

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до практичних занять з навчальної дисципліни
«Методи математичної статистики у гідроекологічних дослідженнях»
для студентів денної та заочної форми навчання
спеціальності 101 «Екологія»

Затверджено
на засіданні групи забезпечення спеціальності
Протокол № 9 від «24» 06 2022р.
Голова групи Чугай А.В.

Затверджено
на засіданні кафедри гідроекології
і водних досліджень
Протокол № 12 від «02» червня 2022р.
Завідувач кафедри Лобода Н.С.

Одеса 2022

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до практичних занять з навчальної дисципліни
«Методи математичної статистики у гідроекологічних дослідженнях»
для студентів денної та заочної форми навчання
спеціальності 101 «Екологія»

Затверджено
на засіданні групи
забезпечення спеціальності
Протокол № 9
від «24» 06.2022р.

Одеса – 2022

Методичні вказівки до практичних занять з дисципліни «Методи математичної статистики у гідроекологічних дослідженнях» за спеціальністю 101 «Екологія» / проф., д.геогр.н. Лобода Н.С., ст.викл., к.геогр.н. Катинська І.В., Одеса, ОДЕКУ, 2022. 79 с.

Методичні вказівки призначені для бакалаврів III року навчання за спеціальністю 101 «Екологія».

ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
ПРАКТИЧНА РОБОТА № 1 «РОЗРАХУНКИ СТАТИСТИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ РЯДІВ СПОСТЕРЕЖЕНЬ ЗА МЕТОДОМ МОМЕНТІВ» ...	7
ПРАКТИЧНА РОБОТА № 2 «ВИЗНАЧЕННЯ АНТРОПОГЕННИХ НАВАНТАЖЕНЬ ТА ЕКОЛОГІЧНИХ РИЗИКІВ»	21
ПРАКТИЧНА РОБОТА №3 «ВИЯВ ТРЕНДУ НА ОСНОВІ МОДЕЛІ ЛІНІЙНОЇ ПАРНОЇ РЕГРЕСІЇ. ПОБУДОВА РІВНЯНЬ ЛІНІЙНОЇ ПАРНОЇ РЕГРЕСІЇ НА БАЗІ КОМП'ЮТЕРНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ MICROSOFT EXCEL»	34
ПРАКТИЧНА РОБОТА №4 «ВИЗНАЧЕННЯ ЗНАЧУЩОСТІ ЛІНІЙНОГО ТРЕНДУ ЗА КРИТЕРІЄМ РАНГОВОЇ КОРЕЛЯЦІЇ (ЗА ДОПОМОГОЮ КОЕФІЦІЄНТА КЕНДАЛЛА)»	50
ПРАКТИЧНА РОБОТА №5 «КРИТЕРІЙ ДАРБІНА УОТСОНА (ОЦІНКА ВІДПОВІДНОСТІ МОДЕЛІ ДАНИМ СПОСТЕРЕЖЕНЬ)»	57
РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА	64
Д О Д А Т К И.....	66

ВСТУП

Актуальність проведення практичних занять з дисципліни «Методи математичної статистики у гідроекологічних дослідженнях» обумовлена необхідністю навчитися застосовувати сучасні методи статистичного аналізу даних при вирішенні практичних задач гідроекології. Статистичні методи дозволяють вирішувати такі гідроекологічні задачі: встановлювати статистичні характеристики гідрологічних та гідрохімічних рядів спостережень, виявляти статистичну однорідність, встановлювати існуючі тенденції, обґрунтовувати статистичну значущість виділених трендів, робити висновки щодо якісного стану вод та перспектив майбутнього використання водних об'єктів країни.

Метою дисципліни «Методи математичної статистики у гідроекологічних дослідженнях» є вивчення сучасних методів статистичної обробки та аналізу інформації і їхнє практичне застосування до вирішення практичних задач гідроекології, оцінка статистичних характеристик показників якості води водних об'єктів та надійності і достовірності вибіркового даних. За допомогою методичних вказівок студенти повинні оволодіти знаннями та практичними навичками статистичної обробки та аналізу гідроекологічних даних.

Після виконання практичних завдань з дисципліни «Методи математичної статистики у гідроекологічних дослідженнях» студенти повинні отримати базові знання:

- Методи оцінки статистичних параметрів рядів спостережень;
- Оцінка ймовірнісних характеристик рядів спостережень на базі теоретичних та емпіричних законів розподілу;
- Поняття про екологічні ризики, підходи для їх визначення;
- Методи обґрунтування рішень на основі статистичних гіпотез при розгляді гідроекологічних задач;
- Математичний опис статистичних залежностей за допомогою методу лінійної парної регресії;
- Методи виявлення трендів у рядах спостережень.

Після вивчення дисципліни «Методи математичної статистики у гідроекологічних дослідженнях» студенти повинні отримати базові вміння:

- Визначати статистичні параметри у рядах спостережень.

- Визначати екологічні ризики за рекомендаціями Водної Рамкової Директиви.

- Установлювати можливість досягнення доброго екологічного стану водних об'єктів на базі постанов Водної Рамкової Директиви.

- Установлювати неоднорідність чи однорідність рядів за різними статистичними критеріями;

- Установлювати залежності між характеристиками гідроекологічного стану та чинниками, які впливають на їх формування на основі методу лінійної парної регресії;

- Установлювати статистичну значущість виявлених трендів.

При виконанні практичних завдань з дисципліни «Методи математичної статистики у гідроекологічних дослідженнях» студент повинен виконати наступні роботи: 1) Розрахунки статистичних параметрів рядів спостережень за методом моментів. 2) Визначення антропогенних навантажень та екологічних ризиків. 3) Вияв тренду на основі моделі лінійної парної регресії. Побудова рівнянь лінійної парної регресії на базі комп'ютерного забезпечення [Microsoft Excel](#). 4) Визначення значущості лінійного тренду за критерієм рангової кореляції (за допомогою коефіцієнта Кендалла). 5) Критерій Дарбіна-Уотсона (оцінка відповідності моделі даним спостережень).

Контроль поточних знань виконується на базі модульної системи контролю відповідно до силлабусу дисципліни. В якості форми поточного контролю використовується усне опитування при захисті виконаних практичних робіт, або відповіді на контрольні питання у системі MOODLE. Практичні роботи оцінюються в **5 балів**. Максимальна кількість балів за практичну частину курсу становить **25 балів**.

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 1

«РОЗРАХУНКИ СТАТИСТИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ РЯДІВ СПОСТЕРЕЖЕНЬ ЗА МЕТОДОМ МОМЕНТІВ»

Мета роботи: вміти розраховувати статистичні параметри рядів спостережень за методом моментів. Навчитися аналізувати похибки визначення оцінок статистичних параметрів, зроблених за даними спостережень.

Теоретична частина

Статистичними параметрами називають параметри рівнянь теоретичних законів розподілу випадкової величини. Статистичні параметри відображають основні властивості законів розподілу, їх визначають на основі даних спостережень (вибірок). Оцінка статистичного параметру є його визначення за вибіркою. Значення оцінка параметру відрізняється від відповідного значення генеральної сукупності. Для оцінок статистичних параметрів на основі вибірок розроблені спеціальні методи. Найбільш універсальним є метод статистичних моментів, якій не зв'язаний ні з яким теоретичним законом розподілу.

Поняття «метод моментів» прийшло із розділу фізики “Механіка”, де механічний момент являє собою добуток сили на плече. Плече – відстань від точки, у якій прикладена сила, до точки опори. Значення дискретної випадкової величини розглядається як матеріальна точка на числовій осі з масою, пропорційною ймовірності появи цієї випадкової величини. Якщо плечем є відстань від нуля числової осі до матеріальної точки, то такі статистичні моменти називаються *початковими*. Коли ж для визначення статистичного моменту береться відстань від математичного сподівання до

розглядуваної матеріальної точки, то такий статистичний момент отримує назву *центрального*.

Для будь-якої випадкової величини центральний момент першого порядку дорівнює нулю.

У математичній статистиці широко використовують початкові α та центральні β статистичні моменти

$$\alpha_s = \sum_{i=1}^N x_i^s p_i, \quad (1.1)$$

$$\beta_s = \sum_{i=1}^N (x_i - m_x)^s p_i; \quad (1.2)$$

де x_i – значення, яке приймає дискретна випадкова величина;

p_i – ймовірність появи значення x_i ;

S – порядок моменту.

Найбільше застосування знайшли статистичні моменти $\alpha_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ та їх безрозмірні характеристики (нормовані моменти). Вони лягли в основу визначення статистичних параметрів.

Математичне сподівання (перший початковий момент) m_x є середньозваженим за ймовірністю значенням із значень x_i усієї генеральної сукупності довжиною N . Кожне із значень враховується із вагою, пропорційною ймовірності p_i появи цього значення

$$m_x = \frac{x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_N p_N}{p_1 + p_2 + \dots + p_N} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i p_i}{\sum_{i=1}^N p_i}. \quad (1.3)$$

де N – довжина генеральної сукупності.

Враховуючи, що для дискретних випадкових величин $\sum_{i=1}^N p_i = 1$,

отримаємо

$$m_x = \sum_{i=1}^N x_i p_i. \quad (1.4)$$

Математичне сподівання m_x є центром статистичного розподілу випадкової величини X на числовій осі.

Середнє арифметичне є оцінкою математичного сподівання за даними спостережень (вибіркою довжиною n)

$$\hat{m}_x = \bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i p_i = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (1.5)$$

де $p_i = \frac{1}{n}$.

Дисперсія σ_x^2 (другий центральний момент) характеризує розсіювання випадкової величини відносно її математичного сподівання (для генеральної сукупності) або відносно середнього арифметичного значення (для вибірки)

$$\sigma^2_x = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \quad (1.6)$$

Дисперсія випадкової величини має розмірність квадрату випадкової величини. Але для найбільш наочної характеристики розсіювання зручно користуватися величиною, розмірність якої співпадає з розмірністю випадкової величини. Для цього з дисперсії беруть квадратний корінь. Отримана величина називається *середнім квадратичним відхиленням* (стандартом) випадкової величини σ_x

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad (1.7)$$

Стандарт, представлений у безрозмірному вигляді (1.7), називають коефіцієнтом варіації

$$C_v = \frac{\sigma_x}{\bar{x}}, \quad (1.8)$$

або

$$C_v = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{\bar{x}^2 (n-1)}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (k_i - 1)^2}{n-1}}. \quad (1.9)$$

де $k_i = x_i / \bar{x}$ – модульний коефіцієнт.

Коефіцієнт варіації характеризує мінливість випадкової величини.

Коефіцієнт асиметрії C_s характеризує асиметрію розподілу випадкової величини відносно математичного сподівання або середнього арифметичного і може бути як від'ємним, так і додатнім. Він визначається як нормована характеристика третього центрального моменту

$$C_s = \frac{\beta_3}{\sigma_X^3}, \quad (1.10)$$

$$C_s = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{\sigma_X^3} \quad (1.11)$$

Або

$$C_s = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \frac{\sum_{i=1}^n (k_i - 1)^3}{\widehat{C}_V^3}, \quad (1.12)$$

де $k_i = x_i / \bar{x}$ – модульний коефіцієнт.

Характеристика ексцес (четвертий центральний момент) рідко використовується, тому що визначається за даними спостережень із значною похибкою.

Похибки визначення оцінок статистичних параметрів за даними спостережень розраховуються на базі середнього квадратичного відхилення оцінки від відповідного значення генеральної сукупності

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}, \quad (1.13)$$

де $\sigma_{\bar{x}}$ – середнє квадратичне відхилення вибіркової середньої арифметичної величини від математичного сподівання генеральної сукупності;

σ_x – середнє квадратичне відхилення випадкової величини для ряду даних довжиною n , яке визначається за формулою (1.7)

Середнє квадратичне відхилення коефіцієнтів варіації σ_{C_V} рекомендується обчислювати за формулою СН-435-72:

$$\sigma_{C_V} = C_V \sqrt{(1 + C_V^2) / 2n} \quad (1.14)$$

або за формулою Є. Г. Блохінова

$$\sigma_{C_V} = \frac{C_V}{n + 4C_V^2} \sqrt{\frac{n}{2}(1 + C_V^2)}. \quad (1.15)$$

Середнє квадратичне відхилення коефіцієнта асиметрії σ_{C_S} визначається за формулою С.М. Крицького та М.Ф. Менкеля

$$\sigma_{C_S} = \sqrt{\frac{6}{n}(1 + 6C_V^2 + 5C_V^4)}. \quad (1.16)$$

Середнє квадратичне відхилення відношення C_S/C_V визначається за формулою А.Ш. Резніковського

$$\sigma_{C_S/C_V} = \frac{1}{C_V} \sqrt{\frac{6}{n}}. \quad (1.17)$$

Якщо розрахований статистичний параметр (оцінка) A більше подвоєного середнього квадратичного відхилення σ_A

$$A \geq 2\sigma_A, \quad (1.18)$$

то він визнається статистично значущим.

Критерієм якості розрахунків статистичних параметрів за даними спостережень також може служити *допустима похибка розрахунків*, яка вказує на достатню чи недостатню тривалість спостережень. Якщо $\varepsilon_{\bar{x}} < 5 - 10\%$ і $\varepsilon_{C_V} < 15\%$, тоді тривалість спостережень визнається достатньою. Якщо допустима похибка перевищує вказані границі, тоді ряд визнається коротким і потребує уточнення. Уточнення може бути виконано із залученням даних по річці з подібними умовами формування складу води та тривалішим періодом спостережень (так званий метод аналогії).

Відносне середнє квадратичне відхилення середньої арифметичної величини \bar{x} , визначеною за вибіркою довжиною n , від математичного сподівання m_x генеральної сукупності розраховується наступним чином

$$\varepsilon_{\bar{x}} = \frac{\sigma_{\bar{x}}}{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\bar{x}\sqrt{n}} = \frac{C_V}{\sqrt{n}} \cdot 100\%. \quad (1.19)$$

Із збільшенням довжини ряду відносна похибка $\varepsilon_{\bar{x}}$ зменшується.

Відносна похибка визначення коефіцієнта варіації по вибірковим даним визначається таким чином

$$\varepsilon_{C_V} = \frac{\sigma_{C_V}}{C_V} \cdot 100\% . \quad (1.20)$$

Відносні похибки визначення коефіцієнта асиметрії або відношення C_S/C_V по ряду спостережень розраховуються за виразами

$$\varepsilon_{C_S} = \frac{\sigma_{C_S}}{C_S} \cdot 100\% ; \quad \varepsilon_{C_S/C_V} = \frac{\sigma_{C_S/C_V}}{C_S/C_V} \cdot 100\% . \quad (1.21)$$

Випадкові похибки зростають при збільшенні часової мінливості параметрів забрудненості, яка характеризується коефіцієнтом варіації C_V .

Практична частина

Вихідні дані: ряди даних гідрохімічних спостережень у пункт р. Тилігул – с. Березівка за період спостережень 1965-2014 роки. Варіанти обираються відповідно до списку групи у алфавітному порядку.

Хід роботи:

1. Отримати вихідні дані про концентрацію хімічних елементів у р. Тилігул за 1965-2014 роки згідно варіанту (додаток А.1) або xlsx-файлах

завантажених у систему системі MOODLE та сформувати таблицю (табл.1.1) вихідної вибірки у ПК за допомогою програми [Microsoft Excel](#).

Таблиця 1.1 – Розрахунки статистичних параметрів річних концентрацій хімічних речовин за методом моментів р. Тилігул-снт. Березівка (приклад)

	A	B	C	D	E	F	G
1	№ з/п	Рік	C_i , мг/дм ³	$k_i = \frac{C_i}{C}$	$k_i - 1$	$(k_i - 1)^2$	$(k_i - 1)^3$
2	1	1965	99,9	1,16	0,16	0,026	0,004
3	2	1966	65,9	0,77	-0,23	0,055	0,013
4	3	1967	24,3	0,28	-0,72	0,515	0,369
5	4	1968	117	1,36	0,36	0,130	0,047
6	5	1969	114	1,33	0,33	0,106	0,035
7	6	1970	107	1,24	0,24	0,060	0,015
8	7	1971	112	1,30	0,30	0,091	0,028
9	8	1972	146	1,70	0,70	0,487	0,340
10	9	1973	92,4	1,07	0,07	0,006	0,0004
11	10	1974	102	1,19	0,19	0,035	0,006
12	11	1975	112	1,30	0,30	0,091	0,028
13	12	1976	82,5	0,96	-0,04	0,002	0,0001
14	13	1977	71,9	0,84	-0,16	0,027	0,004
15	14	1978	59,3	0,69	-0,31	0,096	0,030
16	15	1979	88,8	1,03	0,03	0,001	0,00003
17	16	1980	23,3	0,27	-0,73	0,532	0,388
18	17	1981	99,4	1,16	0,16	0,024	0,004
19	18	1982	74	0,86	-0,14	0,019	0,003
20	19	1983	46,4	0,54	-0,46	0,212	0,098
21	20	1984	69,5	0,81	-0,19	0,037	0,007
22	21	1985	23,4	0,27	-0,73	0,530	0,386
23	22	1986	127	1,48	0,48	0,227	0,108
24	23	1987	110	1,28	0,28	0,078	0,022
25	24	1988	90,2	1,05	0,05	0,002	0,0001
26	25	1989	99,7	1,16	0,16	0,025	0,004
27	26	1990	122	1,42	0,42	0,175	0,073
28	27	1991	112	1,30	0,30	0,091	0,028
29	28	1992	97,5	1,13	0,13	0,018	0,002
30	29	1993	99,7	1,16	0,16	0,025	0,004
31	30	1994	93	1,08	0,08	0,007	0,001
32	31	1995	117	1,36	0,36	0,130	0,047

Продовження табл.1.1

33	32	1996	97,2	1,13	0,13	0,017	0,002
34	33	1997	87,7	1,02	0,02	0,0004	0,00001
35	34	1998	87,5	1,02	0,02	0,0003	0,00001
36	35	1999	82,6	0,96	-0,04	0,0016	0,0001
37	36	2000	12	0,14	-0,86	0,740	0,637
38	37	2001	97,2	1,13	0,13	0,017	0,002
39	38	2002	89,9	1,05	0,05	0,002	0,0001
40	39	2003	12	0,14	-0,86	0,740	0,637
41	40	2004	204,6	2,38	1,38	1,902	2,623
42	41	2005	58,8	0,68	-0,32	0,100	0,032
43	42	2006	121,7	1,42	0,42	0,172	0,072
44	43	2007	72,9	0,85	-0,15	0,023	0,004
45	44	2008	61,8	0,72	-0,28	0,079	0,022
46	45	2009	72,5	0,84	-0,16	0,025	0,004
47	46	2010	61,8	0,72	-0,28	0,079	0,022
48	47	2011	87,7	1,02	0,02	0,0004	0,00001
49	48	2012	87,5	1,02	0,02	0,0003	0,00001
50	49	2013	82,6	0,96	-0,04	0,002	0,0001
51	50	2014	12	0,14	-0,86	0,740	0,637
52			4289			∑8,50	∑6,79
53			86				

2. Знайти середнє арифметичне значення із величин концентрацій

хімічних елементів \bar{C} , мг/дм³ за формулою $\bar{C} = \frac{\sum_{i=1}^n C_i}{n}$

$$n=50 \quad \bar{C} = \frac{4289}{50} = 86 \text{ мг/дм}^3.$$

По-перше, знаходимо суму ряду досліджуваного хімічного елементу за допомогою функції «СУММ». Виділяємо осередок під вибіркою (C52), клацаєм лівою кнопкою миші, ставимо знак =СУММ(виділяємо мишкою діапазон розрахунку C2C51, закриваємо дужку), натискаємо Enter.

Далі, розраховуємо *середнє арифметичне значення із величин концентрацій хімічних елементів*. У осередку **C53** ставимо знак = одиночне клацання **C52** (значення суми вибірки) поділене на величину рядка ($n=50$) отримуємо **=C52/50**, натискаємо Enter.

3. Розраховуємо **модульні** коефіцієнти $k_i = \frac{C_i}{C}$.

Виділяємо осередок **D2**, ставимо знак = одиночне клацання осередку **C2** (значення концентрації) поділити на **86** (середнє арифметичне значення із величин концентрацій хімічних елементів) отримуємо **=C2/86**, натискаємо Enter. Знов виділяємо осередок **D2**, фіксуємо мишку лівою кнопкою в правому нижньому куті, плавно тягнемо вниз до кінця розрахункового ряду (копіюємо формулу)

4. Далі знаходимо $(k_i - 1)$. Виділяємо осередок **E2**, ставимо знак = одиночне клацання осередку **D2** (значення модульного коефіцієнту) «мінус 1», отримуємо **=D2-1**, натискаємо Enter. Виділяємо осередок **E2**, фіксуємо мишку лівою кнопкою в правому нижньому куті, плавно тягнемо вниз до кінця розрахункового ряду «копіюємо формулу».

Далі знаходимо $(k_i - 1)^2$ і $(k_i - 1)^3$. Виділяємо осередок **F2**, ставимо знак =, за допомогою функції **СТЕПЕНЬ**(відкриваємо дужки і перший аргумент цієї функції в нашому випадку – одиночне клацання осередку **E2** (тобто $(k_i - 1)$) точка з комою і другий аргумент нашої функції – це показник ступеню **2**, закриваємо дужки), отримуємо **=СТЕПЕНЬ(E2;2)**, натискаємо Enter. Виділяємо осередок **F2**, фіксуємо мишку лівою кнопкою в правому нижньому куті, плавно тягнемо вниз до кінця розрахункового ряду. Аналогічно виконуємо всі дії у колонці **G**.

Для колонок **F** і **G** розраховуємо сумарні значення $\sum (k_i - 1)^2$ і $\sum (k_i - 1)^3$.

Виділяємо осередок (F52) , клацаєм лівою кнопкою миші, ставимо знак =СУММ(виділяємо мишкою діапазон розрахунку F2F51, закриваємо дужку), натискаємо Enter. Щоб отримати сумарне значення в колонці G виділяємо осередок F52, фіксуємо мишку лівою кнопкою в правому нижньому куті, плавно тягнемо праворуч до G52.

5. Обчислюємо коефіцієнт варіації за формулою (1.9)

$$C_v = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (k_i - 1)^2}{n - 1}} = \sqrt{\frac{8,50}{49}} = 0,41.$$

6. Обчислюємо коефіцієнт асиметрії за формулою (1.12)

$$C_s = \frac{n}{(n-1)(n-2)} \frac{\sum_{i=1}^n (k_i - 1)^3}{C_v^3} = \frac{50 \cdot 6,79}{49 \cdot 48 \cdot 0,069} = 2,09.$$

7. Знаходимо середнє квадратичне відхилення з формули (1.7)

$$\sigma_x = C_v * \bar{C} = 0,41 \cdot 86 = 35,3 \text{ мг/дм}^3.$$

$86 > 2 * 35,3$, отже умова (1.18) виконується і розраховане середнє арифметичне є статистично значущим.

8. Розраховуємо похибки статистичних параметрів за формулами (1.13)- (1.17)

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \frac{35,3}{\sqrt{50}} = 4,99;$$

$$\sigma_{C_V} = \frac{C_V}{n + 4C_V^2} \sqrt{\frac{n}{2}(1 + C_V^2)} = \frac{0,41}{50 + 4 \cdot 0,41^2} \sqrt{\frac{50 \cdot (1 + 0,41^2)}{2}} = 0,044;$$

Умова (1.18) виконується і оцінка параметру C_V є статистично значущою.

$$\sigma_{C_S} = \sqrt{\frac{6}{n}(1 + 6C_V^2 + 5C_V^4)} = \sqrt{\frac{6}{50}(1 + 6 \cdot 0,41^2 + 5 \cdot 0,41^4)} = 0,51$$

$2,09 > 2 \cdot 0,51$, тому оцінка коефіцієнта асиметрії визнається статистично значущою.

9. Розраховуємо відносні випадкові похибки визначення статистичних параметрів за формулами (1.19)-(1.21)

$$\varepsilon_{\bar{x}} = \frac{C_V}{\sqrt{n}} \cdot 100\% = \frac{0,41}{\sqrt{50}} \cdot 100\% = 5,8\%;$$

$$\varepsilon_{C_V} = \frac{\sigma_{C_V}}{C_V} \cdot 100\% = \frac{0,044}{0,41} \cdot 100\% = 10,7\% ;$$

$$\varepsilon_{C_S} = \frac{\sigma_{C_S}}{C_S} \cdot 100\% = \frac{0,51}{2,09} \cdot 100\% = 24,4\% .$$

6. Робимо висновки на підставі отриманих результатів: точність розрахунку коефіцієнта варіації є задовільною ($\varepsilon_{C_V} < 15\%$), а точність

розрахунку середнього арифметичного потребує подовження ряду даних ($\varepsilon_{\bar{x}} > 5\%$).

Контрольні запитання.

1. Яку властивість закону розподілу випадкової величини характеризує математичне сподівання?
2. Яку властивість закону розподілу випадкової величини характеризує дисперсія?
3. Яку властивість закону розподілу випадкової величини характеризує коефіцієнт асиметрії?
4. Яку властивість закону розподілу випадкової величини характеризує коефіцієнт варіації?
5. Для чого використовуються відносні похибки статистичних параметрів?

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 2

«ВИЗНАЧЕННЯ АНТРОПОГЕННИХ НАВАНТАЖЕНЬ ТА ЕКОЛОГІЧНИХ РИЗИКІВ»

Мета роботи: Надати оцінку ризику щодо антропогенного навантаження за хімічними та фізико-хімічними показниками згідно з даними моніторингу у досліджуваному створі за різні роки, відповідно свого варіанту. Побудувати графіки кривої емпіричної забезпеченості та кривої розподілу (процентилей) і виділити зони ризику у досліджуваному створі.

Теоретична частина

У природничих науках закон розподілу випадкової величини часто задається у вигляді функції забезпеченості. Емпірична забезпеченість заданого значення $X = x$ являє собою ймовірність того, це значення буде перевищене

$$P^*(x) = p^*(X \geq x), \quad (2.1)$$

де $P^*(x)$ – емпірична забезпеченість;

$p^*(X \geq x)$ – емпірична ймовірність того, що випадкова величина X буде приймати значення більші або рівні заданому x .

Для розрахунків емпіричної функції забезпеченості необхідно для кожного значення x_i з вибірки довжиною n ($i = 1, 2, \dots, n$) визначити кількість випадків, коли випадкова величина X прийняла значення більше або рівне x_i і поділити знайдене m на загальну кількість випробувань n . З цією метою ряд

спостережень розташовується в убутному порядку (ранжується). Емпірична забезпеченість кожного значення розраховується як

$$P^*(x_i) = \frac{m}{n} \quad (2.2)$$

де m – порядковий номер значення x_i у ранжованому ряді, який i є кількістю випадків, коли $X \geq x_i$.

Формула (2.2) є справедливою лише для випадку, коли всі значення X представлені в одній вибірці. У протилежному випадку отримуємо, що забезпеченість першого члена ранжируваної вибірки дорівнює $P_1^* = \frac{1}{n}$, а

останнього члена вибірки – $P_n^* = \frac{n}{n} = 1$. Таким чином, виходить, що поява значення випадкової величини, яке буде більше або менше тих, що увійшли до однієї вибірки, унеможлиблюється. Це суперечить досвіду практики, з якого витікає, що які б значення не увійшли до вибірки, завжди можливі значення більші або менші спостережених.

Цей недолік виключається шляхом застосування таких формул:

- формула Хазена

$$P^* = \frac{m - 0.5}{n} \quad (2.3)$$

- формула С.М. Крицького та М.Ф. Менкеля

$$P^* = \frac{m}{n + 1} \quad (2.4)$$

- формула М.М. Чегодаєва

$$P^* = \frac{m - 0.3}{n + 0.4} \quad (2.5)$$

де m – порядковий номер члена ряду ранжованого в убутному порядку.

Емпіричні криві забезпеченості використовуються при розрахунках характеристик стоку, розрахунках екологічних ризиків та інше.

Джерелами екологічної небезпеки є забруднені природні водні об'єкти із зміненими фізико-географічними характеристиками і властивостями (внаслідок природних явищ і стихійних лих, техногенних аварій і катастроф, тривалої водогосподарської діяльності).

Ризикова подія визначається як небажана подія, яка може задати шкоди природному середовищу, здоров'ю людини. Ризик, допустимий в екології, характеризує загрозу виникнення екологічних збитків, коли концентрації забруднювальних речовин не перевищують ГДК. Ризик максимально допустимий є ризиком виникнення збитків, коли концентрація розглядуваної характеристики приймає гранично допустиме значення. За межами цього ризику настає загроза катастрофічного забруднення. Ризик страховий – подія або сукупність ризикових подій, на випадок настання яких проводиться страхування.

Ризики в природокористуванні оцінюються через ймовірність появи несприятливих для експлуатації природних ресурсів наслідків. У такому разі до кількісних оцінок ризикових подій можна залучити відношення між концентрацією речовини та перевищенням ГДК: $C/ГДК$ або $C/С_{ГДК}$.

При підготовці управлінських рішень, пов'язаних з ризиковими подіями, необхідна якісна і кількісна оцінка можливих ризикових ситуацій. Якісна оцінка дозволяє оцінити можливі зони ризику за такими критеріями:

прийнятність – виявлення прийнятності ризику;

допустимість – виявлення допустимого ризику;

критичність – виявлення зони критичного ризику;

неприпустимість – виявлення зони катастрофічного ризику.

Згідно Водної Рамкової Директиви (ВРД) ЄС (ВРД ЄС 2000/60/ЄС, 2006; Directive 2000/60/EC, 2000) для кожного з основних річкових басейнів України має бути розроблений план управління, метою якого є досягнення у встановлені строки екологічних цілей – “доброго” екологічного стану масивів поверхневих та підземних вод, а також “доброго” екологічного потенціалу штучних або істотно змінених масивів поверхневих вод.

Критерії оцінки ризику при використанні хімічних та фізико-хімічних показників визначаються за двома категоріями ризику: «під ризиком» та «без ризику». Порогові значення хімічних та фізико-хімічних показників наведені в табл. 2.1. Перевищення порогових значень показників/індикаторів антропогенного навантаження стає підставою до висновку, що розглядуваний масив поверхневих вод підпадає під ризик недосягнення екологічних цілей (для розчиненого кисню – навпаки).

Поняття процентіль є протилежним поняттю забезпеченості. У теорії ймовірностей процентіль ототожнюється із значенням інтегральної функції розподілу випадкової величини. Процентіль являє собою ймовірність того, що випадкова величина X буде менше значення x , тобто

$$P^*(x) = p^*(X < x), \quad (2.6)$$

де $P^*(x)$ – емпірична процентіль;

$p^*(X < x)$ – емпірична ймовірність того, що випадкова величина X буде приймати значення менші заданого x .

90% процентіль відповідає 10% забезпеченості, 60% процентіль відповідає 40% забезпеченості.

Таблиця 2.1 – Критерії ризику для хімічних та фізико-хімічних показників

Річки	Оксиген* (%наси- чення)	<i>БСК5</i> ** мг/дм ³	<i>NH₄</i> ** мг/дм ³	<i>NH₄</i> *** мг/дм ³	<i>PO₄</i> *** мг/дм ³	<i>pH</i> мг/дм ³
Малі F<2000 км ²	75	5	0,4	0,15	0,2	6,5-8,5
Середні 2000<F<50000	70	6	0,6	0,2	0,3	
Великі F<50000км ²	60	7	0,8	0,3	0,4	

Примітка: *10% процентиль – всі сезони, порівняльні умови вимірювання, щонайменше 12 вимірювань; **90% процентиль – всі сезони, репрезентативні умови, щонайменше 12 вимірювань; *** – середньорічне значення.

Якщо процентиль концентрації хімічної речовини перевищує значення критерію, показаного в табл.2.1, то існує ризик недосягнення екологічних цілей.

Практична частина:

Вихідні дані: середньорічні концентрації забруднюючих речовин: кисень (% насичення), BCK_5 , NH_4 , PO_4 , pH у створі р. Кривий Торець – м. Дружківка ($F=1590 \text{ км}^2$) за різні роки спостережень для кожного варіанту. Варіанти обираються відповідно до списку групи у алфавітному порядку.

Таблиці вихідних даних надані у додатку Б.1 або $xlsx$ -файлах в системі MOODLE. Приклад розрахунку наданий у файлі $xlsx$ «Індивідуальне завдання_Приклад розрахунку», завантаженому в системі MOODLE. Практична робота оформлюється відповідно до *Порядку роботи* і завантажується в систему MOODLE разом із розрахунковим файлом $xlsx$ або xls . Файли мають бути підписані «Індивідуальне завдання_ПБ».

Порядок роботи:

1. Отримати вихідні дані про середньорічні концентрації забруднюючих речовин у досліджуваному створі за різні роки спостережень відповідно до свого варіанту (додаток Б.1) або $xlsx$ -файли завантажені у систему MOODLE та сформувати ряди вихідної вибірки у ПК за допомогою програми [Microsoft Excel](#).

2. На першому етапі, для знаходження критичних значень хімічних показників знаходимо середньобагаторічні значення NH_4 , PO_4 , pH (табл. 2.2).

3. Для знаходження 10% процентиля кисню, спочатку необхідно розташувати всі надані значення в убутному порядку.

3.1 Потім, за допомогою функції $f(x)$ «ПРОЦЕНТИЛЬ.ИСКЛ» в **МАСИВ** виділяємо всі значення кисню, які розташовані в убутному

порядку, а $k=0.1$. k – обов’язковий для заповнення, оскільки приймає числові значення з діапазону від 0 до 1, які характеризують номер процентиля при розрахунку (наприклад: 25% процентиль – 0,25, 50% процентиль – 0,5 і т.д.). Тому $k=0.1$, оскільки необхідно знайти 10% процентиль кисню.

3.2 Однак, для побудови графіка, необхідно знайти значення процентилей для кожного значення вибірки. Для розрахунку процентилей нам знадобиться функція **СЧЕТЕСЛИ**. Тобто необхідно ввести формулу: $=(\text{СЧЕТЕСЛИ}(\text{диапазон};\text{условие}) * 100) / N$, где N – кількість значень у вибірці.

Для першого значення вибірки:

$$=(\text{СЧЕТЕСЛИ}(E\$2:E\$106;"<="&E2)*100/105)$$

Для другого значення вибірки:

$$=(\text{СЧЕТЕСЛИ}(E\$2:E\$106;"<="&E3)*100/105)$$

Для третього значення вибірки:

$$=(\text{СЧЕТЕСЛИ}(E\$2:E\$106;"<="&E3)*100/105)$$

і так далі.....

3.3 Також необхідно розрахувати емпіричну забезпеченість за формулою Крицького-Менкеля (2.5)

$$\text{Для першого значення вибірки: }=(A2/(105+1)*100)$$

$$\text{Для другого значення вибірки: }=(A3/(105+1)*100)$$

$$\text{Для третього значення вибірки: }=(A4/(105+1)*100)$$

і так далі.....

3.4 Будуємо графіки кривої емпіричної забезпеченості (рис.2.1) та кривої розподілу (процентилей) показника кисню (рис.2.2). Значення 10% процентилю показника кисню у створі р. Кривий Торець – м. Дружківка дорівнює 67,6, що майже на 8 одиниць нижче за порогове значення (75), тому

за показником кисигену створ підпадає під ризик недосягнення екологічних цілей.

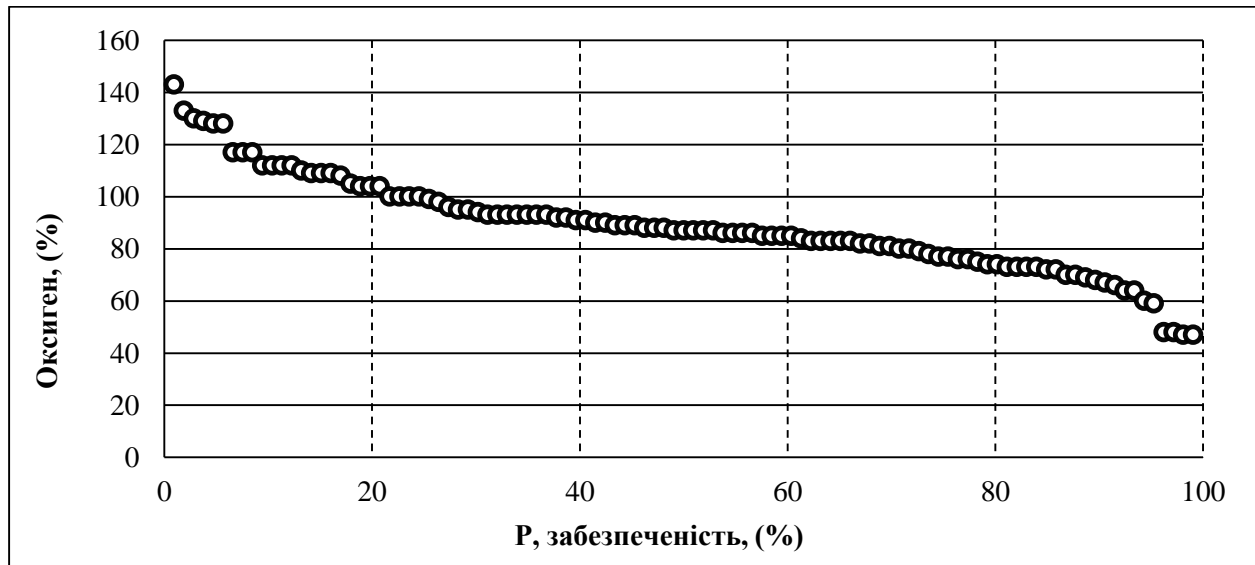


Рис. 2.1 Крива забезпеченості концентрацій окисигену у створі р. Кривий Торець – м. Дружківка за період з 1990 по 2001 роки.

4. Аналогічно будемо графіки кривої емпіричної забезпеченості (рис.2.3) та кривої розподілу (процентилей) показника БСК5 (рис.2.4) та знаходимо 90% процентиль. Значення 90% процентилю показника БСК5 у створі р. Кривий Торець – м. Дружківка дорівнює 6,44, що на 1,5 одиниці вище за порогове значення (5), тому за показником БСК5 створ також підпадає під ризик недосягнення екологічних цілей.

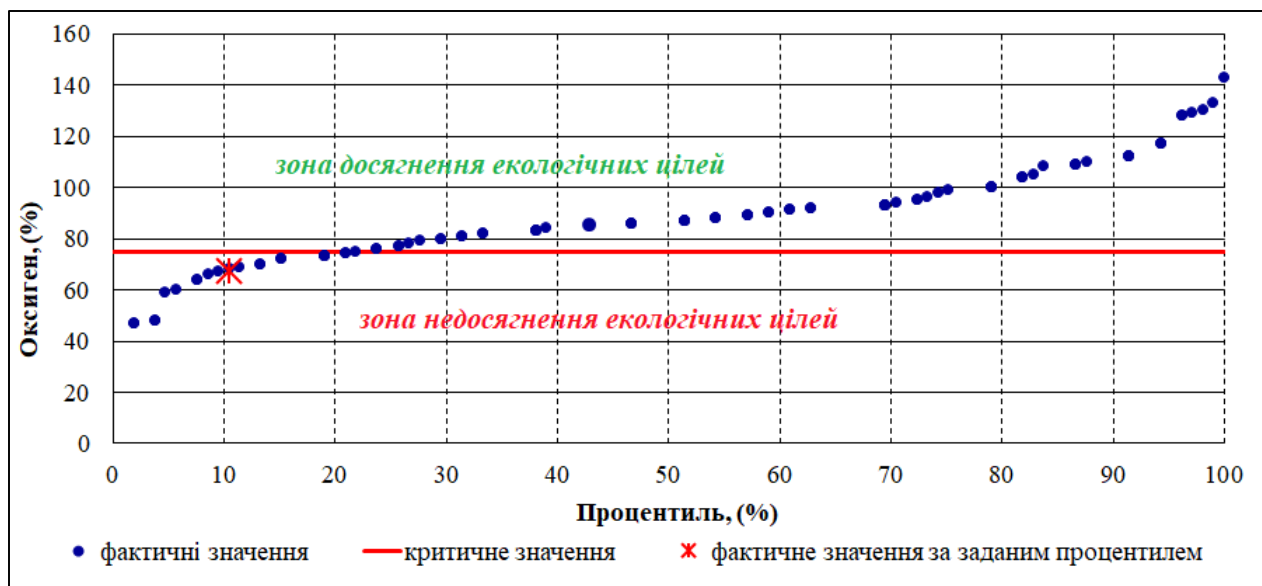


Рис. 2.2 Інтегральна крива розподілу показника кисню та виділення зони ризику у створі р. Кривий Торець – м. Дружківка за період з 1990 по 2001 роки (червона лінія відповідає критерію ризику, який дорівнює 75% насичення киснем)

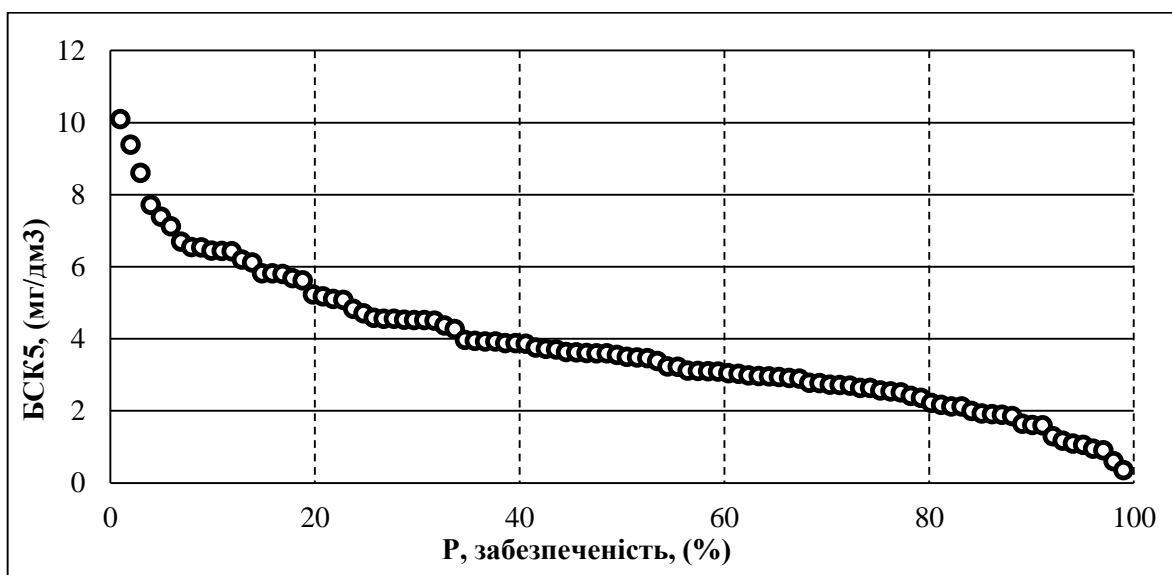


Рис.2.3 Крива забезпеченості концентрацій БСК5 у створі р. Кривий Торець – м. Дружківка за період з 1990 по 2001 роки

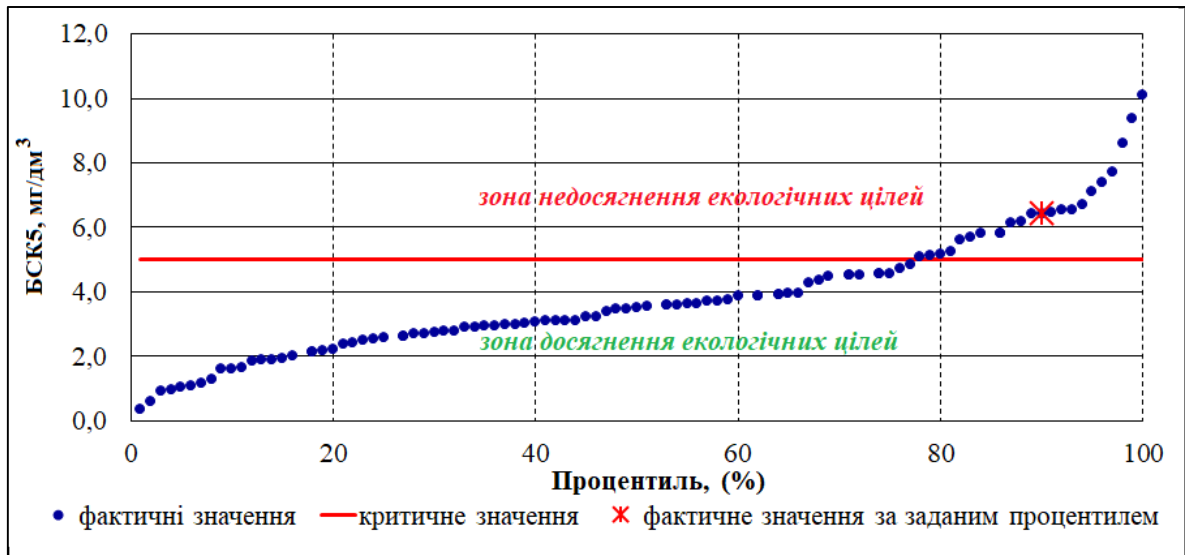


Рис. 2.4 Інтегральна крива розподілу показника БСК5 та виділення зони ризику у створі р. Кривий Торець – м. Дружківка за період з 1990 по 2001 роки (червона лінія – критерій ризику 5мг/дм³)

5. Будуємо графіки кривої емпіричної забезпеченості (рис.2.5) та кривої розподілу (процентилей) показника азоту амонійного (рис.2.6) та знаходимо 90% процентиль. Значення 90% процентилю показника азоту амонійного у створі р. Кривий Торець – м. Дружківка дорівнює 3,88, що майже в 10 разів перевищує порогове значення (0,4), тому за показником азоту амонійного створ підпадає під ризик недосягнення екологічних цілей.

Для азоту амонійного (додатково) та фосфатів ризик визначається за середнім багаторічним значенням (табл. 2.2).

Середнє багаторічне значення азоту амонійного становить 1,52, що також в 10 разів перевищує порогове значення (0,15) та свідчить про те, що створ підпадає під ризик недосягнення екологічних цілей.

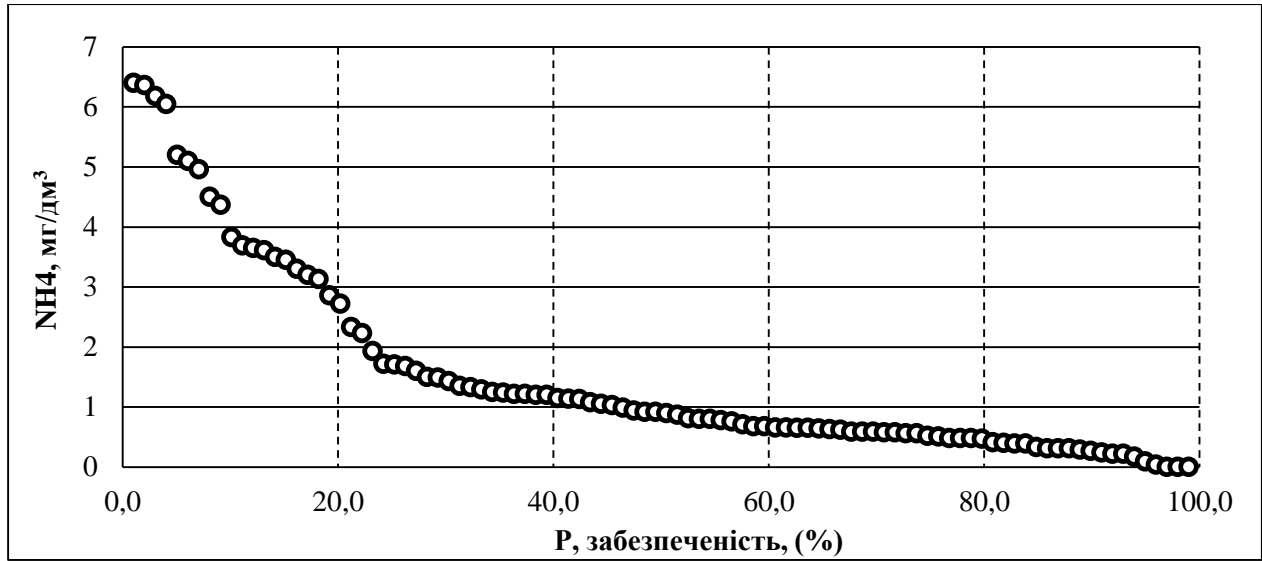


Рис.2.5 Крива забезпеченості концентрацій NH_4 у створі р. Кривий Торець – м. Дружківка за період з 1990 по 2001 роки

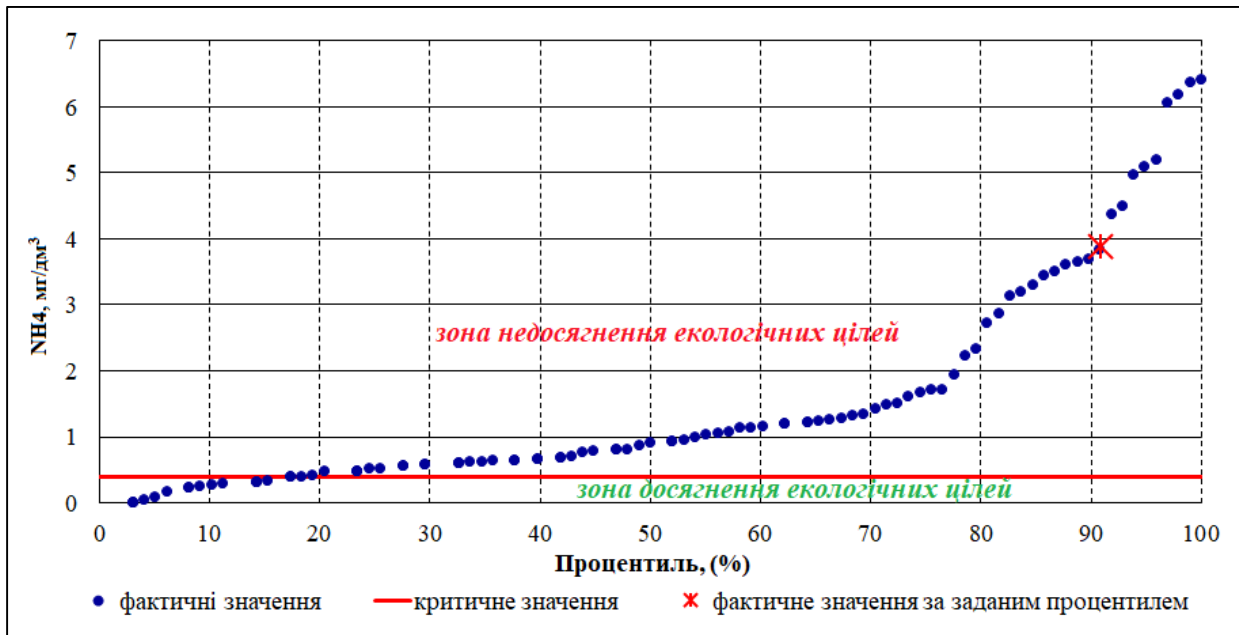


Рис. 2.6 Інтегральна крива розподілу показника NH_4 та виділення зони ризику у створі р. Кривий Торець – м. Дружківка за період з 1990 по 2001 роки (червона лінія – критерій ризику NH_4 - 0,4 мг/дм³)

Середнє багаторічне значення фосфатів становить 0,35 і майже в 2 рази перевищує порогове значення (0,2), створ підпадає під ризик недосягнення екологічних цілей.

6. Оцінка ризиків антропогенних навантажень за хімічними та фізико-хімічними показниками надається на основі статистичної обробки гідрохімічних даних за 1990-2001 роки (табл. 2.2) у досліджуваних створах р. Кривий Торець – м. Дружківка.

Висновки: Аналіз багаторічних даних за гідрохімічними показниками якості води, наведеними в табл. 2.2, показав, що ризик недосягнення екологічних цілей виникає за всіма показниками, окрім показника кислотності (рН).

Забруднення води амонійним азотом свідчить про наявність точкових джерел неочищених комунальних стічних вод, що може бути спричинено відсутністю та неналежною роботою очисних споруд в досліджуваному МПВ.

Таблиця 2.2 – Оцінка ризику щодо антропогенного навантаження для хімічних та фізико-хімічних показників за даними моніторингу у створі р. Кривий Торець – м. Дружківка (F=1590 км²) за 1990-2001 рр.

Показник	Фактичні значення	Критичні значення	Оцінка ризику
Оксиген, (%насичення) – 10% центиль	67,6	75	«під ризиком»
БСК5, (мг/дм ³) – 90% центиль	6,44	5	«під ризиком»
NH ₄ , (мг/дм ³) – 90% центиль	3,88	0,4	«під ризиком»
NH ₄ , (мг/дм ³) – середньорічне значення	1,52	0,15	«під ризиком»
PO ₄ , (мг/дм ³) – середньорічне значення	0,35	0,2	«під ризиком»
рН, (мг/дм ³) – середньорічне значення	8,13	6,5-8,5	«без ризику»

Контрольні запитання.

6. Що таке допустимий ризик?
7. Що являє собою емпірична забезпеченість заданого значення $X = x_i$
8. Що таке максимально допустимий ризик?
9. Яким чином визначається емпірична забезпеченість?
10. Що таке страховий ризик?

ПРАКТИЧНА РОБОТА №3

«ВІЯВ ТРЕНДУ НА ОСНОВІ МОДЕЛІ ЛІНІЙНОЇ ПАРНОЇ РЕГРЕСІЇ. ПОБУДОВА РІВНЯНЬ ЛІНІЙНОЇ ПАРНОЇ РЕГРЕСІЇ НА БАЗІ КОМП'ЮТЕРНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ MICROSOFT EXCEL»

Мета роботи: вміти розраховувати параметри рівняння лінійної парної регресії за допомогою Excel для даних гідрохімічних спостережень. Навчитися аналізувати та встановлювати ступінь впливу незалежних величин на залежну змінну за допомогою інструментів у функціоналі [Microsoft Excel](#).

Теоретична частина

Виявлення тренду у часових рядах досліджуваних характеристик може виконуватися за різними методами математичної статистики, серед яких значне місце посідає регресійний аналіз. Тренд є тривалою тенденція зміни досліджуваної характеристики у часі.

У даному завданні розглядається лінійна парна регресія, яка являє рівняння умовного математичного сподівання системи залежних величин (X, Y) . Для випадку, коли розглядається залежність випадкової величини Y від X умовне математичне сподівання $m_{y/x}$ записується у виді

$$m_{y/x} = m_y + r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - m_x), \quad (3.1)$$

де σ_x, σ_y – середні квадратичні відхилення випадкових величин X та Y ;

r_{xy} – коефіцієнт кореляції між випадковими величинами X та Y ;

m_y, m_x – безумовні математичні сподівання випадкової величини X та випадкової величини Y .

Для вибірових даних рівняння умовного математичного сподівання (3.1) представляється у вигляді

$$\tilde{y}_i = \tilde{y}(x_i) = \hat{m}_{y/x} = ax_i + b, \quad (3.2)$$

де x_i – дискретні значення випадкової величини X ;

y – дискретні значення випадкової величини Y ;

\tilde{y}_i – значення випадкової величини Y , розраховані за рівнянням регресії (3.2);

a, b – шукані параметри рівняння. функція регресії $\tilde{y}(x)$ є функція, яка мінімізує середню квадратичну похибку передбачення випадкової величини Y на основі значень X .

Оцінки параметрів, які входять до рівняння регресії, обчислюються за методом найменших квадратів. Це метод обробки емпіричного числового матеріалу, вимога якого полягає в тому, щоб сума квадратів відхилень даних спостережень y_i від лінії регресії була найменшою, тобто

$$\Delta = \sum_{i=1}^n [y_i - \tilde{y}(x_i)]^2 = \min, \quad (3.3)$$

де y_i – спостережені значення випадкової величини Y ;

$\tilde{y}(x_i)$ – значення випадкової величини Y , розраховані по рівняннях регресії для заданих x_i ;

n – число спільно спостережених значень y_i і x_i .

Результатом розрахунків є такі формули для визначення параметрів a та b

$$a = r_{x,y} \frac{\sigma_y}{\sigma_x}. \quad (3.4)$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x}, \quad (3.5)$$

де σ_x, σ_y – середні квадратичні відхилення випадкових величин X та Y ;

r_{xy} – коефіцієнт кореляції;

\bar{x}, \bar{y} – середні арифметичні значення випадкових величини X та Y .

Оцінка коефіцієнта кореляції, який відображає тісноту лінійного зв'язку між рядами спостережень, що представляють собою спостережені сукупності випадкових величин Y та X , записується у вигляді

$$r_{xy} = r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 (y_i - \bar{y})^2}}, \quad (3.6)$$

або

$$r_{x,y} = r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sigma_x \sigma_y (n-1)}. \quad (3.7)$$

Щоб переконатись у вірогідності побудованої регресійної моделі необхідно перевірити гіпотези про статистичну значущість коефіцієнта кореляції і коефіцієнтів рівняння регресії.

Нульова гіпотеза полягає у тому, що коефіцієнти рівняння регресії та коефіцієнт кореляції визнаються статистично незначущими. Розподіл вибірових оцінок a і b та r приймається нормальним. Тоді у відповідності до теорем математичної статистики для перевірки нульової гіпотези про a і b можна використовувати статистику t , яка підкоряється розподілу Стьюдента

$$\hat{t} = \frac{|r_{xy}|}{S_r}; \quad \hat{t}_a = \frac{|a|}{S_a} \quad \text{і} \quad \hat{t}_b = \frac{|b|}{S_b}, \quad (3.8)$$

Якщо $\hat{t} > t_{kp}(v, q)$, то коефіцієнти регресії та коефіцієнт кореляції вважаються значущими.

Середні квадратичні похибки визначення статистичних параметрів визначаються за такими формулами

$$S_a = \frac{S_y}{S_x} \sqrt{\frac{1 - r_{x,y}^2}{n}}, \quad (3.9)$$

$$S_b = \sqrt{S_x^2 + (\bar{x})^2} \frac{S_y}{S_x} \sqrt{\frac{1 - r_{x,y}^2}{n}}, \quad (3.10)$$

$$\sigma_r = S_r = \frac{1 - \hat{r}_{x,y}^2}{\sqrt{n - 1}}, \quad (3.11)$$

При спрощеному підході, рівняння лінійної парної регресії приймаються статистично значущими, якщо коефіцієнт кореляції r , який оцінює тісноту лінійного зв'язку, приймає значення більше подвоєної похибки свого визначення, тобто:

$$r \geq 2\sigma_r, \quad (3.12)$$

де r – коефіцієнт кореляції;

σ_r – середнє квадратичне відхилення вибіркового коефіцієнту кореляції.

$$\sigma_r = \frac{1 - r^2}{\sqrt{n - 1}}, \quad (3.13)$$

де n – довжина ряду.

Підчас використання [Microsoft Excel](#) рівняння лінійної парної регресії та коефіцієнт кореляції розраховуються побудованому на аркуші Excel.

Алгоритм:

- 1) Виділити весь діапазон значень ряду X та Y разом.
- 2) Кнопка «**Мастер діаграм**» (або меню **Вставка**).
- 3) Вибрати тип діаграми: «точечная». За необхідності ввести параметри діаграми.
- 4) Кнопка «**Готово**». З'явиться точкова діаграма.
- 5) Контекстне меню на будь – якій точці розподілу.

6) Вибрати «Добавить линию тренда».

7) Вказати тип лінії (вибрати базову функцію апроксимації).

8) Вкладинка «**Параметры**», встановити прапорці «**Показать уравнение на диаграмме**» та «**Поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации R^2** ». При необхідності можна додати інші параметри: змінити назву апроксимуючої функції; вказати прогноз вперед або назад на потрібну кількість одиниць; встановити прапорець «**Пересечение кривой с осью Y в точке 0**» (на початку координат).

9. Кнопка «**ОК**» завершує операцію і на екрані з'являється лінія тренду, рівняння лінійної парної регресії та R^2 .

В Excel є надбудова «**пакет анализа**», який є досить потужним інструментом, який може розраховувати параметри регресії, за тим же МНК, всього в кілька кліків.

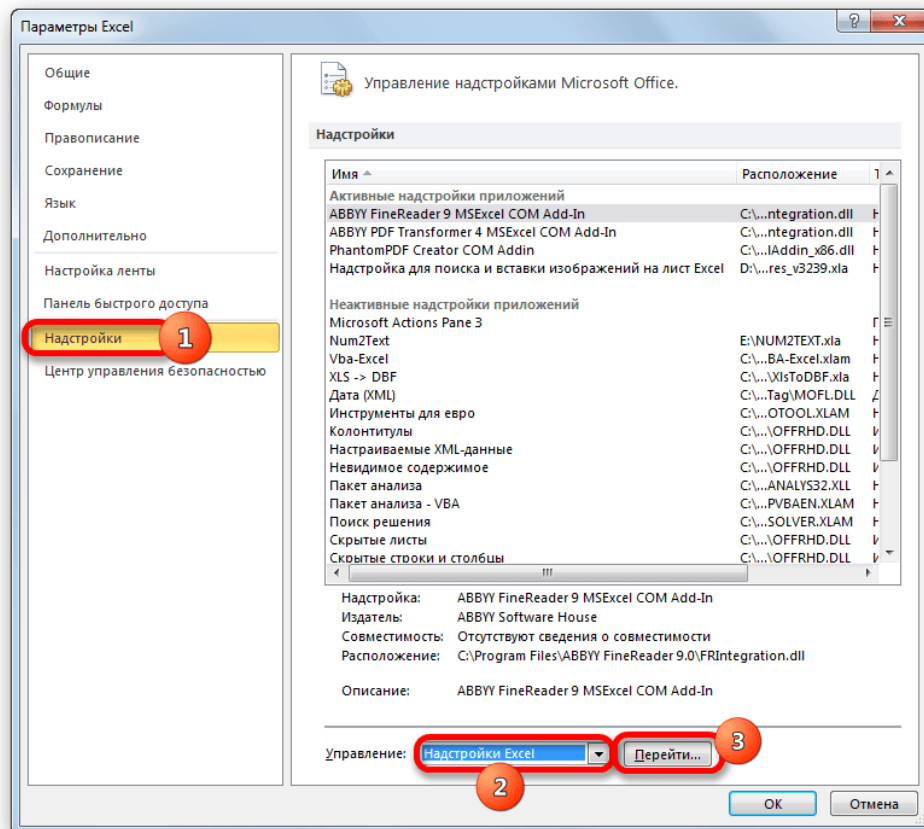
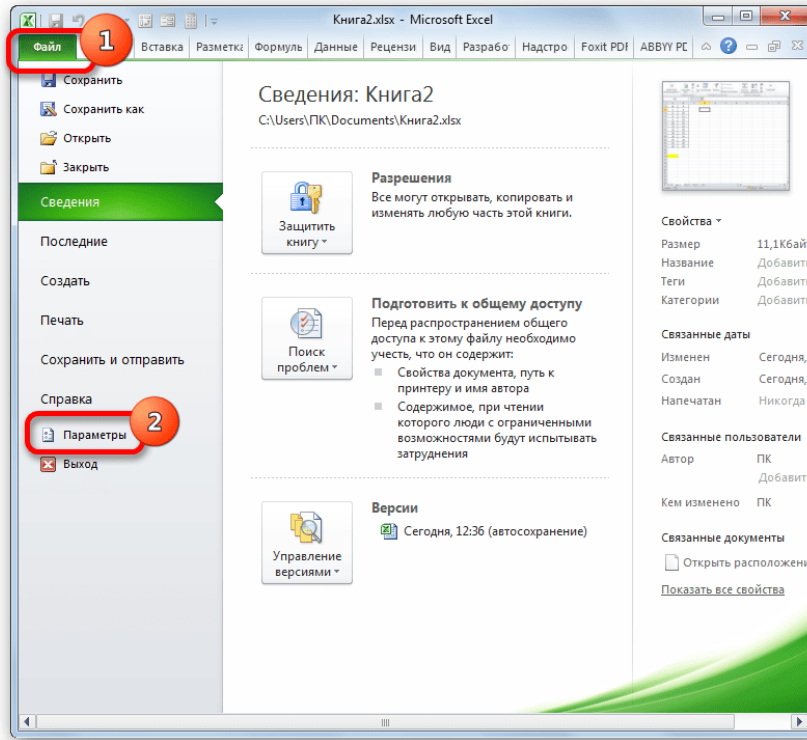
Активуємо «Пакет анализа»

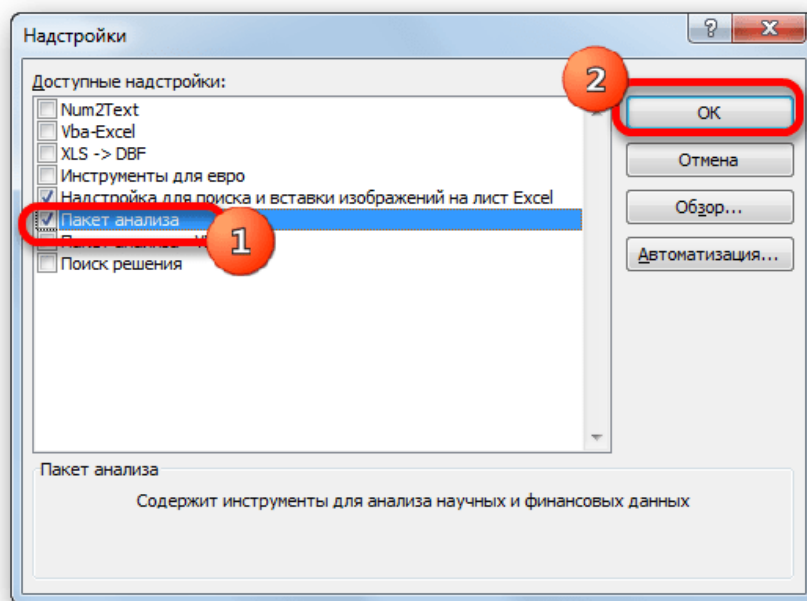
За замовчуванням ця надбудова відключена і в меню вкладок ви її не знайдете, тому покроково розглянемо як її активувати.

Переміщаємося у вкладку «*Файл*», а потім переходимо до пункту «*Параметры*»

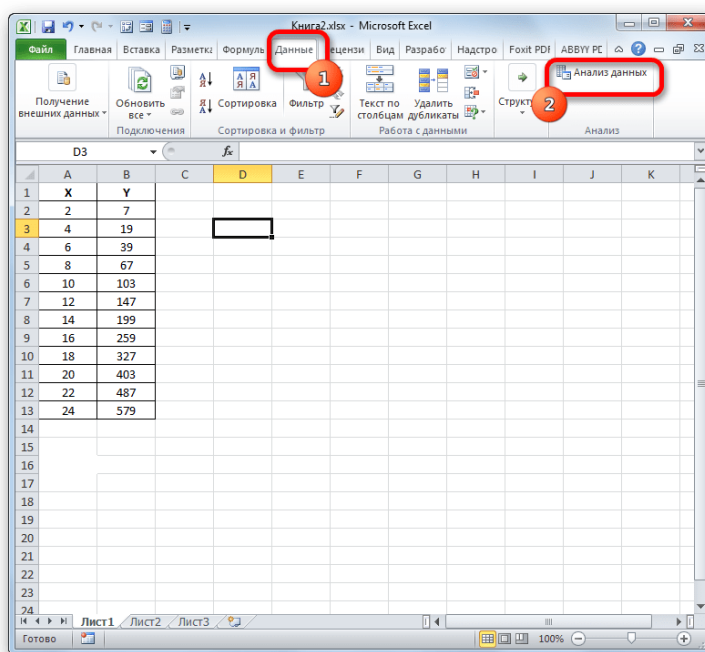
У нижній частині правої області вікна розташовується поле «*Управление*». Зі списку доступних там підрозділів вибираємо найменування «*Надстройки Excel ...*», а потім клацаємо по кнопці «*Перейти ...*», розташованої праворуч від поля.

Видбувається запуск вікна надбудов. У центральній його частині розташований список доступних надбудов. Встановлюємо прапорець біля позиції «*Пакет анализа*». Слідом за цим потрібно клацнути по кнопці «**ОК**» в правій частині інтерфейсу вікна.





Пакет інструментів «Аналіз даних» в поточному екземплярі Excel буде активований. Доступ до нього розташовується на стрічці у вкладці «Данные». Переміщаємося в зазначену вкладку і натискаємо кнопку «Анализ данных» в групі налаштувань «Анализ». Пакет «Аналіз даних» активовано.



Практична частина:

Вихідні дані: Таблиці вихідних даних спостережень середньорічних витрат води та значення річних сум іонів у басейні р. Тиса за 1961-2007 роки для кожного варіанту. Варіанти обираються відповідно до списку групи у алфавітному порядку.

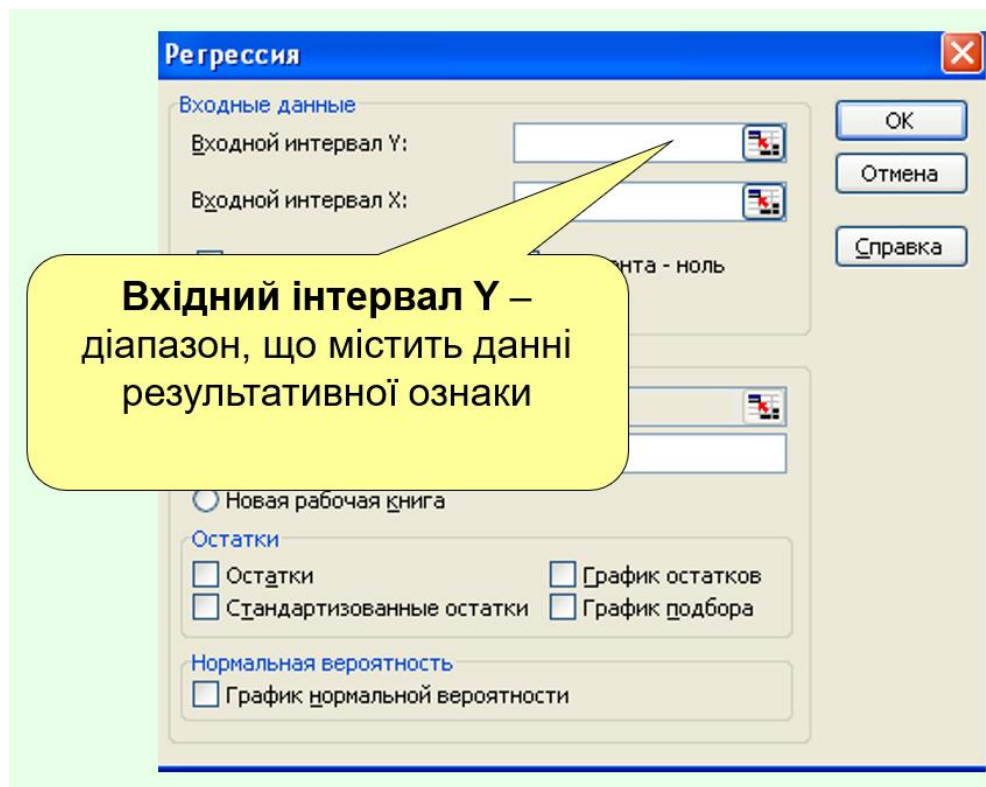
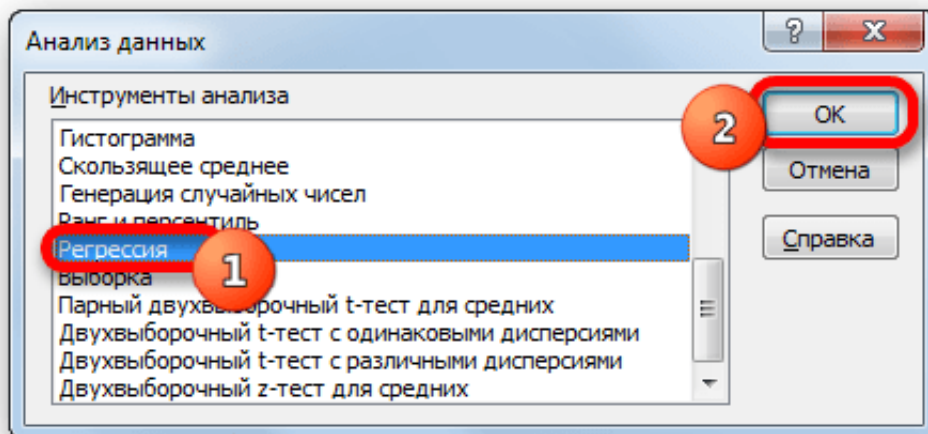
Таблиці вихідних даних надані у додатку В.1 або *xlsx*-файлах, завантажених у систему MOODLE. Приклад розрахунку наданий у файлі *xlsx* «Практична робота 3_Приклад розрахунку», завантаженому в системі MOODLE. Практична робота оформлюється відповідно до *Порядку роботи* і завантажується в систему MOODLE разом із розрахунковим файлом *xlsx* або *xls*. Файли мають бути підписані «ПР3_ПБ».

Порядок роботи:

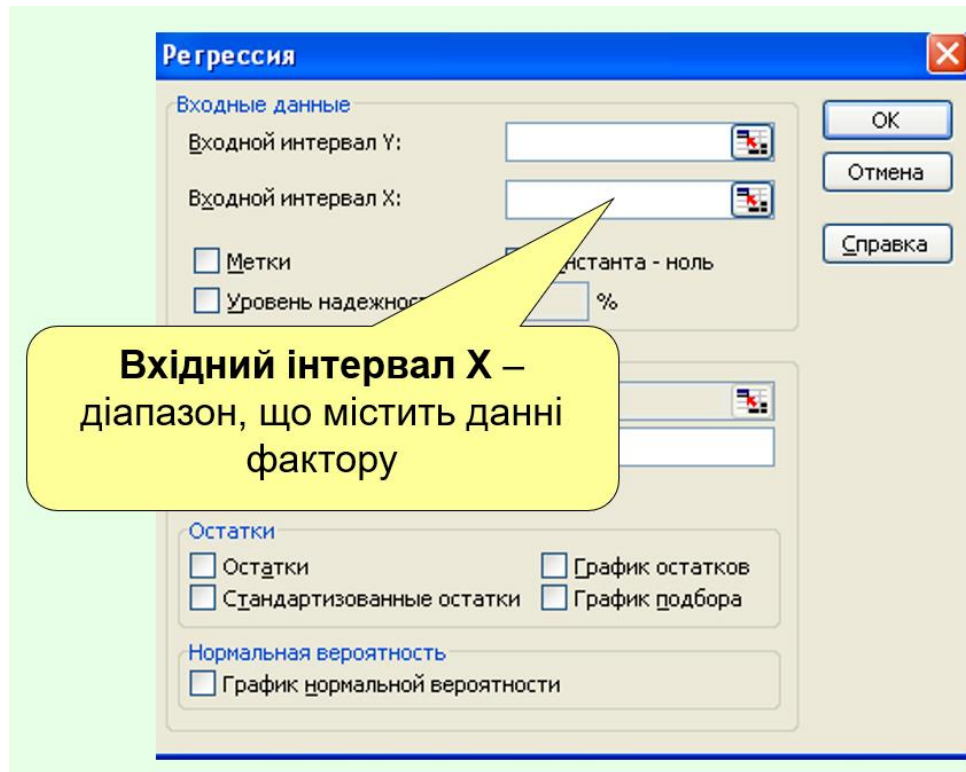
1. Отримати вихідні дані про середньорічні витрати води та значення річних сум іонів у р. Тиса за 1961-2007 роки згідно варіанту (додаток В.1, або *xlsx*-файли завантажені у систему MOODLE) та сформувати таблицю вихідної вибірки у ПК за допомогою програми [Microsoft Excel](#).

2. В активному віконці «анализ данных» зі списку можливостей шукаємо і вибираємо **регрессия** і натискаємо кнопку «OK».

Потім відкривається вікно інструменту «Регрессия». Перший блок налаштувань – «Входные данные». Тут в двох полях потрібно вказати адреси діапазонів, де знаходяться значення аргументу і функції. Ставимо курсор в поле «Входной интервал Y» і виділяємо на аркуші вміст колонки «Y» (значення мінералізації).



Ставимо курсор в поле «*Входной интервал X*» і точно таким же чином виділяємо осередки стовпчика «*X*» (значення витрат води).

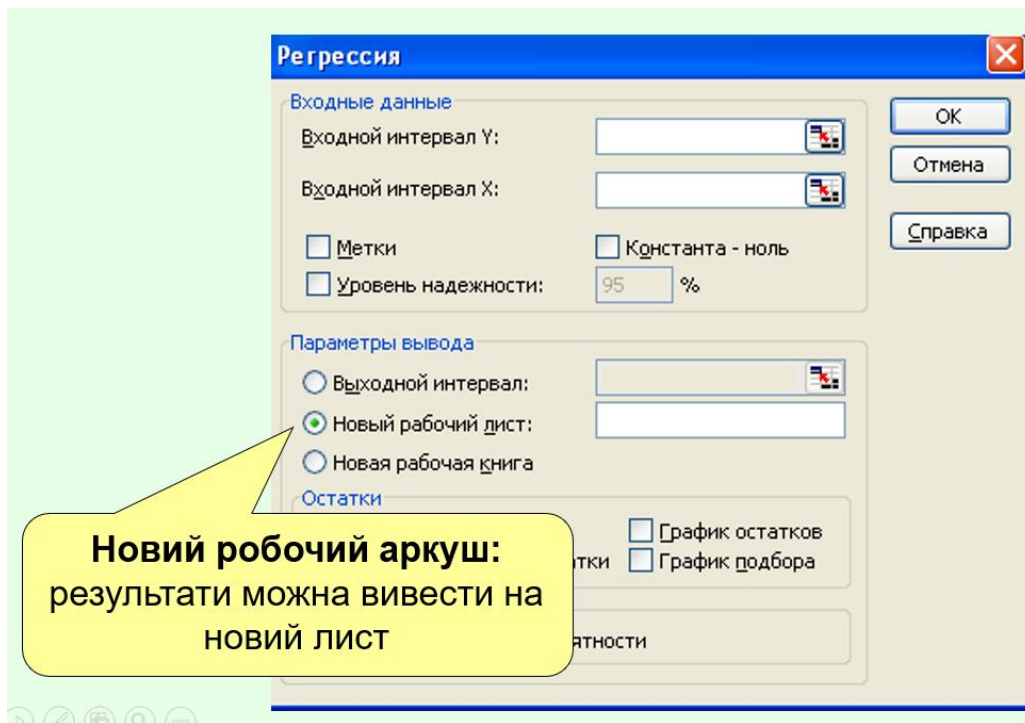


Біля параметрів «Метка» і «Константа-ноль» прапорці не ставимо. Прапорець можна встановити близько параметра «Уровень надежности» і в поле навпроти вказати бажану величину відповідного показника (за замовчуванням 95%).

У групі «Параметры вывода» потрібно вказати, в якій області буде відображатися результат обчислення.

Зупинимо свій вибір на другому варіанті, щоб вихідні дані і результат розміщувалися на другому робочому аркуші.

Групи параметрів «Остатки» і «Нормальная вероятность» ігноруємо, так як для вирішення поставленого завдання вони не важливі. Після цього натискаємо кнопку «OK», яка розміщена в правому верхньому куті вікна «Регрессия».



Програма проводить розрахунок на основі раніше введених даних і виводить результат на новому робочому аркуші. Як бачимо, даний інструмент виводить на лист досить велику кількість результатів за різними параметрами.

Модель, пояснює залежність і зміни досліджуваного параметра - Y (значення мінералізації) від досліджуваних факторів – X (витрати стоку). Іншими словами, R^2 – це показник якості моделі і чим він вищий тим краще.

Він не може бути більше 1 і залежно від його рівня, прийнято розділяти моделі на три групи:

- 0,8-1 – модель доброї якості;
- 0,5-0,8 – модель прийнятної якості;
- 0-0,5 – модель незадовільної якості.

В останньому випадку якість моделі говорить про неможливість її використання для прогнозу.

В прикладі (рис.3.1) ключові осередки залиті жовтим кольором, саме на них потрібно звертати увагу в першу чергу.

Регрессионная статистика	
Множественный R	0,883810187
R-квадрат	0,781120446
Нормированный R-квадрат	0,776030224
Стандартная ошибка	7,45523702
Наблюдения	45

	df	SS	MS	F	Значимость F
Регрессия	1	8529,11906	8529,11906	153,4550787	8,87296E-16
Остаток	43	2389,964038	55,58055902		
Итого	44	10919,0831			

	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-Значение	Нижние 95%	Верхние 95%	Нижние 95,0%	Верхние 95,0%
Y-пересечение	273,6544652	3,142621484	87,07840461	5,42594E-50	267,3167649	279,9921654	267,3167649	279,9921654
Переменная X 1	-0,250647932	0,020233615	-12,38769869	8,87296E-16	-0,291452906	-0,209842957	-0,291452906	-0,209842957

Рис.3.1 Приклад розрахунку досліджуваних рядів за допомогою Аналіз даних: Регресія

Y-пересечение Коэффициенты 273,654465159374 – Параметр **a** – коефіцієнт який показує якою буде **Y** в разі, якщо всі використовувані в моделі фактори будуть дорівнювати 0, мається на увазі що це залежність від інших неописаних в моделі факторів.

Переменная X 1 Коэффициенты (-0,250647931842449) – Параметр **b** коефіцієнт, який показує вагомість впливу фактора **X 1** на **Y**, тобто значення витрат води в межах даної моделі впливає на показник мінералізації з вагою (- 0,2506). Знак мінус показує, що цей вплив від’ємний, тобто чим більше значення витрати води, тим менше значення мінералізації.

Таким чином, Рівняння регресії приймає вигляд:

$$y = 273 - 0,251x$$

3. Для визначення коефіцієнта кореляції необхідно побудувати діаграму $I_i(Q_i)$.

Для цього необхідно:

- Виділити весь діапазон значень ряду Q_i (значення X) та I_i (значення Y) разом.

- Кнопка «**Мастер диаграм**» (або меню **Вставка**).

- Вибрати тип діаграми: «**точечная**». За необхідності ввести параметри діаграми.

- Кнопка «**Готово**». З'явиться точкова діаграма.

- Контекстне меню на будь – якій точці розподілу.

- Вибрати «**Добавить линию тренда**».

- Вказати тип лінії (вибрати базову функцію апроксимації)

- Вкладника «**Параметры**», встановити прапорці «**Показать уравнение на диаграмме**» та «**Поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации R^2** ».

- Кнопка «**ОК**» завершує операцію і на екрані з'являється лінія тренду, рівняння та достовірність R^2 .

$R^2 = 0,7811$, звідки коефіцієнт кореляції $r = -0,88$. Коефіцієнт кореляції має від'ємне значення, оскільки залежність зворотна (чим більше значення витрати води, тим менше значення мінералізації.)

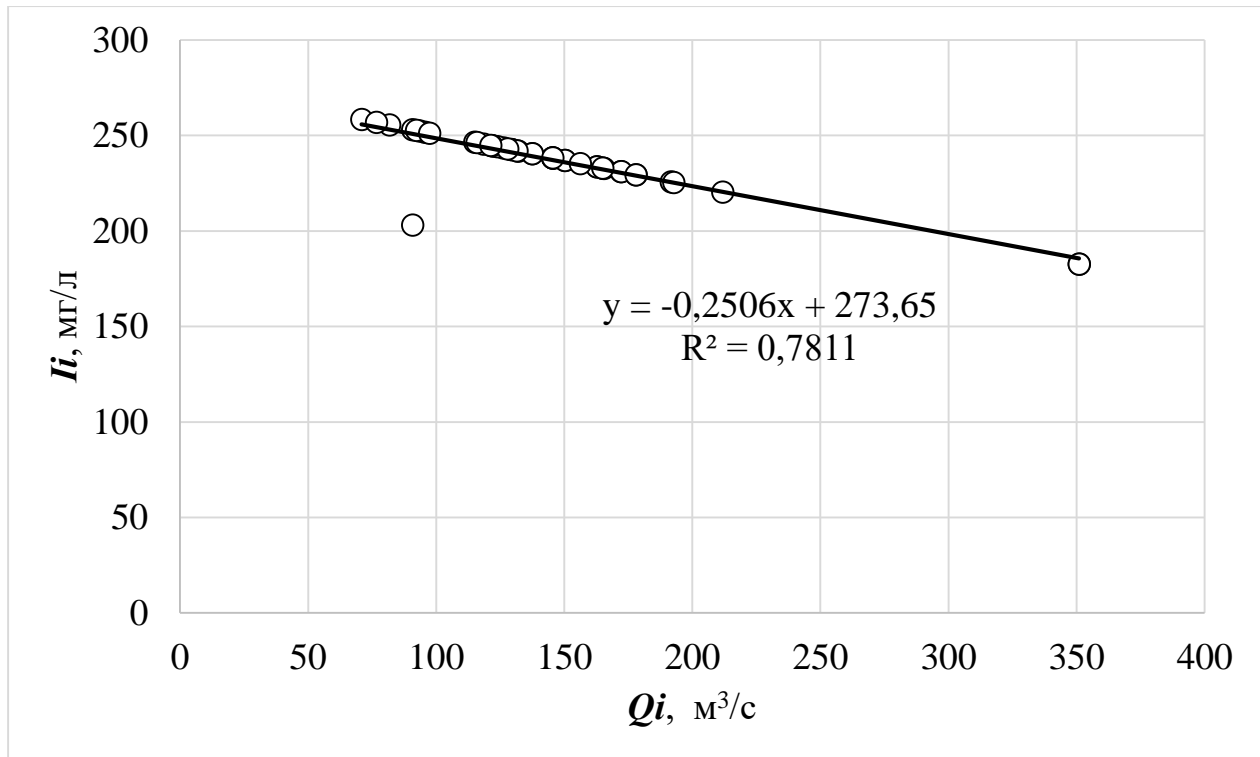


Рис. 3.2 Залежність середньобагаторічної величини мінералізації (I_i) від середньобагаторічних витрат води (Q_i)

4. Визначаємо статистичну значущість рівняння лінійної парної регресії за (3.12)

$$|r| \geq 2\sigma_r,$$

де $r = -0,88$

$$\sigma_r = \frac{1 - r^2}{\sqrt{n - 1}} = \frac{1 - 0,78}{\sqrt{45 - 1}} = 0,0332$$

$$|0,88| \geq 0,066$$

Висновок: Рівняння лінійної парної регресії приймає вигляд: $y = 273 - 0,251x$; коефіцієнт кореляції $r = -0,88$, оскільки залежність зворотна. Рівняння лінійної парної регресії приймається статистично значущим, оскільки коефіцієнт кореляції r , який оцінює тісноту лінійного зв'язку, приймає значення більше подвоєної похибки свого визначення.

Контрольні запитання:

1. Дати визначення тренду.
2. Що характеризує коефіцієнт кореляції?
3. У яких межах змінюється коефіцієнт кореляції за своєю абсолютною величиною?
4. У якому випадку коефіцієнт кореляції приймає знак мінус?
5. Коли виявлений тренд, описаний через рівняння лінійної парної регресії, можна вважати статистично значущим?

ПРАКТИЧНА РОБОТА №4
«ВИЗНАЧЕННЯ ЗНАЧУЩОСТІ ЛІНІЙНОГО ТРЕНДУ ЗА КРИТЕРІЄМ
РАНГОВОЇ КОРЕЛЯЦІЇ (ЗА ДОПОМОГОЮ КОЕФІЦІЄНТА
КЕНДАЛЛА)»

Мета роботи: розраховувати коефіцієнта Кендалла та проаналізувати отримані результати на предмет присутності додатного чи від'ємного тренду, використовуючи вихідний ряд даних спостережень за якістю поверхневих вод суші, відповідно заданих варіантів, за стандартними комп'ютерними програмами [Microsoft Excel](#)

Теоретична частина

Визначення значущості лінійного тренду за критерієм рангової кореляції (коефіцієнт Кендалла) використовуються у тому випадку, коли змінні представлені двома порядковими шкалами за умови, що пов'язані ранги відсутні. Для даного ряду u_1, \dots, u_n необхідно підрахувати кількість випадків де $u_j > u_i$ при $j > i$. Ця кількість випадків позначається як P .

Усього для порівняння є $\frac{1}{2}n(n-1)$ пар і математичне сподівання числа P для випадкового ряду, яке дорівнює

$$m_p = \frac{1}{4}n(n-1), \quad (4.1)$$

де m_p – математичне сподівання числа P ;

n – довжина ряду.

Якщо P перевищує математичне сподівання (4.1), то це вказує на наявність додатного тренду, якщо число P менше (4.1), то це вказує на наявність від'ємного тренду.

Число P пов'язане простим співвідношенням з коефіцієнтом рангової кореляції τ (коефіцієнт Кендала), який може змінюватися від -1 до +1 ($-1 < \tau < 1$) і визначається за формулою

$$\tau = \frac{4P}{n(n-1)} - 1, \quad (4.2)$$

де τ – коефіцієнт Кендалла;

P – число випадків, коли $u_j > u_i$ при $j > i$;

n – довжина досліджуваного ряду.

Математичне сподівання τ для випадкового ряду дорівнює нулю ($m_\tau = 0$), а дисперсія

$$\sigma_\tau^2 = \frac{2(2n+5)}{9n(n-1)}, \quad (4.3)$$

Середнє квадратичне відхилення розраховується за формулою

$$\sigma_\tau = \sqrt{\frac{2(2n+5)}{9n(n-1)}}, \quad (4.4)$$

Значущість тренду встановлюється за виконанням умови

$$|\tau| > 2\sigma_\tau, \quad (4.5)$$

У теперішній час для виявлення тренду використовуються більш складні методи, серед яких набув популярності тест Манна-Кендалла, який використовує непараметричні критерії для перевірки значущості тренду

Практична частина:

Вихідні дані: ряди даних результатів розрахунків показників якості води за різними методиками (ІЗВ, І_{1,2,3}) у різних створах за різні роки спостережень за варіантами. Варіанти обираються відповідно до списку групи у алфавітному порядку.

Таблиці вихідних даних надані у додатку Г.1 або xlsx-файлах, завантажених у систему MOODLE. Приклад розрахунку наданий у файлі xlsx «Практична робота 4_Приклад розрахунку», завантаженому в системі MOODLE. Практична робота оформлюється відповідно до *Порядку роботи* і завантажується в систему MOODLE разом із розрахунковим файлом xlsx або xls. Файли мають бути підписані «ПР4_ПБ».

Порядок роботи:

1. Отримати вихідні дані про результати оцінки якості води згідно варіанту (додаток Г.1), або xlsx-файли завантажені у систему MOODLE та

сформувати таблицю вихідної вибірки у ПК за допомогою програми [Microsoft Excel](#).

2. Наступним кроком необхідно визначити кількість інверсій (P), тобто необхідно визначити скільки чисел у досліджуваній вибірці перевищує кожне число вибірки. Для зручності необхідно досліджуваний ряд розташувати в убутному порядку (табл. 4.1).

Таблиця 4.1 Значення оцінки якості води, розраховані за I_1 та кількість інверсій (P) у досліджуваному створі

	A	B	C	D	E
1	<i>№ з/п</i>	<i>Роки</i>	I_1	I_1 (убутне)	P
2	1	1996	3,33	3,33	16
3	2	2000	2,34	2,91	15
4	3	1997	1,68	2,9	14
5	4	1998	2,4	2,7	13
6	5	1999	2,5	2,64	12
7	6	2001	2,1	2,61	11
8	7	2002	1,67	2,53	10
9	8	2003	2,9	2,5	9
10	9	2004	2,3	2,4	8
11	10	1995	2,2	2,37	7
12	11	2005	2,7	2,34	6
13	12	2006	2,33	2,33	5
14	13	2009	2,53	2,3	4
15	14	2010	2,61	2,2	3
16	15	2007	2,64	2,1	2
17	16	2008	2,91	1,68	1
18	17	1994	2,37	1,67	0
19					$\Sigma P=136$

Виділяємо досліджуваний ряд (діапазон **C2:C18**), копіюємо його і вставляємо в стовпець **D**, виділяємо діапазон **D2:D18** і за допомогою «Сортировка и фильтр» → «Сортировка по убыванию» автоматично розташовуємо ряд в зворотному порядку. В осередку **D2** знаходиться максимальне значення досліджуваного ряду – 3,33, і воно перевищує кожне число вибірки 16 разів (записуємо 16 в осередок **E2**). Наступне число вибірки 2,91 (осередок **D3**) перевищує кожне число вибірки 15 разів (записуємо 15 в осередок **E3**). Наступне число вибірки 2,9 (осередок **D4**) перевищує кожне число вибірки 14 разів (записуємо 14 в осередок **E4**). Таким самим чином продовжуємо визначати кількість інверсій для всіх інших значень вибірки.

Якщо у досліджуваній вибірці є декілька однакових значень, то вони виключаються з вибірки і залишається одне число.

Потім знаходимо число P це сума всіх інверсій (перевищень), які ми обчислили – $\Sigma P=136$

3. Якщо досліджуваний ряд має велику кількість значень, то кількість інверсій (випадків P коли $u_j > u_i$ при $j > i$) можна розрахувати за порівнянням

$$P = \frac{1}{2}n(n - 1) = \frac{1}{2}17(17 - 1) = 136$$

Визначене P дорівнює розрахованому P .

4. Визначаємо математичне сподівання числа P для досліджуваного ряду за (4.1)

$$m_p = \frac{1}{4}n(n - 1) = \frac{1}{4}17(17 - 1) = 68$$

Оскільки P перевищує математичне сподівання m_p ($136 > 68$), то це вказує на наявність додатного тренду.

5. Розраховуємо коефіцієнт Кендалла за (4.2)

$$\tau = \frac{4P}{n(n-1)} - 1 = \frac{4 * 136}{17(17-1)} - 1 = 1$$

6. Дисперсію τ для досліджуваного ряду розраховуємо за (4.3)

$$\sigma_\tau^2 = \frac{2(2n+5)}{9n(n-1)} = \frac{2(2*17+5)}{9*17(17-1)} = 0,0319,$$

7. Розраховуємо середнє квадратичне відхилення за формулою (4.4)

$$\sigma_\tau = \sqrt{\frac{2(2n+5)}{9n(n-1)}} = \sqrt{\frac{2*(2*17+5)}{9*17(17-1)}} = 0,179$$

8. Значущість тренду встановлюється за виконанням умови (4.5)

Оскільки $\tau = 1$, а $2\sigma_\tau = 2*0,179 = 0,357$, то виконується умова $|\tau| > 2\sigma_\tau$, що свідчить про значущість додатнього тренду.

Контрольні запитання:

1. Для чого використовується коефіцієнт Кендалла?
2. В яких межах змінюється коефіцієнт Кендалла?
3. Чому дорівнює математичне сподівання генеральної сукупності для коефіцієнту Кендалла?
4. Про що свідчить присутність наявність додатного (від'ємного) тренду індексів якості води?
5. Як перевірити значущість тренду при використанні коефіцієнту Кендалла?

ПРАКТИЧНА РОБОТА №5
«КРИТЕРІЙ ДАРБІНА УОТСОНА (ОЦІНКА ВІДПОВІДНОСТІ
МОДЕЛІ ДАНИМ СПОСТЕРЕЖЕНЬ)»

Мета роботи: навчитися встановлювати відповідність математичної моделі даним спостережень за критерієм Дарбіна-Уотсона, який базується на наявності кореляційних зв'язків між залишками.

Теоретична частина

Критерій Дарбіна-Уотсона D використовується для оцінки відповідності математичної моделі даним спостережень. Залишки є різницею між фактичним і розрахунковим значенням випадкової величини: $y_i - \tilde{y}_i$. Якщо якість математичної моделі задовільна, то залишки мають бути малими і некорельованими. Якщо у залишків буде сильна додатна кореляція, то це означає, що модель не урахувала якогось важливого предиктора. Критерій Дарбіна-Уотсона D записується у виді

$$D = \frac{\sum_{i=2}^n (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2}, \quad (5.1)$$

$$D = \frac{\sum_{i=2}^n (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2} = \frac{\sum_{i=2}^n e_i^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2} - 2 \frac{\sum_{i=2}^n e_i e_{i-1}}{\sum_{i=1}^n e_i^2} + \frac{\sum_{i=2}^n e_{i-1}^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2}, \quad (5.2)$$

\Downarrow
 «1»

 \Downarrow
 «1»

Звідки

$$D = 1 - 2r(1) + 1 = 2 - 2r = 2[1 - r(1)], \quad (5.3)$$

де $r(1)$ -коефіцієнт кореляції між суміжними залишками.

Якщо зв'язок сильний

$$r(1) = 1, \text{ то}$$

$$D = 1 - 2 + 1 = 0$$

Якщо зв'язок слабкий

$$r(1) = 0$$

$$d = 1 - 0 + 1 = 2$$

Тобто при наявності тісного зв'язку між залишками $D \rightarrow 0$, при відсутності зв'язку $D \rightarrow 2$.

Практична частина:

Вихідні дані: ряди даних спостережень середньорічних витрат води та значень сум іонів згідно варіанту. Варіанти обираються відповідно до списку групи у алфавітному порядку.

Таблиці вихідних даних надані у додатку Д або xlsx-файлах, завантажених у систему MOODLE. Приклад розрахунку наданий у файлі xlsx «Практична робота 5_Приклад розрахунку», завантаженому в системі MOODLE. Практична робота оформлюється відповідно до *Порядку роботи* і завантажується в систему MOODLE разом із розрахунковим файлом xlsx або xls. Файли мають бути підписані «ІР5_ПБ».

Порядок роботи:

1. Отримати вихідні дані про середньорічні витрати води та значення сум іонів згідно варіанту (додаток Д, або *xlsx*-файли завантажені у систему MOODLE) та сформувати таблицю вихідної вибірки у ПК за допомогою програми [Microsoft Excel](#).

2. *Будуємо графік зв'язку мінералізації води (річна сума іонів) і витрат. Додаємо лінію тренду і рівняння лінії тренду. Для цього необхідно:*

- Виділити весь діапазон значень ряду Q_i (значення X) та ΣU (значення Y) разом.

- Кнопка «**Мастер диаграм**» (або меню **Вставка**).

- Вибрати тип діаграми: «**точечная**». За необхідності ввести параметри діаграми.

- Кнопка «**Готово**». З'явиться точкова діаграма.

- Контекстне меню на будь – якій точці розподілу.

- Вибрати «**Добавить линию тренда**».

- Вказати тип лінії (вибрати базову функцію апроксимації)

- Вкладника «**Параметры**», встановити прапорці «**Показать уравнение на диаграмме**» та «**Поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации R^2** ».

- Кнопка «**ОК**» завершує операцію і на екрані з'являється лінія тренду, рівняння та достовірність R^2 .

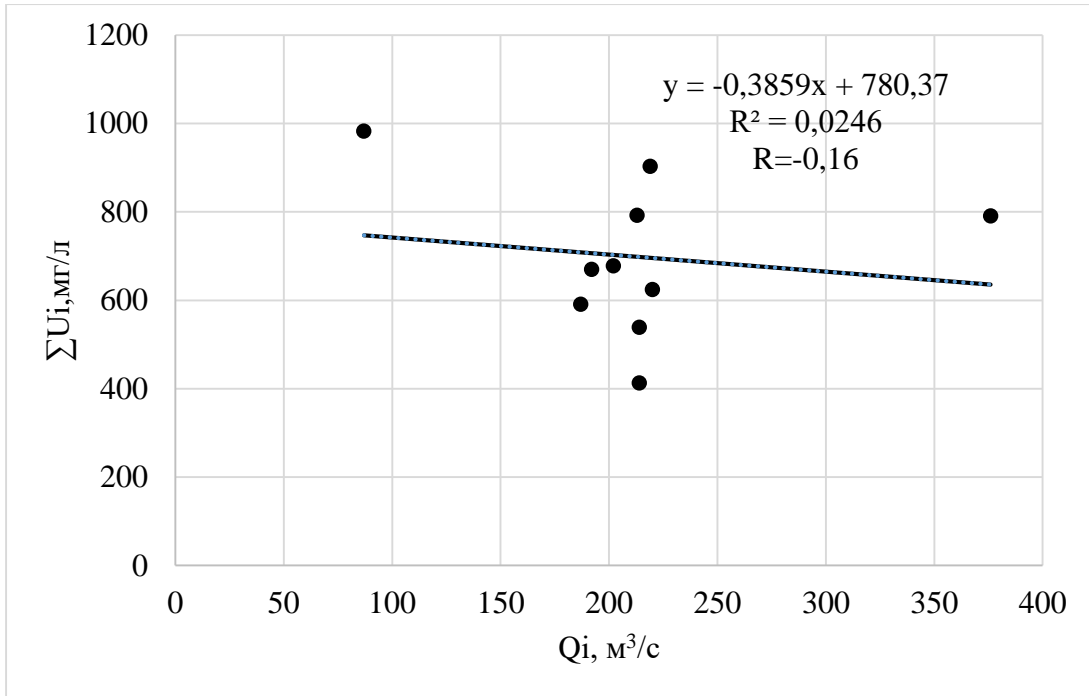


Рис. 5.1 Графік зв'язку мінералізації води (річна сума іонів) і витрат води у р. Вятка - смт Аркуль, період 1975-1984 роки

3. Розраховуємо суму іонів за рівнянням регресії $y = -0,3859 \cdot x + 780,37$, де x – Q_i річна сума іонів ($\text{м}^3/\text{с}$). Для цього, в файлі Microsoft Excel виділяємо осередок **E3**, ставимо знак дорівнює мінус 0,3859 помножити одиночне клацання **C3** плюс 780,37, отримуємо **=-0,3859*C3+780,37** і натискаємо Enter. Знов виділяємо осередок **E3**, фіксуємо мишку лівою кнопкою в правому нижньому куті, плавно тягнемо вниз до кінця розрахункового ряду (копіюємо формулу).

4. Далі розраховуємо $y_i - \tilde{y}_i$ між фактичною сумою іонів та сумою іонів розрахованою за рівнянням регресії. Для цього, в файлі Microsoft Excel виділяємо осередок **F3**, ставимо знак дорівнює одиночне клацання **D3** мінус **E3**

і отримуємо = **D3- E3** натискаємо Enter. Знов виділяємо осередок **F3**, фіксуємо мишку лівою кнопкою в правому нижньому куті, плавно тягнемо вниз до кінця розрахункового ряду (копіюємо формулу).

5. Щоб розрахувати $e_i - e_{i-1}$ в стовбці **G** виділяємо осередок **G4**, оскільки для розрахунку нам потрібно із значення e_i відняти попереднє значення. Таким чином, в **G4** ставимо =**F4-F3** і натискаємо Enter. Виділяємо осередок **G4**, фіксуємо мишку лівою кнопкою в правому нижньому куті, плавно тягнемо вниз до кінця розрахункового ряду (копіюємо формулу).

6. Аналогічним чином за допомогою функції **СТЕПЕНЬ** знаходимо значення в стовбцях **H** та **I**, а потім для них розраховуємо сумарні значення.

7. За (5.1) та (5.3) оцінюємо статистику D значення Дарбіна-Уотсона

$$D = \frac{\sum_{i=2}^n (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2} = \frac{348125}{258830} = 1,35$$

$$D = 2[1 - r(1)] = 2(1 - 0,2038) = 1,59.$$

Існуюча різниця обумовлена тим, що ряд спостережень короткий і при розрахунках коефіцієнту автокореляції між залишками спостерігається крайовий ефект, що призводить до похибок визначення $r(1)$.

Дійсний розподіл критерію D , необхідний для перевірки гіпотези про некорельованість залишків, досить складний. Було встановлено, що критерій D знаходиться між двома статистиками, розподіл яких пов'язаний із розподілом першого коефіцієнту кореляції. Коли $1,5 < D < 2,0$, то зв'язок між

залишками вважається слабким. Коли $0 < D < 1,5$, то зв'язок між залишками вважається вираженим, а відповідність математичної моделі даним спостережень не задовільною.

Табл.2.1 – Розрахунок залишку між фактичною сумою іонів та сумою іонів, розрахованою за рівнянням регресії

	B	C	D	E	F	G	H	I
<i>Роки</i>	Q_i м ³ /с	$\sum U_i$ мг/л	\tilde{U}_i мг/л	$\sum U_i - \sum \tilde{U}_i = e_i$	$(e_i - e_{i-1})$	$(e_i - e_{i-1})^2$	e_i^2	
3	1975	192	670	706	-36			1316
4	1976	376	791	635	156	192	36866	24251
5	1977	87	983	747	236	80	6476	55792
6	1978	214	539	698	-159	-395	156018	25213
7	1979	220	624	695	-71	87	7624	5108
8	1980	219	903	696	207	279	77626	42908
9	1981	213	792	698	94	-113	12840	8803
10	1982	202	678	702	-24	-118	13982	596
11	1983	187	591	708	-117	-93	8610	13737
12	1984	214	413	698	-285	-168	28083	81104
13							$\Sigma 348125$	$\Sigma 258830$

Висновок: оскільки критерій Дарбіна-Уотсона $D=1,35$ та $D=1,59$, то виконується умова $1,5 < D < 2,0$, а математична модель незадовільно описує дані спостережень.

Контрольні запитання:

1. Для чого використовується критерій Дарбіна-Уотсона?
2. Як розрахувати «залишки»?
3. В яких межах змінюється D ?
4. Які висновки можна зробити, коли $1,5 < D < 2,0$?
5. Які висновки можна зробити, коли $0 < D < 1,5$?

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Основна література

1. Лобода Н.С. Лекція 1-2 <http://dpt06s.odeku.edu.ua/course/view.php?id=67#section-1>
2. Лобода Н.С. Лекція 4 «Емпірична крива забезпеченості та екологічні ризики» <http://dpt06s.odeku.edu.ua/course/view.php?id=67#section-1>
3. Лобода Н.С. Лекція 8 «Рівняння лінійної парної регресії» <http://dpt06s.odeku.edu.ua/course/view.php?id=67#section-4>
4. Лобода Н.С. Лекція 6 «Принципи установлення критеріїв значущості. Перевірка статистичних гіпотез.» <http://dpt06s.odeku.edu.ua/course/view.php?id=67#section-1>
5. Лобода Н.С. Лекція 12 «Визначення значущості лінійного тренду за критерієм рангової кореляції. Критерій Дарбіна-Уотсона» <http://dpt06s.odeku.edu.ua/course/view.php?id=67#section-4>

Додаткова література

6. Лобода Н.С. Методи статистичного аналізу у гідрологічних розрахунках і прогнозах. Навчальний посібник. Одеса: Екологія, 2010. 184 с.
7. Лобода Н.С., Овчарук В.А. Гідрологічні розрахунки: конспект лекцій. Дніпропетровськ: Економіка. 2006. 175 с.
8. Директива 2000 / 60/ ЄС Європейського Парламенту і ради від 23 жовтня 2000 року про встановлення рамок діяльності Співтовариства у сфері водної політики. 2000. URL: <http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/371-2015-p> (дата звернення : 08.05.2022)
9. Directive 2000/60/EC of the European Parliament and of the Council of 23 October 2000 establishing a framework for Community action in the field of water policy // Official Journal of the European Communities. 22.12.2000. L. 327, vol. 43. 72 p.
10. Методичні рекомендації щодо визначення основних антропогенних навантажень та їхніх впливів на стан поверхневих вод / Вихрист С., Мудра К., Осійський Е., та ін. Держводагенство 2018. 21 с.

11. Лобода Н.С., Катинська І.В. Визначення антропогенних навантажень та екологічних ризиків в басейні р. Кривий Торець (за програмою підтримки ЄС Водної політики України). *Український гідрометеорологічний журнал*. 2020. №25. С.81-92. ISSN 2311-0902, 2616-7271. С.81-92.

12. Лобода Н.С., Катинська І.В. Визначення антропогенних навантажень та екологічних ризиків на ділянці річки Уди 10 км вище та 9 нижче міста Харків // Abstracts of the 8 th International scientific and practical conference “Actual trends of modern scientific research” (March 14-16, 2021) MDPC Publishing, Munich, Germany. 2021. С.278-284.

13. Loboda N. S., Smalii O. V. The Role Water Content in the Forming of the Ecological Condition of the Rivers of Siverskyi Donets Basin. *Journal of Geography, Environment and Earth Science International*. 2020, Vol. 24 (2). P. 83–93. DOI: <https://doi.org/10.9734/jgeesi/2020/v24i230205>.

ДОДАТКИ

**Додаток А.1 – Ряди даних спостережень за концентраціями хімічних елементів
р. Тилігул – смт Березівка, період 1965-2014 роки**

Номер варіанту		1	2	3	4	5	6	2	8
№ з/п	Роки	Хлориди, мг/л	Сульфати, мг/л	Нітрати, мг/л	Амоній, мг/л	Цинк, мг/л	Хром (+6), мг/л	Мідь, мг/л	Залізо загальне, мг/л
1	1965	190	271	0,84	0,90	0,002	0,012	0,004	0,34
2	1966	230	58	0,74	1,76	0,003	0,018	0,002	0,17
3	1967	147	62	0,33	0,26	0,002	0,009	0,002	0,11
4	1968	33	63	0,15	0,28	0,001	0,015	0,003	1,2
5	1969	241	68	0,52	0,80	0,002	0,014	0,003	0,65
6	1970	42,9	220	1,92	1,04	0,027	0,009	0,005	0,4
7	1971	83,3	124	1,66	3,70	0,021	0,006	0,003	0,27
8	1972	167	246	0,21	2,95	0,017	0,004	0,010	0,05
9	1973	352	220	1,39	0,25	0,015	0,004	0,002	0,18
10	1974	213	243	0,30	3,38	0,014	0,004	0,002	0,06
11	1975	258	97	1,10	2,26	0,017	0,004	0,006	0,08
12	1976	176	170	1,64	0,34	0,015	0,004	0,005	0,09
13	1977	174	71	1,25	1,53	0,018	0,005	0,005	0,08
14	1978	199	209	1,45	4,00	0,006	0,007	0,007	0,14
15	1979	183	140	0,06	1,96	0,005	0,013	0,004	0,16
16	1980	179	196	0,37	0,50	0,004	0,012	0,003	0,17
17	1981	72,3	289	0,89	0,80	0,008	0,007	0,003	0,19
18	1982	237	60	0,44	0,63	0,003	0,009	0,004	0,12
19	1983	232	400	0,01	0,64	0,005	0,009	0,005	0,07
20	1984	230	236	0,01	0,76	0,004	0,009	0,005	0,08
21	1985	222	82	0,02	1,37	0,005	0,009	0,004	0,15
22	1986	36,7	54	0,01	8,00	0,004	0,013	0,002	0,08
23	1987	294	68	0,02	3,38	0,005	0,009	0,004	0,22
24	1988	294	54	0,01	0,02	0,008	0,016	0,005	0,08
25	1989	194	121	0,02	0,01	0,010	0,001	0,007	0,06
26	1990	262	113	0,19	0,02	0,007	0,010	0,005	0,34
27	1991	27,3	65	0,76	0,05	0,009	0,012	0,005	0,28
28	1992	125	238	0,48	0,04	0,007	0,005	0,005	0,22
29	1993	233	116	0,22	0,57	0,005	0,008	0,003	1,31
30	1994	172	102	0,25	0,01	0,007	0,007	0,004	0,76

Продовження таблиці А.1

Номер варіанту		1	2	3	4	5	6	7	8
№ з/п	Роки	Хлориди, мг/л	Сульфати, мг/л	Нітрати, мг/л	Амоній, мг/л	Цинк, мг/л	Хром (+6), мг/л	Мідь, мг/л	Залізо загальне, мг/л
31	1995	265	208	0,47	0,02	0,012	0,004	0,006	0,51
32	1996	233	166	0,42	0,20	0,008	0,007	0,005	0,38
33	1997	179	826	0,07	0,04	0,010	0,006	0,007	0,06
34	1998	191	36,8	0,05	0,01	0,006	0,002	0,003	0,29
35	1999	176	396	0,09	0,12	0,003	0,001	0,002	0,07
36	2000	66,2	338	0,19	0,04	0,006	0,003	0,004	0,09
37	2001	176	340	0,09	0,05	0,004	0,001	0,001	0,1
38	2002	222	360	0,00	0,02	0,004	0,010	0,001	0,09
39	2003	37,2	108	0,01	0,13	0,003	0,011	0,003	0,15
40	2004	83,0	395	0,04	0,04	0,003	0,007	0,002	0,27
41	2005	151,0	334	0,04	0,06	0,000	0,001	0,002	0,28
42	2006	110,2	343	0,51	0,04	0,010	0,013	0,001	0,2
43	2007	146,7	333	0,04	0,43	0,000	0,018	0,001	0,23
44	2008	325,3	231	0,12	0,01	0,003	0,010	0,001	0,08
45	2009	147,7	191	0,02	0,12	0,015	0,006	0,010	0,09
46	2010	319,6	37	0,05	0,10	0,015	0,001	0,007	0,18
47	2011	179	826	0,07	0,04	0,010	0,006	0,007	0,11
48	2012	191	36,8	0,00	0,01	0,006	0,002	0,003	0,33
49	2013	176	396	0,00	0,12	0,003	0,001	0,002	0,11
50	2014	66,2	338	0,19	0,04	0,006	0,003	0,004	0,07

Додаток Б.1 – Ряди даних спостережень за середньорічними
концентраціями забруднюючих речовин у створі р. Кривий Торець
– м. Дружківка (F=1590 км²) за різні роки

роки	дата	Оксиген (%насичення)	БСК5 мг/дм ³	NH ₄ мг/дм ³	PO ₄ мг/дм ³	pH мг/дм ³
1	2	3	4	5	6	7
1992	14.01	77	0,36	6,05	0,647	8,19
	28.05	86	4,83	0,71	0,234	8,21
	29.06	100	6,44	0,76	0,194	8,04
	23.07	93	6,43	1,22	0,191	8,5
	19.09	83	2,77	1,25	0,247	7,95
	05.10	73	6,2	1,39	0,55	7,9
	27.12	93	2,36	3,45	0,527	8
1993	14.01	77	4,53	6,4	0,612	7,83
	03.02	72	3,97	5,1	0,574	8,15
	11.03	112	9,39	2,86	0,437	7,77
	28.04	109	5,23	0,87	0,168	8,03
	28.05	86	5,18	1,15	0,628	7,72
	29.06	100	6,54	0,22	0,829	8,48
	23.07	93	2,98	0,17	0,255	7,75
	19.09	83	1,86	0,48	0,338	8
1994	05.10	73	2	0,68	0,41	8,03
	27.12	93	3,6	3,2	0,39	8,03
	13.01	99	1,09	3,65	0,41	8
	01.02	93	3,94	4,37	0,524	8,15
	05.04	82	5,8	1,2	0,06	8,1
	31.05	80	4,56	0,68	0,354	8,01
	22.06	87	3,86	0,09	0,42	8
	18.10	109	3,93	0,56	0,505	8,1
1995	09.11	104	3,63	0,65	0,499	7,98
	07.12	82	2,97	1,72	0,462	8,26
	20.02	70	2,64	2,33	0,399	8,36
	30.03	89	2,94	1,93	0,213	7,85
	18.07	128	7,39	0,33	0,115	8,75
	10.10	87	3,72	0,47	0,115	8,35
	11.11	86	3,1	0,59	0,169	8,28
1996	10.01	83	0,60	1,6	0,39	8,42
	25.03	79	3,03	1,68	0,41	8,08

Продовження таблиці Б.1

1	2	3	4	5	6	7
	03.04	75	2,22	1,33	0,22	8,05
	30.05	95	2,12	0,63	0,45	8,21
	13.08	85	2,17	0,66	0,35	8,54
	14.10	85	2,72	0,8	0,42	8,17
	28.11	86	2,70	0,66	0,36	8,40
1997	12.03	83	2,9	1,71	0,39	8,37
	28.04	90	3,09	1,13	0,399	8,35
	30.05	76	3,12	1,5	0,361	8,01
	18.06	88	4,37	1,08	0,348	8,08
	12.08	87	3,11	0,9	0,251	8,97
	08.10	66	0,91	0,51	0,267	7,8
	09.12	74	2,51	1,29	0,29	8,25
1998	13.03	91	3,230	1,14	0,199	8,180
	23.03	85	3,610	1,2	0,225	8,220
	19.06	94	8,610	0,48	0,239	8,300
	01.09	117	5,080	0,59	0,152	7,980
	30.10	85	3,760	1,03	0,308	8,080
1999	21.01	60	2,780	1,24	0,328	8,770
	21.01	89	2,120	1,22	0,197	7,950
	10.03	95	7,120	0,59	0,224	8,200
	06.05	73	3,600	0,39	0,247	8,290
	06.05	67	3,930	0,65	0,204	8,250
	03.08	92	1,170	0,58	0,324	8,200
	19.10	74	1,930	0,92	0,312	8,280
2000	12.01	93	2,540	1,05	0,291	7,960
	21.03	93	1,600	1,49	0,330	7,720
	06.04	112	3,220	0,4	0,228	8,230
	16.05	76	1,910	0,29	0,275	8,340
	16.08	112	3,550	0,39	0,284	8,400
	03.10	59	3,050	0,64	0,292	7,750
	02.11	68	2,420	0,52	0,295	8,000
2001	28.03	73	3,38	0,81	0,361	8,18
	17.04	84	2,64	0,8	0,32	8,1
	29.05	64	3,62	0,48	0,351	8,1
	20.07	143	3,7	0,24	0,266	7,96
	13.08	100	4,71	0,41	0,433	8,1

Продовження таблиці Б.1

1	2	3	4	5	6	7
	02.10	92	3,46	0,58	0,3	8,16
	06.11	70	3,48	0,78	0,39	8,3
2002	20.02	86	3,15	0,8	0,268	8,3
	14.03	79	4,08	0,41	0,16	8,17
	14.05	103	2,53	0,37	0,251	8,2
	20.06	91	3,5	0,48	0,351	8,17
	06.08	71	2,59	0,86	0,365	8,11
	15.10	89	1,35	0,53	0,211	8,35
	05.11	73	1,28	0,23	0,228	8,1
2003	11.02	82	1,56	2,8	0,288	8,29
	27.03	76	2,19	2,19	0,163	8,27
	10.04	83	4,42	3,31	0,17	8,25
	05.06	96	2,86	0,65	0,36	8,36
	14.08	101	4,73	0,61	0,115	8,2
	14.10	77	1,28	0,45	0,276	8,21
	11.11	107	1,31	1,92	0,277	8,2
2004	11.03	67	0,95	0,56	0,18	8,25
	12.05	98	3,92	0,32	0,198	8,23
	03.06	78	2,53	0,47	0,35	8,2
	10.08	74	4,11	0,47	0,075	8,15
	25.10	69	2,5	0,64	0,274	8,25
	11.11	80	2,51	0,82	0,015	8,27
2005	10.02	68	1,26	3,13	0,25	8,31
	24.03	78	0,92	1,96	0,051	8,55
	18.05	135	4,01	0,18	0,174	8,23
	21.06	88	3,41	0,15	0,328	8,5
	14.07	107	4,38	0,07	0,122	8,48
	11.10	93	1,9	0,34	0,321	8,45
	08.11	93	2,27	0,31	0,223	8,75
2006	11.01	77	0,87	1,3	0,224	8,4
	23.03	90	0,96	1,61	0,126	8,45
	19.04	99	1,95	0,8	0,153	8,3
	06.06	110	3,56	0,22	0,269	8,4
	12.07	127	4,55	0,19	0,168	8,35
	07.09	87	2,79	0,73	0,378	8,36
	14.12	86	2,92	0,91	0,565	8,25
2007	18.01	83	2,91	0,42	0,461	8,3

Продовження таблиці Б.1

1	2	3	4	5	6	7
	15.03	94	3,56	0,91	0,342	8,58
	19.04	103	2,88	0,5	0,372	8,3
	05.07	128	4,86	0,14	0,322	8,49
	28.08	119	4,53	0,09	0,439	8,6
	25.10	90	4,85	0,08	0,626	8,62
	08.11	82	2,91	0,09	0,638	8,26
2008	24.01	80	4,85	2,23	0,625	8,25
	13.03	78	4,52	0,1	0,567	8,24
	23.04	114	3,87	0,07	0,198	8,43
	10.06	130	3,21	0,33	0,228	8,35
	01.07	98	3,53	0,7	0,255	8,25
	11.09	85	3,54	1,06	0,288	8,53
	21.10	91	4,51	0,44	0,292	8,55
2009	15.01	80	3,32	2,23	0,57	8,25
	17.03	97	1,65	0,23	0,246	7,94
	07.04	107	3,88	0,42	0,302	8,03
	16.06	122	6,8	0,28	0,423	8,3
	14.07	99	5,82	1,11	0,535	8,22
	08.10	116	5,15	0,74	0,49	8,2
	10.11	92	4,21	0,81	0,445	8,09
2010	11.02	81	2,28	2,1	0,305	8,08
	16.03	86	3,3	1,8	0,171	8
	14.04	98	2,91	1,33	0,317	8,03
	15.06	141	5,59	0,44	0,22	8,1
	07.07	129	3,9	1	0,424	8,04
	23.09	124	3,55	0,89	0,37	8,07
	14.10	95	5,21	0,86	0,385	8,05
2011	04.01	75	5,22	1,15	0,41	8,15
	16.03	78	4,52	0,75	0,32	8,1
	12.04	107	3,3	1,12	0,254	8,48
	09.06	108	3,88	0,66	0,103	8,45
	07.07	140	3,89	0,4	0,206	8,42
	14.09	85	3,87	0,45	1,501	8,41
	12.10	95	3,56	0,6	0,499	8,73
2012	24.01	78	5,49	1,5	0,255	8,24
	20.03	70	3,89	3,88	0,198	8,09
	11.04	89	3,23	0,63	0,188	8,1

Продовження таблиці Б.1

1	2	3	4	5	6	7
	12.06	108	3,85	0,62	0,226	8,16
	03.07	121	3,9	0,49	0,625	8,38
	12.09	102	4,1	0,61	0,189	8,44
	15.11	44	5,1	1,8	0,501	8,32
2013	13.02	78	1,94	1,19	0,693	8,64
	22.05	122	1,59	2,03	0,697	8,45
	12.06	128	1,61	1,3	0,27	8,5
	14.08	162	5,2	0	0,35	8,53
	10.10	71	2,9	0,85	0,323	8,51
2014	12.03	70	2,3	0,85	0,339	8,35

I варіант: 1992-2006 роки

II варіант: 2000-2010 роки

III варіант: 2003-2014 роки

IV варіант: 1998-2008 роки

V варіант: 2002-2012 роки

VI варіант: 1997-2007 роки

VII варіант: 2001-2011 роки

VIII варіант: 1999-2009 роки

Додаток В.1 – Таблиця вихідних даних спостережень середньорічних витрат води та значення річних сум іонів у басейні р. Тиса за 1961-2007 роки

№ з/п	Роки	I варіант		II варіант		III варіант		IV варіант		V варіант		VI варіант		VII варіант		VIII варіант	
		р.Тиса-м.Чоп		р.Тиса-пгт Білок		р.Тиса-м.Хуст		р.Тиса-м.Рахів		р.Латориця-м.Чоп		р.Тиса-пгт Луги		р.Тиса-с.Ясіня		р.Тиса-м.Тячів	
		Q_i , м ³ /с	I_i , мг/л	Q_i , м ³ /с	I_i , мг/л	Q_i , м ³ /с	I_i , мг/л	Q_i , м ³ /с	I_i , мг/л	Q_i , м ³ /с	I_i , мг/л	Q_i , м ³ /с	I_i , мг/л	Q_i , м ³ /с	I_i , мг/л	Q_i , м ³ /с	I_i , мг/л
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	1961	113,0	297,5	243,5	217,3	115,4	238,4	12,7	234,8	13,0	87,5	3,5	27,3	4,0	57,5	90,8	253,1
2	1962	246,8	201,2	234,9	214,5	123,7	240,6	28,5	232,6	26,8	141,2	4,9	30,0	5,8	81,2	351,0	182,7
3	1963	140,0	300,6	241,8	213,4	111,0	243,7	21,6	233,6	14,0	90,6	4,8	33,4	4,0	84,0	150,2	237,0
4	1964	184,3	293,8	238,9	208,4	154,3	240,8	24,8	233,1	18,3	93,8	8,9	53,4	6,3	93,8	137,5	240,5
5	1965	223,0	283,8	236,4	201,8	166,1	240,1	26,4	232,9	23,0	98,8	6,4	51,8	5,2	83,8	162,8	233,6
6	1966	218,5	284,8	236,7	202,5	195,8	238,2	26,2	232,9	28,5	184,8	6,7	52,5	5,5	84,8	145,5	238,3
7	1967	180,8	294,7	239,1	209,3	165,8	240,1	23,4	233,3	18,8	94,7	9,1	89,3	6,8	94,7	165,0	233,0
8	1968	225,7	284,8	236,3	202,1	220,5	236,6	27,6	232,7	25,7	154,8	6,3	52,1	5,7	84,8	177,9	229,5
9	1969	189,1	290,5	238,6	206,6	197,0	238,1	23,7	233,3	18,1	109,5	3,6	26,6	6,1	90,5	129,3	242,7
10	1970	261,7	278,8	233,9	197,9	206,3	237,5	39,0	231,1	26,7	178,8	3,9	27,9	5,7	78,8	95,6	251,8
11	1971	168,0	294,2	240,0	202,1	144,9	241,5	22,6	233,4	17,0	94,2	4,0	32,1	7,0	94,2	132,0	242,0
12	1972	158,5	296,6	240,6	210,3	136,6	242,0	21,5	233,6	18,5	106,6	4,6	32,3	4,5	66,6	145,6	238,3
13	1973	123,9	303,8	242,8	216,0	109,1	233,8	18,4	234,0	23,9	133,8	4,8	36,0	2,9	30,8	165,6	232,9
14	1974	427,7	249,3	223,3	177,2	392,8	225,5	28,5	232,6	27,7	149,3	3,3	27,2	3,7	49,3	145,4	238,3
15	1975	198,5	288,7	238,0	205,5	177,1	239,4	21,0	233,6	19,5	128,7	3,0	25,5	4,5	88,7	191,7	225,8
16	1976	201,5	288,8	237,8	204,8	165,6	240,1	22,7	233,4	20,5	128,8	3,8	28,8	2,5	18,8	172,1	231,1
17	1977	243,8	280,0	235,1	199,2	201,3	237,9	28,6	232,6	24,8	138,0	5,1	49,2	3,8	38,0	172,2	231,1
18	1978	246,8	280,6	234,9	199,1	177,7	239,3	26,7	232,8	24,8	138,6	4,9	39,1	6,8	90,6	122,3	244,6
19	1979	255,1	278,3	234,4	198,5	193,6	238,3	25,5	233,0	25,1	139,3	4,4	38,5	5,1	88,3	115,0	246,6
20	1980	292,6	270,4	232,0	191,8	216,9	236,8	31,9	229,1	29,6	152,4	3,2	29,8	2,6	17,4	90,8	253,1
21	1981	237,6	281,8	235,5	200,1	160,5	240,5	27,4	232,7	27,6	138,8	3,5	30,1	5,6	81,8	351,0	182,7

Продовження таблиці В.1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
22	1982	199,7	288,3	237,9	205,1	150,6	241,1	27,8	232,7	29,7	153,3	3,9	31,1	6,7	88,3	150,2	237,0
23	1983	165,4	296,9	240,1	210,6	113,5	243,5	22,5	233,4	26,4	139,9	4,1	46,6	5,4	86,9	137,5	240,5
24	1984	173,4	293,7	239,6	208,3	117,8	243,2	24,5	233,1	27,4	149,7	3,6	28,3	3,4	13,7	162,8	233,6
25	1985	244,4	282,9	235,1	200,3	189,8	238,6	28,0	232,6	24,4	128,9	3,1	20,3	4,4	68,9	145,5	238,3
26	1986	181,7	292,3	239,0	207,7	152,3	241,0	21,6	233,6	18,7	112,3	3,0	20,0	4,7	69,3	165,0	233,0
27	1987	156,3	298,5	240,7	211,5	123,8	242,8	17,9	234,1	16,3	98,5	4,7	49,5	6,3	88,5	177,9	229,5
28	1988	193,4	290,7	238,3	205,8	154,5	240,9	24,4	233,2	19,4	110,7	3,3	25,8	3,4	30,7	129,3	242,7
29	1989	202,5	290,1	237,8	205,6	156,6	240,7	28,3	232,6	20,5	120,1	3,8	26,6	2,5	19,1	118,6	245,6
30	1990	143,7	300,2	241,5	212,8	97,0	244,5	19,8	233,8	14,7	90,2	4,5	32,8	3,7	30,2	81,7	255,6
31	1991	139,4	301,5	241,8	213,8	100,4	244,3	21,0	233,6	13,4	89,5	4,8	33,8	3,4	30,5	93,5	252,4
32	1992	190,4	290,8	238,4	205,8	158,9	240,6	25,6	233,0	19,4	100,8	3,4	25,8	2,4	19,8	156,3	235,4
33	1993	180,3	294,4	239,2	208,8	138,3	241,9	23,7	233,3	18,3	94,4	3,2	28,8	2,3	19,4	126,3	243,5
34	1994	193,9	291,0	238,3	206,3	156,9	240,7	28,7	232,5	19,9	95,0	3,3	26,3	3,9	39,0	92,3	252,7
35	1995	280,7	277,0	232,7	196,5	230,8	235,9	34,2	231,8	20,7	127,0	2,7	19,5	2,7	17,0	123,9	244,1
36	1996	154,9	298,0	240,8	210,8	123,0	242,9	22,2	233,5	15,9	98,0	4,8	32,8	4,9	69,0	121,8	244,7
37	1997	192,7	290,2	238,4	205,7	152,5	241,0	23,6	233,3	19,7	111,2	3,4	25,7	2,7	19,2	70,9	258,5
38	1998	349,7	264,3	228,3	167,5	261,3	234,0	33,9	231,8	19,7	114,3	2,3	18,5	3,7	36,3	76,6	256,9
39	1999	349,7	264,3	228,3	167,5	199,1	238,0	31,7	232,1	19,7	114,3	2,3	18,5	3,7	34,3	131,5	242,1
40	2000	195,8	294,2	238,2	208,0	161,8	240,4	24,9	233,1	19,8	115,2	3,2	20,8	5,8	79,2	115,8	246,3
41	2001	246,0	282,1	235,0	200,3	196,7	238,1	33,9	231,8	16,0	92,1	3,5	20,3	4,0	68,1	127,8	243,1
42	2002	216,2	286,3	236,9	203,0	170,3	239,8	31,9	232,1	16,2	96,3	3,9	23,0	2,2	16,3	192,7	225,5
43	2003	118,1	305,9	243,2	217,1	90,5	245,0	19,3	233,9	18,1	105,9	4,2	37,1	5,1	70,9	97,4	251,3
44	2004	208,2	287,8	237,4	223,4	164,8	240,2	27,3	232,7	18,2	107,8	3,4	25,4	2,2	17,8	121,3	244,9
45	2005	182,8	293,5	239,0	208,2	140,8	241,7	24,8	233,1	18,8	109,5	3,0	28,2	2,8	25,5	211,8	220,3
46	2006	229,5	284,8	236,0	202,1	182,9	239,0	31,8	232,1	22,5	128,8	3,6	32,1	2,5	24,8	165,0	233,0
47	2007	219,5	285,3	236,7	202,4	179,8	239,2	32,4	232,0	21,5	128,3	3,7	32,4	2,5	15,3	177,9	229,5

Додаток Г.1 – Таблиця вихідних даних про результати оцінки якості води, розрахованих за різними методиками (ІЗВ, I_{1,2,3}) у різних створах за різні роки спостережень

№ з/п	Роки	I варіант	II варіант	III варіант	IV варіант	V варіант	VI варіант	VII варіант	VIII варіант
		ІЗВ	ІЗВ	I ₁	I ₁	I ₂	I ₂	I ₂	I ₃
1	1989	0,45	0,29	1,67	3	3,25	2,82	3,45	2,86
2	1990	0,3	0,2	1,63	3,66	3,82	2,91	3,5	3
3	1991	0,29	0,24	1,69	4,67	3,5	3,72	3,2	3,71
4	1992	0,17	0,96	2	3,1	3,8	3,25	3,25	4,43
5	1993	0,5	2,58	1,64	2,67	3	4,12	2,9	5
6	1994	2,02	2,08	2,1	3,2	2,9	4	2,7	4,5
7	1995	0,75	1,08	1,33	4	3,36	5,25	3,48	4,56
8	1997	0,78	0,43	2,5	4,5	3,45	3,66	3,18	4,14
9	1998	0,91	0,07	2,7	3,33	3,55	4,14	3,3	4,25
10	1999	0,24	0,9	1,67	3,37	3,09	2,82	3,11	3,72
11	2000	0,92	1	2	2,67	3,18	3,27	3,33	3,57
12	2001	0,79	0,35	1,34	3,35	3,38	3,73	3,22	3,58
13	2003	0,2	0,37	1,35	2,61	3,3	3,64	3,27	3,57
14	2004	0,12	0,26	1,68	3,8	3,4	4,05	3,41	2,14
15	2005	0,14	0,28	1,38	3,22	3,33	3,09	3,38	3,6
16	2007	0,35	0,71	1,64	3,31	3,75	3,73	3	2,88
17	2008	-	-	1,61	3,37	3,5	3,75	3,46	3,12
18	2009	-	-	1,67	2,66	3,77	3,82	-	2,86
19	2011	-	-	-	-	3,5	4	-	3,12
20	2012	-	-	-	-	-	3,68	-	-

**Додаток Д.1 – Середньомісячні витрати води у р. Вятка – смт Аркуль,
період 1965-2014 роки**

Місяць	Витрати води осереднені за місяць, Q, м ³ /с									
	Роки									
	Варіант 1									
	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974
1	47,7	58,8	93,6	51,0	184	385	156	205	470	15,2
2	54,0	51,1	54,2	46,1	154	161	147	19,7	45,1	14,2
3	56,3	53,4	64,9	48,3	152	162	133	165	239	59,7
4	99,5	767	2424	58,2	1821	3540	173	1570	2957	249
5	589	468	891	156	2520	3859	859	550	1011	327
6	582	165	226	110	428	806	256	301	391	278
7	128	155	245	87,7	292	378	192	431	591	312
8	56,5	95,4	315	53,6	158	186	136	596	1264	318
9	77,8	258	437	190	146	159	136	380	459	320
10	312	350	881	200	150	164	121	331	361	306
11	225	238	730	35,4	154	226	108	268	319	202
12	79,2	176	1479	104	140	170	125	267	297	247
	Варіант 2									
	1975	1976	1977	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984
1	47,7	53,7	40,3	59,0	56,7	55,5	55,4	55,4	55,2	59,0
2	54,0	54,5	53,7	50,8	51,7	51,7	52,6	53,6	52,4	50,8
3	56,3	57,5	54,5	50,0	49,0	50,4	49,4	48,3	49,7	50,0
4	99,5	333	44,0	60,0	61,2	65,5	58,2	59,4	72,6	60,0
5	589	1143	265	799	850	865	850	809	749	799
6	582	1058	224	181	193	209	206	181	165	181
7	128	210	64,3	212	193	181	162	150	141	212
8	56	113	28,6	71,7	71,7	66,4	63,8	61,2	61,2	71,7
9	78	137	44,8	193	242	239	226	219	209	193
10	312	872	57,8	262	262	273	287	280	276	262
11	225	378	109	478	462	433	402	363	265	478
12	79,2	105	62,1	150	143	143	143	145	145	150
	Варіант 3									
	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987
1	59,0	56,7	55,5	55,4	55,4	55,2	59,0	47,7	53,7	40,3
2	50,8	51,7	51,7	52,6	53,6	52,4	50,8	54,0	54,5	53,7
3	50,0	49,0	50,4	49,4	48,3	49,7	50,0	56,3	57,5	54,5
4	60,0	61,2	65,5	58,2	59,4	72,6	60,0	99,5	333	44,0
5	799	850	865	850	809	749	799	589	1143	265
6	181	193	209	206	181	165	181	582	1058	224
7	212	193	181	162	150	141	212	128	210	64,3
8	71,7	71,7	66,4	63,8	61,2	61,2	71,7	56	113	28,6
9	193	242	239	226	219	209	193	78	137	44,8
10	262	262	273	287	280	276	262	312	872	57,8
11	478	462	433	402	363	265	478	225	378	109
12	150	143	143	143	145	145	150	79,2	105	62,1

Продовження таблиці Д.1

Місяць	Витрати води осереднені за місяць, Q, м ³ /с									
	Роки									
	Варіант 4									
	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994
1	47,7	53,7	40,3	40,3	41,1	41,1	44,8	45,5	46,3	53,7
2	54,0	54,5	53,7	54,5	54,5	53,7	53,7	53,7	53,7	53,7
3	56,3	57,5	54,5	54,5	54,5	55,2	56,0	56,0	56,7	57,5
4	99,5	333	44,0	61,3	59,8	56,7	50,7	49,2	46,3	307
5	589	1143	265	265	289	327	383	334	299	822
6	582	1058	224	1058	1050	982	688	555	511	248
7	128	210	64,3	200	187	180	170	153	143	74,1
8	56	113	28,6	64,3	61,0	64,3	100	97,0	83,9	28,6
9	78	137	44,8	64,3	93,7	104	123	130	137	48,0
10	312	872	57,8	71	104	150	187	170	137	419
11	225	378	109	361	378	314	297	300	299	117
12	79,2	105	62,1	97,7	94,1	93,1	88,7	86,9	86,1	63,5
	Варіант 5									
	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
1	41,1	44,8	45,5	46,3	53,7	243	209	181	174	171
2	53,7	53,7	53,7	53,7	53,7	156	156	156	161	161
3	55,2	56,0	56,0	56,7	57,5	150	157	162	162	162
4	56,7	50,7	49,2	46,3	307	188	326	429	807	1132
5	327	383	334	299	822	3635	3859	3654	3298	3126
6	982	688	555	511	248	754	586	462	414	396
7	180	170	153	143	74,1	256	266	347	378	375
8	64,3	100	97,0	83,9	28,6	181	175	167	167	164
9	104	123	130	137	48,0	136	143	141	138	143
10	150	187	170	137	419	156	151	154	162	162
11	314	297	300	299	117	226	223	139	143	143
12	93,1	88,7	86,9	86,1	63,5	125	138	162	147	147
	Варіант 6									
	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
1	243	209	181	174	171	170	168	156	385	156
2	156	156	156	161	161	147	148	152	161	147
3	150	157	162	162	162	162	162	133	162	133
4	188	326	429	807	1132	2790	2914	3521	3540	173
5	3635	3859	3654	3298	3126	2428	1842	996	3859	859
6	754	586	462	414	396	361	323	259	806	256
7	256	266	347	378	375	361	323	215	378	192
8	181	175	167	167	164	151	154	138	186	136
9	136	143	141	138	143	148	148	154	159	136
10	156	151	154	162	162	159	154	138	164	121
11	226	223	139	143	143	143	125	114	226	108

12	125	138	162	147	147	144	142	131	170	125
----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Продовження таблиці Д.1

Місяць	Витрати води осереднені за місяць, Q, м ³ /с									
	Роки									
	Варіант 7									
	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
1	170	168	156	385	156	470	414	395	340	287
2	147	148	152	161	147	15,1	14,9	14,8	14,4	14,5
3	162	162	133	162	133	59,7	97,3	109	149	171
4	2790	2914	3521	3540	173	249	278	292	339	1338
5	2428	1842	996	3859	859	1011	868	828	618	536
6	361	323	259	806	256	320	312	312	312	296
7	361	323	215	378	192	505	591	591	533	551
8	151	154	138	186	136	485	604	706	1264	1057
9	148	148	154	159	136	448	379	372	358	365
10	159	154	138	164	121	316	306	312	318	347
11	143	125	114	226	108	319	207	211	268	288
12	144	142	131	170	125	273	277	270	263	272
	Варіант 8									
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
1	470	414	395	340	287	264	204	62,6	15,5	205
2	15,1	14,9	14,8	14,4	14,5	14,4	14,4	27,4	45,1	19,7
3	59,7	97,3	109	149	171	172	174	182	215	165
4	249	278	292	339	1338	2029	2432	2381	1368	1570
5	1011	868	828	618	536	514	511	406	342	550
6	320	312	312	312	296	294	280	282	302	301
7	505	591	591	533	551	493	381	344	389	431
8	485	604	706	1264	1057	1068	454	318	482	596
9	448	379	372	358	365	367	422	356	333	380
10	316	306	312	318	347	335	325	349	354	331
11	319	207	211	268	288	272	288	295	282	268
12	273	277	270	263	272	270	263	252	282	267