

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

*ГОПЧЕНКО Є. Д., ШАКІРЗАНОВА Ж. Р.,
ОВЧАРУК В. А.*

**СУЧАСНІ МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ
В ГІДРОЛОГІЧНИХ РОЗРАХУНКАХ
ТА ПРОГНОЗАХ**

Конспект лекцій

Г66
УДК 556.048

Рекомендовано методичною радою Одеського державного екологічного університету Міністерства освіти і науки України як конспект лекцій (протокол № 8 від 28.05.2015 р.).

Гопченко Є. Д., Шакірманова Ж. Р., Овчарук В. А.

Сучасні математичні моделі в гідрологічних розрахунках та прогнозах: конспект лекцій. Одеса, ОДЕКУ, 2015. 195с.

В конспекті лекцій викладені теоретичні та методичні основи сучасних математичних моделей у гідрологічних розрахунках та прогнозах водного режиму річок, можливості їх практичного застосування в оперативній гідрологічній практиці.

Конспект лекцій рекомендовано для аспірантів, магістрів і студентів вищих навчальних закладів.

ISBN 978-966-186-028-4

© Гопченко Є. Д., Шакірманова Ж. Р., Овчарук В. А., 2015
© Одеський державний екологічний університет, 2020

ЗМІСТ

Загальні положення	6
Вступ... ..	8
1 Математичні моделі для нормування розрахункових характеристик максимального стоку паводків і водопіль	9
1.1 Математичні моделі максимального стоку, засновані на геометричній схематизації гідрографів стоку	9
1.1.1 Редукційні формули максимального стоку річок.....	20
1.1.2 Об'ємні формули максимального стоку річок.....	24
1.2 Формули максимального стоку, засновані на теорії руслових ізохрон.....	27
1.3 Операторна модель формування максимального стоку паводків і водопіль	46
Завдання і запитання для самоперевірки.....	73
2 Загальні основи математичного моделювання у гідрологічних прогнозах	74
2.1 Моделювання гідрологічних процесів. Види моделей стоку, їх типізація і схематична класифікація.....	75
2.2 Принцип вибору і точність моделей... ..	78
2.3 Оцінка параметрів моделей... ..	79
2.4 Основні етапи розвитку математичного моделювання у гідрологічних прогнозах	81
Завдання і запитання для самоперевірки.....	86
3 Математичні моделі у короткострокових гідрологічних прогнозах	87
3.1 Моделі типу «чорного ящика» (системний підхід).....	87
3.2 Концептуальні моделі	89
3.2.1 Математичні моделі короткострокових прогнозів гідрографів дощового та тало-дощового стоку рівнинних річок.....	90
3.2.1.1 Модель Гідрометцентру колишнього СРСР	90
3.2.1.2 Модель В.І.Кореня і В.О.Бельчикова	99
3.2.2 Математичні моделі короткострокових прогнозів гідрографів дощового та тало-дощового стоку гірських річок.....	106
3.2.2.1 Модель для прогнозу дощового стоку гірських річок	106
3.2.2.2 Модель тало-дощового стоку гірських річок (автор Ю.М.Денисов).....	110
Завдання і запитання для самоперевірки.....	119
4 Сучасні математичні моделі довгострокових гідрологічних про-	

гнозів	120
4.1 Модель «СЛОЙ-2» для довгострокового прогнозування шарів стоку весняного водопілля (автор М.М.Сусідко).....	120
4.1.1 Науково-методична база	120
4.1.2 Просторовий довгостроковий прогноз шарів стоку за водопілля	123
4.2 Модель для територіальних довгострокових прогнозів характеристик весняного водопілля рівнинних річок	130
4.2.1 Теоретичні основи методу прогнозу.....	130
4.2.2 Автоматизація процесу оперативного прогнозування при використанні комп'ютерного комплексу	134
4.3 Прогнозування строків початку та настання максимальних витрат води весняних водопіль на рівнинних річках.....	143
4.3.1 Методичні основи прогнозів строків початку та настання максимальних витрат води весняних водопіль.....	143
4.3.2 Схема складання прогнозу дат початку і максимальних витрат води весняного водопілля в комп'ютерному комплексі	151
Завдання і запитання для самоперевірки.....	155
5 Математичні моделі, що використовуються у зарубіжній практиці ВМО	157
5.1 Огляд математичних моделей зарубіжних авторів для прогнозування гідрографа дощового стоку	157
5.1.1 Модель Сакраменто.....	157
5.1.2 Резервуарна модель (танк-модель)	160
5.1.3 Стенфордська модель (автори Н.Г.Крауфорд і Р.К.Лінслей).....	162
5.1.4 Модель Д.Доуді і О'Доннела.....	163
5.1.5 Модель Шеньсі	163
5.1.6 Модель Лічі , Доуді і Бергмана	164
5.1.7 Модель Д.Є.Неша	166
5.2 Гідродинамічні (фізико-математичні) моделі.....	166
5.2.1 Європейська гідрологічна система (ЄГС).....	167
5.2.2 Модель Датського гідравлічного інституту MIKE 11....	170
5.2.3 Розподілена гідрологічна модель ТОПКАПІ-ППММС, побудована з використанням ГІС-технологій обробки просторових даних.....	172
5.3 Стохастичне моделювання гідрологічних рядів.....	173
5.3.1 Марковські моделі 1-го порядку... ..	174
5.3.2 Авторегресійні моделі з ковзаючим середнім (ARMA)... ..	175
5.3.3 Моделі дрібного гауссовського шуму і нелінійних процесів... ..	176
5.4 Динаміко-стохастичне моделювання (модель Л.С.Кучмента).....	176
Завдання і запитання для самоперевірки.....	183
Основна література.....	185
Додаткова література.....	186

Додаток А. Блок-схема для прогнозу максимальних витрат (рівнів) води і строків проходження весняного водопілля в автоматизованому програмному комплексі «Прип'ять».....	191
Таблиця А.1 – Зміст блоків.....	191
Рисунок А.2 - Скорочена блок-схема для прогнозу максимальних витрат (рівнів) води та строків проходження весняного водопілля в автоматизованому програмному комплексі «ПРИП'ЯТЬ».....	194

ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Дисципліна «Сучасні математичні моделі в гідрологічних розрахунках та прогнозах» відноситься до нормативних, циклу природничо-наукової професійної підготовки гідрологів освітньо-кваліфікаційного рівня магістрів за спеціальністю 103 «Науки про Землю», «Гідрологія» та використовується ними в їх практичній діяльності.

Мета дисципліни – формування у магістрів систематичних знань в галузі сучасних математичних моделей з розрахунків і прогнозів гідрологічних характеристик річок, озер та водосховищ. Дисципліна «Сучасні математичні моделі в гідрологічних розрахунках та прогнозах» – одна з найбільш важливих частин при підготовці магістрів в галузі сучасної гідрології. Вона потребує глибоких знань стосовно закономірностей формування та розвитку гідрологічних процесів, вміння застосовувати ці знання при залученні моделей стокових процесів для подальшого їх використання для розрахунків і прогнозів майбутнього стану водних об'єктів.

Завдання дисципліни – формування у магістрів розуміння суті сучасних математичних моделей у гідрологічних розрахунках та прогнозах, одержання ними практичних навичок використання та оцінки надійності й якості цих моделей у різних фізико-географічних умовах.

Вивчення дисципліни базується на знаннях, отриманих студентами при попередньому вивченні комплексу фундаментальних дисциплін: вищої математики, теорії ймовірності, фізики, обчислювальної техніки та програмування, а також таких природничо-наукових дисциплін, як геофізична гідродинаміка, фізика атмосфери, кліматологія, методи гідрометвимірювань, методи аналізу та обробки гідрометінформації, фізична гідрологія, гідрофізика, гідрологічні розрахунки, гідрологічні прогнози та ін.

Знання, набуті при вивченні дисципліни будуть використані при вивченні дисциплін “Методологія і організація наукових досліджень”, “Методи просторового узагальнення гідрологічної інформації”, “Основи цифрового картування в гідрології”, “Гідроекологія”, “Спецрозділи по теорії максимального стоку”.

В результаті вивчення дисципліни „Сучасні математичні моделі в гідрологічних розрахунках та прогнозах” магістри повинні **знати**:

- основні принципи математичного моделювання для розрахунків і прогнозів стоку рівнинних та гірських річок;
- принципи і методичні засади побудування розрахункових схем максимального стоку;
- сучасні математичні моделі для прогнозування стоку рівнинних та гірських річок;

- сучасні методи математичної статистики та програмування;
- критерії оцінки для можливого використання математичних моделей у різних фізико-географічних умовах та з урахуванням кліматичних змін.

На основі здобутих знань магістри повинні *вміти*:
ставити математичну задачу відповідно обраної мети;

- використовувати методи аналізу, обробки та систематизації інформації, необхідної для роботи з математичними моделями для розрахунків і прогнозів характеристик водного режиму річок;
- теоретично обґрунтовувати структуру рівнянь для розрахунку максимального стоку річок;
- обирати ті математичні моделі для прогнозу водного режиму річок, які відповідають меті дослідження та наявності вихідних даних;
- визначати та описувати параметри обраних математичних моделей, пристосованих до того чи іншого водозбору;
- виконувати аналіз результатів моделювання відповідно до існуючих критеріїв оцінки;
- адаптувати результати математичних моделей до умов сучасних змін клімату і водного режиму річок.

Здобуті магістрами знання та вміння використовуються при курсовому проектуванні та написанні магістерських робіт, участі у студентських наукових семінарах, виступах на всеукраїнських та міжнародних наукових конференціях, університетських наукових конференціях молодих вчених, при публікації матеріалів особистих наукових досліджень.

Структурні блоки курсу.

1. Загальні відомості про розвиток математичного моделювання гідрологічних процесів.
2. Генетичні типи дощових паводків і водопіль: поверхневий, підповерхневий.
3. Поверхневий підвішений стік, контактний і підпертий схиловий стік.
4. Математичні моделі в гідрологічних прогнозах.
5. Математичні моделі для короткострокових прогнозів гідрографів дощового та тало-дощового стоку рівнинних і гірських річок.
6. Математичні моделі для довгострокового прогнозу максимального стоку весняного водопілля рівнинних річок.
7. Математичні моделі, що використовуються у зарубіжній практиці ВМО.

ВСТУП

Удосконалення традиційних методів гідрологічних розрахунків і прогнозів пов'язане із застосуванням математичного моделювання гідрологічних процесів – найбільш пріоритетного напрямку у розвитку теоретичної і прикладної гідрології.

Спрощена теоретична схема (модель) формування схилового стоку була розроблена М.А.Великановим в 30-х роках минулого століття. На її основі визначена генетична формула стоку, яка до теперішнього часу використовується при гідрологічних розрахунках і прогнозах. Однак математичне моделювання повною мірою набуло розвитку лише в 70-х роках ХХ сторіччя, завдяки накопиченню значної кількості вихідної гідрометеорологічної інформації. Можливість обробки значних об'ємів такої інформації з'явилася при появі відповідної обчислюваної техніки. В ці роки поступово здійснювався перехід від описання окремих процесів формування стоку до створення математичних моделей, які поєднали багатофакторний цикл елементарних процесів стокоутворення - від сніготанення і водовіддачі снігового покриву, надходження і розподілу опадів, до руху води у ґрунті, руслової трансформації паводкових хвиль.

Основними рисами сучасних методів прогнозування є моделюючі комплекси, які дозволяють математично описувати випадкові зміни метеорологічних впливів на водозбір, а стокові процеси у динаміці їх розвитку у часі, а також створювати просторові моделі прогнозування і представлення прогнозованої інформації у картографічному вигляді.

Наявність ЕОМ і розвиток відповідних чисельних методів надають можливості гідрологам виконувати складні багатоваріантні обчислення з використанням великої кількості даних. Моделювання річкового стоку стає важливим елементом при плануванні та управлінні системами водопостачання та контролю, а також при наданні річкових прогнозів і прогнозів служби попередження Всесвітньої метеорологічної організації (ВМО) [1].

Головним завданням дисципліни “Сучасні математичні моделі в гідрологічних розрахунках та прогнозах” є теоретичне вивчення процесів та чинників формування річкового стоку, що відбуваються на басейнах, можливість їх визначення й узагальнення для освоєння та практичного застосування сучасних моделей при розрахунках і прогнозах майбутнього стану водних об'єктів, у тому числі й для оцінки характеристик максимального стоку рідкісної ймовірності перевищення (з урахуванням антропогенних змін умов формування стоку на водозборах та змінах глобального і регіонального клімату). Важливою задачею також є ознайомлення з математич-

ними моделями, що мають використання в оперативній діяльності ВМО [1].

1 МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДЛЯ НОРМУВАННЯ РОЗРАХУНКОВИХ ХАРАКТЕРИСТИК СТОКУ ПАВОДКІВ І ВОДОПІЛЬ

1.1 Математичні моделі максимального стоку, засновані на геометричній схематизації гідрографів стоку

У формуванні річкового стоку взаємодіють фізико-географічні і метеорологічні чинники, а також гідроморфологічні характеристики гідрографічної мережі. Метеорологічні фактори визначають надходження вологи (у вигляді дощів або талих вод) на поверхню водозборів, які під впливом перехоплення, змочування рослинного покриву та акумуляції у мікропониженнях рельєфу трансформуються у схиловий стік. У подальшому зі схилів вода надходить до руслової мережі, де під впливом руслового добігання й ефектів русло-заплавного регулювання та акумуляції відбувається й перетворення на русловий стік. Таким чином, формування дощових паводків і весняних водопіль є процесом підсумування у межах водозборів елементарних об'ємів схилового припливу, що надходять з різних частин території водозборів. Таку схему формування зазвичай представляють у вигляді річкової системи з нанесеними на неї ізохронами руслового добігання.

Ізохрони – це лінії однакового часу добігання від них до замикального створу. Крок у часі може бути різним: година, доба й ін. проміжки. Приклад такої системи наводиться на рис.1.1.

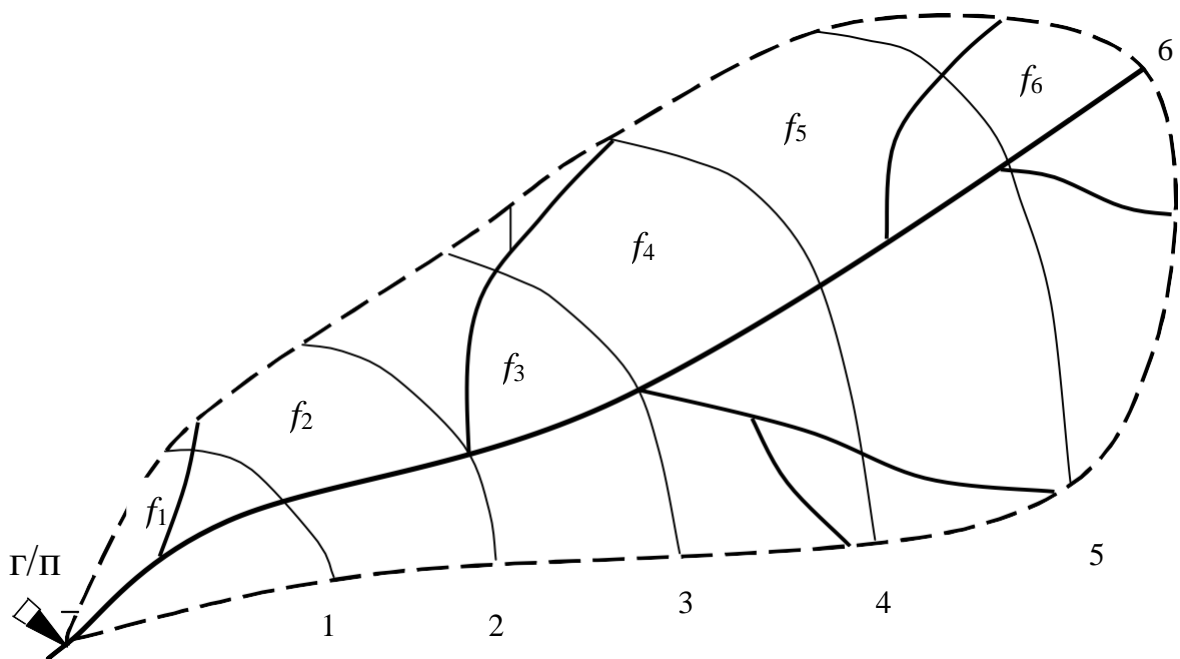


Рис. 1.1 - Річковий водозбір з системою руслових ізохрон

Добігання води від найбільш віддаленої точки на водозборі називається тривалістю або часом руслового добігання t_p . Тривалість руслового добігання є відношенням гідрографічної довжини річки L до швидкості руслового добігання V_d . Якщо швидкість добігання мало змінюється у часі і по довжині річки, то ізохрони руслового добігання трансформуються у стаціонарну систему ліній рівної відстані.

В залежності від співвідношення між тривалостями схилового припливу T_0 і руслового добігання t_p можливі два варіанти формування руслового стоку:

- 1) при $T_0 > t_p$ і 2) при $T_0 < t_p$.

Розглянемо кожен з варіантів окремо.

Формування річкового стоку по руслових системах при співвідношенні $T_0 > t_p$

За схемою, наведеною на рис.1.1, $t_p = 6 \square t$. Щоб виконувалась перша умова, задамо, наприклад, $T_0 = 8 \square t$. Гідрограф схилового припливу (в модулях) ілюструється рис.1.2.

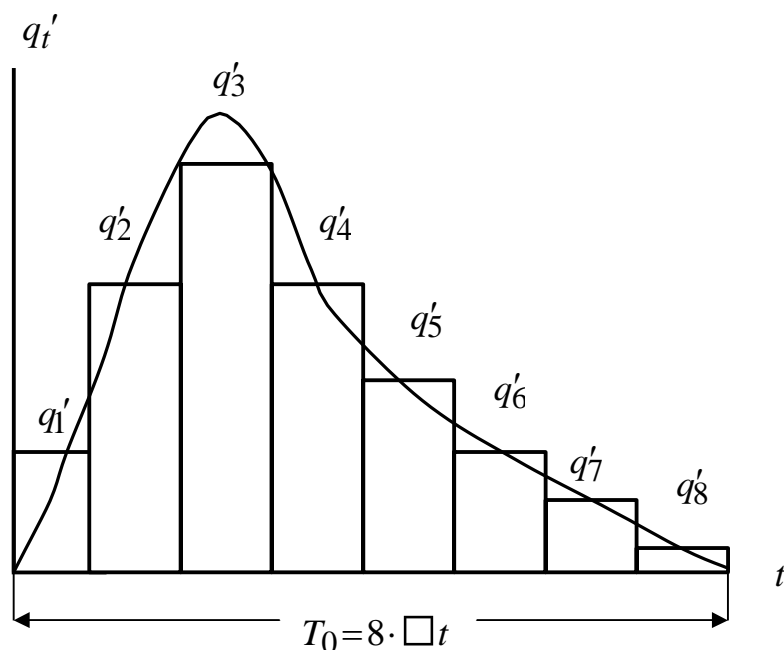


Рис. 1.2 - Гідрограф схилового припливу води до руслової мережі

Розіб'ємо його за часом на 8 частин, кожна з яких характеризується часовим відрізком по абсцисі Δt . Далі здійснюється осереднення у межах Δt усіх ординат гідрографа схилового припливу, який завдяки такій процедурі перетворюється з безперервної функції q'_t на дискретну діаграму розподілу модулів припливу у часі.

За дискретним відрізком часу Δt вважається, що схиловий приплив q'_t надходить до руслової мережі на початку розрахункової одиниці, а переміщення об'єму води від кожної міжзохронної площі відбувається в кінці її.

Наприклад, на початку першої розрахункової одиниці часу на всю водозбірну площу надходить приплив води зі схилів з інтенсивністю q'_1 . В кінці першої одиниці по усіх руслах відбудеться переміщення міжзохронних об'ємів на одну ізохрону. Через замикальний створ (г/п) пройшла б витрата води

$$Q_1 = f_1 q'_1, \quad (1.1)$$

якби у межах кожної з міжзохронних площадок не відбувалось русло-заплавне регулювання. Характеризувати його можна деякою функцією часу $\alpha \leq 1,0$. Оскільки русло-заплавні процеси відбуваються в залежності від кількості міжзохронних площадок, то у часі α будуть співпадати з t_p , α

та ординатами: $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_{t=t_p}$. Таким чином, без урахування ефектів русло-заплавного регулювання витрата води Q_1 , визначена за (1.1), буде завищеною. У дійсності наприкінці першої розрахункової одиниці часу

$$Q_1 = f_1 q_1' \Delta_1. \quad (1.2)$$

Слід звернути увагу на те, що в кінці першої одиниці відбувається відповідне переміщення об'ємів води з площадки на площадку в усіх вищерозміщених частках водозбору.

На початку другої розрахункової одиниці на водозбір надходить приплив з інтенсивністю q_2' і русло-заплавне регулювання – з коефіцієнтами Δ_2 , а в її кінці витрата води становитиме

$$Q_2 = f_1 q_2' \Delta_1 + f_2 q_1' \Delta_2. \quad (1.3)$$

Аналогічно в третю розрахункову одиницю і в подальші

$$Q_3 = f_1 q_3' \Delta_1 + f_2 q_2' \Delta_2 + f_3 q_1' \Delta_3; \quad (1.4)$$

$$Q_4 = f_1 q_4' \Delta_1 + f_2 q_3' \Delta_2 + f_3 q_2' \Delta_3 + f_4 q_1' \Delta_4; \quad (1.5)$$

$$Q_5 = f_1 q_5' \Delta_1 + f_2 q_4' \Delta_2 + f_3 q_3' \Delta_3 + f_4 q_2' \Delta_4 + f_5 q_1' \Delta_5; \quad (1.6)$$

$$Q_6 = f_1 q_6' \Delta_1 + f_2 q_5' \Delta_2 + f_3 q_4' \Delta_3 + f_4 q_3' \Delta_4 + f_5 q_2' \Delta_5 + f_6 q_1' \Delta_6. \quad (1.7)$$

Порівнюючи t_p і T_0 , очевидно, що в шосту одиницю часу вода від вододілу (найбільш віддаленої ізохрони на басейні) надійшла русловим шляхом до замикального створу. Тому в сьому одиницю часу і, включаючи й восьму, витрати води будуть формуватись у замикальному створі за схемою

$$Q_7 = f_1 q_7' \Delta_1 + f_2 q_6' \Delta_2 + f_3 q_5' \Delta_3 + f_4 q_4' \Delta_4 + f_5 q_3' \Delta_5 + f_6 q_2' \Delta_6; \quad (1.8)$$

$$Q_8 = f_1 q_8' \Delta_1 + f_2 q_7' \Delta_2 + f_3 q_6' \Delta_3 + f_4 q_5' \Delta_4 + f_5 q_4' \Delta_5 + f_6 q_3' \Delta_6. \quad (1.9)$$

На початку дев'ятої часової одиниці припинився приплив води зі схилів до руслової мережі, а тому у замикальному створі відбувається зменшення витрат води за схемою

$$Q_9 = f_2 q_8' \Delta_2 + f_3 q_7' \Delta_3 + f_4 q_6' \Delta_4 + f_5 q_5' \Delta_5 + f_6 q_4' \Delta_6; \quad (1.10)$$

$$Q_{10} = f_3 q_8' \square_3 + f_4 q_7' \square_4 + f_5 q_6' \square_5 + f_6 q_5' \square_6; \quad (1.11)$$

$$Q_{11} = f_4 q_8' \square_4 + f_5 q_7' \square_5 + f_6 q_6' \square_6; \quad (1.12)$$

$$Q_{12} = f_5 q_8' \square_5 + f_6 q_7' \square_6; \quad (1.13)$$

$$Q_{13} = f_6 q_8' \square_6; \quad (1.14)$$

$$Q_{14} = 0. \quad (1.15)$$

Необхідно на основі отриманих даних визначатись з важливими характеристиками руслового стоку: тривалістю паводка (водопілля), часом настання максимальної витрати води та її величиною. Тривалість паводка (водопілля) T_n , очевидно, дорівнює

$$T_n = T_0 + t_p, \quad (1.16)$$

де

$$T_0 = T + t_{cx}, \quad (1.17)$$

$$t_{cx} = \frac{l_{cx}}{V_{cx}}. \quad (1.18)$$

Але в дійсності T_n буде дещо більшою величиною за рахунок спрацювання запасів води, акумульованої у заплавах, алювії і берегах, а тому

$$T_n = T_0 + t_p + \Delta t_3, \quad (1.19)$$

де \square_{t_3} - час, необхідний для спрацювання русло-заплавних запасів води, які там знаходяться на момент добігання повеневих (паводкових) хвиль від вододілу до замикального створу.

Щодо максимальної ординати руслового стоку, то її легко можна було б визначити, якби відомі були функції f_t , q_t' і \square_t .

На жаль, отримати можливо лише дві з трьох функцій, а саме: f_t (побудовою карт ізохрон або еквідистант) та q_t' (шляхом організації спостережень за схиловим стоком на стокових і водно-балансових станціях). Дані по русло-заплавних процесах взагалі відсутні, а тому відсутні й відомості стосовно конкретного вигляду функції \square_t . Але, розглядаючи рівнян-

ня ординат (1.2 – 1.15) руслового гідрографа, можна очікувати, що Q_m буде спостерігатись у шосту, сьому або восьму часові одиниці, оскільки саме до рівнянь Q_t (1.7 – 1.9) входить найбільше складових. Причому, у формуванні цих ординат бере участь весь басейн, а не весь приплив – тільки частина його (за тривалість t_p). Проілюструвати наочно дану тезу можна за допомогою осереднення ординат кривих ізохрон ($f_t = f$) і руслозаплавного регулювання ($\square = \square$). У такому випадку

$$Q_m = f \cdot \left\{ \sum_{t_p} q'_t \right\}_m . \quad (1.20)$$

Об'єктивно оцінити при таких припущеннях величину Q_m і його настання доволі просто, якщо побудувати відповідні гідрографи схилового і руслового стоку (рис.1.3)

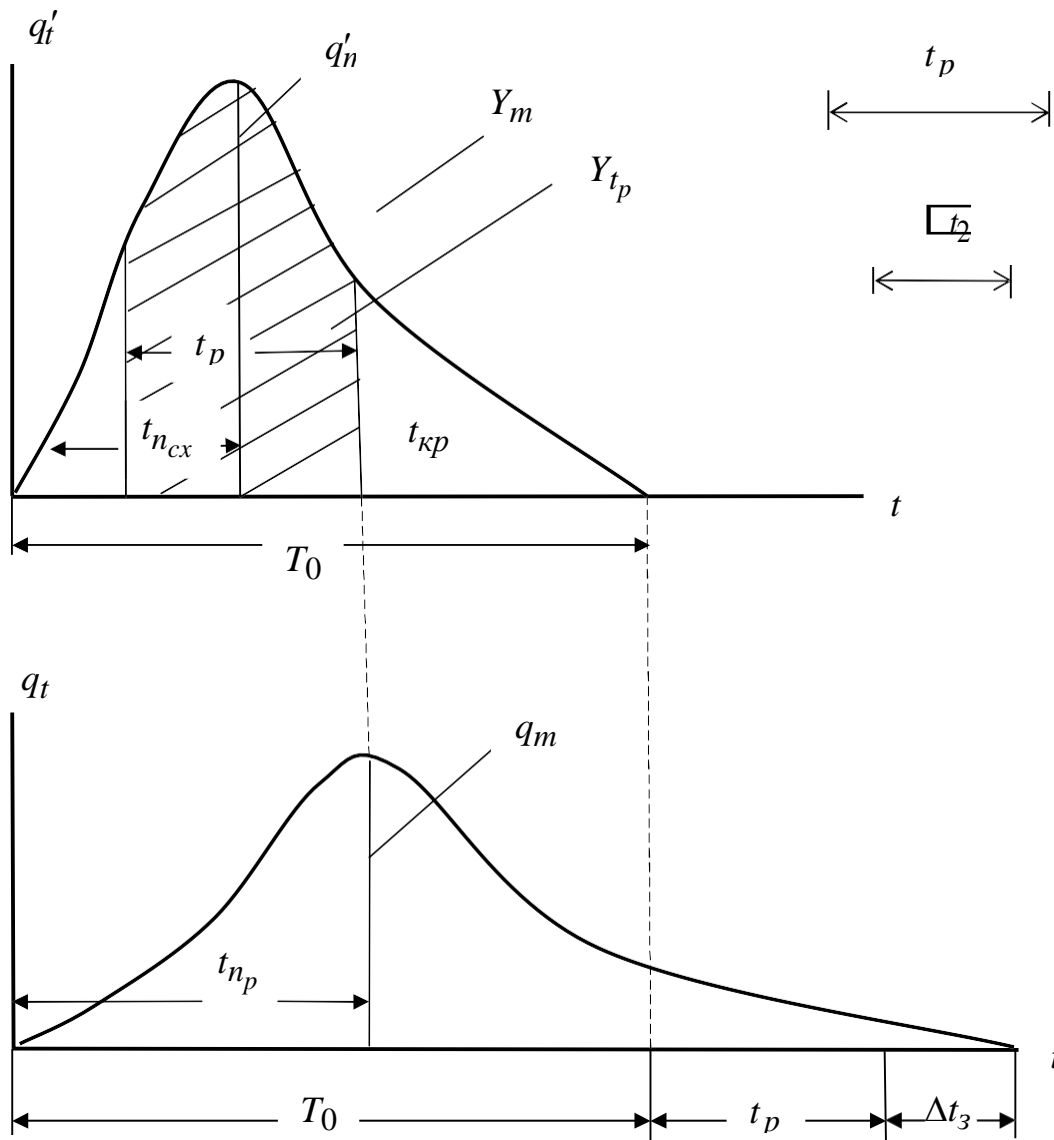


Рис. 1.3 - Принципова схема трансформації схилового припливу у русловий стік (за умови $T_0 > t_p$)

При симетричному гідрографі схилового припливу максимальний модуль (витрата води), як видно з рис.1.3, спостерігається у часі із запізненням по відношенню до тривалості підйому схилового стоку, бо

$$t_{n_p} = t_{n_{cx}} + \frac{1}{2} \cdot t_p. \quad (1.21)$$

У загальному випадку час настання максимальної витрати води руслового стоку $t_{кр}$ відбувається тоді, коли в інтервалі t_p на схиловому гідрографі шар припливу Y_{t_p}

$$\int_0^{t_p} q_t' dt = Y_{t_p} \quad (1.22)$$

буде найбільшим. З урахуванням (1.22)

$$Q_m = f \cdot Y_{t_p}, \quad (1.23)$$

де Y_{t_p} - діючий шар схилового стоку, який бере участь у формуванні максимальної витрати за умови $t_p < T_0$.

З рис.1.3 також видно, що $q'_m > q_m$. Пояснюється це тим, що шари стоку і схилового, і руслового гідрографів однакові (дорівнюють Y_m), а тривалості різні, зокрема, $T_n > T_0$.

Таким чином, основним фактором трансформації схилового припливу є розпластування паводкових і повеневих хвиль за рахунок тривалості руслового добігання й ефектів русло-заплавного регулювання максимального стоку річок.

Формування річкового стоку по руслових системах при співвідношенні $t_p > T_0$

Як вихідну, використаємо модель водозбору з ізохронами руслового добігання, наведену на рис.1.1, тобто при $t_p = 6 \Delta t$. Для виконання умови $t_p > T_0$ візьмемо, наприклад, тривалість схилового припливу $t_p = 4 \Delta t$ (рис.1.4).

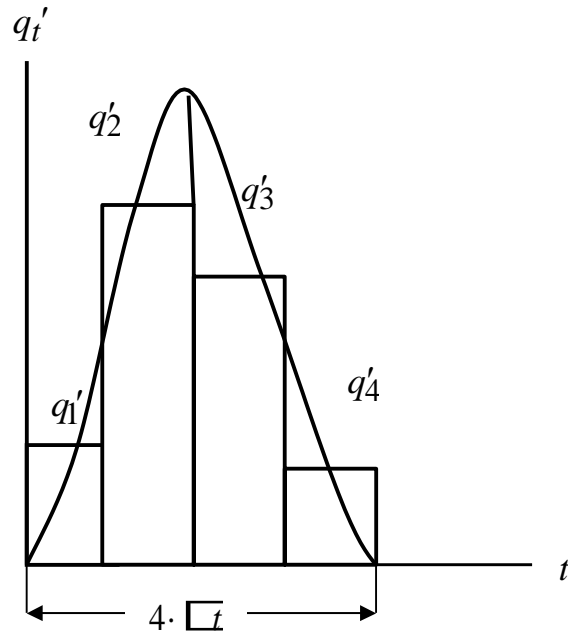


Рис. 1.4 - Гідрограф схилового припливу до руслової мережі

Систему рівнянь для опису гідрографа руслового стоку при $t_p = 4 \Delta t$ і $t_p = 6 \Delta t$ запишемо у послідовності, яка розглядалась раніше:

$$Q_1 = f_1 q_1' \Delta t; \quad (1.24)$$

$$Q_2 = f_1 q_2' \Delta t + f_2 q_1' \Delta t; \quad (1.25)$$

$$Q_3 = f_1 q_3' \Delta t + f_2 q_2' \Delta t + f_3 q_1' \Delta t; \quad (1.26)$$

$$Q_4 = f_1 q_4' \Delta t + f_2 q_3' \Delta t + f_3 q_2' \Delta t + f_4 q_1' \Delta t. \quad (1.27)$$

В четверту одиницю часу припиняється схиловий приплив, а тому у подальшому:

$$Q_5 = f_2 q_4' \Delta t + f_3 q_3' \Delta t + f_4 q_2' \Delta t + f_5 q_1' \Delta t; \quad (1.28)$$

$$Q_6 = f_3 q_4' \Delta t + f_4 q_3' \Delta t + f_5 q_2' \Delta t + f_6 q_1' \Delta t. \quad (1.29)$$

В шостій розрахунковій одиниці мало місце добігання води від вододілу до замикального створу, а тому, починаючи з сьомої одиниці, почнеться спад руслового стоку:

$$Q_7 = f_4 q_4' \Delta_4 + f_5 q_3' \Delta_5 + f_6 q_2' \Delta_6; \quad (1.30)$$

$$Q_8 = f_5 q_4' \Delta_5 + f_6 q_3' \Delta_6; \quad (1.31)$$

$$Q_9 = f_6 q_4' \Delta_6; \quad (1.32)$$

$$Q_{10} = 0 \quad (1.33)$$

Тривалість руслового стоку, як і у першому випадку, буде дорівнювати

$$T_n = T_0 + t_p + \Delta t_3.$$

Очевидно, що максимальну ординату гідрографа стоку Q_m можна очікувати (у разі осереднення у часі q_t' і Δt) в четверту, п'яту або шосту одиницю часу, а саме, коли

$$Q_m = q' \cdot \left(\sum_{T_0} f_t \right)_m. \quad (1.34)$$

Вираз, що стоїть у дужках, є площею одночасного формування руслового стоку (рис.1.5). Викладене свідчить про те, що за існування умови $t_p > T_0$ у формуванні максимального стоку бере участь весь схиловий приплив Y_m , але не вся площа водозбору, а тільки її частина – найбільша величина ($F_\partial < F$) за розрахункову тривалість схилового припливу T_0 , тобто

$$F_\partial = \left(\sum_{T_0} f_t \right)_m = B'_{сер} V_\partial \cdot T_0, \quad (1.35)$$

де $B'_{сер}$ - середня ширина водозбору у межах F_∂ .

На рис.1.6 наводиться схема трансформації схилового стоку у русловий гідрограф при $t_p > T_0$.

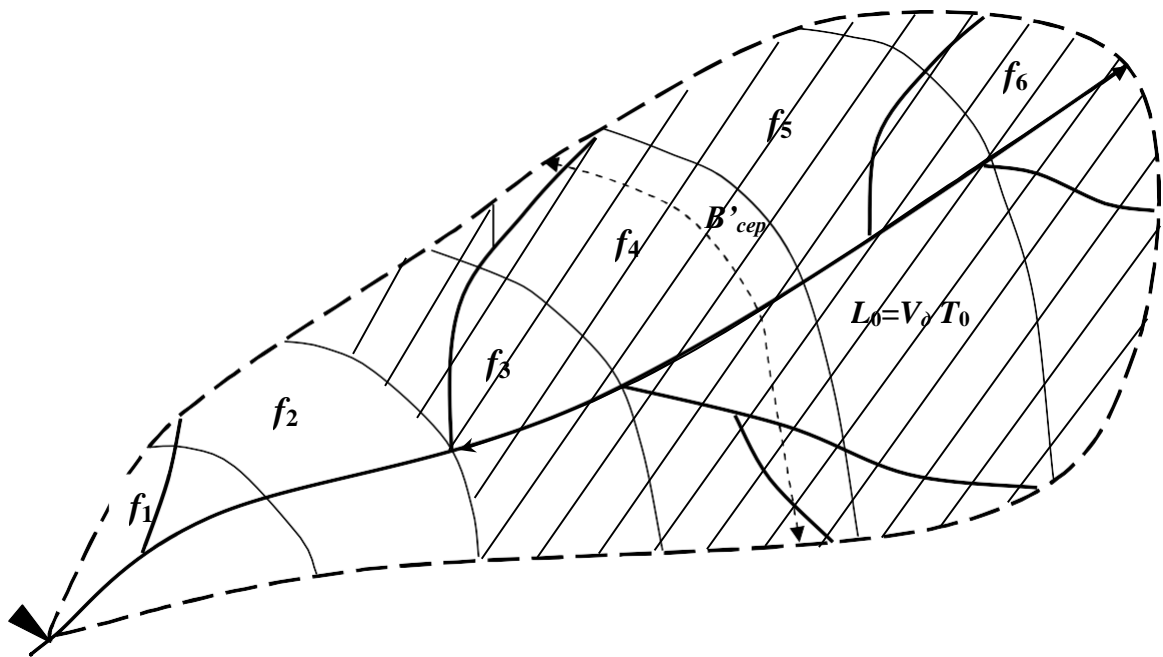
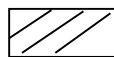


Рис. 1.5 - Річковий водозбір з системою руслових ізохрон:

 - площа одночасного формування стоку F_{∂} ; $L_0 = V_{\partial} \cdot T_0$ - довжина ділянки, що формує Q_m .

З рис.1.6 видно, що максимальний модуль руслового стоку ($q_m < q'_m$) спостерігається наприкінці руслового добігання, тобто $t_{np} = T_0$.

Увагу читача ми привернули лише до основних положень формування паводкового стоку в рамках оператора «схилувий стік – русловий стік», у тому числі й максимального. Нижче будуть розглянуті науково-методичні підходи щодо обґрунтування базових формул для нормування розрахункових характеристик річок.

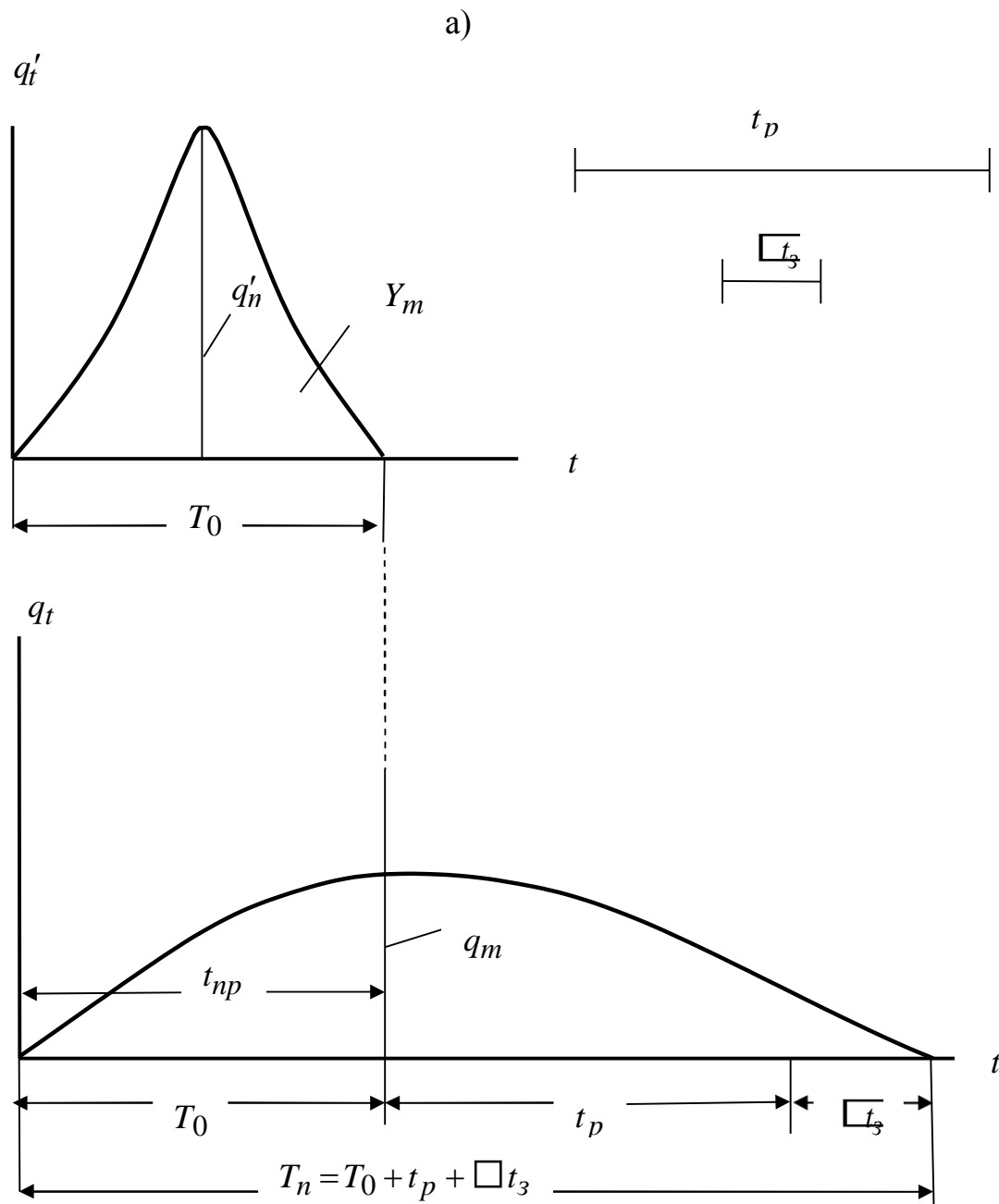


Рис. 1.6 - Принципова схема трансформації схилового припливу у русловий стік (за умови $t_p > T_0$)

В гідрологічній літературі наводиться велика кількість методик і формул із розрахунку характеристик максимального стоку паводків і весняних водопіль. Більшість з них має емпіричне походження і ґрунтується на залежностях максимальних модулів стоку від розміру водозборів або тривалості руслового добігання та декількох параметрах, за допомогою яких враховується регулюючий ефект озер, водосховищ, лісів й ін.

1.1.1 Редукційні формули максимального стоку річок

Першу спробу узагальнення напрацьованих формул і методів для розрахунку максимального стоку здійснив Д.Л.Соколовський (1959). Він поділив спочатку формули на 2 групи за областю застосування: окремо по розрахунках максимального стоку весняного водопілля і дощових паводків. До першої групи віднесені редукційні й об'ємні формули. Класичним прикладом редукційної розрахункової методики є формула Д.І.Кочеріна (1932). Її загальний вигляд досить простий

$$q_m = \frac{q'_m}{(F+1)^{n_1}}, \quad (1.36)$$

де q_m - максимальний модуль стоку;

q'_m - максимальний модуль схилового припливу;

F - площа водозбору;

n_1 - показник редукції.

Наведені параметри, що входять до (1.36), визначаються за простою процедурою – логарифмуванням вихідної формули та побудовою емпіричної залежності $\lg q_m = f[\lg(F + 1)]$. Тангенс кута нахилу лінії зв'язку до вісі абсцис є показник степеня n_1 , а відрізок, що відсікається по ординаті (при $F = 0$) – максимальний модуль схилового припливу q'_m . Проблемними питаннями, які стосуються структури (1.36), були й залишаються:

1. Адекватність запровадженої структури явищу формування максимального стоку.

2. Можливості просторового узагальнення параметрів базової структури. Недоліки, які необхідно віднести до існування першої проблеми, були чітко окреслені у наукових працях К.П.Воскресенського (1956), О.О.Соколова (1970) й ін. Вони пов'язані з тим, що крім площі водозбору характер редукції багато в чому залежить від шару стоку. І дійсно, вияви-

лося, що модулі q'_m залежать від шару стоку за період водопілля та описуються рівнянням

$$q'_m = k_0 Y_m, \quad (1.37)$$

де k_0 - коефіцієнт «дружності» (за термінологією нормативного документу СН 435-72) весняного водопілля. На його змісті ми зупинимось дещо пізніше.

Підставимо (1.37) в (1.36), тоді

$$q_m = \frac{k_0 Y_m}{(F+1)^{n_1}} \alpha_1 \alpha_2, \quad (1.38)$$

де α_1 - коефіцієнт впливу регулюючої місткості озер, водосховищ, ставків проточного типу на регулювання максимальних модулів (витрат) стоку;

α_1, α_2 - редуційні коефіцієнти впливу залісеності (α_1) і заболоченості (α_2) на характеристики максимального стоку річок.

У методичному відношенні шари стоку за період весняного водопілля рекомендується картувати, а k_0 - районувати або визначати за аналогією з сусідніми річками. З часом з'ясувалось, що формули у вигляді (1.36) і (1.38) не повною мірою описують загальну редуцію q_m при збільшенні розмірів водозборів. Відзначалось, що в області невеликих водозборів спостерігається уповільнення редуції, порівняно з середніми, а тим більш з великими річками. Щоб компенсувати цей структурний недолік, у знаменник було привнесено параметр b , величина якого залежить від географічного положення водозборів (табл.1.1).

Таблиця 1.1 - Значення параметра b по географічних зонах (для рівнинних річок)

Географічна зона	Тундри і лісова	Лісостепова	Степова, посушливих степів, полупустель
b , км ²	1,0	2,0	10,0

З урахуванням b формула набула такого структурного виразу

$$q_m = \frac{k_0 Y_m}{(F+b)^{n_1}} \quad (1.39)$$

Така «підгонка» структури (1.37) під описання природного процесу виявляється некоректною. Дійсно, з базової структури (1.36) граничною умовою зверху для відношення q_m/q'_m повинна бути одиниця (при $F = 0$). З «підкорегованої» (1.39) структури маємо дещо інший результат, а саме

$$q_m/q'_m = \frac{q_m}{k_0 Y_m} = \frac{1}{b^{n_1}} < 1,0 \quad (1.40)$$

Більш методично виваженим є інше представлення залежності $q_m = f(F)$ або $q_m/q'_m = f(F)$, якщо для них притаманним виявляється різний характер редуції в області невеликих і великих (за розмірами) водозборів:

а) при $F < F_0$, де F_0 - точка перегину на залежностях $\lg q_m = f[\lg(F+1)]$ або $\lg \frac{q_m}{Y_m} = f[\lg(F+1)]$ в редакції (1.36) чи (1.39);

б) при $F \geq F_0$

$$q_m = \left(\frac{q_{F_0}}{F^{n_2}} \right) \cdot F_0^{n_2 - n_1} \quad (1.41)$$

і

$$q_m = \frac{k_0 Y_m}{F^{n_2}} \cdot F_0^{n_2 - n_1} \quad (1.42)$$

Редуційні формули вигляду (1.38) до цього часу використовуються при нормуванні характеристик максимального стоку річок як в Україні (СНіП 2.01.14-83), так і в інших країнах (наприклад, в Російській Федерації і деяких країнах СНД – це СП 33-101-2003). У своїх працях Д.Л.Соколовський (1968) здійснив спробу надати емпіричній структурі (1.36), а таким чином й (1.38), теоретичне обґрунтування. Розглядалися одномодалні лінійні гідрографи схилового припливу Q'_t і руслового стоку Q_t з тривалостями, відповідно T_0 і $(T_0 + t_p)$, та максимальними ординатами Q'_m і Q_m . Виходячи з лінійної форми гідрографів, їх об'єми будуть дорівнювати:

а) для схилового припливу W_{np}

$$W_{np} = \frac{1}{2} T_0 Q'_m; \quad (1.43)$$

а) для руслового стоку W_{cm}

$$W_{cm} = \frac{1}{2} (T_0 + t_p) Q_m. \quad (1.44)$$

Вважаючи, що у русловій мережі втрат поверхневого стоку майже не відбувається, то $W_{cm} = W_{np}$, а

$$Q_m = \frac{Q'_m T_0}{T_0 + t_p} = \frac{Q'_m}{1 + \frac{t_p}{T_0}}. \quad (1.45)$$

Поділимо ліву і праву частини (1.45) на площу водозбору F , тоді

$$q_m = \frac{q'_m}{1 + \frac{t_p}{T_0}}. \quad (1.46)$$

З чисто формальних міркувань, порівнюючи емпіричну структуру (1.36) і (1.46), Д.Л.Соколовський робить висновок про те, що вираз (1.46) є доказом теоретичної моделі одноmodalьних трикутних за формою гідрографів у формулі (1.36), бо з порівняння випливає

$$\frac{1}{1 + \frac{t_p}{T_0}} = \frac{1}{(F+1)^{n_1}}. \quad (1.47)$$

Тотожність (1.47) начебто є доказом, що основним і єдиним чинником редукції максимальних модулів q_m при збільшенні площі водозборів є тільки тривалість руслового добігання t_p , зокрема, нормована по T_0 .

Через відсутність вихідної інформації в усьому діапазоні F цей висновок не перевірявся. Але як потім з'ясувалось, такий висновок не повною мірою відповідає дійсності, про що буде йтися дещо пізніше.

1.1.2 Об'ємні формули максимального стоку річок

На відміну від редуційних, в їх основу покладено одномодальний гідрограф з тривалістю стоку T_n , об'ємом W_{cm} і максимальною витратою води Q_m . За такої геометричної моделі паводка або водопілля

$$W_{cm} = \frac{1}{k_{\phi}} Q_m T_n . \quad (1.48)$$

Звідки

$$Q_m = k_{\phi} \frac{W_{cm}}{T_n} , \quad (1.49)$$

де k_{ϕ} - коефіцієнт, який залежить від форми руслового гідрографа і з (1.49) він дорівнює

$$k_{\phi} = \frac{Q_m T_n}{W_{cm}} = \frac{Q_m}{\bar{Q}_{T_n}} , \quad (1.50)$$

\bar{Q}_{T_n} - середня за водопілля (паводок) витрата води.

Розділимо ліву і праву частини (1.49) на F , тоді

$$q_m = k_{\phi} \frac{Y_m}{T_n} \quad (1.51)$$

З теорії формування максимального стоку, заснованої на моделі руслових ізохрон, відомо, що $T_n = T_0 + t_p + \square t_3$. Різна природа складових T_n змусила дослідників максимального стоку річок при розрахунках і узагальненні тривалості руслового стоку піти на деякі спрощення. Зокрема, А.В.Огієвський (1938) русловий гідрограф використав у вигляді лінійного трикутника, а тривалість T_n взяв як суму T_0 і t_p . Для такої моделі, очевидно, що $k_{\phi} = 2,0$ і таким чином

$$q_m = \frac{2Y_m}{T_0 + t_p} , \quad (1.52)$$

де t_p - тривалість руслового добігання

$$t_p = \frac{L}{V_0} = \frac{L}{\square_0 (I \cdot 10^4 + 30)}, \quad (1.53)$$

L - гідрографічна довжина річки;

I - ухил річки;

\square_0 - коефіцієнт, який залежить від особливостей заплави.
Стосовно (1.53) слід зауважити, що гідрографи стоку зазвичай харак-

теризуються $k_{\phi} > 2,0$ і $T_n > (T_0 + t_p)$, а тому запропонована А.В.Огієвським схематизація паводків і водопіль не відповідає дійсності. Ці структурні недоліки (1.52) були деякою мірою враховані В.І.Мокляком (1957) – ще одним представником київської наукової гідрологічної школи, заснованої А.В.Огієвським.

Найбільш широке розповсюдження серед формул об'ємного типу отримала структура, яка була запропонована Д.Л.Соколовським (1945) для розрахунку характеристик паводкового стоку. Форма паводка береться у вигляді двох парабол, що збігаються у вершині. Рівняння гідрографа записується таким чином:

- гілка підйому

$$Q_t = Q_m \left(\frac{t}{t_n} \right)^m; \quad (1.54)$$

- гілка спаду

$$Q_t = Q_m \left(\frac{t - t}{t_{cn}} \right)^{n'}, \quad (1.55)$$

де t_n - тривалість підйому;

t_{cn} - тривалість спаду.

Об'єм стоку у фазі підйому дорівнює

$$W_n = \int_0^{t_n} Q dt = Q_m \cdot \frac{1}{m} \int_0^{t_n} t^{m'} dt = \frac{1}{m'+1} Q_m t_n^{m'+1} \quad (1.56)$$

Аналогічно для фази спаду

$$W_{cn} = \int_0^{t_{cn}} Q dt = Q_m \cdot \frac{1}{m'} \int_0^{t_{cn}} (t_{cn} - t)^{n'} dt = \frac{1}{n'+1} Q_m t_{cn}^{n'+1} \quad (1.57)$$

Об'єм стоку за паводок дорівнює

$$W = W_n + W_{cn} = Q_m t_n \left(\frac{1}{m'+1} + \frac{1}{n'+1} \right) \quad (1.58)$$

де $\square = \frac{t_{cn}}{t_n} > 1,0$.

В узагальненому вигляді

$$W = Q_m t_n \left[\frac{(n'+1) + \square(m'+1)}{(m'+1)(n'+1)} \right] \quad (1.59)$$

Відносно Q_m (1.59) запишеться так

$$Q_m = \frac{W}{t_n} \frac{(m'+1)(n'+1)}{(n'+1) + \square(m'+1)} = \frac{W}{t_n} f, \quad (1.60)$$

де f - коефіцієнт форми гідрографа, тобто

$$f = \frac{(m'+1)(n'+1)}{(n'+1) + \square(m'+1)} \quad (1.61)$$

Максимальний модуль q_m становитиме

$$q_m = \frac{Y_m}{t_n} f. \quad (1.62)$$

З іншого боку,

$$T_n = t_n + t_{cn} = t_n(1 + \square) \quad (1.63)$$

З урахуванням (1.63) формула (1.62) запишеться в редакції

$$q_m = \frac{Y_m}{T_n} f(1 + \square). \quad (1.64)$$

За Д.Л.Соколовським (1968), структура (1.64) для розрахунку максимального стоку дощових паводків має вигляд

$$q_m = \frac{H \cdot \square}{T_n} f(1 + \square), \quad (1.65)$$

де H_m - кількість опадів за дощ;
- коефіцієнт паводкового стоку.

Сумарна величина максимального модуля паводкового стоку дорівнюватиме

$$q_{m_{\text{сум}}} = q_m + q_{gp}, \quad (1.66)$$

де q_{gp} - модуль ґрунтової складової, який приблизно визначається по нормі ґрунтового стоку. У розглянутих вище варіантах в наш час об'ємні формули не використовуються.

Для розрахунку характеристик максимального стоку дощових паводків, крім редуційних формул, поширені й інші структури – граничної інтенсивності, а також ті, що засновані на моделі руслових ізохрон.

Коротка історична довідка по використанню у практичній діяльності формул граничної інтенсивності у межах країн СНД наводиться у підручнику Д.Л.Соколовського «Речной сток» (1968).

До науково-методичних аспектів, які стосуються удосконалення структури і параметрів формул граничної інтенсивності, ми повернемося дещо пізніше.

1.2 Формули, засновані на теорії руслових ізохрон

Модель формування максимального стоку з елементарних водозборів А.М.Бефані

Основоположником глибокого і послідовного напряму досліджень формування максимального стоку, заснованого на гідромеханічній теорії, нами вважається професор Бефані А.М. – засновник одеської наукової школи теоретичної і прикладної гідрології.

У науково-методичному відношенні водозбори ним поділяються на елементарні і розгалужені річкові системи. Елементарні водозбори моделюються у вигляді прямокутників з одним руслом посередині (рис.1-7). Розгалужені річкові системи можна порівняти з кроною дерева.

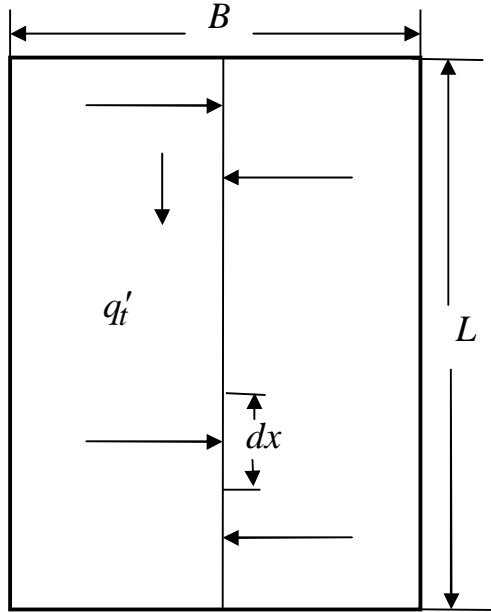
Для виділеної ділянки довжиною dx можна записати у довільній формі балансове рівняння

$$Q_1 dt + q_t' dx dt = Q_2 dt + \frac{\partial \square}{\partial t} dt dx \quad (1.67)$$

або

$$Q dt + q' dx dt = \left(Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx \right) dt + \frac{\partial \square}{\partial t} dt dx. \quad (1.68)$$

Після деяких простих перетворень



$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial \square}{\partial t} = q'_t. \quad (1.69)$$

Фактично (1.69) є диференціальне рівняння стоку з елементарних водозборів.

Враховуючи, що $Q = \square V_\partial$, рівняння (1.69) можна дещо спростити, особливо якщо швидкість руслового добігання V_∂ паводкової хвилі по довжині водотоку змінюється у незначних межах. За Шезі,

$$V_\partial = a\sqrt{RI}, \quad (1.70)$$

Рис.1.7 - Модель елементарного водозбору

де a - швидкісний коефіцієнт, який залежить від шорсткості русла і заплави;

R - гідравлічний радіус;

I - уклон водотоку.

Для природних водотоків, у яких ширина B перевищує суттєво глибину $h_{сер}$, замість R можна використати саме середню глибину. У свою чергу існує (на водотоках зі стійкими руслами) однозначна залежність між глибиною $h_{сер}$ і витратою води Q . Тоді (1.70) можна представити у вигляді

$$V_\partial = a_0 I^\alpha Q^\beta. \quad (1.71)$$

На більшості річок України $\alpha \approx 1/3$, причому в залежності від довжини водотоків I і Q змінюються у протилежних напрямках. Ці обставини сприяють тому, що можна припустити незначну змінність V_∂ по довжині водотоку. За таких умов (1.69) запишеться у вигляді

$$V_\partial \left(\frac{\partial \square}{\partial x} + \frac{\partial \square}{\partial t} \right) = q'_t. \quad (1.72)$$

Пристаючи до інтегрування (1.72), попередньо складається допоміжна система

$$\frac{dx}{V_{\partial}} = \frac{dt}{1} = \frac{d\Box}{q_t'} . \quad (1.73)$$

Розглянемо співвідношення

$$\frac{dx}{V_{\partial}} = \frac{dt}{1} \quad ; \quad \frac{dt}{1} = \frac{d\Box}{q_t'} . \quad (1.74)$$

Частинні рівняння мають вигляд

$$x = V_{\partial} t + C_1 \quad (1.75)$$

і

$$\Box = \int q_t' dt + C_2 . \quad (1.76)$$

Для визначення постійних інтегрування C_1 і C_2 запишемо початкові і граничні умови: $t=0$; $\Box=0$ (початкові) і $x=0$; $\Box=0$ (граничні).

Якщо застосуємо до (1.75) і (1.76) початкові умови, то $C_1 = x$, а $C_2 = 0$ і у часі динаміка живого перерізу буде описуватись рівнянням

$$\Box = \int_0^t q_t' dt . \quad (1.77)$$

При застосуванні граничних умов

$$C_1 = -V_{\partial} t , \quad (1.78)$$

а

$$C_2 = -\int_0^t q_t' dt . \quad (1.79)$$

Для розв'язання (1.79) підставимо замість C_1 і C_2 їх значення, виходячи з (1.75) і (1.76), тоді

$$\Box = \int_0^t q_t' dt - \frac{-(x-V_{\partial} t)/V_{\partial}}{1} \int_0^t q_t' dt . \quad (1.80)$$

Звідки

$$\square = \int_0^t q_t' dt - \int_0^{t-t_x} q_t' dt = \int_{t-t_x}^t q_t' dt, \quad (1.81)$$

де $t_x = \frac{x}{V_\partial}$ - тривалість руслового добігання від вододілу до розрахункового створу, якому відповідає розрахункова ділянка довжиною x .

Таким чином, отримано два рівняння, якими описується динаміка живого перерізу у часі (1.77) і просторі (1.81).

Максимальна витрата води, якщо тривалість припливу $T_0 < t_p$, буде визначатись за рівнянням (1.77) і дорівнюватиме

$$Q_m = \square_m V_\partial = V_\partial \int_0^{T_0} q_t' dt. \quad (1.82)$$

Інтеграл $\int_0^{T_0} q_t' dt$, очевидно, є площа гідрографа, яка дорівнює шару стоку за паводок (водопілля) Y_m .

Тоді при ширині водозбору B

$$Q_m = V_\partial Y_m B, \quad (1.83)$$

а максимальний модуль дорівнюватиме

$$q_m = \frac{Q_m}{F} = \frac{Q_m}{B \cdot L} = \frac{Y_m}{t_p}. \quad (1.84)$$

Очевидно, що за умови $t_p > T_0$, у формуванні максимальної витрати (модуля) води на елементарних водозборах бере участь увесь об'єм (шар) стоку.

При $t_p < T_0$ формування стоку у замикальному створі буде відбуватись таким чином. До моменту $t < t_x$ ординати гідрографа будуть визначатись за рівнянням (1.85). За умови $t = t_p$ величина $x = L$, а $t_x = t_p$, тобто

$$Q_{t=t_p} = \int_0^{t_p} q_t' dt \quad (1.85)$$

Точно таким же чином запишеться і вираз (1.82). В інтервалі часу від $t = t_p$ і до кінця схилового припливу T_0 формування ординат стоку Q_t буде відбуватись за (1.81), а саме

$$Q_{t > t_p} = V_{\partial} \int_{t-t_p}^t q_t' dt \quad (1.86)$$

Максимальна ордината буде спостерігатись тоді, коли інтеграл за час t_p буде найбільшим, тобто

$$Q_m = V_{\partial} \left(\int_{t-t_p}^t q_t' dt \right)_m = V_{\partial} \int_{t_{кр}-t_p}^{t_{кр}} q_t' dt = V_{\partial} Y_{t_p} B, \quad (1.87)$$

де Y_{t_p} - найбільше значення шару припливу за час руслового добігання.

Інтеграл (1.86) ілюструється рис.1.8.

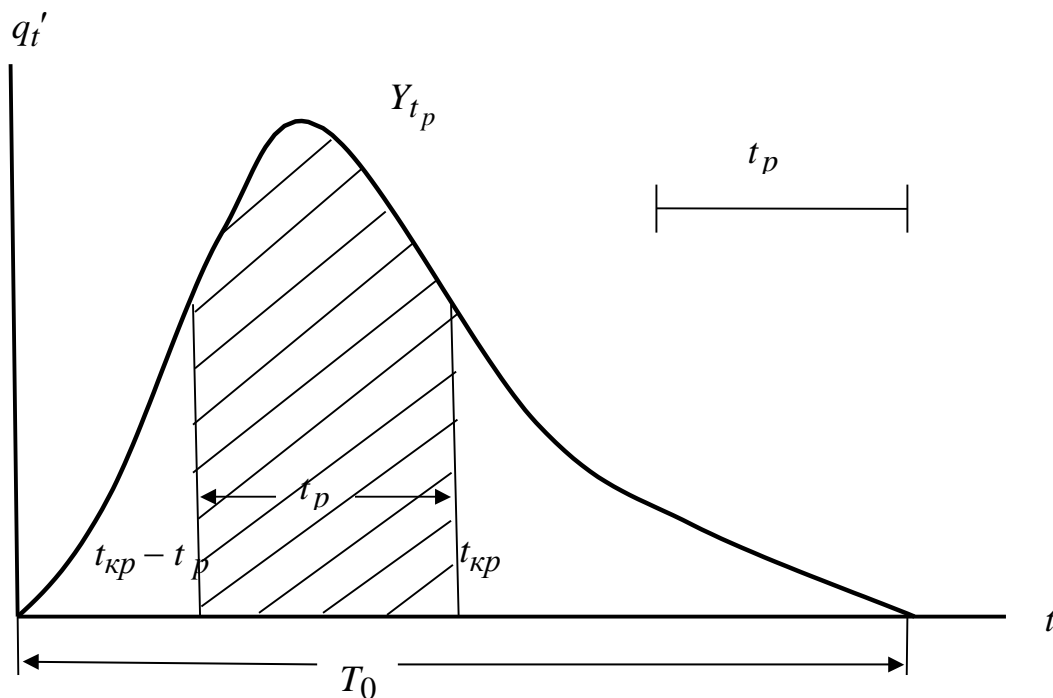


Рис.1.8 - Схема формування максимальної витрати води за умови $T_0 > t_p$

Максимальний модуль за таких умов дорівнюватиме

$$q_m = \frac{Q_m}{B \cdot L} = \frac{Y_{t_p}}{t_p}. \quad (1.88)$$

При співвідношенні $T_0 > t_p$ максимальний модуль q_m формується не усім шаром припливу Y_{t_p} , а тільки його часткою - $Y_{t_p} < Y_m$.

Структурні вирази (1.84) і (1.88) доцільно об'єднати, маючи на увазі, що

$$Y_{t_p} = \square \cdot Y_m, \quad (1.89)$$

де \square коефіцієнт повноти формування максимального стоку, тобто

$$\square \equiv \frac{Y_{t_p}}{Y_m}. \quad (1.90)$$

За відомим рівнянням, яким описується динаміка схилового припливу у часі q'_t ,

$$\square \equiv \frac{\int_0^{t_{kp}} q'_t dt}{T_0} \quad (1.91)$$

Для вирішення задачі відносно розрахунку Y_{t_p} і Y_m доцільно гідрографи схилового припливу перебудувати, здійснюючи розгортку q'_t від максимальної ординати за схемою, показаною на рис.1.9.

Вихідний гідрограф схилового припливу (рис.1.9-а) для зручності з кроком у часі $\square t$ поділяється на 10 частин. На рис.1.9-б цей же самий гідрограф, але вже перебудований і представлений у відносних координатах t/T_0 і q'_t/q'_m . Причому на новому графічному зображенні схилового гідрографа нульова координата підрахунку відноситься до $t/T_0 = 0$ і $q'_t/q'_m = 1.0$.

Кожна з 10 ординат вибирається таким чином, щоб вона була більшою за попередню (див.рис.1.9-а). З'єднуючи точки на рис.1.9-б, отримує-

мо перебудований гідрограф вигляду $q'_t/q'_m = f\left(\frac{t}{T_0}\right)$. Така процедура дозволяє потім досить просто визначати Y_{t_p} і Y_m , як $\int_0^{t_p} q'_t dt$ й $\int_0^{T_0} q'_t dt$. Аналітично залежність рис.1.9-б можна описати співвідношенням $q'_t/q'_m = 1 - \left(\frac{t}{T_0}\right)^n$, звідки

$$q'_t = q'_m \left[1 - \left(\frac{t}{T_0}\right)^n \right] \quad (1.92)$$

Рівняння (1.93) задовольняє умовам: при $t = 0$ модуль $q'_{t=0} = q'_m$, а при $\frac{t}{T_0} = 1,0$ - $q'_{t=T_0} = 0$, що повною мірою узгоджується з рис.1.9-б.

Використовуючи (1.92), можна записати

$$\square \frac{\int_0^{t_p} q'_t dt}{\int_0^{T_0} q'_t dt} = \frac{n+1}{n} \frac{t_p}{T_0} \left[1 - \frac{1}{n+1} \left(\frac{t_p}{T_0}\right)^n \right] \quad (1.93)$$

де $\frac{n+1}{n}$ - коефіцієнт часової нерівномірності схилового припливу.

Згідно з (1.93), коефіцієнт повноти схилового припливу, який бере участь у формуванні максимальної витрати руслового стоку, залежить від співвідношення між тривалостями руслового добігання t_p і схилового припливу T_0 та форми схилового гідрографа. Гідрографи схилового припливу характеризуються степеневим показником $n \leq 1,0$. На рис.1.10 наводиться залежність $\square = f\left(\frac{t_p}{T_0}, n\right)$.

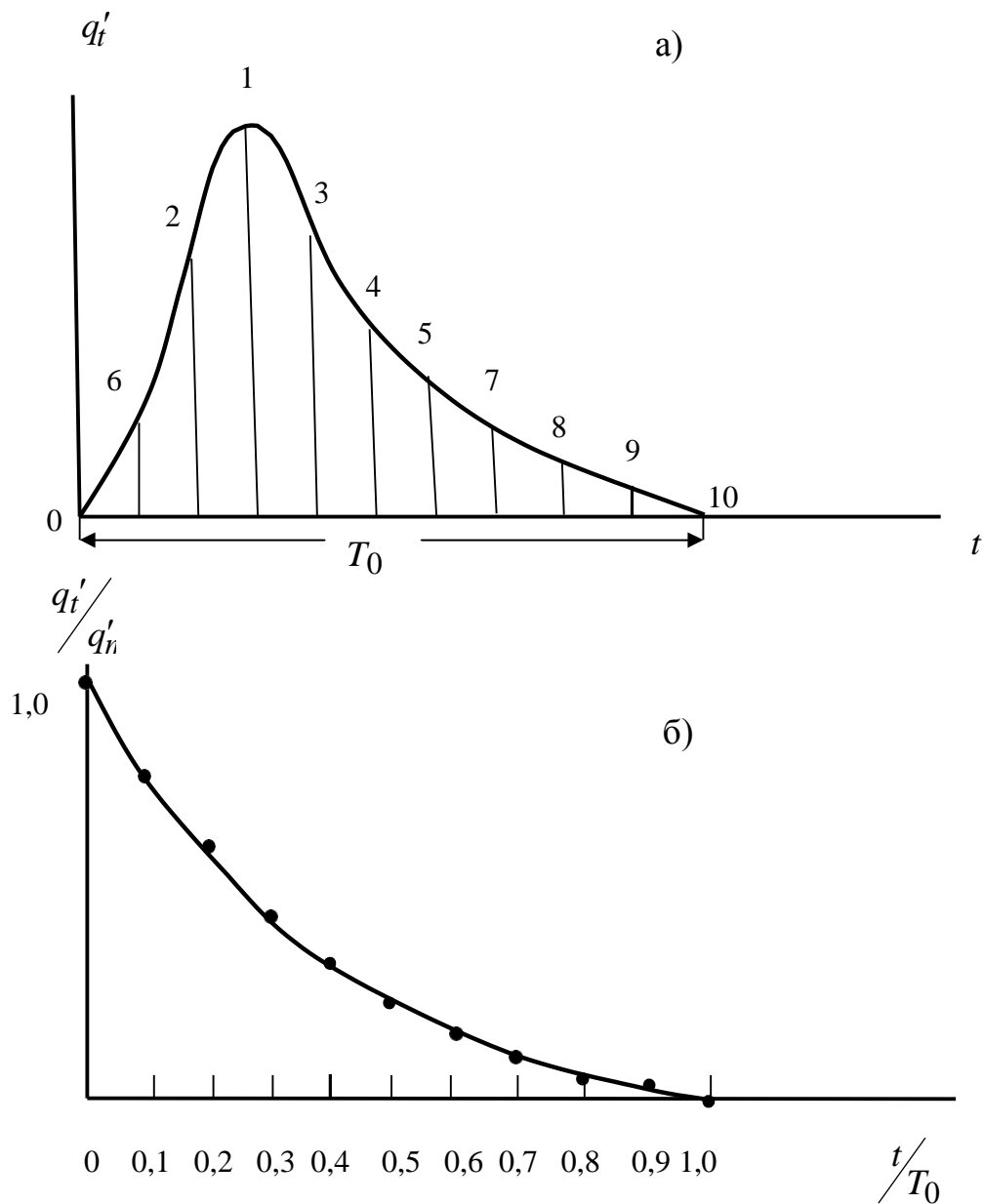


Рис.1.9 - Гідрографи схилового припливу: а) у хронологічному вигляді; б) у перебудованому варіанті

Узагальнена формула максимального стоку, з урахуванням \square набуває розрахункового вигляду

$$q_m = \frac{Y_m}{t_p} \square \quad (1.94)$$

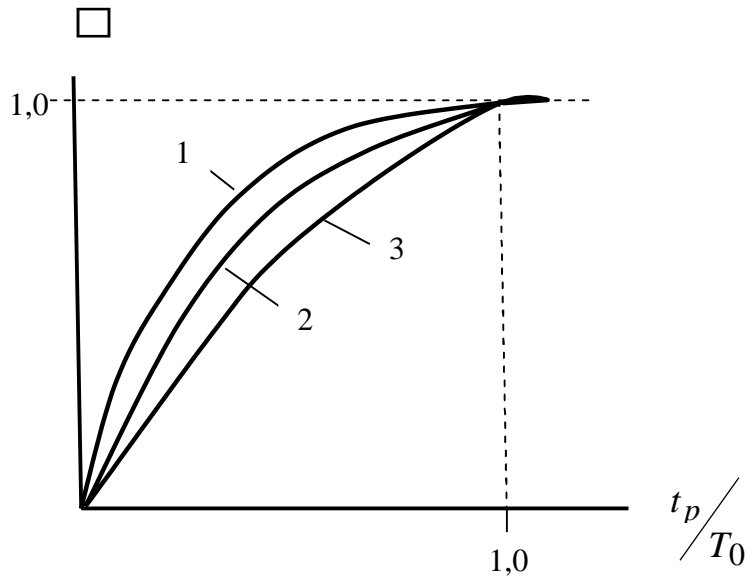


Рис.1.10 - Залежність коефіцієнта повноти схилового припливу K від співвідношення t_p/T_0 і $n_1 < n_2 < n_3$

Модель формування максимального стоку на річкових системах А.М.Бефані

Побудувати теоретичну модель формування максимального стоку на розгалужених річкових системах за схемою елементарних водозборів не вдається, оскільки на окремих ділянках русел до них надходить вода не лише зі схилів, але й за рахунок приток різного порядку. Тому А.М.Бефані (1958) для вирішення цієї проблеми використав модель руслових ізохрон (рис.1.11).

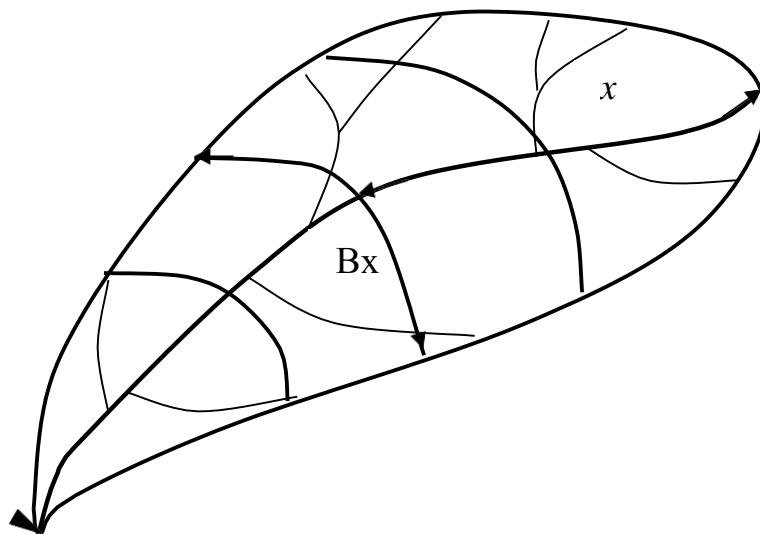


Рис.1.11 - Річкова система з ізохронами руслового добігання

Розглядається ізохрона шириною Bx , яка віддалена від основного вододілу на відстань x . Бічний приплив у площині кожної ізохрони можна записати як функцію q'_t , помножену на кількість русел, які перетинаються відповідною ізохроною. У такому випадку диференціальне рівняння руслового стоку запишеться у вигляді

$$V \frac{\partial \square}{\partial x} + \frac{\partial \square}{\partial t} = n_x q'_t, \quad (1.95)$$

де n_x - кількість русел у площині ізохрони, віддаленої на відстань x від вододілу. Якщо мати на увазі, що до кожного русла відносяться на водозборах по 2 схили, то n_x буде становити

$$n_x = \frac{Bx}{2\ell}, \quad (1.96)$$

де ℓ - довжина схилу;

Bx - ширина водозбору по ізохроні руслового добігання.

Відношення $\frac{1}{2\ell}$ є коефіцієнт густоти гідрографічної мережі \square , а тому $n_x = \square Bx$.

Підставимо (1.96) у (1.95), тоді

$$V_\partial \frac{\partial \square}{\partial x} + \frac{\partial \square}{\partial t} = \square Bx q'_t. \quad (1.97)$$

При швидкості руслового добігання паводкових хвиль, яка незначно змінюється за довжиною річок, $Bx = B_t$, а (1.97) набуде вигляду

$$V_\partial \frac{\partial \square}{\partial x} + \frac{\partial \square}{\partial t} = \square B_t q'_t. \quad (1.98)$$

Інтегрується (1.98) за схемою елементарних водозборів, тобто спочатку складається допоміжна система співвідношень:

$$\frac{dx}{V_\partial} = \frac{dt}{1} = \frac{d\square}{\square B_t q'_t}. \quad (1.99)$$

На основі (1.99) можна записати

$$x = V_\partial t + C_1 \quad (1.100)$$

i

$$\square = \square \int B_t q_t' dt + C_2. \quad (1.101)$$

Початкові та граничні умови: $t=0$; $\square \equiv 0$ й $x=0$; $\square \equiv 0$.

Розглянемо динаміку площі живого перерізу у часі, для чого скористуємось початковими умовами, тоді

$$C_1 = x, \quad (1.102)$$

a

$$\square = \square \int_0^t q_t' B_t dt. \quad (1.103)$$

При застосуванні граничних обмежень:

$$C_1 = -V_\partial t, \quad (1.104)$$

i

$$C_2 = -\square \int_0^t q_t' B_t dt. \quad (1.105)$$

Об'єднуючим частинні інтеграли (1.104) і (1.105) є рівняння

$$C_2 = -\square \int_0^{\frac{-C_1}{V_\partial}} q_t' B_t dt. \quad (1.106-)$$

Визначаючи C_1 і C_2 з (1.100) і (1.101), підставимо їх у (1.106) і отримаємо вираз відносно

$$\square \equiv \square \int_0^t q_t' B_t dt - \square \int_0^{t-t_x} q_t' B_t dt = \square \int_{t-t_x}^t q_t' B_t dt, \quad (1.107)$$

$$\text{де } t_x = \frac{x}{V_\partial}.$$

Максимальні витрати і модулі стоку будуть розраховуватись в залежності від співвідношення між тривалостями руслового добігання t_p і схилового припливу T_0 . Так, при $t_p > T_0$, відповідно до (1.103)

$$Q_m = V_{\partial} \cdot \square_m = V_{\partial} \cdot \square_0 \int_0^{T_0} q_t' B_t dt. \quad (1.108)$$

Для того, щоб спростити розв'язання цього рівняння, здійснимо осереднення функції B_t по T_0 , тоді

$$(Q_m)_{np} = \square B'_{cep} V_{\partial} \int_0^{T_0} q_t' dt, \quad (1.109)$$

де $(Q_m)_{np}$ - максимальна витрата води, розрахована за умови переходу від реальної форми водозбору до прямокутної, шириною B'_{cep} .

Для врахування такої спрощеної процедури введемо спеціальний коефіцієнт k_1' , який дорівнює

$$k_1' = \frac{Q^m}{(Q_m)_{np}}. \quad (1.110)$$

Звідки

$$Q_m = k_1' (Q_m)_{np} = V_{\partial} B'_{cep} k_1' Y_m. \quad (1.111)$$

Максимальний модуль стоку q_m буде становити

$$q_m = \frac{Q_m}{F} = \frac{V_{\partial} B'_{cep} k_1' Y_m}{B_{cep} L} = \frac{Y_m k_1' B'_{cep}}{t_p B_{cep}}, \quad (1.112)$$

де $\frac{1}{t_p} = \frac{V_{\partial}}{L}$, а $\square_0 \int_0^{T_0} q_t' dt = Y_m$.

Коефіцієнт k_1' і відношення $\frac{B'_{cep}}{B_{cep}}$ залежать від форми річкових водозборів і тому їх можна об'єднати в один гідрографічний коефіцієнт k_2 . Тоді

$$q_m = \frac{Y_m k_2}{t_p}. \quad (1.113)$$

За умови $t_p < T_0$ максимальна витрата буде визначатись за (1.114), причому, $x = L$, $t_x = t_p$, а

$$\square_m = \square \int_{t_{кр}-t_p}^{t_{кр}} q_t' B_t dt. \quad (1.115)$$

Таким чином

$$Q_m = V_{\partial} \square_m = V_{\partial} \square \int_{t_{кр}-t_p}^{t_{кр}} q_t' B_t dt. \quad (1.116)$$

З (1.116) видно, що інтегрування повинно відбуватись в інтервалі t_p . Здійснимо його (для спрощення) стосовно прямокутної форми, якій відповідає $B_{сер}$. Замість (1.116) запишемо

$$(Q_m)_{np} = V_{\partial} B_{сер} \square \int_{t_{кр}-t_p}^{t_{кр}} q_t' B_t dt = V_{\partial} B_{сер} Y_{t_p}. \quad (1.117)$$

Перехідний коефіцієнт k_1 від $(Q_m)_{np}$ до Q_m буде дорівнювати

$$k_1 = \frac{Q_m}{(Q_m)_{np}}. \quad (1.118)$$

Звідки

$$Q_m = k_1 (Q_m)_{np} = k_1 V_{\partial} B_{сер} Y_{t_p}. \quad (1.119)$$

Відповідний максимальний модуль q_m дорівнюватиме

$$q_m = \frac{Q_m}{F} = \frac{k_1 V_{\partial} B_{сер} Y_{t_p}}{B_{сер} L} = \frac{Y_{t_p} k}{t_p} \cdot 1. \quad (1.120)$$

Узагальнюючи (1.113) і (1.120), маючи на увазі, що $Y_{t_p} = \square Y_m$, запишемо для розгалужених річкових систем формулу максимального модуля стоку у вигляді

$$q_m = \frac{Y_m \square k}{t_p}, \quad (1.121)$$

де k_2 - гідрографічний коефіцієнт, який набуває значення $k_2 = k_1$ при $t_p < T_0$ і $k_2 = k_2$ - при $t_p \geq T_0$;

α - коефіцієнт повноти схилового припливу, що бере участь у формуванні Q_m (за умови $t_p < T_0$)

$$\alpha = \frac{n+1}{n} \frac{t_p}{T} \left[1 - \frac{1}{n+1} \left(\frac{t_p}{T} \right)^n \right]; \quad (1.122)$$

при $t_p \geq T_0$

$$\alpha = 1,0. \quad (1.123)$$

Практичне застосування структури (1.121) для нормування характеристик максимального стоку як дощових паводків, так і весняних водопіль, показало, що вона не враховує повною мірою ефекти русло-заплавного регулювання. З метою удосконалення розрахункової формули А.М.Бєфані (1981) дещо змінив вихідну редакцію диференціального рівняння (1.88), надавши йому такого вигляду

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_1 \alpha_3 + \alpha_a) = \alpha_4' B_t, \quad (1.124)$$

де α_1 - площа живого перерізу основного русла;

α_3 - площа водного перерізу на заплаві;

α_a - площа водного перерізу акумуляції води в алювіальних відкладах і берегах.

Робочою гіпотезою передбачалось, що між α_1 , з одного боку, і α_3 та α_a , з іншого, існує лінійний зв'язок:

$$\alpha_3 = \alpha_1 \alpha_3 \quad (1.125)$$

і

$$\alpha_a = \alpha_2 \alpha_1 \quad (1.126)$$

За таких умов

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + (1 + \alpha_1 + \alpha_2) \frac{\partial \alpha_1}{\partial t} = \alpha_4' B_t. \quad (1.127)$$

Величину у дужках позначено як α_H , тобто

$$\alpha_H = \frac{1}{1 + \alpha_1 + \alpha_2} \leq 1,0. \quad (1.128)$$

Допоміжна система рівнянь, за прикладом (1.99), є

$$\frac{dx}{V_\partial} = \frac{dt}{\alpha_H} = \frac{d\alpha}{\alpha_H \alpha_t'} \quad (1.129)$$

Розв'язується рівняння (1.127), з урахуванням (1.128), за тією ж методикою, що й (1.98), тобто:

- при $t_p < T_0$

$$q = \frac{Y_{t_p}}{m} k_1 \alpha_H; \quad (1.130)$$

- при $t_p \geq T_0$

$$q_m = \frac{Y_m}{t_p} k_2 \alpha_H. \quad (1.131)$$

В узагальненому вигляді розрахункова формула набуває вигляду

$$q_m = \frac{Y_m}{t_p} \alpha_H k_2 \alpha_H. \quad (1.132)$$

Слід зауважити, що при обґрунтуванні диференціального рівняння (1.127) і його розв'язанні, зроблено припущення стосовно незмінності α_H на різних за розмірами водозборах. Практичне застосування структури (1.130) виявило залежність α_H від площі водозборів, причому при $F = 0$ коефіцієнт $\alpha_H = 1,0$, а при збільшенні її величини - має поступово убуваючий характер.

Гідрографічні коефіцієнти

Для дослідження впливу форми водозборів на величину максимальних витрат води необхідно спочатку у параметричному вигляді представити структуру гідрографічних коефіцієнтів k_2 . Перший гідрографічний коефіцієнт k_1 є відношенням

$$k_1 = \frac{Q_m}{(Q_m)_{np}} = \frac{\int_0^{t_{kp}} q'_t B_t dt}{B_{cep} \int_0^{t_{kp}-t_p} q'_t dt}, \quad (1.133)$$

а другий k_2 -

$$k_2 = k' \frac{B'_{cep}}{B_{cep}} = \frac{Q_m}{(Q_m)_{np}} \frac{B'_{cep}}{B_{cep}} = \frac{\int_0^{T_0} q'_t B_t dt}{B'_{cep} \int_0^{T_0} q'_t dt} \frac{B'_{cep}}{B_{cep}} = \frac{\int_0^{T_0} q'_t B_t dt}{B_{cep} \int_0^{T_0} q'_t dt}. \quad (1.134)$$

Раніше при обґрунтуванні коефіцієнтів повноти схилового припливу функція q'_t була взята в редакції (1.92). Інтегрування (1.133) і (1.134) потребує аналогічного вирішення для функції B_t . Річкові системи, як видно з рис.1.9, мають в цілому грушеподібну форму з $Bx = 0$ при $x = 0$ і L . Тому розподіл ширин по довжині головної річки можна представити кривою, показаною на рис.1.10.

Перебудована крива ізохрон (рис.1.10-б) досить просто описується рівнянням

$$\frac{B_x}{B_m} = 1 - \left(\frac{x}{L} \right)^m \quad (1.135)$$

або при сталій швидкості руслового добігання паводкових і повеневих хвиль

$$\frac{B}{B_m} = 1 - \left(\frac{t}{t_p} \right)^m. \quad (1.136)$$

Звідки

$$B_t = B_m \left[1 - \left(\frac{t}{t_p} \right)^m \right] \quad (1.137)$$

За літературними джерелами, m змінюється від 2,0 (невеликі водозбори) до 1,0 (середні водозбори) – 0,5 (великі розгалужені річкові системи).

Приступаючи до інтегрування (1.133), розглянемо його чисельник

$$\int_0^{t_{kp}} q'_t B_t dt = \int_0^{t_p} q'_t B_t dt = q'_m B_m \int_0^{t_p} \left[1 - \left(\frac{t}{T_0} \right)^n \right] \left[1 - \left(\frac{t}{t_p} \right)^m \right] dt = \quad (1.138)$$

$$= q'_m B_m t_p \left[1 - \frac{m+1}{(n+1)(m+n+1)} \left(\frac{t_p}{T} \right)^n \right]$$

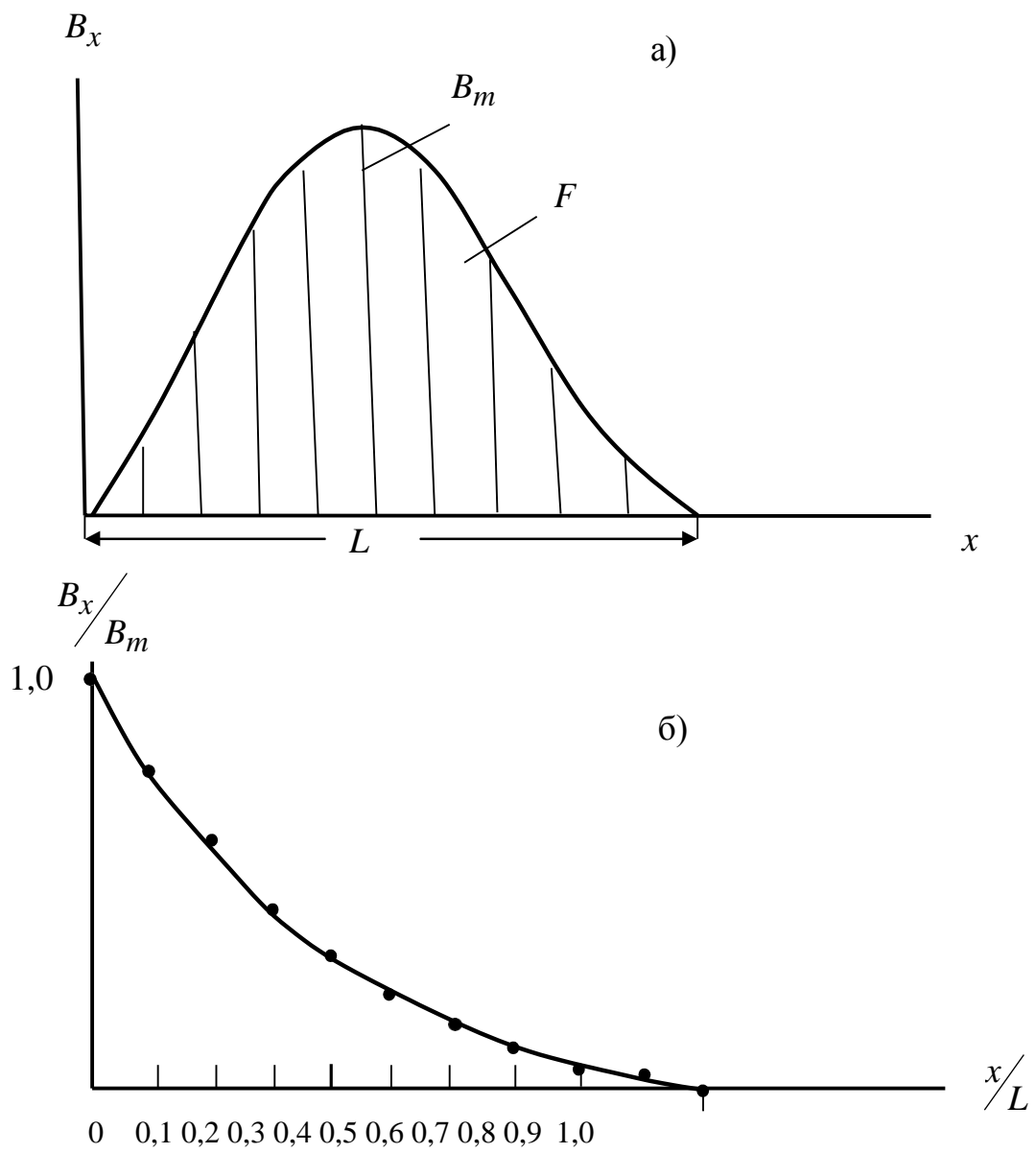


Рис.1.10- Криві ізохрон руслового добігання: а) у хронологічному вигляді; б) у перебудованому варіанті

Інтегральна складова знаменника (1.139) дорівнює

$$\int_{t_{кр}-t_p}^{t_{кр}} q'_t dt = \int_0^{t_p} q'_t dt = q'_m \int_0^{t_p} \left[1 - \left(\frac{t}{T} \right)^n \right] dt = q'_m t_p \left[1 - \frac{1}{n+1} \left(\frac{t_p}{T_0} \right)^{n+1} \right]. \quad (1.139)$$

Середню ширину водозборів $B_{сер}$, маючи функцію B_t у вигляді (1.137), можна отримати таким чином

$$B_{сер} = \frac{1}{t_p} \int_0^{t_p} B_t dt = \frac{m}{m+1} B_m. \quad (1.140)$$

Тепер (1.138) – (1.140) підставимо в (1.133) і здійснимо нескладні перетворення, тоді

$$k_1 = \frac{1 - \frac{m+1}{(n+1)(m+n+1)} \left(\frac{t_p}{T} \right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{n+1} \left(\frac{t_p}{T_0} \right)^{n+1}}. \quad (1.141)$$

Аналогічним чином виконуються розрахунки k_2 в редакції (1.134). Чисельник в (1.134) від (1.133) відрізняється лише областю інтегрування, оскільки

$$\int_0^{T_0} q'_t B_t dt = q'_m B_m T_0 \left[\frac{1}{n+1} - \frac{1}{(m+1)(m+n+1)} \left(\frac{T_0}{t_p} \right)^{n+1} \right]. \quad (1.142)$$

Вирішенням інтегрального виразу у знаменнику буде

$$\int_0^{T_0} q'_t dt = q'_m T_0 \frac{1}{n+1}. \quad (1.143)$$

Середня ширина $B_{сер}$, що входить у знаменник (1.134), визначається формулою (1.140). Після підстановки (1.142), (1.143) і (1.140) в (1.134) та перетворень отримаємо аналітичний вираз для k_2

$$k_2 = \frac{m+1}{m} \frac{n+1}{m(m+n+1)} \left(\frac{T_0}{t_p} \right)^m. \quad (1.144)$$

Щоб отримати фізичні межі для k_2 , підставимо в (1.141) умову нижньої границі. Тоді $k_2 = k_1 = 1,0$, при $\frac{t_p}{T_0} = 0$, незалежно від форми річкових водозборів і динаміки схилового припливу у часі. Верхньою границею k_2 (при $t_p \gg T_0$) буде $k_2 = \frac{m+1}{m}$. Зокрема, для невеликих водозборів ($m = 2,0$) $\frac{m+1}{m} = 1,5$, для середніх ($m = 1,0$) – 2,0, для великих ($m = 0,5$) – 3,0. Характер зміни k_2 в залежності від співвідношення $\frac{t_p}{T_0}$ і форми водозборів ілюструється рис.1.11.

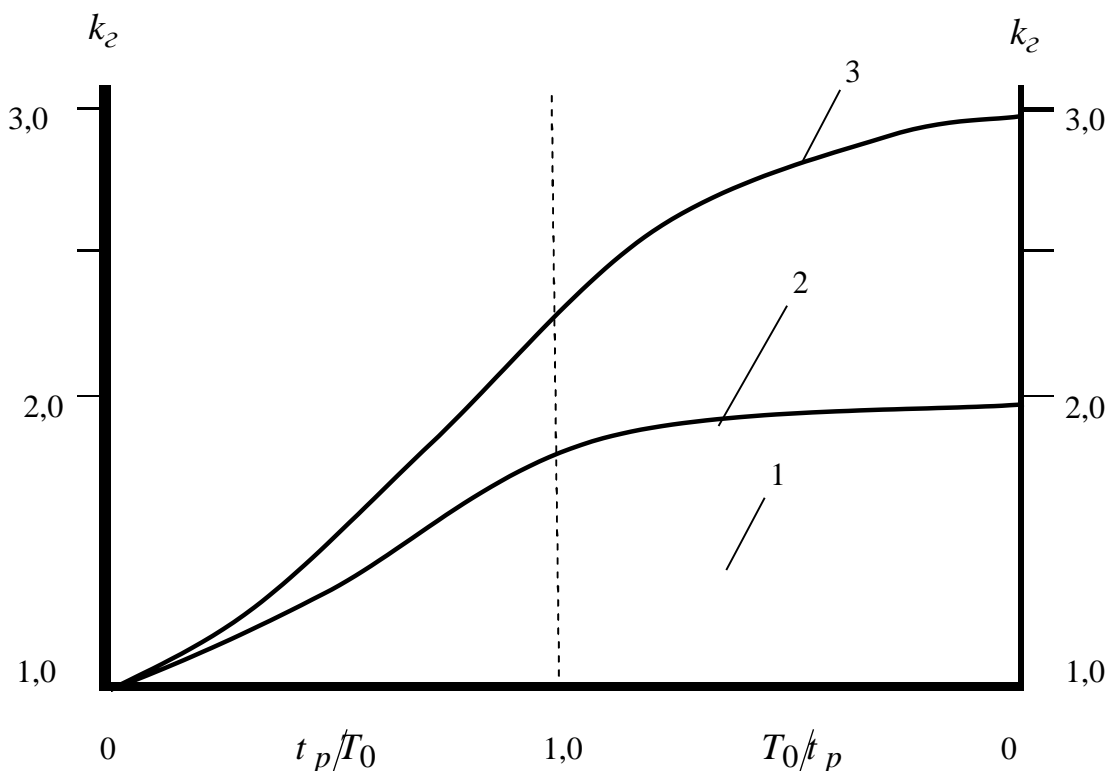


Рис.1.11 - Залежність гідрографічних коефіцієнтів k_2 від співвідношення t_p/T_0 при $m = 2,0$ (1); 1,0 (2); 0,5 (3)

1.3 Операторна модель формування максимального стоку паводків і водопіль

Базові структури, засновані на геометричній схематизації гідрографів стоку

За геометричною схематизацією гідрограф схилового припливу у редуційному вигляді описується рівнянням (1.92)

$$q'_t = q'_m \left[1 - \left(\frac{t}{T} \right)^n \right], \quad (1.145)$$

а руслового

$$q_t = q_m \left[1 - \left(\frac{t}{T_n} \right)^{m_1} \right], \quad (1.146)$$

де T_0 - тривалість схилового припливу;

T_n - тривалість водопілля (паводка);

q'_m і q_m - максимальні модулі схилового і руслового стоку.

За відомих функцій q'_t і q_t можна знайти шар схилового припливу

$(Y_m)_{np}$ і руслового стоку $(Y_m)_{cm}$:

$$(Y_m)_{np} = \int_0^{T_0} q'_t dt = \frac{q'_m T_0}{n+1}, \quad (1.147)$$

а

$$(Y_m)_{cm} = \int_0^{T_n} q_t dt = \frac{m_1}{m_1+1} q_m T_n. \quad (1.148)$$

Вважаючи, що втрати схилового припливу у русловій мережі незначні, тобто $(Y_m)_{np} = (Y_m)_{cm} = Y_m$, порівнюємо праві частини (1.147) і (1.148), тоді

$$q_m = \left(\frac{m_1+1}{m_1} \cdot \frac{n+1}{n} \right) \frac{q'_m T_0}{T_n}. \quad (1.149)$$

Домножимо чисельник і знаменник (1.149) на $(T_0 + t_p)$, після чого

$$q_m = \frac{q'_m T_0}{T_0 + t_p} k_n k_m = \frac{q'_m}{1 + \frac{t_p}{T_0}} k_n k_m, \quad (1.150)$$

де $\frac{1}{1 + \frac{t_p}{T_0}} \leq 1,0$ - редуційний коефіцієнт, зумовлений, головним чи-

ном, тривалістю руслового добігання;

$k_n = \frac{T_0 + t_p}{T_n} \leq 1,0$ - коефіцієнт, зумовлений русло-заплавним регулю-

ванням;

$k_m = \frac{m_1 + 1}{m_1} \frac{n + 1}{n}$ - коефіцієнт трансформації форми гідрографа сто-

ку.

Очевидно, що в структурі (1.150) реалізується природна послідовність трансформації «схилувий приплив – русловий стік». На відміну від Д.Л.Соколовського, редуція максимального модуля q_m по площі відбувається не лише за рахунок параметра $1 / \left(1 + \frac{t_p}{T_0} \right)$, але й під впливом k_n і k_m ,

тобто

$$\frac{1}{(F + 1)^{n_1}} = \frac{k_m k_n}{1 + \frac{t_p}{T_0}}. \quad (1.151)$$

Далі зупинимось на окремих випадках, які стосуються (1.150), а вони такі:

1. Припустимо, що по території можна осереднити T_0 , тоді множник $1 / \left(1 + \frac{t_p}{T_0} \right)$, як і два інші (k_n і k_m), будуть залежати переважно від розміру водозборів, а саме

$$\frac{k_m k_n}{1 + \frac{t_p}{T_0}} = \frac{1}{(F + 1)^{n_1}}. \quad (1.152)$$

Розрахункова формула 1-го рівня спрощення набуває вигляду

$$q_m = \frac{q'_m}{(F+1)^{n_1}}. \quad (1.153)$$

Відповідно до (1.153) максимальний модуль схилового припливу дорівнює

$$q'_m = \frac{n+1}{n} \frac{1}{T_0} Y_m, \quad (1.154)$$

де $\frac{n+1}{n} \frac{1}{T_0} = k_0$ - коефіцієнт трансформації весняного водопілля (відповідає терміну «коефіцієнт дружності», наведеного в СНіП 2.01.14-83).
З урахуванням цього

$$q_m = \frac{k_0 Y_m}{(F+1)^{n_1}}. \quad (1.155)$$

Структура (1.155) без поправкових коефіцієнтів на залісеність, заболоченість і озерність повною мірою відповідає нормативному документу СНіП 2.01.14-83 (в частині розрахунку характеристик максимального стоку весняного водопілля).

2. При можливості осереднення у межах території, крім T_0 , ще й шару стоку (1.155) спроститься до рівня

$$q_m = \frac{q'_m}{(F+1)^{n_1}}, \quad (1.156)$$

де $q'_m = k_0 Y_m$ - осереднений по території модуль схилового припливу.

Структура (1.156) використана у СН 435-72 і СНіП 2.01.14-83 для нормування характеристик максимального стоку дощових паводків (при $F > 200 \text{ км}^2$), правда, в дещо іншій редакції

$$q_m = q_{200} \left(\frac{200}{F} \right)^{n_1}, \quad (1.157)$$

де q_{200} - максимальний модуль стоку, приведений до умовної площі водозбору $F = 200\text{км}^2$.

3. За умови, що T_0 не підлягає осередненню, слід користуватись базовою формулою (1.150). З метою її спрощення підставимо в неї значення k_n , k_m і q'_m та здійснимо деякі прості перетворення, тоді

$$q_m = \frac{m_1 + 1}{m_1} \frac{Y_m}{T_n}. \quad (1.158)$$

Цей вираз повністю збігається зі структурами формул об'ємного типу (1.51). Порівняльний аналіз приводить до висновку, що k_ϕ у формулі (1.51) відповідає коефіцієнтові часової нерівномірності річкового стоку $\frac{m_1 + 1}{m_1}$.

Базові структури, засновані на теорії руслових ізохрон

Попередній аналіз науково-методичної бази свідчить про те, що вона недостатньо теоретично обґрунтована, а тому потребує розвитку й удосконалення. Принципові положення, розглянуті раніше, приводять до висновку про перспективність розвитку розрахункових методик, виходячи з таких модельних передумов. По-перше, доцільно розглянути модель «схилувий приплив – русловий стік» у вигляді редуційних гідрографів схилового і руслового (або тільки руслового) стоку. У геометричному варіанті така вихідна модель ілюструється рис.1.3 (при $t_p < T_0$) і рис.1.6 (при $t_p \geq T_0$). По-друге, не вичерпані можливості моделі руслових ізохрон.

Зокрема, при $t_p \geq T_0$

$$Q_m = \sum_{T_0} q'_t f_t \Delta t; \quad (1.159)$$

- при $t_p < T_0$

$$Q_m = \sum_{t_p} q'_t f_t \Delta t. \quad (1.160)$$

Зауважимо, що усі 3 функції розглядаються у редуційному вигляді. Площу елементарної площадки можна записати таким чином

$$f_t = B_t V_\partial \Delta t, \quad (1.161)$$

де B_t - середня ширина у межах елементарної площадки;

Δt - крок у часі.

З урахуванням (1.161) вихідні рівняння (1.159) і (1.160) будуть мати вигляд:

при $t_p < T_0$

$$Q_m = V_\partial \sum_{t_p} q'_t B_t \Delta t ; \quad (1.162)$$

при $t_p \geq T_0$

$$Q_m = V_\partial \sum_{T_0} q'_t B_t \Delta t . \quad (1.163)$$

Функції припливу q'_t й ізохрон B_t візьмемо в редакції (1.92) і (1.137).

При $\Delta t \rightarrow 0$ (1.162) і (1.163) запишуться в інтегральному вигляді, тобто:

при $t_p < T_0$

$$Q_m = V_\partial \int_0^{t_p} q'_t B_t \Delta t ; \quad (1.164)$$

при $t_p \geq T_0$

$$Q_m = V_\partial \int_0^{T_0} q'_t B_t \Delta t . \quad (1.165)$$

Оскільки, як вже вказувалось раніше, параметрична формалізація Δt невідома, скористуємось таким методичним прийомом. В обох рівняннях у першому наближенні осереднимо Δt по t_p і по T_0 . Тоді при $t_p < T_0$

$$(Q_m)_{np} = V_\partial \Delta t_p \int_0^{t_p} q'_t B_t dt . \quad (1.166)$$

У такому випадку

$$k_{\Delta t} = \frac{Q_m}{(Q_m)_{np}} , \quad (1.167)$$

звідки

$$\begin{aligned}
Q_m &= k(Q_m)_{np} = V_\partial \square_{t_p} k \square q'_m B_m \int_0^{t_p} \left[1 - \left(\frac{t}{T_0} \right)^n \right] \left[1 - \left(\frac{t}{t_p} \right)^m \right] dt = \\
&= V_\partial \square_F q'_m B_m \int_0^{t_p} \left[1 - \left(\frac{t}{t_p} \right)^m - \left(\frac{t}{T_0} \right)^n + \frac{t^{n+m}}{T_0^n t_p^m} \right] dt = \\
&= V_\partial \square_F q'_m B_m t_p \frac{m}{m+1} \left[1 - \frac{m+1}{(n+1)(m+n+1)} \left(\frac{t_p}{T_0} \right)^n \right]
\end{aligned} \tag{1.168}$$

Максимальний модуль стоку дорівнює

$$\begin{aligned}
q_m &= \frac{Q_m}{B_{cep} L} = \frac{V_\partial \square_F q'_m B_m t_p \frac{m}{m+1} \left[1 - \frac{m+1}{(n+1)(m+n+1)} \left(\frac{t_p}{T_0} \right)^n \right]}{B_{cep} L} = \\
&= q'_m \frac{B_m}{B_{cep}} \frac{m}{m+1} \left[1 - \frac{m+1}{(n+1)(m+n+1)} \left(\frac{t_p}{T_0} \right)^n \right] \square_F.
\end{aligned} \tag{1.169}$$

Відношення $\frac{B_m}{B_{cep}}$, виходячи з (1.140), дорівнює

$$\frac{B_m}{B_{cep}} = \frac{m+1}{m}. \tag{1.170}$$

Таким чином,

$$q_m = q'_m \left[1 - \frac{m+1}{(n+1)(m+n+1)} \left(\frac{t_p}{T_0} \right)^n \right] \square_F, \tag{1.171}$$

де $\square_F = k \square_{t_p}$ - коефіцієнт русло-заплавного регулювання, який залежить від розміру водозборів.

З (1.171) видно, що вираз у квадратних дужках є убиваючою функцією відношення $\frac{t_p}{T_0}$ та сполучення степеневих показників n і m . Введемо позначення

$$\left(\frac{t_p}{T_0}\right) = 1 - \frac{(n+1)(m+n+1)}{(n+1)(m+n+1)} \left(\frac{t_p}{T_0}\right)^n. \quad (1.172)$$

Тоді

$$q_m = q'_m \left(\frac{t_p}{T_0}\right)^n. \quad (1.173)$$

Базовим параметром у розрахунковій формулі є максимальний модуль схилового припливу. Визначити його можна з рівняння (1.92), якщо проінтегрувати його по T_0 , тобто

$$Y_m = T_0 \int_0^{t_p} q_t dt = q'_m \frac{n}{n+1} T_0. \quad (1.174)$$

Звідки

$$q'_m = \frac{n+1}{n} \frac{1}{T_0} Y_m, \quad (1.175)$$

де $\frac{n+1}{n}$ - коефіцієнт часової нерівномірності схилового припливу.

Розглянемо варіант формування максимальної витрати води Q_m при умові $t_p > T_0$, скориставшись рівнянням (1.165). Запишемо спочатку його спрощений варіант

$$(Q_m)_{np} = V_d \int_0^{T_0} q'_t B_t dt, \quad (1.176)$$

а потім вираз для перехідного коефіцієнта k

$$k = \frac{Q_m}{(Q_m)_{np}}. \quad (1.177)$$

3 (1.177)

$$\begin{aligned}
 Q_m &= k_{\square}(Q_m)_{np} = k_{\square} \square_{T_0} V_{\Delta} q'_m B_m \int_0^{T_0} \left[1 - \left(\frac{t}{T_0} \right)^n \right] \left[1 - \left(\frac{t}{t_p} \right)^m \right]^{n+m+1} dt = \\
 &= V_{\Delta} q'_m B_m T_0 \frac{n}{n+1} \left[1 - \frac{n}{(m+1)(m+n+1)} \left(\frac{T_p}{t_p} \right)^m \right] \quad (1.178)
 \end{aligned}$$

Максимальний модуль стоку дорівнює

$$q_m = \frac{Q_m}{B_{cep} L} = q'_m \frac{B_m}{B_{cep}} \frac{n}{n+1} \frac{T_0}{t_p} \left[\frac{m+1}{m} - \frac{n+1}{m(m+n+1)} \left(\frac{T_0}{t_p} \right)^m \right] \square_F \quad (1.179)$$

Множник $\frac{n}{n+1} \frac{T_0}{t_p} \left[\frac{m+1}{m} - \frac{n+1}{m(m+n+1)} \left(\frac{T_0}{t_p} \right)^m \right]$ позначимо як $\square \left(\frac{t_p}{T_0} \right)$, але

при $t_p \geq T_0$. Таким чином

$$q_m = q'_m \square \left(\frac{t_p}{T_0} \right) \square_F \quad (1.180)$$

Підсумовуючи викладене вище, запишемо розрахункові рівняння для встановлення $\square \left(\frac{t_p}{T_0} \right)$:

- при $\frac{t_p}{T_0} = 0$

$$\square \left(\frac{t_p}{T_0} \right) = 1,0; \quad (1.181)$$

- при $0 < \frac{t_p}{T_0} < 1,0$

$$\left(\frac{t_p}{T_0} \right) = 1 - \frac{(n+1)(m+n+1) \left(\frac{t_p}{T_0} \right)^n}{\left(\frac{t_p}{T_0} \right)^{m+1}}; \quad (1.182)$$

- при $\frac{t_p}{T_0} \geq 1,0$

$$\left(\frac{t_p}{T_0} \right) = \frac{F^{m+1} \left(\frac{T_0}{t_p} \right)^m}{n+1 \left(\frac{t_p}{T_0} \right)^m + m(m+n+1) \left(\frac{t_p}{T_0} \right)^{m+1}}; \quad (1.183)$$

- при $t_p \gg T_0$

$$\left(\frac{t_p}{T_0} \right) = 0. \quad (1.184)$$

Характер залежності $\left(\frac{t_p}{T_0}, n, m \right)$ наводиться на рис.1.12.

Коефіцієнт русло-заплавного регулювання \square_F має убуваючий характер при збільшенні площі водозборів від свого верхнього граничного значення $\square_F = 1,0$ при $F = 0$. Залісеність і заболоченість водозборів враховуються у таких параметрах розрахункової формули як T_0 (у структурі коефіцієнта $\left(\frac{t_p}{T_0} \right)$) і шарів стоку Y_m (у структурі максимального модуля схилового припливу q'_m). Проточні водойми (озера, водосховища, ставки), під впливом яких безпосередньо відбувається регулювання q_m , враховується коефіцієнтом r , причому

$$r = 1 - f \left(\frac{\square_{оз}}{F} \right), \quad (1.185)$$

де $\square_{оз}$ - площа водної поверхні водойми;
 F - площа водозбору.

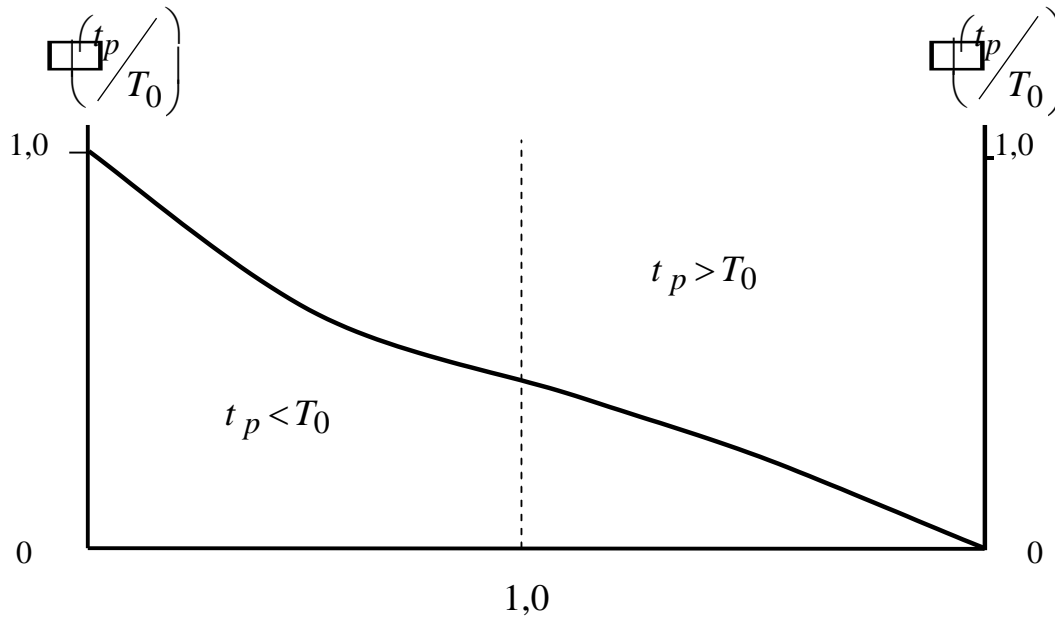


Рис.1.12 - Залежність функції трансформації $\square(t_p/T_0)$ від співвідношення t_p/T_0

В СНіП 2.01.14-83 надається дещо інша редакція (1.185), а саме

$$r = \frac{1}{1 + C f'_{o3}}, \quad (1.186)$$

де C - коефіцієнт, який береться в залежності від середнього багаторічного шару весняного водопілля \bar{Y}_m ;

f'_{o3} - середньозважена озерність водозбору (у %), причому

$$f'_{o3} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{100 \square f_i}{F^2} \right); \quad (1.187)$$

f_i - площа водозбору озера.

За відсутності відомостей по f_i , середньозважену озерність рекомендується визначити за формулою

$$f'_{o3} = (f_{o3} - 2)/2,8, \quad (1.188)$$

де f_{o3} - відносна озерність.

$$f_{oz} = \left(\sum_{i=1}^n \square_i \cdot 100 \right) / F. \quad (1.189)$$

Якщо річка та її притоки беруть початок з озер, водозбори яких становлять більше 50 % площі водозбору, то

$$f'_{oz} = (f_{oz} - 2) / 0,92. \quad (1.190)$$

З коефіцієнтом озерності розрахункова формула (1.180) набуває вигляду

$$q_m = q'_m \left(\frac{t_p}{T_0} \right) \square_F r. \quad (1.191)$$

Формули граничної інтенсивності

Повернемося тепер до аналізу структури формул граничної інтенсивності, зокрема, її найбільш відомого варіанта, використаного при складанні нормативних документів СН 435-72, а потім і СНіП 2.01.14-83 при розрахунках максимальних модулів стоку дощових паводків на невеликих річках ($F < 200 \text{ км}^2$)

$$q_m = 16,67 \square(\square) H_\delta \square, \quad (1.192)$$

де $16,67 \square(\square) \square A_1$ - ординати редукційних кривих найбільшої середньої інтенсивності опадів у часі, тобто

$$\square(\square) = \frac{\alpha \square}{H_\delta}; \quad (1.193)$$

- H_δ - добовий максимум дощових опадів;
- збірний коефіцієнт стоку;
- розрахункова тривалість опадів.

Ми вже привертали увагу читача, що в формулі (1.192) розглядається оператор «опаді – русловий стік» замість «опаді – схиловий приплив – русловий стік». При аналізі структурного виразу (1.192) розглянемо як не-

великі водозбори, так і розгалужені річкові системи. Для невеликих річок, водозбори яких моделюються у вигляді прямокутників з одним водотоком посередині, максимальний модуль стоку (без урахування русло-заплавного регулювання) дорівнює

$$q_m = \frac{Y_m \alpha}{t_p} \quad (1.194)$$

де α коефіцієнт повноти припливу схилового стоку, який формує максимальну витрату води, причому

- при $t_p < T_0$

$$\alpha = \frac{n+1}{n} \frac{t_p}{T_0} \left[1 - \frac{1}{n+1} \left(\frac{t_p}{T_0} \right)^n \right]; \quad (1.195)$$

- при $t_p \geq T_0$

$$\alpha = 1,0; \quad (1.196)$$

$\frac{n+1}{n}$ - коефіцієнт часової нерівномірності схилового стоку.

За умови, що у формуванні максимального стоку беруть участь опади H_m , які співпадають з їх добовими значеннями

$$H_{\partial} \alpha = Y_m, \quad (1.197)$$

а (1.192) запишеться в редакції

$$q_m = 16,67 \alpha \left(\frac{\alpha}{T_0} \right) Y_m. \quad (1.198)$$

З порівняння (1.194) і (1.198)

$$16,67 \alpha \left(\frac{\alpha}{T_0} \right) = \frac{\alpha}{t_p} = \Gamma(t_p). \quad (1.199)$$

Таким чином, функція $16,67 \alpha \left(\frac{\alpha}{T_0} \right)$ буде розраховуватись в залежності від співвідношення між t_p і T_0 . Зокрема,

- при $0 < t_p < 1,0$

$$\Gamma(t_p) \sim \frac{n+1}{n} \frac{1 - \left(\frac{t_p}{T_0}\right)^{n+1}}{1 - \left(\frac{t_p}{T_0}\right)^n}; \quad (1.200)$$

- при $t_p \geq T_0$

$$\Gamma(t_p) = \frac{1}{t_p}; \quad (1.201)$$

- при $\frac{t_p}{T_0} = 0$

$$\Gamma(t_p) = \frac{n+1}{n} \frac{1}{T_0}; \quad (1.202)$$

- при $t_p \gg T_0$

$$\Gamma(t_p) = 0. \quad (1.203)$$

З (1.200) – (1.203) видно, що трансформаційна функція $\Gamma(t_p)$ безпосередньо не пов'язана з характеристиками опадів, а цілком залежить від співвідношення t_p , а при $t_p < T_0$ й від динаміки припливу води зі схилів до руслової мережі. В тій редакції, що наводиться вище, $\Gamma(t_p)$ майже не піддається узагальненню, внаслідок її розмірності.

Усунути цю незручність можна шляхом нормування $\Gamma(t_p)$ по T_0 , тоді

- при $\frac{t_p}{T_0} < 1,0$

$$\Gamma(t_p) \sim \frac{n+1}{n} \frac{1 - \left(\frac{t_p}{T_0}\right)^{n+1}}{1 - \left(\frac{t_p}{T_0}\right)^n}; \quad (1.204)$$

- при $\frac{t_p}{T_0} > 1,0$

$$\Gamma(t_p) = \frac{T_0}{t_p}. \quad (1.205)$$

За умови $t_p/T_0 = 1,0$ по обох рівняннях маємо одиницю.

Нормована функція трансформації $\Gamma(t_p) \cdot T_0$ за різних n наводиться на рис.1.13.

На основі викладеного слід формулу граничної інтенсивності (1.192) записати у вигляді

$$q_m = \Gamma(t_p) H_\partial \cdot \square \quad (1.206)$$

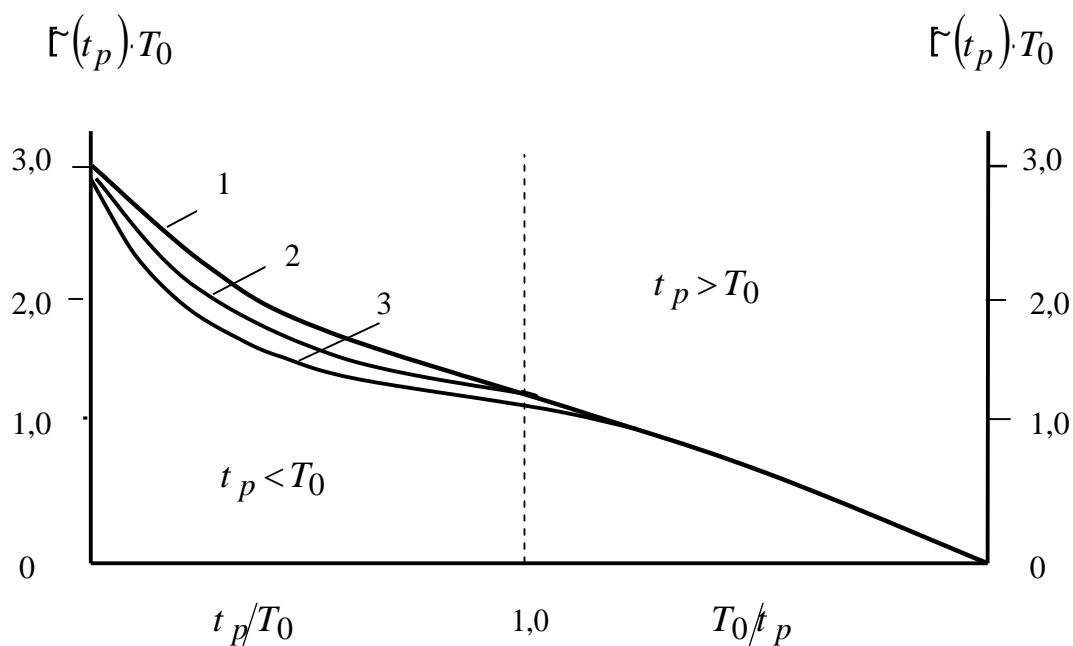


Рис.1.13 - Нормована функція трансформації $\Gamma(t_p) \cdot T_0$ за різних n :
0,5(1); 0,33(2); 0,25(3)

При використанні шарів стоку (замість опадів)

$$q_m = \Gamma(t_p) Y_m \cdot \quad (1.207)$$

Останній вираз можна використовувати як для паводків, так і для водопіль.

Для розгалужених річкових систем скористаємось базовою структурою (1.180)

$$q_m = q'_m \left(\frac{t_p}{T_0} \right) \square_F, \quad (1.208)$$

де q'_m - максимальний модуль схилового припливу

$$q'_m = \frac{n+1}{n} \frac{1}{T_0} Y_m; \quad (1.209)$$

\square_F - коефіцієнт русло-заплавного регулювання;

$\left(\frac{t_p}{T_0} \right)$ - функція розпластування паводкових і повеневих хвиль

під впливом тривалості руслового добігання.

Підставимо(1.209) в (1.208)

$$q_m = \frac{n+1}{n} \frac{1}{T_0} Y_m \left(\frac{t_p}{T_0} \right) \square_F. \quad (1.210)$$

В результаті порівняння (1.210) і (1.198) отримаємо вираз

$$16,67 \square(\square) = \Gamma(t_p) = \frac{n+1}{n} \frac{1}{T_0} \left(\frac{t_p}{T_0} \right) \square_F. \quad (1.211)$$

Очевидно, що редуційна крива опадів $16,67 \square(\square)$ на розгалужених річкових системах повинна враховувати два чинника трансформації максимального стоку – розпластування і русло-заплавне регулювання.

У розгорнутому вигляді функцію $\Gamma(t_p)$ можна розглянути в залежності від співвідношення між t_p і T_0 і окремо – з урахуванням русло-заплавного регулювання. Перша складова подається таким чином:

- при $0 < t_p < T_0$

$$\Gamma'(t_p) = \frac{n+1}{n} \frac{1}{T} \left[1 - \frac{m+1}{(n+1)(m+n+1)} \frac{t_p}{T} \right]; \quad (1.212)$$

- при $t_p \geq T_0$

$$\Gamma'(t_p) = \frac{1}{t_p} \left[\frac{m+1}{m} - \frac{n+1}{m(m+n+1)} \left(\frac{T_0}{t_p} \right)^m \right]; \quad (1.213)$$

- при $\frac{t_p}{T_0} = 0$

$$\Gamma'(t_p) = \frac{n+1}{n T_0}; \quad (1.214)$$

- при $t_p \gg T_0$

$$\Gamma'(t_p) = 0. \quad (1.215)$$

На великих водозборах структури формули граничної інтенсивності будуть мати вигляд

- при використанні опадів (дощові паводки)

$$q_m = \Gamma'(t_p) H_{\partial} \cdot \square \square_F; \quad (1.216)$$

- при використанні снігозапасів (весняне водопілля)

$$q_m = \Gamma'(t_p) S_m \square \square_F; \quad (1.217)$$

- при використанні шарів стоку (паводки і водопілля)

$$q_m = \Gamma'(t_p) Y_m \square_F. \quad (1.218)$$

Слід зауважити, що структури (1.216–1.218) не мають обмежень з точки зору розмірів водозборів.

Нормативні документи з розрахунків характеристик максимального стоку

Підготовку нормативного документу «Указания по определению расчетных гидрологических характеристик (СН 435-72)» здійснював колектив наукових співробітників Державного гідрологічного інституту (м.Ленінград). В ньому узагальнено багаторічний досвід в області теорії і практики гідрологічних розрахунків Г.А.Алексєєва, А.М.Бефані,

С.М.Крицького, М.Ф.Менкеля, Д.Л.Соколовського, М.М.Чегодаєва. Методи розрахунку максимальних витрат води розглядаються окремо для весняного водопілля і дощових паводків. За розрахунків беруться найбільші витрати води з отриманих значень, які лімітують роботу споруди або її частин. За необхідності передбачено виконання короткочасних польових досліджень. Вихідні часові ряди вважаються достатніми для встановлення розрахункових величин, якщо вони відповідають таким вимогам по періодах спостережень:

- для лісотундрової і лісової зон не менше - 25 років;
- для лісостепової - 30 років;
- для степової - 40 років;
- для сухостепової і напівпустельної - 50 років;
- для гірських районів - 40 років.

Якщо період спостережень менший від вказаних граничних значень, то результати розрахунку необхідно піддати додатковому аналізу, використовуючи матеріали річок-аналогів. Крім матеріалів систематичних гідрометричних спостережень рекомендується долучати до аналізу й найвищі історичні рівні води. За наявності ряду спостережень за n років і однієї достатньо надійно обчисленої витрати води Q_N , відносно якої відомо, що вона є найвищою за N років, параметри кривих розподілу ймовірностей \bar{Q}_m і C_V визначаються за формулами:

$$\bar{Q}_m = \frac{1}{N} \left(Q_N + \frac{N-1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} Q_i \right), \quad (1.219)$$

а

$$C_V = \sqrt{\frac{1}{N-1} \left[\left(\frac{Q_N}{\bar{Q}_m} - 1 \right)^2 + \frac{N-1}{n-1} \sum_{i=1}^{n-1} \left(\frac{Q_i}{\bar{Q}_m} - 1 \right)^2 \right]}, \quad (1.220)$$

де n - тривалість періоду спостережень;

N - тривалість періоду, протягом якого визначна максимальна витрата Q_N не була перевищена.

Величина коефіцієнта асиметрії береться за даними аналізу співвідношень річок-аналогів. Як правило, пропонується при статистичній обробці часових рядів весняного водопілля рівнинних річок брати: $C_S = 2,0C_V$ та $C_S = 2,5C_V$, для дощових паводків і гірських річок з мусонним кліматом: $C_S = 3C_V \div 4C_V$, для витрат води гірських річок: $C_S = 4C_V$.

За відсутності або недостатньої тривалості часових рядів для водозборів з площами $F < 20000 \text{ км}^2$ на ЄТС і $F < 50000 \text{ км}^2$ – на Азіатській території СРСР, розрахунки здійснюються за формулами. Причому, умовно річки поділяються на 2 групи: 1 – рівнинні, 2 - гірські. Річки першої групи у свою чергу поділяються на:

- а) лісової і тундрової зон;
- б) лісостепової і степової зон;
- в) засушливих степів і напівпустель.

До другої групи віднесені гірські річки з різким коливанням висот (більше ніж 400 м).

Розрахункова максимальна витрата води рівнинних річок визначається за формулою

$$Q_p = q_p F = \frac{k_0 h_p \square \square \square F}{(F+1)^{n_1}}, \quad (1.221)$$

де Q_p - розрахункова миттєва витрата води, ймовірність якої $P\%$, $\text{м}^3/\text{с}$;

q_p - модуль максимальної розрахункової витрати води, $\text{м}^3/(\text{с} \cdot \text{км}^2)$;

h_p - розрахунковий шар сумарного (без зрізки ґрунтового живлення) стоку водопілля ймовірністю перевищення $P\%$, мм;

F - площа водозборів, км^2 ;

k_0 - параметр, який характеризує дружність водопілля;

n_1 - показник степеня редукції відношення $\frac{q_p}{h_p}$ в залежності від площі водозборів;

$\square \square \square$ коефіцієнт для врахування регулюючого впливу на максимальний стік озер і водосховищ;

$\square \square$ - редукційний коефіцієнт для врахування впливу залісеності і заболоченості на водозборах;

\square - коефіцієнт, який враховує відмінність в статистичних параметрах шарів стоку і витрат води.

Значення параметрів n_1 і k_0 представлені у табличній формі, залежно від природних зон і категорії рельєфу (табл.1.2).

Таблиця 1.2 - Параметри n_1 і k_0 для рівнинних річок

Природні зони	n_1	Параметр k_0 при категорії рельєфу		
		I	II	III
А. Зона тундри і лісова зона				
1. ЄТС і Східний Сибір	0,17	0,010	0,008	0,006
2. Західний Сибір	0,25	0,015	0,013	0,010
Б. Лісостеп і степ				
3. ЄТС (без Північного Кавказу)	0,25	0,030	0,017	0,012
4. Північний Кавказ	0,25	0,030	0,025	0,015
5. Західний Сибір	0,25	0,030	0,020	0,015
В. Зона засушливого степу і напівпустель				
6. Західний і Центральний Казахстан	0,35	0,060	0,040	0,030

Категорія рельєфу визначається за відношенням

$$\frac{I}{I_m}, \quad (1.222)$$

де I - середньозважений уклон водотоку;

I_m - типовий уклон

$$I_m = \frac{I}{(F+1)^{0,5}} \quad (1.223)$$

Для рівнинної території ЄТС $I \approx 25,0$. При $I > 1,0$ басейн відноситься за рельєфом до I категорії; при $I \approx 1,0-0,5$ - до II категорії; при $I < 0,5$ - до категорії III. Розрахунковий шар стоку за період водопілля визначається з використанням статистичних параметрів розподілу: \bar{h}_m , C_V і C_S . Середній багаторічний шар стоку \bar{h}_m представлено картою. В посушливих районах в знятті з карти значення вводяться поправки (більші за одиницю) в залежності від площі водозборів (в області $F < 3000 \text{ км}^2$). Коефіцієнти варіації C_V також картовані, до них вводяться поправки (більші за одиницю) на водозборах з $F < 200 \text{ км}^2$.

Розрахунки максимального стоку талих вод гірських річок здійснюються за структурним виразом (1.221) при $n_1 = 0,15$ і k_0 , заданих таблицею по окремих гірських районах (наприклад, для Карпат $k_0 = 0,0045$). Середні шари стоку за водопілля \bar{h}_m і коефіцієнти варіації C_V представлені кар-

тами, а $C_S = 3C_V \div 4C_V$. Пропонується на регіональному рівні будувати залежності $\bar{h}_m = f(H_{сер})$ та $C_V = f(H_{сер})$, де $H_{сер}$ - середня висота водозборів.

Максимальні витрати дощових паводків в залежності від площі водозборів розраховуються за одним з двох методів: за емпіричною редуційною формулою або за формулою граничної інтенсивності (табл.1.3).

Таблиця 1.3 - Границі застосування формул максимального стоку дощових паводків

Природні зони	Площа водозборів F , км ²	
	формула граничної інтенсивності	редукційна формула
А. Рівнинна територія		
1.Тундрова, лісова і лісостепова	< 50	50-30000
2. Степова	<200	200-10000
3.Засушливих степів	<200	200-1000
4.Напівпустель	<200	-
Б.Гірські райони (500 м < $H_{сер}$ < 2000 м)		
1.Райони Середньої Азії	<200	-
2.Інші регіони	<200	200-10000

Редуційна формула використовується в редакції

$$q_p = q_{200} \left(\frac{200}{F} \right)^{n_1} \square_p \square_1 \square_2 \square_3 \quad (1.224)$$

де q_{200} - модуль максимальної витрати води ймовірністю перевищення $P=1\%$, приведений до площі водозбору $F=200$ км² (визначається за картою);

n_1 - показник степеня, який районовано;

\square_p - коефіцієнт забезпеченості;

\square_1 - коефіцієнт для врахування зарегулювання максимального стоку озерами і водосховищами;

\square_2 - коефіцієнт заболоченості

$$\square_1 = 1 - 0,8 \lg(1 + 0,1 f_6); \quad (1.225)$$

f_0 - відносна заболоченість, %.

Формула граничної інтенсивності має такий розрахунковий вигляд

$$q_p = A_{1\%} H_{1\%} \square_{1-p}, \quad (1.226)$$

де $H_{1\%}$ - добовий максимум опадів забезпеченістю $P=1\%$, мм;

- коефіцієнт паводкового стоку (табл.1.4);

$A_{1\%} = 16,67 \square(\square)$ - максимальний модуль стоку (при $\square = 1,0$)

$$A_{1\%} = \frac{q_{1\%}}{H_{1\%} \square} \quad (1.227)$$

Таблиця 1.4 - Коефіцієнти паводкового стоку

Категорія	Вид і характеристика поверхні	$H_{1\%}$, мм	при площі водозбору F , км ²				
			< 0,1	0,1-1,0	1,0-10,0	10-100	> 100
I	асфальт, скеля без тріщин, бетон		1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
II	жирноглинисті ґрунти, такири і такирові ґрунти	≤80	0,80	0,70	0,65	0,65	0,60
		81-150	0,90	0,85	0,80	0,80	0,80
		151-200	0,95	0,90	0,90	0,90	0,90
		>200	0,95	0,95	0,95	0,90	0,90
III	суглинки, підзоли, підзолисті і сірі лісові суглинки, сіроземи потужносуглинні, тундрові і болотні ґрунти	≤80	0,70	0,60	0,55	0,50	0,45
		81-150	0,80	0,75	0,70	0,65	0,65
		151-200	0,85	0,80	0,75	0,65	0,65
		>200	0,85	0,85	0,80	0,70	0,70
			0,90	0,90	0,80	0,75	0,75
IV	чорноземи звичайні і південні, світло-каштанові ґрунти, лес, карбонатні ґрунти, темно-каштанові ґрунти	<80	0,55	0,55	0,45	0,35	0,20
		81-150	0,65	0,63	0,56	0,45	0,30
		151-200	0,75	0,70	0,65	0,55	0,40
		>200	0,80	0,75	0,70	0,65	0,50

Продовження таблиці 1.4

Категорія	Вид і характеристика поверхні	$H_{1\%}$, мм	при площі водозбору F , км ²				
			< 0,1	0,1-1,0	1,0-10,0	10-100	> 100
V	піщані, гравійні, пухкі кам'яністі ґрунти	<80	0,35	0,28	0,20	0,20	0,15
		81-150	0,45	0,35	0,25	0,25	0,20
		151-200	0,55	0,45	0,40	0,35	0,30
		>200	0,60	0,55	0,50	0,45	0,40
			0,25	0,20	0,15	0,10	0,10

Максимальний модуль стоку $A_{1\%}$ визначається за спеціальною таблицею в залежності від гідроморфологічного фактора русла Φ_p і тривалості схилового добігання t_{cx} , причому

$$\Phi_p = \frac{\square 1000 L}{m I^{1/3} F^{1/4} (\square H_{1\%})^{1/4}}, \quad (1.228)$$

де m - коефіцієнт шорсткості русла і заплави.

Подальшим етапом удосконалення і розвитку нормативної бази в Радянському Союзі був СНіП 2.01.14-83. Основи його викладені в «Пособии по определению расчетных гидрологических характеристик» (Л., Гидрометеиздат, 1984). У цьому варіанті передбачено, що статистична обробка часових рядів повинна виконуватись методами моментів і найбільшої правдоподібності. Але допускаються також графоаналітичний і графічний методи.

Розрахунковий максимальний модуль стоку весняного водопілля заданої щорічної ймовірності перевищення $P\%$ визначається за структурою (1.221), але в дещо іншій редакції

$$q_{p\%} = \frac{k_0 h_{p\%}}{(F + b)^{n_1}} \square \square \square \square \square \square, \quad (1.229)$$

де b - емпіричний параметр, який враховує зменшення інтенсивності редуції модуля максимального стоку в області невеликих водозборів (змінюється від 1 до 10 км²);

α_1 коефіцієнт впливу озер і водосховищ на q_p ;

α_2 - коефіцієнт зниження максимальних модулів стоку на залісених водозборах

$$\alpha_2 = a / (f_l + 1)^{n'} , \quad (1.230)$$

n' - коефіцієнт редуції, представлений таблицею з урахуванням природної зони (лісової або лісостепової) та ґрунтового покритву водозборів, а також місцеположення лісу на водозборі;

f_l - відносна залісеність водозборів, %;

$$\alpha_2 = 1 - \alpha_1 g (0,1 f_{\delta} + 1), \quad (1.240)$$

α_1 коефіцієнт впливу типу боліт на максимальний модуль q_m ;

f_{δ} - відносна заболоченість, %;

α_3 - коефіцієнт зниження максимального модуля на розораних водозборах (табл.1.5).

Таблиця 1.5- Коефіцієнт α_3 в формулі (1.229)

Природна зона	Розораність водозбору, %		
	≥ 70	50	< 50
лісова і лісостепова	0,9	1,0	1,0
степова	0,8	0,9	1,0

Параметр k_0 визначається по річках-аналогах, виходячи зі структури (1.229).

Для гірських річок теж застосовується формула (1.229), але окремі параметри в ній пристосовані для тих чи інших гірських районів (табл.1.6). Виключаються зі структури базової формули коефіцієнти $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, як такі, що в гірських умовах мають вторинне значення, порівняно з вертикальною зональністю. Шар весняного стоку h_p розраховується за такою ж схемою, що й в методиці СН 435-72. Відмінності полягають у тому, що в СНіП 2.01.14-83 вводяться додаткові параметри до карти шару стоку за водопілля h_0 : на розміри водозборів, ухили схилів, озерність, залісеність, заболоченість і розораність.

Таблиця 1.6 - Параметри k_0 і n_1 у формулі для гірських районів

Географічний район	$H_{сер}$, м	k_0	n_1
Урал	до 500	0,0025	0,15
Карпати	>500	0,0018	0,15
Закарпаття (південно-західний схил)	>400	0,0200	0,12
Північно-східний і південно-східний схили (басейни р.Дністер, Прут, Серет)	>400	0,0100	0,25
Казахський мілкосопочник і Мугоджари:			
Центральний Казахський дрібносопковик	100-1000	0,0020	0,25
Мугоджари	100-1000	0,0080	0,17
Алтай	до 1000	0,0025	0,15
Північний Схід СРСР	>2000	0,0010	0,15
Півострів Камчатка	>100	0,0010	0,15
о.Сахалін:			
північна частина	>100	0,0014	0,15
південна частина	>100	0,0020	0,15

Залишається нез'ясованим питання, чому у такому випадку не вводяться поправки до коефіцієнта дружності водопілля k_0 .

Максимальні модулі дощових паводків пропонується розраховувати за методом аналогій

$$q_{p\%} = q_{p\%a} \frac{\alpha_2 (F_a)^{n_1}}{\alpha_a \alpha_{2a} (F)^{n_1}}, \quad (1.241)$$

де $q_{p\%a}$ - максимальний миттєвий модуль стоку річки-аналога;

α_a - коефіцієнт озерності досліджуваної річки і річки-аналога;

α_2, α_{2a} - коефіцієнти редукційного впливу на максимальний стік заболоченості водозборів.

Область застосування формули (1.241) визначається умовами

$$k_\phi \leq 1,5k_{\phi,a}, \quad (1.242)$$

де $k_\phi; k_{\phi,a}$ - коефіцієнти форми водозборів досліджуваної річки і річки-аналога

$$k_\phi = L / F^{0,56}. \quad (1.243)$$

При невиконанні умови (1.242) розрахунок максимальних модулів пропонується визначати за формулою

$$q_{p\%} = q_{p\%a} \left(\frac{\Phi}{\Phi_a} \right)^{n_1} \quad (1.244)$$

де Φ і Φ_a - гідроморфологічні параметри досліджуваної річки і річки-аналога

$$\Phi = \frac{1000L}{m_p I^{1/3} F^{1/4}} \quad (1.245)$$

m_p - гідравлічний параметр русла (змінюється від 7 до 11 в залежності від характеристики русла і заплави).

За відсутності річок-аналогів $q_{p\%}$ розраховуються за редуційною формулою

$$q_{p\%} = q_{200} \left(\frac{200}{F} \right)^{n_1} \alpha_2 \alpha_3 \alpha_p \quad (1.246)$$

де α_2 і α_3 - параметри для урахування впливу на максимальний стік озерності, заболоченості і розораності (визначаються за схемою весняного водопілля);

q_{200} - максимальний модуль, приведений до площі $F = 200$ км² і узагальнений у вигляді карти ізоліній.

Для невеликих водозборів, як і у попередньому нормативі СН 435-72, в СНіП 2.01.14-83 рекомендується структура граничної інтенсивності (1.226). Різниця полягає в розширенні і деталізації області застосування редуційної формули (1.246) і граничної інтенсивності (1.226), про що свідчать дані табл.1.7. Порівняння її з табл.1.3 дозволяє зробити висновки:

1. Дещо змінилася схема районування як рівнинних територій, так і гірських регіонів.
2. Звужені межі застосування формул граничної інтенсивності (з 200 до 100 км²).
3. Відбулися корективи також районів застосування редуційної формули.

Таблиця 1.7 - Области використання формул (1.246) і (1.226)

Природна зона, район	Площі водозборів при розрахунках	
	за формулою граничної інтенсивності	за редуційною формулою
рівнинна територія:		
тундра і лісова	<50	50-50000
лісостепова	<100	100-20000
степова	<100	100-5000
засушливих степів	<100	100-1000
напівпустеля	<100	-
гірські райони ($500 \text{ м} < H_{сер} < 2000 \text{ м}$):		
Кавказ	<100	100-5000
Карпати	<100	100-10000
Крим	<200	200-1100
інші райони	<100	100-10000

Збірний коефіцієнт стоку для рівнинних річок (за відсутності аналогів) розраховується за формулою

$$C = \frac{C_2 \square_0^{m_2}}{(F+1)^{n_4}} \left(\frac{I}{50} \right)^{m_2}, \quad (1.247)$$

де C_2 - емпіричний коефіцієнт: для тундри і лісової зон він дорівнює 1,2; для усіх інших зон – 1,3;

\square_0 і m_2 - параметри, табульовані по природних зонах, за типами ґрунтів та їх механічним складом;

n_4 - степеневий показник: для лісотундри і лісової зон він приймається на рівні 0,07; для інших природних зон – 0,11.

Для гірських районів \square_0 представлено табл.1.8 в залежності від типу ґрунтів. Як видно з цієї таблиці, у гірських Карпатах \square_0 коливається у межах 0,15-0,80; на Кавказі – від 0,10 до 0,80; в Середній Азії – від 0,10 до 0,40.

Таблиця 1.8 - Розрахункові значення коефіцієнтів стоку \square_0

Но- мер п/п	Тип ґрунту	\square_0
	Гірські Карпати	
1	дерново-середньопідзолисті поверхнево-оглеєні	0,80
2	буроземи середньопідзолисті	0,30
3	буроземи слабкопідзолисті	0,15
	Кавказ	
4	бурі лісові і потужно-суглинні	0,80
	суглинні	0,50
	супіщані	0,20
5	гірсько-лугові: суглинні	0,40
	супіщані	0,25
6	чорноземи типичні, гірсько-лісові	0,25
7	червоноземи, жовтоземи	0,35
8	гірсько-каштанові	0,20
9	чорноземно-каштанові потужно-суглинні	0,70
	суглинні	0,40
10	пустельно-степові	0,10
	Середня Азія	
11	пухкі кам'яністі породи	0,10
12	лугові садові ґрунти	0,40
13	світлі сіроземи на лесах, коричневі і бурі гірсько-лісові ґрунти	0,55
14	суглинні ґрунти	0,65
	Гірські райони Західного і Східного Сибіру	
15	гірсько-тундрові, мерзлотно-опідзолені, торф'янисто-болотні, перегнійно-карбонатні суглинні	0,80
16	перегнійно-карбонатні з пухкими відкладами, гірсько-тайгові чорноземи	0,50
17	чорноземи темно-каштанові	0,30
18	піски і доломити	0,20
19	-«-	0,08
20	дерново-підзолисті, гірсько-тайгові підзолисті	0,30

Завдання і запитання для самоперевірки

1. Яким чином представляються гідрографи стоку у геометричних моделях паводків і водопіль?
2. За яких умов спрощується базова структура геометричної моделі гідрографів стоку до рівня редуційної формули?
3. За яких умов спрощується базова структура геометричної моделі гідрографів стоку до рівня об'ємної формули?
4. Яким чином моделюється та описується гідрограф стоку в об'ємній формулі Д.Л.Соколовського?
5. Формалізація гілок підйому і спаду в моделі об'ємної формули Д.Л.Соколовського.
6. Що таке ізохрони руслового добігання?
7. Чим відрізняються еквідистанти від ізохрон руслового добігання?
8. Чому дорівнює тривалість паводків в моделі руслових ізохрон (за умови $t_p > T_0$)?
9. Чому дорівнює тривалість паводків в моделі руслових ізохрон (за умови $t_p < T_0$)?
10. Формули максимального стоку, засновані на балансових рівняннях з невеликих водозборів.
11. Диференціальне рівняння стоку на руслових системах.
12. Формула максимального стоку для руслових систем, заснована на моделі руслових ізохрон.
13. Що таке коефіцієнт діючого шару паводкового стоку?
14. Фізичні межі коефіцієнтів діючого шару паводкового стоку.
15. Що представляють собою гідрографічні коефіцієнти?
16. Базове диференціальне рівняння операторного типу.
17. Узагальнена формула операторного стоку.
18. Параметри операторної структури формули максимального стоку паводків і водопіль.

2 ЗАГАЛЬНІ ОСНОВИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ У ГІДРОЛОГІЧНИХ ПРОГНОЗАХ

Комплексне використання водних ресурсів в значній мірі спирається на наукове дослідження водного та льодового режиму річок, озер та водосховищ, що веде до зростання рівня вимог до гідрологічних розрахунків і прогнозів (інформацій) з боку споживачів. Зокрема гідрологічне прогнозування і забезпечення направлені на оцінку поточного стану і можливих змін водних ресурсів, їх планування, здійснення «водних» проектів, а також пом'якшення наслідків стихійних «гідрологічних» лих [7].

При цьому умовами успішного виконання цих завдань для служби гідрологічних прогнозів необхідним^{*)} є:

- відповідне **інформаційне забезпечення** (своєчасне надходження з мережі інформаційних станцій і постів повних і достовірних даних про стан водних об'єктів);

- **впровадження нових інформаційних технологій збору**, обробки, представлення і розповсюдження інформаційно-прогностичних гідрологічних даних;

- **наявність відповідної науково-методичної бази** для гідрологічного прогнозування; розробка, удосконалення і використання автоматизованих прогностичних моделей і комплексів, ГІС-технологій;

- **розвиток числових моделей** прогнозування характеристик погоди, адаптованих до території України і використання їх результатів (насамперед, прогнозу кількості опадів і температури повітря);

- **здійснення постійного оперативного аналізу** поточного гідрологічного режиму водних об'єктів, складання і розповсюдження інформаційно-прогностичних гідрологічних матеріалів;

- **аналіз, узагальнення, опис** гідрометеорологічних умов формування фаз гідрологічного режиму і окремих гідрологічних явищ, в т.ч. про умови виникнення і розвитку небезпечних стихійних гідрологічних явищ (НЯ, СГЯ);

- **ведення і поповнення фонду науково-оперативних матеріалів**, в тому числі й у вигляді автоматизованих баз даних;

- **постійне вивчення особливостей виробничої діяльності** галузей економіки і впливу на них гідрометеорологічних чинників, потреб споживачів у оперативному гідрологічному обслуговуванні.

^{*)} Інформацію використано з «Матеріалів наради-семінару спеціалістів організацій гідрометеорологічної служби... (м. Ужгород, 21-25 червня 2004 року).

Наявність автоматизованих систем обробки, передачі гідрометеорологічної інформації створює нові можливості розвитку гідрологічних прогнозів. Поняття «оперативний прогноз» замінюється поняттям «прогноз у реальному масштабі часу» [8]. При прогнозі в реальному масштабі часу особливе місце належить постійному супроводженню і корегуванню прогнозу.

У зв'язку з широким використанням водних ресурсів стік річок вже не є суто природним. Він дещо змінений. Антропогенні впливи та зміни клімату не залишаються постійними, при цьому змінюється й режим стоку. Наявність тривалих рядів спостережень за природним стоком при розробках методів прогнозування не забезпечує достатньої надійності та точності прогностичної інформації.

Використання *математичного моделювання* процесів формування стоку дає змогу врахувати фізичні зміни характеристик водозборів за будь-яких випадкових зовнішніх змін і відтворити велике різноманіття можливих сполук фізичних процесів, що призводять до екстремальних значень стоку, а також оцінити ймовірнісні характеристики максимального стоку з урахуванням антропогенного впливу на водозборах [7-10, 16].

2.1 Моделювання гідрологічних процесів. Види моделей стоку, їх типізація і схематична класифікація

Розрізняють моделювання: *повне, неповне, наближене*; способи моделювання: *мислиме і матеріальне*; види моделювання: *математичне і фізичне*.

Математичною моделлю називається сукупність математичних і логічних процедур або співвідношень, які на основі даних гідрометеорологічних спостережень (вхід) дозволяють розрахувати кількісні характеристики гідрологічних явищ (вихід).

При моделюванні процесів стоку використовуються як теоретичні уявлення про формування процесу, так і емпіричні співвідношення для окремих складових [1, 9,15-18].

За класифікацією, математичні моделі стоку поділяються (рис.5.1) на *детерміністичні* (динамічні) і *стохастичні* (статистичні).

В *детерміністичних моделях* стоку річковий водозбір розглядається як динамічна система. В них широко використовуються методи теорії ідентифікації – встановлення математичної моделі окремої динамічної системи за даними спостережень на її вході (опади, перенос тепла та вологи) і виході (гідрограф води в замикальному створі) через деякий оператор перетворення. Структура оператора перетворення базується на теорії форму-

вання річкового стоку і тому він повинен найкращим чином відображати відповідність між входом і виходом. На виході такі моделі дають результати без відповідної оцінки ймовірностей настання події, тому їх відносять до детерміністичних [1].

При *стохастичному моделюванні* основна увага приділяється відтворенню статистичних характеристик гідрологічних часових рядів без спроб моделювання співвідношень вхід-вихід [1].

Стохастичні моделі включають опис часового ходу опадів, середньодобової температури повітря, дефіциту вологості повітря та ін. зазвичай окремо для холодного та теплого періодів року.



Рис.2.1 – Схематична класифікація моделей стоку

Враховуючи вищесказане, при створенні математичної моделі необхідно використовувати дві умови, протилежні за характером:

- 1) модель повинна найбільш повно відображати всі особливості процесу, що моделюється;
- 2) вона повинна бути простою і зручною у використанні для надійного визначення параметрів моделі при переході від одного басейну до іншого.

В залежності від деталізації процесів стокоутворення на басейнах розрізняють математичні детерміністичні моделі із *зосередженими* та *розподіленими параметрами*.

Моделі із *зосередженими параметрами* розглядають басейн як динамічну систему і включають до себе низку осереднених параметрів, які в цілому характеризують вплив гідрометеорологічних факторів на басейн. В моделях з *розподіленими параметрами* враховуються складові, які описують змінні локальні умови формування стоку по площі водозбору.

Моделі із зосередженими параметрами найбільш поширені не лише в країнах СНД, а й у багатьох інших. Ці моделі в явному вигляді включають математичний опис складових елементарних процесів, спираючись при цьому як на теоретичні уявлення про процеси, так і на емпіричні дані та фізико-статистичні залежності. Такі моделі, як правило, включають описання наступних процесів:

- 1) надходження води на водозбір – опадів, сніготанення (в гірських басейнах і накопичення снігу), водовіддачу снігового покриву;
- 2) формування втрат стоку – поверхневе затримання й інфільтрацію, а іноді й випаровування з поверхні водозборів;
- 3) утворення поверхневої, підповерхневої та ґрунтової складових стоку;
- 4) трансформацію складових стоку на схилах і в русловій мережі.

Кожен з перелічених процесів достатньо складний і потребує розробки математичних моделей окремих чинників, які є частками всього процесу формування паводка чи водопілля.

Широке використання в прогнозах гідрографів стоку знайшли моделі із зосередженими параметрами типу «чорного ящика» та *концептуальні моделі*.

Моделі типу «чорного ящика» використовують повністю емпіричні підходи і не призначені для моделювання процесів, що відбуваються на водозборах та визначення їх реакції, а встановлюють тільки відповідність потоків вологи на вході в басейнові системи та вихід з них [1].

Особливості моделей «чорного ящика» [11]:

- фундаментальні фізичні закони практично не використовуються;
- значна увага приділяється даним натурних експериментів;
- механізм формування стоку достатньою мірою спрощений.

Прикладом моделей типу «чорний ящик» у гідропрогнозах є моделі, в яких вхідною функцією у систему (водозбір) є опади і розталі води, вихідною – гідрограф дощового або тало-дощового стоку у замикаючому створі системи (водозбору).

Найбільш часто в гідрологічній практиці застосовуються так звані *концептуальні* (понятійні) *моделі*, які засновані на схематизації фізичних процесів та включають деяку кількість параметрів.

Такі моделі є логічним об'єднанням простих концептуальних елементів, наприклад лінійних і нелінійних резервуарів і потоків, які відтворюють процеси, що відбуваються в басейні [1].

Прикладом концептуальних моделей є моделі для прогнозу гідрографів талого, дощового та тало-дощового стоку В.І.Кореня і В.О.Бельчикова, Гідрометцентру СРСР (для рівнинних річок), Ю.М.Денисова (для гірських водотоків), Сакраменто, резервуарна модель та ін. [1,8-9,15].

У деяких країнах світу останніми роками проблеми прогнозування стоку вирішуються шляхом використання *гідродинамічних (фізико-математичних) моделей* (моделі вищого рівня), якими враховується фізична суть всього гідрологічного циклу явища у межах річкових водозборів. Моделі засновані на рівняннях математичної фізики і гідродинаміки, враховують в явному вигляді просторову нерівномірність стокоформуєчих факторів і тому потребують для ефективного використання достатньо обширної інформації, яка поки-що часто відсутня.

До таких моделей відносяться, наприклад, моделі руху води в річках, моделі нагріву та охолодження водойм. На сучасному рівні за кордоном використовується модель Датського гідравлічного інституту «Майк-11», яка є моделлю з розподіленими параметрами. Вона є системою математичних рівнянь, що описують фізичні процеси на басейні [19].

Гідрологічні процеси не є жорстко детерміністичними, в них містяться й елемент випадковості. Тому сучасні методи завжди включають до себе як генетичний, так і статистичний аналізи. Прикладом *динаміко-стохастичної моделі*, яка включає і динамічну і стохастичну частини формування талого та дощового стоку, є модель Л.С.Кучмента [20,21]. Вона дає змогу вести розрахунок ймовірнісних характеристик максимального стоку по метеорологічних даних.

2.2 Принцип вибору і точність моделей

З вибором моделей, які застосовуються для конкретних гідрологічних умов, доводиться стикатися при плануванні управління і використання водних ресурсів в оперативній гідрологічній діяльності. При виборі моделей доцільно враховувати наступні чинники і критерії [1]:

- а) цілі і ефективність результату моделювання, наприклад: гідрограф стоку, прогноз характеристик паводків, якості води, управління водними ресурсами;
- б) кліматичні і фізико-географічні умови водозборів;
- в) тривалість рядів спостережень за різними видами даних;
- г) якість даних як в часовому, так і в просторовому аспектах;

д) наявність ЕОМ і їх робочі характеристики, важливі для розробки і використання моделей;

е) можливість перенесення параметрів моделей з малих водозборів на більші за розмірам басейни;

ж) можливість модернізації моделей на основі врахування поточних гідрометеорологічних умов.

Точність розрахунку за моделлю визначається точністю визначення параметрів моделі для даного басейну (його площі, точності та обсягу вихідних гідрометеорологічних даних, їх статистичної оцінки та врахування просторової та часової нерівномірності). Визначення параметрів моделі відбувається за методами оптимізації з фізичним аналізом одержаних результатів. Схема математичного моделювання гідрологічного процесу (об'єкту) наведена на рис.2.2.

Успіх використання математичних моделей в оперативних прогнозах пов'язаний з автоматизацією процесів одержання та обробки великої кількості вихідних даних, а також впровадження автоматизованих систем випуску прогнозів на базі математичних моделей.

2.3 Оцінка параметрів моделей

Загальні методи оцінки або ідентифікації параметрів, що іноді розглядаються в якості методу калібрування моделі, розроблені для широкого діапазону динамічних систем. Досвід показав, що успіх цих методів залежить від наявності адекватної інформації, що стосується властивостей системи і виду функції впливу. Існують два основні підходи до калібрування. У *першому підході* математична модель об'єднується з даними, щоб виконати параметризацію системи при невідомих коефіцієнтах. Зазвичай такі системи рівнянь складні в застосуванні, тому що можуть мати множинні розв'язки, а також є нестійкими. *Другий підхід* - це експерименти з різними комбінаціями значень параметрів з метою мінімізувати (або максимізувати) деякі прийняті критерії оптимізації. Численні підходи, які використовуються в гідрології, наступні: *градієнтний метод, метод косих координат, метод пошуку аналога* [20,22].

Адекватність рішення може значною мірою залежати від критеріїв, що використовуються при аналізі. Значне число таких критеріїв було розроблено і представлено в проектах ВМО [1]. Їх можна рекомендувати для загального використання. Наступні принципи рекомендуються для визначення параметрів комплексних, концептуальних гідрологічних моделей, що складаються з декількох компонентів:

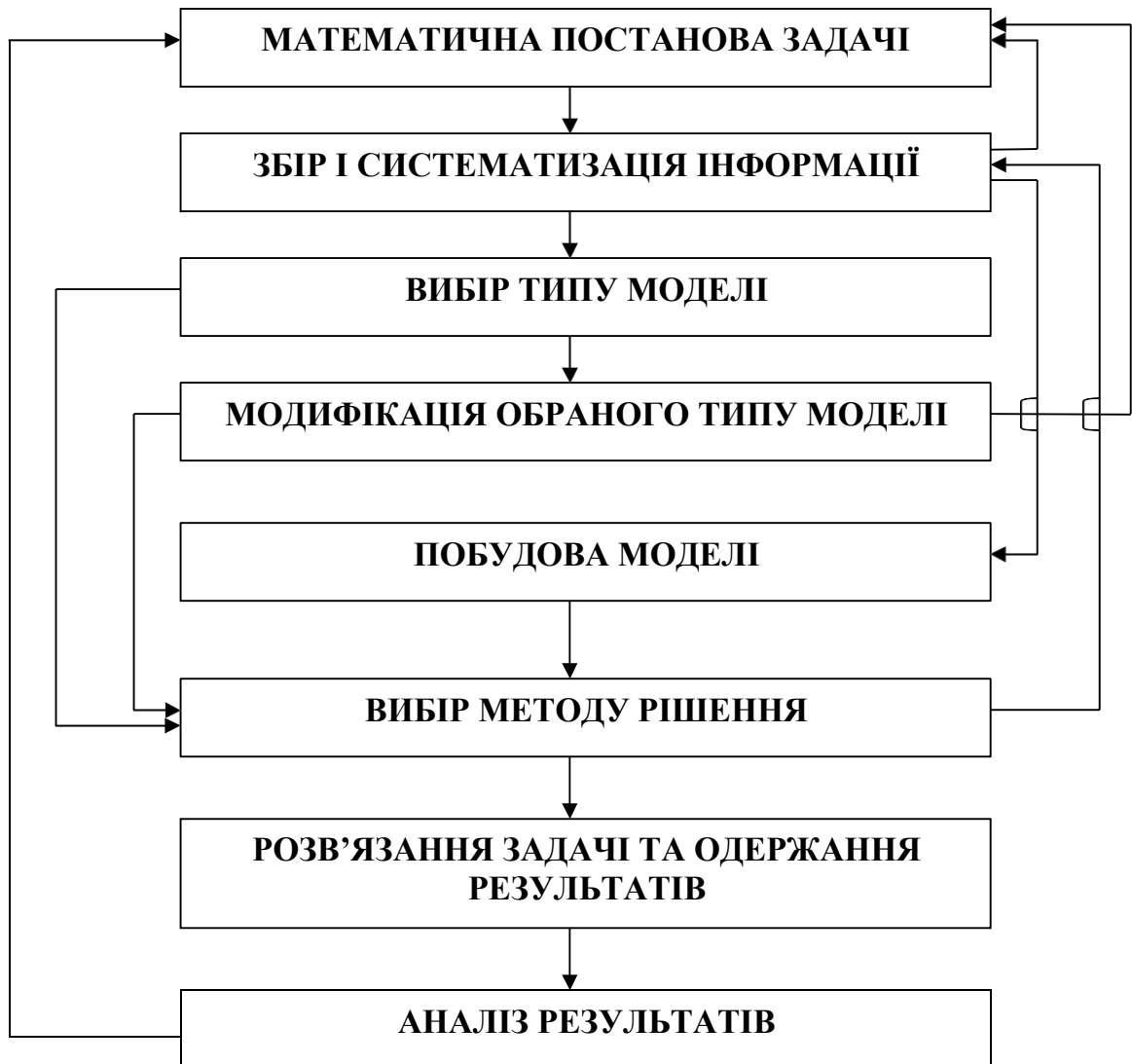


Рис.2.2 – Схема математичного моделювання гідрологічних об'єктів

а) роздільне тестування компонентів моделі з використанням всієї експериментальної та наукової інформації. Добре відомий факт, що при визначенні всіх без винятку параметрів моделі за допомогою оптимізації можливе одержання нереальних значень параметрів, які іноді навіть виходять за межі їх фізичних границь. Це відбувається в тому випадку, коли деякі елементи моделі містять систематичні похибки, які згодом компенсуються всередині моделі. Для того щоб уникнути таких ситуацій, рекомендується роздільно визначати параметри комплексних концептуальних моделей для кожного основного компонента;

б) використання для калібрування моделей даних не менше ніж за трирічний період; для верифікації моделі використання іншого періоду аналогічної тривалості. Періоди для калібрування і верифікації слід вибирати таким чином, щоб вони відображали характерні умови формування

стоку, наприклад: паводок, спричинений дощами, повінь, спричинена сніготаненням, і низький стік;

в) у тих випадках, коли гідрологічний режим басейну знаходиться під впливом антропогенних чинників, рекомендується калібрувати модель відповідно до умов природного режиму стоку. В результаті значення деяких параметрів можуть бути змінені для того, щоб оцінити антропогенний вплив. Перевірка параметрів моделі має бути виконана по репрезентативному періоду, не порушеного антропогенним впливом.

Параметри гідродинамічних моделей представляють собою характеристики басейну, наприклад: шорсткість схилів і річкового русла, фільтраційну здатність ґрунту і пористість ґрунту. В принципі, всі ці параметри визначаються за даними польових вимірювань, а не за допомогою оптимізації.

2.4 Основні етапи розвитку математичного моделювання у гідрологічних прогнозах

Теоретичні й експериментальні дослідження з питань формування стоку річок (дощового і тало-дощового) та його факторів протягом тривалого часу послужили методичною основою для створення різних математичних моделей по розрахунках і прогнозах стоку. Ці моделі в основному відносяться до *детерміністичних* (передбачають однозначний зв'язок між вхідними і вихідними даними) із *зосередженими параметрами* (класу концептуальних). Вони використовуються в основному для короткострокових прогнозів гідрографів весняного водопілля і дощових паводків – моделі Гідрометцентру СРСР (автори А.П.Жидіков, А.Г.Левін, Н.С.Нечаєва, Є.Г.Попов), В.І.Кореня і В.А. Бельчикова, Ю.М.Денисова та ін. [8,9,15,22-25]. Однак, відома низка моделей, які дозволяють розраховувати і прогнозувати об'єм весняного водопілля на річках [26,27].

Одна з перших математичних моделей для проектування гідрографів весняного водопілля на *рівнинних річках* побудована в Гідрометцентрі СРСР на базі досліджень В.Д. Комарова, Є.Г. Попова, Г.П. Калініна та інших авторів [8,9,22]. Задача прогнозу гідрографів водопілля була вирішена на основі математичного опису процесів сніготанення, водовіддачі снігового покриву і припливу води до руслової мережі (окремо для польової і лісової частин басейнів) за допомогою лінійної трансформаційної функції.

Для річок лісової зони розроблена модель талого, дощового і тало-дощового стоку, авторами якої є В.І.Корень і В.А.Бельчиков [8,9,22,24,25]. Модель дає можливість безперервного протягом року розрахунку і прогнозу гідрографів стоку в замикальному створі на основі врахування теплофізичних процесів, які відбуваються в зоні аерації і на поверхні ґрунтів, тобто вести розрахунок промерзання і відтанення ґрунту, перерозподіл вологи

в ґрунтах, надходження, інфільтрації і стоку води. При цьому розглядаються різні варіанти моделі, що враховують процеси формування стоку води окремо для польових і лісових частин басейну. Крім того, при розрахунках поверхневого стоку в полі враховується можливе утворення на частині площі водонепроникного шару, який зменшує втрати води на інфільтрацію. Розрахунок гідрографів у замикальних створах відбувається шляхом врахування сумарного – поверхневого і ґрунтового стоку за допомогою лінійної моделі трансформації паводків.

В подальшому модель була реалізована й для річок лісостепової зони (на прикладі р. Десна та її приток) в Українському науково-дослідному гідрометеорологічному інституті (УкрНДГМІ) В.П. Водоласковим [28].

Для розрахунку і прогнозу об'єму весняного водопілля рівнинних річок розроблені і можуть використовуватись моделі Ю.Б. Виноградова [26] і М.М. Сусідка – прогностичний комплекс «СЛОЙ» [27].

Математична модель, автором якої є Ю.Б.Виноградов [26], заснована на послідовному щодобовому розрахунку (починаючи з осіннього періоду) різних характеристик гідрологічних процесів у сніговому покриві і шарі ґрунтів для розглядуваної території. Визначення втрат води здійснюється за моделлю Є.Г.Попова [29]. Сумарний поверхневий приплив разом з ґрунтовим надходженням вод чисельно дорівнює шару стоку весняного водопілля.

Особливості формування весняного водопілля (у тому числі й в районах з відлигами – на прикладі Українського Полісся) відображені в математичній моделі «СЛОЙ-2», розробленій в УкрНДГМІ (зараз Український гідрометеорологічний інститут - УкрГМІ) М.М. Сусідком, Є.І. Кочелабою і В.П. Окорським [27]. Модель дозволяє досліджувати процеси промерзання і відтанення ґрунту, зміни зволоженості водозборів, динаміки накопичення і сходу снігового покриву безупинно протягом зимово-весняного сезону. Це особливо важливо в районах, які характеризуються зимовими відлигами. Прогноз об'єму весняного водопілля здійснюється шляхом воднобалансового вирішення при визначенні сумарних втрат талодощових вод через такі показники, як коефіцієнт стоку і шар поверхневого затримання вологи, з врахуванням залісеності водозборів. Модель широко використовується в оперативній практиці Українського гідрометцентру та дає можливість довгострокового просторового прогнозування шарів стоку весняного водопілля як для окремих водозборів, так і для річок всієї території України в цілому. При цьому прогностичні шари весняного стоку представляються у картографічному вигляді, а також у ймовірнісній формі за різними сценаріями розвитку весняних процесів.

Для прогнозу *гідрографів весняно-літнього водопілля гірських річок* були створені математичні моделі, авторами яких є Ю.М.Денисов (1965, 1972), В.М.Мухін (1977), В.М.Мухін, О.Я. Полунін (1982),

Л.М.Боровікова (1977,1979) [8,9,30]. В основу вирішення прогностичної задачі цими авторами покладено модель динаміки накопичення та витрачання запасів води у сніговому покриві; розрахунок надходження води на поверхню басейну в результаті танення снігу і льодовиків в горах та дощових опадів на висотних зонах; визначення втрат тало-дощових вод та трансформації водовіддачі у гідрограф стоку. В останні роки відбувається уточнення моделей за рахунок більш надійних методів визначення снігозапасів у гірських басейнах.

На теперішній час у сучасній оперативній практиці гідрологічного прогнозування в Українському Гідрометцентрі (УкрГМЦ) використовуються науково-методичні розробки УкрГМІ, які об'єднані в єдину систему у вигляді прогнозно-моделюючих комплексів (за видами прогнозів і групами річкових басейнів): «Тиса», «Дністер», «Прут», комплекс «ДОЩ-3», «СЛОЙ-3», з програмним забезпеченням, реалізованим на персональному комп'ютері (автори М.М.Сусідко, О.І. Лук'янець) [31]. Моделі дозволяють математично описувати процеси снігонакопичення, зміни стану поверхні водозборів, сніготанення та стокоутворення в періоди весняних водопіль, а також процеси розвитку дощових паводків на основі моделювання процесів нерівномірного просторового розподілу опадів, стокоутворення, випаровування, фільтрації.

Оскільки ці процеси відбуваються на території гірських водозборів з різною інтенсивністю внаслідок складних орографічних умов, вони розглядаються по висотних зонах з урахуванням ступеня їх залісеності. Оцінювання шару весняного стоку з виділених висотних зон часткових площ басейну здійснюється шляхом воднобалансового рішення [31].

Найбільш фундаментальною з сучасних робіт щодо математичного моделювання для прогнозу талого та дощового стоку річок є робота Л.С.Кучмента [20,21]. Автором в рамках моделювання річкового стоку достатньо детально розглядаються питання механізму руху води по поверхні водозбору і в руслах на основі розв'язання рівнянь Сен-Венана, гідротермічних процесів (тепло- і вологопереносу), що відбуваються у сніговому покриві та мерзлому ґрунті, русі вологи у ґрунтах (інфільтрація) і евапотранспірації (сумарне випаровування вологи, яка накопичується у ґрунті). Крім того, Л.С.Кучментом показана можливість побудови ансамблевих (складених за різними методиками в одну і ту ж дату прогнозу) довгострокових прогнозів об'єму та максимальної витрати води весняного стоку за допомогою *фізико-математичного і динаміко-стохастичного моделювання формування стоку* з врахуванням антропогенного впливу на формування річкового стоку.

Використання Л.С.Кучментом детальних фізико-математичних моделей в сполученні з метеорологічними величинами, які задані у вигляді їх фізично можливих меж (при стохастичному моделюванні параметрів пого-

ди), дозволяють перейти від детерміністичних прогнозів до ймовірнісного представлення очікуваних величин стоку. Це дає можливість оцінити збитки від максимально можливих екстремальних паводків в конкретних фізико-географічних і кліматичних умовах річкових водозборів. Такий метод детерміністичного прогнозування широко використовується в США, Японії та інших країнах при проектуванні гідротехнічних споруд, їх експлуатації в можливих екстремальних умовах формування паводків. Апробацію моделі автором [20] виконано на прикладі басейнів річок Сейм (до м.Курськ) і В'ятка (до м. В'ятські Поляни). Розповсюдження прогностичних моделей для інших водозборів пов'язано з проблемами визначення емпіричних параметрів моделей, що спричиняє додаткові труднощі.

В Одеському державному екологічному університеті обґрунтований науковий метод територіального довгострокового прогнозування максимальних витрат води та шарів стоку весняного водопілля рівнинних річок, строків проходження водопіль. Метод прогнозу ґрунтується на попередньому встановленні типу або діагнозі водності майбутньої весни, визначенні за регіональними залежностями прогностичних величин модульних коефіцієнтів шарів стоку або максимальних витрат води, їх представлення у картографічному вигляді, а також дає можливість оцінити ймовірність настання прогностичних величин у багаторічному розрізі, незалежно від гідрологічної вивченості території [12-14]. Фоновий прогноз строків початку та проходження максимальних рівнів води водопіль використовує прогностичну інформацію по середньодекадних температурах повітря при просторовому узагальненні параметрів прогнозування [13,14].

Не менш важливим питанням в умовах сучасних змін клімату є прогнозування та оцінка стану водних ресурсів України в цілому на майбутні десятиріччя. Водні ресурси країни формуються за рахунок поверхневих і підземних вод, які є придатними до використання – це води річок, озер, штучних водойм, водотоків [32]. В умовах змін глобального і регіонального клімату, пов'язаних з підвищенням температур повітря і, як наслідок, зростання посушливості клімату, підвищення випаровування з водної поверхні, збільшення заборів води на зрошення, погіршення якості природних вод при підвищенні температури водної маси та ін. постають питання щодо раціонального використання, охорони і захисту водних ресурсів країни.

Прикладом математичної моделі, яка враховує зв'язки між кліматичними характеристиками і водним режимом річок є модель «клімат-стік», автором якої є Н.С.Лобода і Є.Д.Гопченко [32]. Модель базується на розв'язанні рівняння водно-теплового балансу територій при врахуванні метеорологічних величин, як спостережених, так й визначених в різних сценаріях розвитку клімату у майбутньому.

Модель складається з двох частин: перша – дозволяє на основі розв’язання рівняння водно-теплого балансу визначити норму природного (не порушеного господарською діяльністю) річкового стоку за даними метеорологічного режиму («норма кліматичного стоку») для різних часових періодів і фаз водного режиму річок, розташованих у відповідних фізико-географічних умовах формування стоку; друга – дає змогу оцінити побутовий (перетворений господарською діяльністю) річний стік з урахуванням антропогенного навантаження на водні ресурси шляхом введення у стохастичну модель коефіцієнтів водогосподарського впливу до норм природного стоку річок [32].

Прогнозування стану водних ресурсів країни в математичній моделі «клімат-стік» здійснюється при використанні метеорологічних даних сценаріїв змін глобального клімату, що адаптовані в Україні. Це такі кліматичні сценарії глобального потепління клімату, найбільш відомі з сценаріїв ВМО і ті, що передбачають «залпове» подвоєння концентрації вуглекислого газу CO₂, як сценарії GISS (інститут Годдара), GFDL (лабораторія гідрофізичної гідродинаміки США), CCCM (Канадський кліматичний центр), UKMO (метеорологічне бюро Об’єднаного королівства) або ті, що розглядають поступове збільшення CO₂ (такі як, наприклад, нестационарна модель GFDL (США) та MPI (інститут Макса Планка, Німеччина) [32].

Результати чисельних експериментів за моделлю «клімат-стік» показали, що за різними кліматичними сценаріями, найбільше негативний вплив глобального потепління клімату на водні ресурси у десятиріччя 2030-2040рр. відіб’ється в степовій географічній зоні України – при зниженні водних запасів до 40 % (нестационарна модель GFDL) або, навіть, до 50 % (сценарій CCCM), що відповідає стану руйнації водогосподарської системи. До 2030-2040 рр. на 40% скоротяться й водні ресурси зони мішаних лісів, а зона недостатнього зволоження зміститься (розшириться) до сучасних північних меж Дністровсько-Донецької провінції лісостепової зони України.

Таким чином, одним з важливих аспектів практичного використання математичної моделі «клімат-стік» є понаддострокова оцінка стану водних ресурсів України, від яких залежатиме загальний соціально-економічний і екологічний стан країни.

Математичні моделі для прогнозування водного режиму річок (гідрографів стоку у замикальному створі річок з різною деталізацією процесів стокоутворення) розроблені і використовуються за кордоном, у тому числі, в практиці ВМО, наприклад, Стенфордська (автори Н.Г.Крауфорд і Р.К.Лінслей), Д.Доуді і О’Доннела, Шеньси, Д.Є.Неша та ін. [15], Сакраменто, резервуарна модель [1].

Нижче наведені декілька моделей, оснований на різних підходах до описання таких процесів як надходження води на водозбір, інфільтрація,

стікання води в первинну гідрографічну мережу та ін., а також моделі, що відображають зональні особливості формування дощового та талодощового стоку.

Завдання і запитання для самоперевірки

1. Які основні умови успішного впровадження математичного моделювання при комплексному використанні водних ресурсів?
2. Що розуміється під математичним моделюванням?
3. Види моделей стоку, їх типізація і схематична класифікація.
4. Як відбувається математичний опис складових елементарних процесів в моделях із зосередженими параметрами?
5. Особливості моделей «чорного ящика». На чому засновані концептуальні моделі? Наведіть приклади таких моделей.
6. Що являють собою гідродинамічні (фізико-математичні) моделі?
7. Схема математичного моделювання гідрологічного об'єкта.
8. Принцип вибору моделей для конкретних гідрологічних умов.
9. Які основні підходи існують для калібрування моделей?
10. Які принципи рекомендуються для визначення параметрів гідрологічних моделей?
11. Які моделі використовуються для короткострокових прогнозів гідрографів весняного водопілля і дощових паводків?
12. Наведіть приклади математичних моделей для розрахунку і прогнозу об'єму стоку весняного водопілля річок.
13. Математичні моделі, що використовуються у зарубіжній практиці ВМО.

3 МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ В КОРОТКОСТРОКОВИХ ГІДРОЛОГІЧНИХ ПРОГНОЗАХ

3.1 Моделі типу «чорного ящика» (системний підхід)

Річковий басейн може розглядатися як динамічна система з зосередженими параметрами, які не змінюючись в межах басейну, перетворюють вхідні чинники (рідкі та тверді опади) у гідрограф стоку. Такий же підхід використовується й для окремих ділянок річок, крім випадків, коли надходження води зі створів, що розташовані вище за течією, трактується як додатковий вхідний фактор.

Таким чином, в *моделях типу «чорного ящика»* інформація про гідродинамічну систему (водозбір) замінюється оператором перетворення \square , який відображає вплив гідродинамічної системи на вхідну функцію (надходження води на водозбір)

$$H_{вих} = \square H_{вх}, \quad (3.1)$$

де $H_{вих}$ – вихідна функція (гідрограф стоку);

$H_{вх}$ – вхідна функція в систему (опади).

З точки зору теорії динамічних систем, гідрологічні системи поведуться як лінійні, якщо вони задовольняють *принцип суперпозиції*, коли реакція системи на сукупний вплив вхідних чинників адекватна сумі відгуків на вплив кожного з них окремо, а параметри системи не залежать від її реакції. Передумови, що гідрографи стоку з водозборів можна прогнозувати тільки за даними про опади та сніготанення, включають й припущення про те, що мінливість інших природних вхідних параметрів (таких, як сумарне випаровування) невелике або описане відомою функцією часу [33].

Схематично такі системи можуть бути представлені, наприклад, на рис.3.1, де: $X(t)$ – вхід в систему, $Q(t)$ – вихід з системи, причому обидва чинники є функціями часу t .



Рис. 3.1 - Система «чорного ящика»

До моделей типу «чорного ящика» в гідропрогнозах можна віднести такі [1,7-9,15].

Метод одиничного паводка, у якому роль оператора перетворення \square відіграють ординати узагальненого одиничного гідрографа $r(\square t)$.

Щоб розрахувати час добігання і розпластування паводкової хвилі від опадів, що випадають на поверхню водозбору, необхідно провести оцінки в часі надходження води до замикального створу. Для цього зазвичай будується одиничний гідрограф, який характеризує розподіл у часі води, що стікає з водозбору води.

Під *одиничним гідрографом для водозбору* розуміється гідрограф стоку, сформований за рахунок одиничної порції стоку (або опадів), рівномірно розподілених по водозбору (або згідно іншому специфічному розподілу) протягом заданого періоду часу. Вважається, що одиничний гідрограф незмінний у часі. Далі вважається, що в тому випадку, коли об'єми стоку відрізняються від об'єму, взятому при побудові одиничного гідрографа, результуючі гідрографи будуть пропорційні одиничному гідрографу.

Одиничний гідрограф ґрунтується на використанні закону нерозривності маси в такій формі

$$Q_t = \int_0^t q(1)r(\square t)dt, \quad (36.2)$$

де $q(1)$ - ефективні опади, які випадали за одну розрахункову одиницю часу $\square t$, виражені у м³/с.

$r(\square t)$ - функція добігання, що показує розподіл у часі витрат води в замикальному створі, які утворилися при величині стоку, що сформувався на басейні за одну розрахункову одиницю часу $\square t$.

За формулою (3.2) кількість опадів, що випали за одну розрахункову одиницю часу, надходить до замикаючого створу частками впродовж декількох одиниць часу.

Метод Калініна-Мілюкова; інтеграл Дюамеля

$$Q(t) = \int_0^t q(t - \square)r(\square)d\square, \quad (3.3)$$

в яких оператор \square використовується як *трансформаційна функція (функція впливу)* $r(\square)$ у вигляді

$$r(\tau) = \frac{\Delta t}{(n-1)!} \left(\frac{t}{\tau} \right)^{n-1} e^{-t/\tau}, \quad (3.4)$$

де параметри n (кількість характерних ділянок) і τ (час руслового добігання на ділянці n) визначаються методами оптимізації параметрів, а приплив води $q(t - \tau)$ – відомими в гідрології методами [1, 7-9].

У наведених моделях стоку оператор τ показує послідовність добігання до замикального (нижнього) створу порцій води, які надійшли на водозбір у вигляді дощових або тало-дощових вод (X) чи притоку води до верхнього створу розрахункової ділянки річки (q).

Генетична формула стоку

$$Q(t) = \int_0^t \tau q(t - \tau) \frac{\partial f}{\partial \tau} d\tau, \quad (3.5)$$

де f - функція русло-заплавного регулювання.

В останньому випадку оператор «чорного ящика» τ - це крива добігання стоку $\frac{\partial f}{\partial \tau}$, яка є функцією розподілу у часі відносних площ (у частках загальної площі водозбору), вода з яких одночасно надходить до замикального створу.

Таким чином, концепція *одиночного гідрографа* і *методи розрахунку трансформації стоку* є цілком прикладами лінійних динамічних систем, що відповідають принципу суперпозиції.

Нелінійні системи – це моделі, для яких принцип суперпозиції не виконується. У загальному вигляді відгук нелінійної системи із зосередженими параметрами на вхідний імпульс може виражатися, наприклад, звичайним нелінійним диференціальним рівнянням [34].

3.2 Концептуальні моделі

Підхід до моделювання, що включає розв'язання систем математичних рівнянь, в основу яких покладені різні концепції опису фізичних процесів формування стоку, сприяв розвитку **концептуальних** моделей.

До класу концептуальних відносяться моделі короткострокового прогнозування щоденних витрат води і довгострокового прогнозу об'єму та максимальних витрат води в період весняного водопілля та дощових паводків на рівнинних і гірських річках.

Одним з найбільш складних аспектів застосування концептуальних моделей є калібрування обраної моделі стосовно конкретних водозборів. Більшість параметрів моделей визначаються ітераційним способом на ос-

нові історичних рядів вхідних і вихідних величин. Через обмеженість даних, недосконалості моделей та наявності внутрішніх зв'язків між параметрами, навіть невелике збільшення їх кількості може значно підвищити труднощі, пов'язані з таруванням моделей. Тому необхідно, щоб число параметрів відповідало ступеню достовірності вихідних даних і необхідній точності. Іншими словами, сучасні концепції, засновані на теоретичних досягненнях, зазвичай вимагають спрощення для зручності використання [1].

Деякі з концептуальних математичних моделей описано в літературі, наприклад [1,8,9,15,16,35].

У Міжнародному проекті ВМО по взаємнопорівнянню концептуальних моделей, що використовуються в оперативних службах гідрологічних прогнозів, який завершився в 1974 р., наводяться загальні відомості і рекомендації щодо вибору і застосування концептуальних моделей в різних гідрологічних умовах. Результати цього проекту узагальнені в роботі «Intercomparison of Conceptual Models Used in Operational Hydrological Forecasting» («Взаємнопорівняння концептуальних моделей, використовуваних в оперативному гідрологічному прогнозуванні») [35].

Такі та подібні їм концептуальні моделі розглянуті в цьому розділі.

3.2.1 Математичні моделі короткострокових прогнозів гідрографів дощового та тало-дощового стоку рівнинних річок

3.2.1.1 Модель Гідрометцентру СРСР

У моделі використовуються концептуальні підходи для визначення сніготанення, втрат і добігання води, тобто ті, що описують процес формування талого стоку і розрахунку об'ємів води в замикальному створі водозбору [1,8,9].

Завчасність прогнозу гідрографів стоку за даними метеорологічних спостережень невеликих рівнинних річок (при площах водозборів 4-8 тис. км²) складає 2-3 доби, а при використанні метеорологічного прогнозу погоди – збільшується до 5 діб [9].

Авторами моделі (Г.П.Калінін, В.Д.Комаров, Є.Г.Попов, А.П.Жидіков та ін. [8,9,23]) передбачено два її варіанти:

- 1) *повний*, коли всі складові балансу та трансформацію водовіддачі басейну розраховуються окремо для польових і лісових ділянок;
- 2) *неповний*, який передбачає роздільний розрахунок для польових і лісових ділянок тільки сніготанення.

Для невеликих водозборів, де гідрометеорологічні умови формування стоку однорідні втрати стоку, водовіддача і добігання води до замикального створу розраховуються в цілому для всього басейну. При переході до великих річкових басейнів їх необхідно розділити на однорідні (окремі) водозбори.

Блок-схема математичної моделі розрахунку гідрографа весняного водопілля при частковій залісеності басейнів (для повного варіанта моделі) показана на рис. 3.2.

Вихідні данні. Блок вихідних даних включає:

1) *середньодобові значення:*

- температура повітря T , °С;

- опади P , мм;

2) *дані снігомірних зйомок:*

- максимальні запаси води в сніговому покриві в полі і лісі S_m , мм;

3) *фізико-географічні та ін. характеристики:*

- залісеність водозбору α в частках від загальної площі басейну;

- параметр розподілу снігового покриву для поля α_n і лісу α_l ;

- коефіцієнт танення снігу в полі a_n та лісі a_l , мм/(д·°С).

Основні етапи розрахунків за моделлю.

Надходження води на водозбір. В моделі розглядаються два способи розрахунку.

Перший спосіб. При розрахунку інтенсивності сніготанення в полі використовується формула

$$h_T = aT, \quad (3.6)$$

де h_T – шар талої води, мм/д;

a – коефіцієнт танення снігу, тобто шар талої води на 1°С, мм/(д·°С).

Визначення кількості води, яку може затримати сніг h_0 , мм, виконується як

$$h_0 = \alpha \cdot S_m, \quad (3.7)$$

де α вологоємність снігу.

Після того, як сумарний шар танення снігу на n -й день від початку сніготанення $\sum_{i=1}^n h_{T_i} > h_0$, почнеться водовіддача танучого снігу. Розрахунок водовіддачі снігового покриву h_B , мм за припущенням постійної вологоємності снігу в період сніготанення $\alpha = 0,13$ (для середньозернистого снігу), здійснюється за виразом

$$h_B = h_T / (1 - \alpha) = 1,15 \cdot h_T. \quad (3.8)$$

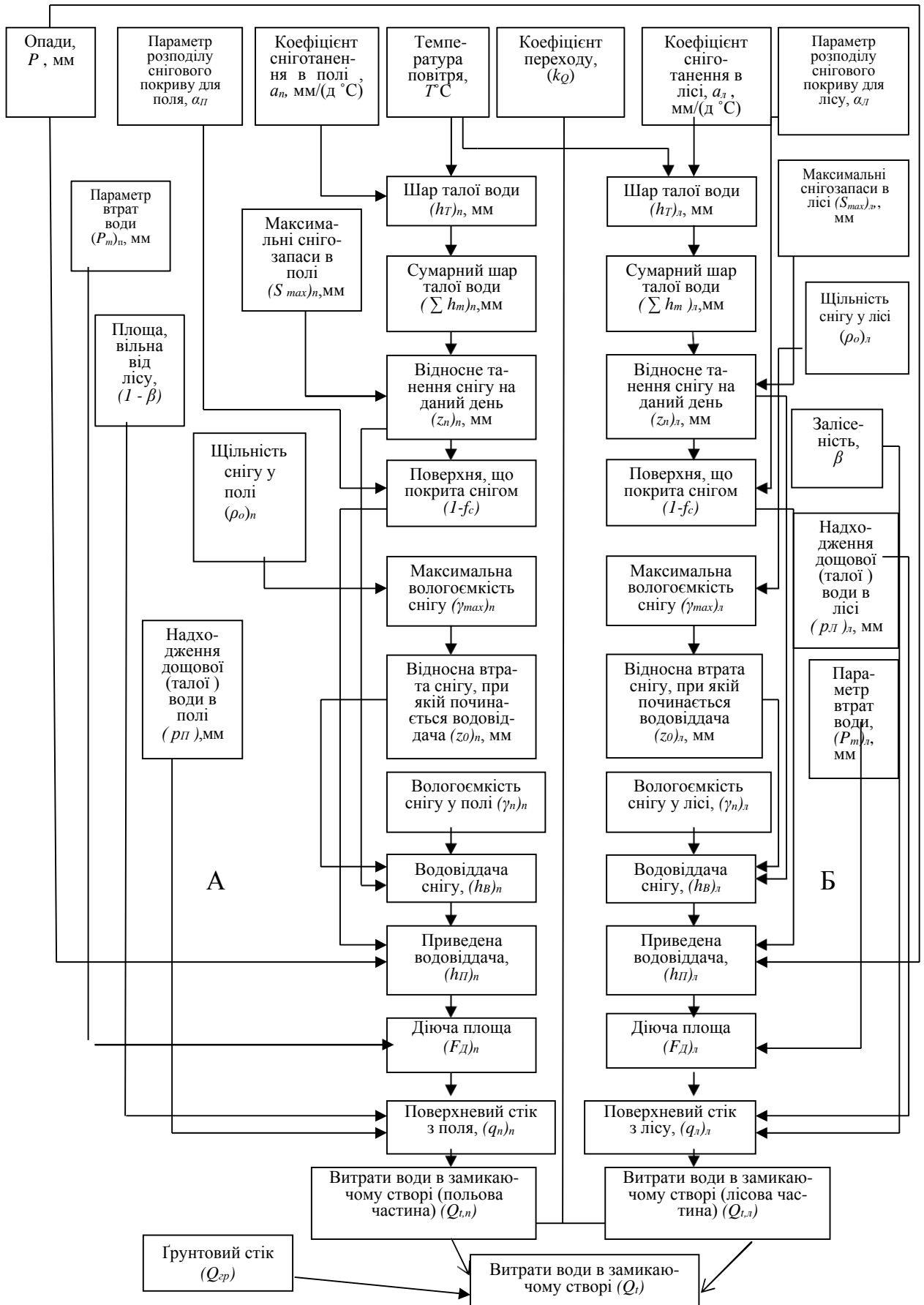


Рис. 3.2 – Блок-схема розрахунку гідрографа весняного стоку для відкритої (А) і лісової (Б) частин басейну (повний варіант моделі)

Другий спосіб. При розрахунку інтенсивності сніготанення передбачається врахування впливу календарної дати і широти місцевості, а при розрахунку водовіддачі – зниження водозатримуючої спроможності снігу в процесі танення. Інтенсивність сніготанення для польових ділянок розраховується за номограмою Л.Г.Шуляковського, що представляє собою залежність вигляду

$$h_T = f(T, D), \quad (3.9)$$

де D – дата, на яку розраховується інтенсивність танення снігу.

Авторами моделі залежність (3.9) апроксимована таким чином:

$$h_T = \begin{cases} (\alpha_D D_{20} + b_D)(T + 0,02 D_{20} + 1,15) & \text{при } T > -2^\circ \text{C}, \\ 0 & \text{при } T \leq -2^\circ \text{C}, \end{cases} \quad (3.10)$$

де D_{20} – число днів від 20 лютого до дати розрахунку інтенсивності сніготанення;

α_D і b_D – коефіцієнти, які визначаються в залежності від широти місцевості, для якої розраховується сніготанення.

Для розрахунку водовіддачі снігу використовується рівняння

$$h_B = \begin{cases} \{ [z_n - \alpha_n(1 - z_n)] - [z_{n-1} - \alpha_{n-1}(1 - z_{n-1})] \} S_m & \text{при } z_n > z_0; \\ 0 & \text{при } z_n \leq z_0, \end{cases} \quad (3.11)$$

де S_m – максимальний запас води в сніговому покриві до початку сніготанення;

z_n і z_{n-1} – відповідно відносно танення снігу на даний і попередні дні;

z_0 – відносно зменшення снігу, при якому починається водовіддача;

α_n, α_{n-1} – вологоємність снігу в n -й та $(n-1)$ -й дні.

Для розрахунку змінних формули (3.11) використовуються такі співвідношення:

$$z_n = \sum_{i=1}^n (h_{T,i} / S_m); \quad (3.12)$$

$$z_0 = \begin{cases} 0,34\varphi_m + 0,059 & \text{при } \varphi_m \leq 0,28; \\ 0,25\varphi_m + 0,083 & \text{при } \varphi_m > 0,28; \end{cases} \quad (3.13)$$

$$\varphi_m = \begin{cases} (\varphi_n - 0,06)\exp(-4z_n) + 0,06 & \text{при } \varphi_n \geq 0,063; \\ 0 & \text{при } \varphi_n < 0,063; \end{cases} \quad (3.14)$$

де φ_m – максимальна вологоємність снігу перед початком сніготанення при щільності його φ_0 , яка розраховується за таким рівнянням

$$\varphi_m = \exp(-4\varphi_0) - 0,04. \quad (3.15)$$

Водовіддача снігу, розрахована за формулами (3.8) чи (3.11), перераховується в приведену водовіддачу, тобто в надходження води на поверхню ґрунту з врахуванням покриття басейну снігом

$$h_{II} = h_B (1 - f_c), \quad (3.16)$$

де f_c – площа водозбору, яка звільнилася від снігу (в частках одиниці) у вигляді

$$f_c(x_T) = \int_0^{x_T} \frac{a \varphi}{\Gamma(\varphi)} X^{\varphi-1} \exp(-ax) dx, \quad (3.17)$$

де $x = S/\bar{S}$ – запас води в сніговому покриві S , в частках від середнього його значення по водозбору \bar{S} ;

x_T – загальний шар танення до моменту розрахунку;

$\Gamma(\varphi)$ – гама-функція;

$\varphi = 1/C^2_v$;

C_v – коефіцієнт варіації запасів води в сніговому покриві по площі водозбору.

Приведена водовіддача для всього водозбору визначається як середньозважена подача води з польових $h_{IIн}$ та лісових $h_{IIл}$ ділянок річкових басейнів. Тоді

$$h_{II} = h_{IIн}(1 - \varphi) + h_{IIл} \cdot \varphi \quad (3.18)$$

де φ залісеність водозбору у частках одиниці.

Сумарні втрати стоку і надходження води до руслової мережі. Добові значення надходження талої води в період сніготанення беруться пропорційними діючій площі F_D (в частках одиниці)

$$q = h_{II} F_D. \quad (3.19)$$

Діюча площа (коефіцієнт водовіддачі) розраховується за виразом

$$F_D = 1 - \exp \left[- \frac{(\sum h_{II}) / P_m}{t} \right], \quad (3.20)$$

де P_m – параметр, що характеризується максимально можливими сумарними втратами талих вод.

Опади в період сніготанення, що випадають при $T < 0^\circ C$, вважаються твердими і додаються до запасів води в снігові, а при $T > 0^\circ C$ – рідкими. Також вважається, що втрати рідких опадів в період сніготанення такі, як і втрати талої води.

Трансформація водовіддачі в гідрограф стоку в замикальному створі. Витрати води в замикальному створі річки розраховуються з використанням кривих добігання $p(t - \tau)$ по рівняннях:

- по повній схемі (при врахуванні польової та лісової частин басейну)

$$Q(t) = \left[\int_0^t p_{II}(t - \tau) q_{II}(\tau) d\tau + \int_0^t p_{LI}(t - \tau) q_{LI}(\tau) d\tau \right] + Q_{ГР}; \quad (3.21)$$

- по неповній схемі

$$Q(t) = k_Q \int_0^t p(t - \tau) q(\tau) d\tau + Q_{ГР}, \quad (3.22)$$

де k_Q – коефіцієнт розмірності;

$Q_{ГР}$ – ґрунтова складова, яка береться рівній витраті води в замикальному створі річки перед початком сніготанення.

Визначення параметрів та констант моделі

Модель для розрахунку та прогнозу гідрографів весняного водопілля на рівнинних річках включає параметри та константи для відкритої і залісеної частин басейнів:

a – коефіцієнт танення снігу, мм/(д·°C) (при розрахунку інтенсивності сніготанення в полі за формулою (3.6);

\square_{II} і b_{II} – коефіцієнти, які визначаються графічно (при розрахунку інтенсивності сніготанення за формулою (3.10);

C_v – коефіцієнт варіації запасів води в сніговому покриві по території;

P_m – параметр, який характеризує втрати талого стоку за період водопілля, мм;

n , \square – параметри кривої добігання.

Розглянемо підходи, що використовуються при визначенні параметрів моделі.

Значення коефіцієнтів танення снігу a в середньому можна бути взяти для поля 4,0-5,2 мм/(д·°C). Приблизний розрахунок інтенсивності сніготанення в лісі можна виконати за формулою (3.6) при коефіцієнті танення:

- для хвойного лісу

$$a_l = e^{-1,4\lambda} a_n, \quad (3.23)$$

- для листяного лісу

$$a_l = e^{-0,36\lambda} a_n, \quad (3.24)$$

де a_l і a_n – відповідно коефіцієнти танення в лісі та в полі;

\square – повнота лісу (в частках одиниці).

Рівняння (3.6) дає найкращі результати для лісових ділянок і для районів зі сталими багатосніжними зимами (на північ від 54–55° півн.ш.). Значення коефіцієнтів танення снігу для лісу a_l в середньому можна взяти 1,8-2,4 мм/(д·°C). В ході сніготанення ці коефіцієнти повинні уточнюватися.

Невідомі параметри \square_{II} і b_{II} в формулі (6.10) визначаються за графіком (рис. 3.3) для широти, яка приблизно відповідає розташуванню геометричного центра розглядуваного водозбору.

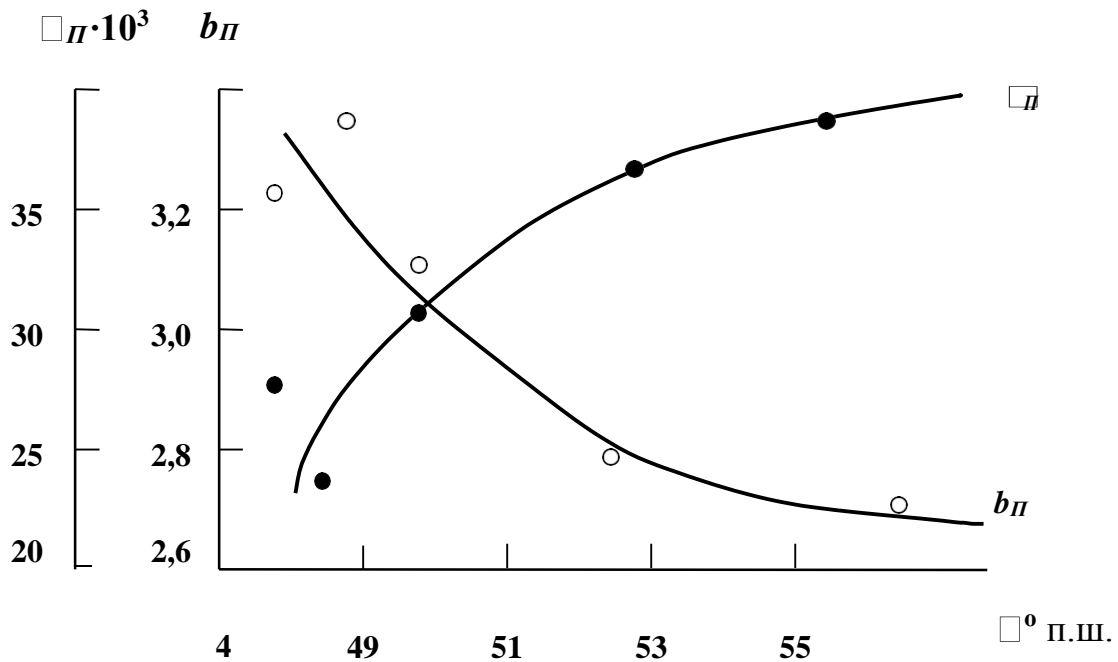


Рис 3.3 – Зміна коефіцієнтів \square_{II} та b_{II} в залежності від широти місцевості

Коефіцієнти варіації снігового покриву на водозборі. Динаміка площі, покритої танучим снігом, може встановлюватись за даними про сумарне танення снігу на кожен день з урахуванням інтегральної кривої розподілу запасів води в снігу [7-9]. Типові криві розподілу снігового покриву по площі побудовані В.Д.Комаровим.

Коефіцієнт варіації запасів води в сніговому покриві по площі водозбору C_v :

- коливається від 0,45 до 0,55 для поля і від 0,30 до 0,40 – для лісу;
- чим менше C_v , тим швидше сходить сніговий покрив;
- особлива чутливість результатів розрахунків проявляється при значеннях $C_v < 0,35$, коли зміна C_v навіть на 0,01 приводить до різкого зниження тривалості танення.

Параметри кривих добігання. Для розрахунку кривих добігання стоку використовується функція трансформації

$$p(t - \square) = \frac{\square t \left(\frac{t}{\square} \right)^{n-1}}{(n-1)! \square(\square)} \cdot e^{-\frac{t}{\square}}, \quad (3.25)$$

де n – кількість характерних ділянок;

– час руслового добігання в межах одної ділянки;
t – поточна ордината.

Визначення параметрів n та описано в навчальній літературі [7-9]. При цьому вхідними даними є: середньозважена водовіддача басейна в період сніготанення (неповний варіант моделі) або значення водовіддачі окремо для поля і лісу (повний варіант); вихідними – гідрограф талого стоку в замикаючому створі річки. При виборі початкових значень параметрів слід враховувати розміри площі басейна (із збільшенням площі басейну, як правило, зростає значення n) і загальний час добігання до замикального створу.

Параметр, який характеризує втрати стоку. Цей параметр, на відміну від інших, змінюється з року в рік для даного басейну.

Параметр P_m враховує втрати води на випаровування з поверхні снігу та ґрунту, який звільнився від снігу в період сніготанення, на заповнення поверхневої ємності водозбору та просочування води.

Визначення параметра P_m здійснюється зворотним шляхом із залежностей Є.Г. Попова, наприклад,

$$Y_m = X - P_m [1 - \exp(-X/P_m)], \quad (3.26)$$

де X - загальні запаси води в сніговому покриві і опади, що формують весняне водопілля, мм;

P_m є функцією вологості басейну (W) і глибини промерзання ґрунтів (L). Залежності $P_m = f(W, L)$ або $P_m = f(W)$ будуються за даними багаторічних спостережень за вологістю і промерзанням ґрунтів.

Для річок степової і лісостепової зон ЄТС В.Д. Комаров встановив, що

$$P_m = A \exp[-\square(a + bL)], \quad (3.27)$$

де L – середня для басейну глибина промерзання ґрунтів, см;

\square - відносна (безрозмірна) характеристика запасу продуктивної вологи у метровому шарі ґрунтів

$$\square \equiv W/0,75 HB, \quad (3.28)$$

W – запаси продуктивної вологи, мм;

HB – найменша вологоємність ґрунтів, мм;

A, a, b – параметри.

3.2.1.2 Модель В.І.Кореня і В.О.Бельчикова

Модель може використовуватись для безперервного розрахунку талого, дощового та тало-дощового стоку завдяки тому, що вона описує теплофізичні процеси, які відбуваються в шарі ґрунту (зоні аерації – зазвичай 50см) та на його поверхні. При визначенні складових рівняння водного балансу водозбору враховують відмінності формування стоку на лісових та польових ділянках басейнів [8,9, 22,24,25].

Послідовність розрахунку основних складових моделі та їх взаємозв'язок показані на рис.6.4. Вихідні дані визначаються типом стоку, що розраховується – талий, дощовий чи тало-дощовий.

Вихідні дані, які використовуються в моделі

Блок вихідних даних включає:

1) середньодобові значення, осереднені для даного водозбору:

- дефіцит вологості повітря $D(t)$, гПа;
- температура повітря $T(t)$, °С;
- опади (рідкі та тверді) $P(t)$, мм;

2) дані снігомірних зйомок, осереднені окремо для польових та лісових ділянок:

- висота снігового покриву $H(t)$, см;
- запас води в сніговому покриві $S(t)$, мм;

3) фізико-географічні та ін. характеристики:

- залісеність водозборів \square в частках від загальної площі басейнів;
- характеристики зволоженості ґрунту (у шарі z) у початковий момент часу (кінець водопілля, літо) – наприклад, середні за попередні місяць чи декаду витрати води в річці.

Перехід від індексу зволоження до початкової вологості ґрунту здійснюється за допомогою залежності

$$w_{\square} = \left[0,2 + 0,4(Q_n - Q_{n,\min}) / (Q_{n,m} - Q_{n,\min}) \right] w_m, \quad (3.29)$$

де Q_n - індекс зволоження, який використовується в якості характеристики початкової вологості;

$Q_{n,m}$ та $Q_{n,\min}$ – максимальне та мінімальне значення цього індексу за наявний період спостережень;

w_m - максимально можлива для даного ґрунту продуктивна вологість.

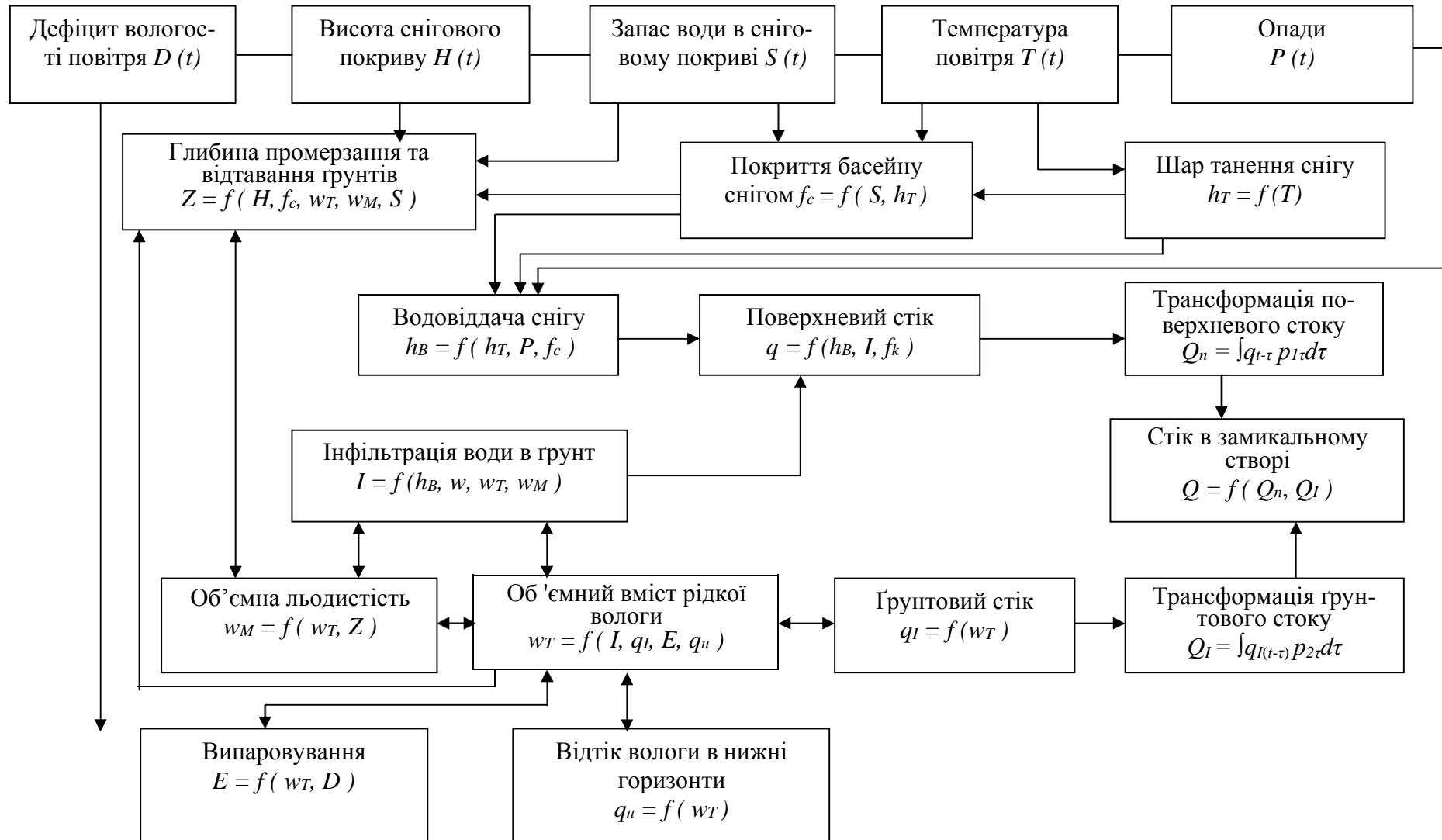


Рис. 3.4 – Блок-схема моделі формування талого, дощового і тало-дощового стоку.

Основні етапи розрахунків за моделлю.

На д о х о д ж е н н я в о д и н а п о в е р х н ю г р у н т у . Схema розрахунку надходження води в період сніготанення ґрунтується на визначенні:

- інтенсивності сніготанення за допомогою коефіцієнта танення за формулою (3.6)

$$h_T = aT,$$

де a – коефіцієнт танення, зазвичай виражається в мм/(д·°C);

T – середня температура повітря;

- приведеної інтенсивності сніготанення за співвідношенням

$$h_{II} = h_T(1 - f_c), \quad (3.30)$$

де h_T – інтенсивність сніготанення;

f_c – площа, на якій сніг вже зійшов;

- шару водовіддачі за виразом

$$h = \begin{cases} 0, & \sum^t (h_T + \square) \leq \square S_m \\ \frac{\square h}{T}, & + \square, \sum^t (h_T + \square) > \square S_m \\ 1 - \square S_m / S_m \end{cases}, \quad (3.31)$$

де S_m – запас води в снігові на початок танення;

S_m' – сума цього запасу та опадів, які випали від початку танення до моменту настання максимальної водозатримуючої здатності снігу ($\square S_m$);

h_T – шар талої води;

\square – опади.

При визначенні міри покриття басейну снігом використовують криву розподілу (3.17).

П р о м е р з а н н я т а в і д т а н е н н я г р у н т у . Розрахунок меж промерзання та відтанення ґрунту здійснюється за залежностями, визначеними з рівняння теплопереносу в шарі ґрунту у вигляді

$$\square(t) + \square(t) = - \frac{\square \square}{\square_{сн}} + \sqrt{\left[\frac{\square \square}{\square_{сн}} + \square(t) \right]^2 + 2 \square \square \square(t) L(w + w_0)}, \quad (3.32)$$

де σ та θ – відповідно висота снігу та температура повітря за проміжок часу Δt ;

$Z(t)$ та $Z(t + \Delta t)$ – межа промерзання (відтанення) до початку та в кінці розрахункового інтервалу часу;

w – продуктивна об'ємна вологість на фронті промерзання (відтанення);

L – питома теплота плавлення льоду;

λ_{θ} коефіцієнт теплопровідності мерзлого (при промерзанні) та талого (при таненні) ґрунту;

w_0 – зв'язана вологість, наближена до вологості в'янення;

λ_{σ} – коефіцієнт теплопровідності снігу, що розраховується за допомогою залежності

$$\lambda_{\sigma} = 1,373 \cdot 10^{2,25} \lambda_{\theta} \quad (3.33)$$

де λ_{σ} в Дж/(д·год·°С);

λ_{θ} – щільність снігу, г/см³.

Коефіцієнт теплопровідності для лісової та лісостепової зон розраховується за співвідношеннями:

$$\lambda_T = 4,19 \left[(5,42 \lambda_{\theta} - 3,34) \left(\ln \frac{\lambda_{\theta} + 4,6}{\lambda_{\theta}} \right) - (1,6 \lambda_{\theta} - 0,5) \right] \quad (3.34)$$

$$\lambda_m = \lambda_{\theta} + 4,19 \left[0,8 - 26,7 \left(\frac{\lambda_{\theta}}{\lambda_{\theta} - 0,1} \right) \right] \quad (3.35)$$

де λ_{θ} та λ_m – коефіцієнт теплопровідності талого та мерзлого ґрунту, відповідно, Дж/(см·год·°С);

λ_{θ} – щільність ґрунту, г/см³.

В т р а т и н а п о г л и н а н н я в ґ р у н т . Основними факторами, що впливають на втрати води на поглинання в ґрунт, є запас вологи у виділеному шарі ґрунту до моменту розрахунку та його льодовитість (промерзання). Для промерзлого ґрунту, крім того, враховується вплив його об'ємної льодовитості

$$I = \frac{10w_m z - W}{zk} + i_0 (w_T / w_m)^{3,5} (1 + 8w_m)^{-2} \quad (3.36)$$

де I втрати на поглинання води у ґрунт, мм/год;

w_T - об'ємний вміст рідкої вологи;

w_M - об'ємна льодовитість;

$W = (10w_T + w_{\square})z$ - загальний запас вологи в шарі ґрунту, мм;

z - виділений шар ґрунту, см;

k - параметр, який характеризує поглинаючу спроможність ґрунту, год/см;

i_0 - коефіцієнт фільтрації верхнього шару ґрунту, мм/год.

Щоб врахувати вплив ґрунтових вод на втрати стоку після відтанення ґрунту у формулу (3.36) вводиться поправка

$$\square\square\square = \frac{\square(10w_m - W_k)}{zk}, \quad (3.37)$$

де W_k - запас вологи в ґрунті на момент повного його відтанення, мм;

$\square\square\square$ параметр, менший за одиницю.

Втрати на випаровування. Випаровування з талого та промерзлого ґрунту, який звільнився від снігу, розраховується за рівнянням

$$\square\square\square = k_2 D \exp[-(w_m - w_T)/w_m], \quad (3.38)$$

де $\square\square\square$ - випаровування, мм/год;

D - дефіцит вологості повітря, гПа;

k_2 - параметр, який дорівнює випаровуванню при одиничному дефіциті, мм/(гПа·год).

Внутрішньогрунтовий стік та відтік вологи в шари, що розташовані нижче, розраховуються за формулами вигляду:

$$q_I = \square i_0 (w_T / w_m)^{3,5}, \quad (3.39)$$

$$q_{\square} = i_{\square} (w_{\square} / w_m)^{3,5}, \quad (3.40)$$

де q_I - внутрішньогрунтовий стік, мм/год;

q_H - відтік вологи в шари, що розташовані нижче, мм/год;

\square параметр, який враховує дренавання водозбору (менший від одиниці);

i_H - коефіцієнт фільтрації на нижній межі виділеного шару ґрунту, мм/год.

Поверхневий стік. Поверхневий стік визначається з урахуванням поверхневого затримання. Для *лісових* частин басейну

$$q_{л} = \begin{cases} (h_{\square} - I)(1 - s_I), & I < h_B, \\ 0, & I \geq h_B, \end{cases} \quad (3.41)$$

де втрати води на поверхнєве затримання s_I розраховуються за виразом

$$s_I = \exp\left\{-m \sum (h_B - \square) \right\}; \quad (3.42)$$

$q_{л}$ - поверхневий стік, який сформувався на лісних ділянках, мм/ГОД;

$(h_B - I)$ - шар поверхневого водоутворення, мм/ГОД;

$(1 - s_I)$ - діюча площа водозбору, в частках одиниці;

m - параметр поверхневого затримання води, 1/мм.

При розрахунку поверхневого стоку *в полі* враховується можливість утворення ділянок з водонепроникним шаром ґрунту, на яких відсутня інфільтрація води. Поверхневий стік з польових ділянок розраховується за виразом

$$q_{\square} = \begin{cases} (h_B - I)s_I f_k + h_B s(1 - f_k), & I < h_{\square}, \\ h_B s(1 - f_k), & I \geq h_B, \end{cases} \quad (3.43)$$

де діюча площа на таких ділянках

$$s = 1 - \exp\left\{-m \sum (h_B - \square) \right\}; \quad (3.44)$$

f_k - частка площі польових ділянок, на яких не утворився водонепроникний шар, розраховується за рівнянням

$$f_k = 1 - \exp\left(-\square \sum_{i=1}^{\square} (\square K_k)^{\square-1} / (\square - i + 1)\right), \quad (3.45)$$

де $\square_z = \frac{1}{C_{v,z}^2}$ - параметр розподілу глибини промерзання (зазвичай береться на рівні 3);

K_k - параметр, що визначається як

$$K_k = U_k / (w_{II} Z_{II}), \quad (3.46)$$

w_{II} і Z_{II} - середні для польових ділянок вологість ґрунту та глибина промерзання;

U_k – параметр, який характеризує критичне значення добутку вологості ґрунту на глибину промерзання, при перевищенні якого ґрунт стає практично водонепроникним, см.

Формування гідрографа стоку в замикальному створі. Поверхневий стік, розрахований за співвідношеннями (3.41) та (3.43) і ґрунтовий стік за (3.39) перетворюється на гідрограф в замикаючому створі за допомогою лінійної моделі (3.21) з кривою добігання (3.25).

Визначення параметрів та констант моделі

Коефіцієнти, що використовуються в моделі:

- беруться *однаковими для польових та лісових ділянок*: i_H – коефіцієнт фільтрації на нижній межі виділеного шару ґрунту; w_{\max} - максимально можлива для даного ґрунту продуктивна вологість; k_2 - випаровуваність при одиничному дефіциті вологості повітря; α – параметр, що враховує вплив ґрунтових вод на інфільтрацію; w_0 - вологість в'янення; γ – водозатримуюча здатність снігу. Один коефіцієнт використовується тільки при розрахунку для польових ділянок (U_k - критичне значення добутку αz для утворення водонепроникних шарів ґрунту);

- беруть *різні значення для польових та лісових ділянок*: k - параметр, який характеризує сорбційні властивості ґрунту; β дренивання водозбору при утворенні ґрунтового стоку; i_0 - коефіцієнт фільтрації виділеного шару ґрунту; m – параметр поверхневого затримання води; α_1, n_1 - параметри трансформації поверхневої водовіддачі; α_2, n_2 - параметри трансформації ґрунтової водовіддачі; a – коефіцієнт танення снігу; β - параметр кривої розподілу снігу; ρ - щільність ґрунту.

Число коефіцієнтів залежить від особливостей даного водозбору, зокрема, від його залісеності. Деякі з них оцінюються за даними стаціонарних спостережень або розраховуються (w_{\max}, k_2, a), інші визначаються за методами оптимізації ($k, \alpha i_0, i_H, m, \alpha_1, n_1, \alpha_2, n_2, U_k, \beta$) [8,9].

Коефіцієнт k_2 визначається відповідно до формули Давидова (якщо дефіцит вологості повітря виражений в гектопаскалях)

$$k_2 = 0,008(1 + 0,51u), \quad (3.47)$$

де \bar{u} – багаторічна середня швидкість вітру для даного району на висоті флюгера, м/с.

Значення k_2 для лісової зони європейської частини колишнього СРСР дорівнює 0,024-0,027 мм/год (при $\bar{u} = 4$ м/с) [9].

Коефіцієнти танення в полі та в лісі визначаються за графіком зв'язку максимальних запасів води в сніговому покриві (по окремих станціях) з сумою плюсових значень температури $S = f(\square \square_+)$ від початку танення до сходу снігу на 50 % площі. Тангенс кута нахилу цього зв'язку дорівнює коефіцієнту танення a . Для поля він береться рівним $a_n = 4$ мм/(°С·д), а для лісу $a_n = 1,5$ мм/(°С·д).

Коефіцієнт w_{\max} визначається за даними вимірів воднофізичних характеристик ґрунту ($w_{\max} = 0,4$).

Коефіцієнти w_0 , \square , \square значно менше впливають на гідрограф стоку в замикальному створі. Тому ці константи не оптимізуються, а оцінюються по даних натурних вимірів ($w_0 = 0,1$; $\square = 1,3$ г/см³) або за рекомендаціями, наданими у попередніх пунктах ($\square = 0,13$ и $\square = 11$ при $C_v = 0,3$).

3.2.2 Математичні моделі короткострокових прогнозів гідрографів дощового та тало-дощового стоку гірських річок

3.2.2.1 Модель для прогнозу дощового стоку гірських річок

В цій моделі річковий водозбір представлено лінійною системою із зосередженими параметрами, що складаються з трьох умовних ємностей, в яких відбувається утворення та регулювання поверхневого, підповерхневого та ґрунтового стоку. Розрахункові рівняння моделі описують основні елементарні процеси, що відбуваються на водозборі та в русловій мережі: випаровування, поверхневу затримку, поглинання води та накопичення її в ґрунті, водовіддачу та стікання поверхневого та підповерхневого стоку [9].

Модель враховує особливості гірських водозборів, для яких характерне утворення підповерхневого стоку.

Вихідні дані, які використовуються в моделі

Блок вихідних даних включає:

1) середньодобові значення, осереднені для даного водозбору:

- опади $P(t)$, мм;
- дефіцит вологості повітря $D(t)$, гПа;
- швидкість вітру $v(t)$, м/с;

- витрати води в замикальному створі Q_{t0} на початок розрахункового періоду (передпаводкового).

Основні етапи розрахунків за моделлю

Надходження води на водозбір визначається інтенсивністю опадів $P(t)$.

Визначення втрат вод. Розрахунок інтенсивності випаровування здійснюється за рівнянням

$$E(t) = [k_1 + k_2 v(t)] D(t) \exp[-d(t)/W_m] \quad , \quad (3.48)$$

де $d(t)$ – дефіцит вологості ґрунту;

$D(t)$ і $v(t)$ – дефіцит вологості повітря та швидкість вітру;

k_1, k_2 – коефіцієнти для розрахунку випаровування;

W_m – максимальна вологостемність шару ґрунту, в якому формується підповерхневий стік.

Розрахунок інтенсивності інфільтрації здійснюється таким чином:

$$I(t) = \begin{cases} q_2(t) + h(t) + \square d(t) + i_0, & P(t) - E(t) > I(t), \\ P(t) - E(t), & P(t) - E(t) \leq I(t), \end{cases} \quad (3.49)$$

де $q_2(t)$ – підповерхнева водовіддача;

$h(t)$ – затримка води в ґрунті;

$\square d(t)$ – зміна зволоженості водозбору за рахунок відтоку води;

$P(t)$ – опади;

i_0 – параметр, що характеризує відтік вологи з нижнього шару ґрунту.

Функції $q_2(t)$, $h(t)$ і $\square d(t)$, що входять в співвідношення (6.49) визначаються за рівняннями:

– зміна зволоженості водозбору за рахунок відтоку води $\square d(t)$

$$\square d(t) = k_5 \exp[-0,10d(t - \square t)] [W_m - d(t - \square t)], \quad (3.50)$$

причому дефіцит вологості ґрунту $d(t)$

$$d(t) = \begin{cases} \sum_{\tau=0}^t [E(\tau) + d(\tau) + i_0 - h(\tau)] \tau & P(\tau) > 0, \\ \sum_{\tau=0}^t [E(\tau) + d(\tau)] \tau & P(\tau) = 0; \end{cases} \quad (3.51)$$

– затримка води в ґрунті $h(t)$;

$$h(t) = \begin{cases} \frac{d(t - \tau)}{k_3}, & h(t) < P(t) - E(t), \\ P(t) - E(t), & h(t) \geq P(t) - E(t); \end{cases} \quad (3.52)$$

– підповерхнева водовіддача $q_2(t)$

$$q_2(t) = \begin{cases} \frac{1}{k_3} W_{\max} - 0,5 [d(t) + d(t - \tau)], & q_2(t) \leq P(t) - E(t) - h(t) - i_0, \\ P(t) - E(t) - h(t) - i_0, & q_2(t) > P(t) - E(t) - h(t) - i_0, \end{cases} \quad (3.53)$$

де k_5, k_3 – параметри, що залежать від водно-фізичних властивостей ґрунту (водопоглинання, вологості, водовіддачі).

П о в е р х н е в и й і ґ р у н т о в и й с т і к .

Для розрахунку інтенсивності *поверхневої водовіддачі* використовується формула

$$q_1(t) = [P(t) - E(t) - I(t)] \tau \{1 - \exp[-mW(t)]\}, \quad (3.54)$$

де i і m – параметри, що характеризують діючу площу та місткість безстічних поглиблень;

W – загальна зволоженість водозбору, яка розраховується як

$$W(t) = \sum_{\tau=0}^t [P(\tau) - E(\tau) - I(\tau) + h(\tau)] \tau. \quad (3.55)$$

Для розрахунку *ґрунтового стоку* використовується вираз

$$Q_3(t) = \begin{cases} i_0, & P(t) > 0 \text{ або } q_1(t) > 0, \\ R^{t-1} i_0, & P(t) = q_1(t) = 0, \\ 0, & 1 \end{cases} \quad (3.56)$$

де R – параметр кривої виснаження підповерхневого стоку.

Розвантаження запасів води, що накопичились в річковій мережі басейну до початку розрахункового періоду,

$$Q_R(t) = R^t [Q_{t_0} - Q_3(0)] \quad (3.57)$$

де $Q_3(0)$ – ґрунтовий стік на початку розрахунку, який визначається із співвідношення (6.56) при $t = 0$.

Формування гідрографа стоку в замикальному створі. Стік води в замикальному створі річки

$$Q(t) = Q_1(t) + Q_2(t) + Q_3(t) + Q_R(t), \quad (3.58)$$

де $Q_1(t)$ і $Q_2(t)$ - трансформовані за лінійною моделлю поверхнева та підповерхнева водовіддача з кривою добігання (3.25)

$$Q_t = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^{r_1} p_{ij} Q_{e,t-j+1}, \quad (3.59)$$

де r_1 - максимальна кількість значущих ординат кривої добігання для i -го відрізка кривої об'ємів; сума r_1 ординат кожної кривої добігання повинна дорівнювати одиниці.

Визначення параметрів та констант моделі

При підготовці вихідних даних для визначення параметрів моделі необхідно врахувати наступне.

Розрахунок зволоженості водозбору виконується безперервно, починаючи з кінця паводка, що передує розрахунковому періоду, або з кінця весняного водопілля, коли вологість ґрунту можна вважати близькою до максимально можливої.

Методологія визначення параметрів зводиться до такого [9]:

а) значення параметрів моделі (k_1, k_2, i_0, R) розраховуються за матеріалами гідрометеорологічних спостережень та в подальшому вважаються постійними:

- коефіцієнти k_1 і k_2 визначаються за даними спостережень за випаровуванням з водної поверхні або суші в межах конкретної території, вони незначно змінюються і вважається постійними для однорідних географічних регіонів;

- коефіцієнт фільтрації i_0 встановлюється по кривій спаду і береться рівним витраті води наприкінці спаду (мм/год);

- параметр кривої виснаження R визначається як тангенс кута нахилу залежності $Q(t + \Delta t) = f[Q(t)]$ для нижньої частини гілки спаду гідрографа;

б) параметри $(\Delta_1, n_1, \Delta_2, n_2, W_m, k_3, \Delta m)$ визначаються шляхом оптимізації на основі гідрометеорологічних спостережень:

- межі змін параметрів кривих добігання $(\Delta_1, n_1$ та $\Delta_2, n_2)$ встановлюються при високих та низьких паводках, виходячи з тимчасового зсуву між центрами тяжіння графіків опадів та гідрографів;

- параметри W_m і k_3 визначаються за максимальними витратами води низьких паводків, що сформовані за рахунок підповерхневого стоку (з верхньою межею W_m / k_3). За значеннями W_m / k_3 порівнюються до максимальних витрат води з вибраних низьких паводків (в мм/год). По значеннях W_m , що відповідають найбільшій вологоємності 30-сантиметрового шару ґрунту, і, знаючи відношення W_m / k_3 , розраховується параметр k_3 ;

- початкове значення параметра Δm береться рівним коефіцієнту стоку високих паводків;

- параметр m береться в діапазоні 0,030-0,100.

Після цього параметри $\Delta_1, n_1, \Delta_2, n_2, W_m, k_3, \Delta m$ уточнюються за допомогою методу оптимізації;

в) при оптимізації параметрів для підвищення надійності їх визначення застосовується метод декомпозиції, тобто розглядаються окремі процеси стокоутворення при виключенні інших.

Оптимізація виконується одночасно по декількох паводках. В якості критерію оптимізації використовується сума квадратів відхилень розрахованих витрат води від спостережених.

3.2.2.2 *Модель тало-дощового стоку гірських річок* (автор Ю.М. Денисов)

Модель Ю.М. Денисова дає можливість розрахунку та прогнозу гідрографів тало-дощового стоку гірських річок [8,9,30]. При застосуванні моделі кращі результати одержуються для річок з невеликою кількістю рідких опадів, що випадають на вільну від снігу поверхню басейну. Точність розрахунків за моделлю знижується через негусту мережу існуючих станцій спостережень в горах. При цьому доцільно залучати дані вимірів за сумарними опадомірами на тих висотах, де звичайні станції і пости відсутні.

Вихідні дані, які використовуються в моделі

Блок вихідних даних включає:

1) *середньодобові значення:*

- температури повітря $T(t)$, °С;

- опадів $P(t)$, мм;

2) *дані снігомірних зйомок по висотних зонах:*

- запас води в сніговому покриві $S(t)$, мм;

- ступінь покриття басейну снігом;

3) *фізико-географічні та ін. характеристики:*

- гіпсографічна крива басейнів в цілому та їх частин.

При випуску прогнозу щоденних витрат води (із завчасністю до 5 діб) використовується метеорологічний прогноз температури повітря і опадів на кілька діб.

Розрахункова частина моделі гідрографа тало-дощового стоку гірських річок складається з таких блоків (рис.3.5):

1) розрахунку накопичення снігу і надходження талої та дощової води на поверхню басейну;

2) розрахунку втрат і трансформації водовіддачі басейну в гідрограф стоку.

Основні етапи розрахунків за моделлю.

Накопичення снігу і надходження води на поверхню басейну. Розрахунок надходження води на поверхню басейну здійснюється по висотних зонах, на які попередньо розбивають басейн (200-400 м).

Для визначення *добових сум опадів* по висоті використовується залежність, запропонована Ю. М. Денисовим:

$$P(H, t) = P_{H_1}(t) [1 + k_2(H - H_1) + k_3(H - H_1)^2] \quad , \quad (3.60)$$

де $P(H, t)$ - кількість опадів на висоті H в момент часу t ;

H_1 – задана висота, до якої приводяться опади, виміряні на станціях і постах;

k_2 і k_3 – параметри, які визначаються для конкретних басейнів або їх частини за спостереженими опадами.

Величина кількості опадів $P_{H_1}(t)$ в рівнянні (6.60) обчислюється за формулою

$$P_{H_1}(t) = \sum_{j=1}^n [P_{H_j}(t) / (Rn)], \quad (3.61)$$

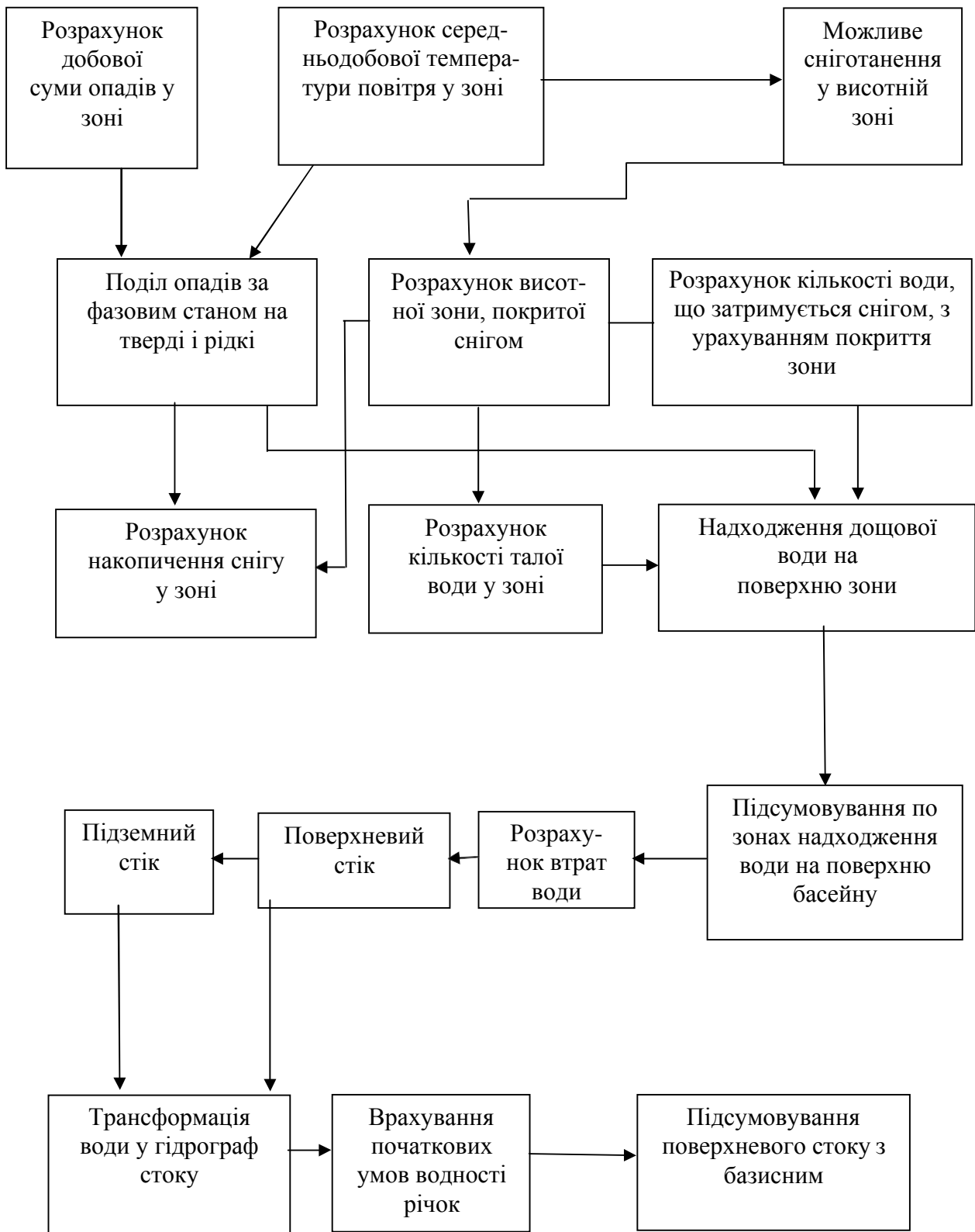


Рис. 3.5 – Блок-схема моделі формування тало-дощового стоку в басейні гірської річки

де $P_{H_j}(t)$ - опади на j -й станції, розташованій на висоті H_j ;
 n - кількість станцій;
 R - вираз у рівнянні (3.59)

$$R = [1 + k_2(H - H_1) + k_3(H - H_1)^2]; \quad (3.62)$$

k_2 і k_3 - параметри, визначення яких описано нижче.

Розподіл температури повітря з висотою апроксимується лінійною залежністю. При цьому вертикальний градієнт температури повітря $\Delta(t)$ змінюється в часі у відповідності з рівнянням

$$\Delta(t) = \{a^3 / [a^2 + (t - \Delta_0) / c]\} + \Delta_0, \quad (3.63)$$

де a, Δ_0, Δ_0, c - параметри, які визначаються за даними спостережень за температурою повітря.

При розрахунку накопичення і танення снігового покриву за даними про опади та температуру повітря вважається, що:

- 1) вище ізотерми 2°C опади випадають тільки в твердому вигляді, а нижче - тільки в рідкому.

Розрахунок ізотерми 2°C - $H_2(t)$ здійснюється за формулою

$$H_2(t) = H_1 - [2 - T(H_1, t) / \Delta(t)], \quad (3.64)$$

де $T(H_1, t)$ - температура повітря, приведена до висоти H_1 за формулою

$$T(H_1, t) = \frac{1}{n} \sum [T(H_j, t) - \Delta(t)(H_1 - H_j)]; \quad (3.65)$$

H_j - висота j -й метеостанції;

n - кількість метеостанцій;

- 2) танення снігу відбувається тільки в зонах нижче ізотерми 0°C пропорційно температурі повітря при заданому коефіцієнті танення k_1 .

Розрахунок ізотерми 0°C - $H_0(t)$ здійснюється таким чином

$$H_0(t) = H_1 + T(H_1, t) / \Delta(t); \quad (3.66)$$

- 3) водовіддача снігу розраховується за співвідношенням (3.8) при постійній вологості снігу;

4) опади, які випадають у період сніготанення в твердому вигляді, додаються до запасу води в сніговому покриві;

5) дощі, які випадають на сніг, прирівнюються до шару талої води.

В загальному вигляді модель, що відображає зміни запасів води у сніговому покриві за висотою і за часом, включає у себе такі рівняння:

а) зміни запасів води у сніговому покриві за часом на висоті H

$$\frac{\partial S(H, t)}{\partial t} = \begin{cases} S & \text{для } H \geq H_0^o \\ S - k_1(H - H_0) & \text{для } H_0^o < H < H_2^o \\ -k_1(H_0 - H) & \text{для } H < H_2^o \end{cases}, \quad (3.67)$$

б) запаси води у сніговому покриві в басейні на t -у добу

$$S(t) = \int_{H_c}^{H_m} S(H, t) \frac{\partial F(H)}{\partial H} dH, \quad (3.68)$$

де k_1 - коефіцієнт танення снігу, мм/(°С·д);

$S(H, t)$ - запаси води у снігу на висоті H , що визначається як

$$\int_{t_0}^t \frac{\partial S}{\partial t} dt;$$

H_c та H_m - висота сезонної снігової лінії та найбільша висота в басейні;

$F(H)$ - функція, графіком якої є гіпсографічна крива.

На основі цієї моделі можливо розрахувати на будь-яку дату запаси води у сніговому покриві у всьому басейні, їх розподіл за висотними зонами і визначити висоту сезонної снігової лінії. Розрахунки за формулою (3.68) виконуються за чисельними методами на ПК.

Розподіл снігового покриву на кожній висотній зоні описується рівнянням вигляду

$$g(S, h) = \exp\left[-(S + S_p \ln m - h) / S_p\right], \quad (3.69)$$

де h - шар танення снігу, мм;

S_p - параметр, що дорівнює значенню середнього запасу води в сніговому покриві в зоні, яка повністю покрита снігом, мм;

m - параметр, що визначає похибку в виразі (3.69) для $g(S, h)$ (при $m=100$ похибка дорівнює 1%);

S - поточне значення запасу води в сніговому покриві на висотній зоні, мм.

При поверненні морозів в період танення шар мерзлої води в сніговому покриві розраховується за виразом

$$P_3(t) = 1,55\sqrt{|-T_{\min}(t)|}, \quad (3.70)$$

де $P_3(t)$ – шар мерзлої води за t -у добу, мм;

T_{\min} - мінімальна добова температура повітря, яка визначається по зв'язку між T_{\min} і T , °С.

Інтенсивність танення снігу і льодовиків для кожної j -ї зони (мм/д) обчислюються за формулами:

$$h_{T,j}(t) = \begin{cases} k_1 \square(t)(H_1 - H_j) & \text{при } H_j < H_0 \quad \text{і } S > 0 \\ 0 & \text{при } H_j \geq H_0 \text{ або } S = 0 \end{cases}, \quad (3.71)$$

$$h_{T..л,j}(t) = \begin{cases} k_{..л} \square(t)(H_1 - H_j) & \text{при } g_{..л,j} < 1 \\ 0 & \text{при } g_{..л,j} = 1 \end{cases}, \quad (3.72)$$

де k_1 і $k_{..л}$ - коефіцієнти танення снігу і льоду, мм/(°С · д);

$g_{..л,j}$ – ступінь покриття снігом льодовика j -ї зони.

Надходження дощової води $h_{Д}$ на ділянки зон, що звільнилися від снігу, дорівнює

$$h_{Д,j}(t) = \begin{cases} P(H_1)[1 + k_2(t)(H_j - H_1) + k_3(t)(H_j - H_1)^2] \text{ при } g_j < 1 \\ 0 & \text{при } g_j = 1 \end{cases} \quad (3.73)$$

Розрахунок водовіддачі всього басейну (у м³/с) здійснюється за формулою

$$h_B(t) = c_1 \left\{ \sum_{j=1}^N [h_{T,j}(t) f_{j,j} + h_{Д,j}(t) f_{j,j} (1 - g_{..л,j}) + h_{T..л,j}(t) f_{..л,j} (1 - g_{..л,j})] \right\}, \quad (3.74)$$

де c_1 – коефіцієнт розмірності ($c_1 = 0,0116$);

f_j - площа j -ї висотної зони без льодовиків, км²;

$f_{л,j}$ - площа льодовиків у межах j -ї зони, км²;

N - кількість висотних зон.

Розрахунок втрат і трансформації водовіддачі в гідрограф стоку. В гірському басейні *втрати води* протягом весняно-літнього водопілля обчислюються з урахуванням сумарної водовіддачі з початку танення

$$I(t) = h_B(t) \exp \left[- \alpha_1 S_0 \int_0^t q(\tau) d\tau \right], \quad (3.75)$$

де S_0 - середньозважені для водозбору запаси води в сніговому покриві перед початком сніготанення (весняного водопілля), розраховані за запасами для кожної висотної зони, мм;

α_1 - параметр, що визначається шляхом оптимізації.

Вираз (3.75) показує, що у горах має місце збільшення коефіцієнта стоку талих вод з висотою (пропорційно інтегральному значенню надходження води) до моменту t , при просуванні (в міру розвитку водопілля) фронту танення снігу у верхні зони. Зменшення коефіцієнта стоку рідких опадів по поверхні водозбору, що звільнюється від снігу, враховується завдяки уповільненню зростання загального коефіцієнта стоку (талих і дощових вод).

При розрахунку гідрографів стоку гірських річок розрахунок *випаровування* здійснюється з поверхні кожної висотної зони (за даними температури повітря і опадів), використовуючи формули Т.С.Абальян, В.М.Мухіної, А.Я.Полуніна.

Надходження тало-дощової води до руслової мережі обчислюється за виразом

$$q(t) = h_B(t) - I(t). \quad (3.76)$$

Вважається, що надходження води $q(t)$ проходить через дві регулюючі ємності. Розрахунок витрат води здійснюється за такою формулою:

$$Q(t + \Delta t) = a_1 X + a_2 Z + b_1 [0,5q(t + \Delta t - 2) - 2q(t + \Delta t - 1)] + b_2 q(t + \Delta t) \quad (3.77)$$

де

$$X = \begin{cases} Q(t + \delta - 2) & \text{при } \delta = 1 \text{ i } 2 \\ \hat{Q}(t + \delta - 2) & \text{при } \delta = 2 \end{cases}; \quad (3.78)$$

$$Z = \begin{cases} Q(t) & \text{при } \delta = 1 \\ \hat{Q}(t + \delta - 2) & \text{при } \delta = 1 \end{cases}, \quad (3.79)$$

Q – фактична витрата води, без урахування базисного стоку, м³/с;
 \hat{Q} – розрахована витрата води, м³/с;
 a_1, a_2, b_1, b_2 – параметри, які визначаються для кожної завчасності прогнозу за архівними даними;
 t – момент складання прогнозу;
 δ – завчасність прогнозу.

Визначення параметрів та констант моделі

Модель включає в себе дві групи параметрів, що визначаються:
 - за даними спостережень за опадами, температурою повітря, сніговим покривом;
 - шляхом підбору (оптимізації).

Визначення параметрів першої групи.

Значення параметрів k_2 і k_3 в формулі (3.2) залежать від нахилу і кривизни зв'язку середньобогаторічних величин місячних сум опадів з висотою (для кожного місяця року). Знак параметра k_3 визначає напрямок опуклості кривої цього зв'язку. Річний хід параметрів k_2 і k_3 апроксимується рівнянням вигляду

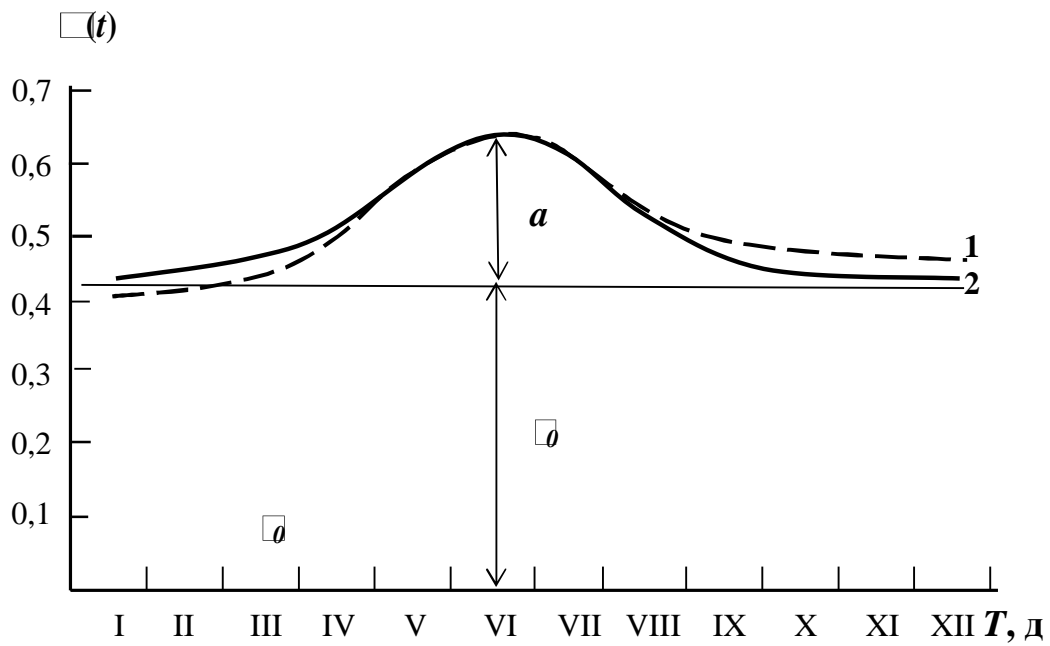
$$k_i = k_{i,0} + A_i \cos[2\pi(t - \tau_i) / 365], \quad (3.80)$$

де t – час від початку календарного року;
 $k_{i,0}$ – середні за рік значення параметрів k_2 і k_3 ;
 A_i – амплітуда i -ї косинусоїди;

τ_i – номер дня з максимальним значенням параметра k_2 або k_3 .

Авторами В.М.Мухіною і А.Я.Полуніним описані способи визначення параметрів $k_{2,0}, k_{3,0}, A_2, A_3, \tau_2$ і τ_3 в рівнянні (3.80).

Одержання параметрів a, c, τ_i в рівнянні (3.3) відбувається графічним шляхом за хронологічним графіком внутрішньорічного ходу вертикального градієнта температури повітря $\tau(t)$ (рис. 3.6).



1 - фактичний хід градієнта температури повітря
(на схилі Ферганського хребта),

2 - апроксимація ходу градієнта температури повітря

Рис. 3.6 – Апроксимація внутрішньорічного ходу вертикального градієнта температури повітря

Параметр c - масштабний коефіцієнт, який обчислюється за допомогою кривої $\bar{\theta}(t)$ при відомих значеннях решти параметрів за виразом

$$c = (t - \bar{\theta})^2 [\bar{\theta}(t) - \bar{\theta}] / \{ (a - [\bar{\theta}(t) - \bar{\theta}]) a^2 \}. \quad (3.81)$$

Параметр S_p в рівнянні (3.69) є кутом нахилу ліній зв'язку (для кожної зони) між середніми запасами води в сніговому покриві зони S і ступенем її покриття снігом $q(\bar{S})$

$$S = S_p q(\bar{S}) \quad (3.82)$$

і залежить від розчленованості рельєфу. Залежність (3.82) правильна в межах зміни $0 \leq \bar{S} \leq S_p$.

Водозатримуюча спроможність снігу, а також коефіцієнти танення снігу k_1 і льоду k_l задаються за літературними джерелами або за підбором (параметр k_1 змінюється в межах 2,0-6,5 мм/(°С·д).

Визначення параметрів другої групи.

Шляхом оптимізації визначаються параметри моделі при розрахунках трансформації і втрат води на гірському водозборі при визначенні кри-

терію якості.

Так, при оптимізації параметра \square_1 в рівнянні (3.75) його значення повинні бути в діапазоні $\square_1 \geq 0$.

Уточнення на 1-2 доби прогнозованих витрат води з урахуванням попереднього ходу середньої добової температури повітря здійснюється шляхом застосування корекції.

Завдання і запитання для самоперевірки

1. Наведіть приклади моделей типу «чорний ящик» у гідропрогнозах.
2. Які основні особливості концептуальних моделей стоку?
3. Основні етапи надходження води на водозбір, стоку та формування гідрографів весняного водопілля в моделі Гідрометцентру.
4. Методи розрахунку інтенсивності сніготанення та водовіддачі снігового покриву в прогностичних математичних моделях.
5. Визначення втрат води в математичних моделях для прогнозу весняного водопілля рівнинних річок.
6. Основні етапи надходження води на водозбір, стоку та прогнозу гідрографів весняного водопілля в моделі В.І.Кореня і В.О.Бельчикова.
7. Визначення водозатримуючого шару ґрунту при формуванні та прогнозі весняного водопілля в математичній моделі В.І.Кореня і В.О.Бельчикова.
8. Розрахунок поверхневого стоку з лісової і польової частин басейнів при формуванні та прогнозі весняного водопілля в математичній моделі В.І.Кореня і В.О.Бельчикова.
9. Які основні етапи розрахунків в моделі для прогнозу дощового стоку гірських річок?
10. Розрахунок надходження води і поверхневого стоку в моделі для прогнозу гідрографів весняно-літнього водопілля гірських річок (автор Ю.М.Денисов).
11. Як відбувається розрахунок втрат води і трансформації водовіддачі в гідрографі весняно-літнього водопілля гірських річок?

4 СУЧАСНІ МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ДОВГОСТРОКОВИХ ГІДРОЛОГІЧНИХ ПРОГНОЗІВ

4.1 Модель «СЛОЙ-2» для довгострокового прогнозування шарів стоку весняного водопілля (автор М.М.Сусідко)

Математична модель СЛОЙ-2 призначена для дослідження динаміки зимово-весняних процесів на річковому водозборі та дозволяє виконувати довгострокове прогнозування характеристик весняного стоку [27].

Модель формування весняного стоку СЛОЙ-2 дозволяє використовувати її в різних ландшафтних умовах як для аналізу процесів снігонакопичення та сніготанення, зміни стану підстильної поверхні водозбору – динаміки глибини промерзання і відтаювання ґрунтів, їх зволоженості, так і прогнозування шарів (об'ємів) стоку водопілля. Оцінка динаміки цих природних процесів здійснюється для відкритих і заліснених частин річкових басейнів, у тому числі й в районах з зимовими відлигами, що порушують хід процесів снігонакопичення і сніготанення та можуть суттєво впливати на стан підстильної поверхні (рис. 4.1).

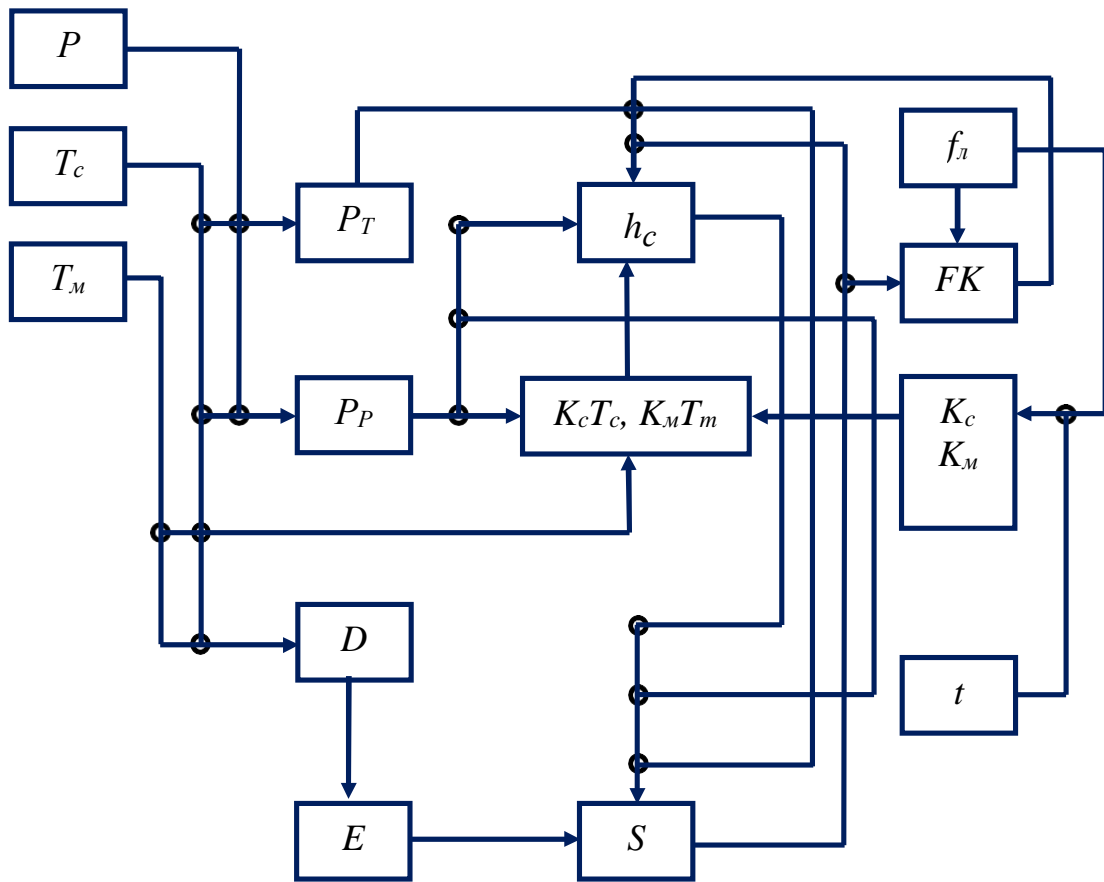
Опис процесів формування стоку в моделі схематизовано для можливості виконання розрахунків та прогнозів в оперативному режимі надходження вихідної інформації за даними спостережень стандартної гідрометеорологічної мережі – *запасах води в сніговому покриві, зволоженості водозбору, глибинах промерзання ґрунтів до строку складання прогнозу, ходу температури повітря і опадів за зимовий період* (при врахуванні зимових відлиг). Крім того, модель дає можливість використання при прогнозуванні стоку водопілля і розрахованих даних по цих характеристиках.

4.1.1 Науково-методична база

Для прогнозу шарів стоку за весняного водопілля з річкового водозбору в моделі СЛОЙ-2 використаний *воднобалансовий метод*. Він оснований на залежності шарів стоку від запасу води в сніговому покриві, опадів за період водопілля та показників попереднього стану поверхні водозбору (вологість та промерзання ґрунтів), які характеризують його водопоглинаючу спроможність.

Втрати талої води виражаються в моделі двома показниками за допомогою коефіцієнту стоку та через шар поверхневого затримання. Таким чином, втрати води залежать від зволоженості водозбору, товщини шару промерзлого ґрунту, інтенсивності сніготанення, характеру поверхні водозбору та рівня водогосподарської діяльності. Враховуючи недостатню ре-

презентативність снігомірних зйомок [27], в моделі в якості приходної складової взяті опади за зимовий період.



P	– опади (P_p – рідкі, P_T – тверді);	$f_{\text{л}}$	– степінь залісеності водозбору;
T_c	– середня добова температура повітря;	FK	– степінь покриття водозбору снігом;
T_m	– максимальна температура;	K_c, K_m	– температурні коефіцієнти повітря;
D	– нестаток насичення киснем;	t	– дата розрахунку;
E	– випаровування;	h_g	– водовіддача під час відлиги;
K_c, T_c, K_m, T_m	– потенціальне танення снігу;	S	– запас води в сніговому покриві.

Рис. 4.1 - Структура підсистеми снігонакопичення математичної моделі «СЛОЙ-2»

Принципова схема методу, включеного в модель СЛОЙ-2, розроблена І.Г.Рубцовим, який використав його при прогнозуванні стоку в лісо-степових та степових районах України. Для розрахунку водовіддачі під час зимових відлиг в моделі використано методичний підхід з використанням коефіцієнтів танення та показників водозатримуючої спроможності снігу [29].

Універсальність моделі СЛОЙ-2 полягає в можливості її використання в різних фізико-географічних умовах [27]. При цьому виконуються такі процедури:

а) використовується безперервне математичне моделювання динаміки промерзання та відтанення ґрунтів, зміни зволоженості водозбору;

б) з необхідною деталізацією вирішується задача розрахунку сніготанення, водозатримуючої спроможності снігового покриву, водовіддачі та стокоутворення під час зимових відлиг;

в) при розрахунку сніготанення під час відлиг враховується покриття водозбору снігом в залежності від запасів води в сніговому покриві на відкритих та залісених територіях;

г) залісеність водозбору також враховується при моделюванні промерзання та відтавання ґрунтів та оцінці інтенсивності сніготанення;

д) включена процедура розрахунку шарів стоку утримання талої води на поверхні водозбору в залежності від ландшафтних характеристик та гідрометеорологічних умов на початок весняного сніготанення;

е) закладена можливість залучення до розрахунків різного об'єму вихідної інформації (температура повітря, вологість та глибина промерзання ґрунту).

У відповідності з використаною схемою, шар стоку за водопілля з водозбору h (мм) розраховується в моделі як

$$h = \alpha(S + P) - \alpha P + h_0, \quad (4.1)$$

де α – коефіцієнт талого стоку;

S – середні на водозборі запаси води в сніговому покриві перед початком сніготанення, мм;

P – опади під час сніготанення, мм;

αP – середній шар затримання талого стоку, мм;

h_0 – шар базисного стоку, мм.

Модель СЛОЙ-2 дозволяє вести прогнозування шарів стоку за весняне водопілля двома способами.

Перший варіант: річковий водозбір розглядається як єдина система з урахуванням показника степеня його залісеності (при моделюванні динаміки снігонакопичення, стану підстильної поверхні та інтенсивності сніготанення).

Другий варіант базується на розрахунку шарів стоку на залісених та відкритих площах окремо, що призводить до оцінки загального шару паводкового стоку h (мм), як суми складових

$$h = (1 - f_l) \tilde{h}_n + f_l \tilde{h}_l - \square P + h_0, \quad (4.2)$$

де \tilde{h}_n – шар стоку з відкритих площ, мм;

\tilde{h}_l – шар стоку з залісених площ, мм;

f_l – залісеність, в частках площі водозбору;

$\square P$ – шар затримання талої води, мм;

h_0 – шар базисного стоку, мм.

Роздільна оцінка стоку за водопілля з відкритих та залісених площ показала кращі результати при залісеності водозборів від 30 до 70 % [27].

4.1.2 Просторовий довгостроковий прогноз шарів стоку за водопілля

Вихідні дані, які використовуються в моделі.

Блок вихідних даних включає:

1) щорічні величини:

- середньодобова $t_o^{(C)}$ та максимальна $t_o^{(M)}$ температура повітря, °C;

- опади P , мм;

- запаси продуктивної вологи в ґрунті восени та за зимово-весняний період $W_{пр}$, мм;

- глибина промерзання ґрунтів на відкритій місцевості (в полі) L , см;

- дані снігомірних зйомок по запасах води в сніговому покриві в полі і лісі S , мм;

- щоденні витрати в створах гідрологічних постів, м³/с;

2) середньобагаторічні величини:

- середньодобова температура повітря;

- опади P , мм;

3) фізико-географічні та ін. характеристики:

- залісеність водозбору f_l , в частках від загальної площі басейну;

- ухил водозбору I ,‰;

- площа водозбору F , км²;

- запаси продуктивної вологи при найменшій вологоємності W_{HB} ,

мм.

При розрахунках і прогнозах шарів стоку весняного водопілля з метою їх просторового представлення в моделі використовується різний об'єм вихідної інформації. Це викликано тим, що відомості про метеорологічні величини і агрогідрологічні властивості ґрунтів є лише за даними метеостанцій.

При використанні моделі для довгострокового прогнозування стоку весняного водопілля метеорологічні відомості на період завчасності прогнозу (температурна характеристика і кількість опадів) беруться з орієнтуванням на середньобогаторічні їх величини.

Авторами моделі [27] рекомендується до застосування, залежно від необхідних умов просторової деталізації, два підходи:

а) проводити всі розрахунки, за винятком оцінки шару поверхневого затримання води, за даними метеостанцій, а для окремих водозборів визначати шар стоку по інтерполяції за допомогою картосхеми (при введенні коефіцієнтів затримання з таблиць або за графіком в залежності від нахилу місцевості водозбору I , ‰ – для невивчених в гідрологічному відношенні річок);

б) всі розрахунки виконувати тільки для метеостанцій, включаючи і оцінку шару поверхневого затримання води. У цьому випадку слід використовувати коефіцієнт затримання, який в основному є характеристикою підстильної поверхні, а потім вже картувати результати одержані таким шляхом. Цей варіант розрахунку (прогнозу) є більш осередненим.

Основні етапи розрахунків за моделлю (за першим варіантом).

Н а д х о д ж е н н я в о д и н а в о д о з б і р .

Запаси води в сніговому покриві S на водозборі оцінюються за результатами снігомірних зйомок. Снігомірні зйомки повинні охоплювати відкриті і залісені площі. В окремі зими, за наявності відлиг, запаси води в сніговому покриві оцінюються шляхом їх розрахунку по опадах. Для цього необхідно мати відомості про добову їх кількість від початку зимового періоду. Тоді значення $(S + P)$ в рівнянні (4.1) визначається як сума твердих опадів за зимовий період (P_T) , твердих $(P_{T.C})$ та рідких $(P_{P.C})$ опадів за період сніготанення за винятком сум водовіддачі за всі відлиги $\sum \bar{h}_c^{(i)}$ та випаровування z за зимовий період:

$$S + P = P_T + P_{T.C} + P_{P.C} - \sum \bar{h}_c^{(i)} - z. \quad (4.3)$$

Ф о р м у в а н н я в т р а т в о д и . Як відомо, не вся тала (та дощова) вода, що надходить на поверхню водозбору, стікає в річку. Частина її просочується у ґрунт, а частина затримується на поверхні водозбору у різних заглибленнях, мікро- та макропониженнях та ін.

Формування втрат води на просочування в ґрунт. Кількість води, що просочилася у ґрунт та витрачається на його зволоження, враховується в моделі СЛОЙ-2 через коефіцієнт стоку.

Для визначення *коефіцієнта стоку* застосовується вираз, який враховує вплив на формування втрат талої води інтенсивності сніготанення, глибини промерзання, зволоженості ґрунту та характеру опадів під час сніготанення

$$\square = \left(A e^{-B(S+P)K_P} + 0,50 \right) K_P K_L K_W, \quad (4.4)$$

де – коефіцієнт талого стоку;

$(S + P)$ – загальні запаси вологи, що формують весняний стік: середні по водозбору запаси води в сніговому покриві до початку водопілля та опади за час сніготанення;

A, B – параметри, які залежать від температурної характеристики t_0 ($^{\circ}C$) основного періоду сніготанення;

K_P, K_L, K_W – коефіцієнти, які відображають вплив на формування стоку рідких опадів за період сніготанення P_P (мм), товщі мерзлого шару ґрунту L (см) та відносної зволоженості водозбору W (%) перед початком сніготанення.

Розрахункові вирази для оцінки параметрів та коефіцієнтів рівняння (4.3) представлені в такому вигляді:

$$A = 0,167t_0 - 0,25; \quad (4.5)$$

$$B = \left(\frac{0,64t_0}{10^4} + 3,3 \right)^{0,67}; \quad (4.6)$$

$$K_P = 1 + \frac{P_P}{P}; \quad (4.7)$$

$$K_W = 0,173(W - 10)^{0,50} - 0,346. \quad (4.8)$$

В якості характеристики W взята зволоженість ґрунту у шарі 0-100 см:

$$W = \frac{W_{ПП}}{W_{HB}} \cdot 100, \quad (4.9)$$

де $W_{ПП}$ – запаси продуктивної вологи в ґрунтах, мм;

W_{HB} – максимально можливі запаси продуктивної вологи при найменшій вологоємності ґрунтів, мм.

Оскільки дані про запаси вологи в ґрунті до початку сніготанення в більшості випадків відсутні, у розглядуваному методі передбачена можливість розрахувати їх величини з урахуванням додаткової вологості під час зимових відлиг

$$W_{PP} = W_0 + \square W_{пер} + \sum_{i=1}^m \square W_B^i, \quad (4.10)$$

де W_0 – запаси вологи в останній строк вимірювання восени;

$\square W_{пер}$ – зміна запасів вологи від останнього строку вимірювання до початку накопичення снігу на водозборі;

– додаткова зволоженість за всі m періодів зимових відлиг.

$$\sum_{i=1}^m \square W_B^i$$

Збільшення запасів вологи в ґрунті $\square W_B^i$ за i -у відлигу розраховується як різниця відповідних значень водовіддачі із снігу $\sum h_c^{(i)}$ і шару стоку $\sum \bar{h}_B^{(i)}$ за відлигу

$$\square W_B^i = \sum h_c^{(i)} - \sum \bar{h}_B^{(i)} \quad (4.11)$$

Враховуючи те, що

$$\sum h_B^{(i)} = \square^{(i)} \bar{h}_c^{(i)} \quad (4.12)$$

одержимо

$$\square W_B^i = (1 - \square^{(i)}) \bar{h}_c^{(i)} \quad (4.13)$$

де $\square^{(i)}$ – коефіцієнт стоку за період відлиги.

Для оцінки коефіцієнта стоку за кожен окрему відлигу в моделі використовують два підходи:

а) $\square^{(i)}$ може розраховуватися таким же чином, як і за період водопілля за (4.4);

б) $\square^{(i)}$ вважається рівним 0,30 для першої за зиму відлиги та 0,50 – для всіх останніх.

Коефіцієнт K_L в формулі (4.4) розраховується за формулою

$$K_L = 0,173L^{0,50} - 0,346. \quad (4.14)$$

Товщина мерзлого шару ґрунту L (см) в середньому для водозбору (часної площі) може оцінюватись двома шляхами, які передбачені в структурі моделі.

В першому випадку використовуються результати вимірювання глибини промерзання ґрунтів на метеостанціях. Але, оскільки спостереження ведуться зазвичай на відкритих ділянках, для оцінки стану ґрунтів у межах водозбору або частки його площі наявних відомостей недостатньо. Тому у кожному конкретному випадку товщину промерзлого шару ґрунту на залісених масивах L^n слід оцінювати шляхом корегування, використовуючи вимірювання на відкритій місцевості (в полі) L^n :

- для хвойного лісу

$$L^n = (1 - 0,2 f_L) L^n, \quad (4.15)$$

- для листяного лісу

$$L^n = (1 - 0,3 f_L) L^n. \quad (4.16)$$

Вираз (4.15) одержано авторами моделі за даними паралельних спостережень за глибиною промерзання ґрунтів на воднобалансових станціях України.

В другому випадку, враховуючи недостатність даних вимірювань, товщину мерзлого шару ґрунтів, більш доцільно оцінювати за *метеорологічними даними*. У моделі закладена така можливість шляхом безперервного розрахунку глибини промерзання і відтанення ґрунтів протягом усього зимового періоду. У результаті такого розрахунку до початку сніготанення (строку складання прогнозу) визначаються необхідні відомості про товщину промерзлого шару ґрунту на відкритих і залісених площах з урахуванням типу ґрунтів. При товщині мерзлого шару ґрунту до 10 см значення K_L береться рівним 0,20.

Температурна характеристика t_0 в (4.5) та (4.6) за період сніготанення, розраховується окремо за середньодобовою $t_0^{(C)}$ або максимальною температурою повітря $t_0^{(M)}$ – зростаючим підсумовуванням, за період сніготанення.

При наявності лісових ділянок на басейні, в моделі використано припущення, що у лісі температура повітря і відповідно інтенсивність сніготанення нижча, порівняно з ділянками, зайнятими полем.

Вираз (4.4) використовується для визначення коефіцієнта стоку при $L < 60$ см та $W < 70\%$. При інших співвідношеннях глибини промерзання та вологості ґрунтів коефіцієнти стоку необхідно вважати рівними:

а) при $L \geq 60$ см та $W \geq 100\%$ – $\square = 0,90$;

б) при $L \geq 60$ см та $70\% \leq W \leq 80\%$ - коефіцієнт стоку розраховується за формулою (4.4) при $K_L = 1,0$ та $K_W = 1,0$;

в) при $L \geq 60$ см та $80\% < W < 100\%$ - коефіцієнт стоку розраховується шляхом інтерполяції між значеннями, які визначені за «а» та «б» ($0,90$ і $\bar{\alpha}_6$), в залежності від величини W :

$$\bar{\alpha} = \bar{\alpha}_6 + \frac{(0,90 - \bar{\alpha}_6)(W - 80)}{20}. \quad (4.17)$$

Оцінка шарів поверхневого затримання талої води.

Поверхнєве затримання $\bar{\alpha}P$ в рівняннях (4.1) та (4.2) залежить від багатьох факторів, пов'язаних з характером поверхні водозбору.

На водозборах з плоским рівнинним рельєфом безстічні площі займають більшу територію, ніж на водозборах з хвилястим, а отже, й добре розчленованим рельєфом. Збільшується також поверхнєве затримання на залісених водозборах. Крім того, в більшості випадків має місце значний вплив зарегульованості стоку внаслідок сільськогосподарської діяльності. Тому параметри для розрахунку шару поверхневого затримання визначаються в моделі для кожного конкретного водозбору.

В моделі «СЛОЙ-2» вплив вищезазначених факторів (тобто характеру поверхні водозбору) виражається через осереднений коефіцієнт затримання талої води $\bar{K}_{\bar{\alpha}P}$, котрий визначається по графіках зв'язку спостереженого $h_{сер}$ та розрахованого без урахування поверхневої затримання h_p , шарів стоку:

$$h_{сер} = (1,0 - \bar{K}_{\bar{\alpha}P})h_p. \quad (4.18)$$

Коефіцієнт затримання $\bar{K}_{\bar{\alpha}P}$ змінюється в значних межах - від 0,05 до 0,83. Найбільші значення $\bar{K}_{\bar{\alpha}P}$ відмічаються на водозборах з порівняно плоским рельєфом та на річках з суттєвою зарегульованістю стоку. Існує добре виражена залежність коефіцієнта затримання від ухилу водозбору [27].

Для оцінки шарів поверхневого затримання $\bar{\alpha}P$ не достатньо використання осередненого коефіцієнта $\bar{K}_{\bar{\alpha}P}$, виходячи із наступного [27]:

а) частка безстічних площ та ємностей, а отже і величина $\bar{\alpha}P$ відносно зменшується із збільшенням надходження води на водозбір. Такий вплив відбивається на глибинах промерзання ґрунтів перед початком сніготанення, менших за 20-25 см;

б) при значному промерзанні ґрунту (більш ніж 60-70 см) тала вода не встигає просочуватися в нижні шари ґрунтів і тому спостерігається її підвищене скидання у первинну річкову мережу.

Враховуючи описані вище фактори, для оцінки шарів поверхневого затримання авторами моделі установлена система рівнянь, яка включена в якості однієї із процедур моделі «СЛОЙ-2»:

$$\Delta P = \begin{cases} \bar{K}_{\Delta P} h_p, & 25 < L < 70 \\ h_p [K_{\Delta P} - 0,014(L - 70)], & L > 70; \quad 0,014(L - 70) \leq \bar{K}_{\Delta P} \\ \bar{K}_{\Delta P} h_p - 0,09(S + W_{ПР} - W_{HB}), & L < 25 \end{cases} \quad (4.19)$$

В системі рівнянь (4.19):

h_p - розрахований шар стоку без врахування поверхневого затримання, мм;

L - товщина промерзання ґрунту, см;

S - запаси води в сніговому покриві до початку сніготанення, мм;

$W_{ПР}$ - запаси продуктивної вологи в метровому шарі ґрунту до початку сніготанення, мм;

W_{HB} - запаси продуктивної вологи у ґрунті при найменшій вологості, мм.

Як показали експериментальні розрахунки авторів моделі [27], похибки оцінки шарів стоку за водопілля зменшуються за рахунок більш точного урахування поверхневого затримання в середньому на 20%.

Шар базисного стоку h_0 в рівняннях (4.1) та (4.2) визначається по значеннях витрат води перед початком весняного водопілля або орієнтуючись на зимові витрати води у відповідному створі (у варіанті моделі при довгостроковому прогнозуванні шарів стоку за водопілля на основних притоках Дніпра)

$$\tilde{h}_0 = 86.4 N_T / F (0,5 Q_{\min} + 0,5 Q_{\text{ноч}}), \quad (4.20)$$

де N_T - тривалість водопілля, д;

F - площа водозбору, км²;

Q_{\min} - мінімальна зимова витрата води, м³/с;

$Q_{\text{ноч}}$ - витрата води перед початком весняного підйому, м³/с.

Слід зауважити, що в цьому варіанті моделі при довгостроковому прогнозуванні шарів стоку за водопілля в басейні Дніпра визначається й *дощова складова*, що представляє собою стік за рахунок дощів, які випадають на спаді водопілля і не враховуються при прогнозі по водозборах малих річок. Тому дощова складова розраховується таким чином

$$\tilde{h}^{(\partial)} = 0,1 \cdot P_{дек} \Delta N / 10 , \quad (4.21)$$

де $P_{дек}$ – декадна сума опадів, мм;

$\square N$ – різниця в кількості діб між тривалістю водопілля на великій та малій річці.

При цьому в моделі зроблено припущення, основуючись на аналізі багаторічних даних, що дощові опади стікають з коефіцієнтом стоку, рівним 0,1.

У варіанті моделі при довгостроковому прогнозуванні шарів стоку за водопілля на основних притоках Дніпра загальна схема прогнозу шару стоку h подається у такому вигляді

$$h = \tilde{h}^{(i)} + \tilde{h}^{(\partial)} + \tilde{h}_0 , \quad (4.22)$$

де $\tilde{h}^{(i)}$, $\tilde{h}^{(\partial)}$, \tilde{h}_0 – обчислені шари талого (за методикою (4.1) або (4.2), дощового та базисного стоку.

Для розрахунку шарів талого стоку встановлені рівняння регресії, що зв'язують шари талого стоку у замикальному створі із шарами, спрогнозованими в окремих пунктах на річному басейні. При цьому використовується метод найменших квадратів з вибором пунктів, що вносять найбільш вагомий вклад і забезпечують необхідну точність результатів.

Ф о р м а п о д а н н я п р о г н о з у . При наявності даних про розподіл опадів по території і температурний режим, а також відомостей про залісеність водозборів (часних площ) прогнозні величини шарів стоку водопілля можуть представлятись на основі моделювання в картографічному вигляді, що має значну практичну цінність.

Апробацію моделі «СЛОЙ-2» здійснено авторами [27] для прогнозування шарів весняного стоку будь-якого водозбору у межах басейнів Середнього та Нижнього Дніпра, Південного Бугу, Сіверського Дінця та річок Приазов'я.

4.2 Модель для територіальних довгострокових прогнозів характеристик весняного водопілля рівнинних річок

4.2.1 Теоретичні основи методу прогнозу

Як методична база для довгострокового прогнозу характеристик весняного водопілля (шарів стоку та максимальних витрат води) на рівнинних річках використані регіональні залежності модульних коефіцієнтів шарів

стоку чи максимальних витрат води від сумарних запасів води в сніговому покриві та весняних опадів, виражених відносно їх середньобогаторічних значень. Такі залежності встановлюються для річок, по яких є багаторічні ряди гідрометеорологічних спостережень у вигляді [12-14]

$$k_m = f(k_X), \quad (4.23)$$

де k_m - модульні коефіцієнти:

- для шарів весняного стоку $k_m = Y_m / Y_0$, де Y_m та Y_0 - шари весняного стоку та їх середньобогаторічні величини, мм;
- для максимальних витрат (модулів) води весняного водопілля $k_m = q_m / q_0$, де q_m та q_0 - максимальні модулі весняного водопілля та їх середньобогаторічні величини, м³/(с·км²).

Модульні коефіцієнти загальних запасів вологи, які беруть участь у формуванні весняного водопілля k_X , включають:

- для шарів стоку

$$k_X = (S_m + X_1 + X_2) / (S_0 + X_{1_0} + X_{2_0}); \quad (4.24)$$

- для максимальних витрат води весняного водопілля

$$k_X = (S_m + X_1) / (S_0 + X_{1_0}), \quad (4.25)$$

де S_m , X_1 та X_2 - максимальний запас води в сніговому покриві, опади періоду танення снігу та спаду весняного водопілля, мм; S_0 , X_{1_0} та X_{2_0} - відповідно їх середньобогаторічні величини, мм.

Попередня оцінка типу розвитку весняних процесів і майбутньої водності водопілля здійснюється за допомогою методу дискримінантного аналізу [36] при врахуванні комплексу гідрометеорологічних чинників водопілля

$$DF = a_0 x_1 + a_1 x_2 + \dots + a_m x_m, \quad (4.26)$$

де $A (a_0, a_1, a_2, \dots, a_m)$ - вектор коефіцієнтів дискримінантної функції; m - кількість ознак чи дискримінантних змінних ($j=1,2,\dots,m$), які характеризують об'єкт дослідження.

До вектор-предиктора дискримінантної функції можуть бути включені такі чинники водопілля, як сумарні запаси вологи на водозборі, що беруть участь у формуванні весняного водопілля, індекси зволоження

грунтів і глибини їх промерзання та інші, виражені в модульних коефіцієнтах.

Перевірка адекватності моделі альтернативного прогнозу або виявлення похибки такого прогнозу (похибки «перекриття») перевіряється, наприклад, за узагальненою функцією відстані Махаланобіса або критерієм статистичної значущості розподілу Фішера [36], що має вигляд

$$F = \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} \frac{\sum_{i=1}^m a_i (x_{1i} - x_{2i})}{n_1 + n_2 - 2} \frac{m-1}{m}, \quad (4.27)$$

де \bar{x}_{1i} і \bar{x}_{2i} – середні значення i -ї дискримінантної змінної двох сукупностей;

n_1 і n_2 – кількість об'єктів у кожній групі;

a_i – коефіцієнти дискримінантної функції.

Відмінність між двома групами буде статистично значущою, якщо величина F перевищить критичне значення $F_{\alpha}(\square_1, \square_2)$, де α – рівень значущості (одного із значень, наприклад, 0.05, 0.01, 0.001), а ν_1 і \square_2 – числа степенів вільності, що визначаються кількістю ознак m і числом об'єктів в групах n_1 і n_2 . При цьому $\square_1 = m$, а $\square_2 = n_1 + n_2 - m - 1$.

За знаком дискримінантних рівнянь (більше або менше нуля) водопілля на річках можна диференціювати за типами водності. Так, коли дискримінантна функція $DF1 > 0$, то слід очікувати формування весняного водопілля вищим за норму. Якщо ж $DF1 \leq 0$, а $DF2 \geq 0$, то водопілля буде розвиватися за ситуацією, коли очікуються об'єми чи максимуми весняних вод близькими до норми. У випадку, коли $DF1 < 0$ і $DF2 < 0$, водопілля буде нижчим за норму.

Побудовані прогностичні зв'язки вигляду (4.23) можна описати рівняннями поліномів 3-го степеня у вигляді

$$k_m = b_0 + b_1 k_X + b_2 k_X^2 + b_3 k_X^3, \quad (4.28)$$

де b_0, b_1, b_2, b_3 – коефіцієнти полінома, які підлягають встановленню для кривих відповідно до знаку дискримінантних рівнянь.

При встановленні за прогнозною методикою очікуваних модульних коефіцієнтів k_m визначаються самі величини:

- шарів весняного стоку

$$Y_m = k_m Y_0; \quad (4.29)$$

- максимальних витрат води

$$Q_m = k_m Q_0 = k_m q_0 F, \quad (4.30)$$

де Y_0 або $Q_0(q_0)$ – середньобагаторічні величини шарів весняного стоку або максимальних витрат (модулів) води;

F – площі водозборів річок, км².

Можливість територіального прогнозування зумовлена розрахунком середньобагаторічного шару стоку Y_0 або максимального модуля весняного водопілля q_0 .

За наявності тривалих стокових спостережень норми весняного водопілля розраховуються для кожної конкретної річки за часовим рядом спостережень:

- для шарів стоку водопілля

$$Y_0 = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n}, \quad (4.31)$$

- для максимальних витрат або їх модулів

$$q_0 = \frac{\sum_{i=1}^n Q_{m_i}}{nF}, \quad (4.32)$$

де Y_i або Q_{m_i} - шари стоку або максимальні витрати води весняного водопілля i -х років;

n – кількість років спостережень;

F – площа річкового водозбору.

При коротких часових гідрологічних рядах спостережень на річках або взагалі за їх відсутності середньобагаторічні величини шарів весняного стоку можуть визначатись при регіональних узагальненнях, а максимальних витрат води (у вигляді максимального модуля весняного водопілля q_0) – за моделлю типових редукційних гідрографів весняних водопіль (автор Є.Д.Гопченко [37]).

Для оцінки забезпеченості прогнозних величин шарів стоку та максимальних витрат води весняного водопілля використовується крива трипараметричного гама-розподілу С.Н. Крицького і М.Ф. Менкеля (для середнього по території значення C_s / C_v) [38].

Забезпеченість прогнозних величин Y_m та Q_m встановлюється за спрогнозованими величинами їх модульних коефіцієнтів k_m та статисти-

чними параметрами часових стокових рядів спостережень (коефіцієнтом варіації C_v) у вигляді інтервалу $P_1 < P_{Y(Q)} < P_2$, де P_1 і P_2 – верхня та нижня межі забезпеченості, які встановлюються за таблицями [38].

На кафедрі гідрології суші ОДЕКУ розроблені і зараз використовуються в оперативній діяльності Українського гідрометеорологічного центру програмні комплекси для територіального довгострокового прогнозу максимальних витрат води і шарів стоку весняного водопілля в басейнах деяких річок України, які дозволяють в автоматичному режимі за представленою моделлю скласти прогнози характеристик водопіль і визначати їх забезпеченість у багаторічному розрізі.

4.2.2 Автоматизація процесу оперативного прогнозування при використанні комп'ютерного комплексу «ПРИГ'ЯТЬ»

Вихідні дані, які використовуються в моделі.

Блок вихідних даних включає:

1) щорічні величини:

- запаси води в сніговому покриві на дати випуску прогнозів $S_{ДСП}$ і на дату їх максимального накопичення S_m , мм за даними снігомірних зйомок на метеорологічних станціях або у вигляді картосхем їх розподілу по території;

- добові опади періоду весняного водопілля або їх метеорологічний прогноз (опади більші, близькі або менші за їх середньобагаторічні величини);

- глибина промерзання ґрунтів під озимими L , см за даними пунктів їх виміру або у вигляді картосхеми розподілу по території;

- середньодобові витрати води осінньо-зимового періоду по опорних створах річок, м³/с;

- середньодобова температура повітря у лютому \square_{02} °С за даними метеорологічних станцій або у вигляді прогнозної величини;

- метеорологічний прогноз температури повітря в березні \square_{03} °С;

2) середньобагаторічні величини:

- шари стоку Y_0 , мм та максимальні витрати води весняного водопілля Q_0 , м³/с або їх модулі q_0 , м³/(с·км²) – визначаються за рівняннями (4.31) або (4.32) відповідно;

- максимальні запаси води у сніговому покриві або картосхеми розподілу по території S_0 , мм;

- суми опадів періоду танення снігу X_{1_0} , мм та спаду весняного водопілля X_{2_0} , мм;
 - максимальні величини глибин промерзання ґрунтів під озимими картошками розподілу по території L_0 , см;
 - середньомісячні витрати води за зимові та весняні місяці, визначені як: середньобагаторічні значення середніх модулів стоку з вересня попереднього по січень поточного років (q_{09-01})₀, л/(с·км²) чи витрат води усічні (Q_{01})₀ та лютому (Q_{02})₀;
 - середні місячні температури повітря за лютий (\square_{02})₀ °С та березень (\square_{03})₀ °С за даними метеорологічних станцій (як середня величина по даних метеостанцій в межах водозбору);
 - коефіцієнти варіації C_v шарів стоку або максимальних витрат води весняного водопілля на річках, що визначаються при статистичній обробці часових рядів стокових даних;
 - величини допустимих похибок прогнозів шарів стоку чи максимальних витрат води $\square_{оп}$, м³/с;
- 3) *морфометричні та басейнові характеристики опорних водозборів:*
- площа водозборів, F , км²;
 - залісеність водозборів, $f_{л}$, в частках від площ водозборів F ;
 - заболоченість водозборів, $f_{б}$, в частках від площ водозборів F ;
 - географічна широта геометричних центрів водозборів $\square_{півн.ш.}$ або в частках град.

Основні етапи розрахунків за моделлю

1. Розрахунок факторів весняного водопілля, що використовуються в прогнозній схемі та при встановленні знаку дискримінантних рівнянь.

1.1. Сумарна кількість води, яка бере участь у формуванні весняного водопілля, виконується за схемою:

а) в дату складання прогнозу (наприклад, 10, 20 або 28 лютого)

$$(S_m + X'_1 + X'_2)_{ДСП} = [S_{ДСП}(1 - f_{л}) + k_{л}S_{ДСП}f_{л}] + \square_{S} + X'_1 + X'_2, \quad (4.33)$$

де $S_{ДСП}$ - максимальні запаси води в сніговому покриві, які накопичилися на дату складання прогнозу, мм;

\square_{S} - нормальна добавка до максимальних запасів води в сніговому покриві, мм, яка визначається за методикою для геометричних центрів во-

дозборів в залежності від очікуваної температури повітря в лютому та березні по метеостанціях (нижче, вище або біля норми) [13,14];

X'_1 – очікувані величини опадів в період танення снігу, мм;

X'_2 – очікувані величини опадів в період спаду водопілля, мм;

б) в дату накопичення максимальних запасів води в сніговому покриві

$$S_m + X'_1 + X'_2 = [S_m(1 - f_{л}) + k_{л}S_m f_{л}] + X'_1 + X'_2, \quad (4.34)$$

де S_m - максимальні запаси води в сніговому покриві на водозборі (за вимірами у полі) перед весняним водопіллям, мм.

Максимальні запаси води в сніговому покриві, що накопичилися на басейні до початку весняного сніготанення та рідкі опади періоду водопілля входять у дискримінантну функцію у вигляді модульного коефіцієнта k_X за (4.24) або (4.25).

1.2. *Індекс зволоження ґрунтів* (у модульних коефіцієнтах):

$k_{Q_{нв}} = Q_{нв} / (Q_{нв})_0$ – середньомісячні (декадні) витрати води перед початком весняного водопілля або

$k_{q_{09-01}} = q_{09-01} / (q_{(09-01)_0})$ – середні модулі стоку з вересня попереднього по січень поточного років.

1.3. *Максимальна на дату прогнозу глибина промерзання ґрунтів* (у модульних коефіцієнтах) $k_L = L / L_0$.

1.4. *Середньомісячна температура повітря лютого* \square_{02} , °C встановлюється за даними метеостанцій, розташованих близько до центрів тяжіння водозборів.

2. Етапи складання прогнозів шарів стоку та максимальних витрат води весняного водопілля.

2.1. Встановлення типу майбутньої весни – визначається знак лінійної дискримінантної функції DF , яка розраховується в дату складання прогнозів за рівняннями:

- для правобережної частини території України

$$DF = a_0 + a_1 k_X + a_2 k_{Q_{нв}} + a_3 k_L + a_4 \square_{02}; \quad (4.35)$$

- для лівобережної частини території України

$$DF = a_0 + a_1 k_X + a_2 k_{q_{09-01}} + a_3 k_L + a_4 \square_{02}; \quad (4.36)$$

де $A(a_0, a_1, a_2, a_3, a_4)$ - вектор коефіцієнтів дискримінантної функції.

2.2. Прогноз величин шарів стоку та максимальних витрат води весняного водопілля у вигляді відносних їх значень k_m здійснюється за регіональними залежностями вигляду (4.28) – за знаком дискримінантної функції DF і даними максимальних запасів води у сніговому покриві й дощових опадів під час водопілля, виражених відносно їх норми k_x .

Коефіцієнти поліномів, які описують прогнозні залежності з умовами застосування кривих за ознаками DF наводяться в [13].

2.3. Перехід від k_m до очікуваних значень шарів стоку весняного водопілля Y_m чи максимальних витрат води Q_m здійснюється за (4.29) чи (4.30) відповідно.

2.4. Забезпеченість прогнозованого шару стоку чи максимальних витрат води весняного водопілля встановлюється за таблицею трипараметричного гама-розподілу за очікуваним модульними коефіцієнтами k_m і значенням C_v . Забезпеченість прогнозних величин Y_m чи Q_m коливатиметься в межах інтервалу $P\%$.

3. Формою подання прогнозних величин шарів стоку чи максимальних витрат води весняного водопілля у поточному році є:

- таблиці очікуваних величин (найбільш ймовірного їх значення, визначеного за методикою прогнозу та інтервал Y_m чи Q_m з врахуванням допустимої похибки прогнозу) та забезпеченості їх настання у багаторічному періоді;

- карто-схеми розподілу по території очікуваних модульних коефіцієнтів k_m та їх забезпеченості у багаторічному розрізі $P\%$, які відносяться до геометричних центрів водозборів і узагальнюються у вигляді ізоліній.

4. Оцінка довгострокового прогнозу шарів стоку чи максимальних витрат води весняного водопілля здійснюється шляхом визначення похибки прогнозу Δ (мм чи m^3/c) та в частках від допустимої похибки Δ_{don} (мм або m^3/c), яка визначається за багаторічним рядом шарів весняного стоку чи максимальних витрат води водопілля. Прогноз вважається справджуваним, якщо відношення $\Delta/\Delta_{don} \leq 1.0$ [39].

5. Схема складання прогнозу шарів стоку та максимальних витрат води весняного водопілля за наявності картосхем очікуваних модульних коефіцієнтів та їх ймовірності.

За відсутності гідрометеорологічних даних спостережень вихідними є карто-схеми очікуваних величин модульних коефіцієнтів k_m і їх забезпеченостей $P_Y\%$.

З карти k_m знімається по центру будь-якого водозбору розглядуваної території очікуване значення модульного коефіцієнта шарів стоку чи максимальної витрати води водопілля. Якщо прогнозований мо-

дульний коефіцієнт $k_m < 1$, то максимальні витрати (шари стоку) водопілля будуть нижчими за норму, якщо ж $k_m > 1$, то водопілля очікується вищим за норму, а якщо ж k_m знаходиться в межах одиниці, то водопілля буде близьким до норми.

Другим видом подання прогнозової інформації є картосхема ймовірності перевищення прогнозних величин (шарів стоку чи максимальних витрат води весняного водопілля) у багаторічному розрізі (P %) у будь-якій частині території, незалежно від стану її гідрометеорологічної вивченості. Для оцінювання ймовірності повторюваності прогнозного значення шарів стоку Y_m чи максимальних витрат води Q_m з карти забезпеченостей територіального прогнозу знаходиться величина забезпеченості P %.

Кількісні стокові величини визначаються:

- для шарів стоку весняного водопілля Y_m , мм за (4.29)

$$Y'_m = k_Y \cdot Y_0 \cdot K_{Y_{2010}},$$

- для максимальних витрат води Q_m , м³/с за (4.30)

$$Q'_m = k_{q_m} \cdot q_0 \cdot K_{Q_{2010}} \cdot F,$$

але при введенні регіональних коефіцієнтів $K_{Y_{2010}}$ та $K_{Q_{2010}}$, що враховують сучасне зменшення шарів стоку і максимальних витрат води весняного водопілля визначаються за рівняннями $K_{Y_{2010}} = 0,97 - 0,017(\square^\circ - 50)$ та $K_{Q_{2010}} = 0,92 - 0,022(\square^\circ - 50)$ відповідно (\square° - географічна широта географічного центру тяжіння річкового водозбору, в частках град.півн.ш.).

Середньобагаторічні величини шарів весняного стоку або максимальних витрат води (модулів) де Y_0 або Q_0 (q_0) встановлюються за рівняннями (4.31) чи (4.32), а для невивчених у гідрологічному відношенні річок за регіональною методикою, що викладена нижче.

За відсутності даних спостережень за стоком норма максимального модуля весняного водопілля q_0 визначається за методикою, яка спирається на модель типового редуційного гідрографа водопілля і розраховується за рівнянням [37]

$$q_0 = q'_0 (\square t_p / T_0) \square_F \cdot r, \quad (4.37)$$

де q_0 – середньобагаторічний модуль максимального стоку, $\text{м}^3/(\text{с} \cdot \text{км}^2)$;

q'_0 – середньобагаторічний модуль максимальної витрати води схилового припливу, $\text{м}^3/(\text{с} \cdot \text{км}^2)$;

$\square(t_p/T_0)$ – трансформаційна функція розпластування повеневих хвиль під впливом руслового добігання;

\square_F – коефіцієнт русло-заплавного регулювання;

r – коефіцієнт трансформації водопіль під впливом озер і водосховищ руслового типу.

Середньобагаторічний модуль максимальної витрати води схилового припливу q'_0 в (4.37), визначається в рамках редуційних гідрографів [37]

$$q'_0 = 0,28 \frac{n+1}{n} \frac{1}{T_0} Y_0, \quad (4.38)$$

де $(n+1)/n$ – коефіцієнт нерівномірності схилового припливу у часі, що береться для басейнів рівнинних річок України на рівні 8,1;

T_0 – тривалість схилового припливу, год;

Y_0 – середньобагаторічний шар стоку, мм.

Середньобагаторічні шари стоку весняного водопілля Y_0 для невивчених у гідрологічному відношенні річок в (4.38) можуть визначатись за картосхемою їх розподілу по території (рис.4.2) при введенні поправкових коефіцієнтів на урахування впливу місцевих факторів – залісеності f_L і заболоченості f_B (у частках від одиниці).

Отримати значення Y_0 , використовуючи картосхему (див.рис.4.2), можна за рівнянням

$$Y_0 = (Y_0)_{\text{карт}} \cdot k_L k_B, \quad (4.39)$$

де $(Y_0)_{\text{карт}}$ – середньобагаторічні значення шарів весняного стоку, зняті з картосхеми для геометричних центрів водозборів річок, мм.

Визначення коефіцієнтів впливу залісеності k_L і заболоченості k_B на середньобагаторічні величини шарів стоку здійснюється за рівняннями:

$$k_L = 1 + 0,070 \cdot \lg(f_L + 1); \quad (4.40)$$

$$k_B = 1 - 0,081 \cdot \lg(f_B + 1). \quad (4.41)$$

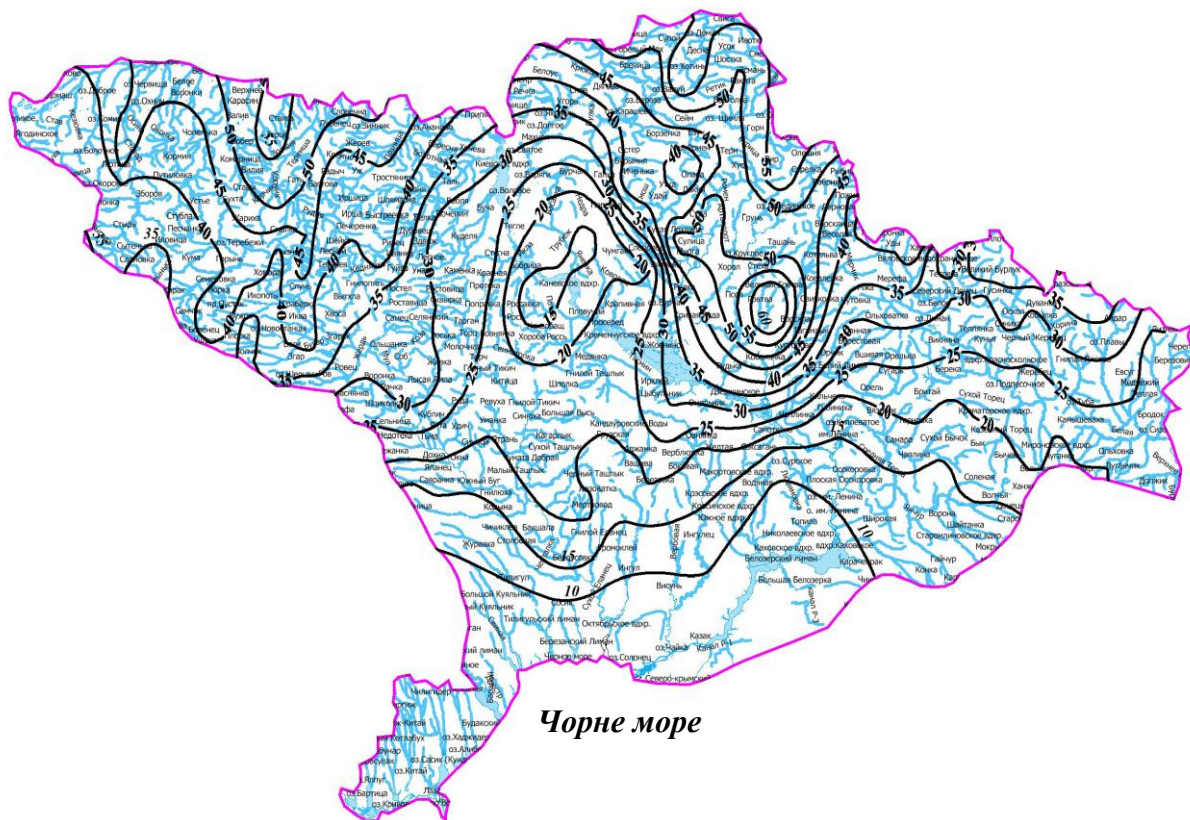


Рис.4.2 – Розподіл по території середньобагаторічних величин шарів стоку весняного водопілля (при $f_n = 0, f_b = 0$) в басейнах річок рівнинної території України, мм

Величини тривалості схилового припливу тало-дошової води на водозборах T_0 в (4.38) для невивчених у гідрологічному відношенні річок можуть визначатись за картосхемою їх розподілу по території (рис.4.3) при введенні поправочних коефіцієнтів на урахування впливу місцевих факторів – залісеності і заболоченості.

Отримати значення T_0 , використовуючи картосхему (див.рис.4.3), можна за рівнянням

$$T_0 = (T_0)_{\text{карт}} \cdot k'_l k'_b, \quad (4.42)$$

де $(T_0)_{\text{карт}}$ - значення тривалості схилового припливу води, які зняті з картосхеми для геометричних центрів водозборів річок. Значення коефіцієнтів впливу залісеності k'_l і заболоченості k'_b на величину тривалості схилового припливу визначаються за рівняннями:

$$k'_n = 1 + 0,371 \lg(f_n + 1); \quad (4.43)$$

$$k'_o = 1 + 1,231 \lg(f_o + 1). \quad (4.44)$$

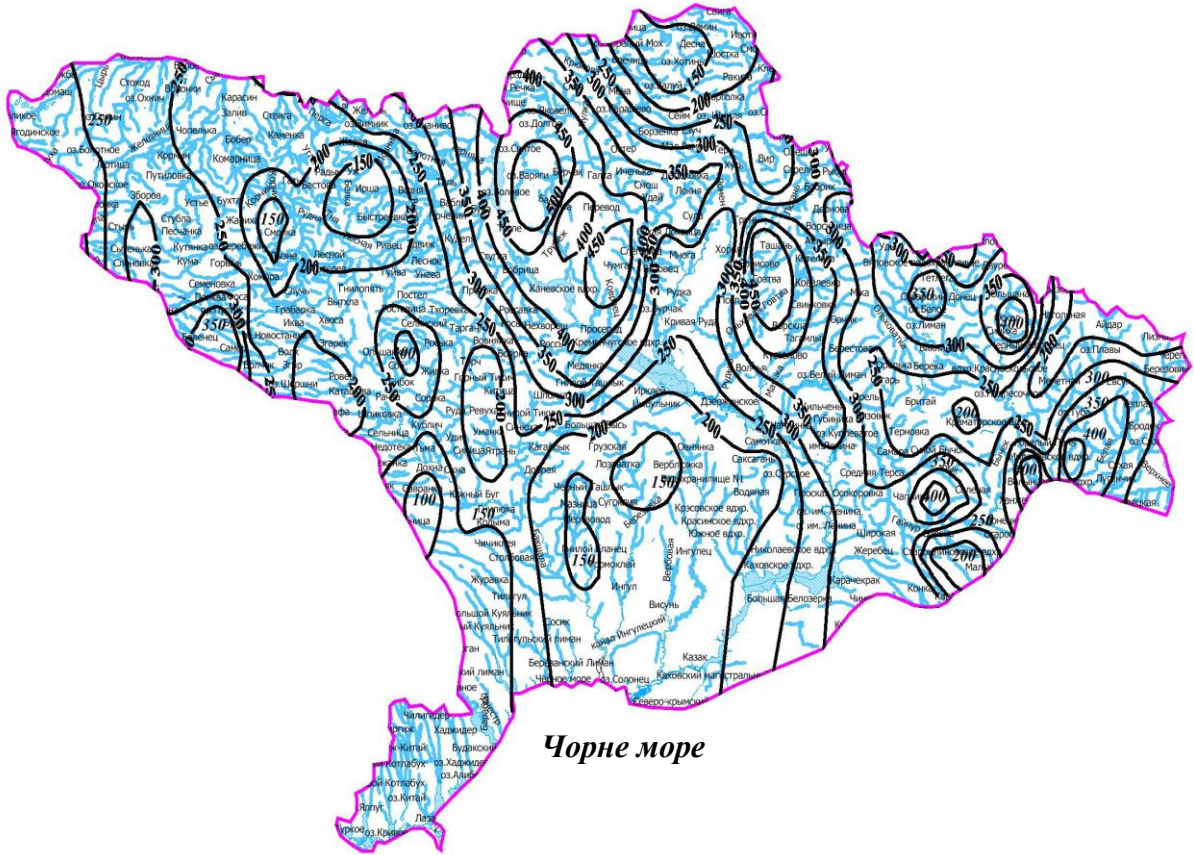


Рис.4.3 - Розподіл по території тривалості схилового припливу тало-дощової води (при $f_n = 0, f_o = 0$) в басейнах річок рівнинної території України, год.

Трансформаційна функція розпластування повенеких хвиль під впливом руслового добігання $\square(t_p/T_0)$ в (4.37) встановлюється за рівняннями [37]:

- при $t_p/T_0=0$

$$\square(t_p/T_0)=1,0; \quad (4.45)$$

- при $0 < t_p < T_0$

$$\square(t_p/T_0) = 1 - \frac{m+1}{(n+1)(m+n+1)} \left(\frac{t_p}{T_0} \right)^n; \quad (4.46)$$

- при $t_p \geq T_0$

$$\left(\frac{t_p}{T_0} \right) = \frac{n}{n+1} \frac{T_0}{t_p} \left[\frac{m+1}{m} \cdot \frac{n+1}{m(m+n+1)} \left(\frac{T_0}{t_p} \right)^m \right], \quad (4.47)$$

де t_p – тривалість руслового добігання, год;

m - показник степеня у рівнянні кривої ізохрони ($m=1.0$);

n – показник степеня у рівнянні кривої припливу поверхневих вод ($n=0.2$).

Розрахунок тривалості руслового добігання t_p в (4.37) здійснюється за співвідношенням

$$t_p = L/V_{\partial}, \quad (4.48)$$

де L – гідрографічна довжина водотоку (відстань від найдалшої точки водозбору), км, що за відсутності даних про гідрографічну довжину водотоку визначається по залежностях від площ водозборів річок F вигляду

$$L = f(F); \quad (4.49)$$

V_{∂} – швидкість добігання, км/год, для визначення якої використовується формула

$$V_{\partial} = a_2 \cdot F^{\alpha_2} \cdot I^{0,33}, \quad (4.50)$$

a_2 – швидкісний параметр, береться для району досліджень за табл.4.1;

α_2 - параметр, який також визначається за табл.4.1;

Таблиця 4.1 – Значення параметрів a_2 і α_2

Географічна зона	a_2	α_2
Полісся	1,37	0,12
Лісостепова	1,51	0,17
Степова	1,19	0,14

I – середньозважений уклон річки, ‰, що за відсутності даних про середньозважені уклони річок можна визначити в залежності від площ водозборів

$$I = f(F). \quad (4.51)$$

Коефіцієнт русло-заплавного регулювання \square_F в (4.37) можна визначити в залежності від розмірів водозборів F , км²

$$\square_F = e^{-0,18 \cdot \lg(F+1)}. \quad (4.52)$$

Коефіцієнт трансформації максимального стоку весняного водопілля під впливом озер і водосховищ руслового типу r в (4.37) визначається за формулою СНіП 2.01.14-83 [38]

$$r = 1/(1 + C f'_{o'_z}), \quad (4.53)$$

де $f'_{o'_z}$ – середньозважена озерність;

C – емпіричний коефіцієнт, який визначається величиною Y_0 за табл.4.2.

Таблиця 4.2 – Значення коефіцієнта C

Y_0 , мм	>100	99-50	49-20	<20
C	0,2	0,25	0,35	0,40

4.3 Прогнозування строків початку та настання максимальних витрат води весняних водопіль на рівнинних річках

4.3.1 Методичні основи прогнозів строків початку та настання максимальних витрат води весняних водопіль

Строки проходження водопіль значною мірою пов'язані з розмірами водозборів, ступенем їхньої залісеності, заболоченості, озерності й для тієї чи іншої географічної зони визначаються кліматичними характеристиками [7,10,13,14]. У кожному конкретному році строки розвитку та інтенсивність водопіль цілком залежать від метеорологічних умов – наявності снігу на водозборах, часу початку сніготанення і температурного режиму повітря цього періоду. В останні роки несталі погодні умови зимового й весня-

ного сезонів призвели до широкої варіації дат як початку водопілля, так і його максимальних витрат чи рівнів води – від дуже ранніх до досить пізніх строків зимово-весняного періоду [13,14].

Прогнозування дат початку весняного водопілля. Початок весняних водопіль спостерігається після строків накопичення максимальних снігозапасів на водозборі з року в рік у різні дати. Цей період, який в основному дорівнює періоду водоутримуючої спроможності снігу, визначається температурними умовами розвитку весни.

Визначення дат початку водопілля здійснюється за схемою:

$$D_{\theta} = D_{S_m} + t_{\theta}, \quad (4.54)$$

де D_{θ} – дата початку весняного водопілля;

D_{S_m} – дата утворення максимальних запасів води в сніговому покриві;

t'_{θ} – тривалість періоду від дати D_{S_m} до дати початку водопілля D'_{θ} .

Встановлено, що існують залежності тривалості водоутримуючої спроможності снігу (t_{θ}), як періоду від дати утворення максимальних снігозапасів (D_{S_m}) до дати початку водопілля (D_{θ}), визначеного за виразом

$$t_{\theta} = D_{\theta} - D_{S_m}, \quad (4.55)$$

від середньої декадної температури повітря за першу після D_{S_m} декаду ($\theta_1^{\circ}\text{C}$) у вигляді

$$t_{\theta} = f(\square_1^{\theta}). \quad (4.56)$$

Залежності $t_{\theta} = f(\square_1^{\theta})$ мають спадний характер і описуються рівняннями прямої

$$t_{\theta} = d_1 - c \frac{\square_1^{\theta}}{11}, \quad (4.57)$$

де d_1 і c_1 – емпіричні параметри.

Приклад залежності (4.57) показаний на рис.4.4 для басейну р.Прип'ять - с.Річиця.

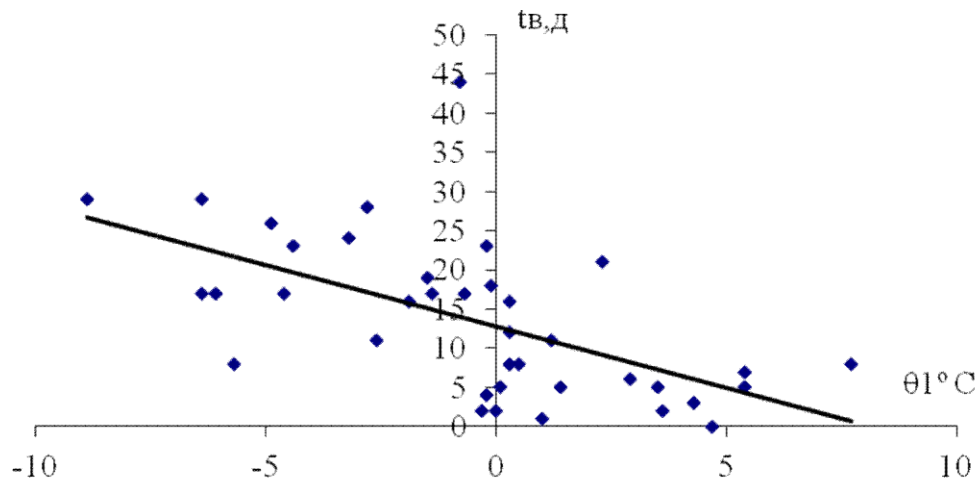


Рис. 4.4 – Залежність $t_g = f(\square_1)$ для басейну р. Прип'ять - с.Річиця (температура повітря взята по метеостанції Світязь)

Узагальнення параметрів d_1 і c_1 може виконуватись шляхом встановлення залежностей цих параметрів від географічної широти центрів водозборів (φ , в частках градуса півн.ш.), приведених до умовної широти (наприклад, $\varphi=50^\circ$ півн.ш.), тобто

$$d_1 = 0,43(\varphi^0 - 50) + 7,72 \quad (4.58)$$

та

$$c_1 = 0,16(\varphi^0 - 50) + 1,64. \quad (4.59)$$

Таким чином, відповідно до (4.57) має місце рівняння (але при температурі повітря \square_1 не вище 3,5 - 5,5 °С)

$$t_g' = [0.43(\square - 50^0) + 7.72] - [0.16(\square - 50^0) + 1.64] \cdot \square_1 \quad (4.60)$$

Дата складання прогнозу D_g' за схемою (4.54) відповідає даті накопичення максимальних снігозапасів (D_{S_m}). Завчасність прогнозів дат початку водопілля визначається саме величиною t_g , тобто дорівнює періоду від дати прогнозу D_{S_m} до дати початку водопілля D_g .

Для річок басейну Прип'яті спостерігається незначне збільшення завчасності прогнозу D_g (у вигляді середньобаторічних значень t_{g_0}) з північного заходу на схід

$$t_{\theta_0} = 1,14(\square^{\circ} - 50) + 10 \quad (4.61)$$

але в середньому за багаторічний період складає 10 діб.

Прогноз дат максимальних витрат води весняного водопілля. Дати проходження максимальних витрат води весняного водопілля (D_{Q_m}) відносно строків його початку визначаються інтенсивністю (“дружністю”) весняного сніготанення, кількістю та інтенсивністю опадів періоду танення снігу, швидкістю зростання і накопичення плюсових температур повітря та ін. [13,14].

Дати проходження максимальних витрат води весняного водопілля визначаються за схемою

$$D_{Q_m} = D_{\theta} + t_n, \quad (4.62)$$

де D_{Q_m} – дата максимальної витрати води водопілля;

D_{θ} – дата початку весняного водопілля, яку можна визначити за прогнозом по (4.54) або взяти як спостережену дату;

t_n – тривалість підйому весняного водопілля.

Встановлено, що існують залежності тривалості підйому водопілля (t_n , д), виражені у вигляді

$$t_n = D_{Q_m} - D_{\theta}, \quad (4.63)$$

від середньої температури повітря за першу після D_{θ} декаду (θ_2 °C) у вигляді

$$t_n = f(\square_2^{\circ}). \quad (4.64)$$

Залежності $t_n = f(\square_2^{\circ})$ звичайно мають спадний характер при зростанні температури повітря (\square_2° C) і описуються рівняннями вигляду

$$t_n = d_2 - c_2 \square_2^{\circ}, \quad (4.65)$$

де d_2 і c_2 – параметри рівняння.

Приклад залежності (4.65) показаний на рис.4.5 для басейну р.Прип'ять - с. Люб'язь.

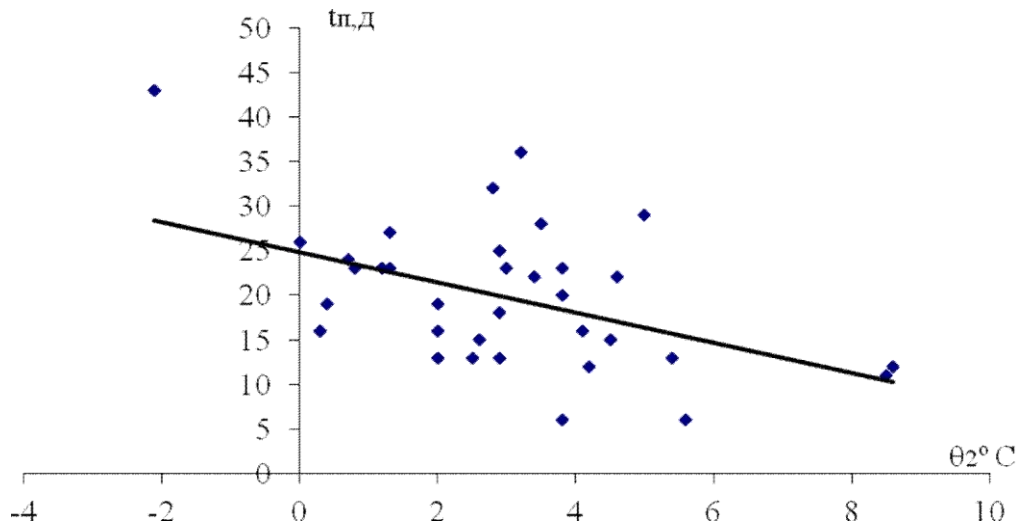


Рис. 4.5 – Залежність $t_n = f(\theta_2^\circ)$ для басейну р. Прип'ять - с. Люб'язь (температура повітря взята по метеостанції Ковель)

Територіальне узагальнення параметра d_2 виконано на основі встановлення його залежності від розмірів водозборів у вигляді

$$d_2 = 3,45 \cdot \exp[0,42 \cdot \lg(F+1)] , \quad (4.66)$$

де F - площа водозборів, км².

Коефіцієнт c_2 можна представити для рівнинної України у вигляді

$$c_2 = 0,12 (\varphi - 50) - 1,75 . \quad (4.67)$$

Відповідно до (4.65) для визначення тривалості періоду підйому водопілля t_n отримано вираз (але при температурі повітря θ_2 до 8,0-10,0°C)

$$t_n = \{3,45 \cdot \exp [0,42 \cdot \lg(F+1)]\} - [-0,12(\varphi - 50) + 1,75] \cdot \theta_2. \quad (4.68)$$

Дата складання прогнозу D'_{Q_m} за схемою (4.62) можлива в фактично спостережену дату початку водопілля (D_g) або в спрогнозовану за (4.54).

Завчасність прогнозів дат проходження максимальних витрат води весняного водопілля визначається тривалістю підйому t_n . Встановлено, що завчасність прогнозів D_{Q_m} в басейні Прип'яті (при середніх багаторічних значеннях t_{n_0}) збільшується зі збільшенням площ водозборів, оскільки

$$t_{n_0} = 2,25 \lg(F + 1) + 7 , \quad (4.69)$$

але в середньому складає 15 діб для діапазону площ розглядуваних водозборів.

Встановлення забезпеченості прогностичних дат водопілля. Метод територіального прогнозу дат весняного водопілля (початку та настання максимальних витрат чи рівнів води) передбачає його використання й для річок, не вивчених у гідрологічному відношенні. Тому необхідним є визначення повторюваності цих дат у багаторічному розрізі.

При наявності багаторічних рядів спостережень встановлення забезпеченості дат також може виконуватись шляхом побудови емпіричних кривих забезпеченостей цих дат (у вигляді кількості діб від 31 січня до дати настання явища). Встановлення ймовірності здійснюється за прогнозною датою початку водопілля чи максимальною витратою води по таких кривих (рис.4.6, 4.7).

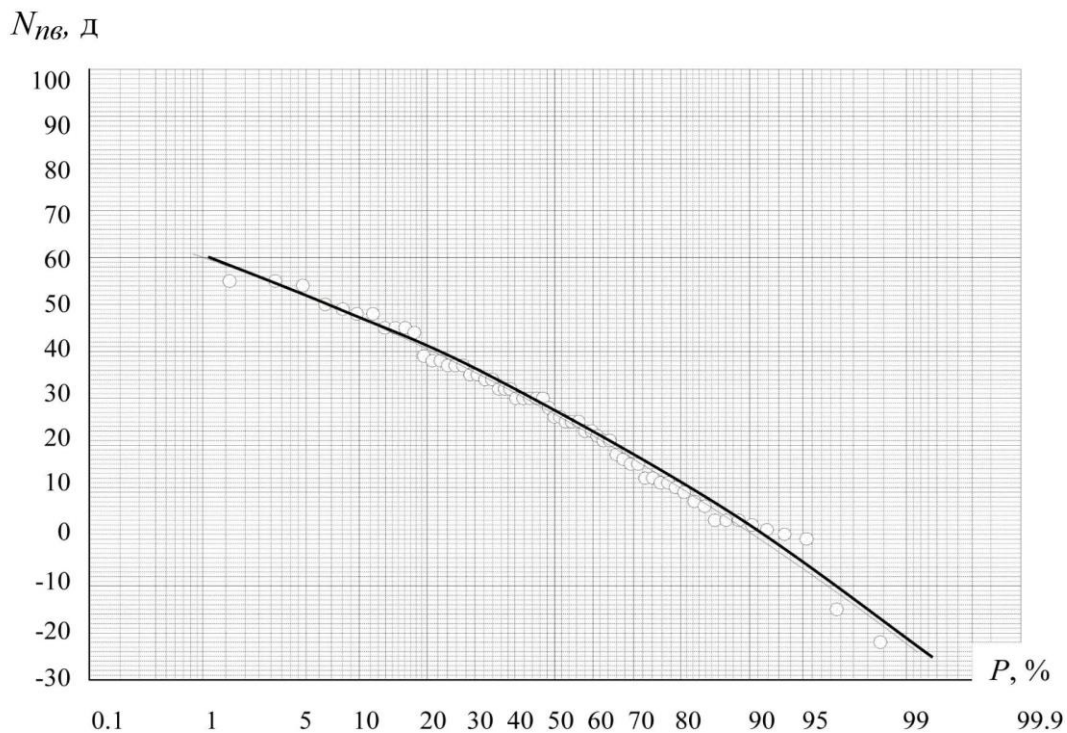


Рис. 4.6 – Крива забезпеченості дат початку весняного водопілля (у вигляді кількості діб від 31.01) для р. Прип'ять – с. Люб'язь

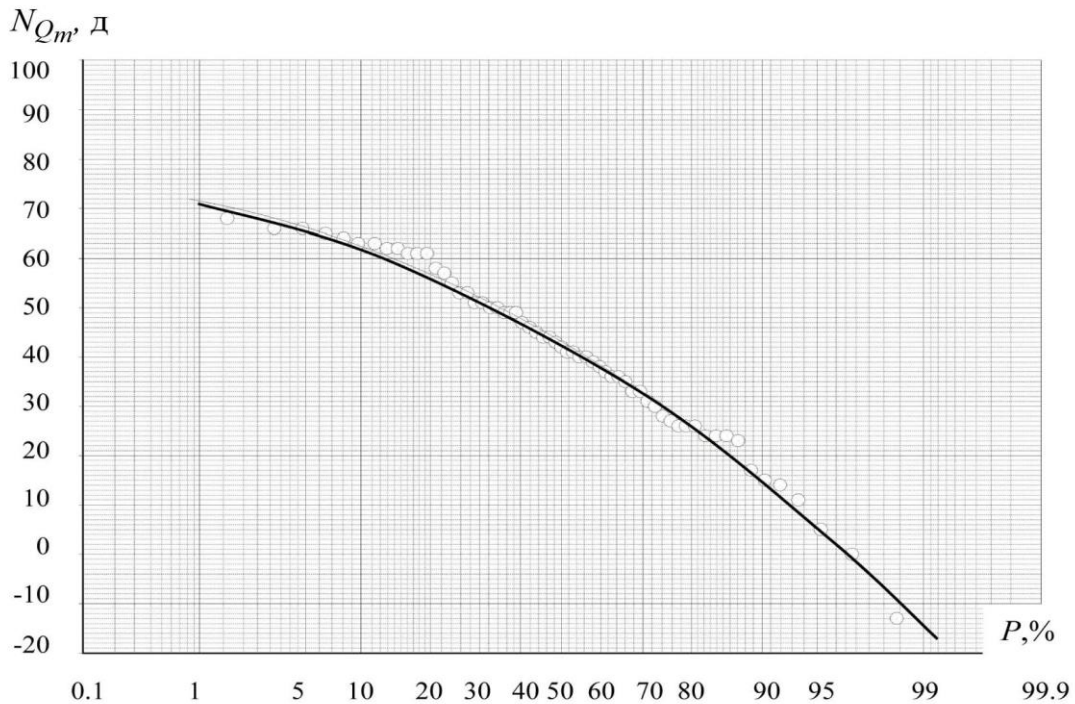


Рис. 4.7 –Крива забезпеченості дат проходження максимальних витрат (рівнів) води (у вигляді кількості днів від 31.01) для р. Прип'ять – с. Люб'язь

Форма представлення прогнозів дат. В гідрологічній практиці при прогнозуванні строків гідрологічних явищ найбільш поширеною є форма представлення прогнозу дат у вигляді відхилень очікуваних строків (аномалій) від середньобаторічних дат.

Для дат початку та максимальних витрат води весняного водопілля в поточному році вони представляються як

$$\square D_v = D'_v - (D_v)_0, \quad (4.70)$$

$$\square D_{Q_m} = D'_{Q_m} - (D_{Q_m})_0, \quad (4.71)$$

де $\square D_v$ і $\square D_{Q_m}$ - відхилення очікуваних дат початку водопілля D'_v і максимальних витрат (рівнів) води D'_{Q_m} у поточному році від середніх багаторічних дат $(D_v)_0$ і $(D_{Q_m})_0$.

Але при територіальному прогнозуванні найбільш наглядною формою просторового представлення прогнозу дат весняних водопіль є, безумовно, карти їх зміни по території.

Побудова карт дат початку та проходження максимальних витрат води водопілля здійснюється на дати прогнозу таким чином: очікувані да-

ти D'_e відносять до геометричних центрів тяжіння водозборів і проводять ізолінії змін дат по території.

Прогнозні дати проходження максимальних витрат води D'_{Q_m} не можуть бути картовані у зв'язку з їх залежністю від розмірів водозборів. Вони визначаються з (4.62) за датою початку водопілля і тривалістю підйому водопілля, що визначаються за регіональною залежністю (4.68) та очікуваною температурою повітря.

Крім того, одночасно з картами прогнозних дат початку весняного водопілля надається і карта ймовірності очікуваних дат у багаторічному розрізі ($P\%$). Це дає змогу встановити частоту повторюваності дат початку чи проходження максимальних витрат (рівнів) води весняного водопілля у будь-якій частині території, незалежно від стану її гідрометеорологічної вивченості. Так, наприклад, при $P=20\%$ - очікувані строки проходження водопілля будуть спостерігатися один раз на 5 років, при $P=1\%$ - один раз на 100 років і т.д.

Оцінка прогнозів строків проходження весняного водопілля. Допустима похибка при короткострокових прогнозах дат настання весняних процесів береться в залежності від їх завчасності (табл.4.3) [8,39].

Таблиця 4.3 – Значення допустимої похибки при прогнозах дат

Завчасність прогнозів, д	1-3	4-5	6-9	10-13	14-15
Допустима похибка прогнозів δ_{don} , д	1	2	3	4	5

Оцінка оперативних прогнозів дат початку (D'_e) і максимальних витрат (рівнів) води (D'_{Q_m}) в поточному році здійснюється шляхом розрахунку похибки прогнозу (\square , д) відносно фактично спостережених дат, як

$$\square D'_e = D_e - D'_e, \quad (4.72)$$

$$\square D'_{Q_m} = D_{Q_m} - D'_{Q_m}. \quad (4.73)$$

Прогноз вважається виправданим, якщо $\square D'_e$ чи $\square D'_{Q_m}$ менша або дорівнює допустимій \square_{don} . Оскільки прогноз дат початку та проходження максимальних витрат води складається на основі метеорологічного прогнозу, то відповідно [8] допустима похибка прогнозів дат \square_{don} становить

половину завчасності метеорологічного прогнозу навесні і дорівнює 3 до-
бам.

4.3.2 Схема складання прогнозу дат початку і максимальних витрат води весняного водопілля в комп'ютерному комплексі

Вихідні данні, які використовуються в моделі

Блок вихідних даних включає:

1) *щорічні величини:*

- дані снігомірних зйомок на метеорологічних станціях для визна-
чення дати максимальних снігозапасів – D_{S_m} ;

- синоптичний прогноз середньодобової температури повітря на ме-
теостанціях на п'ять – десять діб у січні-квітні;

- хід рівнів або витрат води у річці;

2) *середньобагаторічні величини:*

- дата початку весняного водопілля (D_e)₀ та дата проходження мак-
симальних витрат води весняного водопілля (D_{Q_m})₀;

- криві забезпеченості дат початку та проходження максимальних
витрат води весняного водопілля (у вигляді кількості діб від 31 січня) на
річках розглядуваної території;

- допустима похибка прогнозів дат $\square_{\text{доп}} = 3$ доби.

3) *морфометричні та басейнові характеристики опорних водозборів:*

- площа водозборів, F , км²;

- географічна широта геометричних центрів водозборів \square° півн.ш.
або в частках град.

Основні етапи розрахунків за моделлю

1. Прогноз дат початку весняного водопілля здійсню-
ється (в дату максимальних снігозапасів D_{S_m}) за схемою:

а) визначається середня на певному водозборі дата максимальних
снігозапасів за даними метеостанцій, що розташовані в його межах - D_{S_m} ;

б) встановлюється декада, наступна після дати формування максима-
льних снігозапасів D_{S_m} ;

в) визначається середньодекадна температура повітря за декаду, що є
наступною після дати D_{S_m} : як середня на водозборі або для метеостанцій,

розташованих близько до геометричних центрів басейнів (за метеопрогнозом температури повітря на 10 днів) - \square_1 °C ;

г) розраховується тривалість водовіддачі снігу t'_e , що визначається за формулою (4.60) (при очікуваній температурі повітря \square_1 °C до 3,5-5,5 °C)

$$t'_e = [0,43(\square - 50^o) + 7,72] - [0,16(\square - 50^o) + 1,64] \cdot \square_1,$$

де φ – географічна широта геометричних центрів водозборів, в частках град.;

θ_1 °C - середньодекадна температура повітря за декаду, наступну після D_{Sm} , що визначається за метеорологічним прогнозом температури повітря на 10 днів.

Слід відзначити, що температура θ_1 , °C береться за метеопрогнозом по станції, яка розташована близько до геометричного центра водозбору;

д) прогнозується дата початку весняного водопілля у поточному році D'_e за схемою

$$D'_e = D_{Sm} + t'_e, \quad (4.74)$$

де D_{Sm} – дата утворення максимальних запасів води в сніговому покриві;

t'_e – очікувана тривалість періоду від дати D_{Sm} до дати початку водопілля D'_e , д, встановлена за схемою (4.60);

е) встановлюється ймовірність настання дат початку весняного водопілля на річках за кривими забезпеченостей для них (див. рис.4.6);

ж) прогнозні дати початку весняного водопілля представляються у вигляді:

- таблиць прогнозних дат початку весняного водопілля як їх відхилення від середньобагаторічних дат за (4.70)

$$\Delta D_e = D'_e - (D_e)_0$$

та інтервал очікуваних дат $D'_e \pm \square_{don}$ при значенні допустимої похибки \square_{don} , що дорівнює 3 добам;

- карта-схеми очікуваних дат початку весняного водопілля шляхом віднесення прогнозних дат D'_e до гідрологічних постів річок території;

- картосхеми забезпеченості прогнозних дат початку весняного водопілля $P\%$;

з) здійснюється оцінка прогнозу дат початку весняного водопілля на річках D'_e , відносно спостережених дат D_e , відповідно до формули (4.72)

$$\square D'_e = D_e - D'_e.$$

За умови того, що похибка прогнозу дат початку весняного водопілля ($\square D'_e$) менша або дорівнює допустимій (при використанні в методиці прогнозу дат початку водопілля прогновної температури повітря навесні $\square_{дон} = 3$ доби) прогноз вважається справдженим.

2. Прогноз дат максимальних витрат води весняного водопілля здійснюється в залежності від дати складання прогнозу.

Перший варіант – складання прогнозу в спостережену дату початку водопілля D_e :

а) за даними спостережень встановлюється дата початку весняного водопілля D_e в створі річки;

б) обирається декада, наступна після дати D_e ;

в) визначається середньодекадна температура повітря за декаду, наступну після дати початку водопілля D_e : як середня на водозборі або для метеостанцій, розташованих близько до геометричних центрів водозборів (використовуючи метеорологічний прогноз температури повітря на 10 діб);

г) розраховується тривалість підйому весняного водопілля (t'_n) за схемою (4.68) (при очікуваній температурі повітря \square_2 до 7,0-10,0 °C)

$$t'_n = \{3.45 \cdot \exp[0.42 \cdot \lg(F + 1)]\} - [-0.12(\square - 50^{\circ}) + 1.75] \cdot \square_2,$$

де F – площі басейнів, км²;

\square географічна широта геометричних центрів водозборів, в частках град.;

\square_2 °C - середньодекадна температури повітря, в наступну після спостереженої дати початку водопілля D_e декаду, визначених за метеорологічним прогнозом температури повітря на 10 діб;

д) прогнозується дата проходження максимальних витрат води весняного водопілля D'_{Qm} за схемою

$$D'_{Qm} = D_e + t'_n, \quad (4.76)$$

де D_e – спостережена дата початку весняного водопілля на річці або така, що береться з картосхеми цих дат для геометричних центрів водозборів;

t'_n – очікувана тривалість підйому весняного водопілля, д, визначена за (4.68);

е) встановлюється ймовірність настання дат максимальних витрат води весняного водопілля (P %) по кривих забезпеченості цих дат (див рис.4.7):

ж) прогнозні дати максимальних витрат води весняного водопілля представляються у вигляді:

- таблиць прогнозних дат максимальних витрат води весняного водопілля як їх відхилення від середньобагаторічних дат у вигляді (4.71)

$$\square D_{Q_m} = D'_{Q_m} - (D_{Q_m})_0$$

та інтервал очікуваних дат $D'_{Q_m} \pm \square_{\partial on}$ при значенні допустимої похибки $\square_{\partial on} = 6$ діб;

- картосхеми забезпеченостей (P %) прогнозних дат максимальних витрат води весняного водопілля шляхом віднесення цієї характеристики до гідрологічних постів річок;

з) здійснюється оцінка прогнозу дат настання максимальних витрат води весняного водопілля на річках за формулою (4.73)

$$\square D'_{Q_m} = D_{Q_m} - D'_{Q_m},$$

де $\square_{\partial on}$ – допустима похибка при прогнозі дат максимальних витрат води весняного водопілля, д., що дорівнює 3 добам.

Другий варіант – складання прогнозу в дату накопичення максимальних снігозапасів D_{S_m} . Схема прогнозу при цьому залишається такою ж, як і у першому варіанті, але в формулах для прогнозу D_{Q_m} (4.62) спостережена дата початку водопілля D_e замінюється на прогнозну дату D'_e , визначену за схемою (4.60). При цьому прогноз дат настання максимальних витрат води здійснюється за рівнянням

$$D'_{Q_m} = D'_e + t'_n, \quad (4.78)$$

де t_{\square} – очікувана тривалість підйому весняного водопілля, що визначається за (4.68), спираючись на метеорологічний прогноз температури повітря $\square_2^{\circ} C$.

Форма представлення прогнозів дат настання максимальних витрат води водопілля та їх оцінка аналогічні першому варіанту прогнозу.

Завчасність прогнозів дат проходження максимальних витрат води весняного водопілля у такому варіанті, що складені за другою схемою, тобто в дату настання максимальних снігозапасів, дещо більша, а точність, зазвичай, нижча.

3. Прогноз дат початку та проходження максимальних витрат води весняного водопілля при регіональному узагальненні очікуваних дат та їх забезпеченостей.

Прогнозування дат початку весняного водопілля у кожному році може вестися по картосхемах їх розподілу по території. З цією метою для будь-якого водозбору розглядуваної території, включаючи й невивчені у гідрологічному відношенні річки, для гідрологічного поста річки по картосхемі очікуваних дат початку водопілля встановлюється прогнозна дата D'_e .

Регіональна методика прогнозу дат проходження максимумів водопілля D'_{Qm} , як за наявності, так і за відсутності гідрологічних спостережень на річках, була описана вище.

Крім того, по картосхемах забезпеченостей аналогічним чином встановлюється ймовірність настання прогнозних дат початку та проходження максимальних витрат води водопілля у багаторічному розрізі $P\%$.

Загальна блок-схема для прогнозу максимальних витрат (рівнів) води і строків проходження весняного водопілля в автоматизованому програмному комплексі «ПРИП'ЯТЬ» представлена у додатку А.

Завдання і запитання для самоперевірки

1. В чому полягають фізичні та теоретичні основи довгострокових прогнозів, покладені в основу математичних моделей для прогнозу шарів стоку та максимальних витрат води весняного водопілля на рівнинних річках?
2. Як ведеться визначення кількості води, яка формує весняне водопілля на рівнинних водозборах в методах довгострокових прогнозів характеристик весняного водопілля рівнинних річок?

3. Як можна визначити показники зволоженості і величини глибини промерзання ґрунтів в математичних моделях для територіальних довгострокових прогнозів характеристик весняного водопілля рівнинних річок?
4. Перелічіть основні етапи прогнозу шарів стоку весняного водопілля в моделі «СЛОЙ-2».
5. В чому полягають основні наукові положення територіального методу прогнозу характеристик весняного водопілля рівнинних річок?
6. Опишіть основні етапи прогнозу максимальних витрат води весняного водопілля в математичній моделі «ПРИП'ЯТЬ».
7. Як визначається тип весни при довгостроковому прогнозі характеристик весняного водопілля рівнинних річок в моделі «ПРИП'ЯТЬ».
8. Який метод встановлення ймовірнісних оцінок прогнозних характеристик використано в моделі?
9. Яка форма представлення прогностичної інформації по стокових характеристиках весняного водопілля річок?
10. Яким чином визначити прогнозу величину шарів стоку чи максимальних витрат води рівнинної річки по карта-схемах розподілу їх прогнозних модульних коефіцієнтів?
11. Які основні підходи до прогнозів дат проходження весняного водопілля на рівнинних річках?
12. Яка схема складання прогнозів строків початку та проходження максимальних витрат води весняного водопілля в автоматизованому програмному комплексі „ПРИП'ЯТЬ”?
13. Яка форма представлення прогнозів строків проходження весняного водопілля на річках?
14. Як ведеться оцінка прогнозів строків гідрологічних явищ на річках?

5 МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ, ЩО ВИКОРИСТОВУЮТЬСЯ У ЗАРУБІЖНІЙ ПРАКТИЦІ ВМО

В останні 30 років як у нашій країні, так і за кордоном велися дослідження, спрямовані на розробку моделей стоку, які можна було б використовувати в оперативній практиці прогнозування. Спочатку була створена модель формування дощових паводків, в якій враховувалися основні стокоутворюючі фактори і гідрофізичні характеристики ґрунту. На основі цих моделей з'явилась можливість короткострокового прогнозу дощового стоку. Нижче наведений короткий опис моделей дощових паводків, розроблених за кордоном [1,15,40,41].

5.1 Огляд математичних моделей зарубіжних авторів для прогнозування гідрографа дощового стоку

5.1.1 Модель Сакраменто

Модель Сакраменто була розроблена в Національному центрі служби річкових прогнозів в Сакраменто, США [40]. Ця модель включає складний алгоритм розрахунку вологості ґрунту, призначений для визначення значень об'ємів декількох компонентів річкового стоку, в той час як досить простий і майже повністю емпіричний підхід використовується для перетворень цих вхідних даних на гідрограф стоку.

Ґрунтова товща розділена на дві частини - верхню зону і нижню зону, кожна з яких має ємності для капілярної та вільної води.

Капілярна вода тісно пов'язана з ґрунтовими частинками і витягується з ґрунту тільки в процесі випаровування.

Гравітаційна вода згідно прийнятій умові стікає в процесі дренажу вертикально вниз і в горизонтальному напрямку.

Розміри ємностей для капілярної та гравітаційної води в кожній зоні розглядаються в якості модельних параметрів. Вода, що надійшла в зону, підсумовується з запасом капілярної вологи до тих пір, поки не перевищить капілярну вологоємність; надлишок води в цьому випадку йде на поповнення запасу вільної води.

Одна частина *опадів* будь-якого виду негайно надходить у руслову систему, одразу формуючи *стік*. Це ті опади, які випадають в межах руслової системи, а також на прилеглих водонепроникних площах. Розміри цих площ в моделі змінюються в часі. Як дощові опади, так і опади, що утворилися в результаті сніготанення, крім тих, які перейшли безпосередньо в прямій стік, проникають у верхню зону. Гравітаційна вода у верхній

зоні витрачається або на внутрішньогрунтовий стік, або на фільтрацію в нижню зону.

Якщо поповнення вологи у верхній зоні відбувається швидше її виснаження, надлишок води витрачається на поверхневий стік. Вільна вода в нижній зоні перерозподіляється між первинною (повільний дренаж) і вторинної ємностями. Рис.8.1 ілюструє основні особливості цієї моделі. Фільтрація з верхньої зони в нижню визначається за рівнянням

$$PRATE = PBASE \left[1 + ZPERK * RDC^{REXP} \right] \frac{UZFWC}{UZFWM} \quad (5.1)$$

де $PRATE$ - швидкість фільтрації;

$PBASE$ - швидкість, з якою буде відбуватися фільтрація в разі насичення нижньої зони і при необмеженому запасі вологи у верхній зоні. Чисельно вона дорівнює максимальній швидкості відтоку з нижньої зони і розраховується як сума запасів вільної води в первинній та вторинній ємностях, кожна з яких множиться на свій коефіцієнт відтоку;

RDC - відношення дефіциту вологи нижньої зони до вологості. Тобто $RDC = 0$, коли нижня зона повністю насичена і $RDC = 1$, коли вона повністю суха;

$ZPERC$ - параметр моделі, який визначає діапазон змін швидкості фільтрації. При необмеженій подачі вільної води у верхню зону швидкість фільтрації буде змінюватися від $PBASE$ (нижня зона насичена) до $PBASE (1 + ZPERC)$, коли нижня зона спорожнена;

$REXP$ - параметр моделі, що визначає форму кривої залежності між максимальним і мінімальним значеннями швидкості фільтрації, зазначеними вище;

$UZFWC$ - вміст вільної вологи у верхній зоні;

$UZFWM$ - вологості верхньої зони.

Відношення $UZFWC/UZFWM$ є рушійною силою вологообміну у верхній зоні.

Коли верхня зона спорожнена, фільтрація не відбувається. При заповненій верхній зоні швидкість фільтрації буде регулюватися дефіцитом вологи в нижній зоні.

Вищевказане рівняння є стрижнем всієї моделі. Воно взаємодіє з іншими компонентами моделі таким чином, що управляє рухом води у всіх частинах ґрунтового профілю як вище, так і нижче межі розділу фільтраційного потоку і, в свою чергу, контролюється в процесі пересування води у всіх частинах ґрунтового профілю.

Швидкість сумарного випаровування оцінюється за допомогою метеорологічних змінних і за даними водних випарників.

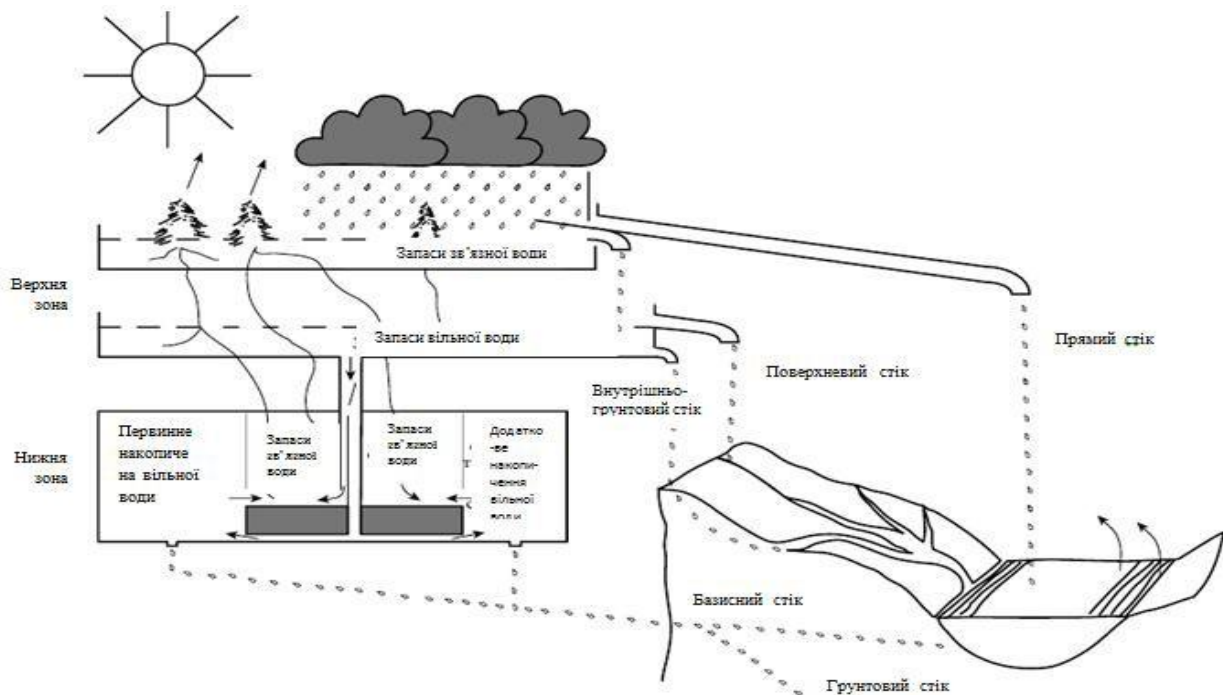


Рис. 5.1 – Структура моделі Сакраменто

Для цього можуть використовуватися або щоденні, або визначені за тривалий період середні значення. Сумарна витрата вологи на випаровування визначається величиною випаровуваності, помноженої на коефіцієнт, який є функцією календарної дати, що відображає стан рослинного покриву. Волога, розрахована в процесі моделювання, витрачається безпосередньо чи опосередковано на сумарне випаровування або з різних акумулюючих ємностей, або з руслової мережі. Втрати на випаровування розподіляються у відповідності з ієрархією пріоритетів і обмежуються наявністю вологи так само, як і поставленими вимогами до розрахунків.

Просування вологи через ґрунтову товщу є безперервним процесом. Швидкість стікання в будь-якій точці варіюється в залежності від швидкості припливу вологи і запасу вологи у відповідному ємнісному елементі. Цей процес відтворюється на основі розрахунку квазілінійних рівнянь. Розрахунок дренажування і фільтрації води на кожному часовому кроці заснований на неявному допущенні того, що переміщення вологи протягом конкретного часового кроку визначається умовами, що склалися на початок цього кроку. Це допущення прийнятно тільки в тому випадку, якщо тимчасовий крок обрано досить коротким. Тривалість кроку в моделі залежить від об'єму води. Тобто довжина кроку вибирається таким чином, щоб не більше 5 мм вологи брало участь у кожному окремому обчислювальному циклі.

П'ять складових річкового стоку розраховуються в моделі. Три компоненти стоку верхньої зони (схилувий, поверхневий і внутрішньогру-

нтовой) сумуються і перетворюються на одиничний гідрограф (розділ 6.1). Два компонента нижньої зони - первинний і вторинний базисний стік, безпосередньо додаються до гідрографа відтоку, визначеному за трьома іншими складовими. Передбачено також розрахунок результуючого гідрографа стоку зі змінними розрахунковими коефіцієнтами.

5.1.2 Резервуарна модель (танк-модель)

Ця модель розроблена в Національному дослідницькому центрі по запобіганню стихійних лих в Токіо (Японія) [41]. Як впливає з назви моделі, ґрунтова товща представляється у вигляді системи резервуарів, розташованих один над іншим, як зображено на рис.5.2 (а).

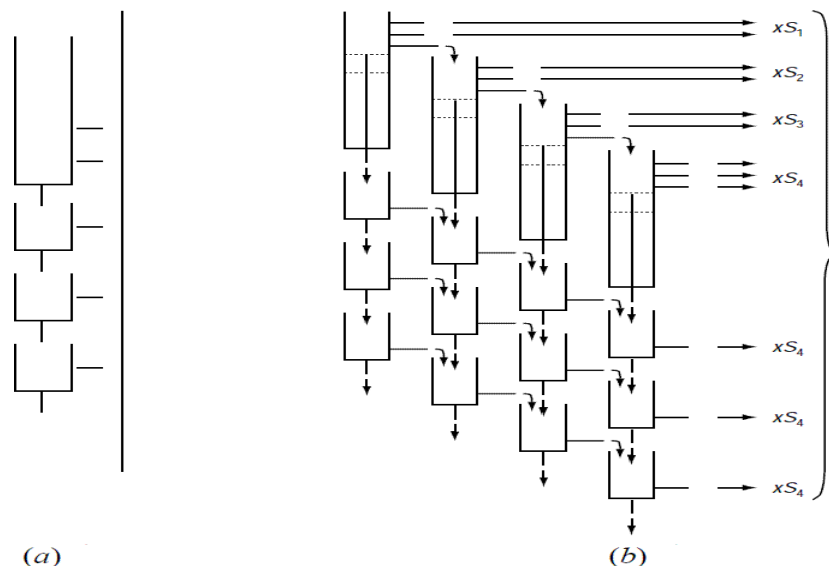


Рис. 5.2 – Резервуарна модель (танк-модель)

Передбачається, що усі дощові опади і талі води потрапляють в самий верхній резервуар. Кожен резервуар має один випускний отвір в дні і один або два бічні отвори, розташованих на деякій відстані від дна. Вода, що витікає через донний отвір будь-якого з резервуарів, потрапляє в наступний резервуар, що залягає нижче; виняток становить найнижчий резервуар, оскільки вода, що потрапила в нього, є втратою для системи. Вода, що витікає з будь-якого резервуару через бічний отвір (бічний стік), розглядається як *вхідний імпульс* по відношенню до руслової системи. Кількість і розмір резервуарів, а також розташування вихідних отворів є параметрами моделі.

Описана конфігурація резервуарів застосовується для моделювання процесу опади-стік у вологих районах; для басейнів, розташованих в арид-

них і напіварідних районах, потрібно більш складне розташування резервуарів, як показано на рис.5.2 (b).

Якщо для будь-яких водозборів характерні тривалі посушливі періоди, то в модель включаються два або більше паралельно розташованих рядів резервуарів:

1. Стік з найнижчого резервуару кожного ряду відповідає стоку з окремого резервуару в простій резервуарній моделі.

2. З кожного резервуару певна частка води потрапляє у вигляді бічного стоку у відповідний резервуар сусіднього ряду, а з останнього ряду резервуарів бічний стік потрапляє безпосередньо в руслову мережу.

3. З найвищих резервуарів кожного ряду додатково передбачений бічний стік безпосередньо в руслову мережу.

Передбачається, що кожен ряд резервуарів є певною зоною водозбору, причому найнижчий відповідає зоні, найближчій в руслі. У міру зміни гідрологічних умов від вологих до посушливих, залежно від сезону, зона, найближча до руслової мережі, може залишатися відносно вологою, тоді як більш віддалена зона стає досить сухою.

Розробники моделі не вважають, що представлений опис ємнісних елементів моделі є абсолютно реалістичним, швидше взяте розташування резервуарів є наближенням до методу кінцевих різниць. Більше того, математичні вирази, що описують рух води через резервуари, мають подібність до концепцій класичної гідрології.

У моделі розрізняються *два типи вод* - зв'язана вода (грунтова волога) і вільна вода, яка може переміщатися як вертикально вниз, так і в горизонтальному напрямі. Передбачено також, що вільна вода поповнює вологозапас ґрунтів за рахунок дії капілярних сил. Розрахунок втрат на сумарне випаровування з басейну оснований на даних по вимірюванню або обчисленню добовому випаровуванню, вологозапасах з урахуванням ієрархії пріоритетів для різних ємнісних елементів.

Основна розрахункова схема в межах кожного резервуару включає функцію скидання, яка визначається за формулою

$$\frac{dx}{dt} = \square x, \quad (5.2)$$

де x - об'єм резервуару;

t - час.

Відтік води за одиницю часу $\square t$ тоді буде дорівнювати $(1 - e^{-\square \square t})x$. Величина $(1 - e^{-\square \square t})$ розраховується для кожного випускного отвору за розрахунковий інтервал часу на основі величини \square . Для кожного інтервалу часу в моделі передбачено такий порядок обчислень:

- а) для верхнього резервуару:
- вилучення сумарного випаровування;
 - перехід вільної води в ґрунтову вологу;
 - додавання дощових опадів або талих вод;
 - розрахунок припливу води в руслову мережу (бічний стік) та просочування (стік вниз), вилучення цих величин з об'ємів вільної води;
- б) для розташованих нижче резервуарів:
- вилучення сумарного випаровування залежно від ієрархії пріоритетів;
 - перехід вільної води в ґрунтову вологу;
 - додавання води, що просочилася з верхнього резервуару;
 - розрахунок припливу в руслову мережу (бічний стік) і просочування (стік вниз), вилучення цих величин з об'ємів вільної води.

Приплив води у руслову мережу - це вихідний результат по блоку розрахунку вологості в моделі. Гідрограф стоку будується за даними про приплив води в руслову мережу в припущенні, що

$$Q = KS^2, \quad (5.3)$$

де Q - стік;

S - запас води в русловій мережі;

K - додатковий параметр моделі.

Обмеження накладається на співвідношення dQ / dS , щоб стік в річці не міг перевищити запас води в руслі.

Однією з цікавих особливостей моделі є те, що зміна значень параметрів моделі може призводити до істотної зміни структури моделі.

5.1.3 Стенфордська модель (автори Н.Г.Крауфорд і Р.К.Лінслей)

Стенфордська модель формування дощового стоку побудована на основі детального опису елементарних процесів стокоутворення на водозборі [20]. Авторами моделі є Н.Г.Крауфорд і Р.К.Лінслей. Блок - схема моделі представлена на рис. 5.3.

Модель є загальною, із *зосередженими параметрами*, для розрахунку стоку за годинні інтервали часу. Вхідними даними є годинні опади, добова температура, радіація, вітер, місячне або добове випаровування. Залежно від модифікації модель включає від 20 до 34 параметрів, що задаються з фізичних передумов формування стоку і уточнюються шляхом оптимізації.

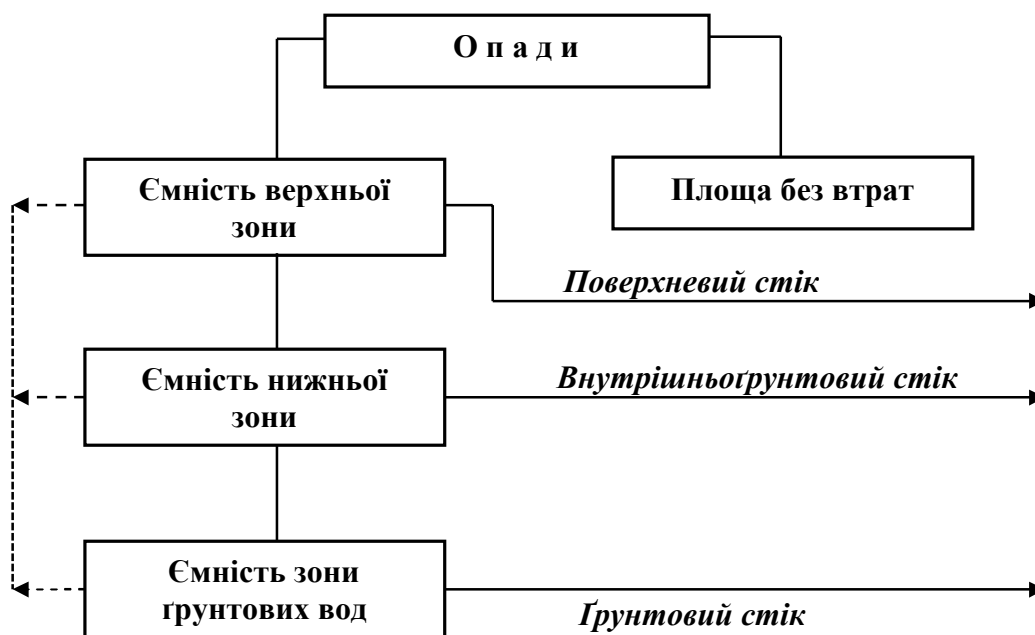


Рис. 5.3 – Стенфордська модель формування дощового стоку

Водозбір умовно поділяється на три регулюючі ємності: *верхня зона*, *нижня зона* і *зона ґрунтових вод*. В моделі вважається, що поверхневий стік формується на площі, де немає просочування у верхній зоні. При цьому внутрішньогрунтовий стік утворюється в нижній зоні і разом з поверхневим і ґрунтовим формує загальний стік. Розрахунок випаровування ведеться з кожної ємності.

5.1.4 Модель Д.Доуді і О'Доннела

Прикладом математичної моделі із зосередженими параметрами є і модель Д.Доуді і О'доннела [15]. На відміну від Стенфордської моделі кількість параметрів зменшено до тринадцяти, дев'ять з яких оптимізується в автоматичному режимі.

Модель запропонована для малих і середніх водозборів. *Вихідними даними* є опади, випаровування та стік, що визначаються за методом оптимізації за однакові проміжки часу. Розрахунковий інтервал часу змінюється від 3 годин до одної доби.

5.1.5 Модель Шеньсі

У математичній моделі Шеньсі [15] передбачається, що формування дощового стоку відбувається в умовах вологого і сухого клімату.

В умовах вологого клімату втрати дорівнюють кількості дощової води, яка витрачається на зволоження ґрунту до вологості, рівної польовій вологоємності. Залишкова частина опадів витрачається на утворення поверхневого стоку або формує ґрунтовий стік за рахунок її проникнення в глибокі шари ґрунту. Для врахування просторової мінливості дефіциту вологості ґрунту будується зв'язок

$$\frac{f}{F} = 1 - \left(1 - \frac{W_m}{W'}\right)b, \quad (5.4)$$

де f - площа, на якій максимальна вологоємність дорівнює W_m ;

F - площа всього водозбору;

W' і b - емпіричні параметри.

Випаровування E_1 з верхнього шару ґрунту береться за даними випарників з введенням поправкового коефіцієнта; випаровування з середнього шару ґрунту E_2 обчислюється за формулою

$$E_2 = \frac{E_1 W}{W_m}, \quad (5.5)$$

де W - вологість ґрунту.

Випаровування з глибоких шарів E_3 визначається за виразом

$$E_3 = c E_1, \quad (5.6)$$

де $c = 0,10 - 0,20$.

В умовах сухого клімату стік розраховується як різниця між інтенсивністю опадів і інтенсивністю інфільтрації у верхньому шарі ґрунту. Інтенсивність інфільтрації вважається постійною.

Для розрахунку трансформації гідрографа в річному руслі використовується метод Маскінгам. Загальний варіант моделі включає дев'ять емпіричних параметрів. Параметри, що характеризують кліматичні та фізико-географічні умови, беруться постійними для великих районів, решта – підбираються за даними спостережень за опадами, випаровуванням і стоком.

5.1.6 Модель Лічі, Доуді і Бергмана

Модель Лічі, Доуді і Бергмана [15] є моделлю із зосередженими параметрами, яка призначена для малих водозборів (з площею басейну до 50 км^2) і включає 8 параметрів, що визначаються шляхом оптимізації.

Вхідними даними є зливові опади і випаровування, а розрахунковий інтервал становить 5 хв.

Втрати води на інфільтрацію розраховуються за моделлю Філіпа

$$I_t = K_f \left[1 + \frac{(m_t - m_0) p_s}{s} \right], \quad (5.7)$$

де I_t - інтенсивність інфільтрації в момент часу t ;

k_f - гідравлічна проникність ґрунту (коефіцієнт фільтрації);

s - сумарна інфільтрація на момент t ;

m_0 і m_t - початкова вологоємність і вологоємність в момент часу t ;

p_s - втягуюча сила ґрунту поблизу фронту змочування.

Визначення початкових значень ($m_t - m_0$) і s ведеться від найближчого попереднього дощу. При цьому враховується зміна вологості в двох ґрунтових ємностях:

- перша ємність (W_1) накопичує воду, яка просочилася, до повного насичення ґрунту;

- друга ємність (W_2) характеризує ненасичений шар ґрунту, завдяки чому є можливість урахування зміни величин ($m_t - m_0$) і p_s .

В моделі вважається, що максимальна величина другої ємності дорівнює польовій вологоємності ґрунту, а величина вологості в'янення відповідає відсутності води в обох ємностях. В такому разі ефективну величину ($m_t - m_0$) p_s можна визначити за рівнянням

$$(m_t - m_0) p_s = -c(d - 1) \frac{W_2}{W_m} + cd, \quad (5.8)$$

де c і d - емпіричні параметри;

W_2 - друга ємність ;

W_m - максимальна водозатримуюча ємність ґрунту.

У водному балансі для ємності W_1 враховується надходження води в результаті інфільтрації, втрати на випаровування і відтік води в ємність W_2 . Коли ємність W_1 пересихає, вода з ємності W_2 витрачається на випаровування.

Випаровування, яке обчислюється за даними випарників, корегується шляхом введення поправкового коефіцієнта. Відтік вологи з ємності W_1 в ємність W_2 вважається постійним.

Розрахунок трансформації графіка водовіддачі в гідрограф стоку проводиться при використанні інтеграл Дюамеля (лінійна модель з зосередженими параметрами). Тут функція впливу є добутком функції впливу лінійного водосховища на криву розподілів міжзохронних площ.

5.1.7 Модель Д.Є.Неша

Математична модель, авторами якої є Д.Є.Неш, Д.В. Саткліф, П.Є.О'Коннел, Д.П. Феррера, О.М. Мендевіль і Г.Флемінг [15], є моделлю із зосередженими параметрами для малих водозборів.

Вхідними даними є опади і випаровування, а розрахунковий інтервал часу складає 3 години. Модель включає дев'ять параметрів, сім з яких підлягають оптимізації.

В моделі вважається, що ґрунт складається з декількох горизонтальних шарів, вологість яких після проходження дощу дорівнює польовій вологоємності. Максимальна величина вологоємності кожного шару береться однаковою і рівною 20-30 мм. При цьому найнижчий шар може мати дещо меншу вологоємність.

Випаровування з верхнього шару береться рівним випаровуваності, з інших шарів – добутку випаровуваності на коефіцієнт B_n , де n - номер шару (для другого шару зверху n дорівнює 1 і т. д.). Випаровування припиняється, коли його сума досягає величини максимальної вологоємності, спільної для всієї товщі.

В моделі вважається, що стік відразу формується за рахунок деякої частини різниці опадів і випаровування і з частини, що залишилася на стік витрачається тільки надлишок над максимальною інтенсивністю інфільтрації I_m .

Процес інфільтрація припиняється, коли вода послідовно насичує нижні шари до величини польової вологоємності або в разі припинення дощу. Величина потенційного випаровування визначається як добуток даних випарника на коефіцієнт, який зазвичай дорівнює 0,8. Графік водовіддачі басейна перераховується в гідрограф стоку в замикальному створі за лінійною моделлю двох паралельно з'єднаних ємностей.

5.2 Гідродинамічні (фізико-математичні) моделі

Математичні моделі третього типу - це гідродинамічні моделі [1], які утворилися за високих технологій обробки всіх видів гідрологічних і метеорологічних рядів даних великої тривалості та їх узагальнення у часі та просторі. Гідродинамічні моделі є моделями з розподіленими параметрами [1,15,20,42]. Серед розподілених моделей найбільш відомими є Європейська гідрологічна система (SHE) [44,45], DHSWM (Distributed Hydrology Soils and Vegetation Model, розробка американських вчених університету в Сіетлі – основні автори M.S. Wigmosta і D.P. Lettenmaier) [46], а також мо-

дель Датського гідралічного інституту «Майк-11», в яку входить модель опади-стік NAM, гідродинамічна модель MIKE11 DHI та ін. [19].

Гідродинамічні моделі основані на уточненій просторовій дискретизації елементів басейну і чисельному інтегруванні рівнянь збереження маси і кількості руху, які описують фізичні процеси, що відбуваються в межах басейну. Тобто в моделях такого типу водозбір представляється у вигляді просторової регулярної сітки, яка складається з елементів, кожен з яких представляє деяку ділянку водозбору. Рівняння моделі розв'язуються для кожного елемента з відповідними йому параметрами. Таким чином, на відміну від моделей із зосередженими параметрами [20], де водозбір описується так званим «чорним ящиком», а параметри мають однакові значення в його межах, розподілені моделі враховують просторову мінливість фізико-географічних та геоморфологічних властивостей, які впливають на формування стоку [43].

В свою чергу, успіх використання розподіленої гідрологічної моделі водозбору можливий при використанні геоінформаційних систем (ГІС) для просторового представлення набору вхідних параметрів, як то висота поверхні, тип ґрунту, висота снігового покриву і т.п. При цьому просторові дані приводяться до матричної структури даних, кожен елемент якої має строго визначені географічні координати та певне значення.

5.2.1 Європейська гідрологічна система (ЄГС)

Європейська гідрологічна система (ЄГС) [44] є прикладом гідродинамічної моделі. Структура моделі представлена на рис. 5.4. ЄГС - це модель з *розподіленими параметрами*, яка являє собою систему диференціальних рівнянь в часткових похідних, що описують фізичні процеси в басейні: затримання опадів рослинністю, сумарне випаровування, схильний та русловий стік, рух води в зоні аерації і зоні насичення та сніготанення.

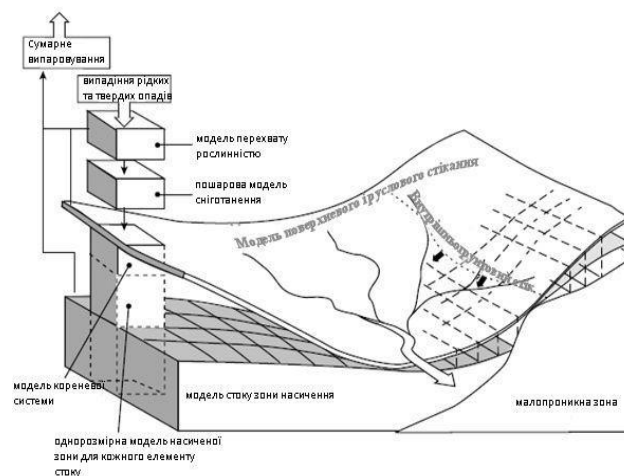


Рис.5.4 - Структура Європейської гідрологічної системи

Блок, що описує процес затримання опадів рослинністю, представлений у вигляді варіанта *моделі Руттер* [47], яка дозволяє визначати інтенсивність зміни кількості вологи, затриманої поверхнею рослинного покриву:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = Q - Ke^b(C - S), \quad (5.9)$$

$$\text{де } Q = \begin{cases} P_1 P_2 (P - E_p) & \text{коли } C < S \\ P_1 P_2 (P - E_p) + P_1 P_2 (P - E_p) \frac{C - S}{S} & \text{коли } C \geq S \end{cases};$$

C - шар води, що затримується поверхнею рослинного покриву;
 S - водозатримуюча здатність рослинного покриву;
 P - інтенсивність випадання рідких опадів;
 P_1 - частка площі, покрита рослинністю;
 P_2 - відношення загальної площі листової поверхні до площі, покритої рослинністю;

$$P_1 P_2 = P_1 P_2; \quad \text{якщо } P_2 < 1,$$

$$P_1 P_2 = P_1; \quad \text{якщо } P_2 \geq 1,$$

E_p - інтенсивність потенційного випаровування;
 K і b - фільтраційні параметри;
 t - час.

Для розрахунку інтенсивності дійсного сумарного випаровування використовується рівняння Пенмана-Монтейт [48]:

$$E_a = \frac{\Delta R_n + \rho_p (e - e_s)}{r_a + \frac{\rho_p \lambda + \rho_p (17 - s)}{r_a}}, \quad (5.10)$$

де ρ - густина повітря;
 ρ_p - прихована теплота пароутворення;
 E_a - інтенсивність дійсного сумарного випаровування;
 R_n - сумарна радіація за мінусом теплового потоку в ґрунт;
 λ - нахил кривої залежності між питомою вологістю і температурою;
 C_p - питома теплоємність повітря при постійному тиску;

\square_e - дефіцит вологості повітря;

r_a - аеродинамічний опір переносу водяної пари;

\square_s - опір поверхні рослинності переносу водяної пари;

\square психрометрична стала.

Сумарне дійсне випаровування залежить від стану зволоженості поверхні рослинного покриву і ступеня покриття ґрунту рослинністю:

$$E_t = P_1 P_2 E_p \frac{C}{S} + E_a (1 - \frac{C}{S}) P_1 P_2 + E_{as} (1 - P_1 P_2), \quad (5.11)$$

де E_t - інтенсивність сумарного випаровування;

E_{at} - інтенсивність дійсного сумарного випаровування;

E_p - потенційне сумарне випаровування;

E_{as} - випаровування з ґрунту.

Накопичена на поверхні ґрунту вода під впливом сили тяжіння стікає по схилах у руслову мережу, по якій вона рухається до замикального створу. Обидва процеси описуються рівняннями нестационарного безнапірного потоку, які засновані на фізичних законах збереження маси і кількості руху [44].

У найбільш загальному вигляді рух потоку в ненасиченій зоні можна обчислити за допомогою рівняння Річардса

$$C = \frac{\partial \square}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(K \frac{\partial \square}{\partial z} \right) + \frac{\partial K}{\partial z} + S, \quad (5.12)$$

де $C = \partial \square / \partial t$ - вологоємність ґрунту;

\square - напір;

t - змінна часу;

z - вертикальна координата (позитивний напрямок вгору);

\square запас води в ґрунті;

K - гідравлічна провідність;

S - член рівняння, що виражає співвідношення наповнення/стікання.

Інтенсивність інфільтрації в ґрунт визначається умовами на верхній межі, які можуть змінюватися від умов, які регулюються потоком, до умов, які регулюються ґрунтом (насиченим), і навпаки. Зазвичай нижньою межею є рівень ґрунтових вод.

Основним рівнянням, що описує рух води в зоні насичення, є нелінійне рівняння Буссінеска:

$$S \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x H \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y H \frac{\partial h}{\partial y} \right) + R, \quad (5.13)$$

де S - питома водовіддача;

h - рівень підземних вод;

K_x, K_y - питома гідравлічна провідність по осях x і y відповідно;

H - потужність зони насичення;

t - змінна часу;

x, y - горизонтальні просторові координати;

R - член рівняння, що визначає залежність миттєвого поповнення/відтоку.

Рівняння (5.13) являє собою комбінацію законів Дарсі та збереження маси для ламінарного двовимірного потоку в анізотропному, неоднорідному водоносному горизонті. Член рівняння (5.13) - R , що визначає поповнення/відтік, може виражатись у вигляді

$$R = \sum q - \frac{\partial}{\partial t} \int_h^{cs} \theta(z, t) dz, \quad (5.14)$$

де член $\sum q$ включає: q_R - транспірація; q_S - випаровування з ґрунту; q_1 - інфільтрація; q_0 - водообмін в системі річка/водоносний горизонт; q_6 - зовнішні граничні потоки; θ вологовміст ґрунту в зоні аерації.

Блок сніготанення в моделі ЄГС - це спроба моделювання припливу маси і енергії всередині снігового покриву на основі врахування змін структури снігового покриву [49].

Два напівемпіричних рівняння використовуються для встановлення взаємозв'язків, необхідних для визначення розподілу температури і вмісту вологи. Крім того, емпіричні рівняння використовуються для визначення гідравлічних і термічних властивостей снігу, що визначають його структуру, запас води і температуру.

5.2.2 Модель Датського гідравлічного інституту МІКЕ 11

Випуск **МІКЕ 11** версії 4 (1997 рік) поклав початок новому періоду широкого застосування динамічного моделювання річок і каналів [19].

Використовуючи **МІКЕ 11**, можливо відповісти на такі питання, як:

1. Зростання рівнів води під час повені або дощового паводку - яким буде поширення зони затоплення?

2. Які будуть результати проведення, наприклад, протипаводкових заходів?

3. Як довго забруднення, яке потрапило в річкову мережу, буде впливати на навколишнє середовище?

4. Де буде відбуватися замулення в річковій системі і як в цілому зміняться морфологічні властивості?

5. Яка буде концентрація забруднювальних речовин у певних створах, наприклад, при їх скиданні з міських водозборів, сільських або промислових територій?

МІКЕ 11 – це професійний інженерний програмний пакет для моделювання течії, якості води і перенесення частинок в естуаріях, річках, водосховищах, іригаційних системах, каналах та інших водних об'єктах.

МІКЕ 11 – інструмент динамічного одновимірного моделювання для детального аналізу, проектування, регулювання, управління і експлуатації простих і комплексних систем річок і каналів. Однією з важливих особливостей системи **МІКЕ 11** є її модульна структура, яка включає в себе такі основні (базові) модулі.

Гідродинамічний модуль – ядро моделюючої системи **МІКЕ 11**. Він включає в себе модуль прориву гребель і формує основу для інших модулів: прогноз паводків, модуль адвекції-дисперсії, модуль якості води і переносу завислих наносів. Гідродинамічний модуль **МІКЕ 11** заснований на розв'язанні інтегральних рівнянь нерозривності і збереження енергії, так званих рівнянь Сен-Венана. Розрахункова схема (неявна різницєва схема розрахунку несталого руху води у водотоках, основана на рівняннях Сен-Венана) застосовна до умов однорідного по глибині потоку течії, що змінюється від умов річкових потоків з великими уклонами до припливних течій в естуаріях.

Гідродинамічний модуль МІКЕ 11 призначений для вирішення наступних завдань:

- прогноз затоплень;
- моделювання протипаводкових заходів;
- експлуатація іригаційних систем і систем поверхневого дренажу;
- проектування систем каналів;
- моделювання припливних і штормових хвиль в річках і естуаріях.

Додаткові модулі **МІКЕ 11**:

- стік з водозбору (формування стоку з водозбірних басейнів);
- адвекція-дисперсія (перенесення та поширення домішок);
- якість води;
- морфологія і перенесення завислих наносів;
- морфологія і перенесення незв'язних наносів;

- прогнозування паводків;
- інтегрування (засвоєння) даних;
- льодяний покрив.

Вихідні дані і можливості MIKE 11:

- введення і редагування цифрових та графічних даних;
- спільне введення та редагування різних типів даних;
- можливість імпорту (експорту) та копіювання даних з інших програм;
- повністю інтегровані графічні і табличні вікна;
- імпортування річкової мережі і топографії з ASCII текстових файлів;
- користувальницькі налаштування всіх графічних об'єктів (налаштування кольору, ліній, типів маркерів і т.п.).

Оброблені дані, демонстраційні можливості MIKE 11:

- кольорове подання даних і результатів розрахунку на плані графічних даних або даних результатів;
- анімоване подання результатів на плані, поздовжніх профілях і тимчасових рядах;
- демонстрація зовнішніх тимчасових серій;
- можливість експорту.

5.2.3 Розподілена гідрологічна модель ТОПКАП-ІПММС, побудована з використанням ГІС-технологій обробки просторових даних

Існуючі ГІС-пакети (це гідрологічний модуль ARCHYDRO TOOLS, що входить до програмного комплексу ARCMAP/ARCINFO (www.esri.com), GRASS (<http://grass.fbk.eu/>), TauDEM (<http://hydrology.usu.edu/taudem>) не завжди забезпечують усі особливості обробки просторових даних для розподілених моделей річкового стоку [42,43,50].

Прикладом розробки спеціалізованих ГІС-технологій обробки даних та представлення водозбору є технологія, застосована у розподіленій фізично обґрунтованій гідрологічній моделі річкового стоку ТОПКАП-ІПММС (Інституту проблем математичних машин і систем НАН України), яка базується на використанні рівняння «кінематичної хвилі» для опису динаміки процесів стоку [43].

Головною вхідною ГІС-інформацією моделі є цифрова карта висот території (DEM, Digital Elevation Model), на основі якої водозбір представляється сукупністю квадратних елементів – розрахунковою сіткою моделі, кожен елемент якої представляє собою розрахунковий вузол моделі, що

має певний набір фізичних характеристик (беруться з цифрових карт висот, типів ґрунтів, карти рослинного покриву).

Основні етапи створення моделі полягають у розробці технології ідентифікації контуру водозбору, побудови річкової мережі та визначення параметрів моделі.

Параметри моделі визначаються для кожного елемента сітки водозбору з світових цифрових карт:

- ґрунтів – значення коефіцієнта гідравлічної провідності, максимально можливий вміст води у шарі ґрунту та інші параметри модуля ґрунтового стоку;

- рослинного покриву – значення коефіцієнта шорсткості поверхні для кожного елемента водозбору.

Таким чином, рівняння моделі розв'язуються для елементів сітки, а сукупний стік розраховується шляхом побудови так званого «дерева стоку», «корінь» якого знаходиться в замикальному створі водозбору.

Описана технологія була успішно застосована авторами для створення розподіленої гідрологічної моделі ТОПКАПІ-ІПММС формування паводкового стоку річок Закарпаття та приток басейну р.Прип'ять – р.Стир та р.Уж [43,51]. Вона дозволяє ідентифікувати значення параметрів розподілених гідрологічних моделей для водозборів, що істотно зменшує складність їх калібрування.

5.3 Стохастичне моделювання гідрологічних рядів

Стохастичні моделі - це моделі "чорного ящика", параметри яких оцінюються, виходячи зі статистичних властивостей спостереженого тимчасового рядка. Стохастичні методи були вперше введені в гідрологічну практику в зв'язку з проектуванням водосховищ [1]. Об'єми місячного або річного стоку є досить докладною інформацією для цієї мети, але при розрахунку регулюючої ємності водосховища повинна враховуватися також *ймовірність настання критичних угруповань років*, яка найкращим чином може оцінюватись з використанням послідовних рядів стокових характеристик.

Кожна послідовність повинна охоплювати багаторічний період і відображати властивості генеральної сукупності, оскільки вона використовується для одержання *статистичних характеристик*. Стійкість статистичних властивостей багаторічного ряду є основною вимогою при виборі відповідної стохастичної моделі. Набагато важче здійснювати одночасне моделювання стокових рядів для двох або більшої кількості стоків водосховища в басейні річки через необхідність урахування внутрішньорядних кореляційних зв'язків [52,53].

Стохастичне моделювання застосовувалось також для визначення довірчих меж (ймовірностей) при прогнозуванні стоку в реальному масштабі часу і для опису рядів опадів, які використовувалися в якості входних даних у детерміновані моделі [54,55].

5.3.1 Марковські моделі 1-го порядку

Багато моделей для імітації місячного, сезонного або річного об'ємів стоку припускають використання Марковської моделі 1-го порядку, коли величина стоку за будь-який період визначається стоком за попередній період і випадковим імпульсом [56-59]. Одна з таких моделей для місячного стоку може подаватись таким чином [58]:

$$Q_i = \bar{Q}_j + \frac{\sigma_j}{\sigma_{j-1}} (Q_{i-1} - \bar{Q}_{j-1}) + \sigma_j \sqrt{1 - \rho_j^2}, \quad (5.15)$$

де Q_i - значення витрати води i -го члена ряду, послідовно пронумерованого, починаючи від 1 незалежно від місяця або року;

j - номер місяця, на який припадає i -й член ряду;

\bar{Q}_j - середня витрата за j -й місяць;

σ_j - стандартне відхилення для j -го місяця;

ρ_j - коефіцієнт внутрішньорядної кореляції між Q_j і Q_{j-1} ,

ϵ_j - випадкова змінна відповідного розподілу, що має нульове середнє значення, одиничну варіацію і є незалежно розподіленою.

Рівняння (5.15) може також використовуватися для моделювання сезонного стоку ($j=1, 2, 3, 4$ і т.д.) і річного стоку ($j=1$). В останньому випадку рівняння (8.15) спрощується:

$$Q_i = \bar{Q} + \rho (Q_{i-1} - \bar{Q}) + \sigma \sqrt{1 - \rho^2}. \quad (5.16)$$

Передбачається, що \bar{Q} , ρ і σ , які визначаються з ряду спостережень, відповідають поставленим цілям і необхідний тільки вибір початкового значення Q_{i-1} для моделювання рядів будь-якої довжини. Зазвичай використовується метод Монте-Карло з обчисленням послідовних величин випадкових змінних за допомогою комп'ютера.

У принципі розробка і застосування моделей, які описані рівнянням (5.15) є простим завданням. Тим не менше, існують декілька питань, що

потребують ретельного розгляду і вирішення, які можуть стати вирішальними з урахуванням особливості проблеми, яка вивчається:

- а) який розподіл випадкових змінних [16];
- б) чи слід коригувати дисперсію за рахунок кореляції, якщо така має місце [60];
- в) з якою точністю розраховувати величину коефіцієнта внутрішньорядної кореляції [61].

5.3.2 Авторегресійні моделі з ковзаючим середнім (ARMA)

Найбільш значного розвитку в роботах Боксу і Дженкінса [63-66] набули одновимірні стохастичні моделі, які відносяться до групи ARMA моделей. Існують три типи таких моделей - авторегресійна (AR), модель ковзного середнього (MA) та змішана модель (ARMA).

Перші два типи моделей (порядка p і q) мають відповідно вигляд:

$$x_t = \mu + \Phi_1 x_{t-1} + \Phi_2 x_{t-2} + \dots + \Phi_p x_{t-p}; \quad (5.17)$$

$$x_t = \mu - \theta_1 x_{t-1} - \dots - \theta_q x_{t-q}, \quad (5.18)$$

де x - відхилення i -го спостереження від середнього значення ряду;

Φ_i і θ_i - параметри, які слід оцінити,

μ - випадкова змінна, описана вище.

Третій тип моделі (ARMA) - це комбінація перших двох, що містять в собі всі неповторювані елементи рівнянь (5.17) і (5.18).

Послідовна процедура була розроблена для розрахунку за ARMA моделями, що складається з таких етапів [63]:

- а) ідентифікація: корелограма досліджуваних рядів порівнюється з автокореляційною функцією різних ARMA моделей для вибору прийнятого типу і порядку моделі;
- б) оцінка параметрів моделі оцінюються ітерацією за допомогою методу найменших квадратів за умови, що відхилення розподілені незалежно, а сума їх квадратів мінімальна;
- в) діагностична перевірка: відхилення перевіряються на випадковість для того, щоб підтвердити адекватність обраної моделі.

ARMA – моделі використовуються для того, щоб змоделювати послідовні штучні стокові ряди за допомогою методу Монте-Карло, описаного вище. Слід ще раз відзначити, що методи стохастичного моделювання повинні використовуватися з обережністю і критичним розглядом наявних

даних спостережень, що доволі важливо для водогосподарського проектування.

5.3.3 Моделі дробового гауссівського шуму і нелінійних процесів

Відкрита Херстом [67-69] невідповідність тривалих рядів спостережень за геофізичними характеристиками Марківським стаціонарним процесам зумовила розробку *двох стохастичних моделей*, які можуть відтворювати тривалі угруповання (низькочастотні) елементів.

Перша з них - модель дробового гауссівського шуму (FGN) [70-73] являє собою самовідновний випадковий процес, що характеризується функцією спектральної щільності з особливим натиском на дуже низькі частоти, типові для ефекту Херста. Також було показано, що довгоперіодні *моделі нелінійних процесів* зберігають ефект Херста [74,75].

Херст виявив, що немає необхідності підтвердження стійкості тривалих рядів [76,77], і, крім того, деякі варіанти ARMA моделей здатні моделювати істотно більш низькочастотні ефекти [78]. Нестационарність ходу середнього значення може також проявитися в характеристиках, які Херст виявив при аналізі тривалих рядів спостережень, незалежно від того чи були вони результатом кліматичних змін, людської діяльності чи просто неоднорідності рядів спостережень.

5.4 Динаміко-стохастичне моделювання (модель Л.С.Кучмента)

Одним з перспективних підходів до уточнення методів розрахунку (особливо для малих ймовірностей перевищення) та прогнозів характеристик максимального стоку (з урахуванням можливих антропогенних змін умов формування стоку на водозборах та змін клімату) є використання *динаміко-стохастичних моделей* формування річкового стоку. Вони дозволяють описувати можливі зміни метеорологічних впливів на ньому і фізичні процеси на водозборі, що відбуваються в результаті цих впливів.

Л.С.Кучмент з колективом авторів [20,21] розробив динаміко-стохастичну модель формування талого та дощового стоку. *Динамічна частина моделі* заснована на кінцево-елементній схематизації водозбору і включає опис процесів формування снігового покриву і сніготанення, промерзання і відтанення ґрунту, формування втрат талого і дощового стоку на вбирання в ґрунт і затримання в безстічних поглибленнях рельєфу, вертикального вологопереносу в незамерзаючих шарах ґрунту і випаровування, руху води по схилах водозбору і в річковій мережі. *Стохастична складова моделі* включає опис часового ходу опадів для

теплого і холодного періодів, середньодобової температури повітря (для холодного) і дефіциту вологості повітря (для теплого періоду). Показано можливості використання динаміко-стохастичної моделі формування стоку для розрахунку ймовірнісних характеристик максимального стоку весняних водопіль та дощових паводків. Дослідження проводилися авторами [21] на прикладі басейну р. Сейм (до м. Курськ).

Фізико-математична модель формування стоку

Модель формування стоку заснована на кінцево-елементній схематизації водозбірної площі (рис.5.5), яка виконана авторами [21] по топографічній карті масштабу 1: 300 000. Руслова мережа включає основне русло і дев'ятнадцять приток різних порядків. В русловій мережі виділено 91 кінцевий елемент. На схилах виділено 266 однорідних кінцево-елементних ділянок (залежно від особливостей топографії та з урахуванням типів ґрунтів і рослинності). Нижче наведено короткий опис окремих блоків моделі.

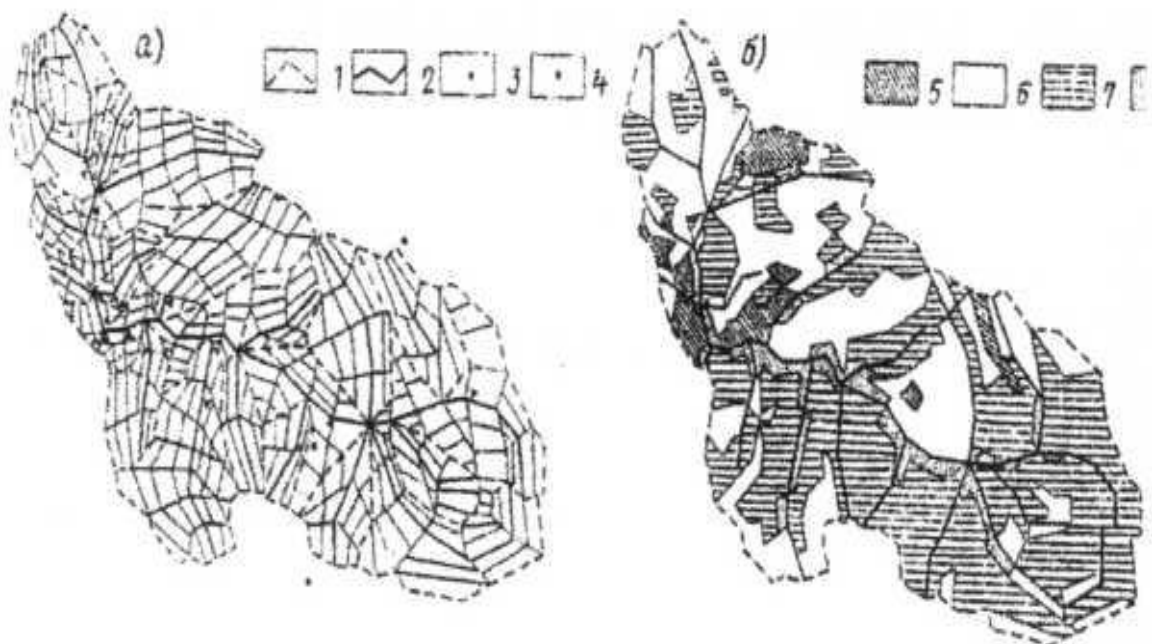


Рис. 5.5 – Кінцево-елементна схематизація водозбору р. Сейм (а) і розподіл типів ґрунтів (б)

Умовні позначення:

- 1) межі часткових водозборів; 2) руслова мережа; 3) гідрологічні пости; 4) агрометеорологічні станції; 5) сіроземи; 6) опідзолений чорнозем; 7) типовий чорнозем; 8) лугові ґрунти.

Формування снігового покриву і сніготанення. Зміни висоти і щільності снігового покриву від початку зими до закінчення весняного сніготанення обчислюються з урахуванням надходження твердих і рідких опадів, фазових переходів в товщі снігу, затримання талої води, ущільнення снігу під дією власної ваги за допомогою таких рівнянь:

$$\frac{dH_s}{dt} = \rho_w \left[X_s \rho_l^{-1} - (S + E_s)(\rho_i I_s)^{-1} \right] - V ; \quad (5.19)$$

$$\frac{d}{dt} (\rho_i I_s H_s) = \rho_w (X_s - S - E_s) + S_i ; \quad (5.20)$$

$$\frac{d}{dt} (\rho_w w_s H_s) = \rho_w (X_l + S - R_s) - S_i , \quad (8.21)$$

де H_s – висота снігового покриву;

I_s і w_s – об'ємний вміст льоду та рідкої води в снігу;

X_s і X_l – інтенсивність твердих і рідких опадів, відповідно;

ρ_w , ρ_i і ρ_l – відповідно густина води, щільність льоду і свіжого снігу;

E_s – інтенсивність випаровування зі снігового покриву;

S_i – інтенсивність утворення льоду при замерзанні талої води в снігу;

R_s – інтенсивність водовіддачі снігового покриву;

V – інтенсивність ущільнення снігу під дією власної ваги;

S – інтенсивність сніготанення, яка обчислюється за формулою

$$S = \rho_s \Gamma_a ;$$

ρ_s – щільність снігового покриву ($\rho_s = \rho_i I_s + \rho_w w_s$);

T_a – температура повітря;

Γ – емпіричний параметр;

t – тривалість.

Промерзання і відтаювання ґрунту. Промерзання ґрунту протягом зими до початку сніготанення розраховується за рівняннями:

$$C \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad 0 < z < H(t) ; \quad (5.22)$$

$$C_{uf} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_{uf} \frac{\partial T}{\partial z} \right) \quad H(t) < z < L ; \quad (5.23)$$

$$T(0, t) = T_0(t); T(H, t) = 0; T(L, t) = T_L; T(z, 0) = T(z); \quad (5.24)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D_f \left(\theta_f - K(\theta) \right) \right) \quad H(t) < z < L; \quad (5.25)$$

$$\theta(L, t) = \theta_L; \theta(H) = \theta_0; \theta(z, 0) = \theta(z); \quad (5.26)$$

$$\theta_f \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{z=H-0} = \theta_{uf} \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=H+0} + \theta_w (\theta_f - \theta_0) \frac{dH}{dt}, \quad (5.27)$$

де $H(t)$ – глибина промерзання;

$T(z, t)$ – температура ґрунту на глибині z в момент часу t ;

θ_f і θ_{uf} – коефіцієнти теплопровідності мерзлого і талого ґрунту відповідно;

$C_{f, u}$ – відповідно ефективні коефіцієнти теплоємності мерзлого і талого ґрунту;

θ_w – прихована теплота плавлення льоду;

$\theta(z, t)$ – об'ємний вміст некрижаної ґрунтової вологи;

θ_0 – об'ємний вміст ґрунтової вологи на межі промерзання з боку мерзлої частини ґрунту;

θ_0 – об'ємний вміст вологи, який не замерзає при температурі 0°C ;

$D_f(\theta)$ – коефіцієнт дифузії ґрунтової вологи;

$K(\theta)$ – коефіцієнт гідравлічної провідності ґрунту;

L – глибина, на якій температура і вологість ґрунту вважаються постійними ($L = 2$ м).

Вважається, якщо висота снігу $H_s = 0$, то температура поверхні ґрунту $T_0 = T_a$; при $H_s \neq 0$ – T_0 розраховується, виходячи зі співвідношення

$$\theta_s \frac{T_a - T_0}{H_s} = -\theta_f \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0}, \quad (5.28)$$

де θ_s – коефіцієнт теплопровідності снігу.

Відтаювання ґрунту розраховується на ділянках водозборів, що звільнилися від снігового покриву, за допомогою рівнянь, аналогічних рівнянням (5.22) – (5.27), за винятком рівняння (5.25), що описує міграцію вологи в некрижаній частині ґрунту.

Поглинання води мерзлим ґрунтом. Інтенсивність вбирання води в мерзлий ґрунт під час сніготанення розраховується за формулою

$$K_f = K_{uf} \left(\frac{P - I - \theta}{P - \theta} \right)^4 \frac{1}{(1 + 8I)^2}, \quad (5.29)$$

де K_{uf} – коефіцієнт фільтрації в талому ґрунті;
 P – об'ємна пористість ґрунту;
 I – об'ємний вміст льоду у верхньому 60-сантиметровому шарі ґрунту.

Затримання води в мікропониженнях рельєфу. Акумуляція води в безстічних заглибленнях рельєфу розраховується в припущенні експоненціального розподілу цих заглиблень на площі водозборів за формулою

$$D = D_0 \left[1 - \exp \left(- \frac{R}{D_0} \right) \right], \quad (5.30)$$

де R – сумарне надходження талих і дощових вод на поверхню водозборів;

D_0 – шар води, затриманої поверхнею басейну при повному заповненні всіх безстічних поглиблень.

Вертикальний вологоперенос в незамерзаючих ґрунтах. Зміни вмісту вологи талого ґрунту розраховуються за рівнянням дифузії ґрунтової вологи. Інтенсивність вбирання води в незамерзаючий ґрунт J розраховується як

$$J = -D \left. \frac{\partial \theta}{\partial z} \right|_{z=0} + K_{za} \quad \text{за } J_0 \leq (X_l - E); \quad (5.31)$$

$$J = X_l - E \quad \text{за } J_0 > (X_l - E), \quad (5.32)$$

де J_0 – ймовірна інтенсивність інфільтрації при максимальній вологості на поверхні ґрунту;

E – інтенсивність випаровування.

Інтенсивність випаровування води з поверхні ґрунту розраховується за формулою

$$E = k_E d_a(t) \theta(0, t), \quad (5.33)$$

де d_a – середньодобовий дефіцит вологості повітря, який визначається за метеорологічними даними;

k_E – емпіричний параметр.

Стікання води по схилах і в русловій мережі. Рух води, що утворилася на ділянках водозбірної площі при сніготаненні і випаданні дощу, по схилах і в русловій мережі, описується рівняннями кінематичної хвилі.

Відносні *похибки розрахунку* витрат води дощового стоку помітно більші, ніж для витрат води весняного водопілля, що, очевидно, пов'язано з неточностями опису розподілу опадів і інфільтраційних властивостей ґрунтів за площею водозборів, особливо в тих випадках, коли паводки формувалися або дощами малої інтенсивності, або інтенсивними зливами, але локалізованими на малій площі.

Стохастичні моделі метеорологічних впливів на водозбір і розрахунок ймовірнісних характеристик максимального стоку

Стохастичні моделі метеорологічних впливів на водозбір включають моделі часового ходу опадів для теплого і холодного періодів року, середньодобових температури повітря (для холодного) і дефіциту вологості повітря для (теплого) періодів року.

Для теплого періоду року, коли температура повітря була вищою за $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ і сніговий покрив відсутній, часовий *хід опадів* моделювався при використанні моделі дискретного марківського ланцюга першого порядку.

Дефіцит вологості повітря для днів з дощем брався рівним нулю. Дефіцит вологості повітря в дні без опадів моделювався як логарифмічно-нормально розподілена випадкова величина з деяким середнім і коефіцієнтом варіації.

Послідовність днів з опадами і без опадів для холодного періоду також представлялася моделлю дискретного марківського ланцюга з тими ж параметрами, що й для теплого періоду. Шар опадів в день їхнього випадання моделювався у вигляді гама-розподіленої випадкової величини з деяким середнім і коефіцієнтом варіації.

За допомогою описаних стохастичних моделей методом Монте-Карло авторами [21] були згенеровані 10 тисяч послідовностей, які імітують внутрішньорічний хід опадів, середньодобових температур і дефіцитів вологості повітря в басейні р. Сейм. Статистичні характеристики згенерованих рядів метеорологічних величин порівнювалися з відповідними даними рядів спостережень.

Виявилось, що побудовані стохастичні моделі добре відтворюють середньобогаторічні (кліматичні) характеристики: такі як середні кількість опадів і дефіцит вологості повітря, їх внутрішньосезонну мінливість, сере-

дне число днів з опадами і без опадів, середню частоту опадів різної тривалості, середнє число днів з опадами і температурами повітря, котрі перевищують деякі порогові значення.

Для можливості використання побудованих стохастичних моделей (ймовірнісних характеристик максимального стоку) в *екстремальних метеорологічних ситуаціях*, які можуть призводити до *катастрофічно високих паводків*, використовувалося два різних підходи щодо завдання можливих поєднань умов формування стоку на водозборі перед початком сніготанення і подальшим розрахунком гідрографів водопілля.

При першому підході можливі поєднання запасів води в сніговому покриві, вологості і глибині промерзання ґрунтів на початок водопілля розраховувалися за допомогою *фізико-математичної моделі*. При цьому використані безперервні послідовності опадів, температури і вологості повітря, згенеровані методом Монте-Карло, з використанням стохастичних моделей метеорологічних впливів з 1 травня попереднього року (в якості початкової умови при моделюванні вертикального вологопереносу вологість метрового шару ґрунту на цю дату бралася рівною величині найменшої польової вологоємності).

При другому підході можливі поєднання умов формування стоку на 1 березня (запаси води в сніговому покриві, вологість і глибини промерзання ґрунтів) генерувалися за методом Монте-Карло та за статистичними розподілом цих величин, розрахованих за наявними рядами метеорологічних спостережень за допомогою фізико-математичної моделі. Ці розподіли добре апроксимуються двопараметричним гама-розподілом, що дозволяє їх екстраполювати на досить великий інтервал. Водопілля і дощові паводки після повені розраховувалися за послідовностями опадів, температури і вологості повітря, згенерованими за допомогою стохастичних моделей на період з 1 березня по 1 жовтня.

За допомогою обох підходів було розраховано по 10 000 гідрографів стоку р. Сейм. Порівняння статистичних характеристик максимальних витрат води р. Сейм, визначених за 61-річним (1928-1940, 1943-1990 рр.) рядом спостережень і розрахованих за динаміко-стохастичною моделлю (із застосуванням обох підходів до передумов перед початком сніготанення), показали близькі результати для розрахунку максимальних витрат води р. Сейм малих ймовірностей перевищення (в обох випадках похибка розрахунку була близькою до 6 %). Оцінки квантилів, визначених за розрахованим рядом, не виходять за межі 95 -відсоткових довірчих інтервалів величин, визначених за наявним рядом спостережень.

Вплив дощових опадів на ймовірнісні характеристики максимального стоку виявляється істотним тільки в період сніготанення.

Разом з тим, стандартне відхилення максимальних витрат води і значення квантилів малої забезпеченості, розраховані за допомогою другого

підходу, виявилися більш відповідними величинам, визначеним за фактичним рядом. Це пояснюється тим, що перший підхід дозволяє добре відтворювати умови формування стоку, найбільш наближені до спостережених (екстремально високі повені відтворюються при цьому дещо рідше, ніж можуть спостерігатися в дійсності). Другий підхід дозволяє відтворювати більший діапазон можливих поєднань початкових умов формування стоку, ніж при генеруванні довгих метеорологічних рядів.

Проведені авторами [20, 21] дослідження підтверджують значні можливості поліпшення надійності вірогідних оцінок характеристик максимального стоку за допомогою *динаміко-стохастичних моделей*. У той же час, вони показують, що найбільш серйозні обмеження при застосуванні цього методу пов'язані з розробкою стохастичних моделей метеорологічних впливів на водозбір.

Завдання і запитання для самоперевірки

1. Які математичні моделі використовуються у зарубіжній практиці ВМО?
2. Особливості моделі для прогнозування гідрографа дощового стоку Сакраменто.
3. В чому особливості резервуарної моделі (танк-моделі)?
4. Як ведеться прогнозування дощового стоку на водозборі в Стенфордській моделі?
5. Які вихідні дані використовуються в моделі Д. Доуді, О'Донелла?
6. За яких умов клімату відбувається формування дощового стоку в математичній моделі Шеньсі?
7. Як в моделі Лічі, Доуді, Бергмана ведеться розрахунок гідрографу стоку?
8. Дайте опис моделі Д.Є.Неша.
9. Які моделі відносяться до гідродинамічних (фізико-математичних) моделей? У чому їх сутність?
10. Що є головними завданнями математичної моделі «МІКЕ 11»?
11. У чому полягає стохастичне моделювання гідрологічних рядів? Наведіть приклади стохастичних математичних моделей. У чому їх сутність?
12. Теоретичні основи динаміко-стохастичного моделювання (модель Л.С.Кучмента).
13. Для прогнозування якого типу стоку використовується динаміко-стохастична модель Л.С.Кучмента?
14. Які основні блоки включає фізико-математична модель формування стоку Л.С. Кучмента?

15. Які статистичні методи використовуються при визначенні ймовірних гідрометеорологічних характеристик?

16. Яка можливість використання стохастичних моделей в екстремальних метеорологічних ситуаціях, які можуть призводити до катастрофічно високих паводків?

ОСНОВНА ЛІТЕРАТУРА

1. Руководство по гидрологической практике. Сбор и обработка данных, анализ, прогнозирование и другие применения. – Всемирная Метеорологическая Организация (ВМО - №168). – Пятое изд. 1994.– 844 с. (электронный ресурс).
2. Бефани А.Н., Бефани Н.Ф., Гопченко Е.Д. Региональные модели формирования стока на территории СССР.- Обнинск, - 1981.- Вып.2.- 60 с.
3. Бефани А.Н. Вопросы региональной гидрологии. Паводочный сток. – Киев. - 1989. – 131с.
4. Бефани А.Н. Основы теории ливневого стока// Труды ОГМИ, 1958. – Ч.II. – Вып. XIV. – 305 с.
5. Бефани А.Н. Теоретическое обоснование методов исследования и расчёта паводочного стока рек Дальнего Востока // Труды ДВНИ-ГМИ. – Вып.22. – С.124-215.
6. Бефани А.Н. Вопросы теории и моделирования стока с подтопляемых низменностей // Метеорология, климатология и гидрология, 1983. – Вып. 24.3. – 14 с.
7. Аполлов Б.А., Калинин Г.П., Комаров В.Д. Курс гидрологических прогнозов: Учебник. - Л.: Гидрометеиздат, 1974. - 440 с.
8. Бефани Н.Ф., Калинин Г.П. Упражнения и методические разработки по гидрологическим прогнозам: Учебное пособие. - Л.: Гидрометеиздат, 1983. - 390 с.
9. Руководство по гидрологическим прогнозам. Краткосрочный прогноз расхода и уровня воды на реках. – Л.: Гидрометеиздат. – Вып. 2. – 1989. – 246 с.
- 10.Руководство по гидрологическим прогнозам. Долгосрочные прогнозы элементов водного режима рек и водохранилищ. – Л.: Гидрометеиздат. – Вып. 1. – 1989. – 357 с.
- 11.Лобода Н.С. Гідрологічні прогнози: конспект лекцій – Одеса, Видавництво «ТЭС», 2009. – 172 с.
- 12.Гопченко Е.Д., Шакирзанова Ж.Р. Территориальное долгосрочное прогнозирование максимальных расходов воды весеннего половодья: Учебное пособие. – К.: КНТ, 2005. - 240 с.
- 13.Гопченко Є.Д., Овчарук В.А., Шакирзанова Ж.Р. Розрахунки та довгострокові прогнози характеристик максимального стоку весняного водопілля в басейні р.Прип'ять: монографія.– Одеса: Екологія, 2011. – 336 с.

14. Шакірзанова Ж.Р. Довгострокове прогнозування характеристик максимального стоку весняного водопілля рівнинних річок та естуаріїв території України: Монографія. - Одеса: ФОБ Бондаренко М.О. - 2015. – 252 с.

ДОДАТКОВА ЛІТЕРАТУРА

15. Георгиевский Ю.М., Шаночкин С.В. Гидрологические прогнозы. Учебник. – СПб., изд. РГГМУ, 2007. – 436 с.
16. World Meteorological Organization, 1990: Hydrological Models for Water-Resources System Design and Operation. Operational Hydrology Report № 34, WMO–No. 740, Geneva.
17. Serban, P., 1986: Operational Hydrological Models Used in Region VI (Europe). Technical report for IX-RA VI, WMO, Geneva.
18. Лук'янець О.І. Математичне моделювання в гідрометеорології як фактор наукового пізнання. – К.: Ніка-Центр, 2005. – 40 с.
19. MIKE 11 - a Modelling System for Rivers and Channels / Short Introduction Tutorial / Version 2007, *DHI Water & Environment*, 15 p.
20. Кучмент Л.С. Речной сток (генезис, моделирование, предвычисление). – М.: 2008. – 394 с.
21. Кучмент Л.С., Гельфан А.Н., Демидов В.Н. Расчет вероятностных характеристик максимального стока по метеорологическим данным с использованием динамико-стохастических моделей // *Метеорология и гидрология*. – 2002. – №5. - С.83-94.
22. Корень В.И. Математические модели в прогнозах речного стока. – Л.: Гидрометеиздат, 1991. – 200 с.
23. Жидиков А. П., Левин А. Г., Нечаева Н. С., Попов Е. Г. Модели формирования весеннего стока и проблемы их применения для прогноза гидрографа половодья // *Труды Гидрометцентра*. – 1972. – Вып. 81.- С. 33-45.
24. Корень В.И. Моделирование процессов формирования стока рек лесной зоны Европейской территории СССР. - *Метеорология и гидрология*. – 1980. – № 10. – С. 78-85.
25. Бельчиков В.А., Корень В.И. Опыт использования модели формирования талого и дождевого стока рек лесной зоны Европейской территории СССР// *Труды Гидрометцентра СССР*. – 1983. – Вып. 246. – С.3-20.
26. Виноградов Ю.Б. Модель «Объём половодья – ГГИ 82» // *Труды ГГИ*. – 1985. – Вып. 304. – С.3- 41.

27. Кочелаба Е.И., Окорский В.П., Соседко М.Н. Математическое моделирование процессов формирования половодного стока на территории Полесья с учетом оттепельных явлений // Труды УкрНИГМИ. – 1990. – Вып. 235. – С.3 – 18.
28. Водоласков В.П. Реализация и особенности применения модели формирования талого и дождевого стока для водосборов лесостепной зоны Европейской территории СССР // Труды УкрНИГМИ. – 1991. – Вып. 240. – С.32-39.
29. Попов Е.Г. Вопросы теории и практики прогнозов речного стока. – Л.: Гидрометеиздат, 1963. – 395 с.
30. Боровикова Л. Н., Денисов Ю. М., Трофимова Е. Б., Шенкис И. Д. Математическое моделирование процесса стока горных рек // Труды СредАзНИГМИ. – 1972. - Вып. 61(76).
31. Сусідко М.М., Лук'янець О.І. Карпати – паводкобезпечний регіон України. Комплексна басейнова система прогнозування паводків у Закарпатті: методична та технологічна база її складових. – Київ, 2010.– 93 с.
32. Степаненко С.М., Польовий А.М., Школьний Є.П. та ін. Оцінка впливу кліматичних змін на галузі економіки України : [монографія] / колектив авт.: С.М.Степаненко, А.М.Польовий, Є.П.Школьний [та ін.]; за ред. С.М.Степаненка, А.М.Польового. – Одеса : Екологія, 2011. – 696 с.
33. Amorocho, J. and Brandstetter, A., 1971: Determination of non-linear functional response functions in rainfall-runoff process. *Water Resources Research*, Vol. 7, pp. 1087–1101.
34. Diskin, M. H. and Simpson, E. S., 1978: A quasi-linear, spatially distributed cell model for the surface runoff system. *Water Resources Bulletin*, Vol. 14, No. 4, pp. 903–918.
35. World Meteorological Organization, 1987: *Intercomparison of Conceptual Models Used in Operational Hydrological Forecasting*. Operational Hydrology Report No. 7, WMO–No.429, Geneva.
36. Школьний Є.П., Лоева І.Д., Гончарова Л.Д. Обробка та аналіз гідрометеорологічної інформації: підручник. – К.: Міносвіти України, 1999. – 600 с.
37. Гопченко Е.Д., Овчарук В.А. Формирование максимального стока весеннего половодья в условиях юга Украины: [монографія]. – Одесса: ТЭС, 2002. – 110 с.
38. Пособие по определению расчётных гидрологических характеристик. СНиП 2.01.14-83. – Л.: Гидрометеиздат, 1984. – 448 с.
39. Настанова з оперативної гідрології. Прогнози режиму вод суші. Гідрологічне забезпечення і обслуговування / Керівний документ. – Київ: Український гідрометеорологічний центр. – 2012. – 120 с.

40. Burnash, R. J. C., Ferral, R. L. and McGuire, R. A., 1973: *A Generalized Streamflow Simulation System: Conceptual Modelling for Digital Computers*. National Weather Service and State of California Department of Water Resources, March.
41. Sugawara, M., Ozaki, E., Watanabe, I. and Katsuyama, S., 1974: *Tank Model and its Application to Bird Creek, Wollombi Brook, Bikin River, Kitsu River, Sanaga River and Nam Mune*. Research Note of the National Research Center for Disaster Prevention, Science and Technology Agency, Tokyo, Japan, June.
42. Vieux B.E. Distributed Hydrologic Modeling Using GIS / B.E. Vieux // Series: Water Science and Technology Library. – 2004. – Vol. 48. – 289p.
43. Технологія обробки просторових даних засобами ГІС для використання в розподілених гідрологічних моделях // Математичні машини і системи, 2012. - № 1. – С.36-44.
44. Danish Hydraulic Institute, 1985: *Introduction to the SHE-European Hydrologic System*, Horsholm.
45. An introduction to the European Hydrological System-Systeme Hydrologique Europeen / M.B. Abbott, J.C., Bathurst, J.A. Cunge [et al.] // "SHE". 1 History and philosophy of a physically based distributed modelling system. *Journal of Hydrology*. – 1986. – N 87. – P. 45 – 59.
46. Wigmosta M.S. A distributed hydrology-vegetation model for complex terrain / M.S. Wigmosta, L.Vail, D.P. Lettenmaier // *Water Resources Research*. – 1994. – Vol. 30. – P. 1665 – 1679.
47. Rutter, A. J., Morton, A. J. and Robison, P. C., 1975: A predictive model of rainfall interception in forests. Part II: Generalization of the model and comparison with observations in some coniferous and hardwood stands. *Journal of Applied Ecology*, Vol. 12, pp. 364-380.
48. Monteith, J. L. 1965: Evaporation and environment. In: *The State and Movement of Water in Living Organisms. Symposium of the Society for Experimental Biology*, Vol. 19, pp. 205–234.
49. Morris, E. M. and Godfrey, J. G., 1979: The European Hydrological System snow routine. In: Colbeck, S. C. and Ray, M. (eds.), *Proceedings on Modelling of Snow Cover Runoff*, U.S. Army Cold Regions Research and Engineering Laboratory, Hanover, New Hampshire.
50. Иванов В.А., Прусов А.В. Гидравлическая модель водной системы Украины // Доп. НАН України. – 2004. – № 9. – С. 119 – 125.
51. Бойко О.В., Железняк М.Й. Оцінка ефективності протипаводкових заходів на малих річкових водозборах Закарпаття на основі розрахунків розподіленої моделі «опаді-стік» // Математичні машини і системи. – 2011. – № 4. – С. 149 – 160.

52. Young, G. K. and Pisano, W. C., 1968: Operational hydrology using residuals. *Journal of the Hydraulics Division*, American Society of Civil Engineers, Vol. HY4, Paper 6034.
53. Matalas, N. C., 1967: Mathematical assessment of synthetic hydrology. *Water Resources Research*, Vol. 3, No. 4, pp. 937–945.
54. Pattison, A., 1964: *Synthesis of Rainfall Data*. Stanford University, Department of Civil Engineering, Technical Report No. 40.
55. Franz, D. D., 1969: *Hourly Rainfall Synthesis for a Network of Stations*. Stanford University, Department of Civil Engineering, Technical Report No. 126.
56. Fiering, M. B. and Jackson, B. B., 1971: Synthetic streamflows. *Water Resources Monograph Series*, Vol. 1, American Geophysical Union.
57. Beard, L., 1965: Use of interrelated records to simulate streamflow. *Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, Vol. 91, No. HY-S.
58. Thomas, H. A. and Fiering, M. B., 1962: Mathematical synthesis of streamflow sequences for the analysis of river basins by simulation. In: Maass, *et al.*, *Design of Water Resources Systems*. Chapter 12, Harvard University Press, Cambridge, Massachusetts.
59. Roesner, G. and Yevjevich, V., 1966: *Mathematical Models for Time Series of Monthly Precipitation and Monthly Runoff*. Hydrology Paper, No. 15, Colorado State University, Fort Collins, Colorado.
60. Linsley, R. K., Kohler, M. A. and Paulhus, J. L. H., 1975: *Hydrology for Engineers*. Second edition, McGraw-Hill, New York, pp. 378–384.
61. Burges, S. J., 1970: *Use of Stochastic Hydrology to Determine Storage Requirements for Reservoirs: A Critical Analysis*. Stanford University Programme on Engineering, Economic Planning Report EEP-34, September.
62. Anderson, R. L., 1962: Distribution of the serial correlation coefficient. *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 13, pp. 1–13.
63. Box, G. E. P. and Jenkins, G. M., 1970: *Time Series Analysis, Forecasting and Control*. Holden-Day, San Francisco.
64. Clarke, R. T., 1973: *Mathematical Models in Hydrology*. Irrigation and Drainage Paper No. 19, Food and Agriculture Organization, Rome.
65. Tao, P. C. and Delleur, J. W., 1976: Seasonal and non-seasonal ARIMA models in hydrology. *Journal of the Hydraulics Division*, American Society of Civil Engineers, Vol. HY10.
66. Hipel, K. W., McLeod, A. I. and Lennox, W. C., 1977: Advances in Box-Jenkins modelling. Part I: Model construction. *Water Resources Research*, Vol. 13, pp. 567–575.
67. Hurst, H. E., 1951: Long-term storage capacity of reservoirs. *Transactions*, American Society of Civil Engineers, Vol. 116, pp. 770.

68. Hurst, H. E., 1956: Methods of using long-term storage in reservoirs. *Proceedings of the American Society of Civil Engineers*, Vol. 5, No. 5, pp. 519–590.
69. Hurst, H. E., Black, R. P. and Simaika, V. M., 1965: *Long-term Storage*. Constable, London.
70. Mandelbrot, B. B. and Wallis, J. R., 1968: Noah, Joseph, and operational hydrology. *Water Resources Research*, Vol. 4, No. 5, pp. 909–918.
71. Mandelbrot, B. B. and Wallis, J. R., 1969: Computer experiments with fractional gaussian noises. *Water Resources Research*, Vol. 5, No. 1, pp. 228–267.
72. Mandelbrot, B. B. and Wallis, J. R., 1969: Some long-run properties of geophysical records. *Water Resources Research*, Vol. 5, No. 2, pp. 321–340.
73. Mandelbrot, B. B., 1971: A fast fractional gaussian noise generator. *Water Resources Research*, Vol. 7, No. 3, pp. 543–553.
74. Rodriguez-Iturbe, I., Mejia, J. M. and Dawdy, D. R., 1972: Streamflow simulation, (1) A new look at Markovian models, fractional gaussian noise, and crossing theory. *Water Resources Research*, Vol. 8, No. 4, pp. 921–930.
75. Mejia, J. M., Rodriguez-Iturbe, I. and Dawdy, D. R., 1972: Streamflow simulation, (2) The broken line process as a potential model for hydrologic simulation. *Water Resources Research*, Vol. 8, No. 4, pp. 931–941.
76. Klemes, V., 1974: The hurst phenomenon: a puzzle? *Water Resources Research*, Vol. 10, No. 4, pp. 675–688.
77. Lettenmaier, D. P. and Burges, S. J., 1978: Climate change: detection and its impact on hydrologic design. *Water Resources Research*, Vol. 14, No. 4, pp. 679–687.
78. O’Connell, P. E., 1971: A simple stochastic modelling of Hurst’s law. *Proceedings of the International Symposium on Mathematical Models in Hydrology*, 26–31 July 1941, Warsaw, IAHS Publication No. 100, pp. 169–187.

ДОДАТОК А

Блок-схема для прогнозу максимальних витрат (рівнів) води строків проходження весняного водопілля в автоматизованому програмному комплексі «ПРИП'ЯТЬ»

Таблиця А.1 – Зміст блоків

Назва блоків	Зміст блоків
А	Визначення індексу зволоження басейну
Б	Розрахунок середніх на водозборі снігозапасів на дату прогнозу, у тому числі з урахуванням залісеності водозбору при $kl = 1.12$ (kl - коефіцієнт збільшення снігу у лісі ніж у полі)
В	Визначення середньої на водозборі глибини промерзання ґрунтів
Г	Визначення середньої місячної температури повітря на метеостанціях та на водозборі
Д	Ситуації складання прогнозів максимальних витрат (рівнів) води
Д1	Прогноз першої хвилі водопілля (ситуація І)
Д1.1	Визначення номера місяця і декади (MD), для якої очікується відлига
Д1.2	Визначення модульного коефіцієнту середньої на водозборі глибини промерзання ґрунтів
Д1.3	Вибір варіанту розрахунку : а) при частковому таненні снігу за відлигу; б) при повному таненні снігу за відлигу
Д1.4	Визначення кількості опадів за відлигу
Д1.4а	Визначення кількості опадів за відлигу при частковому таненні снігу
Д1.4б	Визначення кількості опадів за відлигу при повному таненні снігу
Д1.5	Визначення кількості талої води (снігу), що формує зимовий паводок
Д1.5а	Визначення кількості талої води (снігу), що формує зимовий паводок при частковому таненні снігу
Д1.5б	Визначення кількості талої води (снігу), що формує зимовий паводок при повному таненні снігу
Д1.6	Розрахунок сумарної кількості тало-дощової води, що формує зимовий паводок
Д1.7	Розрахунок дискримінантних рівнянь
Д1.8	Розрахунок максимальних модульних коефіцієнтів зимового паводку
Д1.9	Розрахунок максимальних витрат води зимового паводку
Д1.10	Визначення максимальних рівнів води зимового паводку

Продовження таблиці А.1

Назва блоків	Зміст блоків
Д1.11	Визначення допустимої похибки прогнозу максимальних витрат (рівнів) води в залежності від значення прогнозової величини
Д1.12	Визначення інтервалу очікуваних величин (верхньої та нижньої межі)
Д1.13	Оцінка якості прогнозу максимальних витрат (рівнів) води зимового паводку
Д2	Прогноз максимальних витрат (рівнів) води весняного водопілля (ситуація II)
Д2.1	Розрахунок кількості опадів періоду сніготанення
Д2.2	Визначення дати прогнозу відносно дати максимальних снігозапасів в (DSm): варіанти Д2.2.І, Д2.2.ІІ, Д2.2.ІІІ
Д2.3	Визначення кількості снігу, що формує максимальну витрату (рівень) води весняного водопілля:
Д2.3.І	- коли DP раніше DSm ;
Д2.3.ІІ	- коли DP співпадає з DSm ;
Д2.3.ІІІ	- коли DP пізніше DSm
Д2.4	Розрахунок сумарної кількості тало-дошової води, що формує максимальну витрату (рівень) води весняного водопілля (XB) і модульного коефіцієнту kXB
Д2.5	Розрахунок модульного коефіцієнту середньої на водозборі глибини промерзання ґрунтів перед водопіллям
Д2.6	Розрахунок дискримінантних рівнянь весняного водопілля
Д2.7	Розрахунок максимальних модульних коефіцієнтів весняного водопілля kqm , побудова карто-схеми kqm
Д2.8	Розрахунок максимальних витрат води весняного водопілля
Д2.9	Визначення забезпеченості максимальної витрати води весняного водопілля $P\%$; карто-схема $P\%$
Д2.10	Визначення максимального рівня води весняного водопілля та модульного коефіцієнту (чи відхилення) його відносно багаторічних значень
Д2.11	Визначення допустимої похибки прогнозу максимальних витрат (рівнів) води весняного водопілля в залежності від прогнозової величини
Д2.12	Визначення інтервалу очікуваних величин (верхньої та нижньої межі)
Д2.13	Оцінка якості прогнозу максимальних витрат (рівнів) води весняного водопілля

Продовження таблиці А.1

Назва блоків	Зміст блоків
Д2.Ж Д2.Ж.І Д2.Ж.ІІ Д2.Ж.ІІІ	Консультація термінів водопілля (в дату прогнозу максимальних снігозапасів – DSm): - початку весняного водопілля; - максимальних витрат (рівнів) води весняного водопілля; - визначення завчасності прогнозу максимальних витрат (рівнів) води весняного водопілля
Д2.К	Консультація строків проходження максимальної витрати води весняного водопілля (в дату прогнозу після DSm і дату початку водопілля – DB)
Д2.Л	Оцінка прогнозу строків початку і максимальної витрати води весняного водопілля

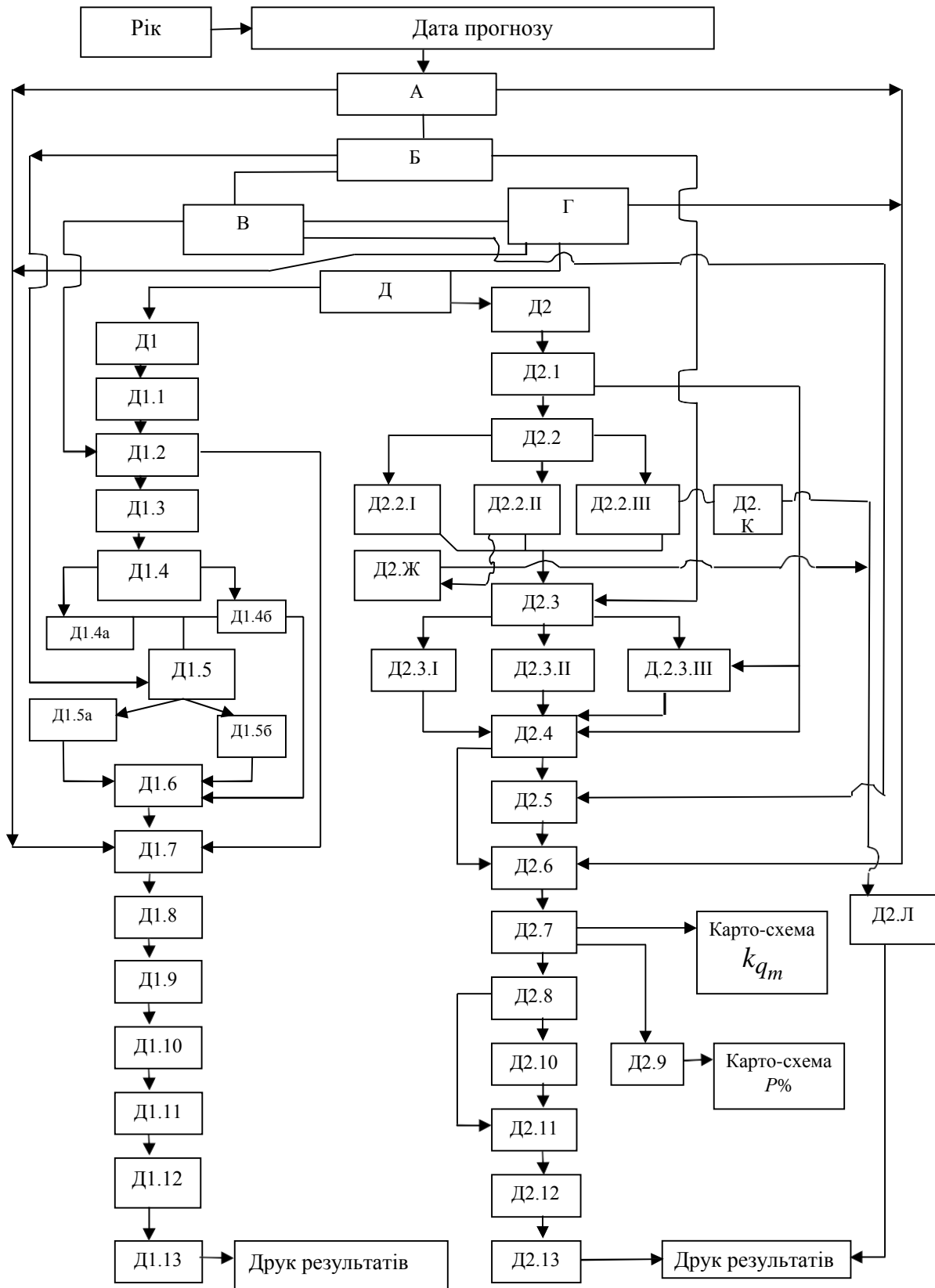


Рис.А.2 - Скорочена блок-схема для прогнозу максимальних витрат (рівнів) води та строків проходження весняного водопілля в автоматизованому програмному комплексі «ПРИГ ЯТЬ»

Навчальне електронне видання

*ГОПЧЕНКО ЄВГЕН ДМИТРОВИЧ,
ШАКІРЗАНОВА ЖАННА РАШИДІВНА,
ОВЧАРУК ВАЛЕРІЯ АНАТОЛІЇВНА*

СУЧАСНІ МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ В ГІДРОЛОГІЧНИХ РОЗРАХУНКАХ ТА ПРОГНОЗАХ

Конспект лекцій

Видавець і виготовлювач
Одеський державний екологічний університет
вул.Львівська, 15, м. Одеса, 65016
тел./факс; (0482) 32-67-35
E-mail: info@odeku.edu.ua
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи
ДК № 5242 від 08.11.201