

УДК: 551.510

АДАПТИРОВАННОЕ К СЕВЕРО-ЗАПАДНОМУ ПРИЧЕРНОМОРЬЮ МЕЗОМАСШТАБНОЕ ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ. ЧАСТЬ 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Е. В. Иванова

*Одесский государственный экологический университет,
ул. Львовская, 15, 65016, Одесса, Украина, EVIvanovaRP@ukr.net*

В статье представлена полная математическая постановка задачи пограничного слоя атмосферы и взаимодействующих с ним поверхностных слоев почвы и деятельного слоя моря, адаптированных к северо-западному Причерноморью через включение формы береговой линии, углов наклона рельефа и климатических характеристик влажности почвы. Численная модель является трехмерной, нестационарной, гидростатической с одно- или двухпараметрическим замыканием. Приводится детальное описание использованных параметризаций количества облачности в нижнем ярусе, составляющих водного, теплового и радиационного балансов, а также различные параметризации турбулентных процессов, применяемых в модели. Возможности последней предполагают описание нейтрального и устойчивого пограничных слоев. При наличии конвективных условий включается параметризация сухой конвекции и влажно-конвективное приспособление. Представленная модель является первым приближением в численном моделировании пограничного слоя над рассматриваемой территорией и рассчитана на изучение термодинамической структуры пограничного слоя рассматриваемой территории, а также выявления бризовых эффектов над рельефной местностью.

Ключевые слова: трехмерная модель; пограничный слой; параметризация; турбулентность; метеорологические величины; облачность; тепловой и водный балансы.

1. ВВЕДЕНИЕ

Ввиду стремительно развивающихся компьютерных технологий такими же темпами растет интерес к проблемам численного моделирования физических систем, поскольку детальная численная реализация последних дает возможность более точно воспроизвести процессы, происходящие в различных компонентах природной среды. В настоящей и последующих работах осуществлена адаптация региональной трехмерной нестационарной гидростатической модели пограничного слоя атмосферы (ПСА) к физико-географическим условиям северо-западного причерноморского региона через включение формы береговой линии, наклонов рельефа и учета климатических характеристик влажности почвы при решении уравнения водного баланса. Адаптация к рассматриваемому региону будет детально освещена во второй части цикла статей по текущей теме этой публикации. Используемая модель является моделью взаимодействия атмосферного пограничного слоя и верхнего слоя почвы, если рассматриваемая точка на расчетной области находится над сушей, и атмо-

сферного пограничного слоя и верхнего деятельного слоя моря, если точка расчета находится над морем. Атмосферная часть была разработана в свое время в Западно-Сибирском научно-исследовательском институте гидрометеорологии (Новосибирск, Россия) [1], но потом усовершенствована и адаптирована к северному побережью Колумбии [2]. Автором была введена вертикальная регулярная сетка с большим пространственным разрешением ($\Delta z = 50$ м), отсутствующие параметризации радиационных потоков на основании интегрирования по слоям, что позволило учитывать их на каждом расчетном уровне, фазовых переходов воды в атмосфере, противогradientный перенос, а также параметризации турбулентности. Атмосферная модель основана на решении системы уравнений мезомасштабного пограничного слоя атмосферы. В ней учитываются трехмерный упорядоченный и турбулентный переносы, процессы динамического, теплового и влажностного взаимодействия с поверхностью Земли. Уравнения модели пограничного слоя решены методом расщепления по физическим процессам и пространствен-

ным переменным [3, 4]. Численная модель почвы базировалась на использовании стандартного уравнения теплопроводности с учетом среднестатистических характеристик влажности почвы. Морской деятельный слой описывался соответствующей системой дифференциальных уравнений гидротермодинамики, решенной в рамках К-теории турбулентности, применяя второй порядок замыкания.

2. ОБОСНОВАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ НЕОБХОДИМОСТИ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ АТМОСФЕРЫ НАД ОПРЕДЕЛЕННОЙ ТЕРРИТОРИЕЙ

В настоящее время существует три основных подхода к численному моделированию турбулентности [5]:

- прямое численное моделирование (DNS - direct numerical simulation), которое является наиболее точным методом в описании турбулентных процессов, но требующий высокого пространственно-временного разрешения и, как следствие, больших вычислительных затрат, что обуславливает его практическую непригодность [6-8];

- моделирование методом крупных вихрей (LES – large eddy simulation), основной смысл которого состоит в том, что турбулентное течение раскладывается на две составляющие: вихри, масштаб которых приходится на крупный и половину инерционного диапазона, описываемые явными алгебраическими выражениями, и вихри второй части инерционного диапазона и все мелкомасштабные вихри, для учета которых используются различные замыкающие параметризации. Турбулентные вихри крупного масштаба дают основной вклад в энергию основного потока и играют определяющее значение во взаимодействии турбулентности со средним движением. Основной проблемой такого подхода до сих пор, во-первых, остается поиск универсального подхода к замыканию исходной системы уравнений, неизвестными членами которой являются члены, описывающие нелинейное взаимодействие крупных вихрей с мелкомасштабной турбулентностью, лежащей за пределами пространственного шага сеточной области [9-12]. Во-вторых, метод решения задачи описания крупных вихрей в пристеночной области не работает, поскольку масштабы турбулентных завихрений меняются в прямой зависимости от расстояния до границы возмущений;

- решение систем уравнений, осредненных по

Рейнольдсу (RANS – Reynolds averaged Navier-Stokes), которое позволяет получить осредненные по ансамблю состояний значения вектора скорости ветра и таких скалярных величин, как температуры и влажности воздуха. Модели, построенные на решении такой системы уравнений, могут быть не только трехмерными, но и двухмерными, и даже одномерными. Влияние всех флуктуаций учитывается через турбулентные замыкания, которые могут быть одно-, двух- [13] или трехпараметрическими [14]. Основным достоинством таких моделей является то, что они более экономичные, чем LES- или DNS-модели, и являются наиболее применяемыми при практических расчетах турбулентных течений [15], имеют огромный опыт работы с ними и позволяют рассматривать стационарные процессы для выявления чистых механизмов развития различных физических состояний.

Основной целью статьи, которую преследует автор, является детальное описание дифференциальной постановки задачи применяемой модели. Последняя построена, во-первых, как полигон для оценок качества применяемых параметризаций для конкретной территории. Помимо этого, моделирование с помощью более современных методов до сих пор не имеет универсального решения и требует своих соображений для адекватного описания турбулентных течений разной природы, хотя они при определенных условиях дают достаточно точный результат. Во-вторых, предложенная постановка задачи может выступать как основа для построения модели более высокого порядка (трехпараметрической) через выписывание дополнительного уравнения для дисперсии турбулентных пульсаций температуры, и, в-третьих, для изучения режима турбулентности и термодинамической структуры пограничного слоя над рассматриваемым регионом в разные периоды года и при разных синоптических обстановках. Также возможности предложенной модели распространяются на воспроизведение мезомасштабных циркуляций, таких как бризовые эффекты, как это было сделано подобной моделью, что касается атмосферной части, в [16]. И, наконец, в-четвертых, совокупность наборов параметризаций и блоков численного описания различных сред формирует некоторую уникальность предложенной модели. Причем такая совокупность вариабельна и динамична.

3. ОПИСАНИЕ ОБЪЕКТА И МЕТОДОВ ИССЛЕДОВАНИЯ

3.1 Математическая постановка задачи атмосферного пограничного слоя

Структура пограничного слоя атмосферы формируется под действием двух факторов: термической и динамической неоднородности подстилающей поверхности и крупномасштабных процессов свободной атмосферы. С другой стороны, через граничный слой осуществляется обмен теплом, влагой и количеством движения между подстилающей поверхностью и свободной атмосферой посредством турбулентного и упорядоченного переноса. Причем возникающие вертикальные движения формируются за счет неравномерности в распределении поверхностных напряжений трения и температуры.

В данной постановке делается ряд упрощений. Использовано квазистатическое приближение. Не учитывается обратное влияние пограничного слоя на процессы свободной атмосферы.

В качестве системы координат используется левосторонняя криволинейная система координат, в которой принимается, что оси x и y совпадают с поверхностью Земли и направлены на восток и на север ($x \approx x_\partial$; $y \approx y_\partial$); соответственно, а ось $z = z_\partial - \alpha(x_\partial, y_\partial)$ - вертикально вверх [17]. Здесь индекс « ∂ » означает принадлежность к декартовой системе координат, а $\alpha(x_\partial, y_\partial)$ - функция высот рельефа.

Область решения задачи разбивается на два подслоя: постоянных потоков, толщиной h порядка нескольких десятков метров, и вышележащий, ограниченный высотой H порядка 2-3 км (далее «слой $z > h$ »).

Исходная система уравнений, которая замыкалась с помощью К-теории турбулентности, и описывает физические процессы в слое $z > h$ [1, 17], имеет вид:

$$\frac{du}{dt} = -\frac{\partial \pi'}{\partial x} + fv + \alpha_x \lambda \vartheta + \mu \Delta_s u + \frac{\partial}{\partial z} K_u \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \gamma_u \right), \quad (1)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{\partial \pi'}{\partial y} - fu + \alpha_y \lambda \vartheta + \mu \Delta_s v + \frac{\partial}{\partial z} K_v \left(\frac{\partial v}{\partial z} - \gamma_v \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial \pi'}{\partial z} = \lambda \vartheta, \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{d\vartheta}{dt} = -S(w + \alpha_x u + \alpha_y v) + \mu \Delta_s \vartheta + \frac{\partial}{\partial z} K_\theta \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial z} + S - \gamma_\theta \right) + Q_R + Q_\theta, \quad (5)$$

$$\frac{dq}{dt} = \mu \Delta_s q + \frac{\partial}{\partial z} K_q \left(\frac{\partial q}{\partial z} - \gamma_q \right) - Q_q, \quad (6)$$

где x, y, z - оси в левосторонней криволинейной системе координат; u, v, w - составляющие модуля скорости ветра в левосторонней криволинейной системе координат; $w = w_\partial - \alpha_x u - \alpha_y v$; w_∂ - вертикальная составляющая модуля скорости ветра в декартовой системе координат; α_x, α_y - наклоны рельефа вдоль осей x и y ; t - время; $\pi' = RT_R p' / p_R$ - аналог отклонения давления от давления в стандартной атмосфере p_R ; R - универсальная газовая постоянная; T_R - температура в стандартной атмосфере; p' - отклонение атмосферного давления от давления в стандартной атмосфере; f - параметр Кориолиса; $\lambda = g / \bar{\theta}$ - параметр плавучести; g - ускорение свободного падения; $\bar{\theta}$ - средняя по слою потенциальная температура; ϑ - отклонение потенциальной температуры от температуры в стандартной атмосфере; μ - горизонтальный коэффициент турбулентности; q - массовая доля водяного пара; $\Delta_s = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$; $d\omega / dt = \partial \omega / \partial t + \partial u \omega / \partial x + \partial v \omega / \partial y + \partial w \omega / \partial z$; $\omega = (u, v, \vartheta, q)$; K_u, K_θ, K_q - вертикальные коэффициенты турбулентности для скорости ветра, температуры и влажности соответственно; S - вертикальный градиент потенциальной температуры в свободной атмосфере; $\gamma_u, \gamma_v, \gamma_\theta, \gamma_q$ - противогradienty для составляющих скорости ветра, потенциальной температуры и массовой доли водяного пара; Q_R, Q_θ, Q_q - притоки тепла и влаги благодаря радиационным потокам и фазовым превращениям воды в атмосфере.

3.1.1 Параметризация турбулентности

Описание вертикального турбулентного обмена проводится с использованием обобщенной гипотезы Буссинеска [18] в рамках К-теории турбулентности, предполагающей, что пульсации второго порядка пропорциональны градиенту величины осредненного течения через некоторый коэффициент пропорциональности, который назвали коэффициентом турбулентности.

В используемой модели предполагается выбор методов замыкания системы дифференциальных уравнений, направленных на определение вертикального распределения коэффициента турбулентности, список которых приведен ниже:

– замыкание нулевого порядка, предполагающее использование профиля коэффициента турбулентности, построенного по методике О'Браена [19] и описываемого следующим законом:

$$K_{\omega} = K_{\omega H} + \left(\frac{z-H}{H-h}\right)^2 (K_{\omega h} - K_{\omega H}) + \left(\frac{z-H}{H-h}\right)^2 (z-h) \left(\frac{\partial K_{\omega}}{\partial z} + \frac{2(K_{\omega h} - K_{\omega H})}{H-h}\right); \quad (7)$$

– замыкание 1,5 порядка, основанное на применении дифференциального уравнения для кинетической энергии турбулентности и соотношений Колмогорова для коэффициента турбулентности:

$$\frac{\partial b}{\partial t} = -K_u \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 \right] + \lambda \alpha_T K_u \frac{\partial \theta_v}{\partial z} - \varepsilon - \frac{\partial}{\partial z} \alpha_b K_b \frac{\partial b}{\partial z}, \quad (8)$$

$$K_u = K_b = l_u b^{1/2}, \quad (9)$$

$$\varepsilon = \frac{C_{\varepsilon} b^{3/2}}{l_u}, \quad (10)$$

$$l_u = \frac{\alpha z}{1 + \alpha z / l_{\infty}}, \quad (11)$$

где b – кинетическая энергия турбулентности; $\alpha_T = K_{\theta} / K_u$ – коэффициент, который определяется с помощью теории приземного слоя Монино-Обухова; $\theta_v = \theta + 0,61 gq / \lambda$ – виртуальная потенциальная температура; K_b – коэффициент турбулентности для кинетической энергии турбулентности; ε – диссипация энергии турбу-

лентности в тепловую; l_u – путь турбулентного перемешивания для скорости ветра; α – постоянная Кармана; $C_{\varepsilon} = 0,07$; $\alpha_b = 0,73$; $l_{\infty} = \alpha_l \int_0^H b \cdot z \cdot dz / \int_0^H b \cdot dz$ – асимптотическое значение l_u на большом расстоянии от Земли; $\alpha_l = 0,025$;

– замыкание второго порядка, основанное на применении дифференциальных уравнений для кинетической энергии турбулентности, диссипации ее в тепло и соотношений Колмогорова для коэффициента турбулентности:

$$\frac{1}{2b} \frac{\partial b^2}{\partial t} = K_u \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 \right] - K_{\theta} \alpha_{\theta} \lambda \left[\frac{\partial \theta_v}{\partial z} - \gamma_{\theta_v} \right] + \alpha_b \frac{\partial K_u}{\partial z} \frac{\partial b^2}{2b \partial z} - \varepsilon, \quad (12)$$

$$\frac{1}{2\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon^2}{\partial t} = \alpha_1 \frac{\varepsilon}{b} K_u \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2 \right] - \alpha_4 \frac{\varepsilon^2}{\varepsilon b} \lambda K_{\theta} \left[\frac{\partial \theta_v}{\partial z} - \gamma_{\theta_v} \right] - \alpha_3 \frac{\varepsilon^2}{b} + \alpha_2 \frac{\partial K_u}{\partial z} \frac{\partial \varepsilon^2}{2\varepsilon \partial z}, \quad (13)$$

где $\alpha_1 = 1,38$; $\alpha_2 = 1,00$; $\alpha_3 = 1,40$; $\alpha_4 = 1,40$.

Следует отметить, что для повышения устойчивости численной схемы вместо дифференцируемой величины берется ее квадрат, согласно чему все члены, содержащие производные первого порядка по времени или пространству заменяются следующими соотношениями

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \eta} = \frac{1}{2\varphi} \frac{\partial \varphi^2}{\partial \eta},$$

где $\varphi = \{b, \varepsilon\}$, $\eta = \{t, z\}$.

Тогда коэффициент турбулентности будет рассчитываться по формуле

$$K_u = \alpha_{\varepsilon} \frac{b^2}{\varepsilon}, \quad (14)$$

где $\alpha_{\varepsilon} = 0,08$.

Применение двух последних методов замыканий системы уравнений гидротермодинамики приводит к приемлемым результатам расчетов

при наличии неустойчивого и нейтрального пограничных слоев, но при наличии сильной устойчивости может привести к значительным ошибкам. Согласно работе Зилитинкевича [20], одним из замыкающих параметров системы уравнений (1-6) выступает кинетическая энергия вертикальных флуктуаций скорости вместо традиционной кинетической энергии продольных и поперечных флуктуаций скорости:

$$b_z = l_z^2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right] \frac{2C_k C_r \psi_3 \psi_\tau}{3(1+C_r)} \times \left[1 - \left(\frac{3}{C_r \psi_3} + 1 \right) Ri_f \right], \quad (15)$$

где $l_z = z \left(1 - Ri_f / Ri_f^\infty \right)^{4/3}$ – вертикальный турбулентный масштаб длины; $Ri_f = 1,25 Ri (1 + 36 Ri)^{1,7} / (1 + 19 Ri)^{2,7}$ – турбулентное число Ричардсона; $Ri = \lambda \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_{(h-h_2)_M} / \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)_{(h-z_0)_M}^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)_{(h-z_0)_M}^2 \right]$; $Ri_f^\infty = 0,2$; $C_k = 1,08$ и $C_F = 0,285$ – безразмерные константы; $C_r = 3$ – безразмерный эмпирический коэффициент, введенный для учета различия между временными масштабами вязкой диссипации и ослабления турбулентности силами плавучести; $C_\theta = 0,3$ – эмпирическая безразмерная константа, которая стремится к 2/3 при тепловой изотропии и стремится к нулю при полной тепловой анизотропии; $\psi_3 = 1 + C_3 Ri_f$ – безразмерный эмпирический коэффициент; $C_3 = -2,25$; $\psi_\tau = C_{\tau 1} + C_{\tau 2} Ri_f$ – безразмерный, ограниченный коэффициент, монотонно зависящий от статической устойчивости; $C_{\tau 1} = 0,228$ и $C_{\tau 2} = -0,208$ – безразмерные константы; b_z – вертикальная составляющая кинетической энергии турбулентности.

В результате, для определения коэффициентов турбулентности используются следующие соотношения, полученные из модели высокого порядка замыкания [20]:

$$K_u = 2\psi_\tau l_z \sqrt{b_z}, \quad (16)$$

$$K_\theta = \frac{2C_F l_z \sqrt{b_z}}{\left(1 + \frac{2C_\theta C_F C_k l_z^2 \lambda \frac{\partial \theta}{\partial z}}{b_z} \right)}. \quad (17)$$

Выбор способа параметризации отдельно для неустойчивого и устойчивого пограничных слоев определяется значением числа Ричардсона в приземном слое, поскольку интенсивность турбулентности в ПСА определяется главным образом вертикальными перепадами метеорологических величин именно в слое нескольких десятков метров. При $Ri > 0,15$ принимается наличие устойчивого пограничного слоя и используется метод замыкания (15-17), при $Ri < 0,15$ – нейтрального и неустойчивого пограничных слоев и применяются методы (8-11) или (12-14).

Важно отметить, что в случае, когда на предыдущем шаге по времени турбулентность параметризовалась с помощью подхода (15-17), то для перехода к кинетической энергии продольной и поперечной составляющих флуктуаций скорости от вертикальной составляющей кинетической энергии турбулентности использовалось соотношение анизотропии при нейтральной стратификации:

$$A_z = \frac{b_z}{b} = 0,25 \Rightarrow b = \frac{b_z}{0,25}. \quad (18)$$

3.1.2 Параметризация слоя постоянных потоков

Слой постоянных потоков, $0 < z < h$, задается постоянным по толщине и простирается до высоты 50 м. Для этого слоя справедливо следующее

$$\frac{\partial}{\partial z} K_\omega \frac{\partial \omega}{\partial z} \cong 0 \Rightarrow K_\omega \frac{\partial \omega}{\partial z} \cong const \quad (19)$$

Для решения задачи приземного или приводного слоя атмосферы использовались известные положения теории подобия Монина-Обухова [21]. В результате соотношения для величин потоков будут иметь вид:

$$K_u \frac{\partial u}{\partial z} = -C_u^2 V_h u_h, \quad K_v \frac{\partial v}{\partial z} = -C_u^2 V_h v_h, \\ K_\theta \frac{\partial \theta}{\partial z} = -C_\theta C_\theta V_h (\theta_h - \theta_{z_0}),$$

$$\alpha_H K_q \frac{\partial q}{\partial z} = -C_u C_\theta V_h \alpha_H (q_h - q_{z_0}), \quad (20)$$

где $C_\omega = \alpha / f_\omega(\zeta, \zeta_\omega)$ – интегральные коэффициенты переноса, которые рассчитывались с помощью универсальных функций Бусингера-Даера, $f_\omega(\zeta, \zeta_\omega)$, для скорости ветра и температуры воздуха в зависимости от характера стратификации температуры [22]; $\alpha_H = (q_{z_0} - q_h) / (q_{sat} - q_h)$ – параметр Халстеда, который над поверхностью суши принимает значения из промежутка $0 \leq \alpha_H \leq 1$, а над морем всегда равен единице; z_0 – параметр шероховатости, равный над сушей 0,1, а над морем рассчитывается с помощью интерполяционной формулы Зилитинкевича [23]

$$z_0 = 0.111 \frac{\nu}{u_*} + 0.0144 \frac{u_*^2}{g}, \quad (21)$$

где ν – кинематический коэффициент молекулярной вязкости; u_* – динамическая скорость.

При неустойчивой стратификации универсальные функции находились с помощью метода [24]. Здесь вводится предположение, что универсальные функции профилей температуры и влажности аналогичны.

3.1.3 Параметризация количества облачности и радиационных потоков в области расчета

В рамках модели предполагается определение балла облачности нижнего яруса и использование фактического балла облачности среднего и верхнего ярусов. Результирующий балл облачности получается посредством выбора максимального из полученных

$$N_{0p} = \max(N_{Lp}, N_{MU\phi}) = \max(N_{Lp}, N_{0\phi} - N_{L\phi}),$$

где N_{0p} , N_{Lp} – расчетные значения баллов общей облачности и облачности нижнего яруса соответственно; $N_{MU\phi} = N_{0\phi} - N_{L\phi}$ – фактический балл облачности среднего и верхнего ярусов как результат разности фактических баллов общей облачности, $N_{0\phi}$, и балла нижнего яруса, $N_{L\phi}$.

Таким образом, для получения требуемого балла общей облачности необходимо определить балл облачности нижнего яруса, для чего ис-

пользуется метод Смагоринского [25], который основан на определении интегрального осредненного по слою значения относительной влажности, \mathfrak{R}_{cp} :

$$\mathfrak{R}_{cp} = \frac{1}{N} \int_0^H f dz,$$

где f – относительная влажность в долях единицы; N – количество расчетных уровней в слое $0 < z < H$.

Тогда

$$N_{Lp} = 10(1,73\mathfrak{R}_{cp} - 0,43) \quad \text{при } \mathfrak{R}_{cp} \geq 0,25, \\ N_{Lp} = 0 \quad \text{при } \mathfrak{R}_{cp} < 0,25.$$

Параметризация потоков коротковолновой радиации осуществлялась с помощью метода [26], в основу которого положено нахождение функции пропускания, D_s , в зависимости от оптической массы, $M - m_i$, в слое от верхней границы расчетной области до текущего расчетного уровня, i , (формула Мейлера-Кастрова)

$$D_s(m_i) = 1 - 0,09 \left(\frac{M - m_i}{\sin h_\oplus} \right)^{0,303}, \quad (22)$$

где

$\sin h_\oplus = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos \left(\frac{\pi}{12} (t_\delta - 12) \right)$ – синус высоты Солнца; h_\oplus – высота Солнца; δ – небесное склонение; t_δ – время суток. Следует отметить, что M – это оптическая поглощающая масса, которая простирается на всю тропосферу и определяется по значениям температуры и влажности как в пограничном слое, так и в свободной атмосфере.

Таким образом, поток солнечной радиации S будет определяться следующим образом:

$$S(m_i) = S_0 D_s(m_i) \sin h_\oplus, \quad (23)$$

где S_0 – солнечная постоянная. Около подстилающей поверхности поток солнечной радиации будет равен:

$$S(m_i) = S_0 D_s(m_i) \sin h_\oplus f(N_{0p}, N_{Lp}), \quad (24)$$

где $f(N_{0p}, N_{Lp}) = 1 - 0,08 * N_{Lp} - 0,05(N_{0p} - N_{Lp})$.

Полная оптическая масса и оптическая масса от поверхности земли до определенного уровня

в ГША рассчитывались следующим образом

$$M = \int_{i=1}^{i=N+D} \rho_i q_i dz; \quad m_i = \int_{i=1}^{i=d} \rho_i q_i dz, \quad (25)$$

где d – номер вертикального уровня в пределах пограничного слоя; N и D – количество уровней в ПСА и выше ПСА соответственно. В качестве верхней границы расчетной области бралась высота 16 км.

Для параметризации потоков длинноволновой радиации используется метод [27], который предусматривает интегрирование уравнений переноса длинноволновой радиации по всей тропосфере и получение значений эффективного излучения вблизи подстилающей поверхности как разности между излучением поверхности и атмосферы. Согласно [27] при низкой облачности вклад окна 8-13 мкм в радиационное охлаждение составляет 90-95%. В связи с этим при построении модели низкой облачности или туманов достаточно выделить два участка в спектре:

1) окно 8-13 мкм;

2) весь остальной спектр вне окна, который рассматривается как одно окно.

При этом принимается, что область первого окна занимает 27 % от всей области спектра длинноволнового излучения. Облачность учитывается при расчете функций пропускания, поэтому вид уравнений для определения потоков не изменяется. Причем для получения потоков во всем диапазоне спектра сначала рассчитывается доля излучения в остальной части спектра вне окна, а потом общий восходящий и нисходящий потоки длинноволновой радиации.

Область решения разбивается на два подслоя: свободную атмосферу и пограничный слой атмосферы с шагом $\Delta z = 50$ м. Осуществление расчетов в свободной атмосфере связано с необходимостью найти значение нисходящих потоков длинноволновой радиации на верхней границе ПСА. Интегральный по высоте поток нисходящего длинноволнового излучения в свободной атмосфере будет определяться следующей формулой

$$F_i^\downarrow = \sum_{i=2}^{N_{BA}} p_1 \left[\sigma T_{i-1}^4 + \ln Q_i (\sigma T_{i-1}^4 - \sigma T_i^4) \right],$$

где N_{BA} – количество уровней в свободной атмосфере; $p_1 = 0,27$ – область окна; $i = \{2, 3, \dots, N_{BA}\}$ – номер вертикального уровня, причем нумерация начинается с верхней грани-

цы свободной атмосферы (16 км) до верхней границы пограничного слоя (2,5 км); $\ln Q_i = -1,66\alpha_v m_i \Rightarrow Q_i = e^{-1,66\alpha_v m_i}$ – функция пропускания для заданного окна в текущем подслое в свободной атмосфере; $\alpha_v = 0,1 \text{ см}^2/\text{г}$ – средний коэффициент поглощения водяного пара в центре окна; $m_i = \sum_{i=2}^{N_{BA}} \rho_{vi} (z_{i-1} - z_i)$ – эффективная поглощающая масса водяного пара на текущем уровне в свободной атмосфере; $\rho_{vi} = q_i \rho_i$ – плотность водяного пара на текущем уровне; ρ_i – плотность воздуха на текущем уровне; T_i и q_i – абсолютная температура воздуха и массовая доля водяного пара соответственно.

В пограничном слое атмосферы пространственная сетка для нахождения потока длинноволнового излучения имеет большее разрешение, то есть слой воздуха в 50 м (материнский подслой) разделяется еще на пять слоев (дочерних подслоев). Окончательно выходит, что пространственный шаг равен 10 м, но значения потоков будут находиться только на сетке с шагом в 50 м. Такое детальное разрешение по вертикали необходимо для процедуры интегрирования с целью получения функций пропускания. Таким образом, интегрирование проводится по каждому из материнских подслоев отдельно. Интегральный нисходящий поток длинноволнового излучения в пограничном слое определяется так:

$$F_i^\downarrow = \sum_{i=N_{BC}}^1 \sum_{z_1=z_i}^{z_{i-1}} F_{i,z_1}^\downarrow - D_{i,z_1} (F_{i,z_1}^\downarrow - B_{i,z_1}),$$

$$D_{i,z_1} = \ln Q_i + \frac{z_1 - z_i}{z_{i-1} - z_i} (\ln Q_{i-1} - \ln Q_i) =$$

$$= 1,66\alpha_v \frac{\rho_i q_i \Delta z + \rho_{i-1} q_{i-1} \Delta z}{2} + \frac{z_1 - z_i}{z_{i-1} - z_i} 1,66\alpha_v \times$$

$$\times \left(\frac{\rho_{i-1} q_{i-1} \Delta z + \rho_{i-2} q_{i-2} \Delta z}{2} - \frac{\rho_i q_i \Delta z + \rho_{i-1} q_{i-1} \Delta z}{2} \right),$$

$$B_{i,z_1} = p_1 \sigma T_i^4 + \frac{z_1 - z_i}{z_{i-1} - z_i} (p_1 \sigma T_{i-1}^4 - p_1 \sigma T_i^4),$$

где F_{i,z_1}^\downarrow – нисходящий поток длинноволнового излучения на уровне $i + \Delta z_1$; $\Delta z_1 = 10$ м; D_{i,z_1} – функция пропускания на уровне $i + \Delta z_1$; B_{i,z_1} – излучение самого уровня $i + \Delta z_1$ как абсолютно черного тела.

Восходящий поток длинноволновой радиации рассчитывается на той же пространственной

сетке с высоким разрешением только расчет ведется снизу вверх:

$$F_i^\uparrow = \sum_{i=1}^{N_{IC}} \sum_{z_1=z_i}^{z_{i+1}} F_{i,z_1}^\uparrow + D_{i,z_1} (B_{i,z_1} - F_{i,z_1}^\uparrow),$$

$$D_{i,z_1} = \ln \mathfrak{R}_i + \frac{z_1 - z_i}{z_{i+1} - z_i} (\ln Q_{i+1} - \ln Q_i) =$$

$$= 1,66\alpha_v \frac{\rho_i q_i \Delta z + \rho_{i+1} q_{i+1} \Delta z}{2} + \frac{z_1 - z_i}{z_{i+1} - z_i} 1,66\alpha_v \times$$

$$\times \left(\frac{\rho_{i+1} q_{i+1} \Delta z + \rho_{i+2} q_{i+2} \Delta z}{2} - \frac{\rho_i q_i \Delta z + \rho_{i+1} q_{i+1} \Delta z}{2} \right),$$

$$B_{i,z_1} = p_1 \sigma T_i^4 + \frac{z_1 - z_i}{z_{i+1} - z_i} (p_1 \sigma T_{i+1}^4 - p_1 \sigma T_i^4).$$

Частица, описывающая длинноволновое излучение вне окна определяется следующим образом

$$\Delta F_i = B_i \frac{1 - p_1}{p_1} = 2.7 B_i.$$

где $B_i = p_1 \sigma T_i^4$ – излучение абсолютно черного тела в области окна.

В результате имеем:

$$F_i^\uparrow = F_i^\uparrow + \Delta F_i, \quad (26)$$

$$F_i^\downarrow = F_i^\downarrow + \Delta F_i, \quad (27)$$

$$F_{efi} = F_i^\downarrow - F_i^\uparrow, \quad (28)$$

где F_{efi} – эффективное излучение на i -том уровне.

3.1.4 Параметризация фазовых переходов влаги, сухой конвекции и выпадения дождя

Перед осуществлением параметризации фазовых переходов воды в атмосфере выполняется процедура сухого конвективного приспособления, которая модифицирует профиль потенциальной температуры так, чтобы избежать слоев с неустойчивой стратификацией, что всегда используется в согласованных аппроксимациях по вертикали и является необходимым и достаточным для исключения мнимых фазовых скоростей [28]. Приведем алгоритм того, о чем сказано выше:

1. Определение разностей потенциальной температуры в слоях между двумя соседними вертикальными уровнями:

$$\Delta \theta_i = \theta_i - \theta_{i-1},$$

где $i = \{1, 2, 3, \dots, N\}$ – номер вертикального уровня.

2. Нахождение слоев неустойчивости. Производится проверка знака величины $\Delta \theta_i$ и фиксирование уровней, где температура начинает и прекращает падать с высотой. При наличии слоя неустойчивости за нижнюю границу принимают номер уровня, начиная с которого $\Delta \theta_i < 0$ (обозначим его через $z_{неуст0}$), а в качестве верхней границы номер уровня, начиная с которого $\Delta \theta_i > 0$ (обозначим его через $z_{неустh}$). Если уровень, где температура начинает повышаться с высотой, будет превышать верхний расчетный уровень, то в качестве $z_{неустh}$ принимаем номер верхнего расчетного уровня, N . Если слоев неустойчивости нет, то параметризация сухой конвекции не производится.

3. Определение сумм потенциальных температур в неустойчивом слое

$$\sum_{i=z_{неуст0}}^{z_{неустh}} \theta_i = \theta_{z_{неуст0}} + \theta_1 + \theta_2 + \dots + \theta_{z_{неустh}}.$$

4. Определение средней потенциальной температуры, $\bar{\theta}$, всего неустойчивого слоя

$$\bar{\theta} = \frac{\sum_{i=z_{неуст0}}^{z_{неустh}} \theta_i}{z_{неуст0} - z_{неустh} + 1}.$$

5. Присвоение в качестве температуры на каждом уровне неустойчивого слоя найденной средней температуры слоя ($\bar{\theta}$).

6. Определение новых границ неустойчивого слоя:

6.1. Если номер нижней границы неустойчивого слоя не равен 1, то $z_{неуст01} = z_{неуст0} - 1$, что является новой нижней границей неустойчивого слоя.

6.2. Если номер верхней границы не равен номеру верхнего расчетного уровня, то $z_{неустh1} = z_{неустh} + 1$ является новой верхней границей неустойчивого слоя. В результате мы как бы расширяем этот слой вверх и вниз на один вертикальный шаг.

7. Если средняя температура неустойчивого слоя больше или равняется температуре на новой нижней границе и меньше или равняется

температуре на новой верхней границе, то процедура, начиная с пункта 1 и до сих пор, повторяется.

8. Если $\bar{\theta}$ будет меньше температуры на новой нижней границе неустойчивого слоя, то в качестве $z_{неуст0}$ принимаем $z_{неуст01}$, а качестве $z_{неустh}$ - $z_{неустh1}$.

9. Повторение процедуры начиная с пункта 3 и до сих пор.

После модификации профиля потенциальной температуры соответственно модифицируется профиль атмосферного давления, P_i , и плотности воздуха, ρ_i

$$P_i = 1000 \left(\left(\frac{P_0}{1000} \right)^a + \Delta P_i \right)^{1/a},$$

$$\rho_i = \frac{P_i}{RT_i},$$

где P_0 – атмосферное давление у подстилающей поверхности; $a = 0,29$;

$$\Delta P_i = -\gamma_a \int_{z=z_0}^{z=z_i} \left(\frac{\overline{\theta_{\Delta z_i}}}{\theta_{z_{i-1}} \theta_{z_i}} \right) dz - \text{поправка на давление}$$

после модификации профиля потенциальной температуры; R – удельная газовая постоянная

сухого воздуха; $T_i = \theta_i \left(\frac{P_i}{1000} \right)^a$ – абсолютная температура воздуха.

Поскольку динамика жидкокапельной влаги не рассматривается, считается, что вся сконденсированная влага уходит в осадки. Предполагается, что источник скрытого тепла формируется за счет конденсации водяного пара при упорядоченных вертикальных движениях или конвекции, причем она начинается при условии $q > q_{\max}$. Алгоритм расчета полностью соответствует изложенному в [29]. В соответствии с последним отдельно рассматриваются фазовые превращения при формировании слоистой и конвективной облачности. Ниже приводится детальное описание алгоритма фазовых превращений при формировании слоистой облачности:

1. Определение на каждом уровне относительной влажности в долях единицы, f_i

$$f_i = \frac{q_i}{q_{\max i}},$$

где q_{\max} – массовая доля водяного пара при насыщении.

2. Принимается, что если текущая влажность превышает влажность насыщения, то остаток выпадает в осадки. Для последующего учета ослабления потоков длинноволнового излучения дополнительной влагой в виде капель, находят интегральные значения избыточного количества массовой доли водяного пара в слоях от уровня подстилающей поверхности до уровней пересыщения, Q_{cz} :

$$Q_{cz} = \int_{z=z_0}^{z=z_i} (q_z - q_{\max z}) dz. \quad (29)$$

Естественно, что если между двумя уровнями пересыщения находятся уровни, где нет такового, то при интегрировании такие слагаемые равны нулю.

Для определения количества осадков находится интегральное значение количества избыточной влаги, Q_c , по всему ПСА и представляется в мм

$$Q_{cH} = \int_{z=z_0}^{z=H} (q_z - q_{\max z}) dz. \quad (30)$$

3. На уровнях, где отмечается пересыщение, значения массовой доли водяного пара принимаются равными их насыщающим значениям.

При наличии конвективной облачности алгоритм параметризации фазовых превращений влаги несколько сложнее:

1. Определение критических значений относительной влажности, f_{cr} , и вертикального градиента абсолютной температуры, γ_{cr} , при которых возможно развитие мощных конвективных движений с последующей интенсивной конденсацией водяного пара в результате охлаждения:

$$f_{cr} = 1 - \frac{(\gamma_a - \gamma_{bai}) f_{i-1} \Delta z}{\frac{\int}{c_p} q_{i-1}},$$

$$\gamma_{cr} = \frac{(\gamma_a (1 - f_{i-1}) + 0,5(\gamma_{ba(i-1)} + \gamma_{ba(i)}))(f_{i-1} - f_{cr})}{1 - f_{cr}}$$

где $\gamma_a = \frac{g}{c_p}$ – сухоадиабатический градиент; $\gamma_{bai} = R_{3i} \gamma_a$ – градиент температуры с уче-

том влажности; $R_{3i} = 1 / \left(1 + \frac{8R_{1i}R_{2i}}{7} \right)$, если $4,62 \cdot 10^{-3} T_i q_i \neq 0$; $R_{3i} = 1$, если $4,62 \cdot 10^{-3} T_i q_i = 0$; $R_{1i} = 1 - \frac{2716,2}{T_i} + \left(\frac{2716,2}{T_i} \right)^2$; $R_{2i} = 1 / \left(-1 + \frac{1}{4,62 \cdot 10^{-3} T_i q_i} \right)$; \mathfrak{S} – скрытая теплота парообразования; c_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении.

2. Определение градиента абсолютной температуры в слое от $i-1$ до i , $\frac{\partial T}{\partial z}$ (°C/м):

$$\frac{\partial T}{\partial z} = - \frac{T_i - T_{i-1}}{\Delta z}.$$

3. Сравнение значений градиента потенциальной температуры и относительной влажности на текущем уровне с критическими их значениями. Если $\partial T / \partial z > \gamma_{cr}$ или $f_{i-1} > f_{cr}$, то есть, если выявлены условия для существования конвективных движений или высокой влажности, то рассчитывается:

3.1 средняя температура в слое от $i-1$ до i :

$$\bar{T}_i = 0,5(T_i + T_{i-1});$$

3.2 среднее влагосодержание в слое от $i-1$ до i :

$$\bar{q}_i = 0,5(q_i + q_{i-1});$$

3.3 выполняются итерационные вычисления, которые прекращаются, когда число итераций превысит 7:

– расчет максимальных значений массовой доли водяного пара на границах текущего слоя, $q_{\max}(\bar{T}_i, P_i)$ и $q_{\max}(\bar{T}_i + \gamma_{cr} \Delta z, P_{i-1})$. В качестве температуры воздуха на верхней границе слоя пересыщения принимается величина \bar{T}_i ;

– перерасчет средней температуры на нижней границе слоя пересыщения, $\bar{T}_{i-1} = \bar{T}_i + \gamma_{cr} \Delta z$:

$$\bar{T}_{i-1} = \left(\bar{T}_i + \frac{\gamma_{cr} \Delta z}{2} \right) + \frac{\mathfrak{S}}{c_p} \left(\bar{q}_i - \frac{f_{cr}}{2} \left(q_{\max}(\bar{T}_i, P_i) + q_{\max}(\bar{T}_i + \gamma_{cr} \Delta z, P_{i-1}) \right) \right).$$

Второе слагаемое последнего выражения отражает добавочное или убыточное тепло за счет фазовых переходов. Если среднее по слою значение максимальной доли водяного пара с уче-

том критической относительной влажности больше, чем среднее по слою текущее значение массовой доли водяного пара, то второе слагаемое оказывается отрицательным, и, как следствие, температура понижается.

– определение нового значения средней температуры на верхней границе слоя пересыщения как результат взвешенной оценки между средними температурами на границах:

$$\bar{T}_i = 0,7\bar{T}_i + 0,3\bar{T}_{i-1};$$

3.4 количество капельной жидкости, Q_{kz} , в слое от уровня подстилающей поверхности до текущего уровня:

$$Q_{kz} = \int_{z=z_0}^{z=z_i} \left\{ 2\bar{q}_{z_i} - f_{cr} \left[q_{\max z_i}(\bar{T}_i, P_i) + q_{\max z_{i-1}}(\bar{T}_i + \gamma_{cr} \Delta z, P_{i-1}) \right] \right\} dz; \quad (31)$$

4. Определение общего количества осадков во всем ПСА:

$$Q_{kH} = \int_{z=z_0}^{z=H} \left\{ 2\bar{q}_{z_i} - f_{cr} \left[q_{\max z_i}(\bar{T}_i, P_i) + q_{\max z_{i-1}}(\bar{T}_i + \gamma_{cr} \Delta z, P_{i-1}) \right] \right\} dz. \quad (32)$$

Как результат действия фазовых переходов воды в атмосфере, температура и давление соответственно претерпевают изменения, поэтому в приведенной параметризации используется согласование профилей температуры и влаги, как это сделано в [30].

3.1.5 Параметризация противогradientного переноса при наличии нейтрального или слабоустойчивого пограничных слоев

В рамках модели учитывается противогradientный перенос, который позволяет обеспечить положительный поток тепла при нейтральной или слабо устойчивой стратификациях, наличие которого подтверждено множеством экспериментальных данных и который не могли воспроизвести модели, замкнутые с помощью К-теории турбулентности. Это привело к тому, что известную гипотезу Буссинеска [18] пришлось обобщить, введя некоторый добавочный член сначала только в уравнение притока тепла [31], а позже в уравнения движения и переноса влаги [32], полученные из модели высокого порядка замыкания

$$w'\omega' = -K_\omega \left(\frac{\partial \omega}{\partial z} - \gamma_\omega \right). \quad (33)$$

Автором [32] было предложено параметризовать противогradientный перенос для составляющих скорости ветра, температуры и влажности воздуха в зависимости не только от фоновых значений перепадов последних величин, но и от характеристик турбулентности:

$$\gamma_{\{\theta, q\}} = - \left(\frac{\partial \{\theta, q\}}{\partial z} \right)_H a_\theta, \quad (34)$$

$$\gamma_{\{u, v\}} = - \left(\frac{\partial \{u, v\}}{\partial z} \right)_H a_V, \quad (35)$$

где индекс «H» означает, что градиенты соответствующих величин берутся на верхней границе пограничного слоя.

Здесь

$$a_\theta = \lambda \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_H / \left(\lambda \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_H + c_0 \frac{b}{l^2} \right),$$

$$a_V = \frac{\lambda \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_H \left(\lambda \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_H + c_2 \frac{b}{l^2} \right)}{\left(\lambda \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_H + c_0 \frac{b}{l^2} \right) \left(\lambda \left(\frac{\partial \theta}{\partial z} \right)_H + c_1 \frac{b}{l^2} \right)},$$

где c_0, c_1, c_2 - константы.

3.2 Математическая постановка задачи поверхностного слоя почвы

Для определения температуры на опорных почвенных глубинах используем уравнение теплопроводности почвы

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z_s} K_s \frac{\partial T_s}{\partial z_s}, \quad (36)$$

где T_s - температура почвы; z_s - вертикальная ось, направленная вглубь почвы; K_s - коэффициент температуропроводности почвы.

Зависимость K_s от глубины (z_s) учитывается через следующие соотношения:

$$K_{sz_{sk}} = K_{sg}, \text{ при } z_{sk} = \{0 \dots 1.5\} \text{ см;}$$

$$K_{sz_{sk}} = K_{sz_{sk-1}} + \frac{|K_{s2} - K_{sg}|}{d_{s1}} (z_{sk+1} - z_{sk}),$$

при $z_{sk} = \{3 \dots 10\}$ см;

$$K_{sz_{sk}} = K_{s2}, \text{ при } z_{sk} > 10 \text{ см,}$$

где k - номер уровня по глубине; $K_{sg} = \frac{\lambda_{sg}}{\rho_{sg} C_s} = \frac{0.001 + w_g^{1/3}}{0.27 + w_g}$; λ_{sg} - коэффициент теплопроводности при объемной влажности (w_g) в слое ($d_{s1} = 10$ см) суточных колебаний влажности; ρ_{sg} - плотность почвы при влажности w_g ; C_s - объемная теплоемкость; $K_{s2} = \frac{\lambda_{s2}}{\rho_{s2} C_s} = \frac{0.001 + w_2^{1/3}}{0.27 + w_2}$; λ_{s2} - коэффициент теплопроводности при объемной влажности (w_2) в слое ($d_{s2} = 50$ см) сезонных колебаний влажности; ρ_{s2} - плотность почвы при влажности w_2 . Соотношения зависимости коэффициентов температуропроводности от влажности почвы записаны согласно [33].

Для определения влажности почвы используется уравнение водного баланса для слоя суточных, d_{s1} , и для слоя сезонных, d_{s2} , колебаний влажности:

$$\frac{\partial w_g}{\partial t} = -C_1 \frac{E_0 - P}{\rho_w d_{s1}} - C_2 \frac{w_g - w_2}{D}, \quad 0 \leq w_g \leq w_{\max}, \quad (37)$$

$$\frac{\partial w_2}{\partial t} = -\frac{E_0 - P}{\rho_w d_{s2}}, \quad 0 \leq w_2 \leq w_{\max}, \quad (38)$$

где

$$C_1 = \begin{cases} 0.5, & \text{при } \frac{w_g}{w_{\max}} \geq 0.7 \\ 14 - 22.5 \left(\frac{w_g}{w_{\max}} - 0.15 \right), & \text{при } 0.5 < \frac{w_g}{w_{\max}} < 0.75; \\ 14, & \text{при } \frac{w_g}{w_{\max}} \leq 0.15. \end{cases}$$

$w_{\max} = 1.33 w_{sat}$; w_{sat} - влажность насыщения; E_0 - поток влаги на поверхности почвы; P - осадки; ρ_w - плотность воды; $C_2 = 0.9$; $D = 86400$ с - продолжительность суток в секундах.

Коэффициенты C_1 и C_2 учитывают разный вклад процессов влагообмена с атмосферой и глубинными слоями почвы при изменении влажности поверхностного слоя. По найденным значениям объемной влажности почвы в поверх-

ностном слое определяется значение параметра Халстеда из соотношения

$$\alpha_H = \min\left(1, \frac{w_g}{w_{sat}}\right). \quad (39)$$

Этот параметр используется для определения влажности на уровне подстилающей поверхности.

3.3 Математическая постановка задачи деятельного слоя моря

Стоит заметить, что для морской среды дифференциальная система уравнений является одномерной, и расчет соответствующих величин производится в зависимости от тех термодинамических процессов, которые происходят в определенной точке по глубине. В этой постановке задачи в первом приближении не учитываются процессы шельфовой зоны моря, что планируется сделать позже. Принимается что, если точка находится над морем, то глубина ее составляет 50 м, что является завышенным значением по сравнению с фактическим пространственным распределением глубин в рассматриваемом регионе.

Термодинамические процессы, которые происходят в воде, описываются такими уравнениями (40-42):

$$\frac{\partial u_w}{\partial t_w} - f v_w = \frac{\partial}{\partial z_w} (k_w + k_v) \frac{\partial u_w}{\partial z_w}, \quad (40)$$

$$\frac{\partial v_w}{\partial t_w} + f u_w = \frac{\partial}{\partial z_w} (k_w + k_v) \frac{\partial v_w}{\partial z_w}, \quad (41)$$

$$c_w \rho_w \frac{\partial T_w}{\partial t_w} = c_w \rho_w \frac{\partial}{\partial z_w} (k_w + k_v) \frac{\partial T_w}{\partial z_w} - \frac{\partial Q_{PR}}{\partial z_w}, \quad (42)$$

где t_w, z_w – время и глубина; u_w, v_w – горизонтальные составляющие течения; k_w, k_v – коэффициент турбулентности в воде и коэффициент молекулярной вязкости воды; c_w – удельная теплоемкость воды; ρ_0, ρ_w – плотность приводного слоя воздуха и воды соответственно; T_w – температура воды; $Q_{PR} = 0,4 F i_0 \exp(-\beta_Q z_w)$ – поток поглощенной коротковолновой радиации ниже поверхности моря; $F i_0$ – приповерхностный поток коротковолновой солнечной радиации; $\beta_Q = 0,75 \text{ м}^{-1}$, который определяет количество тепла, поглощенного водой.

Замыкающими уравнениями являются уравнения баланса кинетической энергии турбулентности, b_w , и ее диссипации в тепло, ε_w , а также соотношение Колмогорова для коэффициента турбулентности:

$$\frac{\partial b_w}{\partial t} = k_w \left[\left(\frac{\partial u_w}{\partial z_w} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_w}{\partial z_w} \right)^2 \right] + \frac{\partial}{\partial z_w} k_w \frac{\partial b_w}{\partial z_w} - \varepsilon_w + g \alpha k_w \frac{\partial T_w}{\partial z_w} \quad (43)$$

$$\frac{\partial}{\partial z_w} \frac{k_w}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon_w}{\partial z_w} - c_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon_w^2}{b_w} + c_{3\varepsilon} \frac{\varepsilon_w}{b_w} g \alpha k_w \frac{\partial T_w}{\partial z_w}, \quad (44)$$

$$k_w = c_\mu \frac{b_w^2}{\varepsilon_w}, \quad (45)$$

где α – коэффициент термического расширения воды; $c_{1\varepsilon}, c_{2\varepsilon}, c_{3\varepsilon}, c_\mu, \sigma_\varepsilon$ равны соответственно 1,38, 1,40, 1,40, 1,0, 0,08.

3.4 Начальные и граничные условия

В качестве начальных условий для метеорологических величин, в том числе и фоновой температуры воздуха, использовались фактические профили последних, взятых из точки над поверхностью суши, полученные в результате радиозондирования 12 мая 1992 года над станцией Одесса-обсерватория:

$t=0$:

– в слое $z \geq h$:

$$u^0(x, y, z) = u_\phi(z), \quad v^0(x, y, z) = v_\phi(z),$$

$$T^0(x, y, z) = T_\phi(z), \quad \mathcal{G}^0(x, y, z) = 0,$$

$$q^0(x, y, z) = q_{qz_0} \cdot 10^{-0,0947z_k - 0,0138z_k^2}, \quad w^0(x, y, z) = 0,$$

$$K_\omega^0(x, y, z) = K_{\omega H}(x, y, z) +$$

$$+ \left(\frac{z-H}{H-h} \right)^2 \left[K_{\omega h}(x, y, z) - K_{\omega H}(x, y, z) + \frac{\partial K_\omega(x, y, z)}{\partial z} + (z-h) \frac{2 \left(K_{\omega h}(x, y, z) - K_{\omega H}(x, y, z) \right)}{H-h} \right],$$

$$b^0(x, y, z) = \alpha_b \left(\frac{K_u^0(x, y, z)}{I_u^0(x, y, z)} \right)^2, \quad I_u^0(x, y, z) = \frac{\alpha z}{1 + \alpha z / l_\infty};$$

$$\varepsilon^0(x, y, z) = \alpha_\varepsilon \frac{(b^0(x, y, z))^2}{K_u^0(x, y, z)}, \quad (46)$$

где индексы «0» и « ϕ » означают значения метеорологических величин в момент времени $t=0$ и значение по факту соответственно; $z_k = z \cdot 10^{-3}$. Восстановление профиля массовой доли водяного пара производится по эмпирической формуле Хргиана;

– на уровне $z = z_0$;

над сушей:

$$\begin{aligned} u_{z_0}(x, y) = 0, \quad v_{z_0}(x, y) = 0, \quad T_{z_0}(x, y) = T_{\phi z_0}, \\ q_{z_0}(x, y) = \alpha_H q_{\phi z_0}; \end{aligned} \quad (47)$$

над морем:

$$\begin{aligned} u_{z_0}(x, y) = u_{\phi z_0}, \quad v_{z_0}(x, y) = v_{\phi z_0}, \quad T_{z_0}(x, y) = T_{\phi z_0} - 1, \\ q_{z_0}(x, y) = q_{\max z_0}(T_{\phi z_0}, P_{\phi z_0}); \end{aligned} \quad (48)$$

– в поверхностном слое почвы, $z_s > z_0$:

$$\begin{aligned} T_{sz_{si}}(x, y, z_{si}) = T_{sz_{si-1}} - (5 \cdot 10^{-3})(z_{si} - z_{si-1}), \\ w_{gz_0}(x, y) = w_{gcp.cm.}; \quad w_{2z_0}(x, y) = w_{2cp.cm.}, \end{aligned} \quad (49)$$

где индекс « i » означает номер уровня по глубине в почве; $w_{gcp.cm.}$ и $w_{2cp.cm.}$ – среднестатистические значения объемной влажности в слоях суточных и сезонных колебаний для данной местности;

– в деятельном слое моря, $z_w > z_0$:

$$T_{wz_i} = T_{\phi z_0} - \frac{T_{\phi z_0} - T_{wz_{N_w}}}{z_{wN_w} - z_0}(z_{wz_i} - z_0), \quad (50)$$

где индекс « i » означает номер уровня по глубине; N_w – последний уровень по глубине.

Начальные профили остальных гидрологических величин и соответствующих параметров турбулентности в верхнем перемешанном слое рассчитывались с помощью аналитической модели [34], используя известные значения напряжения трения ветра, суммарного потока тепла на поверхности океана и параметра Кориолиса. В аналитической модели делаются предположения о горизонтальной однородности, стационарности уравнений движения и устойчивости температурной стратификации.

Граничные условия формировались на сле-

дующих уровнях:

– на высоте $z = H$ (верхняя граница ПСА):

$$\begin{aligned} \theta_H(x, y) = \theta_{\phi H} - \theta_H^0(x, y), \\ u_H(x, y) = u_{\phi H}, \quad v_H(x, y) = v_{\phi H}, \quad q_H(x, y) = q_{\phi H}, \\ U_g(x, y) = u_H(x, y), \quad V_g(x, y) = v_H(x, y), \\ \pi'_H = -f(U_g y - V_g x), \quad b_H(x, y) = 0, \\ \varepsilon_H(x, y) = 0; \quad l_H(x, y) = l_\infty, \end{aligned} \quad (51)$$

где распределение аналога отклонения давления, π'_H , задается в квазигеострофическом приближении;

– на высоте $z = h$ (нижняя граница свободно-го ПСА) принималось условия непрерывности метеорологических величин и их производных:

$$\begin{aligned} K_h(x, y) \frac{\partial \omega}{\partial z} \Big|_{z=h-0} = K_h(x, y) \frac{\partial \omega}{\partial z} \Big|_{z=h+0}, \\ \omega(x, y) \Big|_{z=h-0} = \omega(x, y) \Big|_{z=h+0}, \\ b_h(x, y) = (\alpha_b K_h(x, y) / l_h(x, y))^2, \\ \varepsilon_h(x, y) = \alpha_\varepsilon \frac{(b_h(x, y))^2}{K_h(x, y)}; \end{aligned} \quad (52)$$

– на границе раздела воздух-почва используется условие непрерывности температур воздуха и почвы

$$z = 0: T_{s0} = T_{z_0}. \quad (53)$$

Температура поверхности суши определяется из уравнения теплового баланса

$$(1 - A)S(m_1) = F_{ef} + G + H_0 + \mathfrak{I}E_0, \quad (54)$$

где $G = -\lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial z_s} = -\lambda_s \frac{T_{s1} - T_{s0}}{\Delta_s}$ – поток тепла вглубь почвы; T_{s1} – температура на первом сеточном уровне в почве; $H_0 = -K_\theta \frac{\partial \theta}{\partial z}$ – явный поток тепла.

Решение уравнения баланса тепла строится с помощью линеаризации двух нелинейных составляющих баланса относительно значений температуры на прошлом шаге по времени. Окончательно имеем такое решение:

$$T_{s0} = \frac{Q_R + \frac{\lambda_s}{\Delta_s} T_{s1} + CT_h - \mathfrak{Z}C\alpha_H [q_{\max}(T_{s0}^{j-1}) - q_h - q'_{st} T_{s0}^{j-1}]}{\frac{\lambda_s}{\Delta_s} + C + \mathfrak{Z}C\alpha_H q'_{st}},$$

где $Q_R = [(1-A)S(m_1) - F_{ef}]$; $C = C_u C_\theta$; индекс « $j-1$ » означает номер предыдущего шага по времени; $q'_{st} = \frac{4249.8685q_{z_0}}{(T_{s0}^{j-1} - 31.26)^2}$.

– на границе раздела воздух-вода описывается действие касательного напряжения, $\tau = \sqrt{\tau_x^2 + \tau_y^2}$, и потока тепла, Q_T :

$$(k_w + k_v) \frac{\partial u_w}{\partial z_w} = -\frac{\tau_x}{\rho_0}, \quad (k_w + k_v) \frac{\partial v_w}{\partial z_w} = -\frac{\tau_y}{\rho_0},$$

$$(k_w + k_v) \frac{\partial T_w}{\partial z_w} = -Q_T, \quad (55)$$

а также устанавливается неизменность b_w и ε_w по вертикали

$$(k_w + k_v) \frac{\partial b_w}{\partial z_w} = 0, \quad (k_w + k_v) \frac{\partial \varepsilon_w}{\partial z_w} = 0. \quad (56)$$

Поток тепла на поверхности океана определяется следующим образом

$$Q_T = 0,6S(m_1) + F_{ef} + H_0 + \mathfrak{Z}E_0, \quad (57)$$

– на нижней границе расчетной почвенной области, $z_s = Z_s$, в связи с отсутствием данных наблюдений используется условие вида

$$\frac{\partial T_s}{\partial z_s} = 0. \quad (58)$$

– на нижней границе расчетной водной области, $z_w = z_{wN_w}$

$$u_w = 0, \quad v_w = 0, \quad T_w = T_{wN_w}, \quad b_w = 0, \quad \varepsilon_w = 0. \quad (59)$$

На боковых границах $x = 0, X$, $y = 0, Y$ условия устанавливаются с учетом направления нормальной составляющей скорости ветра к текущей границе:

$$x = 0: \quad \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial x} = \frac{\partial \mathfrak{G}_M}{\partial x}, \quad \frac{\partial q}{\partial x} = \frac{\partial q_M}{\partial x} \quad \text{при } u \geq 0;$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial x} = \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad \text{при } u < 0 \quad (60)$$

$x = X$:

$$\frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial x} = \frac{\partial \mathfrak{G}_M}{\partial x}, \quad \frac{\partial q}{\partial x} = \frac{\partial q_M}{\partial x}, \quad \text{при } u < 0;$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial x} = \frac{\partial q}{\partial x} = 0, \quad \text{при } u \geq 0 \quad (61)$$

$x = 0, X$:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad (62)$$

$y = 0$:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial y} = \frac{\partial \mathfrak{G}_M}{\partial y}, \quad \frac{\partial q}{\partial y} = \frac{\partial q_M}{\partial y}, \quad \text{при } v \geq 0;$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \quad \frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial y} = \frac{\partial q}{\partial y} = 0, \quad \text{при } v < 0; \quad (63)$$

$y = Y$:

$$\frac{\partial u}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial y} = \frac{\partial \mathfrak{G}_M}{\partial y}, \quad \frac{\partial q}{\partial y} = \frac{\partial q_M}{\partial y}, \quad \text{при } v < 0;$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \quad \frac{\partial \mathfrak{G}}{\partial y} = \frac{\partial q}{\partial y} = 0, \quad \text{при } v \geq 0; \quad (64)$$

$y = 0, Y$:

$$\frac{\partial v}{\partial y} = 0. \quad (65)$$

4. ВЫВОДЫ

Таким образом, приведенная постановка задачи:

1) охватывает все компоненты природной среды северо-западного Причерноморья, которые в той или иной мере имеют непосредственное влияние на погодные условия рассматриваемой области;

2) позволяет описать разные термодинамические условия и мезомасштабные циркуляции в виде бризовых эффектов, формирующиеся под действием прямых и обратных связей звеньев внутри физической системы;

3) открывает возможности усовершенствования с помощью добавления или замены различных параметризаций подсеточного масштаба;

4) проста в применении конечным пользователям.

Представленная здесь модель в последующей серии статей будет использоваться для моделирования термодинамической и турбулентной структуры пограничного слоя атмосферы при типовых синоптических условиях северо-западного Причерноморья.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Леженин А. А., Сперанский Л. С. Пространственная модель прогноза погоды в нижней тропосфере. *Труды ЗапСибНИИ*. 1984. Вып. 63. С. 53-62.
2. Kazakov A. L., Lezhenin A. A., Speranskiy L. S. Resultados Preliminares del Estudio de la Capa Limite Mesometeorologica de la Atmosfera en la Costa Norta Colombiana aplicando un Modelo Numerico. *Boletin Cientifico CIOH*. 1996. 17. Pp. 17-26.
3. Марчук Г. И. Численное решение задач динамики атмосферы и океана. Ленинград: Гидрометеиздат, 1979. 304 с.
4. Сперанский Л. С., Леженин А. А. О применении метода расщепления в моделях пограничного слоя атмосферы. *Труды ЗапСибНИИ*. 1985. Вып. 75. С. 71-78.
5. Вихреразрешающее моделирование. URL: <http://www.inm.ras.ru/laboratory/direct2.htm> (дата обращения: 14.10.2019 г.)
6. Лукьянов И. И. Современные подходы к моделированию турбулентных течений. *Международный научный журнал «Символ науки»*. 2016. № 12-1. С. 12-13.
7. Смирнов Е. М., Абрамов А. Г. Опыт прямого численного моделирования переходной и турбулентной свободной конвекции воздуха у нагретой вертикальной пластины. *Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. Механика жидкости и газа*. 2011. № 4(3). С. 1114-1116.
8. Хотяновский Д. В., Кудрявцев А. Н. Прямое численное моделирование переходного сверхзвукового пограничного слоя на плоской пластине. *Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. Механика жидкости и газа*. 2011. № 4(3). С. 1235-1236.
9. Шокуров М. В., Артамонов С. Ю., Эзау И. Н. Численное моделирование нейтрально стратифицированного атмосферного пограничного слоя. *Морской гидрофизический журнал*. 2013. № 2. С. 37-50.
10. Глазунов А. В. Моделирование нейтрально стратифицированного турбулентного потока воздуха над шероховатой поверхностью. *Изв. ФАО*. 2006. Т. 42. № 3. С. 307-325.
11. Глазунов А. В. Вихреразрешающее моделирование турбулентности с использованием смешанного динамического локализованного замыкания. Ч. 1. Формулировка задачи, описание модели и диагностические численные тесты. *Изв. ФАО*. 2009. Т. 45. № 1. С. 7-28.
12. Шокуров М. В., Артамонов С. Ю., Эзау И. Н. LES-модель турбулентного атмосферного пограничного слоя: описание и тестовые расчеты. *Морской гидрофизический журнал*. 2013. № 1. С. 3-20.
13. Багаев Д. В., Сыралева М. Н. Численное моделирование свободно-конвективного течения около вертикальной поверхности нагрева. *Труды Крыловского государственного научного центра*. 2018. № 2(384). С. 93-98.
14. Курбатская Л. И., Курбатский А. Ф. Численное моделирование нейтрально стратифицированного атмосферного пограничного слоя с явной алгебраической моделью турбулентности. *Дистанционные методы зондирования Земли и фотограмметрия, мониторинг окружающей среды, геоэкология: материалы Междунар. науч. конф., 17-21 апреля*. Новосибирск, 2017. С. 94-99.
15. Обзор методов расчета турбулентных течений. URL: https://cfd.spbstu.ru/agarbaruk/turb_models/Term8_Lec04_review.pdf (дата обращения: 14.10.2019 г.)
16. Леженин А. А. Численное моделирование атмосферного пограничного слоя над неоднородной местностью. *Интерэкспо Гео-Сибирь*. 2007. № 3. С. 315-319.
17. Пространственная модель мезометеорологического пограничного слоя / Аргучинцев В. К., Гутман Л. Н., Пененко В. В. и др. *Изв.АН СССР*. 1975. Т. 11. № 4. С. 14-24.
18. Лыкосов В. Н. К-теория турбулентного планетарного пограничного слоя атмосферы и обобщенная гипотеза Буссинеска. Москва, 1988. 32 с. (Препринт/ ОВМ АН СССР).
19. O'Brien J. J. A Note on the vertical structure of eddy exchange coefficients in the planetary boundary layer. *JAS*. 1970. 27. Pp. 1213-1225.
20. Замыкание уравнений Рейнольдса для устойчиво стратифицированных турбулентных течений в атмосфере и океане / Зилитинкевич С. С., Эльперин Т., Клиорин Н. и др. *Изв. ФАО*. 2009. № 4. С. 75-102.
21. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика. Санкт-Петербург: Гидрометеиздат, 1992. Т. 1: Теория турбулентности. 1992. 694 с.
22. Лазриев Г. Л., Иоселиани А. А. О характеристиках турбулентности в приземном слое атмосферы. *Метеорология и гидрология*. 1990. № 3. С. 26-31.
23. Зилитинкевич С. С. Динамика пограничного слоя атмосферы. Ленинград: Гидрометеиздат, 1970. 292 с.
24. Казаков А. Л., Лыкосов В. Н. О параметризации взаимодействия атмосферы с подстилающей поверхностью при численном моделировании атмосферных процессов. *Труды ЗапСибНИИ*. 1982. Вып. 5. С. 3-20.
25. Smagorinsky J. On the dynamical prediction of large-scale condensation by numerical methods. *Geophys. Monogr.* 1960. 5. Pp. 71-78.
26. Гаврилов А. С. Нестационарная задача о планетарном пограничном слое атмосфере с учетом радиационного теплообмена. *Труды ЗСРНИГМИ*. 1974. Вып. 11. С. 35-48.
27. Хворостьянов В. И. О схематизации спектра длинноволнового излучения атмосферы для моделей облаков и туманов на основе спектральных расчетов с тонким разрешением по вертикали. *Изв.АН СССР, ФАО*. 1981. Т. 17. № 10. С. 1022-1030.
28. Магазенков Л. Н., Шейнин Д. А. Схемы аппроксимации по вертикали и корректной задачи прогноза для бароклинной атмосферы. *Метеорология и гидрология*. 1988. № 6. С. 43-50.
29. Марчук Г. И. Численное решение задач динамики атмосферы и океана. Ленинград: Гидрометеиздат, 1974. 303 с.
30. Лыкосов В. Н., Платов Г. А. Численное моделирование пограничного слоя атмосферы над ЭАЗО Курорсио. *Математическое моделирование процессов в пограничных слоях атмосферы и океана*. Москва: ОВМ АН-СССР, 1988. С. 66-93.
31. Лыкосов В. Н., Тонкачев Е. Б. Диагностическое восстановление турбулентных характеристик пограничного слоя атмосферы. *Метеорология и гидрология*. 1991. № 10. С. 43-52.
32. Лыкосов В. Н. О противогradientном переносе момента в струйном течении низкого уровня. *Изв. ФАО*. 1991. Т. 27. № 8. С. 803-811.
33. Deardorff J. W. Efficient prediction of ground surface

temperature and moisture with inclusion of a layer of vegetation. *J. Geophys. Res.* 1978. 83(C4). Pp. 1889-1903.

34. Сухоруков В. А., Дмитриев Н. В. Теория стационарного устойчиво стратифицированного дрейфового слоя трения океана. *Морской гидрофизический журнал*. 1986. № 5. С. 9-18.

REFERENCES

1. Lezhenin, A.A. & Speranskiy, L.S. (1984). Prostranstvennaya model' prognoza pogody v nizhney troposphere [Spatial model of weather forecast in the lower troposphere]. *Trudy ZapSibNII [Proceedings of the West Siberian Research Institute]*, 63, pp. 53-62. (in Russ.)
2. Kazakov, A.L., Lezhenin, A.A. & Speranskiy, L.S. (1996). Resultados Preliminares del Estudio de la Capa Limite Mesometeorologica de la Atmosfera en la Costa Norte Colombiana aplicando un Modelo Numerico. *Boletin Cientifico CIOH*, 17, pp. 17-26. (in Span.)
3. Marchuk, G.I. (1979). *Chislennoe reshenie zadach dinamiki atmosfery i okeana [Numerical solution of atmospheric and ocean dynamics problems]*. Leningrad: Hydrometeorological publishing house. (in Russ.)
4. Speranskiy, L.S. & Lezhenin, A.A. (1985). O primeneni metoda rasshchepleniya v modelyakh pogrannichnogo sloya atmosfery [Application of method Of splitting, in models of the atmospheric boundary layer]. *Trudy ZapSibNII [Proceedings of the West Siberian Research Institute]*, 75, pp. 71-78. (in Russ.)
5. *Vikhrerazreshayushchee modelirovanie [Vortex-resolving modeling]*. Available at: <http://www.inm.ras.ru/laboratory/direct2.htm> (Accessed: 14.10.2019) (in Russ.)
6. Luk'yanov, I.I. (2016). Sovremennye podkhody k modelirovaniyu turbulentnykh techeniy [Modern approaches to modeling turbulent flows]. *Mezhdunarodnyy nauchnyy zhurnal «Simvol nauki» [International scientific journal "Symbol of science"]*, 12-1, pp. 12-13. (in Russ.)
7. Smirnov, E.M. & Abramov, A.G. (2011). Opyt pryamogo chislenno modelirovaniya perekhodnoy i turbulentnoy svobodnoy konveksii vozdukha u nagretoy vertikal'noy plastiny [Experience of direct numerical simulation of transient and turbulent free air convection in a heated vertical plate]. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N. I. Lobachevskogo. Mekhanika zhidkosti i gaza. [Vestnik of Lobachevsky University of Nizhni Novgorod. Mechanics of liquid and gas]*, 4(3), pp. 1114-1116. (in Russ.)
8. Khotyanovskiy, D.V. & Kudryavtsev, A.N. (2011). Pryamoe chislennoe modelirovanie perekhodnogo sverkhzvukovogo pogrannichnogo sloya na ploskoy plastine [Direct numerical simulation of a transient supersonic boundary layer on a flat plate.] *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N. I. Lobachevskogo. Mekhanika zhidkosti i gaza [Vestnik of Lobachevsky University of Nizhni Novgorod.. Mechanics of liquid and gas.]*, 4(3), pp. 1235-1236. (in Russ.)
9. Shokurov, M.V., Artamonov, S.Yu. & Ezau, I.N. (2013). Chislennoe modelirovanie neytral'no stratifitsirovannogo atmosferного pogrannichnogo sloya [Numerical modeling of neutral stratified atmospheric boundary layer]. *Morskoy gidrofizicheskiy zhurnal [Marine hydrophysical journal]*, 2, pp. 37-50. (in Russ.)
10. Glazunov, A.V. (2006). Modelirovanie neytral'no stratifitsirovannogo turbulentnogo potoka vozdukha nad sherokhovatoy poverkhnost'yu [Modeling of neutral stratified turbulent air flow over a rough surface]. *Izv. FAO [Proceedings of atmospheric and ocean physics]*, 42(3), pp. 307-325. (in Russ.)
11. Glazunov, A.V. (2009). Vikhrerazreshayushchee modelirovanie turbulentnosti s ispol'zovaniem smeshannogo dinamicheskogo lokalizovannogo zamykaniya. Ch. 1. Formulirovka zadachi, opisaniye modeli i diagnosticheskie chislennyye testy [Vortex-Resolving turbulence modeling using mixed dynamic localized closure. Part 1. Formulation of the problem, model description, and diagnostic numerical tests]. *Izv. FAO [Proceedings of atmospheric and ocean physics]*, 45(1), pp. 7-28. (in Russ.)
12. Shokurov, M.V., Artamonov, S.Yu. & Ezau, I.N. (2013). LES-model' turbulentnogo atmosferного pogrannichnogo sloya: opisaniye i testovyye raschety [3D model of turbulent atmospheric boundary layer: description and test calculations]. *Morskoy gidrofizicheskiy zhurnal [Marine hydrophysical journal]*, 1, pp. 3-20. (in Russ.)
13. Bagaev, D.V. & Syraleva, M.N. (2018). Chislennoe modelirovanie svobodno-konvektivnogo techeniya okolo vertikal'noy poverkhnosti nagreva [Numerical simulation of free convection flow near a vertical heating surface]. *Trudy Krylovskogo gosudarstvennogo nauchnogo tsentra [Proceedings of the Krylov state scientific center]*, 2(384), pp. 93-98. (in Russ.)
14. Kurbatskaya, L.I. & Kurbatskiy, A.F. (2017). Chislennoe modelirovanie neytral'no stratifitsirovannogo atmosferного pogrannichnogo sloya s yavnoy algebraicheskoy model'yu turbulentnosti [Numerical simulation of a neutral stratified atmospheric boundary layer with an explicit algebraic turbulence model]. *Materialy Mezhdunar. nauch. konf. "Distsionnyye metody zondirovaniya Zemli i fotogrammetriya, monitoring okruzhayushchey sredy, geoekologiya" [Proceedings of the international scientific conference "Remote sensing methods of Earth and photogrammetry, environmental monitoring, geoecology]*, April 17-21. Novosibirsk, pp. 94-99. (in Russ.)
15. *Obzor metodov rascheta turbulentnykh techeniy. [Review of turbulent flow calculation methods]*. Available at: https://cfd.spbstu.ru/agarbaruk/turb_models/Term8_Lec04_review.pdf (Accessed: 14.10.2019) (in Russ.)
16. Lezhenin, A.A. (2007). Chislennoe modelirovanie atmosferного pogrannichnogo sloya nad neodnorodnoy mestnost'yu [Numerical modeling of atmospheric boundary layer over inhomogeneous terrain]. *Interexpo Geo-Sibir' [Interexpo Geo-Siberia]*, 3, pp. 315-319. (in Russ.)
17. Arguchintsev, V.K., Gutman, L.N., Penenko, V.V. et al. (1975). Prostranstvennaya model' mezometeorologicheskogo pogrannichnogo sloya [Spatial model of the mesometeorological boundary layer]. *Izv. AN SSSR [News of the USSR Academy of Sciences]*, 11(4), pp. 14-24. (in Russ.)
18. Lykosov, V.N. (1988). *K-teoriya turbulentnogo planetarnogo pogrannichnogo sloya atmosfery i obobshchennaya gipoteza Bussineska [K-theory of the turbulent planetary boundary layer of the atmosphere and the generalized Boussinesq hypothesis]*. Moscow (Preprint. Institute of computational mathematics of the Russian Academy of Sciences). (in Russ.)
19. O'Brien, J.J. (1970). A Note on the vertical structure of eddy exchange coefficients in the planetary boundary layer. *JAS*, 27, pp. 1213-1225.
20. Zilitinkevich, S.S., El'perin, T., Kliorin, N. et al. (2009). Zamykanie uravneniy Reynol'dsa dlya ustoychivo stratifitsirovannykh turbulentnykh techeniy v atmosfere i

- океане [The closure of the Reynolds equations for stably stratified turbulent flows in the atmosphere and the ocean], *Izv. FAO [News of Atmospheric and Oceanic Physics]*, 4, pp. 75-102. (in Russ.)
21. Monin, A.S. & Yaglom, A.M. (1992). *Statisticheskaya gidromekhanika [Statistical fluid mechanics]*. In 2 vol. Vol. 1: *Teoriya turbulentsnosti [Turbulence theory]*. Saint-Petersburg: Hydrometeorology Publ. (in Russ.)
 22. Lazriev, G.L. & Ioseliani, A.A. (1990). O kharakteristikakh turbulentsnosti v prizemnom sloe atmosfery [On the characteristics of turbulence in the surface layer of the atmosphere]. *Meteorologiya i gidrologiya [Meteorology and hydrology]*, 3, pp. 26-31. (in Russ.)
 23. Zilitinkevich, S.S. (1970). *Dinamika pogrannichnogo sloya atmosfery [Dynamics of the atmospheric boundary layer]*. Leningrad: Hydrometeorological publishing house. (in Russ.)
 24. Kazakov, A.L. & Lykosov, V.N. (1982). O parametrizatsii vzaimodeystviya atmosfery s podstilayushchey poverkhnost'yu pri chislenном моделировании атмосферных процессов [On the parametrization of the interaction of the atmosphere with the underlying surface in numerical modeling of atmospheric processes.], *Trudy ZapSibNII [Proceedings of the West Siberian Research Institute]*, 5, pp. 3-20. (in Russ.)
 25. Smagorinsky, J. (1960). On the dynamical prediction of large-scale condensation by numerical methods. *Geophys. Monogr.*, 5, pp. 71-78.
 26. Gavrilov, A.S. (1974). Nestatsionarnaya zadacha o planetarnom pogrannichnom sloe atmosfere s uchedom radiatsionnogo teploobmena [The nonstationary problem of the planetary boundary layer of the atmosphere, taking into account radiative heat transfer]. *Trudy ZSRNIGMI [Proceedings of the West Siberian Research Institute]*, 11, pp. 35-48. (in Russ.)
 27. Khvorost'yanov, V.I. (1981). O skhematizatsii spektra dlinnovolnogo izlucheniya atmosfery dlya modeley oblakov i tumanov na osnove spektral'nykh raschetov s tonkim razresheniyem po vertikali [On schematization of the spectrum of the long-wave radiation of the atmosphere for models of clouds and fog based on spectral calculations with fine vertical resolution]. *Izv. AN SSSR, FAO [News of the Academy of Sciences of the USSR, Physics of the Atmosphere and the Ocean]*, 17(10), pp. 1022-1030. (in Russ.)
 28. Magazenkov, L.N. & Sheynin, D.A. (1988). Skhemy approksimatsii po vertikali i korrektnoy zadachi prognoza dlya baroklinnoy atmosfery [Approximation schemes for the vertical and the correct prediction problem for the baroclinic atmosphere]. *Meteorologiya i gidrologiya [Meteorology and hydrology]*, 6, pp. 43-50. (in Russ.)
 29. Marchuk, G.I. (1974). *Chislennoye resheniye zadach dinamiki atmosfery i okeana [Numerical solution of problems of the dynamics of the atmosphere and the ocean]*. Saint-Petersburg: Hydrometeorology Publ. (in Russ.)
 30. Lykosov, V.N. & Platov, G.A. (1988). Chislennoye modelirovaniye pogrannichnogo sloya atmosfery nad EAZO Kuroshio [Numerical modeling of the atmospheric boundary layer over Eurasian Kuroshio]. *Matematicheskoye modelirovaniye protsessov v pogrannichnykh sloyakh atmosfery i okeana [Mathematical modeling of processes in the boundary layers of the atmosphere and ocean]*. Moscow: Area of Computational Mathematics of the USSR Academy of Sciences, pp. 66-93. (in Russ.)
 31. Lykosov, V.N. & Tonkachev, Ye.B. (1991). Diagnosticheskoye vosstanovleniye turbulentsnykh kharakteristik pogrannichnogo sloya atmosfery [Diagnostic recovery of turbulent characteristics of the atmospheric boundary layer]. *Meteorologiya i gidrologiya [Meteorology and hydrology]*, 10, pp. 43-52. (in Russ.)
 32. Lykosov, V.N. (1991). O protivogradiyentnom perenosе momenta v struynom techenii nizkogo urovnya [On the countergradient moment transfer in a low-level jet stream]. *Izv. FAO [News of Atmospheric and Oceanic Physics]*, 27(8), pp. 803-811. (in Russ.)
 33. Deardorff, J.W. (1978). Efficient prediction of ground surface temperature and moisture with inclusion of a layer of vegetation. *J. Geophys. Res.*, 83(C4), pp. 1889-1903.
 34. Sukhorukov, V.A. & Dmitriyev, N.V. (1986). Teoriya statsionarnogo ustoychivo stratifitsirovannogo dreyfovogo sloya treniya okeana [The theory of stationary, stably stratified drift layer of ocean friction]. *Morskoy gidrofizicheskiy zhurnal [Marine Hydrophysical Journal]*, 5, pp. 9-18. (in Russ.)

MESOSCALE NUMERICAL MODELING OF THE BOUNDARY ATMOSPHERIC LAYER ADAPTED TO THE NORTH-WESTERN BLACK SEA REGION. PART 1. MATHEMATICAL PROBLEM FORMULATION

E. V. Ivanova

Odessa State Environmental University,
15, Lvivska St., 65016 Odesa, Ukraine, EVivanovaRP@yandex.ru

The article presents a complete mathematical formulation of the problem of the boundary layer of the atmosphere and the interacting surface layers of the soil with the active layer of the sea adapted to the North-Western Black Sea Region through the inclusion of the coastline shape, relief elevation angles and climatic characteristics of soil moisture. The numerical model is a three-dimensional, unsteady, hydrostatic model with one- or two-parameter closure. The paper presents a detailed description of the applied sub-grid processes parameterizations such as cloudiness in the lower tier, flows of short- and long-wave radiation throughout thickness of the boundary layer and near the Earth, antigradient migration for basic meteorological variables in the presence of neutral or weakly stable stratification, components of water, heat and radiation balance, phase transitions of moisture in the atmosphere, and different parameterizations of turbulent processes used in the model. The possibilities of the model include description of neutral and stable boundary layers

with consideration of the kinetic energy of vertical velocity fluctuations instead of the kinetic energy of longitudinal and transverse velocity fluctuations. Identification of the type of the boundary layer at a particular point in time is estimated using values of the Richardson number. In addition, in case of convective conditions presence, parameterization of dry convection and wet-convective adaptation may be implemented. At the boundaries of "free boundary layer – surface or near-water layer of air, air-soil and air-water" certain bonding conditions are to be set to ensure continuity of meteorological parameters or their flows. On the upper boundary of the free boundary layer actual values of meteorological parameters and necessary parameters, or corresponding values from the global atmospheric model are to set. At the lower boundary of the deep soil layer the invariance of the vertical temperature gradient of the active layer of the sea – the value of temperature which is equal to the value of the latter according to its climatic values in the considered season of the year is to be set. The presented model is the first approximation in numerical modeling of the boundary layer over the adapted territory and is designed for studying the thermodynamic structure of the boundary layer of the adapted territory, as well as for identifying the breeze effects over the terrain.

Keywords: three-dimensional model; boundary layer; parametrization; turbulence; meteorological parameters; cloudiness; heat and water balance.

АДАПТОВАНЕ ДО ПІВНІЧНО-ЗАХІДНОГО ПРИЧОРНОМОР'Я МЕЗОМАСШТАБНЕ ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ГРАНИЧНОГО ШАРУ АТМОСФЕРИ. ЧАСТИНА 1. МАТЕМАТИЧНА ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

О. В. Іванова

*Одеський державний екологічний університет,
вул. Львівська, 15, 65016, Одеса, Україна, EVivanovaRP@ya.ru*

У статті представлена повна математична постановка задачі граничного шару атмосфери і взаємодіючих з ним поверхневих шарів ґрунту і діяльного шару моря, адаптованих до північно-західного Причорномор'я через включення форми берегової лінії, кутів нахилу рельєфу та кліматичних характеристик вологості ґрунту. Чисельна модель є тривимірною, нестационарною, гідростатичною з одно- або двопараметричним замиканням. Наводиться детальний опис використаних параметризацій підсіткових процесів, таких як хмарність в нижньому ярусі, потоки коротко- та довгохвильових випромінювань у всій товщі граничного шару і поблизу Землі, протиградієнтний перенос для основних метеорологічних величин при наявності нейтральної або слабко стійкої стратифікації, компонентів складових водного, теплого і радіаційного балансу, фазові переходи вологи в атмосфері, а також різні параметризації турбулентних процесів, що застосовуються в моделі. Можливості останньої припускають опис нейтрального і стійкого граничних шарів через врахування кінетичної енергії вертикальних флуктуацій швидкості замість кінетичної енергії поздовжніх та поперечних флуктуацій швидкості. Виявлення типу граничного шару в той чи інший момент часу оцінюється через значення числа Річардсона. Крім того, при наявності конвективних умов реалізується параметризація сухої конвекції і волого-конвективне пристосування. На границях розділу вільний граничний шар – приземний або приводний шар повітря, повітря-ґрунт та повітря-вода задаються умови склеювання, тобто безперервність метеорологічних величин або їх потоків. На верхній границі вільного граничного шару задаються фактичні значення метеорологічних величин та необхідні параметри або відповідні значення з глобальної моделі атмосфери. На нижній границі глибинного шару ґрунту задається незмінність вертикального градієнта температури, діяльного шару моря – значення температури, рівної значенням останньої згідно кліматичних значень її в розглядуваний сезон року. Представлена модель є першим наближенням в чисельному моделюванні граничного шару над адаптованою територією і розрахована на вивчення його термодинамічної структури, а також виявлення бризових ефектів над рельєфною місцевістю.

Ключові слова: тривимірна модель; граничний шар; параметризація; турбулентність; метеорологічні величини; хмарність; тепловий і водний баланси.

*Подання до редакції: 25. 04. 2019
Надходження остаточної версії: 04. 11. 2019
Публікація статті: 28. 11. 2019*