здійснено за допомогою простих фізичних міркувань. У випадку евклідівських об'єктів маса M пов'язана з мірою протяжності L за допомогою формули:

$$M(2L) = 2^\alpha M(L),$$

або для λ -ітерації:

$$M(\lambda L) = \lambda^\alpha M(L).$$

Зауважимо, що щільність ρ при цьому є сталою:

$$\rho = \frac{M}{L^\alpha} = \frac{\lambda^\alpha M(L)}{(\lambda L)^\alpha} = \text{const.}$$

По аналогії з вищеприведеним, у випадку гельдеровських об'єктів розглянемо спiввiдношення:

$$M(\lambda L) = \lambda^D M(L).$$

Тепер, розрахунок фрактальної (Хаусдорфової) розмірності може бути здійснено за наступною схемою:

a) у випадку чисельності Кантора:

$$\begin{aligned} M(3L) &= 3^D M(L) \\ M(3L) &= 2M(L) \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \begin{aligned} 3^D &= 2 \\ D &= \ln 2 / \ln 3 \end{aligned}$$

b) для трикутника Серпинського:

$$\begin{aligned} M(2L) &= 2^D M(L) \\ M(2L) &= 3M(L) \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \begin{aligned} 2^D &= 3 \\ D &= \ln 3 / \ln 2 \end{aligned}$$

У випадку квадрату Серпинського:

$$\begin{aligned} M(3L) &= 3^D M(L) \\ M(3L) &= 8M(L) \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \begin{aligned} 3^D &= 8 \\ D &= 3 \ln 2 / \ln 3 \end{aligned}$$

Прийнято також виділяти природні (імовірнісні) фрактали у довкіллі, наприклад:

a) контур хмари (Рис.3.10) або гірської гряди (Рис.3.11) ;

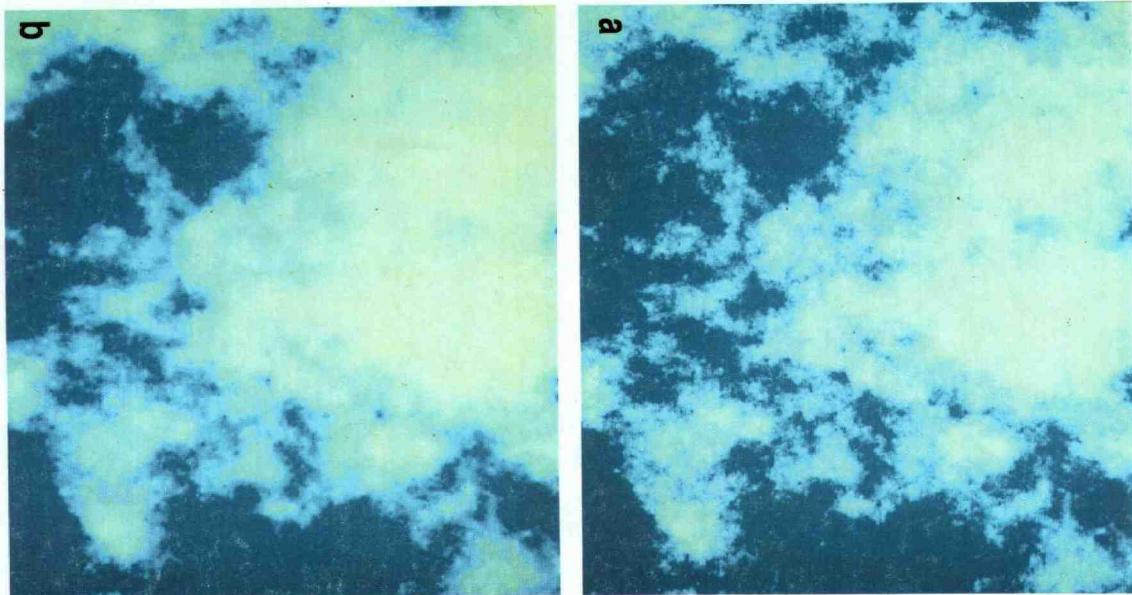


Рисунок 3.10. Зображення хмар та їх контурів.

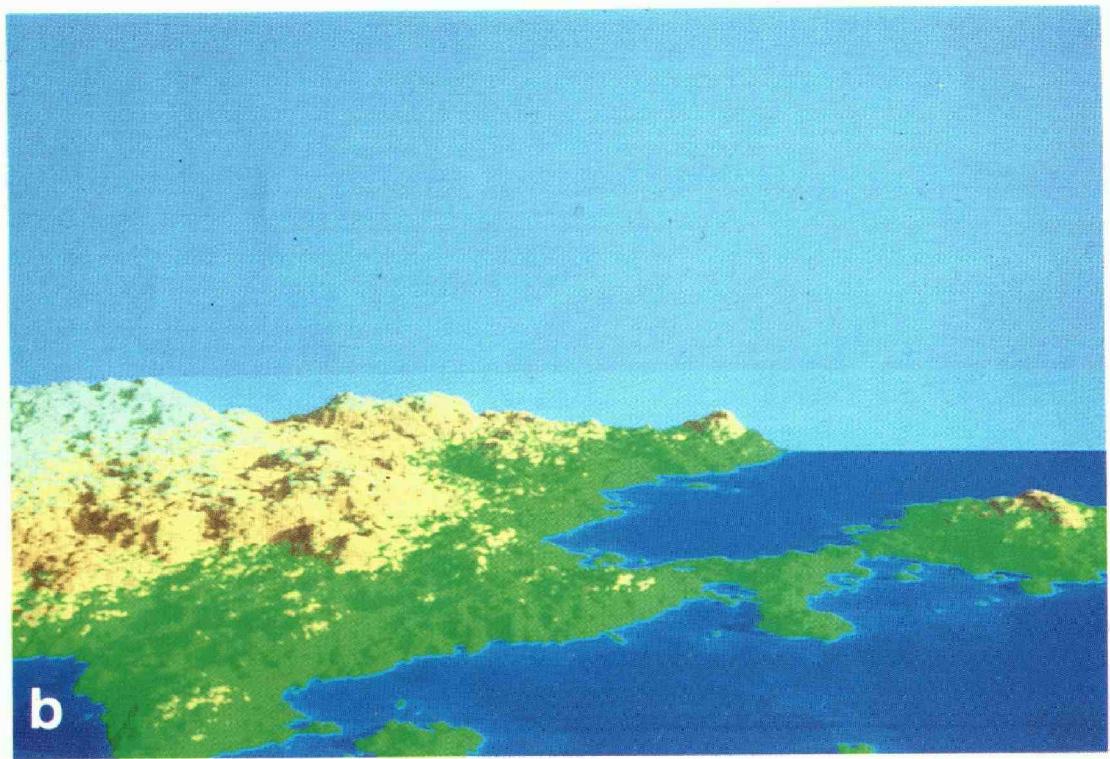


Рисунок 3.11. Фотозображення фрагмента гірської гряди

b) турбулентна течія рідини або газу (Рис.3.12);

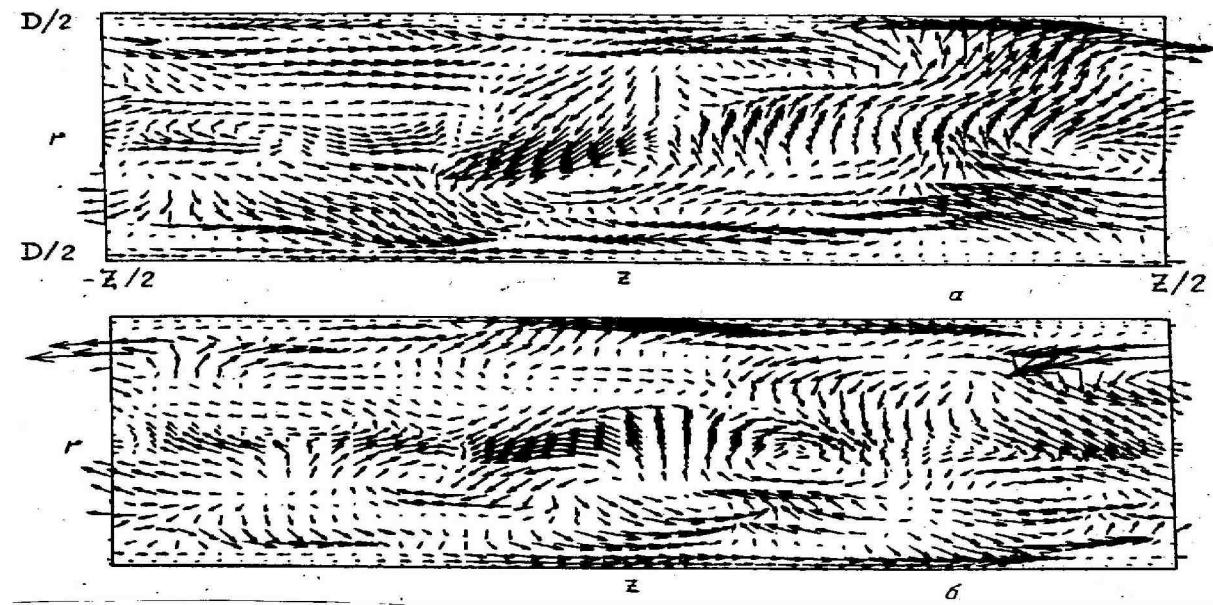


Рисунок 3.12. Зображення полів відхилення швидкостей відносно середніх значень у випадку турбулентної течії у нескінченній трубі з круглим перерізом (число Рейнольдса $Re=4000$), за даними [4]).

c) протікання у перколяційному кластері (ПК) (Рис 3.13);

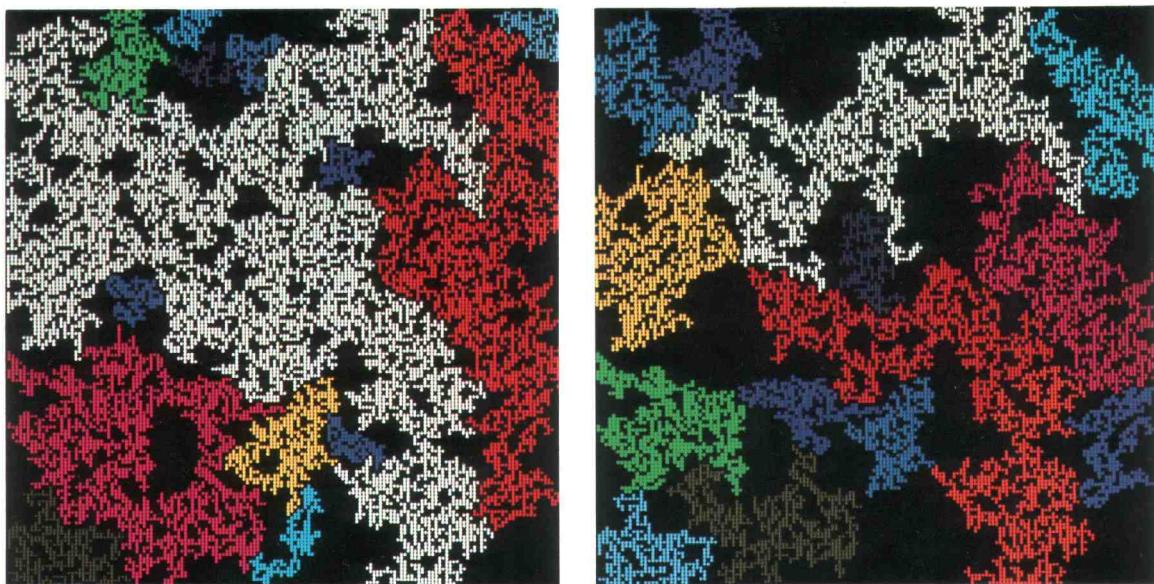


Рисунок 3.13. Перколяційні кластери, отримані у чисельному імітаційному експерименті за допомогою методу Монте-Карло.

d) електричний пробій на поверхні діелектрика (Рис.3.14);

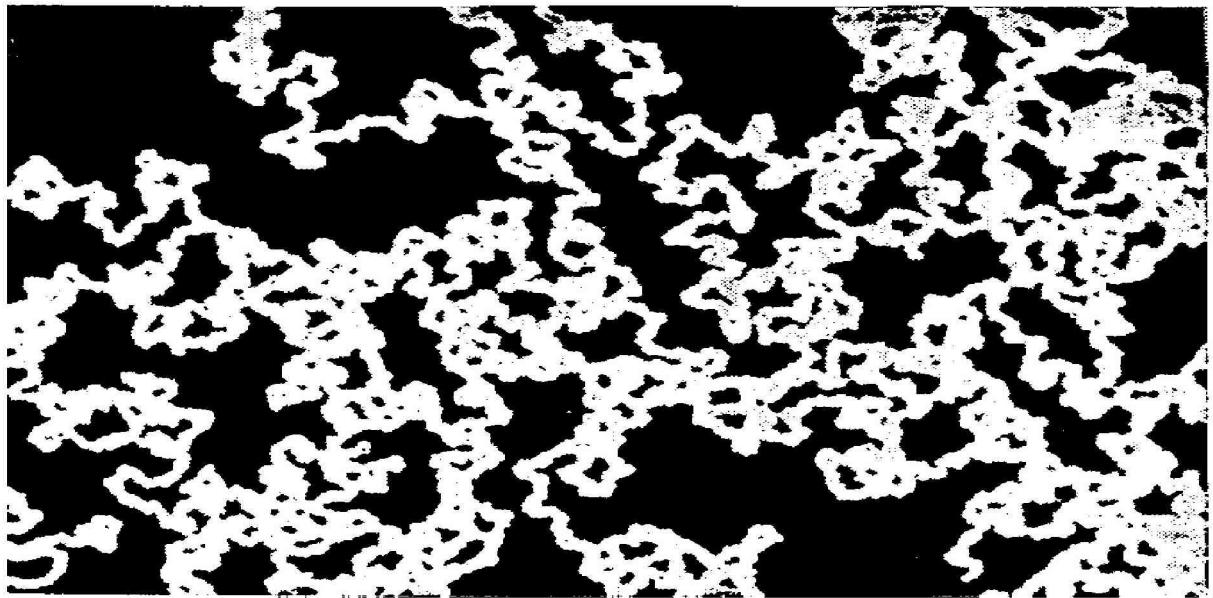


Рисунок 3.14. Невпорядкована мережа з оптично прозорих треків у плівці CdSe:Zn, яка була отримана у електричному полі (збільшення 12-15 разів) [36].

А також: конденсовані плівки, гідродинамічні структури, колоїдні агрегати, процеси у мембронах та порах, еволюція механічних руйнувань, полімери, аерогелі (кластери), кульова блискавка, біологічні молекули та комплекси, контамінація радіонуклідів (Рис.3.15)

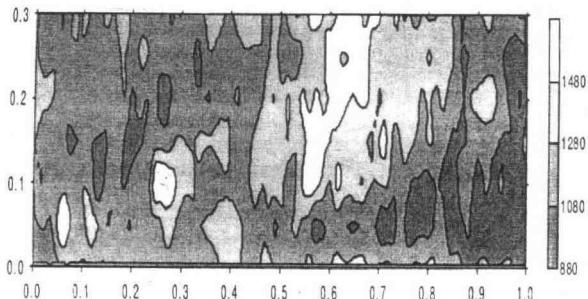


Рисунок 3.15. Карта забруднення у $\text{млCi}/\text{km}^2$ басейна р. Іртиш.

Моделювання росту фрактального кластера може також бути здійснено за допомогою чисельного алгоритму, який враховує: характер процесу (кластер-частинка або кластер-кластер), характер руху частинок або кластерів (прямолінійне, броунівське), характер асоціації (ймовірність з'єднання під час дотику), та інші умови.

Фрактальну розмірність можна також визначити за допомогою безпосередніх фізичних експериментів наприклад з малокутового ($q \cdot R \ll 1$) розсіяння рентгенівських хвиль та нейtronів, інтенсивність якого $I(q)$ описується відомою формулою:

$$I(q) \propto \int r^2 (g_2(r) - 1) \frac{\sin qr}{qr} dr, \quad (3.63)$$

де $g_2(r) - 1$ - кореляційна функція, q – хвильовий вектор

У випадку фрактала користуючись визначенням, наведеним у [32] отримуємо:

$$I(q) \propto q^{-D} \quad (3.64)$$

де D розмірність відповідного фрактала.

3.7 Хаос у гідродинамічних задачах

Однією з систем, де спостерігається перехід від впорядкованого, ламінарного, режиму до хаотичного, турбулентного, є течія Куетта-

Тейлора. Це течія рідини між двома коаксіальними циліндрами висотою L , радіуси яких дорівнюють a і b . Зовнішній циліндр обертається з кутовою швидкістю Ω . Характер течії визначається безрозмірним параметром – числом Рейнольдса $Re = \Omega a(b - a)\mu^{-1}$ (де μ – кінематична в'язкість).

При невеликих значеннях Re рух рідини є ламінарним, а його опис здійснюється за допомогою досить простих співвідношень. Далі при збільшенні Re виникають дисипативні структури, так звані вихрі Тейлора. При зростанні Re вихрі Тейлора порушують стійкість, а рух рідини здійснюється за періодичними циклами. При подальшому зростанні Re виникає двохчастотний режим. При $Re = Re_c$, течія стає турбулентною.

Вищепередоване явище було детально досліджено Свінні та його колегами ([3]). Для аналізу течії була використана експериментальна лазерна техніка допплерівської спектрометрії. Вимірюючи допплерівський зсув лазерного променя, що проходить скрізь рідину, визначаємо одну з компонент швидкості у даній точці. Послідовні повторні виміри цієї компоненти породжують множину a_1, \dots, a_N . За наведеною схемою були розраховані кореляційні показники та ляпуновські показники. Було з'ясовано, що при збільшенні Re розмірність атTRACTора зростає, однак у діапазоні $Re_c \leq Re \leq 1,3 Re_c$ вона не перевищує 5,4. Таким чином, було переконливо доведено, що у цій нескінченності системі існує так званий маломодовий хаос. Припущення про присутність дивного атTRACTора невеликої розмірності, який описує визначену течію, насправді є правомірним. Цей важливий експериментальний результат вказує на принципову можливість математичного опису таких явищ за допомогою відносно невеликої кількості звичайних диференційних рівнянь.

Інша класична задача – аналіз руху у круглій нескінченій трубі. Складність цієї течії, можна уявити за допомогою Рис.3.12. Тут зображена проекція моментальної швидкості у різних точках труби на площині, що проходить скрізь її вісь. Зображені данні є результатом чисельних розрахунків. Щоб отримати такі зображення треба на протязі тривалого часу здійснювати чисельні розв'язки декілька десятків тисяч диференційних рівнянь.

Розрахунки кореляційного показника у наведеному випадку показують що $15 < v < 20$. Зауважимо що у якості множини a_1, \dots, a_N може виступати будь яка компонента швидкості у довільній точці труби, для моментів часу $0, \Delta t, \dots, (N - 1)\Delta t$.

Така течія вже описується за допомогою лише декількох десятків рівнянь, які пов'язують відповідні параметри порядку для цієї течії.

Вищепередовані напрямок досліджень у хаотичній динаміці, дозволяє прогнозувати поведінку системи у визначений термін часу (останній,

звичайно, залежить від величини низки параметрів серед яких зокрема присутні ляпуновські показники).

Було з'ясовано, що для низки дивних атTRACTорів і деяких гідродинамічних систем моделі, які дозволяють здійснити прогнозування (їх іноді називають предикторами), можуть бути побудовані, а їх розмірність з достатньою точністю визначається за допомогою кореляційних показників.

Предиктори надають змогу, за допомогою відомих параметрів a_1, \dots, a_N , передбачити k наступних значень a_{N+1}, \dots, a_{N+k} (k залежить від властивостей об'єкта). Тобто вони характеризують лише часову, а не просторово-часову залежність процесів.

Коло задач, де використовується такий підхід, не обмежується гідродинамікою. Ці уявлення ефективно використовуються у хімічній кінетиці, фізіології, астрофізиці, кліматології, фізиці лазерів.

Користуючись ними, можна проводити відповідні змістовні експерименти та впроваджувати нові методи обробки отриманих даних.

ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК

- Arch effect 32
Avalanche ефект 30
Fractional 119
F-центрі 75
Master equation 104
p-n перехід 75
Restitution coeficient 35
Steady state 9
- Автокаталіз 8, 13, 21
Активність 41, 64-66, 76, 82-83
Алгоритм 118, 120, 123, 126, 128, 133
Альбедо 6, 14-15
Альфа випромінення 75, 78
- частинка 46, 48, 50, 65-66, 70, 78-79, 82, 84-85
Анігіляція 51, 62
Ансамбль 97, 99, 101
- Гіббса 96-97, 99
- Масье-Планка 102
Артефакт математичний 36
Атом 43, 45-46, 48-49, 57, 59, 64-65, 67-72, 74-75, 119
АтTRACTор дивний 91-92, 122, 124-125, 134-135
- Баланс 10, 15-16
Бар'єр потенціальний 16-17, 66, 76
Басейн р.Іртиш 133
Берегової лінії контур 119, 121, 126-127
Бета-розділ 68, 74
Біfurкація 15, 86, 88, 90-91
- Тюрінга 95
- Хопфа 91, 95
- Вакансія 70, 72, 74-75
Взаємодія 23, 28, 30, 34, 39, 42-45, 55, 57, 61-65
Вид Дельфта 119-120
Випромінювання 11, 15, 39, 41, 51, 55, 57, 63-64, 75, 77-83, 85
- електромагнітне 11, 50, 103
- іонізуюче 11, 39, 47, 66-67, 82-84
- Черенківське 63
- ядерні 43, 68-69, 75-76
Вихід реакції 76, 79-80
- Вихрі Тейлора 134
Відкриття А.Беккереля 75
Відпал 72-74
Властивості 13, 30, 31, 37-38, 65, 86, 118, 120
Впорядкування 8, 86, 94-95, 133
Втрати анігіляційні 62
- енергії 45, 52, 63, 83
- іонізаційні 45-49, 51-54, 62-64, 66-67, 76, 83, 85
- непружні 36
- радіаційні 50, 52-53, 62-64
В'язкість 121, 134
- Гальмування 46, 51, 62-65, 70, 72, 75
Гама випромінювання 11, 55-57, 60, 64-65, 70, 74, 78-79, 81, 85
- квант 43-44, 55-57, 61, 63-69, 79, 84-85
- промені 55, 82, 85
Гідродінаміка 36, 119, 133, 135
Гільдеровські об'єкти 129
Гірська гряда 130-131
Градієнт 26, 92, 108-110, 113
Гранула 30, 32, 34
Гранульована матерія 9, 29, 31
Гранульовані матеріали 28, 30-36
Гратка 65, 68, 70-71, 73-74
Гратка кристалична 65, 68-69
- Дейtron 70, 74
Дельта-функція Дірака 108
Деструкція 80-81
Дефекти 65, 68, 69-75
Джерело 11, 32, 38, 61, 76, 79, 104-106
- радіації 40, 42, 74
Динаміка 26-27, 35
Динамічні змінні 7, 9, 101, 103, 108, 110-111
Дисипація 7, 28, 32, 34, 36, 93
Дискретність 28, 31, 34, 126
Дисперсія 17, 31, 34
Диференціація 11, 13
Диференційне рівняння 87-91
Дифузія 8, 86
Діаграма фазова 8, 114, 116
Довжина радіаційна 53

- узбережжя 121
 - хвилі 57, 59, 75
 Довкілля 9, 11-12, 15, 28-29, 37-39, 86, 112, 117, 126, 130
 Доза 39, 40-41, 71-73, 82-85
 - випромінювання 39, 81
 - поглинена 76
 - смертельна 81, 84, 85
 Дослід Резерфорда 62
 Дослідження Боголюбова, Борна, Гріна, Кірквуда, Івона 34
 - Свінні 134
 Дрібна похідна по Гельдеру 128

 Евклідовий об'єкт 119, 126-127, 129
 Еволюція 19-20, 27, 86, 89, 111
 Екосистема 7, 18, 20
 Експеримент 15, 133-135
 - чисельний 34, 132
 Екстремум 97-99, 101
 Електродинаміка квантова 57, 59
 Електрон 43-48, 50-60, 62, 64-70, 74-79, 81-85
 Електропровідність 72-75
 Емісійна спроможність Землі 15
 Енергія 11, 14, 17, 28, 32, 34, 36, 41, 43-70, 72-73, 76, 79-80, 82-85, 94-99, 101, 107
 - звязку 43-44, 46, 57-59, 69
 - кінетична 36, 46, 51, 69, 79
 Ентропія 92-96, 99, 102
 - виробництво 93-94
 - гіббсівська 95-96, 101
 - інформаційна 96, 98-99
 - шеннонівська 95
 Ефект 10, 40, 47-48, 50, 82
 Ефективність випромінювання відносна біологічна 83-85

 Забруднення 10, 41, 133
 Закон 12, 14, 21, 32, 37, 93, 56, 121
 Закон Стефана-Больцмана 15
 Закони збереження 15, 57, 59, 109, 113
 Заряд 47-48, 55, 59, 65, 68, 70, 74, 79
 Захват радіаційний 73, 79
 Збудження 45, 64-65, 68, 69, 71, 76, 79, 83
 Збурення 32, 35-36, 38, 87, 89
 Зв'язок зворотній 13-14, 18, 86

- хімічний 65, 76
 Зіткнення 32, 35-36, 43, 45-46, 50, 52, 55-57, 62, 64-65, 69-71
 Зледеніння 14, 16
 Зоопланктон 23-24

 Ідея Хаусдорфа 122
 Ізоморфізм 37, 86
 Ізотоп 64, 67-68, 74, 79
 Імовірність 37-38, 40, 95, 104
 Імпульс 45, 50, 57, 59, 69, 108
 Інваріантність 118, 120
 Індекси міллерівські 67
 Інтеграл концентрації 41
 - рух 107, 111
 - статистичний 97, 99, 102
 Інтегрування 25, 106, 109, 112, 117
 Інтенсивність 17, 56, 74, 76, 81, 104, 106, 133
 Інтернет 37-38
 - мережа 37-38
 - кластер 38
 Іони 48, 65, 72, 75-78
 Іонізація 39, 45, 64-65, 68, 70, 73, 76, 78-79, 83-85
 Ітерація 128-129

 Камера бульбочкова 51
 - Вільсона 47
 Картографія 119, 126
 Катаракта 40, 84
 Квадрат Серпинського 130
 Квазі-Орнштейн-Церніковська форма 115
 Квант 50, 56-59, 62, 64
 К-електрони 58
 Кінетика 18, 114
 - переходів порядок-безлад 113
 - хімічна 119, 135
 Класифікація катастроф 92
 - Пуанкарє 90
 Кластер 36, 38, 121, 132-133
 Кластерізація 36
 Клімат 11, 14, 15-16, 23
 Книга Б.Мандельброта 121
 К-оболонка 46, 57, 67
 Коєфіцієнт дифузії 24, 28, 86
 - кінетичний 114
 - поглинання 56-57, 59-62, 64

- - масовий 56, 59-61
- Коливання 17, 23, 71, 75, 90-91
- Коллапс 9, 31, 36
- Комірка 116-117
- Комптон-ефект 57-60, 74
- Комптонівські електрони 68, 70, 79, 85
- Конвекція 32, 35
- Конкуренція 18-19, 21
- Контамінація радіонуклідів 133
- Концентрація 12-13, 21, 82, 116
- Концепція 36, 42, 34
- Корені 90-91
- Корозмірність катастрофи 92
- Крива Коха 128
- Критерій прийняття рішень 41-42
 - Такенса 124
 - фрагментації 38
- Кроссовер 34
- К-частинка 62, 65

- Ламінарність 133-134

- Мапа 119
- Мережа 37-38
- Метафора Гюго 30
- Метод 10-12, 28, 34-37, 43, 52, 76, 78, 86, 99, 100, 104, 112, 117, 135
 - варіації 105
 - дискретної комп'ютерної механіки 35
 - евристичний 99
 - електронного парамагнітного резонансу 83
 - Зубарєва 96
 - малих збурень 89
 - молекулярної динаміки 35
 - Монте-Карло 35, 132
 - нерівноважної термодинаміки 95
 - радіоізотопного аналізу 14
 - статистичної фізики 34, 95, 112
 - чисельного експерименту 112
- Механізм льодовикових періодів 17
- Міграція 13, 18, 82-83
- Міра 95, 127, 129
- Множина 117-119, 122-123, 125, 128, 134
 - вейєрштрасова 119
 - канторова 119, 122, 128
- Множники Лагранжа 97-98

- Модель 8, 11-12, 14-15, 17, 21, 23-24, 28, 35, 37-38, 86, 92, 123-125
 - популяційної динаміки 23
 - теоретична 34
 - виживання 18
 - гранульованих систем 35
 - грраткового газу 35
 - дозиметрична 42
 - кліматичної мінливості 14
 - клітинних автоматів 35
 - Лоткі-Вольтера 21-23
 - реакційно-дифузійна 86
 - суцільного середовища 34
 - хижак-жертва 18, 21, 24
- Моделювання 10, 12, 15, 34-35, 133
 - комп'ютерне 26
 - теоретичне 35
 - чисельне 33
- Моди гідродинамічні 113
- Модуль пружності 72
- Юнга 34
- Молекула 30, 76-77, 79-84, 110, 119, 133
- Момент зіткнення 35
- Монокристал 66-67, 71
- Морфологія 37, 126
 - кластера 38
- Мутація 18, 40
- Мюон 50, 62

- Наближення адіабатичне 88
- Напівпровідник 73-75
- Напруження 72
- Народження електронно-позитронних пар 57, 59-60, 64
- Наслідки катастрофічні 31
- Невизначеність 95
- Негентропія 93
- Недокрів'я 84
- Неевклідівські криві 127
 - об'єкти 117
- Незворотні процеси 93-94
- Незворотність 93
- Нейтрино 44-45
- Нейтрон 44, 55, 63-65, 68-74, 79, 85, 103, 133
- Нелінійність 7, 15, 18, 36, 86, 88, 112
- Неоднорідність 13, 23, 32, 36, 112-113
- Нерівність 26, 94
- Нескінченість 36, 121, 125

- Нестійкість 8, 90-92
 Норми безпеки 41-42
- Обчислення Ньютона-Лейбніца 128
 Оператор 105-106
 - еволюції 105, 110-111
 - Ліувіля 107, 111
 Опір 72-73
 Опромінення 40-42, 65, 68, 70-76, 78-82, 84-85
 Острів-домен рівноваги і порядку 9
- Параметр порядку 86-88, 113, 115-117, 125-126, 134
 Переріз 44, 57-60, 65, 69-70
 Переход 13, 15, 17, 91, 133
 - фазовий 26, 112, 114, 116
 Петлі дислокаційні 71
 Пік тепловий 71
 Піон 47, 62, 64
 Планктон 23-24, 27
 Поводження колективне 34, 36
 Поглинання 55-60, 62
 Позитрон 44, 50-51, 59, 62, 64, 66, 74
 Показник заломлення 63
 - кореляційний 122-123, 125-126, 134-135
 - Ляпунова 88, 91-92, 134-135
 Поле 116
 - віброприскорювань 32-33, 35
 - електричне 74, 132
 - звукової частоти 31
 - концентрації 113
 - кулонівське 43, 45, 57, 59-60
 - тяжіння 35
 - упорядкування 114
 - швидкості 131
 - зовнішні 101, 103, 108-110
 Поляризація середовища 49
 Популяція 18-19, 23-24
 Потенціал 92
 - іонізаційний 58
 - кліматичний 16
 - Масє-Планка 102
 - парний міжмолекулярний 108
 - середній іонізаційний 43-44, 46-47
 - термодинамічний 113, 117
 - хімічний 99, 102, 108, 110
 Поток 32, 93, 110-111, 113
- ентропії 93
 Пошкодження 38, 68, 75, 81-83, 85
 Принцип заборони 58
 - підлегlosti 86-88
 - причинностi 104
 Прискорювач 43, 62, 79
 Пробіг 49, 50, 54-55, 66, 82
 - повний 45, 50
 Проблема потепління 11
 - екологічні 10
 - капіталовкладень 21
 - обчислювальні 37
 - технічні 37
 - транспортні 21
 - урбаністичні 20
 - фізичні 11
 Прогнозування 34, 134
 Продукти поділу 41, 68
 Протокол 37-38
 Протон 47-48, 50, 52, 62-67, 72-73, 79, 85
 Процес вінеровський 128
 - детермінований 124
 - нерівноважний 14, 104, 110
 - дисипативний 94
 - дифузійний 25
 - електромагнітний 44
 - міграції радіонуклідів 39
 - технологічний 36
 - фізико-хімічний 12
- Радіаційна безпека 41-42
 Радіаційний захист 62, 64, 80
 Радіація 14, 39-41, 68, 75-76, 81-84
 Радікал 76-79, 82
 Радіоактивність 39, 41, 65-66, 73, 75
 Радіоекологія 10, 42-43, 75, 81
 Радіоліз 76-77, 82
 Радіонуклід 39, 41
 Рак 39, 40, 84
 Реактор 68, 71, 74, 79
 Реакція 13, 21, 65, 68, 77-79, 85
 - ендотермічна 65, 76, 79
 - радіаційно-хімічна 76, 79-80
 - резонансна 67
 - хімічна 75-76, 79, 82
 - ядерна 42-43, 65-68
 Результати Голдхірша і Занетті 33
 Рекомбінація 71, 74, 77-79

- Релаксація 26, 116-117
- Рентгенівська трубка 40, 79
- Рентгенівські промені 40, 41, 103
- Рівні втручання 41
 - електронні 73-74
- Рівновага 7, 12, 93-94, 101
- Рівняння 25-26, 86-88, 92, 105-106, 110, 113-114, 117
 - балансу енергії 6
 - гідродинаміки 109-110
 - дисперсійне 22-23
 - диференційне 105, 124, 134
 - дифузійно-реакційне 24-25
 - еволюції 16
 - Ейлера 110
 - керівні 18, 104
 - Ліувіля 104, 110, 112
 - Ліувіля 96
 - логістичне 19-20
 - нелінійне 8
 - нелінійні інтегро-диференційні 35
 - однорідне 105
 - Онсагера 113
 - рухи 109, 111
 - теплового балансу 15
 - характеристичне 90-91
- Роботи Мандельброта 119
 - Р.Ердоша та А.Реньї 37
- Розв'язок 89, 91, 104-106, 124
- Розв'язок нестійкий 16, 25
 - періодичний 22
 - стійкий 16
 - стаціонарний 19, 22, 87, 90
- Розмірність 121-124, 134-135
 - атTRACTора 125-126, 134
 - дрібна 121
 - інформаційна 123
 - узагальнена 122-123
 - Хаусдорфа 129-130
 - фракталів 120, 122-123, 125, 130, 133
- Розпад 68, 72, 77-78
 - радіоактивний 66
- Розподіл 21, 26-27, 35-36, 55, 95, 97
 - канонічний 97-99
 - Гауса 100
 - Гіббса 97
 - дискретний 95
 - енергетичний 66
 - Лоренца 100
- однорідний 26, 101-103
- просторовий 26-27, 86, 101, 103
- Пуассона 38, 100
- Стьюдента 100
- Розрахунки чисельні 34, 134
- Розсіння 56, 59-60, 62, 103, 133
- Рух 32, 34, 91-92
 - броунівський 119, 121, 128, 133
- Самоорганізація 8, 20, 86, 92
- Самоподібність 118-119
- Саморозігрів 72
- Сегрегація 32
- Середовище 13, 19, 24, 46
 - гранульоване 32, 34
 - навколошне 9-11, 14, 18, 20, 39, 41, 93
 - нелінійне 122, 124-125
- Сила випадкова 17
 - в'язкопружності 34
 - динамічного тертя 34
 - кулонівська 45, 55
 - пластичної деформації 34
 - статичного тертя 34
 - тяжіння 34
 - відштовхування 31
 - термодинамічна 93-94, 109
 - ядерна 43, 62
- Симетрія 13, 36, 71
- Синергетика 8, 87, 125
- Синтез 78, 84
- Система 12-13, 15, 19, 21-23, 25-27, 29, 34-38, 86-87, 89-93, 95-96, 98, 100, 109-110, 112-114, 116, 123-126, 133-134
 - ББКГІ 35
 - відкрита 37, 86, 92, 94
 - гранульована 30, 34-36
 - детермінована 125
 - динамічна 8-9, 88-89
 - дисипативні реальні 35
 - екологічна 37
 - економічна 10
 - захисту 64
 - ізотропна 114
 - кліматична 14, 16
 - клітинна 37
 - Лоткі-Вольтера 23
 - нелінійна 9, 125
 - нерівноважна 8, 104
 - одновимірна 35

- рівнянь 19, 24, 86-89, 123
- складна 7-9, 37, 112
- соціальні 18
- фізико-хімічні 14
- фізична 15, 112
- хімічно реагуючі 37
- Скейлінг 12, 37
- Смог електромагнітний 11
- Спектр 23, 67
- Спектрометрія доплерівська 134
- Співвідношення невизначеностей Гейзенберга 45
- Спостереження Фарадея 32
- Стала Больцмана 99
 - сонячна 15, 17
 - Стефана-Больцмана 15
- Стан 9, 17, 30-32, 34, 87, 89, 114
 - квазіріноважний 104
 - колапсу 36
 - конденсований 38
 - метаміктний 70
 - метастабільний 37
 - мікрогетерогенний 116
 - неергодичний 9
 - незбурений 23
 - некомпактний 38
 - нерівноважний 7
 - нестійкий 86, 116
 - рівноваги динамічний 9
 - рівноважний 34, 104, 109-110, 116
 - стаціонарний 6, 15, 19, 23, 25, 86, 89, 94
 - стійкий 16, 23, 26, 32, 86, 116
 - термостабільний 7
 - фазовий 30, 81
- Статистики головні результати 99
- Стаціональність за Пригожиним 92, 94
- Стійкість 19-20, 23, 25, 30, 38, 71, 80, 84, 86-91, 114, 134
- Структура 12, 24, 26-28, 37-38, 65, 68, 70, 73, 79-81, 84, 92, 95, 110, 117-118, 133
 - дисипативна 15, 134
- Структурний фактор 103
- Субстрат 19, 21
- Температура 44, 71-73, 75, 81, 97, 102, 108, 110, 114, 117
- Теорема Пригожина 93-94
- Тома 92
- Теорія атомних ядер 42
- динамічних дисипативних систем 34
- динамічних систем 37, 112
- імовірнісних графів 37
- інформації 96
- катастроф 92
- кінетична 112
- перколляції 38
- рідин 34
- розсієння 103
- самоузгодженого поля 114
- турбулентності 119
- фазових переходів Ландау 113
- Термодинаміка 93-94, 109
- Тертия 32, 34
- Течія Куетта-Тейлора 133-134
- Тиск 31-32, 78, 110
- Топологія 37-38
- Точка біфуркаційна 90-91
 - критична 90, 95
- Траекторія 23, 45, 70, 78, 89
- Трек 47-48, 52, 132
- Трикутник Серпинського 129-130
- Турбулентність 131, 133-134
- Узбережжя 121-122
- Уламкі поділу 68, 79
- Умова 24, 27, 35, 39, 46, 101, 126
 - екстремуму 96-99
 - замкненості системи 18
 - нормування 97-99, 101
 - стаціонарності 94-95
 - початкова 22, 26-27, 92, 114, 124
- Ущільнення 30-32
- Фаза 26, 35, 89
- Фазова траекторія 91-92
- Фазовий портрет 88-90, 92, 124
 - простір 89, 122, 124
- Фазові перетворення 112
- Фігура Серпінського 128
- Фізика 9, 11, 14, 37-38, 42, 44, 75, 103
 - довкілля 9-12, 14, 28
- Фітопланктон 23-24, 27
- Флуктуація 8, 17, 19-21, 23, 95, 103
- Формула Бора 46-48
- Фотоелектрон 68, 79
- Фотоэффект 57-60, 63, 74

Фотон 57, 59-61, 73
Фотосинтез 23, 84
Фрактал 117-122, 126, 129-130, 133
- одеський 128-129
Фрактальність 118-119
Функціонал 97-99
- Масье-Планка 103
Функція 20-21, 37, 86-87, 92, 99, 105, 110
- Вейєрштраса 118-120, 127
- кореляційна 103, 133
- Макдональда 115
- потенціальна 87
- розподілу 95-96, 99-104, 110
- розподілу Боголюбова-Кірквуда 100
- розподілу квазірівноважна 107-108
- розподілу нерівноважна 104-108, 110-111
- розподілу Урселла-Майєра 100-101
- Уїттекера 116
Фур'є гармоніка 116
Фур'є зображення 115

Хаос 9, 125, 133
- маломодовий 134
Хаотичність 9, 91-92, 119, 122, 124, 133-134
Хвильовий вектор 103, 133
Хвиля 24, 51, 55, 63
Хмара 119, 126, 130

Цитата В.Гюго 36

Час життя 71, 74
- релаксації 113, 116
Частинка 28-36, 39, 42-52, 54-56, 61-70, 73-74, 76, 81, 85, 96, 98-99, 101, 103, 108, 119, 121, 128, 133
Чисельність 123-125
- Кантора 120, 130
Число Авогадро 47
- Рейнольдса 131, 134

Швидкість 21, 35, 37, 46-49, 52, 63, 88, 108, 110, 134

Ядро 43, 45, 56-57, 59-60, 62-68, 73, 79, 81, 85

Яскравість Сонця 14

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. М.: Мир, 1979.
2. Пригожин И. От существующего к возникающему. М.: Мир, 1985.
3. Николис Г., Пригожин И. Познание сложного. М.: Мир, 1990.
4. Курдюмов С.П., Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. Синергетика – новые направления. Математика и Кибернетика. – М.: Знание, 1989.
5. Чалий О.В. Сінергетичні принципи освіти та науки. Київ, 2000.
6. Медвинский А.Б., Петровський С.В. и др. УФН, 2002, т. 172, №1, с.31-36.
7. Lowenthal G.C., Airey P.L. Practical applications of radioactivity and nuclear radiations. Cambridge University Press., UK, 2001.
8. Герасимов О.І., Кіліян А.М. Радіоекологія, ОДЕКУ, Одеса, 2003.
9. Хакен Г. Синергетика. – М.: Мир, 1980.
10. Сугаков В.И. Введение в синергетику. – К.: Изд-во КГУ, 1992.
11. Чалий О.В., Агапов Б.Т., Меленевська А.В. та ін. Медична і біологічна фізика. Т.1 – К.: Віпол, 1999.
12. Эбелинг В. Образование структур при необратимых процессах. – М.: Мир, 1979.
13. Защита от ионизирующих излучений. Т.1. Физические основы защиты от излучений: Учебник для вузов/Н.Г. Гусев, В.А. Климанов, В.П. Машкович, А.П. Суворов; под ред. Н.Г. Гусева – 3-е изд., перераб. и доп. М.: Энергоатомиздат, 1988.
14. Эгейн М. Самоорганизация материи и эволюция биологических макромолекул. – М.: Мир, 1973.
15. Эгейн М, Шустер П. Гиперцикл. Принципы самоорганизации макромолекул. – М.: Мир, 1982.
16. Чалый А.В., Цехмистер Я.В. Флуктуационные модели процессов самоорганизации. – К.: Изд-во «Тираж», 1994.
17. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Курс теоретической физики, том VI Гидродинамика. – М.: Наука; 1986.
18. Гледзер Е.Б., Должанский Ф.В., Обухов А.М. Системы гидродинамического типа и их применение. – М.: Наука, 1981.
19. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика, том 1, 2. – М.: Наука; 1965.
20. Герасимов О.И., Фишер И.З. Кинетика фазового перехода в системах с несохраняющимся полем упорядочения.//Физика жидкого состояния. – 1983, вып. 11. – с. 17 – 21.
21. Справочник по специальным функциям. – М.: Наука, 1979.

22. Duran J. Sands, Powders and Grains. – New York, Springer-Verlag. 2000.
23. Jager H.M., Nagel S.R.// Science. – 1992, - 255, - p. 1523.
24. Jager H.M., Nagel S.R.// Rev. Mod. Phys. 1996. – 68, - p.1259.
25. Gerasimov O.I., Schram P.// Physika A. – 2002. – 312. – 1,2 p. 172.
26. Goldrish I., Zanetti G.// Phys. Rev. Lett. -1993. – 70, - p. 1619.
27. Широков Ю.Н., Юдин Н.П. Ядерная физика. – М., 1980.
28. Вальтер А.К., Залюбовский И.И. Ядерная физика. – Х., 1978.
29. Булавін Л.А., Тартаковський В.К. Ядерна фізика. – К., 2002.
30. Постон Т., Стюарт И. Теория катастроф и ее приложения. – М.: Мир, 1980.
31. Герасимов О.И. Рассеяние излучений в статистических системах. Решаемые модели. Одесса, Маяк, 1999.
32. Федер Е. Фракталы. М.: Мир, 1991.
33. Шредер М. Фракталы, хаос, степенные законы. R/M., М., 2001.
34. Фракталы в физике. – Мир, 1998.
35. Смирнов Б.М. Физика фрактальных кластеров //Современные проблемы физики. – М., Наука, 1991.
36. Проничкин В.Д., Герасимов О.И., Игнатов А.В. Образование неупорядоченной сетки высокоомных каналов в полупроводниковых пленках CdSe:Zn// Физика твердого тела. – 31(1989). - №12. –С.159 – 163.
37. N. Makarenko et.al. Topologikal classification of radioactive contamination // Physica A 289(2001) P.278 – 289.

Навчальне видання

Герасимов Олег Іванович

ЕЛЕМЕНТИ ФІЗИКИ ДОВКІЛЛЯ

Навчальний посібник

Підп. до друку Формат 60x84/16 Папір офс.
Умовн. друк. арк. Тираж Зам. №
Надруковано з готового оригінал-макета

Одеський державний екологічний університет
65016, Одеса, вул.Львівська, 15

Підприємство “ТЭС”, (0482)-42-90-98