

МЕЩЕРЯКОВ В.І., ЧЕРЕПАНОВА К.В.

ЛАБОРАТОРНИЙ ПРАКТИКУМ
з дисципліни

«НАДІЙНІСТЬ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ»

для студентів 1 курсу денної форми навчання

Рівень вищої освіти – «PHD»

Напрямок підготовки – «Комп'ютерні науки»

Одеса, 2022

Лабораторний практикум з дисципліни «Надійність інформаційних систем» для студентів 1 курсу денної форми навчання, напряму підготовки – комп'ютерні науки.

Укладачі:

МЕЩЕРЯКОВ В.І. – професор кафедри автоматизації моніторингу навколишнього середовища та інформатики

ЧЕРЕПАНОВА К.В. – асистент кафедри автоматизації моніторингу навколишнього середовища та інформатики

ЗМІСТ

Передмова	4
<i>Лабораторна робота 1</i>	
Надійність невідновлюваних елементів	5
<i>Лабораторна робота 2</i>	
Надійність відновлюваних елементів	14
<i>Лабораторна робота 3</i>	
Розрахунок показників надійності систем при основному з'єднанні елементів	22
<i>Лабораторна робота 4</i>	
Надійність невідновлюваних резервованих систем	29
<i>Лабораторна робота 5</i>	
Надійність відновлюваних резервованих систем	40
<i>Лабораторна робота 6</i>	
Підвищення надійності мережі зберігання даних інформаційних систем	48
<i>Лабораторна робота 7</i>	
Визначення надійності програмного забезпечення на етапі проектування	54
<i>Лабораторна робота 8</i>	
Визначення надійності програмного забезпечення по результатами тестування і випробувань	57
Література	67

ПЕРЕДМОВА

Лабораторний практикум складається з восьми лабораторних робіт. Теми лабораторних робіт орієнтовані вивчення таких базових понять дисципліни, як показники надійності невідновлюваних і відновлюваних елементів і систем, підвищення надійності систем за рахунок введення надмірності, надійність програмного забезпечення інформаційних систем.

Лабораторні роботи з першої по шосту націлені на вивчення студентами методів розрахунку показників надійності апаратної частини інформаційних систем. Сьома та восьма лабораторні роботи присвячені отриманню практичних навичок оцінки надійності програмного забезпечення як у процесі проектування, так і за підсумками тестування та випробувань.

Всі лабораторні роботи мають загальну структуру: формулюються цілі та завдання, наводяться короткі теоретичні відомості по темі роботи, пропонуються контрольні питання та варіанти завдань, описується порядок виконання, дається структура звіту, яку студент повинен представити для захисту виконаної роботи.

НАДІЙНІСТЬ НЕВІДНОВЛЮВАНИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Мета роботи: визначити кількісні характеристики надійності невідновлюваних елементів інформаційних систем.

Завдання:

1. Вивчити показники надійності невідновлюваного елемента.
2. Освоїти методику розрахунків показників надійності невідновлюваних елементів за статистичними даними та за даними про закони розподілу часу напрацювання на відмову.
3. Підготувати звіт про виконану роботу.

Теоретичні відомості

У теорії надійності поняття «елемент» може розглядатися у вузькому та широкому сенсі.

Елементом у вузькому сенсі називають виріб, серійно випускається промисловістю і має самостійне конструктивне оформлення, наприклад, резистор, інтегральна мікросхема, реле, тумблер і т. д.

Елементом у широкому сенсі, чи структурним елементом, називають будь-який об'єкт, внутрішня структура якого цьому етапі аналізу надійності не враховується. У розрахунках надійності такий елемент сприймається як єдине і неподільне ціле («чорний ящик»), наприклад плата, системний блок комп'ютера, комп'ютер загалом.

У цьому лабораторному практикумі використовується поняття «елемент» у сенсі.

Елемент відноситься до *невідновлюваних*, коли технічний ремонт технічно неможливий або економічно недоцільний. Невідновлювані елементи працюють до першої відмови.

Показники надійності елемента, що не відновлюється.

Показниками надійності невідновлюваного елемента є:

$$p(t) = \exp \left[- \int_0^t \lambda(t) dt \right] = 1 - \int_t^{\infty} f(t) dt,$$
$$q(t) = 1 - p(t),$$

$$f(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -\frac{dp(t)}{dt},$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{p(t)},$$

$$m_t = \int_0^{\infty} p(t)dt,$$

де $p(t)$ – можливість безвідмовної роботи виробу на інтервалі часу від 0 до t ; $q(t)$ – можливість відмови виробу на інтервалі часу від 0 до t ; $f(t)$ – частота відмов виробу або щільність імовірності часу безвідмовної роботи виробу; $\lambda(t)$ – інтенсивність відмов виробу; m_t – середній час безвідмовної роботи виробу.

Можливі два шляхи обчислення показників надійності об'єктів, що не відновлюються:

- 1) за статистичними даними про відмови;
- 2) використання теоретичних розподілів напрацювання до відмови.

Розрахунок показників надійності за статистичними даними

Імовірність безвідмовної роботи за статистичними даними про відмови оцінюється виразом

$$p^*(t) = \frac{n(t)}{N},$$

де $n(t)$ – число виробів, що не відмовили до моменту часу t ; N – кількість виробів, поставлених випробування; $p^*(t)$ – статистична оцінка ймовірності безвідмовної роботи виробу.

Імовірність відмов за статистичними даними про відмови оцінюється виразом

$$q^*(t) = \frac{N - n(t)}{N},$$

де $N - n(t)$ – число виробів, що відмовили до моменту часу t ; N – кількість виробів, поставлених випробування; $q^*(t)$ – статистична оцінка ймовірності відмови виробу.

Частота відмов за статистичними даними про відмови оцінюється виразом

$$f^*(t) = \frac{\Delta n(t)}{N \cdot \Delta t},$$

де $\Delta n(t)$ – кількість виробів, що відмовили, на ділянці часу $(t, t + \Delta t)$; $f^*(t)$ – статистична оцінка частоти відмов виробу; Δt – інтервал часу.

Інтенсивність відмов за статистичними даними про відмови визначається формулою

$$\lambda^*(t) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t \cdot n(t)},$$

де $n(t)$ – число виробів, що не відмовили до моменту часу t ; $\Delta n(t)$ – кількість виробів, що відмовили, на ділянці часу $(t, t + \Delta t)$; $\lambda^*(t)$ – статистична оцінка інтенсивності відмов виробу.

Середній час безвідмовної роботи виробу за статистичними даними оцінюється виразом

$$mt^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N t_i,$$

де t_i – час безвідмовної роботи i -го виробу; N – загальна кількість виробів, поставлених на випробування; mt^* – статистична оцінка середнього часу безвідмовної роботи виробу.

Для визначення mt^* необхідно знати моменти виходу з експлуатації всіх N виробів. Можна визначати mt^* із рівняння

$$mt^* \approx \sum_{i=1}^m n_i t_{cpi},$$

де n_i – кількість виробів, що вийшли з ладу, в i -му інтервалі часу; $t_{cpi} = (t_{i-1} + t_i) / 2$; $m = t_k / \Delta t$; $\Delta t = t_{i+1} - t_i$; t_{i-1} – час початку i -го інтервалу; t_k – час кінця i -го інтервалу; t_k – час, протягом якого вийшли з ладу всі вироби; Δt – інтервал часу.

Дисперсія часу безвідмовної роботи виробу за статистичними даними визначається формулою

$$Dt^* = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (t_i - mt^*)^2,$$

где Dt^* – статистическая оценка дисперсии времени безотказной работы изделия.

Обчислення параметрів теоретичного розподілу часу напрацювання до відмови

Як теоретичні розподіли напрацювання повністю можуть бути використані будь-які застосовувані в теорії ймовірностей безперервні розподіли. Розглянемо параметри чотирьох найбільш часто застосовуваних розподілів: експоненціального, Пуассона, Вейбулла, нормального.

Експонентний (показовий) розподіл. Формули показників надійності для експоненційного закону розподілу часу безвідмовної роботи мають вигляд:

$$p(t) = e^{-\lambda t}; \quad q(t) = 1 - e^{-\lambda t}; \quad f(t) = \lambda e^{-\lambda t};$$

$$\lambda(t) = \frac{\lambda e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} = \lambda; \quad m_t = \frac{1}{\lambda}; \quad Dt = \frac{1}{\lambda^2}.$$

Закон Пуассона. Імовірність того, що на інтервалі часу t відбудеться n випадкових подій (відмов) визначається формулою

$$p_n(t) = \frac{a^n}{n!} e^{-a},$$

де $a = \lambda t$ – середня кількість відмов на інтервалі часу t .

Час між двома сусідніми подіями (відмовами) підпорядковується експоненціальному розподілу з параметром λ , тобто ймовірність того, що на ділянці часу τ , що йде за одним з відмов, не з'явиться жодної відмови, дорівнює $p(\tau) = e^{-\lambda \tau}$.

Розподіл Вейбулла. Ймовірність безвідмовної роботи під час t :

$$p(t) = e^{-\lambda_0 t^\alpha}, \text{ де } \alpha - \text{параметри закону розподілу.}$$

Функція щільності розподілу часу до відмови:

$$f(t) = -\frac{dp(t)}{dt} = \lambda_0 \alpha t^{\alpha-1} e^{-\lambda_0 t^\alpha}.$$

Інтенсивність відмов:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{p(t)} = \lambda_0 \alpha t^{\alpha-1}.$$

Если $\alpha = 1$, то распределение Вейбулла совпадает с экспоненциальным распределением, у которого $\lambda_0 = \lambda$. Если $\alpha < 1$, интенсивность отказов – монотонно убывающая функция; при $\alpha > 1$ интенсивность отказов – монотонно возрастающая функция.

Нормальный закон распределения наработки до отказа (закон Гаусса). Нормальный закон распределения характеризуется плотностью вероятности вида

Якщо $\alpha = 1$, то розподіл Вейбулла збігається з експонентним розподілом, у якого $\lambda_0 = \lambda$. Якщо $\alpha < 1$, інтенсивність відмов - монотонно спадає функція; при > 1 інтенсивність відмов – монотонно зростаюча функція.

Нормальний закон розподілу напрацювання до відмови (закон Гауса). Нормальний закон розподілу характеризується щільністю ймовірності виду

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < t < +\infty,$$

де m - математичне очікування часу безвідмовної роботи; σ – середнє квадратичне відхилення часу безвідмовної роботи.

Інтенсивність відмов:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{p(t)}.$$

Функція надійності для нормального розподілу:

$$p(t) = \int_t^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} dx = 0,5 - \Phi_0\left(\frac{t-m}{\sigma}\right),$$

де $\Phi_0(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ – функція Лапласа, що представляє розподіл

позитивних значень довільної величини.

Контрольні питання та завдання

1. Наведіть визначення поняття «надійність».
2. Які властивості об'єкта може включати властивість «надійність»?

3. Перерахуйте стани, у яких може бути об'єкт у процесі експлуатації.
4. Дайте визначення працездатного стану об'єкта.
5. Що таке відмова?
6. Який об'єкт називається непоновлюваним?
7. За якими ознаками можна виконати класифікацію відмов?
8. Якими показниками характеризується надійність невідновлюваного елемента?
9. Намалюйте графік функцій надійності.
10. Назвіть способи обчислення показників надійності елемента, що не відновлюється.
11. Запишіть формулу для визначення статистичної імовірності безвідмовної роботи та статистичної частоти відмов для невідновлюваного елемента.
12. Як можна визначити ймовірність того, що на інтервалі часу t відбудеться n відмов?
13. Наведіть формули для обчислення показників надійності для експоненційного закону розподілу часу напрацювання.
14. За якими формулами обчислюються показники надійності для закону розподілу часу наробки?

Варіанти завдань до лабораторної роботи

1. Нехай на випробування поставлено п'ятсот зразків однотипних елементів, при випробуванні елементи, що відмовили, не замінювалися справними. За час t відмовили двадцять елементів. Визначте можливість безвідмовної роботи елемента за час t .
2. Випробовують два незалежно працюючі елементи. Тривалість часу безвідмовної роботи першого елемента має показовий розподіл $f_1(t) = 1 - e^{-0,02t}$, другого – $f_2(t) = 1 - e^{-0,05t}$. Знайти ймовірність того, що за час тривалістю $t = 6$ год:
 - а) обидва елементи відмовлять;
 - б) обидва елементи не відмовлять;
 - в) лише один елемент відмовить.
3. Час роботи повністю серійно випускається деталі розподілено за нормальним законом з параметрами: $m = 1\,000$ год, $\sigma = 250$ год.
 - а) ймовірність того, що деталь пропрацює безвідмовно 1200 год;

б) ймовірність того, що безвідмовно пропрацювавши до моменту часу 1200 год, деталь безвідмовно пропрацює і до 1500 год.

4. Комплектуюча деталь, що використовується при виготовленні пристрою, за даними постачальника має нормальний розподіл часу до відмови з параметрами $m = 4000$ год, $\sigma = 1000$ год. Визначити наступні показники надійності деталі:

а) ймовірність того, що деталь має напрацювання, що лежить в інтервалі $[2000; 3000]$;

б) ймовірність того, що деталь має більший напрацювання, ніж 4000 год;

в) напрацювання до відмови, що відповідає 90% надійності деталі.

5. Година роботи повністю серійно випускається деталі розподілено за законом Вейбулла з параметрами $\alpha = 0,2$ і $\lambda_0 = 4 \cdot 10^{-5}$ 1/год.

Визначити ймовірність безвідмовної роботи деталі в інтервалі від 0 до 1000 рік та побудувати графік зміни ймовірності безвідмовної роботи з кроком 100 рік.

6. На випробування було поставлено 1000 однотипних елементів. За перші 3000 год відмовило 80 елементів, а за інтервал часу 3000-4000 год відмовило ще 50 елементів. Потрібно визначити статистичну оцінку частоти та інтенсивності відмов елементів у проміжку часу 3000-4000 год.

7. Визначити ймовірність безвідмовної роботи та інтенсивність відмов приладу при $t = 1300$ год роботи, якщо при випробуваннях отримано значення середнього часу безвідмовної роботи $\bar{t}$ і середнє квадратичне відхилення $\sigma_t = 100$ год.

8. Час роботи виробу підпорядкований нормальному закону з параметрами $m_t = 8000$ год, $\sigma_t = 1000$ год. Потрібно обчислити кількісні характеристики надійності $p(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$ для $t = 8000$ год.

9. Час справної роботи елемента підпорядкований закону Вейбулла з параметрами $\alpha = 2,6$; $\lambda_0 = 1,65 \cdot 10^{-7}$ 1/год.

Потрібно обчислити кількісні характеристики надійності $p(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$ для $t = 150$ год і середній час безвідмовної роботи елемента.

10. На випробування поставлено $N = 400$ виробів. За час $t = 3000$ год відмовило 200 виробів, тобто $n(t) = 400 - 200 = 200$. За інтервал часу $(t, t + \Delta t)$, де $t = 100$ год, відмовило 100 виробів, тобто $\Delta n(t) = 100$. Потрібно визначити $p^*(3000)$, $p^*(3100)$, $f^*(3000)$, $\lambda^*(3000)$.

11. На випробування поставлено шість однотипних виробів. Отримано такі значення t_i (t_i - час безвідмовної роботи i -го виробу): $t_1 = 280$ год; $t_2 = 350$ год; $t_3 = 400$ год; $t_4 = 320$ год; $t_5 = 380$ год; $t_6 = 330$ год.

Визначити mt^* – статистичну оцінку середнього часу безвідмовної роботи виробу.

12. На випробування поставлено 8 однотипних виробів. Отримані такі значення t_i (t_i – час безвідмовної роботи i -го виробу): $t_1 = 560$ год, $t_2 = 700$ год, $t_3 = 800$ год, $t_4 = 650$ год, $t_5 = 580$ год, $t_6 = 760$ год; $t_7 = 920$ год, $t_8 = 850$ год.

Визначити статистичну оцінку середнього часу безвідмовної роботи виробу.

13. Час роботи елемента повністю підпорядкований нормальному закону з параметрами $m_t = 1\,200$ год, $\sigma_t = 200$ год. Потрібно обчислити кількісні характеристики надійності $p(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$, для $t = 10\,000$ год. Побудуйте графік $p(t)$ для діапазону значень t від 0 до 1000 год з кроком 100 год.

14. Імовірність безвідмовної роботи автоматичної лінії виготовлення елемента протягом 120 год дорівнює 0,9. Передбачається, що справедливим є експоненціальний закон надійності. Потрібно розрахувати інтенсивність відмов і частоту відмов лінії для моменту часу $t = 120$ год, а також середній час безвідмовної роботи.

15. В результаті аналізу даних про відмови виробу встановлено, що частота відмов має вигляд $f(t) = 2\lambda e^{-\lambda t} (1 - e^{-\lambda t})$. Необхідно визначити кількісні характеристики надійності $p(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$, m_t .

16. В результаті аналізу даних про відмови виробів встановлено, що ймовірність безвідмовної роботи виражається формулою $p(t) = 3e^{-\lambda t} - 3e^{-2\lambda t} + e^{-3\lambda t}$. Потрібно визначити кількісні характеристики надійності $p(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$, m_t .

17. Час безвідмовної роботи виробу підпорядкований закону Вейбулла з параметрами $\alpha = 1,5$; $\lambda_0 = 10^{-4}$ 1/год, а час роботи виробу становить 100 ч. Потрібно обчислити кількісні характеристики надійності виробу $p(t)$, $f(t)$, $\lambda(t)$, m_t .

18. Середній час безвідмовної роботи автоматичної системи управління дорівнює 640 год. Передбачається, що справедливий експоненціальний закон надійності. Необхідно визначити можливість безвідмовної роботи

протягом 120 год, частоту відмов для моменту часу $t = 120$ год і інтенсивність відмов.

19. Функція надійності інтерфейсу інформаційної системи підпорядкована показовому закону з параметром $\lambda = 10^{-4}$ год⁻¹. Визначити показники надійності інтерфейсу: щільність розподілу напрацювання до відмови, ймовірність безвідмовної роботи за 10 000 год і за 1 рік, середнє напрацювання до відмови.

20. В результаті спостереження за 45 зразками радіоелектронного обладнання, які пройшли попередній 80-годинний приробіток, отримані дані до першої відмови всіх 45 зразків (табл. 1.1). Необхідно визначити середній час безвідмовної роботи радіоелектронного обладнання.

Таблиця 1.1

Дані про відмови елементів

Δt_i , г	n_i	Δt_i , г	n_i	Δt_i , ч	n_i
0–10	19	30–40	3	60–70	1
10–20	13	40–50	0	–	–
20–30	8	50–60	1	–	–

Порядок виконання роботи

1. Вивчіть показники надійності нерезервованих елементів, що не відновлюються, і способи їх визначення.
2. Отримайте практичне завдання у викладача.
3. Розрахуйте показники надійності відповідно до завдання.
4. Дайте відповідь на контрольні питання.
5. Складіть звіт в електронному варіанті, який повинен утримувати титульний лист, мета лабораторної роботи, відповіді на контрольні питання, формули, за якими виконувались розрахунки, отримані результати і висновки.

НАДІЙНІСТЬ ВІДНОВЛЮВАНИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Мета роботи: визначити кількісні характеристики надійності елементів, що відновлюються.

Завдання:

1. Вивчити показники надійності відновлюваного елемента.
2. Освоїти методику розрахунків показників надійності відновлюваних елементів.
3. Підготувати звіт про виконану роботу.

Теоретичні відомості

Експлуатація відновлюваних об'єктів може бути описана наступним чином: у початковий момент часу об'єкт починає і продовжує роботу до першої відмови, після відмови відбувається відновлення працездатності, і об'єкт знову працює до відмови і т. д. На осі часу моменти відмов утворюють потік відмов, а моменти відновлення – потік відновлення (рис. 2.1).

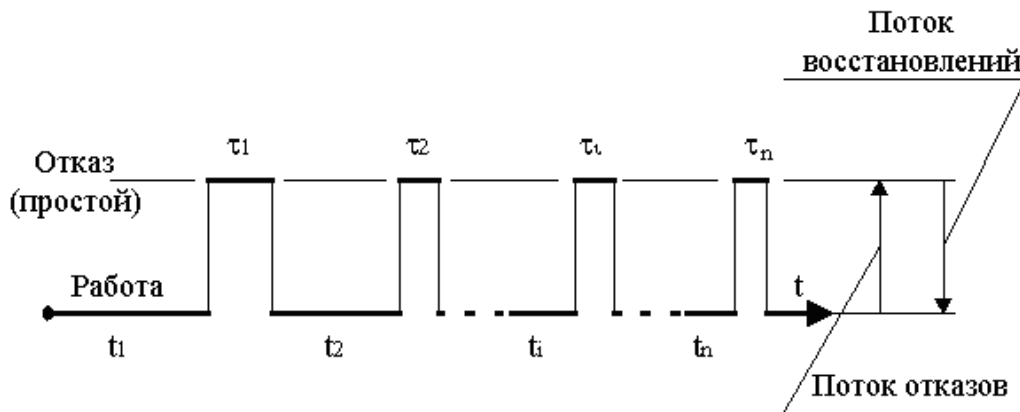


Рис. 2.1. Графік функціонування об'єкта, що відновлюється:

$t_1, t_2, \dots, t_n$ – інтервали працездатності;

$\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$ – інтервали відновлень

Модель безвідмовності відновлюваного елемента відрізняється від моделі безвідмовності невідновлюваного елемента тим, що в даному випадку треба розглядати не тільки напрацювання до першої відмови, а й напрацювання між сусідніми відмовами.

При розрахунку показників надійності об'єктів, що відновлюються, і систем найбільш поширені припущення:

- експонентний розподіл напрацювання між відмовами;
- експонентний розподіл часу відновлення.

Показниками надійності відновлюваного елемента є:

$\tilde{T}$ – напрацювання на відмову (середній час між відмовами);

$\tilde{\omega}(t)$ – параметр потоку відмов;

$\tilde{T}_B$ – середній час відновлення об'єкта;

$\tilde{\mu}(t)$ – інтенсивність відновлення;

$K_{\Gamma}(t)$ – функція готовності (імовірність того, що об'єкт готовий до роботи в довільний момент часу t);

K_{Γ} (коефіцієнт готовності) – ймовірність того, що об'єкт опиниться в працездатному стані в довільний момент часу, крім планованих періодів, протягом яких застосування об'єкта за призначенням не передбачається;

K_{OG} (коефіцієнт оперативної готовності) – ймовірність того, що об'єкт опиниться в працездатному стані в довільний момент часу (крім запланованих періодів, протягом яких застосування об'єкта за призначенням не передбачається) і починаючи з цього моменту буде працювати безвідмовно протягом заданого інтервалу часу.

Середнє напрацювання на відмову об'єкта визначається як відношення сумарного напрацювання відновлюваного об'єкта до відмов, що відбулися за сумарне напрацювання:

$$\tilde{T} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n(t)},$$

де t_i – напрацювання між $i - 1$ та i -м відмовами, год; $n(t)$ – сумарна кількість відмов за час t .

Параметр потоку відмов є щільність імовірності виникнення відмови відновлюваного об'єкта, його можна знайти за формулою:

$$\tilde{\omega}(t) = \frac{n(t_2) - n(t_1)}{t_2 - t_1},$$

де $n(t_1)$ і $n(t_2)$ – кількість відмов об'єкта, зафіксованих, відповідно, після часу t_1 і t_2 .

Якщо використовуються статистичні дані про відмови від певної кількості відновлюваних об'єктів, то для розрахунку значення $\tilde{\omega}(t)$ можна скористатися виразом:

$$\tilde{\omega}(t) = \frac{n(\Delta t_i)}{N_0 \Delta t_i},$$

де $n(\Delta t_i)$ – кількість відмов по всіх об'єктах за інтервал часу Δt_i ; N_0 – кількість однотипних об'єктів, що беруть участь в експерименті (об'єкт, що відмовив, відновлюється, $N_0 = \text{const}$).

Найчастіше під час вирішення завдань надійності використовують найпростіший потік відмов – пуассонівський потік.

Найпростіший потік відмов задовольняє одночасно трьома умовами: стаціонарності, ординарності, відсутності наслідків відмов. Випадкові події, що утворюють найпростіший потік, розподілені за законом Пуассона, для якого ймовірність $p_n(t)$ виникнення протягом часу t n відмов обчислюється за формулою:

$$p_n(t) = \frac{[\lambda t]^n}{n!} e^{-\lambda t},$$

де λ – інтенсивність відмов.

Якщо відновлюваний об'єкт за відсутності відновлення має характеристику $\lambda = \text{const}$, то, надаючи об'єкту відновлюваність, ми повинні записати $\omega(t) = \text{const}$; $\lambda = \omega$, і між цими показниками існують такі залежності:

$$\lambda = \omega = \frac{1}{\tilde{T}}, \quad \tilde{T} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\omega}.$$

Середній час відновлення – це математичне очікування часу відновлення працездатного стану об'єкта після відмови, що визначається за формулою

$$\tilde{T}_B = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tau_i,$$

де n - число відновлень, рівне числу відмов; τ_i - час, витрачене на відновлення (виявлення, пошук причини та усунення відмови), год.

Показник $\tilde{T}_B$ можна визначити і на підставі статистичних даних, отриманих для M однотипних відновлюваних об'єктів:

$$\tilde{T}_B = \frac{\sum_{j=1}^M \tau_j}{\sum_{j=1}^M n_j},$$

де M – кількість однотипних об'єктів, для кожного з яких визначено загальний час відновлення за заданий час спостережень; τ_j – час відновлення j -го об'єкта після i -го відмови, що обчислюється за формулою

$$\tau_j = \sum_{i=1}^{n_j} \tau_{ij};$$

n_j – кількість відновлень j -го об'єкта під час спостережень.

Інтенсивність відновлення – це відношення умовної щільності ймовірності відновлення працездатного стану об'єкта, визначеної для моменту часу, що розглядається, за умови, що до цього моменту відновлення не було завершено, до тривалості цього інтервалу. Статистична оцінка цього показника перебуває як

$$\tilde{\mu}(t) = \frac{n_B(\Delta t)}{N_{н. ср} \Delta t},$$

де $n_B(\Delta t)$ – кількість відновлень однотипних об'єктів за інтервал Δt ; $N_{н. ср}$ – середня кількість об'єктів, що знаходяться в невідновленому стані на інтервалі Δt .

У окремому випадку, коли інтенсивність відновлення постійна, тобто $\tilde{\mu}(t) = \text{const}$ ймовірність відновлення за заданий час t підпорядковується експоненційному закону і визначається за виразом

$$G_B(t) = 1 - e^{-\mu t},$$

а взаємозв'язок середнього часу відновлення та інтенсивності відновлення визначається співвідношеннями

$$\tilde{T}_B = \frac{1}{\mu}, \quad \mu = \frac{1}{\tilde{T}_B}.$$

Для постійних інтенсивностей відмови та відновлення об'єкта функція готовності та коефіцієнт готовності визначаються як

$$K_{\Gamma}(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} e^{-(\lambda + \mu)t}, \quad K_{\Gamma} = \frac{\tilde{T}}{\tilde{T} + \tilde{T}_B}.$$

З ймовірнісного визначення коефіцієнта оперативної готовності випливає, що його значення задовольняє рівняння

$$K_{\text{ОГ}}(t) = K_{\Gamma} p(t_p),$$

де K_{Γ} – коефіцієнт готовності; $p(t_p)$ – можливість безвідмовної роботи об'єкта протягом часу t_p , необхідного для безвідмовного використання за призначенням.

Контрольні питання та завдання

1. Зобразіть графік функціонування елемента, що відновлюється.
2. Перерахуйте критерії надійності нерезервованих відновлюваних об'єктів.
3. Запишіть формулу для визначення середнього напрацювання на відмову за статистичними даними.
4. Що таке параметр потоку відмов? Запишіть формулу визначення параметра потоку відмов за статистичними даними.
5. Вкажіть ознаки та властивості найпростішого потоку відмов.
6. У чому виявляється властивість стаціонарності потоку відмов об'єктів, що відновлюються?
7. Якими співвідношеннями пов'язані середній час відновлення та інтенсивність відновлення відновлюваних об'єктів?
8. Який об'єкт називається відновлюваним?
9. Як визначається середній час відновлення об'єкта?
10. Запишіть формулу визначення інтенсивності відновлення об'єкта.
11. За допомогою якого показника обчислюється ймовірність того, що об'єкт непрацездатний у довільний момент часів?
12. Що таке коефіцієнт готовності? Запишіть формулу визначення коефіцієнта готовності для одного відновлюваного об'єкта.
13. Що характеризує коефіцієнт оперативної готовності об'єкта?

Варіанти завдань до лабораторної роботи

1. Проводилося спостереження за роботою трьох однотипних серверів. За період спостереження було зафіксовано по першому екземпляру 6 відмов, по другому і третьому – 11 і 8 відмов відповідно. Напрацювання першого екземпляра склала 181 год, другого – 329 год і третього – 245 год. Потрібно визначити напрацювання серверів на відмову.

2. За період спостереження експлуатації операційної системи, що перебувала на стадії тестування під навантаженням, було зафіксовано 8 відмов. Час відновлення склав: $t = \{t_1 = 12, t_2 = 23, t_3 = 15, t_4 = 9, t_5 = 17, t_6 = 28, t_7 = 25, t_8 = 31\}$ хв. Потрібно визначити середній час відновлення працездатності операційної системи.

3. Інтенсивність відмов λ однієї з підсистем інформаційної системи, яка є складною відновлюваною системою, є величина постійна $\lambda = 0,015$ год⁻¹. Середній час відновлення дорівнює 100 год. Необхідно знайти можливість застати систему у справному стані в момент часу $t = 10$ год.

4. Коефіцієнт готовності однієї з підсистем інформаційної системи, яка являє собою складну відновлювану систему, дорівнює 0,9. Середній час відновлення складає 100 год. Потрібно знайти можливість застати систему у справному стані в момент часу $t = 12$ год.

5. Інтенсивність відмови відновлюваного елемента дорівнює $\lambda = 0,0009$, а інтенсивність відновлення $\mu = 0,4$ 1/год. Визначити показники надійності елемента: напрацювання на відмову, середній час відновлення та коефіцієнт готовності.

Розрахуйте значення функції готовності елемента від 0 до 40 год з кроком 2 год і подайте результати як графіка залежності функції готовності від часу.

6. Елемент має експоненційний закон розподілу часу роботи до відмови та часу відновлення з параметрами: $\lambda = 0,05$ 1/год; $\mu = 4$ 1/год.

Визначити:

- ймовірність безвідмовної роботи для $t_0 = 2$ год; $t_1 = 1,5$ год;
- ймовірність відмови для $t_0 = 4$ год; $t_1 = 3,5$ год;
- середній доробок до відмови;
- середній час відновлення;
- коефіцієнт готовності.

6. Елемент має експоненційний закон розподілу години роботи до відмови та години відновлення з параметрами: $\lambda = 0,05$ 1/год; $\mu = 4$ 1/рік.

Визначити:

- ймовірність безвідмовної роботи для $t_0 = 2$ рік; $t_1 = 1,5$ рік;
- ймовірність відмови для $t_0 = 4$ рік; $t_1 = 3,5$ рік;
- середній доробок до відмови;
- середня година відновлення;
- коефіцієнт готовності.

7. За період експлуатації в апаратурі було зафіксовано 7 відмов. Час відновлення становив: $t_1 = 12$ хв; $t_2 = 23$ хв; $t_3 = 15$ хв; $t_4 = 9$ хв; $t_5 = 17$ хв; $t_6 = 28$ хв; $t_7 = 25$ хв; $t_8 = 31$ хв.

Потрібно визначити середній час відновлення апаратури ТВ.

8. За період спостереження експлуатації в апаратурі було зареєстровано 6 відмов. Час відновлення становив: $t_1 = 15$ хв; $t_2 = 20$ хв; $t_3 = 10$ хв; $t_4 = 28$ хв; $t_5 = 22$ хв; $t_6 = 30$ хв.

Потрібно визначити середній час відновлення апаратури.

9. Елемент має експоненційний закон розподілу часу роботи до відмови та часу відновлення з параметрами:

$$\lambda = 0,000\ 25\ 1/\text{год}; \mu = 0,1\ 1/\text{год}.$$

Визначити:

- ймовірність безвідмовної роботи для $t = 500 \dots 2500$ і ймовірність відмови в цьому ж інтервалі;
- ймовірність відмови за час 1500 год;
- середній час напрацювання повністю;
- середній час відновлення;
- коефіцієнт готовності.

10. Елемент має експоненційний закон розподілу часу роботи до відмови та часу відновлення з параметрами:

$$\lambda = 0,01\ 1/\text{год}; \mu = 0,1\ 1/\text{год}.$$

Визначити:

- ймовірність безвідмовної роботи для $t = 1\ 000 \dots 2500$ і ймовірність відмови в цьому ж інтервалі;
- ймовірність відмови за час 1500 год;
- середній час напрацювання повністю;
- середній час відновлення;
- коефіцієнт готовності.

11. Інтенсивність відмови відновлюваного елемента дорівнює $\lambda = 0,000\ 2$, а інтенсивність відновлення $\mu = 0,2\ 1/\text{год}$. Визначити показники

надійності елемента: напрацювання на відмову, середній час відновлення та коефіцієнт готовності.

Розрахуйте значення функції готовності елемента від 0 до 40 год з кроком 2 год і подайте результати як графіка залежності функції готовності від часу.

12. Потік відмов об'єкта має пуассонівські властивості з інтенсивністю $\lambda = 0,005$ 1/год. Час відновлення є випадковим і розподілено за експонентним законом; $\mu = 2,5$ 1/год. Відомо, що $p_1(0) = 1$. Визначити ймовірність знаходження об'єкта у працездатному стані через 10 год роботи та ймовірність непрацездатності об'єкта ще через 15 год роботи. Визначити коефіцієнт готовності, середній час відновлення та відмови.

13. В результаті збоїв ЕОМ (з експоненційним розподілом ймовірності безвідмовної роботи) відмовляє («зависає») в середньому один раз на 5 днів (120 год). Середній час перезавантаження, видалення зіпсованих файлів і відновлення інформації займає 10 хв. Через 4 години планується демонстрація програмного продукту. Визначити ймовірність того, що до цього часу машина буде у працездатному стані та пропрацює безвідмовно ще 2 год.

14. Відновлюваний об'єкт з експоненціальним законом розподілу часу безвідмовної роботи та часу відновлення має коефіцієнт готовності 0,95. Обчислити можливість безвідмовної роботи об'єкта протягом 100 год, якщо середній час відновлення 5 год.

15. Відомо, що інтенсивність відмов об'єкта $\lambda = 0,021$ 1/год, а середній час відновлення становить 10 год. Потрібно обчислити коефіцієнт готовності та функцію готовності об'єкта в момент часу $t = 700$ год.

Порядок виконання роботи

1. Вивчіть показники надійності нерезервованих відновлюваних елементів і способи їх визначення.
2. Отримайте практичне завдання у викладача.
3. Розрахуйте показники надійності відповідно до завдання.
4. Дайте відповідь на контрольні питання.
5. Складіть звіт в електронному варіанті, який повинен утримувати титульний лист, мету лабораторної роботи, формули, за якими проводилися обчислення, отримані результати та висновки.

Лабораторна робота 3

РОЗРАХУНОК ПОКАЗНИКІВ НАДІЙНОСТІ СИСТЕМ ПРИ ОСНОВНОМУ З'ЄДНАННІ ЕЛЕМЕНТІВ

Ціль роботи: визначити кількісні характеристики надійності систем при основному з'єднанні елементів.

Завдання:

1. Вивчити показники надійності систем, що складаються з n елементів.
2. Освоїти методику розрахунків показників надійності систем, що з n елементів.
3. Підготувати звіт про виконану роботу.

Теоретичні відомості

Якщо відмова системи настає при відмові будь-якого з її елементів, то кажуть, що така система має основне поєднання елементів. Структурна схема системи, що складається з n елементів, наведена на рис. 3.1. При розрахунку надійності таких систем припускають, що відмова елемента є подією випадковим і незалежним.



Рис. 3.1. Структурна схема нерезервованої системи

Імовірність безвідмовної роботи $p_c(t)$ системи з основним з'єднанням елементів протягом часу t обчислюється за формулою

$$p_c(t) = \prod_{j=1}^n p_j(t),$$

де $p_j(t)$ - можливість безвідмовної роботи j -го елемента, $j = 1, 2, \dots, n$.

Якщо інтенсивності відмов елементів λ_j постійні, то інтенсивність відмови λ_j , ймовірність безвідмовної роботи $p_c(t)$, середній час

безвідмовної роботи T_c , щільність розподілу часу до відмови $f_c(t)$ системи можна обчислити за допомогою співвідношень

$$\lambda_c = \sum_{j=1}^n \lambda_j, \quad p_c(t) = e^{-\lambda_c t}, \quad T_c = \frac{1}{\lambda_c}, \quad f_c(t) = \lambda_c e^{-\lambda_c t}.$$

Стаціонарні показники надійності системи, що відновлюється, можна виразити через середній час безвідмовної роботи T_i і середній час відновлення T_{Bi} елементів. При цьому напрацювання на відмову T , середній час відновлення і коефіцієнт готовності K_Γ системи визначаються за формулами:

$$T = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{T_i}}, \quad T_B = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{T_{Bi}}{T_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{T_i}}, \quad K_\Gamma = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^n \frac{T_{Bi}}{T_i}}.$$

При відомих інтенсивностях відмов та відновлення елементів формули для показників надійності відновлюваної системи мають вигляд:

$$T = \frac{1}{\lambda_c}, \quad \lambda_c = \sum_{i=1}^n \lambda_i, \quad T_B = \frac{1}{\lambda_c} \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{\mu_i},$$

$$K_\Gamma = \frac{T}{T + T_B} = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{\mu_i}}.$$

Контрольні питання та завдання

1. Яке з'єднання елементів у системі називається основним?
2. Перерахуйте показники надійності нерезервованої системи при основному з'єднанні елементів.
3. Чи можна з ненадійних елементів створити надійну систему при основному з'єднанні елементів?
4. Як можна підвищити надійність послідовних систем?
5. Запишіть формулу обчислення ймовірності безвідмовної роботи для системи з k послідовними ділянками.
6. Який показник надійності характеризує ймовірність працездатного стану системи в довільно вибраний момент часу?

7. За допомогою якого показника обчислюється ймовірність того, що система непрацездатна у довільний час?

8. Перерахуйте стаціонарні показники надійності відновлюваної системи, що складається з n елементів.

9. Що таке коефіцієнт готовності? Запишіть формулу визначення коефіцієнта готовності системи, що відновлюється, що складається з n елементів.

Варіанти завдань до лабораторної роботи

1. Система складається з 6 частин, відмова будь-якої з них наводить до відмови всієї системи. Визначити, протягом якого часу система пропрацює безвідмовно із заданою ймовірністю $P_{\text{зад}} = 0,9$, якщо розподіл напрацювань всіх частин до відмови підпорядкований експоненціальному закону, а середні напрацювання частин до відмови рівні 350, 480, 520, 777, 1100 год.

2. Блок апаратури, надійність якого потрібно визначити, включає: інтегральні схеми (14 штук), роз'ємні з'єднання (2 штуки), паяні з'єднання, що виконуються для з'єднання висновків корпусів ІС з друкованою платою (24 виведення на один корпус) та приєднання роз'ємів (120 висновків роз'єму, що з'єднуються з платою).

Цей блок використовується в літаку протягом $t = 100$ год. З довідкових даних відомі інтенсивності відмов елементів: $\lambda_1 = 10^{-6}$ 1/год – інтенсивність відмов однієї ІС, $\lambda_2 = 10^{-7}$ 1/год – інтенсивність відмов роз'єму (на одну контактну пару в ньому), $\lambda_3 = 10^{-8}$ 1/год – інтенсивність відмов однієї паяної сполуки (групові методи паяння). Визначити показники надійності такого блоку.

3. Автоматизована система складається із трьох компонентів, інтенсивності відмов наведені в табл. 3.1.

Таблиця 3.1

Інтенсивності відмов компонентів

Компонент	Число компонентів	Інтенсивність відмов λ_j , 1/г
СУБД	2	0,005
Сервер застосувань	2	0,01
Сервер пошти	1	0,05

Прийmemo, що це компоненти системи з'єднані послідовно і відмова кожного з компонентів веде до відмови системи. Визначити ймовірність безвідмовної роботи системи та середнє напрацювання на відмову протягом 10 год.

4. Локальна мережа включає два сервери (один забезпечує вихід в Інтернет), два комутатора і п'ять кабельних фрагментів, що відносяться до ядра мережі. Інтенсивності відмов та відновлення та коефіцієнти готовності для них наведені в табл. 3.2.

Таблиця 3.2

Дані про надійність елементів

Обладнання	Інтенсивність		Коефіцієнт готовності
	відмов, λ , 1/г	відновлений, μ , 1/г	
Сервер	$2 \cdot 10^{-5}$	0,1	$1-2 \cdot 10^{-4}$
Комутатор	10^{-5}	0,01	$1-10^{-3}$
Один кабельний фрагмент (з урахуванням слотів)	10^{-6}	1	$1-10^{-6}$

Прийmemo, що локальна обчислювальна мережа відмовляє в разі відмови обладнання, що входить в ядро мережі: серверів, комутаторів або кабельного обладнання, тоді структурна схема мережі для розрахунку надійності буде мати вигляд, представлений на рис. 3.2.

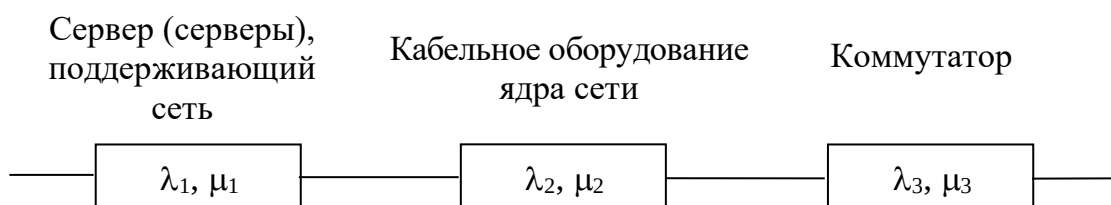


Рис. 3.2. Структурна схема локальної обчислювальної мережі

Обчислити значення показників надійності цієї мережі.

5. Система складається з трьох блоків, середнє напрацювання до першої відмови яких дорівнює $T_1 = 320$ год, $T_2 = 160$ год, $T_3 = 600$ год. Для блоків справедливий експоненційний закон розподілу відмов. Потрібно визначити середнє напрацювання до першої відмови системи.

6. При проектуванні системи передбачається, що складність її має перевищувати $n = 2\,500$ елементів. Необхідно при обговоренні проекту

визначити, чи може бути спроектована система, до якої пред'явлено вимогу, щоб її середній час безвідмовної роботи склало не менше 120 год.

7. Проектується нерезервована система, що складається із елементів чотирьох груп. Кількість елементів кожної групи, а також інтенсивність їх відмов наведено в табл. 3.3.

Таблиця 3.3

Дані про число елементів системи та інтенсивностей їх відмов

Номер групи	Число елементів	Інтенсивність відмов елемента, 1/г
1	10	$2 \cdot 10^{-6}$
2	15	$4 \cdot 10^{-6}$
3	32	$2,5 \cdot 10^{-6}$
4	8	$5 \cdot 10^{-6}$

Визначити інтенсивність відмови системи, середній час безвідмовної роботи, ймовірність безвідмовної роботи системи протягом часу $t_1 = 100$ год, $t_2 = 1000$ год та в інтервалі зазначених напрацювань, щільність розподілу часу безвідмовної роботи при напрацюванні $t_2 = 1000$ год.

8. Нерезервована система, що відновлюється, складається з $n = 10$ елементів. Визначити напрацювання на відмову, середній час відновлення та коефіцієнт готовності системи. Передбачається, що справедливий експоненційний закон відмов та відновлення системи. Варіанти завдань наведено у табл. 3.4.

Таблиця 3.4

Дані про надійність елементів

Номер елемента	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$T_{Bi}, \text{г}$	4	6,5	8,5	12	3,8	7,3	2,4	8	7	7,5
$t, \text{г}$	40	21	20	18	19	18	16	18	21	23
<i>Варіант 1</i>										
$p_i(t)$	0,97	0,99	0,98	0,95	0,96	0,99	0,94	0,95	0,99	0,98
<i>Варіант 2</i>										
$\lambda_i \cdot 10^{-3} \text{ 1/ч}$	1,2	1,8	1	1,5	1,75	1,35	1,2	0,9	1,84	1,6
<i>Варіант 3</i>										
$T_i, \text{ч}$	480	540	860	820	320	900	500	380	420	400
<i>Варіант 4</i>										
K_{Gi}	0,99	0,98	0,98	0,95	0,97	0,99	0,94	0,98	0,99	0,97

9. Обчислювальна система складається з центрального процесора, оперативної пам'яті, зовнішнього запам'ятовуючого пристрою, системного інтерфейсу і принтера. Інтенсивності відмов та відновлень елементів наведені в табл. 3.5. Визначте показники надійності обчислювальної системи.

Таблиця 3.5

Дані про інтенсивність відмов і відновлень елементів системи

№ п/п	Пристрій	Інтенсивність	
		відмов λ , 1/г	відновлений μ , 1/г
1	Центральний процесор	10^{-5}	0,1
2	Оперативна пам'ять	10^{-4}	1
3	Системний інтерфейс	10^{-6}	0,1
4	Зовнішній пристрій пам'яті	10^{-4}	0,1
5	Принтер	10^{-3}	0,01

10. Система, що не відновлюється в процесі роботи, складається з 200 000 елементів, середня інтенсивність відмов яких $\lambda = 0,2 \cdot 10^{-6}$ 1/год. Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи та середній час безвідмовної роботи системи протягом часу $t = 24$ год.

11. Система складається з п'яти приладів, середній час безвідмовної роботи яких дорівнює: $mt_1 = 83$ год; $mt_2 = 220$ год; $mt_3 = 280$ год; $mt_4 = 400$ год; $mt_5 = 700$ год. Для приладів справедливий експоненційний закон надійності. Потрібно знайти середній час безвідмовної роботи системи.

12. Система складається з 12 600 елементів, середня інтенсивність відмов яких $\lambda_{\text{ср}} = 0,32 \cdot 10^{-6}$ 1/год. Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи, ймовірність відмови, частоту відмов, середній час безвідмовної роботи системи протягом часу $t = 50$ год.

13. Апаратура зв'язку складається з 2 000 елементів, середня інтенсивність відмов яких $\lambda_{\text{ср}} = 0,33 \cdot 10^{-5}$ 1/год. Необхідно визначити можливість безвідмовної роботи апаратури протягом $t = 200$ год і середній час безвідмовної роботи апаратури.

14. Система, що відновлюється, складається з п'яти елементів, інтенсивності відмов яких дорівнюють 0,007 1/год, а інтенсивності відновлень – 0,4 1/год. Визначити показники надійності системи.

15. Відновлювана система складається з трьох послідовно включених елементів з параметрами надійності $K_{Г1} = 0,6$, $K_{Г2} = 0,9$, $K_{Г3} = 0,75$.

Відомо, що $\lambda_i = \text{const}$ і $\mu_i = \text{const}$. Визначити коефіцієнт готовності системи.

Порядок виконання роботи

1. Вивчіть показники надійності систем при основному з'єднанні елементів і способи їх визначення.
2. Отримайте практичне завдання у викладача.
3. Розрахуйте показники надійності відповідно до завдання.
4. Дайте відповідь на контрольні питання.
5. Складіть звіт в електронному варіанті, який повинен утримувати титульний лист, мета лабораторної роботи, відповіді на контрольні питання, структурну схему надійності з коротким пояснювальним текстом, формулювання поняття відмови системи, розрахункові формули для визначення кількісних показників надійності, розрахунок показників надійності.

НАДІЙНІСТЬ НЕВІДНОВЛЮВАНИХ РЕЗЕРВОВАНИХ СИСТЕМ

Мета роботи: визначити кількісні характеристики надійності резервованих систем, що не відновлюються.

Завдання:

1. Вивчити показники надійності непоновлюваних резервованих систем.
2. Освоїти методику розрахунків показників надійності резервованих систем, що не відновлюються.

Теоретичні відомості

Резервуванням називають метод підвищення надійності системи за рахунок введення надмірності.

Під *надмірністю* при цьому розуміють додаткові засоби та можливості понад мінімально необхідні для виконання системою заданих функцій. Таким чином, завданням запровадження надмірності є забезпечення нормального функціонування системи після виникнення відмов у її елементах.

За способом включення резервування поділяється на постійне та резервування заміщенням. При постійному резервуванні резервні об'єкти підключені до навантаження постійно протягом усього часу роботи та перебувають у однакових з основними об'єктами умовах. При резервуванні заміщенням заміняють основні об'єкти (підключаються до навантаження) після їх відмови.

Під кратністю резервування m розуміється відношення числа резервних об'єктів до основних. При резервуванні з цілою кратністю величина m є ціле число (наприклад, якщо $m = 2$, то на один основний об'єкт припадає два резервні). При резервуванні дробової кратністю виходить дробове число, що не скорочується. Наприклад, при $m = 4/2$ резервних об'єктів 4, основних 2, загальна кількість об'єктів 6. Скорочувати дріб не можна, так як нове відношення буде відображати зовсім інший фізичний зміст.

Загальне резервування з постійно включеним резервом та з цілою кратністю. Структурна схема системи при загальному резервуванні

з постійно включеним резервом наведена на рис. 4.1. Така система відмовить, якщо відмовить основний ланцюг і всі резервні.

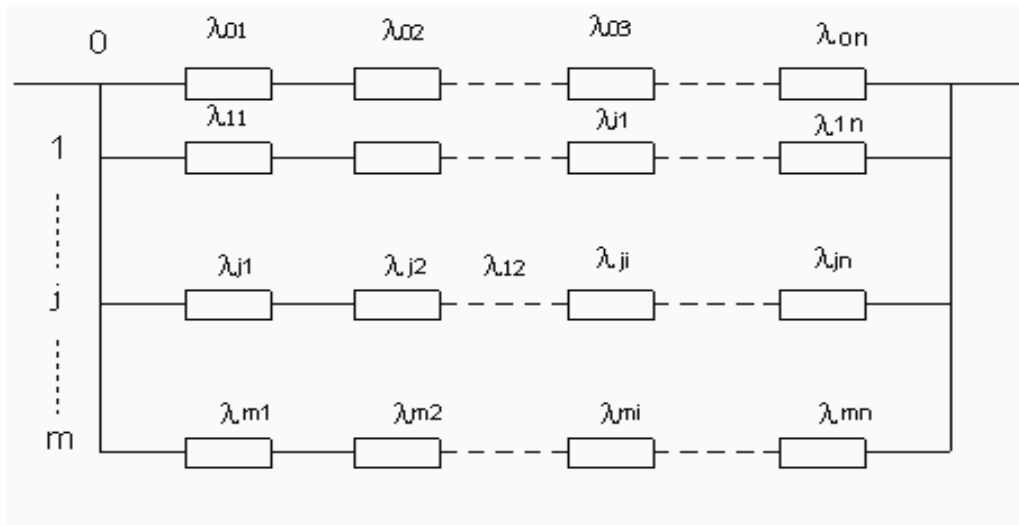


Рис. 4.1. Структурна схема системи із загальним резервуванням та постійно включеним резервом (кількість резервних ланцюгів $0 \leq j \leq m$)

Імовірність безвідмовної роботи основного та резервного ланцюгів

$$p_0(t) = \prod_{i=1}^n p_{0i}(t) = \prod_{i=1}^n p_{ji}(t) = \dots = \prod_{i=1}^n p_{mi}(t),$$

де p_{0i} – ймовірність безвідмовної роботи i -го елемента основного «0» ланцюга; p_{ji} – ймовірність безвідмовної роботи i -го елемента j -го ланцюга.

Оскільки всі однойменні елементи в кожному ланцюгу мають однакові параметри і знаходяться в однакових умовах, то надійність ланцюгів в один і той же час t однакова:

$$p_0(t) = p_1(t) = \dots = p_j(t) = \dots = p_m(t).$$

Імовірність відмови основного та резервного ланцюгів

$$q(t) = \prod_{j=1}^{m+1} q_0(t),$$

де $q_0(t)$ – ймовірність відмови основного ланцюга.

Оскільки усі ланцюги ідентичні і знаходяться в однакових умовах, то $q_0(t) = q_1(t) = \dots = q_j(t) = \dots = q_m(t)$, і тоді ймовірність відмови системи

$$q(t) = q_0(t)^{m+1} \quad \text{або} \quad q(t) = [1 - p_0(t)]^{m+1}.$$

Ймовірність безвідмовної роботи системи з кількістю ланцюгів $m + 1$

$$p(t) = 1 - \left[1 - \prod_{i=1}^n p_{0i}(t) \right]^{m+1}.$$

У разі, коли $\lambda_i = \text{const}$, в кожному з ланцюгів (експонентний розподіл часу до відмов елементів) ймовірність безвідмовної роботи, щільність розподілу часу безвідмовної роботи та інтенсивність відмов системи з кратністю резервування m визначаються співвідношеннями:

$$\begin{aligned} p_c(t) &= 1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1}, \\ f_c(t) &= (m+1)\lambda e^{-\lambda t} (1 - e^{-\lambda t})^m, \\ \lambda_c(t) &= \frac{(m+1)\lambda e^{-\lambda t} (1 - e^{-\lambda t})^m}{1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1}}. \end{aligned}$$

Середній час безвідмовної роботи системи визначається виразом

$$T = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{j=0}^m \frac{1}{j+1} \quad \text{або} \quad T = T_0 \sum_{j=0}^m \frac{1}{j+1}.$$

Загальне резервування заміщенням – це метод підвищення надійності системи за рахунок використання резервного ланцюга, що знаходиться в ненавантаженому стані, яка автоматично включається при відмові основного ланцюга.

Структурна схема системи при загальному резервуванні з постійно включеним резервом наведена на рис. 4.2.

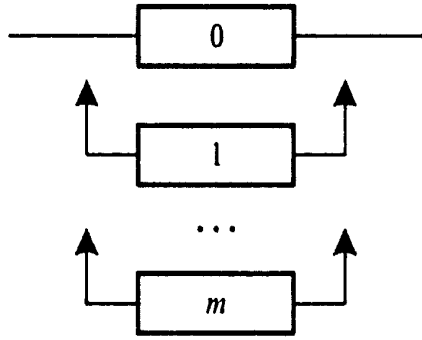


Рис. 4.2. Структурна схема системи з загальним резервуванням заміщенням

Для випадку постійних інтенсивностей відмов елементів ($\lambda_i = \text{const}$) ймовірність та середній час безвідмовної роботи системи обчислюються за формулами:

$$p_c(t) = e^{-\lambda_0 t} \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda_0 t)^i}{i!},$$

$$T = \frac{1}{\lambda_0} (m+1) = T_0 (m+1).$$

Роздільне резервування з постійно включеним резервом і цілою кратністю по всіх елементах. Нехай вихідна система складається з n елементів, причому до кожного з них підключено m резервних елементів, як показано на рис. 4.3. Відмова цієї системи може статися у разі відмови будь-якого блоку. Збіг працездатних станів n блоків системи гарантує працездатний стан системи.

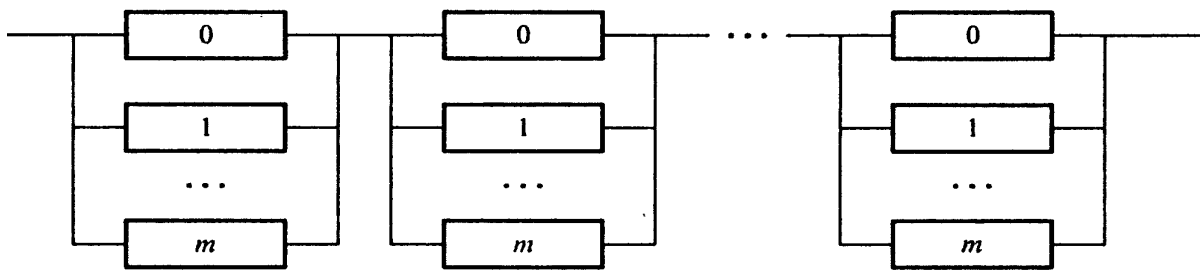


Рис. 4.3. Структурна схема системи із роздільним резервуванням з постійно увімкненим резервом

Якщо відомі можливості безвідмовної роботи кожного з блоків, то можливість безвідмовної роботи системи виражається формулою

$$p_c(t) = p_{\text{бл.1}}(t) p_{\text{бл.2}}(t) \dots p_{\text{бл.k}}(t) \dots p_{\text{бл.n}}(t) = \prod_{k=1}^n p_{\text{бл.k}}(t).$$

Інтенсивність відмов основного ланцюга можна записати як

$$\lambda_0 = \sum_{i=1}^n \lambda_{0i}.$$

Якщо для елементів блоку справедлива рівність $\lambda_0 = \lambda_1 = \dots = \lambda_j = \dots = \lambda_m = \text{const}$, то ймовірність безвідмовної роботи блоку елементів можна знайти за формулою

$$p_{\text{бл}}(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda_0 t})^{m+1}.$$

Отже, ймовірність безвідмовної роботи системи при роздільному резервуванні з цілою кратністю визначається за вираженням множення ймовірностей безвідмовної роботи блоків

$$p_c(t) = \prod_{k=1}^n \left\{ 1 - \left[1 - e^{-\lambda_{0k}} \right]^{m_k + 1} \right\},$$

де λ_{0k} – інтенсивність відмов основного елемента k -го блоку; вираз у фігурних дужках – можливість безвідмовної роботи k -го блоку.

Ковзне резервування є окремим випадком резервування заміщенням, коли група основних елементів апаратури резервується одним або декількома резервними елементами, кожен з яких може замінити будь-який основний елемент, що відмовив в даній групі (рис. 4.4). Ковзне резервування застосовується за наявності в апаратурі однакових вузлів або блоків.

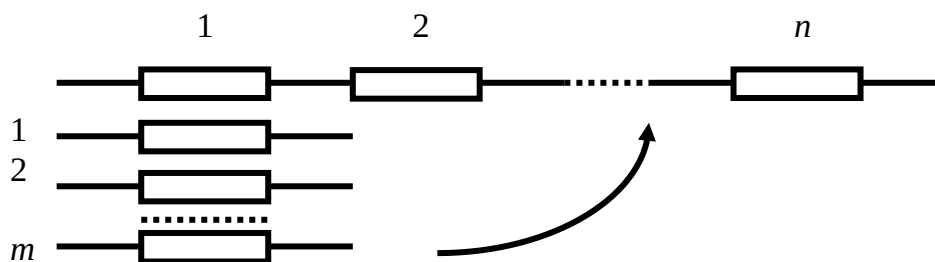


Рис. 4.4. Схема системи зі ковзним резервуванням:
1 ... n – основні елементи; 1 ... m – резервні елементи

Контрольні питання та завдання

1. Дайте визначення поняттю «резервування».

2. Яке завдання вирішується при введенні надмірності в технічну систему?
3. Що розуміється під кратністю резервування системи?
4. Перерахуйте основні види резервування. Дайте їх визначення.
5. Наведіть структурну схему системи з постійно включеним резервом.
6. Як визначається можливість безвідмовної роботи системи при загальному резервуванні заміщенням?
7. Наведіть структурну схему системи з роздільним резервуванням заміщенням.
8. Запишіть формули для обчислення безвідмовної роботи системи при роздільному резервуванні.
9. Проаналізуйте особливості постійного резервування та резервування заміщенням.
10. Чим відрізняється ненавантажений резерв від постійного?
11. Яке резервування систем називається ковзним?

Варіанти завдань до лабораторної роботи

1. Система складається з n блоків, ймовірності безвідмовної роботи кожного блоку умовно показані на рис. 4.5. З метою підвищення надійності системи проведено дублювання найменш надійних блоків такими самими блоками. Знайти можливість безвідмовної роботи системи.

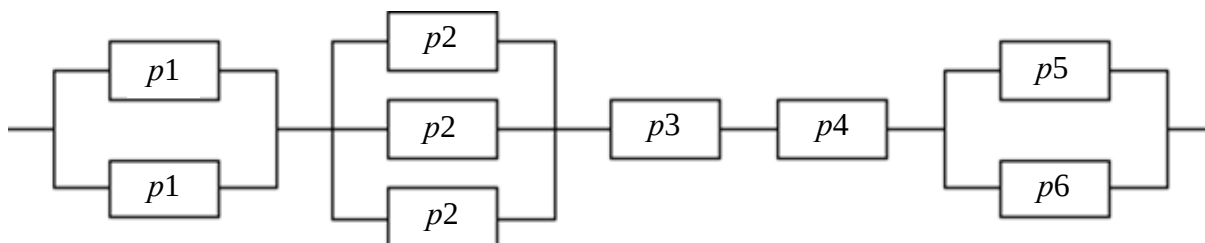


Рис. 4.5. Структурна схема надійності системи

2. Система складається з 10 рівнонадійних елементів, середній час безвідмовної роботи елемента становить 1 000 год. Передбачається, що справедливий експоненційний закон надійності для елементів системи і основна і резервна системи рівнонадійні. Необхідно знайти ймовірність безвідмовної роботи системи $p_c(t)$, середній час безвідмовної роботи

системи, а також частоту відмов $f_c(t)$ та інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$ у момент часу $t = 50$ год у наступних випадках:

- а) система нерезервована;
- б) дубльована система при включенні резерву за способом заміщення (ненавантажений резерв).

3. Інтенсивність відмови одного елемента $\lambda = 0,0035$ 1/год. Потрібно визначити кратність резервування системи (резерв заміщенням), побудованої з цих елементів, яка забезпечує середній час безвідмовної роботи, що дорівнює 800 год.

4. Обчислювач складається з двох блоків, з'єднаних послідовно, і характеризується відповідно інтенсивністю відмов $\lambda_1 = 120,54 \cdot 10^{-6}$ 1/год і $\lambda_2 = 185,66 \cdot 10^{-6}$ 1/ч. Виконано пасивне резервування другого блоку. Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи, середній час безвідмовної роботи, частоту відмов та інтенсивність відмов обчислювача. Визначити $p_c(t)$ за $t = 20$ год.

5. Електронний блок складається зі ста однакових модулів з інтенсивностями відмов $\lambda = 10^{-6}$ 1/год і має в резерві три модулі, які можуть замінити будь-який із працюючих. Визначити ймовірність безвідмовної роботи блоку за 1 000 год роботи.

6. Знайти показники надійності $p_c(t)$, $\lambda_c(t)$, T_c резервованої системи (резерв заміщенням) кратності $m = 3$, елементи якої мають інтенсивність відмови $\lambda_0 = 0,04$ 1/год, $\lambda_1 = 0,07$ 1/год, $\lambda_2 = 0,02$ 1/год, $\lambda_3 = 0,1$ 1/год. Рішення подати у вигляді формул, таблиць та графіків.

7. Нерезервована система управління складається з $n = 4000$ елементів. Відома необхідна ймовірність безвідмовної роботи системи $p_c(t) = 0,9$ при $t = 100$ год. Необхідно розрахувати допустиму середню інтенсивність відмов одного елемента, вважаючи елементи рівнонадійними, для того щоб оцінити досягнення заданої ймовірності безвідмовної роботи при відсутності у таких випадках: а) резервування відсутнє; б) застосовано роздільне (поелементне) дублювання.

8. Потік відмов системи найпростіший. Система складається з шести частин, відмова будь-якої з них призводить до відмови всієї системи. Визначити, яка кратність постійного загального резервування системи забезпечує її безвідмовну роботу протягом часу t год (нехай $t = 1$ рік – 8 760 год) із заданою ймовірністю $p_{зад} = 0,9$), якщо середні напрацювання частин на відмову дорівнюють 5 000, 3700, 4500, 8600, 9700, 12000 год.

9. Система складається із двох однакових елементів. Для підвищення її надійності конструктор запропонував дублювання системи за способом заміщення з ненавантаженим станом резерву (рис. 4.6). Інтенсивність відмов елемента дорівнює λ . Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи системи $p_c(t)$, середній час безвідмовної роботи mt_c , частоту відмов $f_c(t)$, інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$.

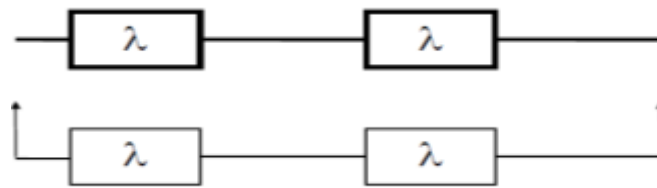


Рис. 4.6. Структурна схема надійності системи

10. Для зображеного на рис. 4.7 логічної схеми системи визначити інтенсивність відмов $\lambda_c(t)$. Тут резерв навантажений, відмови незалежні.

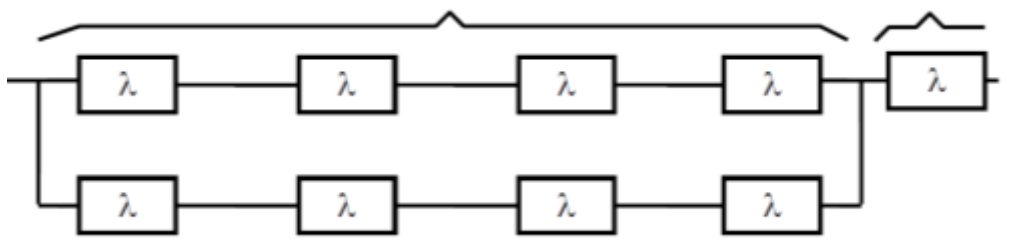


Рис. 4.7. Структурная схема надежности системы

11. В офісі розміщено n робочих станцій (РС) мережі, на яких постійно повинні працювати n операторів. Визначити, скільки РС необхідно мати в резерві, щоб забезпечити безперервну роботу операторів із заданою ймовірністю $p_{зад} = 0,3$ протягом часу t_0 , якщо інтенсивність відмов кожної РС $\lambda = \text{const}$.

12. Бортова апаратура супутника включає в себе апаратуру зв'язку, командну та телеметричну системи, систему живлення та систему орієнтації. Апаратура зв'язку складається з двох працюючих ретрансляторів та одного ретранслятора у ненавантаженому резерві. Перемикач пристрій передбачається абсолютно надійним. Командна система має постійне резервування. Системи харчування, орієнтації та телеметрії резерву не мають.

Задано інтенсивності відмови: кожного комплексу ретранслятора λ_1 , командної системи λ_2 , системи телеметрії λ_3 , системи живлення λ_4 та системи орієнтації λ_5 .

Потрібно визначити можливість безвідмовної роботи $p_c(t)$ бортової апаратури супутника. Логічна схема до розрахунку надійності бортової апаратури супутника представлена на рис. 4.8, де I – апаратура ретранслятора, II – командна система, III – інші системи.

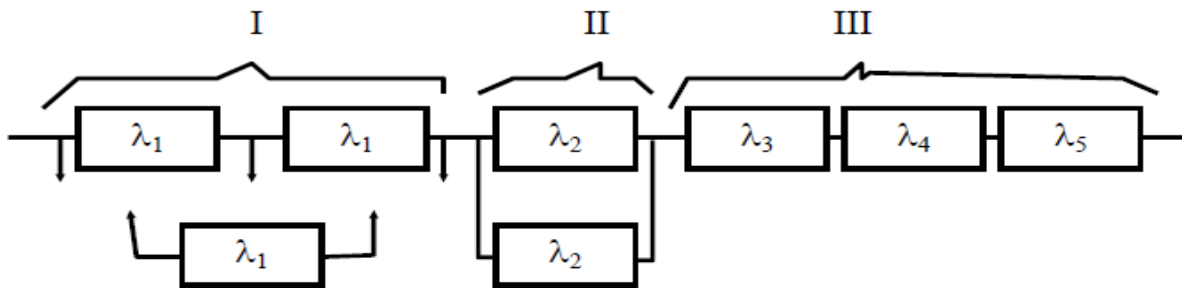


Рис. 4.8. Структурна схема надійності системи

13. Пристрій обробки складається із трьох однакових блоків. Можливість безвідмовної роботи пристрою $P_y(t_i)$ протягом часу $(0, t_i)$ має бути не менше 0,9. Визначити, якою має бути ймовірність безвідмовної роботи кожного блоку протягом $(0, t_i)$ для випадків:

- а) резерв відсутній;
- б) є пасивне загальне резервування з постійним навантаженням всього у цілому;
- в) є пасивне роздільне резервування з постійним навантаженням по блокам.

14. Дана система, схема розрахунку надійності якої зображена на рис. 4.9. Потрібно визначити можливість безвідмовної роботи системи при відомих можливостях безвідмовної роботи її елементів (значення можливостей зазначені на малюнку).

а б в г

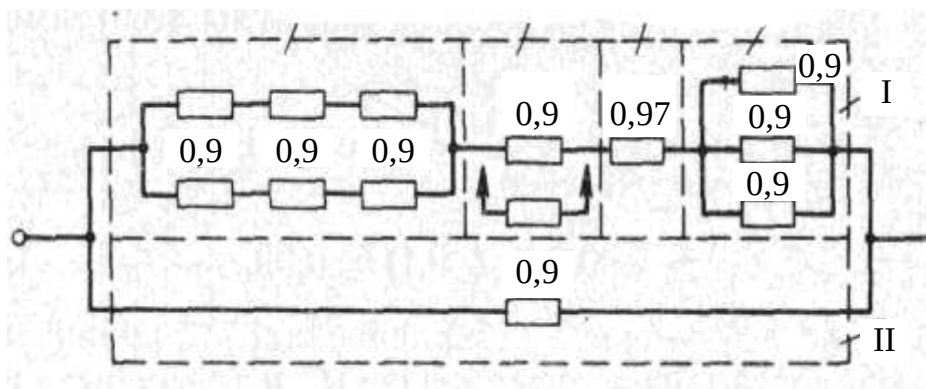


Рис. 4.9. Структурна схема надійності системи

15. Радіопередавач має інтенсивність відмов $\lambda_0 = 0,0004$ 1/год. Його дублює такий же передавач, що знаходиться до відмови основного в режимі очікування (у недовантаженому стані резерву). У цьому режимі інтенсивність відмов передавача $\lambda_1 = 0,0006$ 1/год.

Потрібно обчислити ймовірність безвідмовної роботи передавальної системи протягом $t = 100$ год, а також середнє напрацювання до першої відмови та інтенсивність відмов і побудувати залежність $\lambda_c(t)$.

16. Система складається із трьох елементів, кожен з яких має подвійний резерв; резерв перебуває у включеному стані. Визначити ймовірність безвідмовної роботи протягом $t = 100$ год і $t = 500$ год, а також середнє напрацювання до першої відмови та інтенсивність відмов системи, якщо інтенсивності відмов елементів системи відомі (табл. 4.1). Порівняйте показники надійності систем з наявністю та відсутністю резерву. Наскільки підвищилася надійність за наявності резерву?

Таблиця 4.1

Дані про інтенсивність відмов основних і резервних елементів системи

№ елемента	Інтенсивність відмов елементів системи	Інтенсивність відмов елементів резерву
1	$\lambda = 0,005$ 1/г	$\lambda = 0,05$ 1/г
2	$\lambda = 0,001$ 1/г	$\lambda = 0,01$ 1/г
3	$\lambda = 0,01$ 1/г	$\lambda = 0,005$ 1/г

17. Пристрій автоматичного пошуку несправностей складається з двох логічних блоків. Середній час безвідмовної роботи цих блоків однаково і для кожного з них дорівнює $m_t = 200$ год. Потрібно визначити середній час безвідмовної роботи пристрою m_{tc} для двох випадків: а) є ненавантажений резерв всього пристрою; б) є ненавантажений резерв кожного блоку.

18. Радіоелектронна апаратура складається із трьох блоків. Інтенсивності відмов для цих трьох блоків відповідно дорівнюють $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$. Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи апаратури $P_c(t)$ для наступних випадків: а) резерв відсутній; б) є дублювання кожного блоку.

19. Обчислювальний пристрій складається з трьох однакових блоків, до кожного з яких підключений блок у навантаженому резерві. Інтенсивність відмов кожного блоку дорівнює $\lambda = 10^{-4}$ 1/год. Потрібно визначити ймовірність безвідмовної роботи і середній час безвідмовної роботи пристрою.

20. Інтенсивність відмови елементів системи $\lambda = 0,0025$ 1/год. Потрібно визначити кратність резервування системи з постійно включеним резервом, побудовану з цих елементів, що забезпечує середній час безвідмовної роботи системи $T_c = 800$ год.

Порядок виконання роботи

1. Вивчіть основні співвідношення для показників надійності резервованих систем, що не відновлюються.

2. Отримайте практичне завдання у викладача.

3. Розрахуйте показники надійності відповідно до завдання.

4. Дайте відповідь на контрольні питання.

5. Складіть звіт в електронному варіанті, який повинен утримувати титульний лист, мета лабораторної роботи, отримані результати та висновки.

НАДІЙНІСТЬ ВІДНОВЛЮВАНИХ РЕЗЕРВОВАНИХ СИСТЕМ

Мета роботи: визначити кількісні характеристики надійності резервованих систем, що відновлюються.

Завдання:

1. Вивчити показники надійності відновлюваних резервованих систем.
2. Освоїти методику розрахунків показників надійності резервованих систем, що не відновлюються.

Теоретичні відомості

Інформаційні системи, зазвичай, є системами з відновленням. Резервування, при якому можливе відновлення відмовили елементів, є ефективним засобом підвищення надійності таких систем. Відмова резервованої групи з відновленням відбудеться, якщо всі елементи, що становлять групу, ремонтуються.

При резервуванні з відновленням резерв як би весь час поповнюється блоками, що відновлюються. Показники надійності, зазвичай, визначаються за умови, що у момент включення всі елементи працездатні.

Інформаційні системи зазвичай працюють в умовах безперервного використання, і для них характерний стаціонарний процес відмов-відновлень. Як показники надійності відновлюваних систем, що працюють в стаціонарному режимі, використовуються інтенсивність відмов, середнє напрацювання між відмовами, стаціонарні показники готовності і простою.

Коефіцієнт готовності системи показує ймовірність знаходження системи у працездатному стані у довільно вибраний момент часу. Коефіцієнт простою характеризує середню частку часу простою системи (через відмов) по відношенню до сумарного часу простою та роботи. Для коефіцієнтів готовності та простою справедливо вираз $K_{\Gamma} + K_{\Pi} = 1$.

Як показник ефективності резервування систем за коефіцієнтом простою використовують відношення коефіцієнтів простою нерезервованої та резервованої систем $W_{\text{КП}}$, а з напрацювання на відмову – відношення напрацювань на відмову резервованої та нерезервованої

систем W_T . Крім того, на ефективність резервування впливають режим навантаження резервних елементів та кількість ремонтних бригад.

Найчастіше використовують системи, які з двох елементів – основного і резервного. Таке резервування називають дублюванням. Дублювання не вимагає великих витрат і у разі, коли відбувається швидке відновлення ($\rho = \lambda / \mu \ll 1$), забезпечує досить високу надійність. Зведення формул для розрахунку показників надійності та ефективності дубльованих відновлюваних систем наведено в табл. 5.1.

Таблиця 5.1

Формули для розрахунку показників надійності дубльованих відновлюваних систем

Ненавантажений резерв, необмежене відновлення			
Коефіцієнт простою K_{Π}	Напрацювання на відмову T_0	Ефективність дублювання	
		$W_{\text{КП}}$	W_T
$\frac{\frac{1}{2}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2}{1+\frac{\lambda}{\mu}+\frac{1}{2}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2} \approx \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 = \frac{\rho^2}{2}$	$\frac{1}{2\mu}\left(\frac{2\mu^2}{\lambda^2}-1\right) \approx \frac{\mu}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda\rho}$	$W_{\text{КП}} \approx \frac{2}{\rho}$	$W_T \approx \frac{1}{\rho}$
Ненавантажений резерв, обмежене відновлення (одна ремонтна бригада)			
$\frac{\rho^2(1-\rho)}{1-\rho^3} \approx \rho^2$	$\frac{1}{\mu}\left(\frac{1-\rho^3}{\rho^2(1-\rho)}-1\right) \approx \frac{1+\rho}{\lambda\rho} = \frac{1}{\lambda\rho}$	$W_{\text{КП}} \approx \frac{1}{\rho}$	$W_T \approx 1$
Навантажений резерв, необмежене відновлення			
$\frac{1}{\left(1+\frac{\mu}{\lambda}\right)^2} \approx \rho^2$	$\frac{1}{2\mu}\left[\left(1+\frac{\mu}{\lambda}\right)^2-1\right] \approx \frac{\mu}{2\lambda^2} = \frac{1}{2\lambda\rho}$	$W_{\text{КП}} \approx \frac{1}{\rho}$	$W_T \approx \frac{1}{2\rho}$
Навантажений резерв, обмежене відновлення (одна ремонтна бригада)			
$\frac{1}{1+\frac{1}{\rho}+\frac{1}{2\rho^2}} \approx \rho^2$	$\frac{1}{\mu}\left(\frac{1}{\rho}+\frac{1}{\rho^2}\right) \approx \frac{1}{2\lambda\rho}$	$W_{\text{КП}} \approx \frac{1}{2\rho}$	$W_T \approx \frac{1}{\rho}$

Контрольні питання та завдання

1. Перерахуйте основні показники надійності резервованих систем, що відновлюються.
2. У якому випадку буде відмова резервованої групи з відновленням?
3. Які види резервування застосовуються підвищення надійності техніки?
4. При якому вигляді резервування досягається найбільший виграш надійності?
5. У якому порядку виконується розрахунок надійності відновлюваної дубльованої системи методом диференціальних рівнянь?
6. У яких станах може бути відновлена дубльована система?
7. Намалюйте граф станів для відновлюваної дубльованої системи, що має навантажений резерв, при відновленні без обмежень.
8. Зобразіть граф станів для відновлюваної дубльованої системи, що має ненавантажений резерв і обмежене відновлення.
8. Зобразіть граф станів для відновлюваної дубльованої системи, що має ненавантажений резерв і обмежене відновлення.
9. Наведіть правила складання системи диференціальних рівнянь для ймовірностей станів систем, що відновлюються.
10. Який вид резервування застосовується на практиці найчастіше?
11. Запишіть формули для визначення напрацювання на відмову та коефіцієнта готовності відновлюваних систем при ненавантаженому дублюванні та необмеженому відновленні.
12. Запишіть формули для визначення напрацювання на відмову та коефіцієнта готовності відновлюваних систем при навантаженому дублюванні та необмеженому відновленні.
13. Що таке коефіцієнт простою? Якою залежністю пов'язані коефіцієнт простою і коефіцієнт готовності?
14. У скільки разів підвищується надійність відновлюваної дубльованої системи, якщо час відновлення у 100 разів менший за напрацювання на відмову?

Варіанти завдань до лабораторної роботи

1. Виконайте розрахунок характеристик надійності обчислювальної системи (комп'ютера), склад елементів якої показано на рис. 5.1. Інтенсивності відмов та відновлень елементів системи наведені в табл. 5.2.

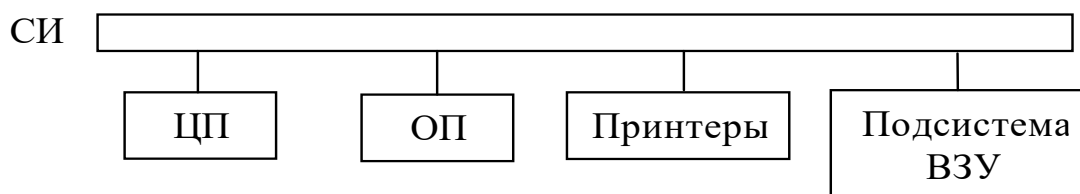


Рис. 5.1. Схема обчислювальної системи: СИ – системний інтерфейс, ЦП – центральний процесор, ОП – оперативна пам'ять, ВЗП – два вінчестерські накопичувачі в режимі гарячого резервування; Принтери – два принтери, включені в режим холодного резервування

Значення m задані виходячи з типових умов експлуатації комп'ютера: найлегше зробити заміну модулів ОП $T_B = 1$ год, ремонт ЦП, СИ вимагає заміни системної плати $T_B = 10$ год, так само оцінені витрати часу на ремонт вінчестера. Ремонт принтера виконується у спеціалізованих фірмах, тому для нього $T_B = 100$ год.

Таблиця 5.2

Інтенсивність відмов і відновлень елементів системи

№ п/п	Пристрій	Інтенсивність	
		відмов λ , 1/г	відновлений μ , 1/г
1	Центральний процесор	10^{-5}	0,1
2	Оперативна пам'ять	10^{-4}	1
3	Системний інтерфейс	10^{-6}	0,1
4	Вінчестер	10^{-4}	0,1
5	Принтер	10^{-3}	0,01

2. Радіорелейна станція містить два приймачі, один з яких використовується за призначенням, а другий знаходиться в ненавантаженому резерві. Визначити середній час безвідмовної роботи станції за умови, що для кожного приймача відомі інтенсивність відмов $\lambda = 2 \cdot 10^{-3}$ 1/год та відновлень $\mu = 0,2$ 1/год.

3. Реєструючий пристрій містить робочий блок та блок у навантаженому резерві. Можливість відмови блоку протягом 25 год $q(t_i) =$

0,1. Ремонт провадиться однією бригадою з інтенсивністю відновлення $\mu = 0,2$ 1/год. Визначити коефіцієнт простою реєструючого пристрою.

4. Система складається з робочого блоку та блоку в навантаженому резерві. Для кожного блоку задано: $\lambda = 2 \cdot 10^{-3}$ 1/год, $\mu = 0,3$ 1/год. Визначити час безвідмовної роботи та ефективність дублювання системи.

5. Система містить один робочий блок і один блок у ненавантаженому резерві. Ремонт проводиться однією бригадою, що забезпечує середній час відновлення 0,5 год. Визначити гранично допустиму інтенсивність відмов системи, щоб задовольнялася умова $K_{\Pi} \leq 2 \cdot 10^{-3}$.

6. Пристрій складається з двох однакових блоків, один з яких використовується за прямим призначенням, а другий знаходиться в навантаженому резерві. Інтенсивність відмов кожного блоку $\lambda = 6 \cdot 10^{-3}$ 1/год, інтенсивність відновлення $\mu = 2$ 1/год. Ремонт проводиться однією ремонтною бригадою. Потрібно визначити коефіцієнт простою та ефективність резервування пристрою.

7. Підсилювач складається із двох рівнонадійних блоків, для кожного з яких $\lambda = 3 \cdot 10^{-3}$ 1/год. Є підсилювач у ненавантаженому резерві. Ремонт виробляє одна бригада, середній час ремонту становить 0,5 год. Визначити коефіцієнт простою підсилювача з резервом.

8. Обчислювач складається з двох однакових робочих блоків і одного блоку в навантаженому резерві. Для кожного блоку $\lambda = 8 \cdot 10^{-3}$ 1/год, $\mu = 1$ 1/год, ремонтних бригад дві. Визначити коефіцієнт простою обчислювача.

9. Мікропроцесорна система містить процесор, дисплейний блок і клавіатуру. Інтенсивності відмов блоків становлять відповідно $\lambda_{\text{пр}} = \lambda_{\text{д}} = 10^{-3}$, $\lambda_{\text{кл}} = 2 \cdot 10^{-3}$ 1/год, а час відновлення цих блоків розподілено за експоненційним законом і становить $T_{\text{в. пр}} = T_{\text{в. д}} = 10$ год, $T_{\text{в. кл}} = 20$ год. Передбачається, що ненадійністю інших елементів системи можна знехтувати. Визначити стаціонарний коефіцієнт готовності системи $K_{\text{гс}}$, якщо відновлення виконується одним ремонтником відразу після відмови будь-якого блоку.

10. У системі телеуправління застосовано дублювання каналу керування. Інтенсивність відмов каналу $\lambda = 10^{-2}$ 1/год, інтенсивність відновлення $\mu = 2$ 1/год. Визначити коефіцієнти готовності та простою системи телеуправління.

11. Генератор імпульсів містить один робочий блок, один блок у навантаженому резерві та один блок у ненавантаженому резерві. При непрацездатності робочого блоку чи блоку в навантаженому резерві блок

із ненавантаженого резерву перетворюється на навантажений. Для кожного блоку відомі: $\lambda = 10^{-2}$ 1/год, $\mu = 0,5$ 1/год, ремонтна бригада одна. Визначити коефіцієнт простою генератора.

12. Передавач містить робочий блок ($\lambda = 9 \cdot 10^{-3}$ 1/год) та блок у полегшеному резерві ($\lambda = 9 \cdot 10^{-3}$ 1/год). Визначити коефіцієнт простою передавача за умови, що ремонт провадиться однією бригадою з інтенсивністю $\mu = 0,3$ 1/год.

13. Перетворювач частоти містить один робочий блок та один блок у навантаженому резерві. Ремонт проводиться однією бригадою, що забезпечує середній час відновлення 0,5 год. Визначити гранично допустиму інтенсивність відмов перетворювача, щоб задовольнялася умова $K_{\Pi} \leq 2 \cdot 10^{-4}$.

14. Система, що відновлюється, складається з п'яти елементів, кожен з яких дубльований ідентичним елементом, резервні елементи включені постійно. Інтенсивності відмов елементів дорівнюють 0,007 1/год, а інтенсивності відновлень 0,4 1/год. Визначити показники надійності системи.

15. Структурна схема системи, що відновлюється, наведена на рис. 5.2, інтенсивності відмов та відновлення елементів дано в табл. 5.3. Визначити показники надійності системи.

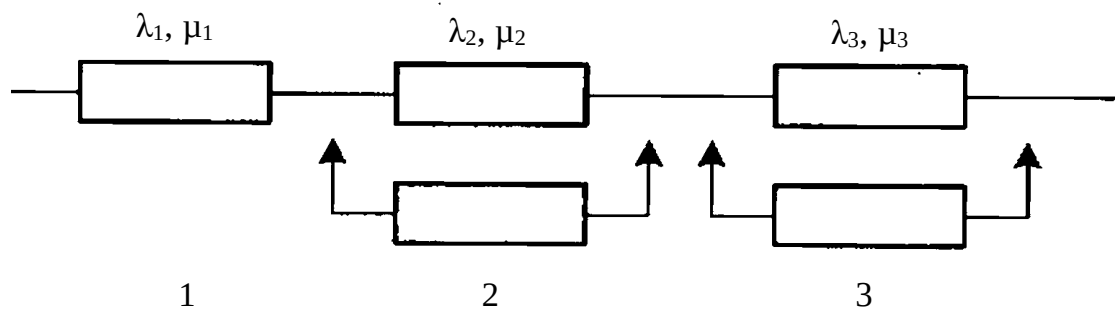


Рис. 5.2. Схема розрахунку надійності системи

Таблиця 5.3

Інтенсивності відмов і відновлень елементів системи

λ_1 1/г	λ_2 1/г	λ_3 1/г	μ_1 1/г	μ_2 1/г	μ_3 1/г
0,02	0,01	0,03	0,3	0,5	0,3

16. Обчислювальна система складається з двох ЕОМ, одна з яких знаходиться в навантаженому резерві. ВБР кожної ЕОМ та час відновлення

– експоненційні. Середнє напрацювання на відмову кожної машини становить 5 000 год, а середній час відновлення - 5 год.

Визначити коефіцієнт простою системи, якщо відновлення виконується одним ремонтником.

17. Локальна мережа містить п'ять однакових ПЕОМ. Інтенсивність відмов кожної з них $\lambda = 10^{-4}$ 1/год, а час відновлення розподілено експоненційно і дорівнює в середньому 10 год. Режим відновлення необмежений (всі машини можуть ремонтуватися одночасно). Мережа виконує свої функції, якщо працездатні хоча б чотири машини.

Визначити коефіцієнт готовності мережі.

18. Визначити, у скільки разів розрізняються стаціонарні коефіцієнти готовності дубльованої системи при заданому відношенні інтенсивності відмови та відновлення $\rho = \lambda/\mu$ та наступних умовах:

- 1) навантажений резерв із необмеженим відновленням ($K_{гс1}$);
- 2) ненавантажений резерв з обмеженим (один ремонтник) відновленням ($K_{гс2}$).

Визначити відношення $K_{гс1}/K_{гс2}$ при $\rho = 0,1$.

19. Структурна схема системи, що відновлюється, наведена на рис. 5.3.

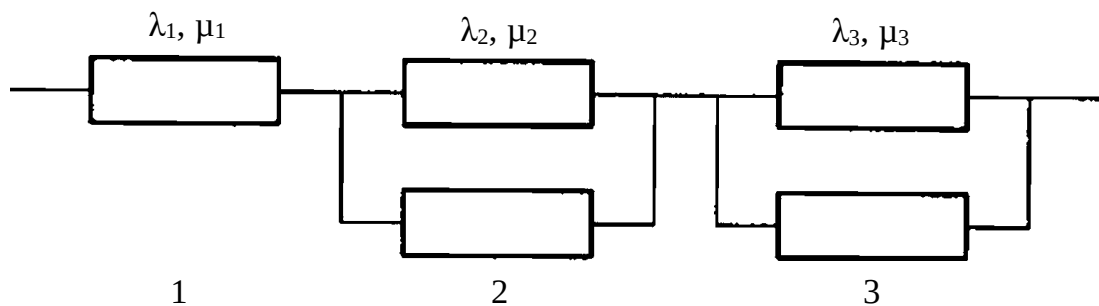


Рис. 5.3. Схема розрахунку надійності системи

Дані про інтенсивності відмов та відновлення елементів дано в табл. 5.4.

Таблиця 5.4

Інтенсивності відмов і відновлень елементів системи

λ_1 1/г	λ_2 1/г	λ_3 1/г	μ_1 1/г	μ_2 1/г	μ_3 1/г
0,002	0,001	0,002 5	0,2	0,5	0,4

Визначити показники надійності системи.

20. Система, що відновлюється, складається з п'яти елементів, кожен з яких дубльований ідентичним елементом, що знаходиться в ненавантаженому резерві, є одна ремонтна бригада. Інтенсивності відмов елементів рівні $0,000\ 035\ 1/\text{год}$, а інтенсивності відновлень $0,25\ 1/\text{год}$. Визначити показники надійності системи.

Порядок виконання роботи

1. Вивчіть основні співвідношення для показників надійності резервованих систем, що відновлюються.
2. Отримайте практичне завдання у викладача.
3. Розрахуйте показники надійності відповідно до завдання.
4. Дайте відповідь на контрольні питання.
5. Складіть звіт в електронному варіанті, який повинен утримувати титульний лист, мета лабораторної роботи, отримані результати та висновки.

ПІДВИЩЕННЯ НАДІЙНОСТІ МЕРЕЖІ ЗБЕРІГАННЯ ДАНИХ ІНФОРМАЦІЙНИХ СИСТЕМ

Ціль роботи: визначити кількісні характеристики надійності мережі зберігання даних.

Завдання:

1. Вивчити способи підвищення надійності мережі зберігання даних.
2. Виробити навички використання методів розрахунку надійності стосовно мережі зберігання даних.

Теоретичні відомості

Мережа зберігання даних (СЗД; англ. *Storage Area Network, SAN*) являє собою архітектурне рішення для підключення зовнішніх пристроїв зберігання даних, таких як дискові масиви, стрічкові бібліотеки, оптичні приводи, до серверів таким чином, щоб операційна система розпізнала підключені ресурси як локальні.

Тривалість затримки, протягом якої програма, окремий компонент або система простоює, може перебувати в діапазоні від декількох секунд до декількох годин, але частіше - в діапазоні від 2 до 20 хв. Конфігурація таких систем повинна забезпечувати швидке відновлення після виявлення несправності, для чого можуть використовуватися надмірні масиви дисків та кластери високої готовності.

Надлишкові масиви дисків. Найбільш «слабкою» в сенсі відмовостійкості частиною комп'ютерних систем завжди були жорсткі диски, оскільки вони, чи не єдині складові комп'ютера, мають механічні частини. Дані, записані на жорсткий диск, доступні, тільки поки доступний жорсткий диск, і питання полягає в тому, чи відмовить цей диск коли-небудь, а тому, що він відмовить.

Для захисту від відмов окремих дисків використовують технології RAID, які застосовують дублювання даних, що зберігаються на дисках. Акронім RAID (*reudant array of independed disks* - надмірний масив незалежних дисків) вперше був використаний в 1988 дослідниками з інституту Берклі Паттерсоном (Patterson), Гібсоном (Gibson) і Кацем (Katz). Вони описали конфігурацію масиву з декількох недорогих дисків,

що забезпечують високі показники від стійкості до відмови і продуктивності.

RAID забезпечує метод доступу до кількох жорстких дисків, як би був один великий диск (SLED – single large expensive disk), розподіляючи інформацію та доступ до неї по кількох дисках, забезпечуючи зниження ризику втрати даних у разі відмови одного з вінчестерів та збільшуючи швидкість доступу до них.

Кластери надійності (високої готовності). Кластер високої готовності – це група серверів, що працюють як єдина система для надання високої доступності сервісів та додатків для клієнтів.

Кластерна система характеризується високою надійністю, продуктивністю, гнучким масштабуванням та легкістю в управлінні. Висока надійність досягається шляхом дублювання всіх важливих для роботи компонентів. Висока продуктивність і масштабованість - за рахунок розподілу навантаження між вузлами (серверами) кластера. Легкість управління представляє собою можливість керувати як централізовано усім класом, так і окремими серверами, що входять до його складу.

Кластери високої готовності використовуються в тих ситуаціях, коли відмови інформаційної системи неприпустимі і доступ клієнтів до додатків та сервісів має бути безперервним. Як правило, вони використовуються для таких сервісів, як системи управління підприємством, бази даних, сервери пошти та мобільних повідомлень, файлові сервери, сервери web-додатків, сервери печатки, та інших.

Висока доступність ресурсів кластерної системи у разі збою одного із серверів або під час проведення профілактичних робіт забезпечується за рахунок переміщення служб або програм між вузлами. Для клієнта кластер виглядає як єдине ціле, і його неполадки можуть виразитися в короткочасному зниженні продуктивності або недоступності будь-якого ресурсу на час: від декількох секунд до декількох хвилин в залежності від конфігурації.

Сучасні методи кластеризації зменшують витрати та покращують готовність, забезпечуючи максимальну ефективність роботи центрів обробки даних:

- асиметрична кластеризація;
- симетрична кластеризація;
- кластеризація $N + 1$.

При асиметричній кластеризації (кластеризації «активний/пасивний») з'єднуються дві системи, одна з яких є активною, а інша – пасивною, але готовою у разі збою першої системи взяти на себе її навантаження (рис. 6.1).

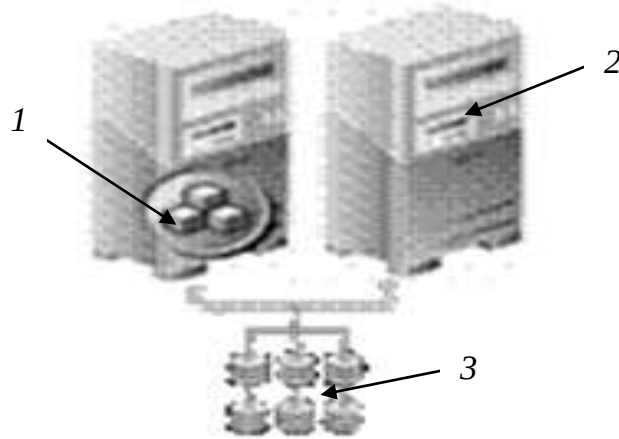


Рис. 6.1. Асиметрична кластеризація:

1 – активний вузол; 2 – пасивний вузол; 3 – сховище даних

При симетричній кластеризації обидві системи активні і готові підстрахувати одна одну у разі збою (рис. 6.2).

Цей метод кластеризації скорочує витрати, оскільки обидві системи працюють постійно. Недолік цього методу полягає в тому, що якщо одна система відмовить, то навантаження інший подвоїться, що може призвести до зниження продуктивності її додатків і навіть їх недоступності.

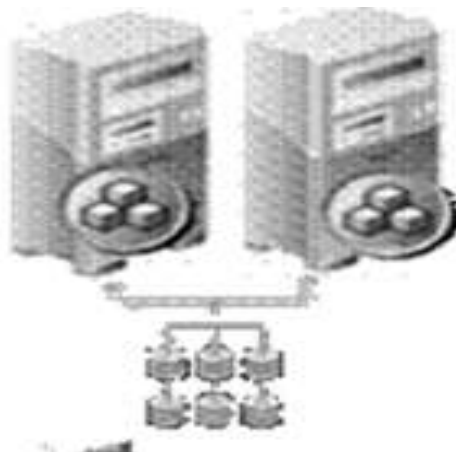


Рис. 6.2. Симетрична кластеризація

Кластеризація $N + 1$ – кластер з трьох і більше систем, підключених до однієї системи зберігання і готових переключити навантаження при збої

на будь-який інший сервер. При кластеризації N+1 завжди є виділений резервний сервер. При збої однієї із систем він бере на себе її навантаження, а після відновлення працездатності сервера, що відмовив, той стає резервним. На рис. 6.3 наведено приклад кластеризації N + 1, в якому кластер складається з п'яти систем: чотирьох активних та одного пасивного. Пасивний кластер у разі відмови будь-якого з активних готовий взяти його навантаження.

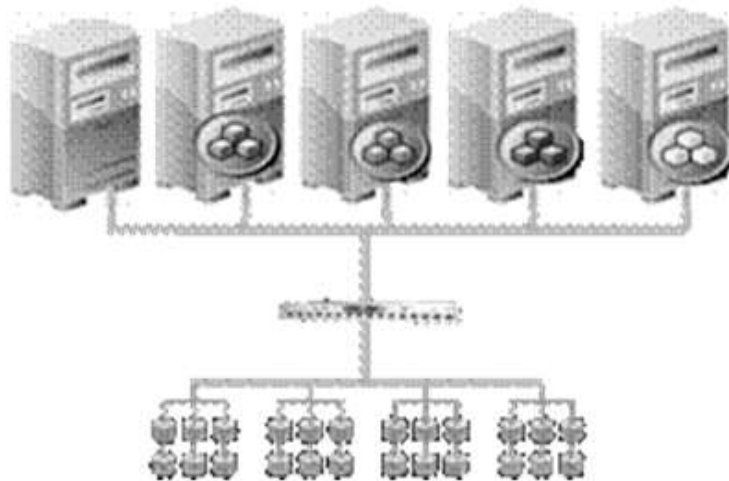


Рис. 6.3. Кластеризація N+1

Кластеризація N+1 поєднує найкращі сторони технологій кластеризації «активний/пасивний» та «активний/активний» та забезпечує максимум готовності при низьких витратах без шкоди для продуктивності та ускладнення.

Контрольні питання та завдання

1. Назвіть основні напрямки підвищення надійності ІС.
2. Дайте визначення поняття "відмовостійкість".
3. Які причини відмов ІС?
4. Яка частина ІС є найслабшою у сенсі відмовостійкості?
5. Які технології використовуються для захисту від відмови окремих дисків?
6. Що таке реплікація даних?
7. У чому полягають переваги та недоліки синхронної реплікації?
8. Яку реплікацію називають асинхронною?
9. Які інформаційні системи відносять до систем високої готовності?
10. Яка роль кластерів у підвищенні надійності ІС?
11. Назвіть сучасні методи кластеризації.

Варіанти завдань до лабораторної роботи

1. При тестуванні жорстких дисків типу Seagate Momentus протягом року частота відмов становила $q^*(t) = 0,37$. Скільки дисків має бути в масиві дисків для забезпечення ймовірності безвідмовної роботи масиву, що дорівнює 0,999?

Складіть графіки залежності ймовірності безвідмовної роботи в інтервалі 0-36 місяців для одного диска та масиву дисків.

2. Середнє напрацювання на відмову дисків компанії Hitachi становить 5 років. Скільки дисків має бути в масиві дисків для забезпечення ВБР масиву, що дорівнює 0,99?

Складіть графіки залежності ймовірності безвідмовної роботи в інтервалі 0-36 місяців для одного диска та масиву дисків.

3. Середнє напрацювання відмови сервера становить 1,5 року. Кластер складається з п'яти серверів, з яких чотири активні, а п'ятий пасивний і в разі відмови будь-якого з активних готовий взяти його навантаження.

Складіть графіки залежності ймовірності безвідмовної роботи для одного сервера та для кластера в інтервалі 0–36 місяців.

4. Середнє напрацювання відмови сервера становить 1,5 року. Для підвищення надійності реалізовано симетричну кластеризацію. Визначте можливість безвідмовної роботи сервера та кластера.

Складіть графіки залежності ймовірності безвідмовної роботи в інтервалі 0-36 місяців для одного сервера та для кластера.

5. Середнє напрацювання відмови сервера становить два роки. Для підвищення надійності реалізовано асиметричну кластеризацію. Визначте можливість безвідмовної роботи сервера та кластера.

Складіть графіки залежності ймовірності безвідмовної роботи в інтервалі 0-36 місяців для одного сервера та для кластера.

6. Середнє напрацювання на відмову дисків компанії Western Digital складає 3,5 роки. Скільки дисків має бути у масиві дисків для забезпечення ймовірності безвідмовної роботи масиву, що дорівнює 0,99?

Складіть графіки залежності ймовірності безвідмовної роботи в інтервалі 0-36 місяців для одного диска та масиву дисків.

7. Середнє напрацювання на відмову сервера становить 400 000 год. Кластер складається з шести серверів, у тому числі п'ять активні, а шостий пасивний і разі відмови будь-якого з активних готовий взяти його навантаження.

Складіть графіки залежності ймовірності безвідмовної роботи в інтервалі 0–36 місяців для одного сервера та для кластера.

8. Середнє напрацювання на відмову сервера становить 200 000 год. Кластер складається з чотирьох серверів, з яких три активні, а четвертий пасивний і у разі відмови будь-якого з активних готовий взяти його навантаження.

Складіть графіки залежності ймовірності безвідмовної роботи в інтервалі 0–36 місяців для одного сервера та для кластера.

9. При тестуванні жорстких дисків типу Barracuda протягом року частота відмов становила $q^*(t) = 0,34$. Скільки дисків має бути в масиві дисків для забезпечення ймовірності безвідмовної роботи масиву, що дорівнює 0,999?

Складіть графіки залежності ймовірності безвідмовної роботи в інтервалі 0–36 місяців для одного диска та для масиву дисків.

10. Середній наробіток на відмову сервера становить 90 000 год. Кластер складається з п'яти серверів, з яких чотири активні, а п'ятий пасивний і у разі відмови будь-якого з активних готовий взяти його навантаження.

Складіть графіки залежності ймовірності безвідмовної роботи в інтервалі 0–36 місяців для одного сервера та для кластера.

11. Середнє напрацювання відмови сервера становить 1,5 року. Для підвищення надійності реалізовано асиметричну кластеризацію. Визначте можливість безвідмовної роботи сервера та кластера.

Складіть графіки залежності ймовірності безвідмовної роботи в інтервалі 0–36 місяців для одного сервера та для кластера.

Порядок виконання роботи

1. Вивчіть методи підвищення надійності систем зберігання даних.
2. Отримайте практичне завдання у викладача.
3. Подумайте, які формули слід застосувати до розрахунку показників надійності системи у вашому варіанті завдання, і виконайте практичне завдання.
4. Дайте відповідь на контрольні питання.
5. Складіть звіт в електронному варіанті, який повинен утримувати титульний лист, мету лабораторної роботи, отримані результати та висновки.

Лабораторна робота 7

ВИЗНАЧЕННЯ НАДІЙНОСТІ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НА ЕТАПІ ПРОЕКТУВАННЯ

Мета роботи: виконати прогнозування надійності програмного забезпечення на етапі кодування.

Завдання:

1. Вивчити математичні моделі прогнозування надійності програмного забезпечення на етапі проектування.
2. Отримати практичні навички розрахунку проектної надійності програмного забезпечення.

Теоретичні відомості

Для стадій написання специфікацій, проектування та кодування програмного забезпечення найкращі оцінки надійності програми дозволяють отримати моделі, засновані на методиці, запропонованій Холстедом. У її основу покладено властивість людського мозку, що з певної кількості уявних розрізень, необхідних для написання програми частина є помилковою. При цьому як основні метричні характеристики використовуються:

- n_1 – кількість різних операторів, які у про-грамме;
- n_2 – кількість різних операндів, що використовуються в програмі;
- N_1 – кількість усіх операторів, які у програмі;
- N_2 – кількість усіх операндів, які у програмі.

Операторами вважаються ті інструкції програми, пов'язані з реалізацією алгоритму, а операндами – змінні та константи програми.

На цій основі Холстед визначає словник n як $n = n_1 + n_2$, а довжину реалізації як $N = N_1 + N_2$.

Час кодування програми пропонується обчислювати за такою формулою:

$$T = \frac{n_1 N_2 (n_1 \log_2 n_1 + n_2 \log_2 n_2) \log_2 n_1}{2n_2 S},$$

де s – Число Страуда (Холстед прийняв рівним 18 число розумових операцій в одиницю часу).

Обсяг програми обчислюється за такою формулою:

$$V = (2 + n_2^*) \log_2 (2 + n_2^*),$$

де n_2^* – максимальна кількість різних операцій.

Вихідна кількість дефектів у програмі:

$$N_{\text{и}} = \frac{V_{\text{п}}^2}{lV_{\text{у}}}, \quad V_{\text{у}} = \frac{24^3}{l^2},$$

тут $V_{\text{п}}$ – обсяг програми (у бітах), $V_{\text{у}}$ – питомий обсяг програми, рівний середньому обсягу програми, що припадає на один дефект; l – рівень мови (для природної мови та близьких до неї об'єктно орієнтованих мов програмування $l = 2,16$, для мови типу асемблер $l = 0,88$; Фортран: $l = 1,14$; PL-1: $l = 1,53$; C/C++: $l = 1,7$; Pascal: $l = 1,8$; JAVA: $l = 1,9$).

За розробленими текстами програм можна знайти параметри програм, і тоді вихідне число дефектів знаходять за формулами:

$$N_{\text{и}} = \frac{V}{V_{\text{у}}}, \quad V = A \log_2 n, \quad n = n_1 + n_2, \quad A = n_1 \log_2 n_1 + n_2 \log_2 n_2,$$

$$n_1 = n_{\text{СК}} + n_{\text{ПП}}, \quad n_2 = n_{\text{МП}} + n_{\text{МЕТ}} + n_{\text{К}},$$

де V – обсяг програми, що спостерігається, A – теоретична довжина програми, n – словник мови, n_1 – число операцій; n_2 – число операндів; $n_{\text{СК}}$ – кількість використовуваних словникових конструкцій; $n_{\text{ПП}}$ – кількість підпрограм; $n_{\text{МП}}$ – кількість масивів змінних; $n_{\text{МЕТ}}$ – кількість локальних міток; $n_{\text{К}}$ – кількість констант; $V_{\text{у}} = 3000$.

Точність прогнозу, одержуваного за допомогою моделей, що базуються на теорії Холстеда, знаходиться в межах 10 ... 12%. Для програмного проектування цю величину можна вважати задовільною.

Контрольні питання та завдання

1. У чому особливості програмного забезпечення як об'єкта аналізу надійності?
2. Зобразіть залежності зміни надійності програмних та апаратних засобів ІС від часу.
3. Дайте визначення поняття «надійність програмного забезпечення» відповідно до стандарту ISO 9126:1991.

4. Наведіть залежності вартості виправлення помилок і ймовірності правильно виправити помилки ПЗ від часу.
5. Назвіть основні причини помилок програмного забезпечення.
6. Які джерела помилок (загрози надійності) програмного забезпечення?
7. Перерахуйте загальні ознаки програмних та апаратних відмов.
8. У чому полягають відмінності програмних та апаратних відмов?
9. Наведіть визначення основних показників надійності програмних засобів.
10. Які моделі надійності можна використовувати на етапі проектування ПЗ?
11. У чому полягає різниця між аналітичними та емпіричними моделями надійності програмного засобу?

Завдання до лабораторної роботи

Виконати прогнозування кількості помилок у програмі за моделлю Холстеда. Як вихідні дані використовуйте текст програми, складеної вами при виконанні однієї з курсових робіт з раніше вивчених дисциплін.

Порядок виконання роботи

1. Вивчіть основні моделі оцінки проектної надійності програмного забезпечення.
2. Отримайте практичне завдання у викладача.
3. Розрахуйте показники надійності відповідно до завдання.
4. Дайте відповідь на контрольні питання.
5. Складіть звіт в електронному варіанті, який повинен утримувати титульний лист, мета лабораторної роботи, отримані результати та висновки.

ВИЗНАЧЕННЯ НАДІЙНОСТІ ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ЗА РЕЗУЛЬТАТАМИ ТЕСТУВАННЯ ТА ВИПРОБУВАНЬ

Мета роботи: оцінити надійність програмного забезпечення за результатами тестування та випробувань.

Завдання:

1. Вивчити моделі визначення надійності програмного забезпечення.
2. Здобути практичні навички використання моделей для розрахунку надійності програмного забезпечення.

Теоретичні відомості

Для кількісної оцінки показників надійності програмного забезпечення (ПЗ) використовують моделі надійності, під якими розуміються математичні моделі, побудовані для оцінки залежності цих показників від заздалегідь відомих або визначених у ході виконання завдання параметрів. Значення таких параметрів або передбачаються відомими, або можуть бути вимірювані в ході спостережень або експериментального дослідження процесу функціонування програмного забезпечення.

Моделі надійності програмного забезпечення можна розділити на аналітичні та динамічні.

Аналітичні моделі дають можливість розрахувати кількісні показники надійності, ґрунтуючись на даних про поведінку програми в процесі тестування (вимірюють і оцінюють моделі). Аналітичні моделі поділяються на динамічні та статичні. У динамічних моделях поведінка ПЗ (поява відмов) розглядається в часі. У статичних моделях поява відмов не пов'язують з часом, а враховують залежність кількості помилок або від кількості тестових прогонів (моделі з області помилок), або від характеристики вхідних даних (моделі в області даних).

Емпіричні моделі базуються на аналізі структурних особливостей програм і є найпростішими моделями. Вони ґрунтуються на аналізі накопиченої інформації про функціонування розроблених програм. Наприклад, вважалося, що й у програмі на кожні 1 000 операторів припадає 10 помилок, вона придатна до експлуатації. За іншими даними,

рівень надійності програм вважається прийнятним, якщо на 1 000 операторів припадає одна помилка.

Модель Шумана відноситься до динамічних моделей дискретного часу. Вихідні дані для моделі Шумана збираються в процесі тестування ПЗ протягом фіксованих або випадкових часових інтервалів. При використанні моделі Шумана вважаються справедливими такі припущення:

- тестування проводиться в кілька етапів, виявлені на конкретному етапі помилки реєструються, але не виправляються;
- наприкінці етапу розраховуються кількісні показники надійності, виправляються знайдені помилки, коригуються тестові набори і проводиться наступний етап тестування;
- число помилок у програмі постійно і в процесі коригування нові помилки не вносяться;
- до початку тестування є помилок. Протягом часу тестування t виявляється помилок у розрахунку на одну команду машинною мовою;
- загальна кількість машинних команд постійно в рамках етапу тестування.

Базові поняття моделі запозичені з теорії надійності апаратних засобів (Ушаков І. А. Курс теорії надійності систем. М., 2008. 239 с.):

$R(t)$ – функція надійності, ймовірність того, що жодна помилка не з'явиться на інтервалі від 0 до t ;

$F(t)$ – функція відмов, ймовірність того, що помилка з'явиться в інтервалі від 0 до t ;

$z(t)$ – функція ризику, умовна ймовірність того, що помилка з'явиться в інтервалі від 0 до $t + \Delta t$, за умови, що до помилок t не було. Значення функції $z(t)$ пропорційно числу помилок, що залишилися в ПЗ:

$$z(t) = C \cdot \zeta_r(\tau),$$

де C – деяка константа; t – час роботи ПЗ без відмови; $\zeta_r(\tau)$ – питома кількість помилок, що залишилися в системі після часу тестування τ , на одну машинну команду, що обчислюється як

$$\zeta_r(\tau) = \frac{E_T}{I_T} - \zeta_c(\tau).$$

Якщо час роботи програми без відмови t відраховується від точки $t = 0$, а час тестування τ залишається фіксованим, то функція надійності, або ймовірність безвідмовної роботи на інтервалі від 0 до t , дорівнює

$$R(t, \tau) = \exp \left[C \cdot \left(\frac{E_T}{I_T} - \zeta_c(\tau) \right) \cdot t \right],$$

де невідомими величинами є початкова кількість помилок E_T і коефіцієнт пропорційності C . Для визначення цих величин у процесі тестування збирається інформація про час і кількість помилок на кожному прогоні, тобто загальний час тестування складається з часу кожного прогону: $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \dots + \tau_n$. Припускаючи, що інтенсивність появи помилок стала і дорівнює λ , можна обчислити її як число помилок в одиницю часу:

$$\lambda = \frac{\sum_{i=1}^k A_i}{\tau},$$

де A_i – кількість помилок на i -му прогоні.

Маючи дані для двох різних моментів тестування τ_a і τ_b , які вибираються так, щоб $\zeta_c(\tau_b) > \zeta_c(\tau_a)$, можна записати:

$$t_{\text{ср}} = \frac{\tau}{\sum_{i=1}^k A_i}; \quad \frac{1}{\lambda_{\tau_a}} = \frac{1}{C \left[\frac{E_T}{I_T} - \zeta_c(\tau_a) \right]}; \quad \frac{1}{\lambda_{\tau_b}} = \frac{1}{C \left[\frac{E_T}{I_T} - \zeta_c(\tau_b) \right]}.$$

Значення початкової кількості помилок E_T та коефіцієнт пропорційності C обчислюються як

$$E_T = \frac{I_T \cdot (\lambda_{\tau_a} \cdot \zeta_c(\tau_a) - \lambda_{\tau_b} \cdot \zeta_c(\tau_b))}{\lambda_{\tau_a} - \lambda_{\tau_b}}, \quad C = \frac{\lambda_{\tau_a}}{\frac{E_T}{I_T} - \zeta_c(\tau_a)}.$$

Модель Мілса (модель передбачення числа помилок) відноситься до класу аналітичних статичних моделей. Використання цієї моделі передбачає необхідність перед початком тестування штучно вносити в програму («засмічувати») деяку кількість відомих помилок.

Тестуючи програму протягом деякого часу, збирають статистику про помилки. Співвідношення $N = \frac{S \cdot n}{V}$ дає можливість оцінити N – початкове число помилок у програмі. У цьому співвідношенні, яке називається формулою Міллса, S – кількість штучно внесених помилок, n – число знайдених власних помилок, V – число виявлених на момент оцінки штучних помилок.

Мірою довіри до моделі є величина C :

$$C = \begin{cases} 1, & \text{если } n > K; \\ \frac{S}{S + K + 1}, & \text{если } n \leq K, \end{cases}$$

де K – кількість помилок у програмі.

Проста інтуїтивна модель. Використання цієї моделі передбачає проведення тестування двома групами програмістів (або двома програмістами залежно від величини програми) незалежно один від одного і використовують незалежні тестові набори. У процесі тестування кожна з груп фіксує всі знайдені нею помилки. При оцінці кількості помилок, що залишилися в програмі, результати тестування обох груп збираються і порівнюються.

Нехай N – невідома кількість помилок у програмі та перша група у процесі тестування виявила N_1 помилок, друга – N_2 , а N_{12} – це помилки, виявлені обома групами (рис. 8.1).

Ефективність тестування кожної групи визначається як

$$E_1 = \frac{N_1}{N}; \quad E_2 = \frac{N_2}{N}.$$

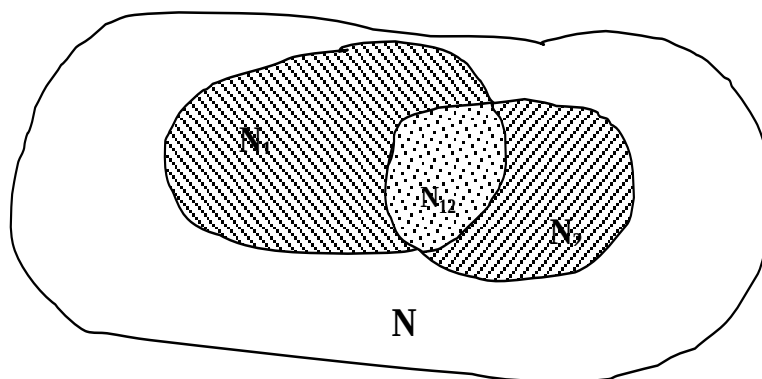


Рис. 8.1. Множина помилок у програмі

Припускаючи, що можливість виявлення всіх помилок однакова для обох груп, можна припустити, що якщо перша група виявила певну кількість всіх помилок, вона могла б визначити ту ж кількість будь-якого випадковим чином обраного підмножини. Зокрема, можна допустити:

$$E_1 = \frac{N_1}{N} = \frac{N_{12}}{N_2}, \quad N_2 = E_2 N, \quad E_1 = \frac{N_{12}}{E_2 N} = \frac{N_1 N_2}{N_{12}}.$$

Модель Коркорена відноситься до статичних моделей надійності ПЗ, так як в ній не використовуються параметри часу тестування. На відміну від двох розглянутих вище статичних моделей, за моделлю Коркорена оцінюється ймовірність безвідмовного виконання програми на момент оцінки.

Застосування моделі передбачає знання наступних її показників:

- зміну ймовірність відмов для різних джерел помилок i , відповідно, різну ймовірність їх виправлення;
- результати N випробувань, у яких спостерігається помилок i типу;
- імовірності появи помилок i -го типу.

Імовірність безвідмовного виконання програми на момент оцінки визначається як

$$R = \frac{N_0}{N} + \sum_{i=1}^K \frac{Y_i(N_i - 1)}{N}, \quad Y_i = \begin{cases} a_i, & \text{if } N_i > 0; \\ 0, & \text{if } N_i = 0, \end{cases}$$

де N_0 – число безвідмовних виконаних програм; N – загальне число прогонів; K – апріорі відома кількість типів помилок.

Величина ймовірності виявлення при тестуванні помилки i -го типу a_i має бути отримана на підставі даних попереднього періоду функціонування однотипних програмних засобів.

Контрольні питання та завдання

1. Наведіть класифікацію моделей надійності програмних засобів.
2. Як здійснити оцінку надійності програмного забезпечення при використанні аналітичних моделей?

3. На яких припущеннях побудована модель «дискретно-знижуюча інтенсивність прояву помилок»?
4. На яких припущеннях побудовано модель Шумана?
5. Яким чином визначається надійність програмного забезпечення за моделлю Джелінського-Моранди?
6. У чому полягає відмінність між статичними і динамічними моделями надійності програмних засобів?
7. У чому сутність моделі Міллса?
8. Яким чином виконується розрахунок надійності програмного засобу за допомогою простої інтуїтивної моделі?
9. Як визначається надійність програмного забезпечення за моделлю Коркорена?
10. У чому полягає сутність інтуїтивної моделі фірми IBM?
11. Яку модель надійності програми слід застосовувати, якщо вжито дві спроби тестування?

Варіанти завдань до лабораторної роботи

1. Припустимо, у програмі є три власні помилки, внесемо ще шість випадковим чином. У процесі тестування було знайдено п'ять внесених помилок та дві власні. Знайти надійність програми за моделлю Міллса.
2. У програмі є дві власні помилки, внесемо ще три випадковим чином. У процесі тестування було знайдено дві внесені помилки і три власні. Знайти надійність програми за моделлю Міллса.
3. Припустимо, у програмі є десять своїх помилок, внесемо ще п'ять випадковим чином. У процесі тестування було знайдено вісім внесених помилок та три власні. Знайти надійність програми за моделлю Міллса.
4. Нехай у програмі є дванадцять своїх помилок, внесемо ще шість випадковим чином. У процесі тестування було знайдено сім внесених помилок та п'ять власних. Знайти надійність програми за моделлю Міллса.
5. Припустимо, у програмі перед початком тестування було 90 помилок. Штучно розпорошено 20 помилок. Дані тестових прогонів наведено у табл. 8.1.

Таблиця 8.1

Розподіл помилок по тестовим прогонам програми

Номер тестового прогону	1	2	3	4	5	6	7
-------------------------	---	---	---	---	---	---	---

<i>n</i> (число виявлених власних помилок)	25	20	20	15	10	19	1
<i>v</i> (число знайдених внесених помилок)	5	4	2	4	2	2	1

Оцінити число можливо помилок, що залишилися в програмі після кожного тестового прогону. Міру довіри до моделі оцінити після останнього прогону. Побудувати графік залежності можливої кількості помилок від номера прогону.

6. Припустимо, у програмі перед початком тестування було 100 помилок. Штучно розпорошено 15 помилок. Дані тестових прогонів наведено у табл. 8.2.

Таблиця 8.2

Розподіл помилок по тестовим прогонам програми

Номер тестового прогону	1	2	3	4	5	6	7
<i>n</i> (число виявлених власних помилок)	20	20	25	16	9	8	1
<i>v</i> (число знайдених внесених помилок)	5	3	3	4	3	1	1

Оцінити число можливо помилок, що залишилися в програмі після кожного тестового прогону. Міру довіри до моделі оцінити після останнього прогону. Побудувати графік залежності можливої кількості помилок від номера прогону.

7. Припустимо, у програмі перед початком тестування було 80 помилок. Штучно розпорошено 30 помилок. Дані тестових прогонів наведено у табл. 8.3.

Таблиця 8.3

Розподіл помилок по тестовим прогонам програми

Номер тестового прогону	1	2	3	4	5	6	7
<i>n</i> (число виявлених власних помилок)	30	15	15	13	10	10	1
<i>v</i> (число знайдених внесених помилок)	5	3	3	4	3	1	1

Оцінити число можливо помилок, що залишилися в програмі після кожного тестового прогону. Міру довіри до моделі оцінити після останнього прогону. Побудувати графік залежності можливої кількості помилок від номера прогону.

8. У процесі тестування програми перша група знайшла 15 помилок, друга – 25, загальних помилок було 5. Визначити надійність за простою інтуїтивною моделлю.

9. У процесі тестування програми перша група знайшла 10 помилок, друга – 20, загальних помилок було 8. Визначити надійність за простою інтуїтивною моделлю.

10. У процесі тестування програми перша група знайшла 20 помилок, друга – 22, загальних помилок було 4. Визначити надійність за простою інтуїтивною моделлю.

11. Проведено $N = 100$ випробувань програми. У двадцяти випробуваннях помилки були виявлені, дані інших випробувань наведено в табл. 8.4. Оцінити надійність програми за моделлю Коркорена.

Таблиця 8.4

Дані випробування програми

Тип помилки	Ймовірність появи помилки	Кількість помилок
Помилки обчислення	0,09	5
Логічні помилки	0,26	25
Помилки вводу/виводу	0,16	3
Помилки маніпулювання даними	0,18	12
Помилки сполучення	0,17	11
Помилки визначення даних	0,08	3
Помилки в базах даних	0,06	4

12. У процесі тестування програми перша група знайшла 5 помилок, друга – 40, загальних помилок було 5. Визначити надійність за простою інтуїтивною моделлю.

13. У процесі тестування програми перша група знайшла 35 помилок, друга – 25, загальних помилок було 20. Визначити надійність за простою інтуїтивною моделлю.

14. У процесі тестування програми перша група знайшла 5 помилок, друга – 2, загальних помилок було 2. Визначити надійність за простою інтуїтивною моделлю.

15. Оцінити надійність програми за моделлю Коркорена. Було проведено $N = 100$ випробувань програми. У 20 випробуваннях помилки не були виявлені, а в інших випадках отримані дані, представлені в табл. 8.5.

Таблиця 8.5

Дані випробувань програми

Тип помилки	Ймовірність появи помилки a_i	Кількість помилок N_i
-------------	---------------------------------	-------------------------

Помилки обчислення	0,26	5
Логічні помилки	0,9	8
Помилки вводу/виводу	0,16	3
Помилки маніпулювання даними	0,2	25
Помилки сполучення	0,17	11
Помилки визначення даних	0,08	3
Помилки в БД	0,16	3

16. Оцінити надійність програми за моделлю Коркорена. Було проведено $N = 100$ випробувань програми. У двадцяти випробуваннях помилки були виявлено, а інших випадках отримані дані, представлені в табл. 8.6.

Таблиця 8.6

Дані випробувань програми

Тип помилки	Ймовірність появлення a_i	Кількість помилко N_i
Помилки обчислення	0,09	8
Логічні помилки	0,26	0
Помилки вводу/виводу	0,17	4
Помилки маніпулювання даними	0,2	25
Помилки сполучення	0,8	25
Помилки визначення даних	0,08	3
Помилки в БД	0,16	5

17. Оцінити надійність програми за моделлю Коркорена. Було проведено $N = 100$ випробувань програми. У двадцяти випробуваннях помилки не були виявлені, а в інших випадках вийшли наступні дані, представлені в табл. 8.7.

Таблиця 8.7

Дані випробувань програми

Тип помилки	Ймовірність появлення a_i	Кількість помилко N_i
Помилки обчислення	0,2	4
Логічні помилки	0,26	3
Помилки вводу/виводу	0,17	11
Помилки маніпулювання даними	0,9	0
Помилки сполучення	0,08	3
Помилки визначення даних	0,8	5
Помилки в БД	0,16	25

18. Оцінити надійність програми за моделлю Шумана, якщо відомо, що загальна кількість операторів у програмі становить 10 000, дані тестових прогонів наведені в табл. 8.8.

Таблиця 8.8

Дані випробувань програми

T, год	0,5	0,4	0,5	0,75	0,2	0,5	0,3	0,3	0,1	0,4
Кількість помилок	2	0	5	3	4	1	3	2	0	1

19. Оцінити надійність програмного забезпечення моделі Шумана. Загальна кількість операторів становить 9000, дані тестових прогонів наведені в табл. 8.9.

Таблиця 8.9

Дані випробувань програми

T, год	0,4	0,5	0,5	0,2	0,75	0,3	0,5	0,3	0,1	0,4
Кількість помилок	2	5	0	3	4	1	2	1	1	0

20. Загальна кількість операторів у програмі дорівнює 10000, дані тестових прогонів представлені в табл. 8.10. Оцінити надійність програми після дев'яти прогонів за допомогою моделі Шумана.

Таблиця 8.10

Дані випробування програми

T, год	0,5	0,1	0,3	0,75	0,3	0,4	0,5	0,5
Кількість помилок	1	5	4	0	1	2	3	2

21. Загальна кількість операторів у програмі дорівнює 10000, дані тестових прогонів представлені в табл. 8.11. Оцінити надійність програми після восьми прогонів за допомогою моделі Шумана.

Таблиця 8.11

Дані випробування програми

T, год	0,5	0,1	0,75	0,5	0,3	0,4	0,2	0,5
Кількість помилок	0	5	1	3	1	2	1	2

Порядок виконання роботи

1. Вивчіть основні моделі оцінки надійності програмного забезпечення.
2. Отримайте практичне завдання у викладача.

3. Розрахуйте показники надійності відповідно до завдання.
4. Дайте відповідь на контрольні питання.
5. Складіть звіт в електронному варіанті, який має містити титульний лист, мету лабораторної роботи, отримані результати та висновки.

ЛІТЕРАТУРА

1. ДСТУ 2850-94. Програмні засоби ЕОМ. Показники і методи оцінювання якості. – К. : Держстандарт України, 1996. 20 с.
2. ДСТУ 3918-99 (ISO/IEC 12207: 1995) Інформаційні технології. Процеси життєвого циклу програмного забезпечення. – К.: Держстандарт України, 2002. 49 с.
3. Вдовенко В. В. Надежность информационных систем: лабораторный практикум. Сиб. гос. аэрокосмич. ун-т. Красноярск, 2012. 72 с.
4. Богатирьев В. А. Оптимізація інтервалів перевірки інформаційної безпеки систем / В. А. Богатирьев, А. В. Богатирьев, С. В. Богатирьев // Науково-технічний вісник інформаційних технологій, механіки і оптики. – 2014. – №5 (93). С. 119–125.
5. Половко А. М. Основы теории надежности / А. М. Половко, С. В. Гуров. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006. 704 с.
6. Половко А. М. Основы теории надежности : практикум / А. М. Половко, С. В. Гуров. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006. 506 с.
7. Lyu M.R. Handbook of Software Reliability Engineering. – McGrawHill Company, 1996. 805 p.
8. Pham H. System software reliability // Springer-Verlag London Limited, 2006. 440 p.
9. Громов Ю. Ю. Надежность информационных систем: учеб. пособие / Ю. Ю. Громов, О. Г. Иванова, Н. Г. Мосягина, К. А. Набатов. – Тамбов: Изд-во ГОУ ВПО ТГТУ, 2010. 160 с.