

PACSnumbers: 71.20.-b, 72.80.Ey, 73.23.Ad, 84.32.Ff, 85.30.De, 85.30.Tv, 85.35.-p, 85.40.Bh

Физика нанотранзисторов: транспортная модель Ландауэра–Датта–Лундстрема и баллистические MOSFET

Ю. А. Кругляк

*Одесский государственный экологический университет,
ул. Львовская, 15,
65016 Одесса, Украина*

Рассмотрена транспортная модель Ландауэра–Датта–Лундстрема (ЛДЛ), которая далее используется для построения теории MOSFET при низких и высоких напряжениях на стоке, в квазиравновесных и в далёких от равновесия условиях. Для достаточно длинных каналов проводимости результаты совпадают с привычными традиционными результатами, однако также можно достоверно построить физику нанотранзисторов, работающих в баллистическом или квазibalлистическом режимах. Используется подход ЛДЛ для расчёта выходных характеристик баллистических MOSFET. Для этой цели применяется уравнение Ландауэра с ограничениями, которые накладывает электростатика MOS. В результате получается довольно простая модель баллистических MOSFET. В случае невырожденной статистики эта модель упрощается аналогично тому, как уже было получено ранее в модели термоионной эмиссии. Для MOSFET в подпороговом режиме можно пользоваться невырожденной статистикой. В режиме выше порога зона проводимости на вершине барьера близка или даже лежит ниже по отношению к уровню Ферми. И, тем не менее, стало обычной практикой в теории структур MOS предполагать невырожденную статистику Максвелла–Больцмана, поскольку использование её упрощает расчёты и делает теорию более наглядной. Более того, на практике, как правило, не известны значения некоторых параметров с нужной точностью, так что стало привычным пользоваться невырожденной статистикой с привлечением эмпирических параметров, чтобы вписаться в экспериментальные данные.

Розглянуто транспортний модель Ландауэра–Датта–Лундстрема (ЛДЛ), який далі використовується для побудови теорії MOSFET за низьких і високих напружень на стоці, в квазірівноважних і в далеких від рівноваги умовах. Для достатньо довгих каналів провідності результати збігаються зі звичними традиційними результатами, проте, також можна достовірно побудувати фізику нанотранзисторов, що працюють у балістичному або квазibalістичному режимах. Використовується підхід ЛДЛ для розраху-

нку вихідних характеристик балістичних MOSFET. Для цієї мети застосовується Ландауєрове рівняння з обмеженнями, які накладає електростатика MOS. В результаті виходить достатньо простий модель балістичних MOSFET. У разі невідродженої статистики цей модель спрощується аналогічно тому, як вже було одержано раніше в модель терміонної емісії. Для MOSFET у підпороговому режимі можна користуватися невідродженою статистикою. У режимі вище порога зона провідності на вершині бар'єру близька до або навіть лежить нижче рівня Фермі. І, тим не менше, стало звичайною практикою в теорії структур MOS припускати невідроджену статистику Максвелла–Больцманна, оскільки використання її спрощує розрахунки і робить теорію більш наочною. Більш того, на практиці, як правило не відомі значення деяких параметрів з потрібною точністю, так що стало звичним користуватися невідродженою статистикою із залученням емпіричних параметрів, щоб вписатися в експериментальні дані.

The transport model by Landauer–Datta–Lundstrom (LDL) is considered and is further used to construct the MOSFET theory for the low and high voltages in the drain, in quasi-equilibrium conditions and in conditions far from equilibrium. For sufficiently long conduction channels, the results coincide with the usual traditional results, however, it is also possible reliably build the physics of nanotransistors working in the ballistic or quasi-ballistic modes. The LDL approach is used to calculate the output characteristics of ballistic MOSFETs. For this goal, the Landauer equation with constraints imposed by MOS electrostatics is applied. The result is a simple model of ballistic MOSFETs. In the case of nondegenerate statistics, this model is simplified in the same way as it was previously obtained in the thermionic emission model. For MOSFET in the subthreshold mode, one can use nondegenerate statistics. In the regime above the threshold, a conduction band at the top of the barrier is close to or even below the Fermi level. And, nevertheless, it has become common practice in the theory of MOS structures to assume the nondegenerate Maxwell–Boltzmann statistics, since a use of it simplifies calculations and makes the theory visual. Moreover, in practice, as a rule, the values of certain parameters are not known with the required accuracy, so, it became customary to use nondegenerate statistics with a use of empirical parameters to fit to the experimental data.

Ключевые слова: наноэлектроника, полевой транзистор, MOSFET, модель ЛДЛ, метрика транзисторов, управление транзисторами, виртуальный источник.

Ключові слова: наноелектроніка, польовий транзистор, MOSFET, модель ЛДЛ, метрика транзисторів, управління транзисторами, віртуальний витік.

Keywords: nanoelectronics, field effect transistor, MOSFET, LDL model, transistor metrics, transistor control, virtual source.

(Получено 29 ноября 2018 г.)

1. ВВЕДЕНИЕ

В продолжение научного обозрения физических принципов моделирования нанотранзисторов [1–4] сначала рассмотрим обобщённую модель электронного транспорта Ландауэра–Датта–Лундстрёма (ЛДЛ) применительно к $2D$ -каналам проводимости полевых транзисторов MOSFET. С более подробным изложением этой модели, применительно к наноскопическим, микро- и макроскопическим проводникам произвольной размерности $1D$, $2D$ и $3D$, работающим в баллистическом, квазibalлистическом и диффузионном режимах, можно ознакомиться в [5–10].

Ток стока MOSFET пропорционален произведению электронного заряда и скорости электронов. До сих пор обсуждались вопросы, связанные с зарядом. Сейчас обратимся к обсуждению скорости носителей тока. Для вычисления средней скорости нам необходима теория транспортных явлений в полупроводниках. Традиционно изложение этой теории начинается с уравнения дрейфа–диффузии [11]:

$$J_x = n_s q \mu E_x + qD \frac{dn_s}{dx}, \quad (1)$$

где J_x — плотность тока $2D$ электронов в тонком слое в единицах [А/м]; n_s — поверхностная плотность электронов в единицах [м⁻²]. Это уравнение вполне пригодное и привычное в качестве исходного уравнения для обсуждения транспортных явлений в транзисторах с достаточно длинным каналом проводимости, однако, не является таковым, если речь идёт о нанотранзисторах.

В применении к нанотранзисторам мы воспользуемся концепцией Ландауэра [12], развитой Датта [5, 9] и Лундстрёмом [6, 10], согласно которой ток определяется уравнением

$$I = \frac{2q}{h} \int_{-\infty}^{+\infty} T(E)M(E)(f_1(E) - f_2(E))dE [A], \quad (2)$$

где $T(E)$ — коэффициент прохождения; $M(E)$ — число мод (каналов) проводимости; $f_1(E)$ и $f_2(E)$ — фермиевские функции контактов 1 и 2.

2. ОБОБЩЁННАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОННОГО ТРАНСПОРТА

Схема наноканала проводимости в полевом транзисторе представлена на рис. 1. Предполагается, что контакты массивные и имеет место сильное неупругое электрон-фононное рассеяние, так что электроны в контактах находятся в термодинамическом равновесии. В состоянии равновесия вероятность того, что электронное со-

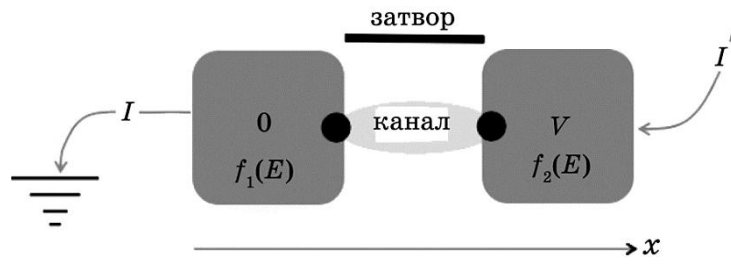


Рис. 1. Иллюстрация наноканала проводимости MOSFET с двумя массивными контактами, находящимися в термодинамическом равновесии. Если контакты имеют разную температуру или на них поданы разные потенциалы, то $f_1(E) \neq f_2(E)$ и по каналу пойдёт ток.¹

стояние с энергией E занято, определяется функцией Ферми

$$f_{1,2}(E) = \frac{1}{1 + e^{(E - E_{F1,2})/kT}}, \quad (3)$$

которая в нашем контексте называется также электрохимическим потенциалом контактов 1 и 2.

Если температура контактов одинакова и на них подано одинаковое напряжение, то в соответствии с (2) ток по каналу не идёт. Это утверждение непосредственно следует из физического смысла фермиевской функции, поскольку в этой ситуации вероятности того, что состояние с энергией E на контактах 1 и 2 занято, одинаковы.

Теперь рассмотрим ситуацию когда $f_1(E) \neq f_2(E)$: ток идёт. Согласно (3), в этом случае возможны два варианта возникновения тока. Во-первых, температура обоих контактов может быть различной, что вызовет термоэлектрические эффекты [5, 6, 8, 9, 13]. Во-вторых, на контакты может быть подано различное напряжение.

Пусть, например, левый контакт 1 заземлён, а на второй контакт подано напряжение V (рис. 1). Если подать положительное напряжение, то электрохимический потенциал правого контакта понизится на величину qV :

$$E_{F2} = E_{F1} - qV. \quad (4)$$

При этом предполагается, что даже при подаче напряжения вероятность того, что состояние занято, определяется равновесной функцией Ферми, которая принимает разные значения на контактах. Строго говоря, это не может быть так, поскольку при появлении тока система выходит из состояния равновесия, однако, мы предполагаем, что контакты настолько массивны, что подача небольшого напряжения вызывает лишь незначительное отклонение из состояния равновесия, которым можно пренебречь.

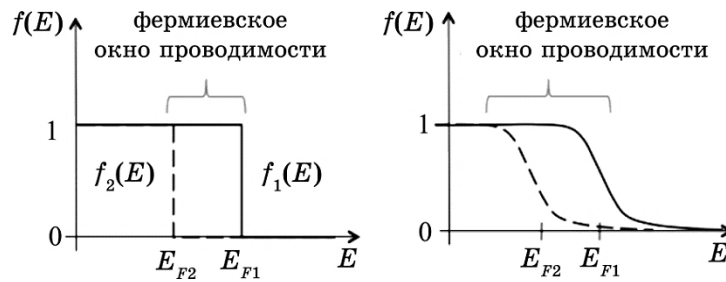


Рис. 2. Концепция фермиевского окна при подаче относительно большого напряжения: слева: $T = 0$ К; справа: $T > 0$ К.²

Когда имеет место разница в напряжениях, поданных на контакты, возникает различие $f_1(E) \neq f_2(E)$ между фермиевскими функциями в некоторой области энергии, называемое окном Ферми. Концепция фермиевского окна проводимости иллюстрируется на рис. 2.

Рисунок слева соответствует $T = 0$ К, а справа $T > 0$ К: $f_1(E) \neq f_2(E)$. Согласно уравнению Ландауэра для тока (2), только электроны в канале проводимости, энергия которых попадает в окно Ферми, дают вклад в величину тока.

Различие между электрохимическими потенциалами контактов является причиной появления тока, однако, как видно из уравнения Ландауэра (2), ток при энергии E пропорционален произведению $T(E)M(E)$. Величина $M(E)$ — это число мод (каналов) проводимости при энергии E . Число мод проводимости «напоминает» число полос автомобильного шоссе. Чем больше мод, тем сильнее ток, имея в виду, что проводят ток только те моды, энергия которых попадает в окно проводимости Ферми. Можно ожидать, что число мод зависит от плотности состояний при энергии E и от скорости электронов. Величина $T(E)$ получила название коэффициента прохождения. Он равен вероятности того, что электрон, покинув контакт 1, пройдет весь канал проводимости без рассеяния назад и вернется в исходный контакт 1. Коэффициент прохождения отличен от единицы при наличии рассеяния назад. Если электрон вышел из контакта 1 и рассеялся назад, он может вернуться в контакт 1. Вероятность рассеяния назад зависит от длины канала проводимости L и от среднего расстояния между соседними актами рассеяния назад λ , так называемой средней длины пробега между столкновениями назад (mean-free-path (mfp) for backscattering). Когда $L \ll \lambda$, то $T \rightarrow 1$, а при $L \gg \lambda$ $T \rightarrow 0$. В уравнении (2) предполагается, что вероятность прохождения электрона от контакта 1 до контакта 2 равна вероятности прохождения электрона от контакта 2 до контакта 1. Можно показать, что это имеет место при упругом рассеянии электронов, т.е. тогда, когда электроны при движении занимают разные, параллельные моды. В концепции Ландауэра предполагается, что в канале

проводимости происходит упругое рассеяние электронов, а в контактах имеет место сильное неупругое рассеяние.

В итоге, уравнение Ландауэра (2) пригодно для описания транспорта электронов от баллистического предела без рассеяния с $T = 1$ и до диффузионного предела с интенсивным рассеянием с $T \ll 1$. Полный ток получается суммированием вкладов от всех мод, которые полагаются независимыми, поскольку неупругие столкновения, ведущие к взаимодействию мод, исключаются.

2.1. Большие и малые напряжения

Разность электрохимических потенциалов $f_1(E) - f_2(E) = qV$ играет важную роль в выражении Ландауэра для тока (2). Ситуации, когда эта разность велика или мала, различны. Когда большое напряжение прилагается к контакту 2, тогда для всех энергий $f_1(E) \gg f_2(E)$ и (2) упрощается до

$$I = \frac{2q}{h} \int_{-\infty}^{+\infty} T(E)M(E)f_1(E) dE . \quad (5)$$

Будем пользоваться этим уравнением для области насыщения MOSFET. Когда к контакту 2 прилагается небольшое напряжение, уравнение (2) также упрощается (рис. 3).

При $T = 0$ К фермиевское окно выглядит как δ -функция при энергии $E = E_F$ (рис. 3/слева). При $T > 0$ К фермиевское окно $f_1(E) - f_2(E)$ напоминает острый пик, центрированный при $E = E_F$ (рис. 3/справа). При малых напряжениях, отвечающих квазиравновесным состояниям, можно воспользоваться разложением $f_2(E)$ в ряд Тейлора

$$f_2(E) \approx f_1(E) + \frac{\partial f_1}{\partial E_F} \delta E_F , \quad (6)$$

откуда малая разница между электрохимическими потенциалами

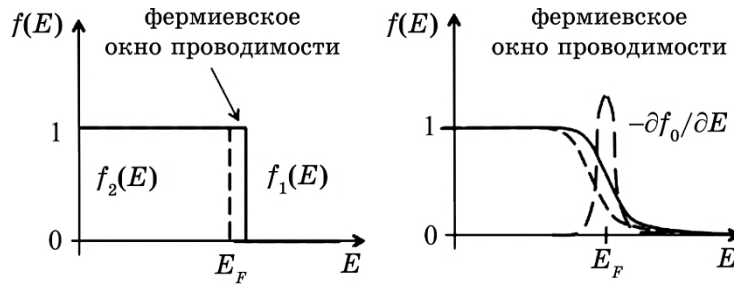


Рис. 3. Концепция фермиевского окна при подаче небольшого напряжения: слева: $T = 0$ К; справа: $T > 0$ К.³

контактов

$$f_1(E) - f_2(E) = -\left(\frac{\partial f_1}{\partial E_F}\right)\delta E_F = -\left(-\frac{\partial f_1}{\partial E}\right)\delta E_F, \quad (7)$$

где мы воспользовались свойством функции Ферми

$$\frac{\partial f}{\partial E_F} = \frac{\partial f}{\partial E}. \quad (8)$$

Поскольку $\delta E_F = -qV$, то

$$f_1(E) - f_2(E) = q\left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right)V, \quad (9)$$

где мы воспользовались тем, что вблизи равновесия $f_1(E) \approx f_2(E) \approx f_0(E)$. Итак, вблизи равновесия после подстановки (9) в (2) получаем, что

$$I = GV \text{ [A]}, \quad (10)$$

$$G = \frac{2q^2}{h} \int T(E)M(E)\left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right)dE \text{ [См]}.$$

Часто именно это уравнение для проводимости называют уравнением Ландауэра. Мы воспользуемся этим уравнением для вычисления тока в линейной области выходных характеристик MOSFET.

Наконец, по определению, фермиевское окно проводимости —

$$W(E) \equiv \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right); \quad (11)$$

площадь под ним равна единице:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} W(E) dE = 1, \quad (12)$$

что следует из

$$\int_{-\infty}^{+\infty} W(E) dE = \int_{-\infty}^{+\infty} \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E}\right) dE = -\int_{-\infty}^{+\infty} df_0 = f_0(-\infty) - f_0(+\infty) = 1,$$

где последнее равенство вытекает из свойств функции Ферми (3).

При стремлении температуры к нулю фермиевское окно $W(E)$ стремится к δ -функции при $E = E_F$. Поскольку площадь окна проводимости Ферми равна единице, то фермиевское окно для металлов можно рассматривать как δ -функцию: $W(E) \approx \delta(E - E_F)$.

2.2. Коэффициент прохождения

Рассмотрим следующую ситуацию: стационарный поток электронов $\underline{F}^+|_{x=0}$ впрыскивается слева в однородный проводник в отсутствие электрического поля, а справа выходит поток $\underline{F}^+|_{x=L}$ (рис. 4). Впрыскивания справа не происходит.

Коэффициент прохождения T определяется как отношение доли электронов, покинувших проводник, к впрыснутым в проводник:

$$T = \frac{\underline{F}^+|_{x=L}}{\underline{F}^+|_{x=0}} \quad (0 \leq T \leq 1). \quad (13)$$

Часть электронов, впрыснутых в проводник, проходит через него, а часть электронов испытывает рассеяние назад и покидает проводник влево: $\underline{F}^+|_{x=0} = \underline{F}^+|_{x=L} + \underline{F}^-|_{x=0}$, так что $\underline{F}^-|_{x=0} = (1 - T)\underline{F}^+|_{x=0}$.

Ситуация, показанная на рис. 4, может иллюстрировать диффузию электронов через базу биполярного транзистора: поток электронов инжектируется эмиттером в базу при $x = 0$ и выходит при $x = L$ в коллектор. Если напряжение на коллекторе достаточно велико, то коллектор работает как поглощающий контакт: поглощаются все электроны и ни один электрон не возвращается в базу.

Рассмотрим сначала случай с тонкой базой, $L \ll \lambda$. Практически все инжектированные электроны покидают базу, так что $F^+(L) = F^+(0)$ и $F^-(0) = 0$. Это баллистический предел и коэффициент прохождения

$$T_{ball} = 1. \quad (14)$$

В диффузионном пределе $L \gg \lambda$. Канал проводимости во много раз больше средней длины свободного пробега, и коэффициент про-

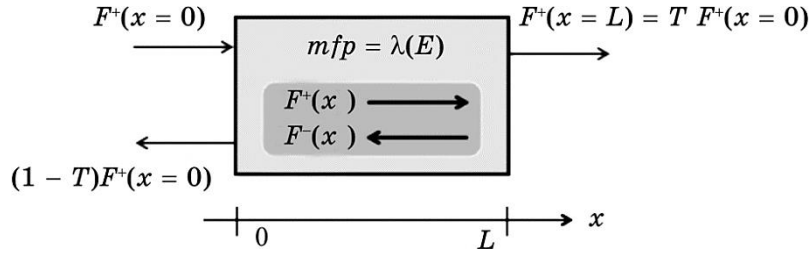


Рис. 4. Впрыскивание в проводник потока электронов $\underline{F}^+|_{x=0}$ слева, доля которых $T\underline{F}^+|_{x=0} = \underline{F}^+|_{x=L}$ покидает проводник справа. Предполагается, что впрыскивания в проводник справа не происходит, как и отсутствуют процессы генерации и рекомбинации электронов внутри проводника.⁴

хождения небольшой. Эта ситуация типична для микроэлектроники.

Для вычисления коэффициента прохождения в диффузионном пределе пусть концентрация электронов в точке впрыскивания $x = 0$ есть $n|_{x=0}$. Если канал проводимости достаточно длинный, то $n|_{x=L} \approx 0$. Суммарный поток электронов определяется законом диффузии Фика:

$$F = -D \frac{dn}{dx} = D \frac{n|_{x=0}}{L} = \underline{F^+}|_{x=L}. \quad (15)$$

В диффузионном пределе

$$\underline{F^+}|_{x=0} = \frac{n|_{x=0}}{2} v_T, \quad (16)$$

где двойка обязана тому, что в диффузионном пределе приблизительно половина электронов при входе в канал проводимости имеет положительную скорость, а другая половина — отрицательную, вызванную рассеянием назад. Скорость v_T — это средняя тепловая скорость электронов. В предположении статистики Максвелла–Больцмана это однонаправленная тепловая скорость

$$v_T = \sqrt{\frac{2kT}{\pi m^*}}. \quad (17)$$

Из (13), (15) и (16) находим

$$T = \frac{\underline{F^+}|_{x=L}}{\underline{F^+}|_{x=0}} = \frac{F}{\underline{F^+}|_{x=0}} = \frac{Dn|_{x=0}/L}{v_T n|_{x=0}/2} = \frac{2D}{v_T L}, \quad (18)$$

где коэффициент диффузии известным образом связан с тепловой скоростью и средней длиной свободного пробега [6, 8]

$$D = \frac{v_T \lambda}{2} \text{ [см}^2/\text{с]}, \quad (19)$$

так что окончательно в диффузионном пределе

$$T_{diff} = \frac{\lambda}{L}. \quad (20)$$

Как и ожидалось, коэффициент прохождения в диффузионном пределе небольшой, поскольку $L \gg \lambda$.

Итак, получены выражения для коэффициента прохождения в двух предельных режимах — баллистическом и диффузионном. Современные нанотранзисторы работают в промежуточном квазибаллистическом режиме. В общем случае

$$T = \frac{\lambda_0}{\lambda_0 + L}, \quad T(E) = \frac{\lambda(E)}{\lambda(E) + L}. \quad (21)$$

Первое уравнение предполагает, что средняя длина свободного пробега не зависит от энергии, в результате чего коэффициент прохождения одинаков для всех мод проводимости. Во втором уравнении коэффициент прохождения зависит от энергии мод проводимости и охватывает как оба предельных режима — баллистический ($L \ll \lambda$, $T \rightarrow 1$) и диффузионный ($L \gg \lambda$, $T \ll 1$), так и промежуточный квазibalлистический режим ($L \approx \lambda$, $T < 1$). Это общее выражение для коэффициента прохождения следует из транспортного уравнения Больцмана [6–9].

Важно отметить, что фигурирующая в (21) величина λ есть средняя длина свободного рассеяния назад (mean-free-path for backscattering). Её физический смысл связан с вероятностью (на единицу длины) того, что поток электронов вперёд рассеивается назад. Иначе говоря, средняя длина свободного рассеяния есть просто среднее расстояние между двумя соседними по времени событиями рассеяния

$$\Lambda(E) \equiv v(E) \tau(E). \quad (22)$$

В случае $2D$ -канала проводимости [6–9]

$$\lambda(E) \equiv \frac{\pi}{2} v(E) \tau_m(E), \quad (23)$$

где $\tau_m(E)$ — время релаксации импульса, всегда большее, чем среднее время между двумя последовательными актами рассеяния $\tau(E)$, так что $\lambda > \Lambda$: средняя длина свободного рассеяния назад всегда больше средней длины свободного рассеяния.

Однонаправленная тепловая скорость (17) играет важную роль в транспортных задачах. В состоянии равновесия средняя скорость электронов равна нулю, поскольку средняя скорость электронов, движущихся в направлении $+x$, есть величина положительная, равная по абсолютной величине средней скорости электронов, движущихся в направлении $-x$. Вычислим эту однонаправленную скорость для $2D$ -полупроводника с параболической зонной структурой.

Сначала рассмотрим усреднение по углам (рис. 5).

Скорость вдоль оси x есть $v(E) \cos \theta$. В $2D$ -проводнике $E = \hbar^2(k_x^2 + k_y^2) / 2m^*$, и скорость $v(E)$ не зависит от угла. Средняя скорость в направлении $+x$

$$\langle v_x^+(E) \rangle = \frac{\int_{-\pi/2}^{+\pi/2} v(E) \cos \theta d\theta}{\pi} = \frac{2}{\pi} v(E), \quad (24)$$

где угловые скобки означают усреднение по углу в плоскости xy при

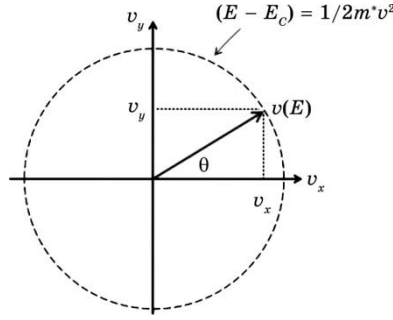


Рис. 5. Вектор скорости $v(E)$ при энергии E в плоскости xy . Для параболической зонной структуры величина вектора скорости определяется его энергией и не зависит от направления.⁵

энергии E .

Нас интересует скорость $\langle\langle v_x^+(E) \rangle\rangle$, где двойные угловые скобки означают усреднение как по углам, так и по энергии:

$$\langle\langle v_x^+(E) \rangle\rangle = \frac{\int_{E_c}^{\infty} \langle v_x^+(E) \rangle D_{2D}(E) f_0(E) dE}{\int_{E_c}^{\infty} D_{2D}(E) f_0(E) dE} = \frac{2}{\pi} \frac{\int_{E_c}^{\infty} v(E) D_{2D}(E) f_0(E) dE}{\int_{E_c}^{\infty} D_{2D}(E) f_0(E) dE}.$$

Для параболических зон скорость и плотность состояний [5–9]

$$v(E) = \sqrt{\frac{2(E - E_c)}{m^*}}, \quad D_{2D}(E) = g_v \frac{m^*}{\pi \hbar^2},$$

так что

$$\langle\langle v_x^+(E) \rangle\rangle = \frac{g_v \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \frac{2}{\pi} \int_{E_c}^{\infty} \sqrt{\frac{2(E - E_c)}{m^*}} \frac{dE}{1 + e^{(E - E_F)/kT}}}{g_v \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \int_{E_c}^{\infty} \frac{dE}{1 + e^{(E - E_F)/kT}}}, \quad (25)$$

а после замены переменных

$$\eta \equiv \frac{E - E_c}{kT}, \quad \eta_F \equiv \frac{E_F - E_c}{kT} \quad (26)$$

получим

$$\langle\langle v_x^+(E) \rangle\rangle = \sqrt{\frac{2kT}{\pi m^*}} \frac{\int_0^{\infty} \frac{\eta^{1/2} d\eta}{1 + e^{(\eta - \eta_F)}}}{\int_0^{\infty} \frac{d\eta}{1 + e^{(\eta - \eta_F)}}}.$$

В числителе имеем интеграл Ферми–Дирака порядка S , а в знаменателе — порядка 0 [8, 14]:

$$\langle \langle v_x^+(E) \rangle \rangle = \sqrt{\frac{2kT}{\pi m^*}} \frac{\mathfrak{F}_{1/2}(\eta_F)}{\mathfrak{F}_0(\eta_F)}. \quad (27)$$

Ниже порога предполагается, что справедлива статистика Максвелла–Больцмана, так что интегралы Ферми–Дирака стремятся к $\exp(\eta_F)$ [8, 14], и в результате получается уже приведённое выше уравнение (17).

2.3. Моды проводимости

Распределение мод $M(E)$ даёт число каналов проводимости при энергии E , по которым может идти ток. Вывод и подробное обсуждение этого понятия для $1D$ -, $2D$ - и $3D$ -проводников см. в [5–9]. Здесь же речь пойдёт только о $2D$ -проводниках, поскольку нас, прежде всего, интересуют каналы проводимости в нанотранзисторах.

Можно ожидать, что число мод проводимости должно быть связано с плотностью состояний и со скоростью электронов:

$$M(E) \propto \frac{1}{4} \langle \langle v_x^+(E) \rangle \rangle D(E), \quad (28)$$

где $D(E)dE$ есть число состояний с энергией между E и $E + dE$. Множитель четвёрка включает в себя вырождение по спину двойку; нам нужна плотность состояний в пересчёте на спин $D(E)/2$, поскольку вырождение по спину уже учтено в (2) в виде двойки в этой формуле. Ещё один множитель двойка возникает потому, что только в половине состояний $D(E)/2$ скорости электронов направлены так же, как и ток.

Анализ размерности (28) показывает, что коэффициент пропорциональности должен иметь размерность постоянной Планка [Дж·с], так что окончательно

$$M(E) = \frac{h}{4} \langle \langle v_x^+(E) \rangle \rangle D(E). \quad (29)$$

В применении к плоским MOSFET, в которых электроны движутся по $2D$ -каналам,

$$M_{2D}(E) = \frac{h}{4} \langle \langle v_x^+(E) \rangle \rangle D_{2D}(E) [\text{м}^{-1}] \quad (30)$$

даёт число мод при энергии E на единицу ширины канала проводимости.

Для параболических зон $2D$ -плотность состояний даётся выра-

жением [5–11]

$$D_{2D}(E) = g_v \left(\frac{m^*}{\pi\hbar^2} \right) \left[\text{Дж}^{-1}\text{м}^{-2} \right], \quad (31)$$

где g_v — долиное вырождение. В случае MOSFET эти $2D$ -состояния лежат в зоне проводимости или в валентной зоне при энергии соответственно выше $E_C + \varepsilon_1$ или ниже $E_V - \varepsilon_1$, где ε_1 это локализация энергии (confinement energy) для нижней подзоны (рис. 14/[3]). Аналогичным образом учитываются другие подзоны, если это необходимо.

Согласно (30), распределение мод в $2D$ -канале проводимости с учётом (24)

$$M_{2D}(E) = g_v \frac{\sqrt{2m^* [E - (E_C + \varepsilon_1)]}}{\pi\hbar}, \quad (12.28)$$

что графически показано на рис. 6. Подобным же образом можно получить распределение мод в каналах $1D$ и $3D$ с параболической зонной структурой или, например, в графене, задавшись соответствующими выражениями для плотности состояний и скорости [5–9].

Для понимания физики транзисторов со структурой MOS нужно разобраться, каким образом напряжение на затворе контролирует число электронов в канале проводимости и сам результирующий ток. Чтобы связать плотность электронов с электрохимическим потенциалом, воспользуемся плотностью состояний, а для увязки тока с электрохимическим потенциалом воспользуемся распределением мод в соответствии с (2). Такой подход аналогичен использованию двух различных «эффективных масс» в традиционной теории полупроводников — эффективной массы плотности состояний

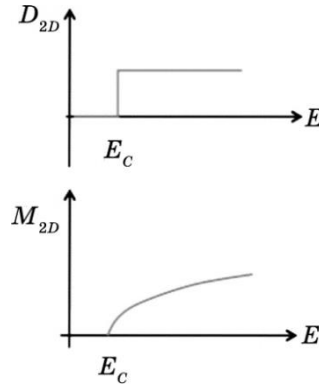


Рис. 6. Распределение мод проводимости с энергией и плотности состояний для $2D$ -канала проводимости с параболической зонной структурой.⁶

(density-of-states effective mass) и эффективной массы проводимости (conductivity effective mass).

2.4. Квант проводимости

Рассмотрим проводимость $2D$ -канала при $T = 0$ К. Воспользуемся выражением (10) и тем, что при нулевой температуре фермиевское окно $(-\partial f_0 / \partial E)$ ведёт себя как δ -функция при $E = E_F$. Тогда проводимость

$$G|_{T=0} = \frac{2q^2}{h} T(E_F) M(E_F). \quad (33)$$

Если предположить, что транспорт баллистический, $T(E_F) = 1$, который сейчас несложно экспериментально продемонстрировать с нанопроводниками при низких температурах, тогда

$$G|_{T=0} = \frac{2q^2}{h} M(E_F) = \frac{M(E_F)}{12,9 \text{ к}\Omega}. \quad (34)$$

В коротких проводниках число мод невелико и вполне счётно. Итак, проводимость квантуется в единицах $2q^2/h$, что составляет $1/12,9 \text{ к}\Omega^{-1}$.

Квантование проводимости — надёжно установленный опытный факт. Рисунок 7 демонстрирует экспериментальный факт квантования проводимости электронного газа в интерфейсе AlAs/Al_xGa_{1-x}As. В этом эксперименте ширина канала проводимости W изменялась электростатически путём подачи напряжения на затвор, в результате чего менялось число мод проводимости, что влекло за собой скачкообразное изменение проводимости в полном соответствии с (34). Этот эксперимент проводился при низкой температуре с тем,

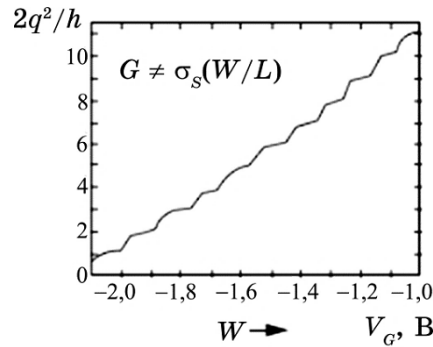


Рис. 7. Квантование проводимости электронного газа в интерфейсе AlAs/Al_xGa_{1-x}As [15, 16].⁷

чтобы добиться баллистического транспорта электронов. Однако современные нанотранзисторы имеют настолько короткий канал проводимости, что эффекты квантования проводимости проявляются уже при комнатной температуре.

Баллистический транспорт, $T(E_F) = 1$, и квазibalлистический транспорт, $T(E_F) \simeq / < 1$, не являются необычными в современных нанотранзисторах. Все же в большинстве используемых ныне устройствах нанoeлектроники нанотранзисторы ещё достаточно велики и дискретная природа их мод проводимости не проявляется. Распределение мод проводимости рассматривается как непрерывное свойство, пропорциональное ширине канала проводимости W . Мы далее будем предполагать, что

$$M(E) = WM_{2D}(E), \quad (35)$$

где $M_{2D}(E)$ даётся уравнением (32).

2.5. Плотность электронов

Согласно традиционной теории полупроводников, плотность электронов в зоне проводимости даётся интегралом от произведения плотности состояний при энергии E на вероятность того, что состояния при энергии E заняты [11]:

$$n_S = \int_{E_c}^{\infty} D_{2D}(E) f_0(E) dE \quad [\text{м}^{-2}]. \quad (36)$$

Для плотности состояний воспользуемся выражением (31); тогда

$$n_S = \int_{E_c}^{\infty} \left(g_v \frac{m^*}{\pi \hbar^2} \right) \frac{dE}{1 + e^{(E-E_F)/kT}} = \left(g_v \frac{m^* kT}{\pi \hbar^2} \right) \int_0^{\infty} \frac{d\eta}{1 + e^{\eta - \eta_F}}, \quad (37)$$

где η и η_F определены в (26). После взятия интеграла имеем

$$n_S = \left(g_v \frac{m^* kT}{\pi \hbar^2} \right) \ln(1 + e^{\eta_F}) = N_{2D} \ln(1 + e^{\eta_F}) = N_{2D} \mathfrak{I}_0(\eta_F), \quad (38)$$

где N_{2D} есть $2D$ эффективная плотность состояний.

Теперь вычислим плотность электронов в канале на рис. 1. Состояния в этом канале заняты электронами, поступающими из контакта 1 с электрохимическим потенциалом E_{F1} и из контакта 2 с электрохимическим потенциалом E_{F2} .

Вероятность того, что состояние при энергии E занято электронами, поступившими из контакта 1, есть $f_1(E_{F1})$, а поступившими из контакта 2, есть $f_2(E_{F2})$. Теперь (36) можно переписать следующим образом:

$$n_S = \int_{E_C}^{\infty} \left(\frac{D_{2D}(E)}{2} f_1(E) + \frac{D_{2D}(E)}{2} f_2(E) \right) dE, \quad (39)$$

предполагая, что контакты идентичны. Воспользовавшись (38), получим

$$n_S = \frac{N_{2D}}{2} \mathfrak{F}_0(\eta_F) + \frac{N_{2D}}{2} \mathfrak{F}_0(\eta_F - qV/kT), \quad (40)$$

где $\eta_F = (E_{F1} - E_C)/kT$. Видим, что вычисленная неравновесная плотность электронов связана с плотностью состояний аналогично тому, как это имеет место и в случае равновесия. Нужно просто помнить, что при наличии тока есть два различных фермиевских уровня и две различных группы состояний в канале проводимости, одна группа связана в контактом 1, а другая — с контактом 2.

Оба рассмотренных понятия — моды проводимости $M(E)$ и плотности состояний $D(E)$ необходимы для моделирования MOSFET.

Подход Ландауэра–Датта–Лундстрёма к транспорту электронов в наноразмерных каналах проводимости пригоден для всех режимов транспорта: от баллистического до диффузионного и всех промежуточных квазibalлистических режимов. В качестве примера воспользуемся этим подходом для $2D$ -проводника при низком, поданном на него напряжении. Если длина и ширина проводника достаточно велики, то мы имеем стандартное выражение для проводимости

$$G = \sigma_S W/L = n_S q \mu W/L, \quad (41)$$

где σ_S — удельная поверхностная проводимость. Это выражение предполагает, что длина канала проводимости существенно превышает среднюю длину свободного пробега, $L \gg \lambda$, т.е. реализуется режим диффузионного предела. Посмотрим, какие результаты даёт подход ЛДЛ.

Начнём с уравнения (10) для режима диффузионного транспорта с $T = \lambda/L$ и $M(E)$ по (35). Для проводимости имеем

$$G = \frac{2q^2}{h} \int_{E_C}^{\infty} \left(\frac{\lambda(E)}{L} \right) \left(\frac{g_v W \sqrt{2m^*(E - E_C)}}{\pi \hbar} \right) \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) dE. \quad (42)$$

Воспользуемся свойством функции Ферми (8) и вынесем производную из-под знака интеграла:

$$G = \left[\frac{2q^2}{h} \left(\frac{g_v \sqrt{2m^*}}{\pi \hbar} \right) \frac{\partial}{\partial E_F} \int_{E_C}^{\infty} \frac{\lambda(E) \sqrt{E - E_C}}{1 + e^{(E - E_F)/kT}} dE \right] \frac{W}{L}. \quad (43)$$

Пусть простоты ради средняя длина свободного пробега не зависит от энергии: $\lambda(E) = \lambda_0$; тогда после замены переменных (26) имеем:

$$G = \left[\frac{2q^2}{h} \left(\frac{g_v \sqrt{2m^* kT}}{\pi \hbar} \right) \lambda_0 \frac{\partial}{\partial \eta_F} \int_0^\infty \frac{\eta^{1/2}}{1 + e^{\eta - \eta_F}} d\eta \right] \frac{W}{L} \quad (44)$$

или иначе через интеграл Ферми–Дирака

$$G = \left[\frac{2q^2}{h} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left(\frac{g_v \sqrt{2m^* kT}}{\pi \hbar} \right) \lambda_0 \frac{\partial \mathfrak{F}_{1/2}(\eta_F)}{\partial \eta_F} \right] \frac{W}{L}. \quad (45)$$

Воспользуемся свойством интегралов Ферми–Дирака

$$d\mathfrak{F}_j / d\eta_F = \mathfrak{F}_{j-1}; \quad (46)$$

тогда

$$G = \left[\frac{2q^2}{h} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left(\frac{g_v \sqrt{2m^* kT}}{\pi \hbar} \right) \lambda_0 \mathfrak{F}_{-1/2}(\eta_F) \right] \frac{W}{L}. \quad (47)$$

Опять для упрощения предположим невырожденную статистику электронов. В этом случае интегралы Ферми–Дирака сводятся к экспонентам, так что окончательно после некоторой перегруппировки сомножителей получаем:

$$G = \left[\frac{q^2}{kT} \left(\frac{g_v m^* kT}{\pi \hbar^2} \right) e^{\eta_F} \sqrt{\frac{2kT}{\pi m^*}} \lambda_0 \right] \frac{W}{L}. \quad (48)$$

Теперь мы можем распознать некоторые сомножители, а именно:

$$n_s = \left(\frac{g_v m^* kT}{\pi \hbar^2} \right) e^{\eta_F} = N_{2D} e^{\eta_F}, \quad v_T = \sqrt{\frac{2kT}{\pi m^*}}, \quad D = \frac{v_T \lambda_0}{2}, \quad \mu = \frac{kT}{q},$$

где v_T — однонаправленная тепловая скорость (17), а D — коэффициент диффузии (19). Теперь (48) можно переписать в виде

$$G = n_s q \mu \frac{W}{L}, \quad (49)$$

где

$$\mu = \frac{v_T \lambda_0}{2kT/q}. \quad (50)$$

Уравнение (49) идентично привычному результату (41) в диффу-

зионном пределе, а уравнение (50) даёт подвижность, выраженную через не зависящую от энергии среднюю длину свободного пробега.

Эти выкладки показывают, что подход ЛДЛ приводит к традиционным результатам в диффузионном пределе, однако, его преимущество состоит в том, что он работает также и в баллистическом пределе. Убедимся в этом, вычислив проводимость. Можно воспользоваться уравнением (10) с $T = \lambda(E)/L = 1$ или прямо из (42) для баллистической проводимости имеем:

$$G_B = \frac{2q^2}{h} \int_{E_c}^{\infty} \left(\frac{g_v W \sqrt{2m^*(E - E_c)}}{\pi \hbar} \right) \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) dE. \quad (51)$$

Поступаем, как и в случае диффузионного предела. Вместо (44) имеем:

$$G_B = \left[\frac{2q^2}{h} \left(\frac{g_v \sqrt{2m^* kT}}{\pi \hbar} \right) \frac{\partial}{\partial \eta_F} \int_0^{\infty} \frac{\eta^{1/2}}{1 + e^{\eta - \eta_F}} d\eta \right] W. \quad (52)$$

В невырожденном пределе после интегрирования имеем:

$$G_B = qn_s \left(\frac{v_T}{2kT/q} \right) W. \quad (53)$$

Как и ожидалось, баллистическая проводимость не зависит от длины канала проводимости L . И, тем не менее, мы можем записать баллистическую проводимость в традиционной форме (49), если (53) умножить и разделить на L и ввести понятие баллистической подвижности по Шуру [17]

$$\mu_B = \frac{v_T L}{2kT/q}. \quad (54)$$

Если в (49) вместо подвижности μ использовать баллистическую подвижность μ_B , то мы получим баллистическую проводимость. Последняя отличается от традиционной подвижности массивного проводника лишь заменой среднего пути свободного пробега λ_0 на длину резистора L .

Почему так важно понятие о баллистической подвижности в канале проводимости, в котором не происходит рассеяние электронов? В массивном полупроводнике среднее расстояние между соседними по времени столкновениями есть λ_0 и подвижность служит надёжной характеристикой вещества. В баллистическом проводнике не происходят столкновения в канале проводимости, однако, в контактах, снабжающих канал проводимости электронами, происходит интенсивное рассеяние; таким образом, в таких проводниках

расстояние между соседними актами рассеяния есть как раз длина канала проводимости. Представляется естественным в этой ситуации заменить среднее расстояние между актами рассеяния на длину канала проводимости, что и ведёт к понятию баллистической подвижности. Это понятие оказывается просто параметром для записи выражения для проводимости в баллистическом канале в традиционной, привычной для диффузионного транспорта, форме (49) и одновременно имеющим очевидную физическую интерпретацию.

Современные нанотранзисторы обычно работают в режиме, промежуточном между баллистическим и диффузионным режимами, в так называемом квазибаллистическом режиме, когда время прохождения даётся выражением (21). Как и прежде, проводимость в таком режиме можно вычислить, опираясь на уравнение (10). В этом случае вместо (42) имеем:

$$G = \frac{2q^2}{h} \int_{E_c}^{\infty} \left(\frac{\lambda(E)}{\lambda(E) + L} \right) \left(\frac{g_v W \sqrt{2m^* (E - E_c)}}{\pi \hbar} \right) \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) dE. \quad (55)$$

Как и прежде, вычисления провести особенно легко, если предположить, что $\lambda(E) = \lambda_0$. Опять же, результат вычислений можно представить в традиционной форме (49), если подвижность μ заменить кажущейся подвижностью μ_{app} , определяемой следующим образом:

$$\frac{1}{\mu_{app}} = \frac{1}{\mu_B} + \frac{1}{\mu}. \quad (56)$$

Наименьшая из двух подвижностей, баллистическая или диффузионная, ограничат ток в нанопроводнике. По мере уменьшения длины канала проводимости баллистическая подвижность уменьшается согласно (54). Если $\lambda \gg L$, баллистическая подвижность в выражении (56) будет доминировать ($\mu_B \ll \mu$) и кажущаяся подвижность численно приблизится к баллистической. Если мы воспользуемся уравнением (49) для вычисления проводимости резистора, длина которого меньше сравнительно с длиной свободного пробега, не учитывая при этом баллистическую подвижность, мы найдём проводимость выше баллистического предела. Баллистическая подвижность должна быть учтена в традиционном выражении для подвижности с тем, чтобы получить физически разумный результат для короткого проводника.

3. БАЛЛИСТИЧЕСКИЕ MOSFET

Ранее транзисторы обсуждались как устройства с контролируемым барьером [1–3], изучалась электростатика структур MOS [4] и транс-

порт электронов в таких структурах. Теперь мы намерены объединить все полученные сведения вместе и построить физическую модель процессов в нанотранзисторах. Начнём мы с баллистических транзисторов. Реальные короткоканальные MOSFET могут быть весьма сложными для исследования устройствами [18] и для детального понимания их работы необходимо как полуклассическое моделирование процессов в MOSFET [19], и квантово-механическое моделирование [20]. Наша задача — более скромная: понять основные физические принципы функционирования нанотранзисторов настолько, чтобы корректно интерпретировать экспериментальные данные и результаты численного моделирования как Si MOSFET и III–V MOSFET [21], так и нанопроводов и нанотрубок [22].

Примем к сведению, что зависимость $Q(V_{GS}, V_{DS})$ известна как ниже, так и выше порогового напряжения, например, в виде полуэмпирического выражения (56/[4]). Сначала рассмотрим баллистический транспорт с $T(E) = 1$, так что, согласно (2), для тока стока имеем:

$$I_{DS} = \frac{2q}{h} \int_{-\infty}^{+\infty} M(E)(f_S(E) - f_D(E))dE. \quad (57)$$

Когда напряжение на стоке велико, то $f_S(E) \gg f_D(E)$, и ток насыщения

$$I_{DSAT} = \frac{2q}{h} \int_{-\infty}^{+\infty} M(E)f_S(E)dE. \quad (58)$$

В линейной области ток стока небольшой, $f_S(E) \approx f_D(E)$, и ток в этих условиях можно определить из (10) в виде

$$I_{DLIN} = G_{ch}V_{DS} = \frac{V_{DS}}{R_{ch}} [A], \quad G_{ch} = \frac{1}{R_{ch}} = \frac{2q^2}{h} \int M(E) \left(-\frac{\partial f_0}{\partial E} \right) dE [Cm], \quad (59)$$

где G_{ch} — проводимость канала. Выполнив вычисления по этим уравнениям, получим баллистический ток в квазиравновесном режиме, найдём баллистический ток I_{ON} , а также баллистический ток от $V_{DS} = 0$ до $V_{DS} = V_{DD}$. Однако, все приведённые выше уравнения были выведены для наноканала проводимости, прокомментированного и показанного на рис. 1. Какие у нас есть основания рассматривать нанотранзистор как электронное устройство именно этого типа?

3.1. MOSFET как устройство с наноканалом проводимости

Ранее было введено и подробно описано понятие наноканала проводимости (рис. 1).

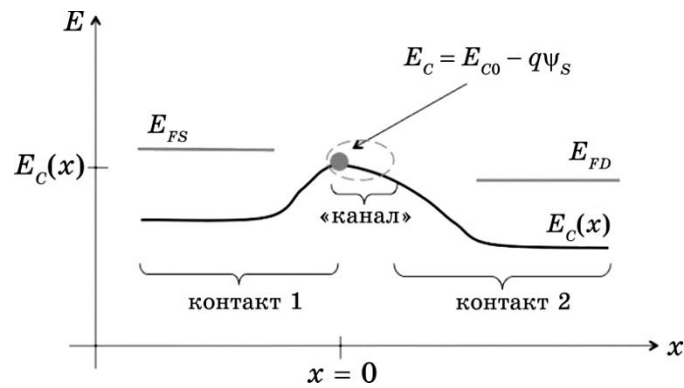


Рис. 8. Иллюстрация того, как MOSFET можно рассматривать как наноканал проводимости типа показанного на рис. 1. Небольшая область длины ℓ является критически узким местом для потока электронов, начинающегося с вершины барьера. Эта небольшая область и есть наноканал проводимости.⁸

Рисунок 8 показывает, как нанотранзистор MOSFET можно рассматривать как устройство с наноканалом проводимости. MOSFET использует напряжение на затворе для модуляции высоты энергетического барьера. На рисунке 8 показан ход $E_C(x) \propto x$ от истока до стока с соответствующими значениями электрохимических потенциалов E_{FS} и E_{FD} . Ток стока определяется высотой барьера и коэффициентом прохождения через небольшую область длины $\ell < L$ на вершине барьера. Если электроны, инжектированные истоком, рассеяться назад в этой небольшой области (узкое место канала проводимости), то они вернуться назад в исток и не дадут вклада в ток стока. Если же электроны пройдут эту небольшую область, то почти наверняка они достигнут стока. Уверенность в таком развитии событий обусловлена сильным электрическим полем со стороны стока, которое просто пронесёт электроны в контакт стока. Эта область высокого электрического поля работает как коллектор электронов. Предполагается, что коэффициент прохождения этой небольшой области длины ℓ на вершине барьера равен единице. Проводимость этого узкого места баллистическая, тогда как проводимость всего канала может не быть баллистической.

Применяя подход ЛДЛ к MOSFET, нужно вычислять плотность электронов на вершине барьера из локальной плотности состояний на вершине $LDOS = D_{2D}(E)|_{x=0}$, а ток вычислять из распределения числа мод $M(E)|_{x=0}$ на вершине барьера с учётом коэффициента прохождения $T(E)$ через критическую область длины ℓ . Мы не будем количественно определять ход зависимости $E_C(x)$ и тем самым

пространственно разделять вычисления, как это можно было бы сделать путём численного решения транспортных уравнений дрейфа-диффузии, транспортного уравнения Больцмана или квантовых уравнений совместно с уравнением Пуассона. Такие модельные расчёты необходимы при инженерном проектировании современных нанотранзисторов, мы же хотим понять физическую суть процессов в нанотранзисторах, сосредоточившись на критически важной небольшой области на вершине барьера.

3.2. Линейная область

Для вычисления тока в квазиравновесной линейной области выходной характеристики воспользуемся уравнением (59) для баллистической проводимости. Распределение мод в (59) вычисляем по уравнениям (35) и (32):

$$M(E) = WM_{2D}(E) = Wg_v \frac{\sqrt{2m^* [E - E_C(0)]}}{\pi\hbar}, \quad (60)$$

где $E_C(0)$ — дно первой подзоны проводимости. Для функции Ферми в нашем случае $E_F \approx E_{FS} \approx E_{FD}$. После вычисления интеграла получим результат, похожий на (47) с заменой коэффициента прохождения λ_0/L на единицу, поскольку мы рассматриваем баллистический предел, а именно,

$$I_{DLIN} = G_{ch} V_{DS} = \left[W \frac{2q^2}{h} \left(\frac{g_v \sqrt{2\pi m^* kT}}{2\pi\hbar} \right) \mathfrak{F}_{-1/2}(\eta_F) \right] V_{DS}, \quad (61)$$

$$\eta_F = \frac{E_{FS} - E_C(0)}{kT}, \quad (62)$$

где $E_C(0)$ — дно зоны проводимости на вершине барьера.

Уравнение (61) справедливо для линейной области баллистического MOSFET, хотя внешне оно мало похоже на привычное традиционное выражение типа (5/[2])

$$I_{DLIN} = W/L |Q(V_{GS})| \mu V_{DS}. \quad (63)$$

Соответствие между традиционной и баллистической моделями MOSFET обсудим позже.

3.3. Область насыщения

Ток в области насыщения вычисляем аналогичным образом по (58):

$$I_{DSAT} = W \frac{2q}{h} \left(\frac{g_v \sqrt{2m^* kT}}{\pi \hbar} \right) kT \frac{\sqrt{\pi}}{2} \mathfrak{F}_{1/2}(\eta_F). \quad (64)$$

Уравнение (64) справедливо для области насыщения баллистического MOSFET, хотя внешне оно мало похоже на привычное традиционное выражение типа (7/[2])

$$I_{DSAT} = W | Q(V_{GS}, V_{DS}) | v_{sat}. \quad (65)$$

Позже мы вернёмся к обсуждению соответствия между традиционной и баллистической моделями MOSFET.

3.4. От линейной области к насыщению

Выше мы получили порознь выражения для тока в линейной области (низкие значения V_{DS}) и в области насыщения (высокие значения V_{DS}). Модель виртуального стока VS описывает всю область изменения V_{DS} благодаря использованию эмпирической функции насыщения тока стока (45/[4]), объединяющей эти обе области выходных характеристик MOSFET. Такой подход обсудим позже. В случае же баллистических MOSFET несложно получить общее выражение для тока от низких и до высоких значений V_{DS} .

Баллистический ток стока при произвольном значении напряжения на стоке вычисляем аналогичным образом по уравнению (13.1):

$$I_{DS} = W \frac{q}{h} \left(\frac{g_v \sqrt{2\pi m^* kT}}{\pi \hbar} \right) kT [\mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FS}) - \mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FD})], \quad (66)$$

где

$$\begin{aligned} \eta_{FS} &= [E_{FS} - E_C(0)]/kT, \\ \eta_{FD} &= [E_{FD} - E_C(0)]/kT = [E_{FS} - qV_{DS} - E_C(0)]/kT. \end{aligned} \quad (67)$$

3.5. Выражения для тока через электронный заряд

Выражение для тока (66) справедливо для баллистических MOSFET при произвольном значении V_{DS} , но в этом выражении не фигурирует инверсионный заряд Q . Для вычисления заряда нужно учесть положительно направленные скорости $+v_x$ электронов, инжектированных истоком и заселяющих состояния на вершине барьера, а также учесть отрицательно направленные скорости $-v_x$ электронов, инжектированных стоком и заселяющих состояния на вер-

шине барьера. Для произвольного значения V_{DS} из (39) находим инверсионный заряд

$$Q = -qn_s = -q \frac{N_{2D}}{2} [\mathfrak{I}_0(\eta_{FS}) + \mathfrak{I}_0(\eta_{FD})]. \quad (68)$$

Из (66) и (68) для тока и заряда имеем

$$I_{DS} = W |Q(V_{GS}, V_{DS})| v_{inj}^{ball} \left[\frac{1 - \mathfrak{I}_{1/2}(\eta_{FD}) / \mathfrak{I}_{1/2}(\eta_{FS})}{1 + \mathfrak{I}_0(\eta_{FD}) / \mathfrak{I}_0(\eta_{FS})} \right],$$

$$Q(V_{GS}, V_{DS}) = -q \frac{N_{2D}}{2} [\mathfrak{I}_0(\eta_{FS}) + \mathfrak{I}_0(\eta_{FD})], \quad (69)$$

$$v_{inj}^{ball} = \langle \langle v_x^+ \rangle \rangle = v_T \frac{\mathfrak{I}_{1/2}(\eta_{FS})}{\mathfrak{I}_0(\eta_{FS})} = \sqrt{\frac{2kT}{\pi m^*}} \frac{\mathfrak{I}_{1/2}(\eta_{FS})}{\mathfrak{I}_0(\eta_{FS})},$$

$$\eta_{FD} = \eta_{FS} - qV_{DS} / kT.$$

Это уравнение есть уравнение выходной характеристики для баллистических MOSFET для всей области изменения напряжения на стоке. Уравнения такого типа были впервые получены в [23] и позже уточнены в [24].

Процедура вычисления выходной характеристики для баллистических MOSFET может быть следующей. Сначала вычисляем электронный заряд $Q(V_{GS}, V_{DS})$ из уравнений электростатики MOS, например, из полуэмпирического уравнения (56/[4]). Задавшись вычисленным значением заряда, определяем положение уровня Ферми истока из второго уравнения в (69). Затем определяем баллистическую скорость из третьего уравнения. Наконец, находим ток в каждой точке (V_{GS}, V_{DS}) по первому уравнению в (69). Вычисленные таким образом характеристики для параметров ETSOI n -MOSFET из [25] приведены на рис. 9.

Покажем, что общее баллистическое уравнение (69) даёт правильные значения токов I_{DLIN} (61) и I_{DSAT} (64).

Сначала рассмотрим линейную область. Поскольку V_{DS} мало, т.е. $\eta_{FS} \approx \eta_{FD}$, то знаменатель в (69) равен двойке:

$$I_{DLIN}^{ball} = W |Q(V_{GS}, V_{DS})| v_{inj}^{ball} \left[\frac{1 - \mathfrak{I}_{1/2}(\eta_{FD}) / \mathfrak{I}_{1/2}(\eta_{FS})}{2} \right].$$

После умножения и деления на $\mathfrak{I}_{1/2}(\eta_{FS})$ получим

$$I_{DLIN}^{ball} = W |Q(V_{GS}, V_{DS})| v_{inj}^{ball} \frac{1}{\mathfrak{I}_{1/2}(\eta_{FS})} \left[\frac{\mathfrak{I}_{1/2}(\eta_{FS}) - \mathfrak{I}_{1/2}(\eta_{FD})}{2} \right].$$

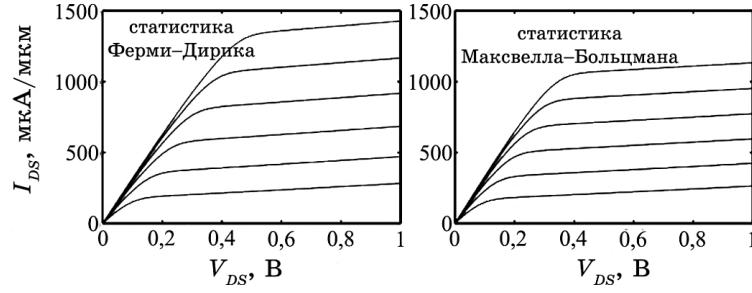


Рис. 9. Моделирование выходных характеристик баллистических MOSFET. Использовались реальные параметры ETSOI n -MOSFET из [25]. Значение I_{OFF} было выбрано равным 100 нА/мкм, что привело к $V_T = 0,44$ В. Учитывались терминальные сопротивления $R_{SD} = R_S + R_D = 260$ Ом·мкм. Значения $V_{GS} = 0,5(0,1)1,0$ В [10].⁹

Далее умножаем и делим на $\eta_{FS} - \eta_{FD} = qV_{DS} / kT$:

$$I_{DLIN}^{ball} = W |Q(V_{GS}, V_{DS})| \frac{v_{inj}^{ball}}{2kT/q} \frac{1}{\mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FS})} \left[\frac{\mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FS}) - \mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FD})}{\eta_{FS} - \eta_{FD}} \right] V_{DS}.$$

Поскольку разница $\eta_{FS} - \eta_{FD}$ незначительная, то выражение в квадратных скобках есть производная от интеграла Ферми-Дирака [8, 14], т.е.

$$\left[\frac{\mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FS}) - \mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FD})}{\eta_{FS} - \eta_{FD}} \right] \approx \frac{\partial \mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FS})}{\partial \eta_{FS}} = \mathfrak{F}_{-1/2}(\eta_{FS}),$$

так что

$$I_{DLIN}^{ball} = W |Q(V_{GS})| \frac{v_{inj}^{ball}}{2kT/q} \frac{\mathfrak{F}_{-1/2}(\eta_{FS})}{\mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FS})} V_{DS}, \quad (70)$$

что совпадает с (61).

В области насыщения напряжение на стоке велико, так что $\eta_{FD} \ll 0$ и все интегралы с аргументом η_{FD} сводятся к экспонентам. Тогда, вместо (69), имеем:

$$I_{DSAT}^{ball} = W |Q(V_{GS}, V_{DS})| v_{inj}^{ball} \left[\frac{1 - e^{\eta_{FS} - qV_{DS}/kT} / \mathfrak{F}_{1/2}(\eta_{FS})}{1 + e^{\eta_{FS} - qV_{DS}/kT} / \mathfrak{F}_0(\eta_{FS})} \right].$$

При больших значениях V_{DS} дробь в квадратных скобках стремится к единице, так что для баллистического тока насыщения имеем

$$I_{DSAT}^{ball} = W |Q(V_{GS}, V_{DS})| v_{inj}^{ball},$$

что совпадает с (64).

Далее получим выражения для выходных характеристик, аналогичные (69), но для nanowire (NW) MOSFET [26]. В таких транзисторах 1D-канал проводимости (проволока/NanoWire) окружён сплошным затвором (gate-all-around (GAA)), что обеспечивает более надёжное управление электростатикой, понижает *DIBL* и благоприятствует скейлингу. Предположим, что диаметр нанопроволоки достаточно мал настолько, что электроны движутся в 1D-канале лишь с одной нижней занятой подзоной. Наша задача — получить выходную характеристику для 1D-MOSFET и сравнить их с таковой для 2D (69).

Как и для 2D-MOSFET, начинаем с уравнения (57), но вместо (60) для $M(E)$ нам нужно распределение мод для 1D-канала. Согласно (29), для 1D-канала имеем [5–9]

$$M(E) = M_{1D}(E) = \frac{\hbar}{4} \langle v_x^+(E) \rangle D_{1D}(E),$$

где плотность состояний [6, 8, 22]

$$D_{1D}(E) = g_v \frac{\sqrt{2m^*}}{\pi\hbar} \frac{1}{\sqrt{E - E_c}}, \quad (71)$$

где E_c есть дно нижней подзоны проводимости.

Усреднения по углам для 1D-канала не требуется, так что

$$\langle v_x^+(E) \rangle = v(E).$$

Окончательно для распределения мод имеем:

$$M_{1D}(E) = \begin{cases} 0 & (E < E_c), \\ g_v & (E > E_c), \end{cases} \quad (72)$$

т.е. распределение мод для 1D-канала есть константа при $E > E_c$ [6–8].

Интегрируя (57) вместе с (72), получаем 1D аналог уравнения (66) для 2D канала, а именно:

$$I_{DS} = \frac{q}{h} kT [\mathfrak{I}_0(\eta_{FS}) - \mathfrak{I}_0(\eta_{FD})].$$

Теперь нужно ток стока выразить через электронный заряд. Для этого воспользуемся уравнением типа (39), но для 1D-плотности состояний, а именно:

$$n_L = \frac{N_{1D}}{2} [\mathfrak{I}_{-1/2}(\eta_{FS}) + \mathfrak{I}_{-1/2}(\eta_{FD})] [\text{м}^{-1}]. \quad (73)$$

где эффективная $1D$ -плотность состояний

$$N_{1D} = \sqrt{\frac{2m^*kT}{\pi\hbar^2}} \text{ [м}^{-1}\text{]}. \quad (74)$$

Из этих двух уравнений находим удельный электронный заряд как $1D$ -аналог уравнения (68) для $2D$ -канала:

$$Q = -qn_L = -q \frac{N_{1D}}{2} [\mathfrak{Z}_{-1/2}(\eta_{FS}) + \mathfrak{Z}_{-1/2}(\eta_{FD})] \text{ [К/м]}.$$

Осталось выразить ток стока через электронный заряд. По аналогии с (69) для $2D$ -канала, имеем:

$$\begin{aligned} I_{DS}^{1D} &= |Q(V_{GS}, V_{DS})| v_{inj}^{ball} \left[\frac{1 - \mathfrak{Z}_0(\eta_{FD}) / \mathfrak{Z}_0(\eta_{FS})}{1 + \mathfrak{Z}_{-1/2}(\eta_{FD}) / \mathfrak{Z}_{-1/2}(\eta_{FS})} \right], \\ Q(V_{GS}, V_{DS}) &= -q \frac{N_{1D}}{2} [\mathfrak{Z}_{-1/2}(\eta_{FS}) + \mathfrak{Z}_{1/2}(\eta_{FD})], \\ v_{inj}^{ball} = \langle\langle v_x^+ \rangle\rangle &= v_T \frac{\mathfrak{Z}_0(\eta_{FS})}{\mathfrak{Z}_{-1/2}(\eta_{FS})} = \sqrt{\frac{2kT}{\pi m^*}} \frac{\mathfrak{Z}_0(\eta_{FS})}{\mathfrak{Z}_{-1/2}(\eta_{FS})}, \\ \eta_{FD} &= \eta_{FS} - qV_{DS} / kT. \end{aligned} \quad (75)$$

Обратим внимание на то обстоятельство, что однонаправленная тепловая скорость (17) в невырожденном пределе не зависит от размерности канала проводимости: $\langle\langle v_x^+ \rangle\rangle = v_T$, а в вырожденных условиях $\langle\langle v_x^+ \rangle\rangle > v_T$.

Остается ещё обсудить, каким образом вычислить заряд $Q(V_{GS}, V_{DS})$. Можно выписать выражения, аналогичные (108/[3]) для ETSOI MOSFET, или же если мы удовлетворены простым подходом выше порога, то заряд в единицах [К/м] можно взять из

$$Q = 0 \quad (V_{GS} \leq V_T), \quad Q = -C_{ins} (V_{GS} - V_T) \quad (V_{GS} > V_T),$$

$$C_{ins} = \frac{2\pi\epsilon_{ins}}{\ln\left(\frac{2t_{ins} + t_{wire}}{t_{wire}}\right)} \text{ [Ф/м]},$$

где t_{wire} — диаметр нанопроволоки, а t_{ins} и ϵ_{ins} — толщина и диэлектрическая проницаемость затвора GAA.

Проведённые выше вычисления свидетельствуют о том, что вывод выражений для выходных характеристик NW MOSFET аналогичен с получением уравнений для плоских MOSFET и окончательные выражения весьма схожи.

Итак, уравнение (69) описывает выходные характеристики бал-

листических MOSFET. Вспомним, что ток стока MOSFET всегда можно записать в виде произведения заряда на скорость

$$I_{DS} = W |Q(V_{GS}, V_{DS})| \left\langle v_x(V_{GS}, V_{DS}) \right\rangle_{x=0}. \quad (76)$$

Приравнивая (76) с током стока (69), получим выражение для средней скорости электронов на вершине барьера

$$\begin{aligned} \left\langle v_x(V_{GS}, V_{DS}) \right\rangle_{x=0} &= v_{inj}^{ball} \left[\frac{1 - \mathfrak{I}_{1/2}(\eta_{FD}) / \mathfrak{I}_{1/2}(\eta_{FS})}{1 + \mathfrak{I}_0(\eta_{FD}) / \mathfrak{I}_0(\eta_{FS})} \right], \\ v_{inj}^{ball} &= \sqrt{\frac{2kT}{\pi m^*}} \frac{\mathfrak{I}_{1/2}(\eta_{FS})}{\mathfrak{I}_0(\eta_{FS})}. \end{aligned} \quad (77)$$

Позже мы вернёмся к этой скорости и объясним, почему скорость насыщается при высоких напряжениях на стоке в баллистических MOSFET.

Интегралы Ферми–Дирака во всех этих выкладках создают видимость сложности полученных выражений и тем самым вуалируют фактическую простоту функционирования баллистических MOSFET. Рассмотрим, например, невырожденный случай, когда уравнения упрощаются. Для невырожденного полупроводника

$$E_F \ll E_C, \quad \eta_F = (E_F - E_C) / kT \ll 0,$$

а интегралы Ферми–Дирака любого порядка j сводятся к экспонентам:

$$\mathfrak{I}_j(\eta_F) \rightarrow e^{\eta_F}.$$

Таким образом, в невырожденном пределе уравнение (69) упрощается до

$$I_{DS} = W |Q(V_{GS}, V_{DS})| v_T \left(\frac{1 - e^{-qV_{DS}/kT}}{1 + e^{-qV_{DS}/kT}} \right), \quad v_T = \sqrt{\frac{2kT}{\pi m^*}}. \quad (78)$$

Уравнение (78) допускает простую физическую интерпретацию в терминах термоионной эмиссии поверх барьера (рис. 10).

Суммарный ток I_{DS} соответствует разности двух токов I_{LR} и I_{RL} . Простая трактовка термоионной эмиссии приводит к уравнению (20/[1]), идентичному уравнению (78). Выкладки, проведённые выше на основе подхода ЛДЛ, показывают, как вычислять v_T и допускают расширение на невырожденную статистику электронов, например, уравнение (78) по сравнению с (69). Ток стока насыщается, когда I_{RL} становится незначительным по сравнению с I_{LR} . Это имеет место, когда V_{DS} становится больше нескольких kT/q в не-

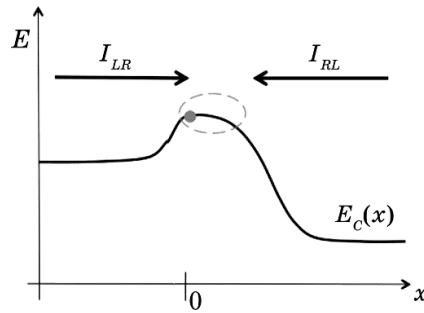


Рис. 10. Иллюстрация двух токов в баллистических MOSFET: I_{LR} со стороны истока и I_{RL} со стороны стока. Суммарный ток $I_{DS} = I_{LR} - I_{RL}$. В транзисторе хорошего качества электростатика MOS предполагает, что заряд на вершине барьера $Q|_{x=0}$ должен быть независим от отношения этих двух токов.¹⁰

вырожденных условиях или при несколько большем напряжении в случае статистики Ферми–Дирака (рис. 9).

Подведём итоги.

Рассмотрена транспортная модель ЛДЛ, которая будет использоваться для построения теории MOSFET при низких и высоких напряжениях на стоке, в квазиравновесных и в далёких от равновесия условиях. Для достаточно длинных каналов проводимости результаты совпадут с привычными традиционными результатами, но мы также сможем достоверно построить физику нанотранзисторов, работающих в баллистическом или квазibalлистическом режимах.

Использовался подход ЛДЛ для расчёта выходных характеристик баллистических MOSFET. Для этой цели применялось уравнение Ландауэра (57) с ограничениями, которые накладывает электростатика MOS. В результате получена довольно простая модель баллистических MOSFET в виде уравнения (69). В случае невырожденной статистики эта модель упрощается до уравнения (78), аналогичного тому, которое уже получалось ранее в модели термоионной эмиссии.

Для MOSFET в подпороговом режиме можно пользоваться невырожденной статистикой и уравнением (78). В режиме выше порога зона проводимости на вершине барьера близка или даже лежит ниже уровня Ферми, так что нужно использовать уравнение (69). И, тем не менее, стало обычной практикой в теории структур MOS предполагать невырожденную статистику Максвелла–Больцмана, поскольку использование её упрощает расчёты и делает теорию более наглядной. Более того, на практике мы, как правило, не знаем значения некоторых параметров с нужной точностью, так что стало привычным пользоваться невырожденной статистикой с привлечением эмпирических параметров, чтобы вписаться в эксперимен-

тальные данные.

В основу настоящего обзора положены лекции Марка Лундстрорма ‘Fundamentals of Nanotransistors’ [10], прочитанные им в 2016 году в рамках инициативы Purdue University/nanohub.org/u.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. А. Кругляк, *Наносистемы, наноматериалы, нанотехнологии*, **16**, вып. 2: 201 (2018).
2. Ю. А. Кругляк, *Наносистемы, наноматериалы, нанотехнологии*, **16**, вып. 2: 233 (2018).
3. Ю. А. Кругляк, *Наносистемы, наноматериалы, нанотехнологии*, **16**, вып. 3: 465 (2018).
4. Ю. А. Кругляк, *Наносистемы, наноматериалы, нанотехнологии*, **16**, вып. 4: 597 (2018).
5. S. Datta, *Lessons from Nanoelectronics: A New Perspective on Transport* (Singapore: World Scientific: 2012).
6. M. Lundstrom and C. Jeong, *Near-Equilibrium Transport. Fundamentals and Applications* (Singapore: World Scientific: 2013).
7. Ю. О. Кругляк, М. В. Стриха, *Український фізичний журнал. Огляди*, **10**: 3 (2015).
8. Ю. А. Кругляк, *Нанoeлектроника «снизу–вверх»* (Одесса: ТЭС: 2015).
9. S. Datta, *Lessons from Nanoelectronics. Part A: Basic Concepts* (Singapore: World Scientific: 2017).
10. M. Lundstrom, *Fundamentals of Nanotransistors* (Singapore: World Scientific: 2018); www.nanohub.org/courses/NT.
11. R. F. Pierret, *Advanced Semiconductor Fundamentals* (Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall: 2003).
12. R. Landauer, *IBM J. Res. Dev.*, **1**, No. 3: 223 (1957).
13. Ю. А. Кругляк, *Термоэлектричество*, **6**: 7 (2014).
14. R. Kim and M. Lundstrom, *Notes on Fermi–Dirac Integrals* (West Lafayette, Indiana, USA: Purdue University: 2011); www.nanohub.org/resources/5475.
15. B. J. Van Wees, H. van Houten, C. W. J. Beenakker, J. G. Williamson, L. P. Kouwenhoven, D. van der Marel, and C. T. Foxon, *Phys. Rev. Lett.*, **60**: 848 (1988).
16. D. F. Holcomb, *Am. J. Phys.*, **67**: 278 (1999).
17. M. S. Shur, *IEEE Electron Device Lett.*, **23**: 511 (2002).
18. M. V. Fischetti, T. P. O’Regan, N. Sudarshan, C. Sachs, S. Jin, J. Kim, and Y. Zhang, *IEEE Trans. Electron Dev.*, **54**: 2116 (2007).
19. D. Frank, S. Laux, and M. V. Fischetti, *Intern. Electron Dev. Mtg. (IEDM), Technical Digest*, 553–556 (1992).
20. Z. Ren, R. Venugopal, S. Goasguen, S. Datta, and M. Lundstrom, *IEEE Trans. Electron Dev.*, **50**: 1914 (2003).

REFERENCES

1. Yu. A. Kruglyak, *Nanosistemi, Nanomateriali, Nanotehnologii*, **16**, No. 2: 201

- (2018) (in Russian).
2. Yu. A. Kruglyak, *Nanosistemi, Nanomateriali, Nanotehnologii*, **16**, No. 2: 233 (2018) (in Russian).
 3. Yu. A. Kruglyak, *Nanosistemi, Nanomateriali, Nanotehnologii*, **16**, No. 3: 465 (2018) (in Russian).
 4. Yu. A. Kruglyak, *Nanosistemi, Nanomateriali, Nanotehnologii*, **16**, No. 4: 597 (2018) (in Russian).
 5. S. Datta, *Lessons from Nanoelectronics: A New Perspective on Transport* (Singapore: World Scientific: 2012).
 6. M. Lundstrom and C. Jeong, *Near-Equilibrium Transport. Fundamentals and Applications* (Singapore: World Scientific: 2013).
 7. Yu. O. Kruhliak and M. V. Strikha, *Ukrainskyi Fizychnyi Zhurnal. Ohliady*, **10**: 3 (2015) (in Ukrainian).
 8. Yu. A. Kruglyak, *Nanoelektronika 'Snizu-Vverkh'* (Odessa: TJeS: 2015) (in Russian).
 9. S. Datta, *Lessons from Nanoelectronics. Part A: Basic Concepts* (Singapore: World Scientific: 2017).
 10. M. Lundstrom, *Fundamentals of Nanotransistors* (Singapore: World Scientific: 2018); www.nanohub.org/courses/NT.
 11. R. F. Pierret, *Advanced Semiconductor Fundamentals* (Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall: 2003).
 12. R. Landauer, *IBM J. Res. Dev.*, **1**, No. 3: 223 (1957).
 13. Yu. A. Kruglyak, *Termoelektrichestvo*, **6**: 7 (2014) (in Russian).
 14. R. Kim and M. Lundstrom, *Notes on Fermi-Dirac Integrals* (West Lafayette, Indiana, USA: Purdue University: 2011); www.nanohub.org/resources/5475.
 15. B. J. Van Wees, H. van Houten, C. W. J. Beenakker, J. G. Williamson, L. P. Kouwenhoven, D. van der Marel, and C. T. Foxon, *Phys. Rev. Lett.*, **60**: 848 (1988).
 16. D. F. Holcomb, *Am. J. Phys.*, **67**: 278 (1999).
 17. M. S. Shur, *IEEE Electron Device Lett.*, **23**: 511 (2002).
 18. M. V. Fischetti, T. P. O'Regan, N. Sudarshan, C. Sachs, S. Jin, J. Kim, and Y. Zhang, *IEEE Trans. Electron Dev.*, **54**: 2116 (2007).
 19. D. Frank, S. Laux, and M. V. Fischetti, *Intern. Electron Dev. Mtg. (IEDM), Technical Digest*, 553–556 (1992).
 20. Z. Ren, R. Venugopal, S. Goasguen, S. Datta, and M. Lundstrom, *IEEE Trans. Electron Dev.*, **50**: 1914 (2003).

Odesa State Environment University,
Lvivs'ka Str., 15,
65016 Odesa, Ukraine

¹ Fig. 1. Illustration of a MOSFET conductivity nanochannel with two massive contacts in thermodynamic equilibrium. If the contacts have different temperatures or different potentials are applied to them, then $f_1(E) \neq f_2(E)$, and current will flow through the channel.

² Fig. 2. The concept of a Fermi window with a relatively high voltage: $T = 0$ K (left); $T > 0$ K (right).

³ Fig. 3. The concept of a Fermi window with a small voltage: $T = 0$ K (left); $T > 0$ K (right).

⁴ Fig. 4. Injection of flow of electrons into the conductor from the left $F^+|_{x=0}$, the fraction of which $TF^+|_{x=0} = F^+|_{x=L}$ leaves the conductor on the right. As assumed, the injection into the conductor on the right does not occur, and there are no processes of electron generation and re-

combination inside the conductor.

⁵ **Fig. 5.** The velocity vector $v(E)$ with energy E in the plane xy . For the parabolic band structure, the magnitude of the velocity vector is determined by its energy and does not depend on the direction.

⁶ **Fig. 6.** Distribution of conductivity modes with energy and density of states for a 2D conduction channel with a parabolic band structure.

⁷ **Fig. 7.** Quantization of the conductivity of the electron gas in the AlAs/Al_xGa_{1-x}As interface [15, 16].

⁸ **Fig. 8.** An illustration of how MOSFET can be viewed as a conduction nanocannel of the type shown in Fig. 1. A small length region ℓ is a critical bottleneck for the flow of electrons starting from the top of the barrier. This small region is the conduction nanowire.

⁹ **Fig. 9.** Modelling the output characteristics of ballistic MOSFETs. The real parameters of the ETSOI n -MOSFET from [25] are used. The value I_{OFF} is chosen equal to 100 nA/μm, which leads to $V_T = 0.44$ V. Terminal resistances $R_{SD} = R_S + R_D = 260 \Omega \cdot \mu\text{m}$ are taken into account. The values of $V_{GS} = 0.5(0.1)1.0$ V [10].

¹⁰ **Fig. 10.** Illustration of two currents in a ballistic MOSFET: I_{LR} from the source side and I_{RL} from the drain side. Total current $I_{DS} = I_{LR} - I_{RL}$. In a good quality transistor, MOS electrostatics assumes that the charge at the top of the barrier $Q|_{x=0}$ must be independent on the ratio of these two currents.