МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Методичні вказівки
до практичних занять студентів з дисципліни

“ДОДАТКОВІ ГЛАВИ СУЧАСНОЇ ФІЗИКИ”

Одеса - 2017

Методичні вказівки до практичних занять з дисципліни “Додаткові глави сучасної фізики ” для студентів 1-го курсу магістратури “Технології захисту навколишнього середовища ”

Укладачі: Андріанова І.С., Курятников В.В. Одеса, ОДЕКУ, 2017р., 32с., укр. мова.

ЗМІСТ

Вступ

Фізика, яка вивчає найбільш загальні властивості матеріального світу, в умовах інтеграції різних розділів природознавства залишається одним з фундаментів, на якому можуть формуватися новітні технології захисту довкілля. Ознайомлення студентів, які обрали своєю спеціальністю «Технології захисту навколишнього середовища», з новітніми досягненнями науки, зокрема фізики, формування наукового світогляду, засвоєння методів досліджень стану речовини і є головною задачею курсу «Додаткові глави сучасної фізики». Однією з складових вирішення цієї задачі є формування практичних навичок, на яке спрямовані “Методичні вказівки до практичних занять з дисципліни «Додаткові глави сучасної фізики». Зауважимо, що включення в дані методичні вказівки розділів 1-3, які містять елементи релятивістської динаміки та квантової механіки, пов’язане з тим, що ці розділи фізики, які фактично є квінтесенцією сучасних методів фізичних досліджень, не увійшли до типової програми курсу загальної фізики для студентів-екологів. При підготовці матеріалів вказівок були використані матеріали посібника О.І.Герасимова та І.С.Андріанової «Фізика в задачах. ч.IV. Оптика» [1].

1. ЕЛЕМЕНТИ РЕЛЯТИВІСТСЬКОЇ ДИНАМІКИ

Основні поняття і формули

Рівняння руху релятивістської частинки може бути записано тільки у вигляді

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}, \tag{1.1}$$

де $\vec{p}$ – релятивістський імпульс частинки

$$\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}, \tag{1.2}$$

де m – масса частинки; $\vec{v}$ – її швидкість; c – швидкість світла в вакуумі.

Енергія релятивістської частинки:

а) власна енергія (енергія спокою)

$$E_0 = mc^2; \tag{1.3}$$

б) кінетична енергія T

$$T = E - E_0 = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1\right); \tag{1.4}$$

в) повна енергія (це співвідношення встановлює також взаємозв'язок між енергією та масою релятивістської частинки):

$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}. \tag{1.5}$$

Зв'язок між енергією та імпульсом релятивістської частинки:

$$E^2 - p^2c^2 = m^2c^4; \qquad E = c\sqrt{p^2 + m^2c^2}; \tag{1.6}$$

$$p^2c^2 = T\left(T + 2mc^2\right).$$

Приклади розв'язання задач

Приклад 1.1. Визначити імпульс p та кінетичну енергію $E_к$ електрона, що рухається зі швидкістю 0.9c.

$v = 0.9c$
$p = ?\ E_к = ?$

Розв'язання

Релятивістський імпульс електрона згідно формулі (1.2) дорівнює

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1-{v^2}/{c^2}}}, \quad \text{або} \quad p = \frac{m\beta c}{\sqrt{1-\beta^2}}, \text{ де } \beta = v/c = 0.9 \text{ (за умовою задачі).}$$

Таким чином, $p = \ = \dfrac{9.11\cdot 10^{-31} 0.9\cdot 3\cdot 10^{8}}{\sqrt{1-0.81}}$ кг·м/с = $5{,}6\cdot 10^{-22}$кг·м/с.

У релятивістському випадку кінетична енергія частинки визначається як різниця між повною енергією E та енергією спокою E_0, тому

$$E_k = mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right)\text{Дж} = 1.06\cdot 10^{-13} = 0{,}66\text{МеВ}.$$

Приклад 1.2. Визначити імпульс p та кінетичну енергію $E_к$ електрона, який рухається зі швидкістю v = 0,09c (c – швидкість світла у вакуумі), за класичними та релятивістськими формулами. Порівняти результати.

Розв'язання

Згідно означенню імпульс p = mv. За релятивістською формулою:

$p = \dfrac{m\beta c}{\sqrt{1-\beta^2}} = \dfrac{9.11\cdot 10^{-31} 0.09\cdot 3\cdot 10^{8}}{\sqrt{1-0.0081}}$ кг·м/с = $2.47\cdot 10^{-23}$ кг·м/с.

За класичною формулою

$p = m_0 v = 9.11\cdot 10^{-31} 0.09\cdot 3.00\cdot 10^{8} = 2.46\cdot 10^{-23}$ кг·м/с.

Кінетична енергія визначається як різниця між повною енергією E та енергією спокою E_0, тобто:

$$E_к = m_0c^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1\right) = 9{,}1\cdot 10^{-31}(3\cdot 10^{8})^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-0{,}0081}} - 1\right)\text{Дж} =$$

$= 0{,}329\cdot 10^{13}$Дж. = 2,06 кеВ.

За класичною формулою

$E = m_0 v^2/2 = 9{,}11\cdot 10^{-31}(0{,}09\cdot 10^{8} 3)^2 0.5 = 0{,}332\cdot 10^{-15}$Дж = 2,07 кеВ.

Таким чином, різниця між релятивістськими та класичними результатами не перевищує 1%.

2. ХВИЛЬОВІ ВЛАСТИВОСТІ ЧАСТИНОК. РІВНЯННЯ ШРЕДІНГЕРА ДЛЯ СТАЦІОНАРНИХ СТАНІВ У ОДНОВИМІРНОМУ ВИПАДКУ

Основні поняття і формули

Корпускулярно-хвильовий дуалізм. Хвилі де Бройля. Співвідношення невизначеностей.

● **Гіпотеза де Бройля:** будь-якій частинці речовини масою m, що рухається зі швидкістю v, можна зіставити хвильовий процес з певною частотою і довжиною хвилі. Енергія і імпульс, які відповідають цьому хвильовому процесу, збігаються з тими значеннями енергії та імпульсу частинки, які визначаються за теорією відносності.

Зв’язок довжини хвилі де Бройля λ частинки з її імпульсом p надається формулою де Бройля:

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{p} = \frac{h}{mv} \tag{2.1}$$

де p – імпульс фотона; m – маса частинки; v – її швидкість; h – стала Планка; $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1{,}05 \cdot 10^{-34}\ Дж \cdot с$.

При обчисленні довжини хвилі мікрочастинки через її кінетичну енергію T необхідно розрізняти нерелятивістський та релятивістський випадки. При $p << mc$, де m – маса частинки, c – швидкість світла у вакуумі для імпульсу можна використовувати нерелятивістську формулу $p^2 = 2mT$. Тоді

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}}. \tag{2.2}$$

Але для високоенергетичних та релятивістських частинок $(pc)^2 = E_{рел}^2 - (mc^2)^2$, що з урахуванням $E_{рел}^2 = T + mc^2$ (див. формули (1.6)) дає релятивістську формулу

$$\lambda = hc / \sqrt{T^2 + 2Tmc^2}. \tag{2.3}$$

● Своєрідність властивостей мікрочастинок проявляється в тому, що не для всіх змінних при вимірюваннях можна отримати точні значення. Існують пари величин, які не можуть одночасно бути виміряними точно.

Найбільш важливими є два співвідношення невизначеностей.

Співвідношення невизначеностей Гейзенберга для координат та імпульсів:

$$|\Delta x| \cdot |\Delta p_x| \geq \hbar, \tag{2.4}$$

де Δx – невизначеність координати x_i; Δp_x – невизначеність відповідної їй проекції імпульсу.

За допомогою співвідношень невизначеностей можна розв’язувати задачі двох типів:

а) визначення найменшого значення однієї з двох невизначеностей $\Delta x, \Delta p_x$ при заданому значенні другої. У цьому випадку у формулі (2.2) користуються знаком рівності;

б) визначення найменшого значення самих величин, а саме, лінійних розмірів області L, в якій знаходиться частинка або найменшого значення її імпульсу p (або зв’язаного з ним значення кінетичної енергії).

У цьому випадку вважають, що шукана величина не може бути меншою за найменшу невизначеність при її вимірюванні, тобто у якості мінімальних значень величини використовують їх мінімальну невизначеність: $L_{\min} \approx \Delta x_{\min}$, а $p_{\min} \approx \Delta p_{\min}$.

Співвідношення невизначеностей для енергії та часу:

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar, \tag{2.5}$$

де ΔE – невизначеність енергії квантового стану; Δt – час життя системи у цьому стані.

Зауваження. У правій частині формул (2.2), (2.3), які надають співвідношення невизначеностей, в залежності від уявного експерименту, на аналізі якого записане співвідношення, замість $\hbar$ може використовуватись h або $\hbar/2$, що не впливає на порядок величин, які визначаються за допомогою цих формул.

● Стан мікрочастинки характеризує комплексна функція координат і часу $\Psi(\vec{r}, t)$, яка має назву хвильової функції (Ψ-функції).

Фізичний зміст хвильової функції: квадрат модуля хвильової функції $\left|\Psi(\vec{r}, t)\right|^2$ для будь-якої точки простору, помножений на елементарний об’єм dV, який включає цю точку, визначає ймовірність знаходження частинки в межах цього об’єму:

$$dP = \left|\Psi\right|^2 dV = \Psi\Psi^* dV, \tag{2.6}$$

де $\left|\Psi\right|^2$ має зміст густини ймовірності; Ψ^* – функція, комплексно спряжена з Ψ.

Властивості хвильової функції (випливають з її фізичного змісту):

- однозначна
- неперервна
- плавна (похідна не має розривів)
- кінцева
- задовольняє умові нормування: $\int_V \left|\Psi\right|^2 dV = 1.$ (2.7)

● Основне рівняння нерелятивістської квантової механіки для хвильової функції – **рівняння Шредінгера**.

У випадку **стаціонарних станів**, тобто станів, у яких усі фізичні параметри, що спостерігаються, не змінюються з часом, хвильову функцію можна представити у вигляді:

$$\Psi\left(\vec{r},t\right)=\psi\left(\vec{r}\right)e^{-i\omega t},$$

де частота ω є незмінною, а функція $\psi\left(\vec{r}\right)$ не залежить від часу. $\psi\left(\vec{r}\right)$ може бути визначена з рівняння Шредінгера для стаціонарних станів

$$\Delta\psi+\frac{2m}{\hbar^2}\left(E-U\right)\psi=0, \tag{2.8}$$

де Δ – оператор Лапласа ($\Delta\psi=\frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{d^2\psi}{dy^2}+\frac{d^2\psi}{dz^2}$), m – маса частинки, E – її енергія, $U\left(\vec{r}\right)$ – функція, яка у випадку стаціонарних станів має зміст потенціальної енергії частинки.

Енергія частинки E входить у рівняння у якості параметру. У теорії диференціальних рівнянь доказано, що рівняння типу (2.6) має розв'язки, які задовольняють вище зазначеним стандартним умовам лише при видраних значеннях параметру ***E***. Ці вибрані значення **Е** називають **власними значеннями енергії** , а розв'язки (значення хвильової функції), що ним відповідають – власними хвильовими функціями. Сукупність власних значень утворює **спектр величини** (у даному випадку – енергії). Якщо сукупність утворює дискретну послідовність, **спектр** називають **дискретним**, якщо – неперервну послідовність, спектр – **неперервний** або **суцільний.**

Таким чином, з основних положень квантової механіки випливає квантування (дискретність) енергії.

Розв'язки диференціальних рівнянь другого порядку з постійними коефіцієнтами, до яких відноситься рівняння Шредінгера, містять сталі, для визначення яких використовують властивості хвильової функції – її неперервність та плавність (неперервність її першої похідної. Крім того, хвильова функція повинна задовольняти умові нормування (2.7), яке для одновимірного випадку має вигляд: $\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left|\psi\left(x\right)\right|^2dx=1$. (2.7а)

● Хвильова функція $\Psi\left(\mathrm{x,y,z,t}\right)$ частинки, отримана при розв'язуванні рівняння Шредінгера, містить всю інформацію про частинку. (в рамках принципу невизначеностей) і дозволяє визначити середні значення її координати, імпульсу і енергії і т.ін.

Так середнє значення координати $\left\langle x\right\rangle$ частинки, яку описує хвильова функція $\Psi\left(\mathrm{x,t}\right)$, надає інтеграл

$$\left\langle x\right\rangle=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\Psi^{*}x\Psi dx \tag{2.9}$$

Середні значення імпульсу та енергії частинки можна знайти за допомогою операторів імпульсу $\hat{p}$ та енергії $\hat{E}$, які мають вигляд:

$$\hat{p} = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}; \tag{2.11}$$

$$\hat{E} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}. \tag{2.12}$$

Відповідно середні значення $\hat{p}$ та $\hat{E}$ дорівнюють

$$\langle p \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^* \hat{p} \Psi dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^* \left(\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\right) \Psi dx = \frac{\hbar}{i}\int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial x} dx; \tag{2.13}$$

$$\langle E \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^* \hat{E} \Psi dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^* \left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\right) \Psi dx = i\hbar\int_{-\infty}^{+\infty} \Psi^* \frac{\partial \Psi}{\partial t} dx. \tag{2.14}$$

Приклади розв'язання задач

Приклад 2.1. Знайти імпульс та енергію рентгенівського фотона та електрона, якщо довжина хвилі обох дорівнює 10^{-10}м.

$\lambda = 10^{-10}$м.
$m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}$кг

p_γ , ε_γ = ?
p_e , E_e = ?

Розв'язання

Імпульс та енергію фотона можна визначити за формулами:

$$p_\gamma = h/\lambda, \quad \varepsilon_\gamma = hc/\lambda.$$

Обчислення дає: $p_\gamma = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж$\cdot$с/10^{-10}м = $6{,}63 \cdot 10^{-24}$кг$\cdot$м/с;

$\varepsilon_\gamma = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж$\cdot$с $\cdot$ $3 \cdot 10^{8}$м.с$^{-1}$ /10^{-10}м = $1{,}99 \cdot 10^{-15}$Дж = 12,4 кеВ.

За формулою де Бройля імпульс електрона

$p_e = h/\lambda = p_\gamma = 6.63 \cdot 10^{-24}$кг$\cdot$м/с,

а його енергія $E_e = p_e^2/2m = 6{,}63^2 \cdot 10^{-48}/2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31}$кг = 151еВ.

Приклад 2.2. Знайти довжину хвилі де Бройля електрона, який має кінетичну енергію T = 5MeB.

T = 5MeB
E_0 = 0,51MeB

p; λ - ?

Розв'язання

Довжина хвилі де Бройля частинки з імпульсом p надається формулою (2.1):

$$\lambda = \frac{h}{p}.$$

Таким чином, для розв'язання задачі треба знайти зв'язок між релятивістським імпульсом (бо кінетична енергія електрона за умовою задачі більше, ніж енергія спокою, яка дорівнює 0,51MeB) електрона та його кінетичною енергією.

Релятивістський імпульс пов'язаний з повною енергією частинки E формулою:

$E = c\sqrt{p^2 + m_0^2c^2}$, звідси $p = \frac{1}{c}\sqrt{E^2 - E_0^2} = \frac{1}{c}\sqrt{T(T+2E_0)}$,

де було враховано, що $E - E_0 = T$ та $E + E_0 = T + 2E_0$.

Для чисельних розрахунків енергію треба виразити у джоулях:
$E_к = 5МеВ = 5\cdot 10^6\cdot 1{,}60\cdot 10^{-19}Дж = 8{,}00\cdot 10^{-13}Дж$;
$E_0 = 0{,}51МеВ = 0{,}82\cdot 10^{-13}Дж$.
Тоді отримуємо для імпульсу

$$p = \frac{\sqrt{8{,}00\cdot 10^{-13}\left(8{,}00\cdot 10^{-13} + 2\cdot 0{,}82\cdot 10^{-13}\right)}}{3\cdot 10^8} = 2{,}93\cdot 10^{-21}\,кг\cdot м/с,$$

а для довжини хвилі де Бройля $\lambda = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}}{2{,}93\cdot 10^{-21}} = 2{,}26\cdot 10^{-13}$

Відповідь: $p = 2{,}93\cdot 10^{-21}кг\cdot м/с$; $\lambda = 22{,}6$ пм.

Приклад 2.3. Кінетична енергія електрона 1,02МеВ. У скільки разів зміниться довжина хвилі де Бройля, якщо кінетична енергія електрона зменшується удвічі.

T_1=1,02МеВ
$\frac{Т_1}{T_2} = 2$

λ_2/λ_1 - ?

Розв’язання

$$\lambda = \frac{h}{p}; \quad p = \frac{1}{c}\sqrt{T(T+2E_0)}; \quad E_0 = m_0c^2 = 0{,}511\,МеВ;$$

$$p_1 = \frac{1}{c}\sqrt{T_1(T_1+2E_0)}; \qquad p_2 = \frac{1}{c}\sqrt{T_2(T_2+2E_0)};$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{p_1}{p_2} = \sqrt{\frac{T_1(T_1+2E_0)}{T_2(T_2+2E_0)}} = \sqrt{\frac{T_1}{T_2}\cdot\frac{T_1+2E_0}{T_2+2E_0}} = \sqrt{2\cdot\frac{2(T_1+2E_0)}{(T_1+4E_0)}} = 2\sqrt{\frac{T_1+2E_0}{T_1+4E_0}}\,.$$

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = 2\sqrt{\frac{1{,}02+2\cdot 0{,}51}{1{,}02+4\cdot 0{,}51}} = 2\cdot 0{,}816 = 1{,}63\,(\text{рази})$$

Відповідь: збільшується у 1,63 рази.

Приклад 2.4. Чому дорівнює розмір ядра, оцінений за співвідношенням невизначеностей, якщо прийняти, що енергія нуклона у ядрі порядку 8МеВ?
E = 8МеВ
R =?

Розв’язання

Співвідношення невизначеностей для координати та імпульсу має вигляд: $\Delta x\Delta p \geq \hbar$. Припустимо, що нуклон у ядрі знаходиться в області з невизначеністю $\Delta x = R/2$, тоді $R \geq 2\hbar/\Delta p$.

Фізично розумна невизначеність імпульсу не повинна перевищувати значення самого імпульсу. Імпульс пов'язаний з кінетичною енергією співвідношенням: $p = \sqrt{2mE_{кін}}$. Таким чином

$R_{min} = 2\hbar/\sqrt{2mE_{кін.}} = 2\cdot 1.05\cdot 10^{-34}/\sqrt{2\cdot 1{,}67\cdot 10^{-27}\cdot 8\cdot 10^{-13}\cdot 1{,}60}$ (м)

Звідси $R_{min} = 3\cdot 10^{-15}$м.

Приклад 2.5. Чи можна говорити про траєкторію руху електронів у електронно-променевої трубці, якщо електрони рухаються зі швидкістю, визначеною з точністю до 0,01%?

Розв'язання.

Знайдемо невизначеність швидкості за умовою задачі:

$$\Delta v_x = v_x \cdot 0{,}0001 = 10^6 \left(м/с\right).$$

Обчислимо невизначеність координати, використовуючи співвідношення невизначеностей Гайзенберга:

$$\Delta x \cdot m\Delta v_x = h .$$

Звідки $$\Delta x = \frac{h}{m\Delta v_x}$$

$$\Delta x = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}}{9{,}11\cdot 10^{-31}10^{6}} = 7{,}28\cdot 10^{-8}\left(м\right).$$

$$\left[\Delta x\right] = \frac{Дж\cdot с\cdot с}{кг\cdot м} = м\,\mathbf{.}$$

Відповідь: Отримане значення невизначеності координати електрона $\Delta x = 7{,}28\cdot 10^{-8}\left(м\right)$ свідчить про те, що поняття траєкторії можна застосовувати до руху електрона в електронно-променевій трубці.

Приклад 2.6. Ширина сліду електрона (з кінетичною енергією $E_{кін.}$ = 1,5кеВ), отриманого на фотопластинці за допомогою камери Вільсона, становить Δx = 1 мкм. Знайти відношення невизначеності імпульсу до його значення.

$E_{кін.}$ = 1,5 кеВ = $2{,}4\cdot 10^{-16}$ Дж.

Δx = 1 мкм = 10^{-6}м.

Δp/p = ?

Розв'язання

Імпульс електрона можна знайти за його кінетичною енергією, але спочатку треба встановити, чи є електрон в цьому випадку нерелятивістським. Енергія спокою електрона E_o = 0.511МеВ, що набагато більше кінетичної енергії у даному випадку, тобто можна скористатися формулою $E_{кін.} = p^2/2m$. Звідси $p = \sqrt{2mE_{кін}}$.

За співвідношенням невизначеностей $\Delta p\Delta x \geq \hbar$, тобто $\Delta p = \hbar/\Delta x$,

$\Delta p/p = \hbar/\Delta x\sqrt{2mE_{кін}}$ $= 1.05\cdot 10^{-34}/10^{-6}\cdot\sqrt{2.4\cdot 10^{-16}\cdot 2\cdot 0.91\cdot 10^{-30}} = 5\cdot 10^{-5}$.

Приклад 2.7. Визначити власну функцію вільної частинки, що рухається вздовж осі x.

Розв'язання

Вільна частинка має потенціальну енергію $U(x)$, яка дорівнює нулю. Її повна енергія E співпадає з кінетичною. Рівняння Шредінгера (2.8) для вільної частинки має вигляд:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0, \qquad (1)$$

де $k^2 = \dfrac{2mE}{\hbar^2}$.

Рівняння має розв'язки при будь-яких значеннях k^2 и E, тобто енергетичний спектр частинки є неперервним.

Розв'язок рівняння (1) має вигляд:

$$\psi(x) = A\sin(kx + \alpha),$$

або, у комплексному вигляді

$$\psi(x) = Ae^{ikx}. \qquad (3)$$

Повна хвильова функція $\Psi(x,t)$ містить множник $e^{-i\omega t}$ (4), який залежить від часу.

Тоді $$\Psi(x,t) = Ae^{-i\omega t + ikx},$$

або, з урахуванням співвідношень $\omega = \dfrac{E}{\hbar}$, $E = \dfrac{p^2}{2m}$ та виразу (2),

$$\Psi(x,t) = Ae^{-\frac{i}{\hbar}(Et - p_x x)}. \qquad (4)$$

Таким чином, вільна квантова частинка описується плоскою монохроматичною хвилею де Бройля. Цьому відповідає незалежна від часу густина ймовірності знаходження мікрочастинки $|\Psi(x,t)|^2 = A^2$, яка є однаковою для всіх точок простору.

Задачі для самостійного розв'язування

2.1. Порівняти довжини хвиль фотона та електрона з однаковими імпульсами $p = 5\cdot 10^{-24}$ кг·м/с.

2.2. Розрахувати довжину хвилі де Бройля для теплових (T=300K) нейтронів?

2.3. Кінетична енергія електрона дорівнює 0,6МеВ. Знайти довжину хвиль де Бройля для нього.

2.4. Розрахувати найбільш імовірну довжину хвилі де Бройля молекул азоту, які знаходяться у повітрі при кімнатній температурі.
2.5. Яким буде відношення довжин де Бройля протона та електрона при 1) однакових імпульсах, 1) однакових енергіях, 3) однакових швидкостях?
2.6. Визначити довжину хвилі де Бройля електрона та нейтрона з енергіями 0,5МеВ; 10МеВ .
2.7. Визначити швидкість протона з довжиною хвилі де Бройля 2пм.
2.8. Визначити довжини хвиль де Бройля α-частинки і протону, які прискорені різницею потенціалів 10 кВ.
2.9. Заряджена частинка прискорена потенціалом 200 В і має довжину хвилі 2,02нм. Знайти масу цієї частинки, якщо відомо, що її заряд дорівнює заряду електрона.
2.10. Знайти довжину хвилі де Бройля протона, що рухається зі швидкістю $v = 10^8$ см/с.
2.11. Довжина хвилі де Бройля частинки у класичному наближенні є обернено пропорційною її швидкості. Покажіть, що при наближенні швидкості частинки до швидкості світла, довжина хвилі де Бройля прямує до нуля швидше за $1/v$.
2.12. Електронний пучок прискорюється потенціалом U = 1кеВ. Звісно, що невизначеність швидкості утворює 0,1% від її значення. Знайти невизначеність координати електрона.
2.13. Якщо при переході з якогось збудженого стану ядро випромінює квант з шириною, що дорівнює 0.10пм, яким буде час випромінювання кванта?
2.14 Якщо прийняти, що енергія нуклона у ядрі порядку 7МеВ, то чому дорівнює розмір ядра, оцінений за співвідношенням невизначеностей?
2.15. Ширина сліду електрона, отриманого за допомогою камери Вільсона на фотопластинці, дорівнює $\Delta x = 1$мкм. Знайти відношення невизначеності імпульсу до його значення., якщо кінетична енергія електрона дорівнює 1,5кеВ.
2.16. Знайдіть відношення невизначеностей швидкості електрона та α-частинки, коли їх координати визначені з точністю до 10^{-10}м.
2.17. Використовуючи співвідношення невизначеностей, доведіть, що для рухомої частинки, невизначеність координати якої дорівнює довжині хвилі де Бройля, невизначеність швидкості за порядком величини дорівнює величині самої швидкості частинки.
2.18. Паралельний пучок електронів, які мають швидкість $v = 10^6$ м/с, проходить через щілину шириною b=0,1 мм. Знайти ширину Δx центрального дифракційного максимуму, що спостерігається на екрані, віддаленому від щілини на відстань L=10 см. Порівняти Δx з шириною щілини b.

2.19. Середній час життя атома у збудженому стані становить $\Delta t \approx 10^{-8}$с. Чому дорівнює невизначеність енергії випромінюваного при переході атома в основний стан фотону та частоти випромінюваного світла?
2.20. Середній час життя атома у збудженому стані становить $\Delta t \approx 10^{-8}$с. При переході атома у нормальний стан випромінюється фотон, середня довжина якого 600нм. Оцінити ширину $\Delta\ \lambda$ спектральної лінії, якщо не відбувається її ширення за рахунок інших процесів.
2.21. Середній час життя Δt атома у збудженому стані дорівнює 10^{-8} с. При переході до нормального стану випромінюється фотон, середня довжина хвилі якого дорівнює 400нм. Оцінити відносну ширину $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ випромінюваної спектральної лінії, якщо не відбувається ширення лінії за рахунок інших процесів.
2.22. Виходячи з того, що радіус атома має величину порядку 0,1нм, оцінити швидкість руху електрона v в атомі гідрогену.
2.23. Оцінити з допомогою співвідношення невизначеностей мінімальну кінетичну енергію електрона, який рухається всередині сфери радіусом 0,05нм.
2.24. Визначити максимальну роздільну здатність електронного мікроскопу, в якому використовуються електрони з енергією 40кеВ, приймаючи, що вона дорівнює довжині хвилі, яка відповідає цим електронам.
2.25. Одночасно вимірюються положення і імпульс електрона з енергією 0,5кеВ. З якою точністю у процентах можна визначити імпульс цього електрона, якщо його положення визначається з точністю $1\dot{A}$.
2.26. Порівняти невизначеності в швидкостях електрона і протона, які знаходяться в об'ємі розміром $5\,\dot{A}$.
2.27. Покажіть, що співвідношення невизначеностей може бути виражене у вигляді $\Delta L \cdot \Delta\varphi \geq \hbar$, де ΔL - невизначеність в моменті імпульсу частинки, $\Delta\varphi$ - невизначеність в її кутовому положенні.
2.28. Рівняння Шредінгера для стаціонарних станів для вільної частинки у одновимірному випадку має вигляд (див. приклад 2.7)

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2}\psi = 0\,.$$

Покажіть, що функція

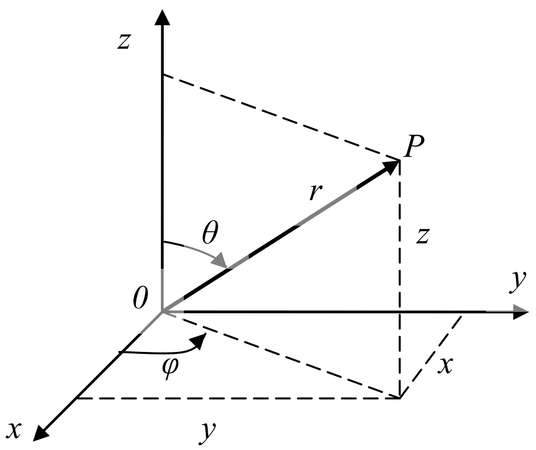
$$\psi = Ae^{i\sqrt{2mE}x/\hbar} + Be^{-i\sqrt{2mE}x/\hbar}\ ,$$

де A і B – постійні, також є розв'язком цього рівняння.
2.29. Покажіть, що середні значення $\langle px \rangle$ і $\langle xp \rangle$ зв'язані співвідношенням $\langle px \rangle - \langle xp \rangle = \hbar/i$. Чи узгоджується такий результат з відповідним співвідношенням невизначеностей?

3. АТОМ ГІДРОГЕНУ. СПЕКТРИ. ЕЛЕКТРОННІ ОБОЛОНКИ

●Рівняння Шредінгера (2.8) для атома гідрогену у сферичних координатах r, θ, φ (див. рис.3.1) має вигляд:

$$\frac{1}{r^2}\cdot\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin\theta}\cdot\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right)+\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\cdot\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2}+\frac{2m}{\hbar^2}\left(E-U\right)\psi=0, \quad (3.1)$$



$x = r\sin\theta cos\varphi$

$y = r\sin\theta\sin\varphi$

$z = rcos\theta$

Рис.2.1. Сферичні координати.

де $U\left(r\right)=\dfrac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$ – потенціальна енергія електрона в полі ядра атома гідрогену.

Це диференціальне рівняння у частинних похідних можна розділити на три простих диференціальних рівняння (3.2) - (3.4), кожне з яких залежить тільки від однієї з сферичних координат. Відповідно хвильова функція $\psi\left(r,\theta,\varphi\right)$ представляє собою добуток трьох різних функцій, кожна з яких є розв’язком одного з рівнянь (3.2) - (3.4) і залежить тільки від однієї з координат:

$$\psi\left(r,\theta,\varphi\right)=R\left(r\right)\Theta\left(\theta\right)\Phi\left(\varphi\right).$$

$$\frac{d^2\Phi}{d\varphi^2}+m_l^2\Phi=0; \quad (3.2)$$

$$\frac{1}{\sin\theta}\cdot\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right)+\left[l\left(l+1\right)-\frac{m_l^2}{\sin^2\theta}\right]\Theta=0; \quad (3.3)$$

$$\frac{1}{r^2}\cdot\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right)+\left[\frac{2m}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}+E\right)-\frac{l\left(l+1\right)}{r^2}\right]R=0. \quad (3.4)$$

Розв’язки рівняння (3.2) мають вигляд $\Phi\left(\varphi\right)=Ae^{im_l\varphi}$; $\Theta\left(\theta\right)$ виражається через поліноми, які мають назву приєднаних функцій Лежандра; $R\left(r\right)$ – через приєднані функції Лагера. Розв’язки мають фізичний зміст, тобто задовольняють вимогам, які накладаються на хвильову функцію, тільки коли параметри l та m_l, що входять у них, приймають певні цілі значення, а енергія – дискретні значення

$$E_n=-\frac{Z^2me^4}{8\varepsilon_0{}^2h^2}\frac{1}{n^2}, \quad (3.5)$$

де n – ціле число.

● Квантовий стан системи характеризується дискретними значеннями таких основних фізичних величин, як енергія, момент імпульсу і т. ін.

Квантовий стан електрону в атомі залежить від відстані до ядра r і характеризується чотирма квантовими числами :

n – головне квантове число, визначає енергію E_n електрона в атомі, n=1,2,3,…;

l – орбітальне квантове число, визначає механічний орбітальний момент імпульсу електрона L:

$$L = \hbar\sqrt{l(l+1)}. \tag{3.6}$$

При заданому головному квантовому числі n приймає значення: $l = 0, 1, \ldots, n-1$;

m_l – магнітне квантове число, визначає проекцію моменту імпульсу на фізично виділений напрямок:

$$L_z = \hbar m_l. \tag{3.7}$$

При заданому квантовому числі l приймає значення: $m_l = -l, -l+1, \ldots, -1, 0, +1, \ldots, l-1, l$.

m_s – магнітне спінове квантове число, визначає проекцію спінового моменту імпульсу електрона на фізично виділений напрямок:

$$L_{sz} = \hbar m_s. \tag{3.8}$$

Для електрона (а також протона і нейтрона) спінове квантове число $s = 1/2$, а m_s може приймати значення: $m_s = \pm 1/2$.

Розподіл електронів в атомі за стаціонарними станами відбувається згідно з принципом Паулі, за яким в атомі не може бути двох електронів, які знаходяться у двох однакових стаціонарних станах, що визначаються однаковим набором чотирьох квантових чисел: n, l, m_l, m_s.

Щоб показати залежність $R(r), \Theta(\theta)$ і $\Phi(\varphi)$ від квантових чисел n, l, m_l хвильову функцію електрона записують у вигляді:

$$\psi = R_{nl}\Theta_{lm_l}\Phi_{m_l}$$

● Основною властивістю квантових систем є те, що вони мають дискретну структуру енергетичного спектру. У спектрі найменший рівень зветься основним, а всі інші – збудженими.

При переході квантової системи з одного стаціонарного стану в інший випромінюється (поглинається) квант енергії, яка дорівнює різниці енергій відповідних стаціонарних станів:

$$h\nu = E_n - E_k, \tag{3.9}$$

(E_n та E_k - енергії стаціонарних станів атому до та після випромінювання (поглинання)).

Спектри випромінювання атомів хімічних елементів, що знаходяться у газоподібному стані (гази, пари металів), мають лінійчатий характер. Найбільш простий і досліджений спектр має атом гідрогену. Довжини хвиль його спектральних ліній можуть бути обчислені за формулою Бальмера – Ритца (узагальненою формулою Бальмера):

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right). \tag{3.10}$$

Константа $R = 1{,}097 \cdot 10^7$ і $^{-1}$ має назву сталої Ридберга; λ – довжина хвилі спектральної лінії; n – номер енергетичного рівня атома, на який переходить електрон при випромінюванні; k – номер рівня, з якого відбувається перехід.

Серія ліній утворюється при переходах електронів на енергетичний рівень із фіксованим значенням n з усіх вищих рівнів $(k > n)$. Число k можна представити у вигляді $k = n + N$, де N – номер спектральної лінії в серії, взятий у порядку зменшення довжини хвилі. Наприклад, для третьої лінії в серії Бальмера n =2, k = 2+3 =5. Перша лінія кожної серії відповідає мінімальному значенню k та має максимальну довжину хвилі. Границі кожної серії відповідає $k = \infty$.

Формула для довжин хвиль ліній серій спектру гідрогеноподібних іонів

$$\frac{1}{\lambda} = Z^2 R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right), \tag{3.10a}$$

де Z – номер елемента в періодичній таблиці елементів Менделєєва.

Повна енергія електрона в атомі гідрогену або гідрогеноподібному атомі (атомі із зарядовим числом Z, внаслідок іонізації якого в електронній оболонці залишився тільки один електрон):

$$E_n = -\frac{Z^2 m e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{1}{n^2}, \quad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{3.11}$$

З формули випливає, що електрон у атомі може мати тільки ті дискретні значення енергії, що визначаються квантовим числом n, яке називають головним квантовим числом.

Випромінюваний квант енергії дорівнює

$$h\nu = E_n - E_k = \frac{Z^2 m e^4}{8\varepsilon_0{}^2 h^2}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right), \quad n > k. \tag{3.12}$$

k та n – номери орбіт (тобто квантових рівнів енергії), між якими відбувається перехід електрона.

Ураховуючи зв'язок між частотою і довжиною хвилі $\nu = \dfrac{c}{\lambda}$ (c=3·10^{8}м/с – швидкість світла у вакуумі), для атома гідрогену $(Z = 1)$ або гідрогеноподібного атома $(Z>1)$ формулу (3.4) можна переписати у вигляді:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{Z^2 m e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c}\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right). \qquad (3.13)$$

З порівняння формули (3.10) із формулою (3.13) при Z=1 витікає, що останній вираз є аналогічним узагальненій формулі Бальмера, а стала Рідберга дорівнює

$$R = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3 c}. \qquad (3.14)$$

Енергія кванту, що випромінюється атомом гідрогену при переході електрону з однієї орбіти на другу, можна представити у вигляді

$$\varepsilon = E_i\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right), \qquad (3.15)$$

де E_i = 13,6 еВ – енергія іонізації атома водню.

● Частоти характеристичного рентгенівського випромінювання визначаються законом Мозлі:

$$\sqrt{\nu} = a(Z-b), \qquad (3.16)$$

де

$$a = \sqrt{Rc\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right)}, \qquad (3.17)$$

b – стала екранування, яка сильно залежить від серії (числа *n*) і слабо – від лінії даної серії (числа *k*); *Z* – порядковий номер елемента (заряд ядра в одиницях елементарного заряду); *R* – стала Рідберга.

Відповідно довжина хвилі характеристичного рентгенівського випромінювання може бути визначена за формулою Мозлі:

$$\frac{1}{\lambda} = R(Z-b)^2\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right). \qquad (3.18)$$

Слід мати на увазі, що рентгенівські спектральні серії позначають так само, як електронний шар, перехід електронів на який викликає дане випромінювання. Наприклад, L-серія обумовлена переходом електронів на L-шар. При тому серіям (електронним шарам) K, L, M, N у формулі (3.18) відповідають квантові числа n, які дорівнюють 1,2,3,4. Число k, як і при визначенні спектру атома водню, визначається за формулою $k = n + N$, де N – номер спектральної лінії в даній серії. Лінії серії записують у порядку зменшення довжин хвиль за допомогою індексів α, β, γ,... Наприклад, друга лінія L-серії записується у вигляді L_α; у цьому випадку n = 2, k =2+2=4.

Стала екранування b = 1 для лінії K_α і b > 1 для інших ліній цієї серії. При наближених розрахунках величину b вважають однаковою для всіх ліній серії. $b \approx 1$ для серії K і $b \approx 7{,}5$ для серії L.

Короткохвильова границя λ_{min} суцільного рентгенівського спектру (гальмівне випромінювання) визначається формулою

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU}, \quad (3.19)$$

де е – заряд електрона; U – різниця потенціалів, яка прикладена до трубки.

Приклади розв'язання задач

Приклад 3.1. Хвильова функція, яка описує рух електрона в основному стані атома гідрогену, має вигляд: $\psi(r) = A\,e^{-r/a_0}$, де A – постійна, яка є амплітудою хвильової функції, a_0 – перший борівський радіус. Знайти для основного стану атома гідрогену найбільш імовірну відстань електрона від ядра.

Розв'язання

Імовірність знаходження частинки в межах об'єму dV визначається за формулою (2.6), яка у випадку стаціонарного стану приймає вигляд:

$$dP = \psi^2 dV \; .$$

Для сферичного шару радіуса r товщиною dr маємо $dV = 4\pi r^2 dr$.

$$dP = |\psi|^2 4\pi r^2 dr \, .$$

Звідки

$$\frac{dP}{dr} = |\psi|^2 4\pi r^2 = A^2\, e^{-2r/a_0} 4\pi r^2 . \quad (1)$$

Досліджуємо функцію (1) на екстремум:

$$2re^{-2r/a_0} - \frac{2r^2}{a_0} e^{-2r/a_0} = 0 \; ; \qquad \left(r - \frac{1}{a_0} r^2 \right) e^{-2r/a_0} = 0;$$

$$re^{-r/a_0}\left(1 - \frac{r}{a_0} \right) = 0 . \quad (2)$$

Корені рівняння (2) $r = 0$ та $r = \infty$ відповідають мінімуму досліджуваної функції.

З умови $1 - \dfrac{r}{a_0} = 0$ отримуємо: $r_{\max} = a_0$

Відповідь: найбільш імовірною відстанню електрона від ядра в основному стані атома гідрогену є радіус першої борівської орбіти.

Приклад 3.2. Визначити енергію фотона, який випромінюється при переході електрона в атомі гідрогену з третього енергетичного рівня на перший.

Розв'язання.

k = 3 n = 1	
E - ?	

Енергія фотона, який випромінюється при переході електрона в атомі гідрогену з одного енергетичного рівня на інший визначається різницею енергій стаціонарних станів електрона до $\left(\mathrm{E_k}\right)$ та після переходу$\left(\mathrm{E_n}\right)$:

$$h\nu = E_k - E_n \qquad (1)$$

За борівською моделлю, ядро атома нерухоме, тому повна енергія електрона є сумою кінетичної енергії обертання електрона T і потенціальної U енергії взаємодії електрона з ядром

$$\mathrm{E=T+U},$$

$$T = \frac{mv^2}{2} = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r_n}; \qquad U = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n};$$

Тоді
$$E = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r_n} \;. \qquad (2)$$

Визначимо значення E на довільному енергетичному рівні. Для цього в рівняння (2) підставимо вираз для значення радіуса електронної орбіти $\mathrm{r_n}$

$$r_n = n^2 \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi m_e e^2},$$

де r_n – радіус n-ї орбіти, $\mathrm{m_e}$ – маса електрона, e – заряд електрона, ε_0=8,85·10^{-12} Ф/м – електрична стала, n – порядковий номер орбіти, h=6,63·10^{-34} Дж·с – стала Планка.

Одержуємо
$$E = -\frac{1}{n^2}\frac{me^4}{8h^2\varepsilon_0^2} \;. \qquad (3)$$

Тоді енергія випроміненого фотона

$$E = E_{ek} - E_{en} = -\frac{1}{k^2}\frac{me^4}{8h^2\varepsilon_0^2} + \frac{1}{n^2}\frac{me^4}{8h^2\varepsilon_0^2} = -\frac{me^4}{8h^2\varepsilon_0^2}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right). \qquad (4)$$

Із формул (1) та (4) випливає, що енергії повної іонізації атома гідрогену відповідає вираз

$$E_0 = h\nu = -\frac{me^4}{8h^2\varepsilon_0^2}\left(\frac{1}{\infty} - \frac{1}{1^2}\right) = \frac{me^4}{8h^2\varepsilon_0^2}\;, \qquad (5)$$

Тоді
$$E = E_0\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2}\right), \qquad (6)$$

де E_0=2,18·10^{-18} Дж = 13,6 еВ – енергія повної іонізації атома гідрогену

Підставив числові значення, дістанемо

$$E = 2{,}18\cdot 10^{-18}\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2}\right) = 1{,}94\cdot 10^{-18}\,(\text{Дж})$$

Відповідь: E = 1,94·10^{-18} Дж = 12,12еВ.

Приклад 3.3. Визначити частоту світла, яке випромінюється атомом гідрогену, при переході електрона на енергетичний рівень з головним квантовим числом n=2, якщо радіус орбіти електрона після переходу змінився у 9 разів.

Розв'язання.

n=2	
$\frac{r_n}{r_k}=\frac{1}{9}$	
ν - ?	

Частота фотона, що випромінюється атомом гідрогену при переході з однієї орбіти на іншу, дорівнює

$$\nu = R_1\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{k^2}\right), \tag{1}$$

де R_1=Rc=3,29·10^{15} Гц – стала Рідберга, n – номер орбіти, на яку переходить електрон, k –номер орбіти, з якої переходить електрон.

Боровські радіуси орбіт визначаються за формулою

$$r_n = n^2\frac{h^2\varepsilon_0}{\pi m_e e^2}, \tag{2}$$

звідки випливає, що радіуси орбіт електрона в атомі гідрогену пропорційні n^2. Тоді

$$\frac{n^2}{k^2}=\frac{r_n}{r_k}=\frac{1}{9}$$

З урахуванням (1) одержуємо

$$\nu = \frac{1}{n^2}\left(1-\frac{n^2}{k^2}\right).$$

Підставив числові значення, дістанемо

$$\nu=3{,}29\cdot10^{15}\text{c}^{-1}\left(1-\frac{1}{9}\right)\frac{1}{4}=0{,}73\cdot10^{15}\left(\text{c}^{-1}\right)$$

Відповідь: $\nu==0{,}73\cdot10^{15}\left(\text{c}^{-1}\right)$

Приклад 3.4. Визначити мінімальну частоту фотону, який може бути поглиненим атомом гідрогену, що знаходиться в основному стані.

Розв'язання.

Поглинаючи фотон, атом гідрогену переходить з основного стану з енергією E_1 у збуджений стан з енергією E_n. Згідно другому постулату Бора, енергія поглиненого фотона дорівнює

$$h\nu = E_n - E_1$$

Частота фотону буде мінімальною, якщо атом перейде в перше збуджений стан з енергією E_2, тобто

$$h\nu_{\min} = E_2 - E_l.$$

Енергія атома водню

$$E_n = -\frac{1}{n^2}\frac{me^4}{8h^2\varepsilon_0^2}$$

Звідки, за Бором,

$$\nu_{\min} = -\frac{me^4}{8h^3\varepsilon_0^2}\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right)$$

підставляючи числові значення, отримаємо:

$$\nu_{min} = \frac{3}{4}\cdot\frac{9{,}1\cdot10^{-31}(1{,}6)^4(10^{-19})^4}{8(6{,}6)^3(10^{-34})^3(6{,}85)^2(10^{-12})^2} = 2{,}45\cdot10^{15}$$

$$[\nu] = \frac{\text{кг}\cdot\text{Кл}^4\cdot\text{м}^2}{\text{Дж}^3\cdot\text{с}^2\cdot\Phi^2} = \frac{\text{кг}\cdot\text{м}^2}{\text{с}^2\cdot\text{с}\cdot\text{В}\cdot\text{Кл}} = \frac{1}{\text{с}}.$$

Відповідь: ν_{min}=$2{,}45\cdot10^{15}c^{-1}$.

Приклад 3.5. Визначити потенціал іонізації атома гідрогену.

Розв'язання.

Потенціал іонізації Ui атома визначається рівнянням

$$eU_i = A_i \tag{1}$$

де A_i – робота видалення електрона з орбіти під номером **і** на нескінченність. Для атома гідрогену, який знаходиться в основному стані $(k=1)$. На підставі закону збереження енергії, дискретні значення якої визначаються формулою

$$E = E_n = -\frac{m}{2}\left(\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 h}\right)^2\frac{1}{n^2}\ ,\ n = 1{,}2{,}3...,$$

ця робота дорівнює

$$A_i = E_\infty - E_1 = \frac{m}{2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\hbar}\right)^2 \tag{2}$$

Із (1) та (2) випливає $U_1 = \frac{m}{2}\frac{e^3}{(4\pi\varepsilon_0\hbar)^2}$

$$U_i = \frac{1{,}6735\cdot10^{-27}}{2}\cdot\frac{(1{,}6\cdot10^{-19})^3}{(4\cdot3{,}14\cdot8{,}85\cdot10^{-12})^2}\cdot\frac{1}{(1{,}05\cdot10^{-34})^2} = 13{,}6(\text{В})$$

Відповідь: $U_i = 13{,}6$В.

Приклад 3.6. Визначити борівській радіус другої орбіти атома гідрогену та швидкість електрона на цій орбіті.

n = 2
r_2, v_2 - ?

Розв'язання.

Згідно борівській теорії електрон обертається навколо нерухомого ядра і радіус електронної орбіти та швидкість електрона на цій орбіті пов'язані співвідношенням

$$m_e v_n r_n \ = \ \frac{nh}{2\pi}, \tag{1}$$

де r_n – радіус n-ї орбіти, v_n – швидкість електрона на цій орбіті, m_e – маса електрона, $m_e v_n r_n$ – момент імпульсу електрона на цій орбіті, n – головне квантове число, h=$6{,}63\cdot10^{-34}$Дж·с – стала Планка.

Сила взаємодії між електричними зарядами ядра і електрона надає електрону доцентрового прискорення. За другим законом Ньютона

$$\frac{m_e v_n^2}{r_n} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2} \ . \qquad (2)$$

Сумісно розв'язав рівняння (1) і (2) відносно r_n, отримаємо

$$r_n = n^2 \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi m_e e^2}, \qquad (3)$$

$$r_2 = 2^2 \cdot \frac{8,85\cdot10^{-12}\left(6,63\cdot10^{-34}\right)^2}{3,14\cdot9,1\cdot10^{-31}\cdot\left(1,6\cdot10^{-19}\right)} = 2,13\cdot10^{-10} \text{ м.}$$

$$\left[r\right] = \frac{\left(\text{Дж}\cdot\text{с}\right)^2\cdot\Phi\cdot\text{м}^{-1}}{\text{кг}\cdot\text{Кл}^2} = \frac{\text{Дж}^2\cdot\text{с}^2\cdot\text{Кл}}{\text{кг}\cdot\text{Кл}^2\cdot\text{В}\cdot\text{м}} = \frac{\text{Дж}\cdot\text{с}^2}{\text{кг}\cdot\text{м}} = \text{м}\,.$$

Із рівняння (1) одержуємо вираз для швидкості електрона на n-ій орбіті

$$v_n = \frac{nh}{2\pi m_e r_n} = \frac{e^2}{2nh\varepsilon_0}. \qquad (4)$$

$$\left[v\right] = \frac{\text{Кл}^2}{\text{Дж}\cdot\text{с}\cdot\Phi\cdot\text{м}^{-1}} = \frac{\text{Кл}^2}{\text{Дж}\cdot\text{с}\cdot\text{Кл}\cdot\text{В}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}} = \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Зробивши обчислення, отримуємо значення швидкості електрона на другій орбіті:

$$\text{v}_2 = \frac{\left(1,6\cdot10^{-19}\right)^2}{2\cdot2\cdot6,63\cdot10^{-34}\cdot8,85\cdot10^{-12}} = 1,09\cdot10^{6} \text{ м/с}$$

Відповідь: $\text{v}_2 = 1,09$ Мм/с

Приклад 3.7. Визначити енергію фотона, яка відповідає K_α- лінії характеристичного рентгенівського випромінювання срібла.

Розв'язання

К – серія характеристичного рентгенівського випромінювання збуджується при вибиванні електронів з ближньої до ядра К – оболонки атома, що створює можливість переходу на неї електронів з інших оболонок. При переході електрона з L – оболонки на К – оболонку випромінюється K_α-лінія спектра характеристичного рентгенівського випромінювання. Згідно закону Мозлі ((3.16) – (3.18), частота ν, що відповідає K_α - лінії, дорівнює

$$\nu = R(Z-\sigma)^2\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right).$$

Тоді енергія фотону, який був випромінений, визначається виразом

$$\varepsilon = h\nu = \frac{3}{4}hR(Z-\sigma)^2.$$

$$\varepsilon = \frac{3}{4}6,63\cdot10^{-34}\cdot3,3\cdot10^{15}(47-1)^2 = 3,45\cdot10^{-15}\,\text{Дж} = 21,6\,\text{кеВ}$$

Задачі для самостійного розв'язування

3.1. За умовою нормування визначити амплітуду хвильової функції $\psi(r) = A\, e^{-r/a_0}$ електрона в атомі гідрогену в основному стані.

3.2. Покажіть, що рівняння (2.8) і (3.1) є еквівалентними.

3.3. Хвильова функція $\psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi} a_0^{3/2}} e^{-r/a_0}$, де a_0 - радіус першої борівської орбіти (див. приклад 3.1), відповідає основному стану атома гідрогену. Обчислити імовірність знаходження електрона в основному стані в атомі гідрогену а) на відстані більшій a_0 від ядра; на відстані $r > 2a_0$ від ядра.

Указівка. Імовірність знаходження атомного електрона поза сферою радіусом r_0 дорівнює $\int_{r_0}^{\infty} |\psi|^2 4\pi r^2 dr$.

3.4. При якій температурі середня кінетична енергія молекул газоподібного водню буде дорівнювати енергії іонізації атома гідрогену?

3.5. Визначити довжину хвилі, яка випромінюється при переході електрона в атомі гідрогену з третього енергетичного рівня на основний. До якої області спектру відноситься це випромінювання?

3.6. Атом гідрогену, який знаходиться в основному стані, поглинає квант випромінювання з довжиною хвилі λ=102,6нм. У якому збудженому стані буде знаходитися атом? Розрахувати енергію електрону в цьому стані.

3.7. Визначити максимальну частоту фотону ν_{max} серії Бальмера у спектрі випромінювання атомарного гідрогену.

3.8. Визначити частоту випромінювання атома гідрогену при переході електрона з третьої орбіти на другу.

3.9. Знайти найбільшу та найменшу довжини хвиль в ультрафіолетовій серії гідрогену (серії Лаймана)

3.10. В однозарядному іоні гелію електрон перейшов з третього енергетичного рівня на другий. Визначити довжину хвилі, яка випромінюється іоном.

3.11. В однозарядному іоні літію електрон перейшов з третього енергетичного рівня на другий. Визначити довжину хвилі, яка випромінюється при цьому іоном літію.

3.11. Записати спектроскопічні позначення станів атому гідрогену, в яких може знаходитися електрон з головним квантовим числом n = 2; 3; 4.

3.12. Скільки електронів в атомі можуть мати однакові квантові числа:
а) n, l, m_l, m_s; б) n, l, m_l; в) n, l; г) n ?

3.13. Яка кількість електронів в атомі утворює замкнену оболонку з квантовим числом n = 1, 2, 3, 4, 5 ?

3.14. Рентгенівські апарати мають прискорюючий потенціал 50000В. Визначити найменшу довжину хвилі, яка присутня у випромінюванні рентгенівського пристрою.

4. МАГНІТНІ МОМЕНТИ ЯДЕР. ЯДЕРНИЙ МАГНІТНИЙ РЕЗОНАНС

● Кожне ядро з ненульовим спіном має магнітний дипольний момент $\vec{\mu}$, який зв'язаний зі спіновим моментом ядра $\vec{I}$ співвідношенням

$$\vec{\mu} = \gamma \vec{I}, \tag{4.1}$$

де γ – скаляр, який називають ядерним гіромагнітним відношенням.

Магнітний момент характеризує взаємодію ядра з зовнішнім магнітним полем $\vec{H}$. Ядро може знаходитися в $(2I+1)$ стані, яким у відсутності зовнішнього магнітного поля відповідає однакова енергія. Усі можливі значення компоненти магнітного моменту ядра можна представити у вигляді $m\mu$, де μ – найбільше значення компоненти магнітного моменту, а m – квантове число, яке може приймати значення:

$$m = I, I-1, I-2, ..., -(I+1), -I.$$

● Якщо ядро, яке має магнітний момент помістити у зовнішнє однорідне магнітне поле $\vec{H}$, яке спрямоване вздовж осі z, то внаслідок взаємодії з ним ядро набуває додаткову енергію, яка дорівнює $-\mu_z H$, де μ_z – проекція ядерного магнітного моменту на напрям поля. Таким чином, оскільки відстань між сусідніми рівнями енергії, які відповідають кожному з $(2I+1)$ станів, дорівнює $\frac{\mu H}{I}$, ядро зі спіном I має дискретні рівні енергії

$$-\mu H, -\frac{I-1}{I}\mu H, ..., \frac{I-1}{I}\mu H,\ \mu H,$$

між якими можуть здійснюватися переходи під дією зовнішнього електромагнітного поля.

● Явище ядерного магнітного резонансу (ЯМР) полягає в резонансному поглинанні електромагнітної енергії, обумовленому тим, що спін ядра, яке знаходиться у сильному постійному магнітному полі може перекидатися під дією слабкого високочастотного поля певної (резонансної) частоти.

Частота ν електромагнітного поля, яке викликає переходи між сусідніми рівнями енергії, визначається з співвідношення

$$h\nu = \frac{\mu H}{I}$$

і дорівнює

$$\nu = \frac{\mu H}{Ih}, \tag{4.2}$$

тобто резонансна частота є пропорційною прикладеному магнітному полю і залежить від магнітного моменту ядра.

Ядерні магнітні моменти мають порядок ядерного магнетона $\mu_я$ і за звичаєм їх значення наводяться в одиницях ядерного магнетона, який дорівнює

$$\mu_я = \frac{e\hbar}{2m_p} = \frac{1,6\cdot 10^{-19}\cdot 6,63\cdot 10^{-34}}{2\cdot 1,672\cdot 10^{-27}}\frac{Дж}{Тл} = 5,05\cdot 10^{-27}\frac{Дж}{Тл}.$$

● В спектроскопії ЯМР головними джерелами інформації про будову і динаміку молекул є хімічний зсув і спін-спінова взаємодія.

Хімічний зсув – зміщення сигналу в залежності від хімічного оточення, яке полягає в зменшенні відстані між рівнями ядерної магнітної енергії і обумовлене електронним екрануванням зовнішнього магнітного поля $\vec{H}$. З урахуванням хімічного зсуву вираз для резонансної частоти набуває вигляду:

$$\nu = \frac{\mu H(1-\sigma)}{Ih},$$

де σ - безрозмірна постійна екранування, яка сильно залежить від електронного (хімічного оточення) і не залежить від $\vec{H}$.

Спін-спінова взаємодія є результатом непрямого зв'язку між ядрами через електронне оточення: ядерний спін впливає на орієнтацію спинів електронів, які оточують ядро; ті орієнтують спіни інших електронів, а через них – спіни інших ядер. Зокрема, у випадку n еквівалентних однаково екранованих ядер, спіни яких мають однаковий хімічний зсув, резонансний сигнал сусіднього ядра внаслідок спін-спінової взаємодії розщеплюється на $(2nI+1)$ лінію різної інтенсивності. Знання тонкої структури ліній в спектрі ЯМР, які відповідають хімічно різним положенням однакових ядер в одній молекулі, та співвідношення їх інтенсивності дозволяє отримати інформацію про структуру молекул.

Приклади розв'язання задач

Приклад 4.1. Визначити резонансну частоту спектроскопії ЯМР на ядрах гідрогену ^1H (на протонах) в магнітному полі з H=1Тл. Спін ядра (протону) $I = 1/2$ в одиницях $h/2\pi$, магнітний момент $\mu = 2,79270\mu_я$.

Розв'язання

Знаходимо магнітний момент ядра ^1H:

$$\mu = 2,79270\mu_я = 2,7927\cdot 5,05\cdot 10^{-27} = 1,41\cdot 10^{-26}\frac{Дж}{Тл}.$$

За формулою $\nu = \frac{\mu H}{Ih}$ обчислюємо резонансну частоту:

$$\nu = \frac{1,41 \cdot 10^{-26} \cdot 1}{\left(\frac{1}{2}\right) \cdot 6,625 \cdot 10^{-34}} = 4,257 \cdot 10^{7} (Гц) = 42,57 МГц$$

$$[\nu] = \left[\frac{Дж \cdot Тл}{Тл \cdot Дж \cdot c} \right] = c^{-1}$$

Приклад 4.2. Склад молекули етилового спирту надає формула CH_3CH_2OH. На скільки ліній розщеплюється сигнал від ядер гідрогену CH_2 - групи внаслідок їх спін-спінового зв'язку з протонами CH_3 - групи? Яким буде співвідношення інтенсивності цих ліній?

Розв'язання

Енергія переходу в спектрі при детектуванні сигналу від протонів (ядер гідрогену ^1H) CH_2 - групи буде залежати від суми компонент спіну I_z трьох ядер ^1H CH_3 - групи. Оскільки для протонів $I_z = \pm \frac{1}{2}$, то сума компонент спинів групи CH_3 може приймати чотири значення $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}$ (див. таблицю 4.1, де стан ядра ^1H зі спіном $I_z = +\frac{1}{2}$ позначений через α, зі спіном $I_z = -\frac{1}{2}$ – через β). Відповідні стани мають різну статистичну вагу: два з них, яким відповідає $\sum I_z = \pm \frac{1}{2}$, трьохкратно вироджені. Таким чином, внаслідок спін-спінової взаємодії з протонами групи CH_3 сигнал від протонів CH_2 - групи розщеплюється в квартет – складається з чотирьох еквідистантних ліній з співвідношенням інтенсивності 1:3:3:1.

Таблиця 4.1. Спінові стани групи з трьох еквівалентних ядер (протонів) CH_3 - групи.

Ядро ^1H (протон)			$\sum I_z$	Статистична вага
1	2	3		
α	α	α	3/2	1
α α β	α β α	β α α	1/2 1/2 1/2	3
α β β	β α β	β β α	−1/2 −1/2 −1/2	3
β	β	β	−3/2	1

Задачі для самостійного розв'язування

4.1.-4.9. За значеннями магнітних моментів та спинів ядер, наведених в таблиці 4.22 визначити частоту ЯМР в магнітному полі 1Тл.

Таблиця 2.

Ізотоп (елемент)	Магнітний момент μ в ядерних магнетонах	Спін ядра в одиницях $h/2\pi$
^{13}C (карбон)	0,70216	$1/2$
^{14}N (нітроген)	0,40357	$1/2$
^{15}N (нітроген)	–0.28304	1
^{17}O (оксіген)	–1,8930	$5/2$
^{31}P (фосфор)	1,1305	$1/2$
^{73}Ge (германій)	–0,8768	$9/2$
^{119}Sn (олово)	–1,0409	$1/2$
^{197}Au (золото)	0,136	$3/2$
^{207}Pb (свинець)	0,5837	$1/2$

4.10. Склад молекули етилового спирту надає формула CH_3CH_2OH. На скільки ліній розщеплюється сигнал від ядер гідрогену CH_3- групи внаслідок їх спін-спінового зв'язку з протонами CH_2- групи? Яким буде співвідношення інтенсивності цих ліній?

4.11-4.18. На скільки ліній розщеплюється резонансний сигнал ядра внаслідок спін-спінового зв'язку з групою п сусідніх еквівалентних ядер при п=1,2,3,4,5,6,7,8. Визначити біноміальні коефіцієнти, які відповідають інтенсивності ліній утвореного мультиплету. Спін ядер $I = 1/2$.

4.4. Проаналізувавши результати задачі 4.11, вивести загальну формулу для визначення біноміальних коефіцієнтів мультиплетів з використанням елементів комбінаторики.

5. НЕЙТРОНИ. ВЗАЄМОДІЯ НЕЙТРОНІВ РІЗНИХ ЕНЕРГІЙ З РЕЧОВИНОЮ.

● Вільні нейтрони виникають у результаті ядерних реакцій. Це нейтральні масивні частинки з масою $m = 1.67 \cdot 10^{-27}$ кг = 939.57МеВ, які мають спин ½, магнітний момент $\mu = -1.91315\mu_я$.

Нейтрони залишаються стабільними тільки в ядрі, у вільному стані вони розпадаються за схемою $n \to p + e^- + \tilde{\nu}_e$. Середній час життя у вільному стані $\tau = 15.3$ хв.

Нейтрони прийнято класифікувати за енергіями. Для кожної області енергій характерні певні типи реакцій.

З теорії ядерних реакцій відомо, що перерізи взаємодій нейтронів з ядрами в середньому різко зростають по закону *„1/v”* при зменшенні енергії нейтрона. За енергією нейтрони поділяються на дві великі групи – **повільні** та **швидкі** нейтрони. Границя між цими двома групами не є чітко визначеною і знаходиться в області ~ 1000 еВ. Більш детальна класифікація нейтронів наведена в таблиці 5.1.

Таблиця 5.1. Розподіл нейтронів по групам в залежності від їх енергій.

Нейтрони	Енергія, еВ
Ультрахолодні	$<5 \cdot 10^{-7}$
Дуже холодні	$5 \cdot 10^{-7} – 2 \cdot 10^{-4}$
Холодні	$2 \cdot 10^{-4} – 5 \cdot 10^{-3}$
Теплові	$5 \cdot 10^{-3} – 10^{-1}$
Резонансні	$10^{-1} – 10^{4}$
Проміжні	$10^{4} – 10^{5}$
Швидкі	$10^{5} – 10^{8}$
Високоенергетичні	$10^{8} – 10^{10}$
Релятивістські	$>10^{10}$

● Нейтрони приймають участь в усіх видах взаємодії. Відсутність електричного заряду дозволяє їм проникати через електронні оболонки атомів та вільно наближатися до ядер. Цим зумовлена унікальна властивість нейтронів малих енергій викликати різноманітні ядерні реакції, в тому числі й поділ ядер.

Основними процесами, що приводять до розсіювання, поглинання, дифузії і т. ін. нейтронів у речовині - це процеси взаємодії нейтронів з ядрами атомів.

● При пружному розсіюванні нейтрон передає частину кінетичної енергії ядру, але при цьому ядро залишається в основному стані, а сума кінетичної енергії ядра та нейтрона не змінюється.

Енергія, що передається ядру:

$$E_0 - E_1 = \Delta E .$$

Вона залежить від кута розсіяння φ та A.

$$\frac{E_1}{E_0} = \frac{A^2 + 1 + 2A\cos\varphi}{(A+1)^2} . \qquad (5.1)$$

При $\varphi = 180^0$ втрачається найбільша кількість енергії:

$$\frac{E_1}{E_0} = \frac{(A-1)^2}{(A+1)^2} . \qquad (5.2)$$

● Ослаблення потоку паралельного пучка моноенергетичних нейтронів при проходженні крізь шар поглинача в першому наближенні відбувається за експоненціальним законом

$$\Phi = \Phi_0\, \mathrm{e}^{-\sigma \cdot n \cdot x} \ ,$$

де σ - переріз поглинення, який залежить від енергії нейтронів та від речовини; n – кількість атомів речовини в одиниці об’єму.

$$n = \frac{N_A \cdot \rho}{A},$$

де N_A – число Авогадро, ρ - густина речовини, A – молярна маса.

Приклад 5.1. Знайти густину потоку нейтронів, який був послаблений залізом завтовшки 0,05м, якщо початкова густина потоку Φ_0=$5 \cdot 10^4$нейтр/см^2 $\cdot$ с. Ефективний переріз процесу σ = 2.3б. (1б=1барн=10^{-24}см^2) .

d = 0,05м = 5см

Φ_0 = 5 10^4 нейтр/см^2 $\cdot$с

σ = 2.3 барн

Φ = ?

Густина потоку нейтронів зменшується за законом

$$\Phi = \Phi_0\, e^{-\mu x},$$

де μ - коефіцієнт поглинання, $\mu = \sigma n$.

$$\mu = \sigma \cdot n = \frac{\sigma \cdot \mathrm{N_A} \cdot \rho}{\mathrm{A}} = \frac{2{,}3 \cdot 10^{-24}\,\text{см}^2 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}\,\text{моль}^{-1} \cdot 7.8\text{г} / \text{см}^3}{59\text{г} / \text{моль}} = 0.2\,\text{см}^{-1}.$$

Густина послабленого потоку

$$\Phi = 5 \cdot 10^4\, e^{-0.2 см^{-1} 5 см} \text{(нейтр./см}^2\text{ с) = 1.8 }10^4\text{ нейтр./см}^2 \cdot \text{с.}$$

Φ = 5 $10^4$$\cdot$exp(– 0.2см$^{-1}$$\cdot$5см) (нейтр./см^2 $\cdot$с);

Φ = 1.8 10^4 нейтр./см^2 $\cdot$с

5.1.- 5.9. За даними таблиці 5.1 визначити значення швидкостей та довжин хвиль де Бройля, які відповідають нейтронам, що належать до різних груп.
Примітка. В залежності від енергії нейтронів при обчисленні скористатися формулами нерелятивістської або релятивістської динаміки (див. формули (2.2) та (2.3)).
5.10. Проаналізувати отримані у попередній задачі значення довжин хвиль де Бройля нейтронів і з використанням формули Вульфа - Брегга визначити, які з них можуть використовуватись для аналізу структури кристалів за допомогою дифракції, якщо міжатомні відстані в речовині мають порядок $\sim 10^{-10}$ м.
5.11. За значеннями кінетичної енергії зробити термодинамічну оцінку характерних температур холодних та теплових нейтронів.
5.12. Визначити долю енергії, яка втрачається нейтронами при пружному розсіюванні на ядрах ^{1}H, ^{27}Al, ^{56}Fe та проаналізувати отримані результати.
5.13. Визначити енергію, яка виділяється в наступних екзотермічних реакціях радіаційного захвату нейтронів:

$$1)\ {}^{3}He\,(n,p)\,{}^{3}H\,;\quad 2)\ {}^{6}Li(n,\alpha)\,{}^{3}H\,;\quad 3)\ {}^{10}B(n,\alpha)\,{}^{7}Li\,;\ 4)\,{}^{6}Li(n,t)\,{}^{4}He\,.$$

($t \equiv {}^{3}_{1}H$ - тритон – ядро тритію).
5.14. Найважливіші ядерні реакції за участю нейтронів з виходом протонів відбуваються за схемами: 1) ${}^{3}_{2}He\,(n,p)X$; 2) ${}^{14}_{7}N\,(n,p)X$. Визначити недостатні позначення та знайти енергію реакції.
5.15.* Вузький пучок теплових нейтронів ослаблюється у η=360 разів при проходженні кадмієвої пластинки, товщина якої d=0,50мм. Визначити переріз взаємодії цих нейтронів з ядрами кадмію.
5.16. Яку товщину повинна мати кадмієва пластинка, яка послаблює у 100 разів потік теплових нейтронів.
5.17.* У скільки разів зменшиться інтенсивність вузького пучка теплових нейтронів після проходження шару важкої води завтовшки d=0,50см? Перерізи взаємодії ядер дейтерію та оксігену для теплових нейтронів дорівнюють відповідно $\sigma_1 = 7{,}0\,б$ і $\sigma_2 = 4{,}2\,б$.
5.18.* Вузький пучок теплових нейтронів проходить крізь пластинку з заліза, для якого перерізи поглинання та розсіювання дорівнюють $\sigma_\alpha = 2{,}5\,б$ і $\sigma_s = 11\,б$. Визначити відносну долю нейтронів, які вибувають з пучка внаслідок розсіяння, якщо товщина пластинки d=0,50см.
5.19.* Тонку фольгу з деякого стабільного ізотопу опромінюють по нормалі до поверхні тепловими нейтронами. Внаслідок захвату нейтронів виникає радіоізотоп з постійною розпаду λ. Знайти закон накопичення цього радіоізотопу $N(t)$ у розрахунку на одиницю поверхні фольги. Густина потоку нейтронів дорівнює J, кількість ядер на одиницю поверхні фольги n і переріз утворення активних ядер σ.

Зірочкою * позначені задачі, наведені за навчальним посібником [2].

5.20.* Тонку золоту фольгу зі стабільного ^{197}Au опромінюють по нормалі до поверхні тепловими нейтронами, густина потоку яких $J = 1,0 \cdot 10^{10} c^{-1} \cdot см^{-2}$. Маса фольги $m = 10$ мг. Внаслідок захоплення нейтронів виникає β-активний ^{198}Au, переріз утворення якого $\sigma = 98$ б і період напіврозпаду T = 2,7доби. Знайти: а) час опромінення, за який кількість ядер ^{197}Au зменшиться на 1%; б) максимальну кількість ядер ^{198}Au, яке може утворитися в процесі довготривалого опромінення.

5.21.* Знайти кількість нейтронів, які виникають в одиницю часу в урановому реакторі з тепловою потужністю P = 100МВт, якщо середня кількість нейтронів на кожний акт ділення ν=2,5. Вважати, що при кожному діленні вивільнюється енергія E = 200МеВ.

5.22.* В ядерному реакторі на теплових нейтронах середній час життя одного покоління нейтронів τ = 0,10с. Вважаючи коефіцієнт розмноження нейтронів $k = 1,010$, знайти: а) у скільки разів збільшиться число нейтронів у реакторі, а внаслідок його потужність, за час $t = 1,0$ хв.; б)період реактора T – час, за який його потужність збільшиться в e разів.

Література

1. О.І.Герасимов, І.С.Андріанова. Фізика в задачах. Ч.IV. Коливання та хвилі. Оптика: навч. посібник. – Одеса: ТЕС, 2015. –152 с.
2. И.Е.Иродов. Задачи по общей физики: Учеб. пособие. – М.:Наука,1988. – 416с.
3. І.М.Кучерук, І.Т.Горбачук. Загальний курс фізики. т.3.Оптика. Квантова фізика. – Киів: Техніка, 1999. –517 с.
4. В.К.Ворнов, А.В.Подоплелов. Современная фізика. Учеб. пособие. – М.:КомКнига, 2005. – 512 с.
5. Бейзер А. Основные представления современной физики. – М.: Атомиздат, 1973, 548 с.