

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

З Б І Р Н И К
МЕТОДИЧНИХ ВКАЗІВОК
до практичних занять з дисципліни

**«МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОЛОГІЧНИХ
ПРОЦЕСІВ»**

для студентів освітньо-кваліфікаційного рівня: магістр
спеціальність: 8.05010105 «Комп'ютерний еколого-
економічний моніторинг»

Одеса 2014

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

З Б І Р Н И К
МЕТОДИЧНИХ ВКАЗІВОК
до практичних занять з дисципліни

**«МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОЛОГІЧНИХ
ПРОЦЕСІВ»**

для студентів освітньо-кваліфікаційного рівня: магістр
спеціальність: 8.05010105 «Комп'ютерний еколого-
економічний моніторинг»

“УЗГОДЖЕНО”
на факультеті магістерської та
аспірантської підготовки
Протокол № ____ від _____ 2014 р.

Одеса 2014

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

З Б І Р Н И К
МЕТОДИЧНИХ ВКАЗІВОК
до практичних занять з дисципліни

**«МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОЛОГІЧНИХ
ПРОЦЕСІВ»**

для студентів освітньо-кваліфікаційного рівня: магістр
спеціальність: 8.05010105 «Комп'ютерний еколого-
економічний моніторинг»

«УЗГОДЖЕНО»

Декан магістерської та аспірантської
підготовки

_____ Боровська Г.О.

Затверджено на засіданні кафедри
прикладної екології
протокол № ___ від _____._____. 2014 р.
Зав. кафедрою

_____ Сафранов Т.А.

Одеса 2014

Збірник методичних вказівок до практичних занять з дисципліни “Моделювання екологічних процесів” для студентів спеціальності 8.05010105 “Комп’ютерний еколого-економічний моніторинг”. / Юрасов С.М. – Одеса: ОДЕКУ, 2014. – 36 с.

ЗМІСТ

ВСТУП.....	6
1 ПРОГНОЗ ВИСОТИ ХВИЛЬ МАЛОЇ ЗАБЕЗПЕЧЕНОСТІ.....	8
2 МОДЕЛЮВАННЯ СТАЛОЇ ТУРБУЛЕНТНОЇ ДИФУЗІЇ ЗАВИСІ В ПОТОЦІ.....	16
3 МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЛОЇ ТУРБУЛЕНТНОЇ ДИФУЗІЇ ЗАВИСІ В ПОТОЦІ.....	27
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	37

ВСТУП

Дисципліна «Моделювання екологічних процесів» викладається при підготовки магістрів за спеціальністю: 8.05010105 «Комп'ютерний еколого-економічний моніторинг».

Ця дисципліна належить до циклу професійно-практичних і відноситься до частини нормативних дисциплін.

Вивчення дисципліни «Моделювання екологічних процесів» базується на знаннях, отриманих при вивчанні таких дисциплін як «Фізика», «Вища математика» та «Програмування».

Отримані знання будуть використовуватись при написанні магістерської роботи і в майбутній виробничій діяльності.

Метою вивчення дисципліни «Моделювання екологічних процесів» є формування у студентів теоретичних знань і практичних навичок у сфері математичного моделювання реальних процесів розповсюдження шкідливих домішок у довкіллі, складення прогнозів його забруднення та застосування їх для регулювання техногенних викидів підприємств до навколишнього середовища. Отримані знання і навички необхідні для роботи у державних та відомчих виробничих підрозділах, що здійснюють контроль за станом навколишнього природного середовища, а також у науково-дослідних установах, яки займаються проблемами охорони довкілля.

Завдання дисципліни - вивчення механізму забруднення навколишнього середовища, транспортування, мігрування та перетворення забруднювальних речовин; опанування узагальнених моделей щодо якості атмосферного повітря, води, ґрунтового та рослинного покривів; засвоєння методик прогнозів забруднення довкілля.

Після освоєння цієї дисципліни студенти повинні *знати*:

а) нормативну (базову) частину дисципліни: основні терміни і поняття, що використовуються в межах означеної дисципліни; основні принципи, підходи та методи оцінки і прогнозу стану довкілля; головні фактори середовища, що впливають на забруднення довкілля; основні математичні моделі розрахунку розповсюдження шкідливих домішок; типи прогнозів забруднення повітря, ґрунтів та поверхневих вод;

б) варіативну частину дисципліни: чисельні і статистичні моделі розрахунку розповсюдження шкідливих домішок; узагальненні показники забруднення середовища; усі фактори та умови, які формують концентрацію забруднювальної речовини у геофізичному середовищі;

Студенти повинні *вміти*: обрати необхідну модель і виконати розрахунки показників забруднення; обрати початкові і граничні умови вирішення математичних моделей; визначити фактори впливу на стан забруднення середовища; скласти прогнози забруднення повітря, ґрунтів та рослинного покриву, поверхневих вод, застосувавши їх для регулювання промислових викидів підприємств в довкілля; оцінити адекватність і ефективність прогностичних схем.

В основу дисципліни «Моделювання екологічних процесів» покладені результати вивчення і узагальнення літературних джерел вітчизняних та зарубіжних авторів щодо концепцій і підходів у сфері розробки чисельних та

статистичних моделей забруднення довкілля, аналізу і прогнозу змін стану різних природних об'єктів під впливом антропогенного навантаження.

Дисципліна «Моделювання екологічних процесів» складається з 2 розділів, присвячених стохастичним та детермінованим моделям в екології, кожен з яких складається із декількох головних, відносно самостійних, але тісно пов'язаних між собою частин.

Головною формою організації вивчення дисципліни «Моделювання екологічних процесів» є самостійна робота над програмою курсу, лекції та практичні заняття. Основною формою контролю засвоєння знань є модульні роботи, а також захист практичних розрахункових робіт і усне опитування під час практичних занять.

Практичні роботи оцінюються по 10 балів кожна: 5 балів за виконання роботи і 5 балів захист. Загальна кількість завдань 5.

При підсумковій атестації використовується шкала відповідності оцінок 4-х бальної системи (табл.). Оцінки виставляються в інтегральній відомості.

Таблиця

Шкала відповідності інтегральних оцінок в сумарній атестації по дисципліні у вигляді екзамену по 4-бальній системі оцінювання

Інтегральна сума балів по дисципліні	Оцінка
< 60% від максимальної суми балів	незадовільно
60-73,9 % від максимальної суми балів	задовільно
74-89,9% від максимальної суми балів	добре
≥ 90% від максимальної суми балів	відмінно

Студенти, які отримали по практичним заняттям менш 25 балів не допускаються до інтегрованого контролю з дисципліні і не атестуються до погашення навчальної заборгованості з вказаних видів занять.

1 ПРОГНОЗ ВИСОТИ ХВИЛЬ МАЛОЇ ЗАБЕЗПЕЧЕНОСТІ

1.1. Теоретична частина

Будь-який шторм являє собою систему хвиль, в якій висота хвиль є випадковою величиною з деяким законом розподілу [1]. Закон розподілу висоти хвиль у штормі називають розподілом в системі. Найчастіше цей розподіл уявляють інтегральним законом, за яким можна оцінити ймовірність перевищення деякого значення висоти хвиль, тобто забезпеченість цього значення.

В даний час параметри розподілу в системі визначені. Вони залежать від співвідношення середньої довжини хвиль і глибини розглянутої ділянки водного об'єкту. Задається цей розподіл в табличному вигляді (табл. 1.1), де $k^{(C)}$ – висота хвиль з забезпеченістю $F^{(C)}$ в системі в частках від середньої висоти, $k^{(C)}$ ще називають перехідними коефіцієнтами.

Таблиця 1.1 – Перехідні коефіцієнти $k^{(C)}$ (для глибокої води – $H/\lambda \geq 0,5$, де H – середня глибина акваторії; λ – середня довжина хвиль)

$F^{(C)}, \%$	45,7	13	5	3	1	0,1
$k^{(C)} = h^{(C)}/h^{(CEP)}$	1,00	1,61	1,94	2,10	2,40	2,94

Енергію шторму прийнято характеризувати однією висотою хвиль, її називають характерною. В якості характерної може бути використана будь-яка висота хвиль. Однак, найчастіше використовують середню або із забезпеченістю 3% в системі.

Крім розподілу в системі у висоти хвиль є ще розподілення у режимі. Під розподілом в режимі розуміють закон розподілу характерної висоти хвиль в часі. Розподіл в режимі, як і розподіл у системі, представляють у вигляді інтегрального закону, що дозволяє оцінити забезпеченість деякого значення висоти хвиль. Графік або аналітичну формулу розподілу в режимі називають режимною функцією.

Таким чином, режимна функція висоти хвиль, як випадкової величини, являє собою закон її розподілу в часі. Вона дозволяє знайти забезпеченість F_p заданого значення висоти хвиль і навпаки: по заданій частоті оцінити висоту хвиль. У цій функції висота характеризує не тільки енергію хвилі, а й силу шторму, тобто режимна функція практично дозволяє оцінити частоту виникнення штормів різної сили.

При проектуванні гідротехнічних споруд розглядають шторми, які виникають з частотою 1 раз в 25, 50 або 100 років (4, 2 або 1% в режимі). Тут необхідно зазначити, що частота і забезпеченість мають різні значення для однієї і тієї ж висоти хвиль. Нижче наведена формула, за якою перераховується необхідна частота в забезпеченість.

Режимна функція будується за середніми значеннями висоти хвиль $h^{(CEP)}$ у разі, якщо вона розраховується за даними спостережень за

швидкістю вітру. При побудові режимної функції за даними спостережень за хвилюванням, як характерна виступає $h^{(3)}$ (значення висоти хвиль із забезпеченістю 3% в системі), оскільки теоретично встановлено, що відповідно до методики проведення спостережень за хвилюванням на гідрологічних постах результати спостережень мають 3%-у забезпеченість в системі.

Прогноз висоти хвиль рідкісної повторюваності необхідний при проектуванні гідротехнічних споруд для забезпечення їх стійкості, для оцінки ймовірності аварійних ситуацій на цих спорудах і розрахунків розмірів збитків при розробці розділів ОВНС.

Прогнозування режиму хвилювання виконується у такій спосіб [1]:

- за даними спостережень будується режимна функція для характерної висоти хвиль $h^{(3)}$ (або $h^{(CEP)}$);
- потім для частоти 1 раз на n_p років ($1/n_p$) розраховують відповідну їй забезпеченість F_p за формулою

$$F_p = 100 \Delta t_{um} / (T_B n_p P_H), \quad (1.1)$$

де Δt_{um} – середня тривалість шторму, діб.;

T_B – середня тривалість безледного періоду, діб.;

n_p – нормативна кількість років, протягом яких виникає розрахунковий шторм;

P_H – ймовірність розглянутого напрямку;

- по режимної функції і F_p знаходять значення висоти хвиль $h_p^{(3)}$ з відповідною частотою в режимі;

- по $h_p^{(3)}$ і відповідному перехідному коефіцієнту $k^{(C)}$ (табл. 1) знаходять значення висоти хвиль $h_p^{(C)}$ із забезпеченістю $F^{(C)}$ в системі.

Режимні функції висоти хвиль можуть бути побудовані по восьми румбах: Пн, ПнС, С, ПдС, Пд, ПдЗ, З і ПнЗ. Однак при прогнозуванні розглядаються не всі ці напрямки, а тільки хвильонебезпечні, тобто ті, в яких спостерігається найбільша довжина розгону хвиль і найбільш часті і сильні вітри.

Побудова режимної функції може бути виконано графічно і аналітично. Зупинимося на аналітичному методі.

Вид закону розподілу висоти хвиль в часі відомий – це закон розподілу Вейбула:

$$F_p = \exp(-\alpha h^\beta), \quad (1.2)$$

де α і β – параметри закону розподілу.

Знайти ці параметри можна при статистичній обробці результатів спостережень. Для цього необхідно спочатку вирівняти вихідні дані (тобто привести нелінійну залежність до лінійного вигляду):

$$F_p = \exp(-\alpha h^\beta) \rightarrow 1/F_p = \exp(\alpha h^\beta) \rightarrow \ln(1/F_p) = \alpha h^\beta \rightarrow$$

$$\rightarrow \ln \ln(1/F_p) = \ln \alpha + \beta \ln h \rightarrow \{ Y = \ln \ln(1/F_p); X = \ln h \} \rightarrow$$

$$\rightarrow Y = \alpha^* + \beta X. \quad (1.3)$$

Методом найменших квадратів можна знайти параметри отриманого рівняння регресії, вони будуть рівні:

$$\beta = r_{XY} \sigma_Y / \sigma_X, \quad (1.4)$$

$$\alpha^* = Y_{CEP} - \beta X_{CEP}, \quad (1.5)$$

де r_{XY} – коефіцієнт кореляції ряду X і ряду Y ;
 σ_Y – середньоквадратичне відхилення ряду Y ;
 σ_X – середньоквадратичне відхилення ряду X ;
 Y_{CEP} – середнє значення ряду Y ;
 X_{CEP} – середнє значення ряду X .

Всі ці характеристики визначаються шляхом статистичної обробки результатів спостережень за формулами:

$$X_{CEP} = (\sum X_i) / n; \quad Y_{CEP} = (\sum Y_i) / n; \quad (1.6)$$

$$\sigma_X = [(\sum (X_i - X_{CEP})^2) / (n-1)]^{0.5}; \quad \sigma_Y = [(\sum (Y_i - Y_{CEP})^2) / (n-1)]^{0.5}; \quad (1.7)$$

$$r_{XY} = [\sum (Y_i - Y_{CEP})(X_i - X_{CEP})] / [(n-1)\sigma_Y\sigma_X]. \quad (1.8)$$

1.2. Практична частина

Послідовність розрахунку [1]:

- члени ряду спостережень за хвилюванням $h_i^{(3)}$ ранжируються в спадному порядку і нумеруються;
- за номером члена ряду розраховується режимна забезпеченість за формулою:

$$F_{Pi} = i / (n + 1), \quad (1.9)$$

де i – номер члена ранжируваного ряду;

n – кількість членів ряду;

- по ряду F_{Pi} розраховується ряд $Y_i = \ln \ln(1/F_{Pi})$, а по ряду $h_i^{(3)}$ розраховується ряд $X_i = \ln h_i$;

- для рядів Y і X розраховуються середні значення рядів, середньоквадратичні відхилення і коефіцієнт кореляції;

- за цими характеристиками розраховуються параметри α^* і β ;

- розраховується параметр $\alpha = \exp(\alpha^*)$;

- для кожного члена ряду F_{Pi} розраховується відповідне йому $h^{(3)}_{Pi}$ за формулою:

$$h^{(3)}_{Pi} = [(1/\alpha) \ln(1/F_{Pi})]^{1/\beta}; \quad (1.10)$$

- перевіряється точність апроксимації:

$$S = [(\sum(h_i^{(3)} - h_{Pi}^{(3)})^2)/n]^{0,5}, \quad (1.11)$$

$$S_H = S/h_{CEP}^{(3)},$$

де $h_{CEP}^{(3)}$ – середнє значення ряду спостережень за хвилюванням;

- за формулою (1.1) розраховується F_P і за формулою (1.10) розраховується $h_P^{(3)}$;

- по $h_P^{(3)}$ і по табл. 1. 1 розраховуються $h_P^{(5)}$, $h_P^{(1)}$ і $h_P^{(0,1)}$.

1. 3. Приклад розрахунку

Необхідно дати прогноз висоти хвиль шторму 4% в режимі (частота 1 раз в 25 років) $P_H = 0,20$.

Таблиця 1. 3 – Приклад розрахунку

№	F_{Pi}	$Y_i = \ln \ln(1/F_{Pi})$	$h_i^{(3)}$		$X_i = \ln h_i$	$h_{Pi}^{(3)}$	$(h_i^{(3)} - h_{Pi}^{(3)})^2$
			спостер.	ранжир.			
1	0,02	1,364	1,30	1,90	0,642	1,95	0,002704
2	0,04	1,169	0,12	1,60	0,470	1,71	0,011650
3	0,06	1,034	0,92	1,47	0,385	1,56	0,007654
4	0,08	0,927	0,74	1,42	0,351	1,45	0,000706
5	0,10	0,834	0,73	1,30	0,262	1,36	0,003337
6	0,12	0,752	0,30	1,28	0,247	1,28	0,000010
7	0,14	0,676	0,36	1,11	0,104	1,22	0,011779
8	0,16	0,606	0,46	1,10	0,095	1,16	0,003749
9	0,18	0,539	0,78	1,03	0,030	1,11	0,006332
10	0,20	0,476	0,46	0,92	-0,083	1,06	0,020283
11	0,22	0,415	1,11	0,92	-0,083	1,02	0,009784
12	0,24	0,356	0,80	0,91	-0,094	0,98	0,004684
13	0,26	0,298	0,55	0,88	-0,128	0,94	0,003662
14	0,28	0,241	0,80	0,87	-0,139	0,90	0,001208
15	0,30	0,186	0,77	0,87	-0,139	0,87	0,000001
16	0,32	0,131	0,83	0,86	-0,151	0,84	0,000457
17	0,34	0,076	0,77	0,83	-0,186	0,81	0,000492
18	0,36	0,021	0,25	0,80	-0,223	0,78	0,000473
19	0,38	-0,033	0,20	0,80	-0,223	0,75	0,002520
20	0,40	-0,087	0,22	0,80	-0,223	0,72	0,006031
21	0,42	-0,142	0,26	0,78	-0,248	0,70	0,007095
22	0,44	-0,197	0,54	0,77	-0,261	0,67	0,010001
23	0,46	-0,253	1,28	0,77	-0,261	0,64	0,015642
24	0,48	-0,309	1,03	0,74	-0,301	0,62	0,014278
25	0,50	-0,367	1,90	0,73	-0,315	0,60	0,017780
26	0,52	-0,425	1,60	0,59	-0,528	0,57	0,000278

Продовження табл. 1.3

№	F_{P_i}	$Y_i = \ln \ln(1/F_{P_i})$	$h_i^{(3)}$		$X_i = \ln h_i$	$h^{(3)}_{P_i}$	$(h^{(3)}_i - h^{(3)}_{P_i})^2$
			спостер.	ранжир.			
27	0,54	-0,484	0,91	0,59	-0,528	0,55	0,001564
28	0,56	-0,545	0,80	0,55	-0,598	0,53	0,000485
29	0,58	-0,607	1,47	0,54	-0,616	0,51	0,001164
30	0,60	-0,672	0,45	0,46	-0,777	0,48	0,000581
31	0,62	-0,738	0,59	0,46	-0,777	0,46	0,000007
32	0,64	-0,807	0,59	0,45	-0,799	0,44	0,000075
33	0,66	-0,878	0,92	0,41	-0,892	0,42	0,000105
34	0,68	-0,953	0,87	0,37	-0,994	0,40	0,000861
35	0,70	-1,031	1,42	0,36	-1,022	0,38	0,000343
36	0,72	-1,113	0,37	0,36	-1,022	0,36	0,000005
37	0,74	-1,200	0,23	0,31	-1,171	0,34	0,000733
38	0,76	-1,293	1,10	0,31	-1,171	0,32	0,000040
39	0,78	-1,392	0,86	0,30	-1,204	0,30	0,000020
40	0,80	-1,500	0,31	0,26	-1,347	0,27	0,000211
41	0,82	-1,617	0,07	0,25	-1,386	0,25	0,000011
42	0,84	-1,747	0,15	0,23	-1,470	0,23	0,000003
43	0,86	-1,892	0,11	0,22	-1,514	0,21	0,000101
44	0,88	-2,057	0,07	0,20	-1,609	0,19	0,000158
45	0,90	-2,2 50	0,31	0,15	-1,897	0,16	0,000202
46	0,92	-2,484	0,41	0,12	-2,120	0,14	0,000396
47	0,94	-2,783	0,36	0,11	-2,207	0,11	0,000016
48	0,96	-3,199	0,87	0,07	-2,617	0,09	0,000163
49	0,98	-3,902	0,88	0,07	-2,659	0,05	0,000290
<i>Середнє</i>		-0,5481	0,6776		-0,6408	0,6828	$S = 0,05892$
σ		1,171	0,4283		0,7968	0,4503	$S/h^{(3)}_{CEP} = 0,0870$
r_{XY}		0,9935					
$\beta = 1,460$			$\alpha^* = 0,3875$		$\alpha = 1,473$		

Таблиця 1.4 – Результати розрахунку

$S/h^{(3)}_{CEP}$	0,0870
β	1,460
α	1,473
F_P	0,000274
$h_4^{(3)}, \text{ м}$	3,24
$h_4^{(5)}, \text{ м}$	2,99
$h_4^{(1)}, \text{ м}$	3,70
$h_4^{(0,1)}, \text{ м}$	4,54

Емпірична залежність має вигляд:

$$F_P = \exp(-1,473 h^{1,460}) \quad \text{або} \quad h^{(3)}_{P_i} = [0,6789 \ln(1/F_{P_i})]^{0,6849}.$$

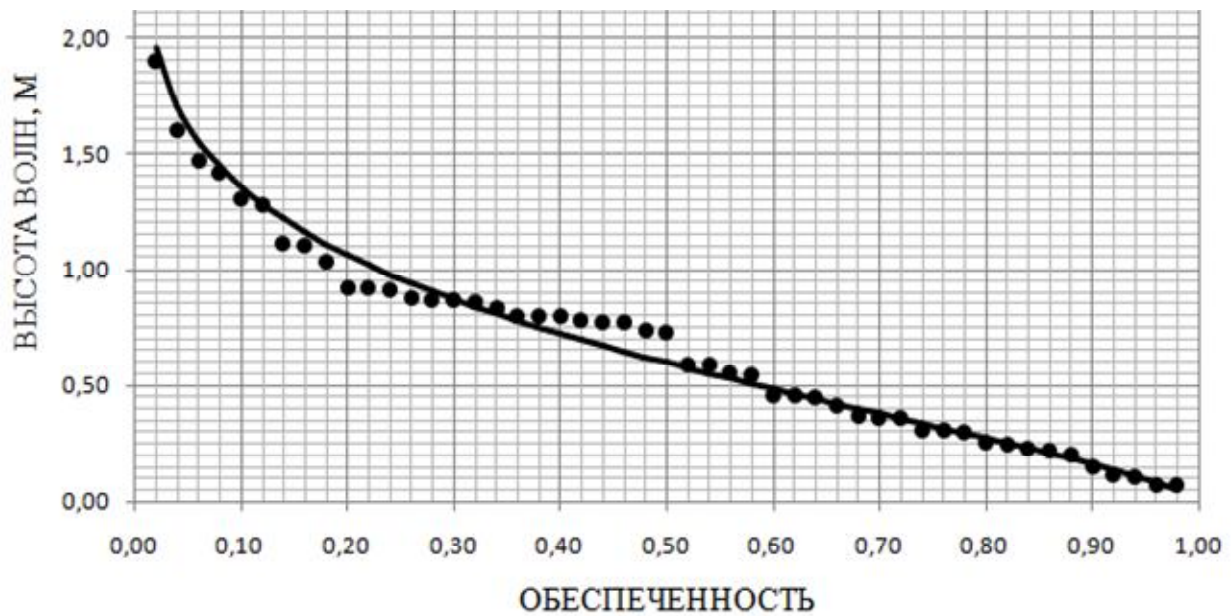


Рис. 1.1 – Режимна функція висоти хвиль

1.4 Завдання для виконання практичної роботи

По варіанту спостережень за хвилюванням необхідно дати прогноз висоти хвиль малої забезпеченості, для цього: побудувати режимну функцію висоти хвиль; зіставити її з результатами спостережень; визначити розрахункові значення висоти хвиль із заданою за варіантом забезпеченістю в режимі.

Таблиця 1.5 – Результати спостережень за варіантами

№ п / п	Результати спостережень за хвилюванням за варіантами									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,26	0,44	2,30	1,45	0,54	0,25	1,14	1,57	0,52	0,59
2	0,29	1,80	1,09	1,76	0,61	1,30	1,13	1,78	0,34	0,92
3	0,50	1,60	1,62	0,95	0,83	0,98	1,29	1,63	0,37	0,87
4	1,06	1,32	1,57	1,61	2,00	1,80	0,96	1,34	0,59	1,42
5	1,10	1,16	1,42	1,54	0,73	1,40	1,23	1,21	0,29	0,37
6	1,81	0,77	1,50	1,41	2,95	0,69	0,85	0,92	0,60	0,23
7	1,08	0,90	1,00	1,33	2,35	1,05	0,69	0,91	0,57	1,10
8	0,92	1,14	0,89	1,31	1,37	1,15	0,59	0,94	0,36	0,86
9	0,94	0,72	0,96	1,09	2,90	1,00	0,65	0,79	0,38	0,31
10	0,86	0,44	0,89	1,03	1,35	0,45	0,69	1,06	0,24	0,73
11	0,88	0,34	1,55	1,49	2,38	0,36	0,93	0,94	0,36	0,15
12	0,52	0,23	1,85	1,61	0,56	0,30	0,98	1,50	0,73	0,11
13	0,36	0,23	1,53	1,55	0,56	0,24	1,11	1,73	0,20	0,65

Продовження табл. 1.5

№ п / п	Результати спостережень за хвилюванням за варіантами									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
14	0,86	0,50	1,50	1,72	0,69	0,62	1,20	1,75	0,34	0,31
15	0,31	2,58	2,15	1,64	0,50	1,50	1,22	1,96	0,41	0,41
16	0,78	0,84	1,44	1,30	2,12	0,80	1,13	1,56	0,92	0,36
17	0,70	1,20	1,63	1,27	1,30	0,85	0,97	1,19	0,68	0,87
18	1,36	1,64	2,04	1,29	2,75	1,55	0,95	1,03	1,10	0,88
19	1,08	1,28	0,81	0,98	2,35	1,15	0,75	0,83	1,30	0,87
20	0,84	1,10	1,26	1,38	1,18	1,05	0,70	0,69	0,23	0,68
21	0,76	0,76	1,03	1,37	0,67	0,95	0,49	0,74	0,92	0,59
22	0,90	0,61	0,96	1,20	1,83	1,00	0,86	0,46	0,74	0,44
23	0,72	0,56	0,99	1,56	0,98	0,52	1,10	1,48	0,73	0,28
24	0,72	0,40	1,33	1,99	0,22	0,48	1,20	1,45	0,30	0,25
25	0,32	0,44	1,14	1,45	0,34	1,75	1,28	1,63	0,36	0,28
26	0,96	0,34	1,15	1,85	0,40	0,75	1,53	1,70	0,46	0,39
27	0,84	0,74	1,93	1,16	0,48	1,25	1,98	1,61	0,78	0,21
28	1,66	0,96	1,58	1,66	1,55	1,70	2,03	1,38	0,46	1,23
29	1,06	0,78	1,32	0,88	2,30	1,40	1,77	0,96	1,11	0,62
30	1,06	0,86	1,61	0,90	1,60	1,70	2,61	0,95	0,80	0,59
31	1,00	0,92	1,54	1,06	0,82	2,70	0,86	0,92	0,55	0,67
32	1,12	1,16	1,32	1,30	2,13	2,80	1,01	0,85	0,80	0,69
33	1,10	1,21	1,32	1,30	1,10	3,25	0,95	0,98	0,77	0,73
34	0,84	0,99	1,14	1,33	0,74	2,80	1,06	0,83	0,83	0,68
35	0,46	0,50	1,45	1,23	0,56	3,00	1,29	1,09	0,77	0,65
36	0,32	0,41	1,43	1,47	0,49	2,10	1,09	1,57	0,25	0,22
37	0,41	0,46	1,42	1,41	0,79	2,30	1,73	1,67	0,20	0,50
38	0,40	0,36	1,93	1,08	0,83	2,29	1,74	1,49	0,22	0,07
39	0,52	0,56	1,32	1,26	0,82	2,50	1,87	1,24	0,26	0,84
40	0,92	0,70	1,32	0,98	1,05	1,35	1,67	1,19	0,54	0,93
41	1,06	0,96	1,42	1,06	1,55	2,20	1,51	1,07	1,28	2,30
42	1,26	1,16	1,50	1,11	1,45	4,35	1,34	0,83	1,03	0,58
43	1,04	1,50	1,05	0,69	1,80	4,15	1,09	0,72	1,90	0,60
44	1,21	1,76	1,21	1,16	0,88	3,75	1,12	0,85	1,60	0,54
45	1,08	1,32	0,92	2,13	1,10	1,13	0,91	0,97	0,91	0,28
46	0,82	0,86	1,12	1,40	1,35	1,25	0,71	0,86	0,80	0,45
47	0,58	0,46	1,28	1,35	1,40	1,10	1,02	1,00	1,47	0,20
48	0,59	0,34	0,93	1,67	0,80	1,35	1,19	1,14	0,45	0,53
49	0,36	0,48	0,91	1,32	0,28	0,70	1,27	1,43	0,59	0,33
P_H	0,23	0,18	0,12	0,15	0,22	0,18	0,23	0,13	0,20	0,19
$\Delta t_{шт}$	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50
n_P	50	100	25	50	100	50	25	50	100	25

Контрольні запитання

1. Що характеризує режимна забезпеченість хвилювання?
2. Що характеризує системна забезпеченість хвилювання?
3. Яку забезпеченість у системі мають висоти хвиль, які є результатом спостережень на гідрологічних постах?
4. По яким напрямкам можуть бути побудовані режимні функції висоти хвиль?
5. Як виконується прогнозування режиму хвилювання?
6. Як виконується побудова режимної функції висоти хвиль?
7. Як розраховують висоту хвиль з необхідною забезпеченістю в системі?

2. МОДЕЛЮВАННЯ СТАЛОЇ ТУРБУЛЕНТНОЇ ДИФУЗІЇ ЗАВІСІ В ПОТОЦІ

2.1 Теоретична частина

Модель сталої турбулентної дифузії зависі в плоскій постановці задачі з початковими і граничними умовами можна записати у вигляді [1, 2]:

$$\begin{aligned}
 V_{CEP}(\partial C/\partial x) &= D(\partial^2 C/\partial z^2) - uC/H_{CEP}, & (2.1) \\
 C(x,z) &= C_0, \text{ при } x = 0 \text{ и } z_1 \leq z \leq z_2, \\
 C(x,z) &= 0, \text{ при } x = 0 \text{ и } z_1 > z > z_2, \\
 uC(x,z) &= \partial C/\partial y = 0, \text{ при } y = 0, x > 0 \text{ и } z > 0, \\
 \partial C/\partial y &= 0 \text{ и } q_B = uC(x,z), \text{ при } y = H_{CEP}, x > 0 \text{ и } z > 0, \\
 \partial C/\partial z &= 0, \text{ при } x \geq 0, z = 0 \text{ и } z = B_{CEP},
 \end{aligned}$$

где V_{CEP} – середня швидкість потоку, м/с;
 C – концентрація зависі, мг/дм³;
 x, y и z – змінні;
 D – коефіцієнт турбулентної дифузії, м²/с;
 u – гідравлічна крупність частинок зависі, м/с;
 H_{CEP} – середня глибина акваторії, м;
 C_0 – концентрація зависі в стічних водах, мг/дм³;
 q_B – вертикальний потік зависі, г/(м²с);
 B_{CEP} – середня ширина потоку.

У цій моделі розглядається середнє значення концентрації зависі по вертикалі. Вісь OX спрямована уздовж осередненого вектора швидкості течії, вісь OY – вертикально вниз, а вісь OZ – поперек потоку. Виїмка ґрунту або скид стічних вод здійснюються в створі $x=0$, в інтервалі $z_1 \leq z \leq z_2$. При береговому скиді $z_1=0$. Обмін зависсю з правим і лівим кордонами потоку і водною поверхнею відсутній. Потік зависі на дно дорівнює $uC(x, z)$.

Вирішимо модель (2.1) методом кінцевих різниць. Даним методом рішення можна знайти за явною, неявною або змішаною схемами [1, 3].

Розглянемо спочатку явну кінцево-різницеву схему (рис. 2.1).

На схемі індексом k позначені створи, проведені в розрахунковій області потоку з кроком Δx . Індексом m позначена нумерація струменів, ширина яких – Δz . Середнє значення концентрації зависі в k -м створі в межах струменя з номером m розташоване в його центрі і позначено $C_{k,m}$.

Виразимо всі приватні похідні в рівнянні (2.1) у вигляді різниці значень сіткової функції за схемою на рис. 2.1 і вирішимо його відносно $C_{k+1,m}$ [1]:

$$\text{при } 2 \leq m \leq (M_B - 1) - \quad \partial C/\partial x = (C_{k+1,m} - C_{k,m})/\Delta x, \quad (2.2)$$

$$\partial^2 C/\partial z^2 = (C_{k,m+1} - 2C_{k,m} + C_{k,m-1})/\Delta z^2, \quad (2.3)$$

$$C_{k+1,m} = (1 - 2a - 2f)C_{k,m} + a(C_{k,m+1} + C_{k,m-1}), \quad (2.4)$$

$$\text{при } m = 1 - \quad \partial C/\partial x = (C_{k+1,1} - C_{k,1})/\Delta x, \quad (2.5)$$

$$\partial^2 C/\partial z^2 = (C_{k,2} - C_{k,1})/\Delta z^2, \quad (2.6)$$

$$C_{k+1,1} = (1 - a - 2f)C_{k,1} + aC_{k,2}, \quad (2.7)$$

при $m = M_B -$ $\frac{\partial C}{\partial x} = (C_{k+1,M} - C_{k,M})/\Delta x,$ (2.8)

$$\frac{\partial^2 C}{\partial z^2} = (C_{k,M-1} - C_{k,M})/\Delta z^2, \quad (2.9)$$

$$C_{k+1,M} = (1 - a - 2f)C_{k,M} + aC_{k,M-1}, \quad (2.10)$$

де $a = \Delta x D / (V_{CEP} \Delta z^2);$

$f = u \Delta x / (2 V_{CEP} H_{CEP});$

$M_B = B_{CEP} / \Delta z$ – общее количество струй по ширине потока;

при $(a+f) \leq 0,5.$

	0	1	...	k	k+1	...
1(M_B)	$\Delta z \updownarrow$			• $C_{k,1}$	• $C_{k+1,1}$	
2(M_B-1)				• $C_{k,2}$		
...
m-1	$\leftarrow \Delta x \rightarrow$...	• $C_{k,m-1}$		
m			...	• $C_{k,m}$	• $C_{k+1,m}$	
m+1			...	• $C_{k,m+1}$		
...

Рис. 2. 1 – Явна кінцево-різницева схема

Отримані рівняння (2.4), (2.7) і (2.10) дозволяють за значеннями концентрації зависі в k -м створі розрахувати значення в наступному $(k+1)$ -м створі. Розрахунок виконується, починаючи з створу $k=1$. У попередньому для нього створі ($k=0$) розподіл значень концентрації зависі задається: в початковій кількості струменів m_0 , зайнятих стічними водами, передбачається рівномірний розподіл зависі з концентрацією C_0 . В інших струменях значення концентрації зависі дорівнює 0 (концентрація зависі в стічних водах розглядається як перевищення над фоном). При скиданні стічних вод у середині потоку на кожному кроці кількість струменів в зоні підвищеної каламутності збільшується на 2 (якщо скид береговий – на 1), тому в k -м створі загальна кількість струменів в цій області складає $M_k = m_0 + 2k$, при $(m_0 + 2k) \leq M_B$, а при $(m_0 + 2k) > M_B$ зона підвищеної каламутності поширюється на всю ширину потоку $M_k = M_B$. При $(z_1/\Delta z) - k > m > (z_2/\Delta z) + k$ значення $C_{k,m} = 0$.

За формулами (2.4), (2.7) і (2.10) видно, що сума коефіцієнтів при значеннях концентрації зависі дорівнює $(1-2f)$. Це означає, що в $(k+1)$ -м створі кількість речовини в $(1-2f)$ рази менше, ніж у попередньому k -му. Виходячи з цього, можна записати наступну умову перевірки розрахунків

$$\sum_{m=1}^{M_k} C_{k,m} = (1 - 2f)^k m_0 C_0. \quad (2.11)$$

Явна кінцево-різницева схема має перевагу в тому, що рішення в наступному створі виходить відразу за значеннями сіткової функції в попередньому створі. Її недолік полягає в нестійкості рішення при $(a+f) > 0,5$.

Неявна кінцево-різницева схема абсолютно стійка. Однак рішення за цією схемою вимагає використання методу прогонки. Розглянемо це рішення.

Виразимо приватні похідні в рівнянні (2.1) у вигляді різниці значень сіткової функції за схемою на рис. 2.2:

$$\text{при } 2 \leq m \leq (M_B - 1) - \quad \partial C / \partial x = (C_{k+1,m} - C_{k,m}) / \Delta x, \quad (2.12)$$

$$\partial^2 C / \partial z^2 = (C_{k+1,m+1} - 2C_{k+1,m} + C_{k+1,m-1}) / \Delta z^2; \quad (2.13)$$

$$\text{при } m=1 - \quad \partial C / \partial x = (C_{k+1,1} - C_{k,1}) / \Delta x, \quad (2.14)$$

$$\partial^2 C / \partial z^2 = (C_{k+1,2} - C_{k+1,1}) / \Delta z^2; \quad (2.15)$$

$$\text{при } m=M_B - \quad \partial C / \partial x = (C_{k+1,M} - C_{k,M}) / \Delta x, \quad (2.16)$$

$$\partial^2 C / \partial z^2 = (C_{k+1,M-1} - C_{k+1,M}) / \Delta z^2. \quad (2.17)$$

	0	1	...	k	k+1	...
1(M _B)	Δz ↑ ↓			• C _{k,1}	• C _{k+1,1}	
2(M _B -1)					• C _{k+1,2}	
...
m-1	← Δx →		...		• C _{k+1,m-1}	
m			...	• C _{k,m}	• C _{k+1,m}	
m+1			...		• C _{k+1,m+1}	
...

Рис. 2. 2 – Неявна кінцево-різницева схема

Рішення (2.1) можна записати в такому вигляді

$$\beta_m C_{k+1,m} = a C_{k+1,m+1} + a C_{k+1,m-1} + \delta_m, \quad (2.18)$$

де $\beta_m = (1+2a+2f)$, $\delta_m = C_{k,m}$, при $2 \leq m \leq (M_B - 1)$;

$\beta_1 = (1+a+2f)$, $C_{k+1,1-1} = 0$, $\delta_1 = C_{k,1}$, при $m=1$;

$\beta_M = (1+a+2f)$, $C_{k+1,M+1} = 0$, $\delta_M = C_{k,M}$, при $m=M_B$.

Позначення a і f колишні (див. формулу (2. 10)).

У нашому випадку для будь-якого створу вираз (2.18) являє собою систему з M_k алгебраїчними рівняннями. Матриця, відповідна їм, є трьохдіагональною: по діагоналі матриці стоять коефіцієнти β_m ; ліворуч і праворуч від них – a ; інші коефіцієнти матриці дорівнюють нулю. Така система алгебраїчних рівнянь вирішується методом прогонки.

Суть методу полягає в тому, що для прямого і зворотного ходу прогонки рішення шукається у вигляді:

$$C_m = P_m C_{m+1} + Q_m, \quad (2.19)$$

$$C_{m-1} = P_{m-1} C_m + Q_{m-1}, \quad (2.20)$$

де $P_m = a/\beta_m$ и $Q_m = [aC_{m-1} + \delta_m]/\beta_m$. (2.21)

Для зручності в рівняннях (2.19) і (2.20) індекс нумерації створів прибраний.

Підставимо в (2.18) замість $C_{k+1,m-1}$ формулу (2.20), для зручності індекс нумерації створів теж приберемо, і вирішимо отриманий вираз відносно C_m :

$$\begin{aligned} \beta_m C_m &= aC_{m+1} + a[P_{m-1}C_m + Q_{m-1}] + \delta_m, \\ [\beta_m - aP_{m-1}]C_m &= aC_{m+1} + [aQ_{m-1} + \delta_m], \\ C_m &= aC_{m+1}/[\beta_m - aP_{m-1}] + [aQ_{m-1} + \delta_m]/[\beta_m - aP_{m-1}]. \end{aligned} \quad (2.22)$$

При зіставленні формул (2.19) і (2.22) видно, що для прогоночних коефіцієнтів P_m і Q_m отримані наступні рекурентні співвідношення:

$$P_m = a/[\beta_m - aP_{m-1}] \quad \text{и} \quad Q_m = [aQ_{m-1} + \delta_m]/[\beta_m - aP_{m-1}]. \quad (2.23)$$

На початку рекурентного процесу при $m=1$ значення прогоночних коефіцієнтів P_1 і Q_1 відомі, вони рівні:

$$P_1 = a/\beta_1 = a/(1+a+2f) \quad \text{и} \quad Q_1 = \delta_1/\beta_1 = C_{k,1}/(1+a+2f), \quad (2.24)$$

де $C_{k,1}$ – значення сіткової функції в першому струмені в попередньому створі.

На прямому ході прогонки, використовуючи значення P_1 і Q_1 , за формулами (2.23) розраховуються значення прогоночних коефіцієнтів P_m і Q_m .

Наприкінці прямого ходу при $m=M_k$ за рівнянням (2.19) видно, що $C_{M_k} = Q_{M_k}$, оскільки $C_{M_k+1} = 0$. З цього моменту починається зворотний хід прогонки: знаючи C_{M_k} , за формулою (2.20) розраховуються значення сіткової функції в струмені з номером M_{k-1} . Потім M_{k-2} і так далі, до $m = 1$.

Сума коефіцієнтів β_m і $2a$ в (2.18) дорівнює $(1+2f)$, тому за аналогією з (2.11) вираз для перевірки розрахунків можна записати у вигляді

$$\sum_{m=1}^{M_k} C_{k,m} = (1+2f)^{-k} m_0 C_0. \quad (2.25)$$

Чисельні експерименти показали, що через наявність похибок при розрахунку значень сіткової функції по неявній схемі, значення правої і лівої частин умови (2.25) не збігаються. Причому, похибка залежить від вихідних параметрів моделі: зі збільшенням m_0 , похибка збільшується. Однак за відсутності помилок в алгоритмі розрахунку похибка в перших приблизно 8–10 створах швидко зростає, далі становиться постійною.

2.2 Практична частина

В річку скидаються стічні води, що містять завись. Необхідно визначити значення максимальної концентрації цієї зависі на відстані 500 м від місця скиду стічних вод

Вихідні дані для розрахунку:

Q_E – витрата води у потоці вище місця скиду стічних вод;

C_E – фонові концентрація зависі;

Q_{CT} – витрата стічних вод;

C_0 – концентрація зависі у стічних водах;

u – гідравлічна крупність частинок зависі;

V_{CER} – середня швидкість потоку на розрахунковій ділянці;

B_{CER} – середня ширина потоку у точки скиду;

H_{CER} – середня Глибина потоку на розрахунковій ділянці;

D – коефіцієнт турбулентної дифузії, який розраховується по формулі:

$$D = gH_{CER}V_{CER}/(MC), \quad (2.25)$$

де C – коефіцієнт Шезі, визначається по таблиці 2.1 в залежності від типу водотоку [2];

M – параметр, розраховується за формулою (2.26):

$$\begin{aligned} M &= 0,7C + 6, \text{ при } 10 < C < 60, \\ M &= 48, \text{ при } C \geq 60. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Потрібне також знати, у якому місці початкового створу скидаються стічні води (z_{CT}).

Таблиця 2. 1 – Типізація водотоків за особливостями гідродинамічного режиму

Тип водотоку	Група	Перемішування	Ґрунт	$C, \text{ м}^{0,5}/\text{с}$	Річна витрата, $\text{м}^3/\text{с}$
Рівнинні	великі	добре	гравій	40 – 70	> 250
	середні	помірне	пісок, мул	30 – 60	25 – 250
	малі	слабке	пісок, мул	30 – 50	2,5 – 25
	струмки	помірне	пісок, мул	10 – 30	2,5
Гірські	середні	дуже добре	валуни	20 – 35	25
	малі	добре	галька	15 – 30	2,5 – 25
	струмки	добре	валуни	10 – 20	2,5
Передгірні	середні	добре	галька, гравій, пісок	20 – 40	25 – 250

Послідовність розрахунку

1. Визначається умовна площа поперечного перерізу припливу стічних вод, виходячи з припущення, що швидкість стічних вод у потоці дорівнює

швидкості самого потоку:

$$\delta = Q_{CT}/V_{CEP}. \quad (2.27)$$

2. Розраховується ширина припливу стічних вод v у початковому створі (ширина, на якій відбувається витиснення чистої води стічною водою з концентрацією домішки C_0):

$$v = \delta/H_{CEP}. \quad (2.28)$$

3. За v визначається ширина розрахункової комірки Δz з урахуванням такої вимоги:

$$\Delta z = v/m_0; m_0 = 1, 2, \dots; \Delta z \leq 0,1 V_{CEP}. \quad (2.29)$$

4. Розраховується довжина розрахункової комірки:

$$\Delta x = V_{CEP} \Delta z^2 / (4D). \quad (2.30)$$

При такому значенні Δx параметр a у формулах (2.4), (2.7) і (2.10) буде дорівнювати 0,25. Це оптимальне значення параметру a для явної схеми. Для неявної схеми це робити непотрібно.

5. Визначається загальна кількість струменів по ширини потоку

$$M_B = V_{CEP} / \Delta z. \quad (2.31)$$

6. На розрахунковій області потоку розбивається сітка з комітками Δx і Δz . У початковому створі в M_0 комірок, що відповідають місцю розташування скиду стічних вод, записується значення концентрації домішки у стічних водах (C_0). У решті ($M_B - m_0$) комірок початкова створу записуються 0 (вміст завісі у стічних водах розглядається як перевищення над фоном).

7. Розрахунок концентрації домішки в комітках наступного створу здійснюється за формулами (2.4), (2.7), (2.10) або (2.19), (2.23), (2.24) в залежності від обраної схеми.

Розрахувавши таким чином концентрації домішки в комітках розглядуваного створу, переходять до наступного и т.д.

8. В усіх створах сума концентрацій завісі повинна відповідати умові (2.11) або (2.25).

2.3 Приклад розрахунку

Вихідні дані. У потік з витратою $Q_E = 8,4 \text{ м}^3/\text{с}$ і фоновією концентрацією зависі $C_E = 5 \text{ мг}/\text{дм}^3$ скидаються стічні води з витратою $Q_{CT} = 0,6 \text{ м}^3/\text{с}$ та концентрацією зависі $C_0 = 105 \text{ мг}/\text{дм}^3$, гідравлічна крупність частинок зависі дорівнює $0,32 \text{ см}/\text{с}$ ($0,0032 \text{ м}/\text{с}$). Середня швидкість течії на розрахунковій ділянці складає $V_{СЕР} = 0,22 \text{ м}/\text{с}$, середня ширина і глибина ділянки дорівнюють $B_{СЕР} = 37,0 \text{ м}$ і $H_{СЕР} = 1,10 \text{ м}$. Коефіцієнт Шезі дорівнює $40 \text{ м}^{0,5}/\text{с}$. Стічні води скидаються з правого берега. Необхідно визначити максимальну концентрацію зависі на відстані 500 м .

Рішення:

1) $\delta = 0,60/0,22 = 2,73 \text{ (м}^2\text{)}$.

2) $v = 2,73/1,10 = 2,479 \text{ (м)}$.

3) Приймаємо $m_0 = 4$, тоді $\Delta z = 2,48/4 = 0,6198 \text{ (м)}$.

4) $M_B = 37,0/0,6198 = 60$.

5) Для розрахунку Δx попередньо визначаємо значення коефіцієнта D :

$$D = (9,8 * 1,10 * 0,22) / (40 * (0,7 * 40 + 6)) = 0,001747 \text{ (м}^2/\text{с)}$$

$$\Delta x = (0,22 * 0,6198^2) / (4 * 0,001747) = 12,12 \text{ (м)}$$

6) Кількість кроків до контрольного створу $K_{КС} = 500/12,12 = 41$.

6) В 4 осередки початкового створу вписуємо значення концентрації зависі в стічних водах в перевищеннях над фоном $105 - 5 = 100 \text{ (мг}/\text{дм}^3\text{)}$, в інші 56 осередків – 0 (табл. 3.).

7) Параметр $a = 0,001747 * 12,12 / (0,22 * 0,6198^2) = 0,2500$;

$$f = 0,0032 * 12,12 / (2 * 0,22 * 1,10) = 0,08012$$

8) За явною схемою у кожному створі сума концентрацій зависі повинна складати – $4 * 100 * (1 - 2 * 0,08012)^k = 400 * 0,83976^k$.

Розрахунок розповсюдження зависі за явною і неявною схемами наведено в табл. 2.2 і 2.3.

Висновок. На відстані 500 м від місця скиду стічних вод максимальна концентрація зависі за явною схемою складає $0,045 \text{ мг}/\text{дм}^3$, з врахуванням фону це буде дорівнювати $5,04 \text{ мг}/\text{дм}^3$, за неявною схемою – $0,149$ і $5,15 \text{ мг}/\text{дм}^3$ відповідно. При нормативному перевищенні фону $0,75 \text{ мг}/\text{дм}^3$ це відповідає вимогам санітарних норм.

Таблиця 2.2 – Розрахунок дифузії зависі за явною схемою

<i>m</i>	$C_{k,m}$, мг/дм ³													
	0	1	2	3	4	5	6	...	36	37	38	39	40	41
1	100,000	83,977	70,521	59,222	49,342	40,905	33,802	...	0,113	0,094	0,078	0,065	0,054	0,045
2	100,000	83,977	70,521	57,659	47,218	38,710	31,780	...	0,109	0,091	0,076	0,063	0,052	0,044
3	100,000	83,977	64,271	51,288	41,327	33,604	27,483	...	0,102	0,085	0,071	0,059	0,049	0,041
4	100,000	58,977	47,283	37,943	31,034	25,551	21,136	...	0,091	0,076	0,064	0,053	0,044	0,037
5	0,000	25,000	23,238	21,279	18,699	16,213	13,936	...	0,079	0,066	0,055	0,046	0,039	0,032
6	0,000	0,000	6,250	7,933	8,406	8,159	7,589	...	0,066	0,055	0,046	0,039	0,033	0,028
7	0,000	0,000	0,000	1,563	2,514	3,053	3,268	...	0,053	0,045	0,038	0,032	0,027	0,023
8	0,000	0,000	0,000	0,000	0,391	0,761	1,046	...	0,041	0,035	0,029	0,025	0,021	0,018
9	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,098	0,223	...	0,030	0,026	0,022	0,019	0,016	0,014
10	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,024	...	0,022	0,019	0,016	0,014	0,012	0,010
11	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,015	0,013	0,011	0,010	0,008	0,007
12	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,010	0,009	0,007	0,007	0,006	0,005
13	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,006	0,005	0,005	0,004	0,004	0,003
14	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,004	0,003	0,003	0,003	0,002	0,002
15	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,002	0,002	0,002	0,002	0,001	0,001
16	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
17	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,001	0,001	0,001	0,000	0,000	0,000
18	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
19	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
20	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Σ	400,000	335,908	282,085	236,886	198,930	167,055	140,288	...	0,744	0,625	0,525	0,441	0,370	0,311
(2.11)	400,000	335,908	282,085	236,886	198,930	167,055	140,288	...	0,744	0,625	0,525	0,441	0,370	0,311
%	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Таблиця 2.3 – Розрахунок дифузії зависі за неявною схемою

m	0	1			2			3		
	$C_{0,m}$	P_m	Q_m	$C_{1,m}$	P_m	Q_m	$C_{2,m}$	P_m	Q_m	$C_{3,m}$
1	100,000	0,177	70,910	86,141	0,177	61,083	74,121	0,177	52,560	63,688
2	100,000	0,155	72,855	85,914	0,155	62,618	73,548	0,155	53,646	62,773
3	100,000	0,154	72,902	84,408	0,154	61,708	70,647	0,154	51,838	58,990
4	100,000	0,154	72,903	74,635	0,154	55,536	57,981	0,154	43,745	46,390
5	0,000	0,154	11,239	11,239	0,154	15,492	15,860	0,154	16,524	17,158
6	0,000	0,000	0,000	0,000	0,154	2,388	2,388	0,154	4,020	4,115
7	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,154	0,620	0,620
8	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
9	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
10	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
11	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
12	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
13	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
14	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
15	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
16	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
17	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
18	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
19	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
20	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Σ	400,000			342,337			294,545			253,73
(2.25)	400,000			344,759			297,147			256,11
%	0,000			-0,7024			-0,8756			-0,927

Продовження табл. 2.3

M_{++} +	37			38			39			40	
	P_m	Q_m	$C_{37,m}$	P_m	Q_m	$C_{38,m}$	P_m	Q_m	$C_{39,m}$	P_m	Q_m
1	0,177	0,233	0,280	0,177	0,198	0,239	0,177	0,169	0,204	0,177	0,145
2	0,155	0,230	0,267	0,155	0,196	0,228	0,155	0,168	0,195	0,155	0,143
3	0,154	0,211	0,243	0,154	0,180	0,208	0,154	0,154	0,178	0,154	0,132
4	0,154	0,185	0,212	0,154	0,158	0,182	0,154	0,136	0,156	0,154	0,116
5	0,154	0,154	0,175	0,154	0,132	0,151	0,154	0,114	0,130	0,154	0,098
6	0,154	0,122	0,138	0,154	0,106	0,119	0,154	0,091	0,103	0,154	0,079
7	0,154	0,092	0,104	0,154	0,080	0,090	0,154	0,070	0,078	0,154	0,060
8	0,154	0,066	0,074	0,154	0,058	0,065	0,154	0,051	0,057	0,154	0,044
9	0,154	0,045	0,050	0,154	0,040	0,044	0,154	0,035	0,039	0,154	0,031
10	0,154	0,029	0,032	0,154	0,026	0,029	0,154	0,023	0,026	0,154	0,021
11	0,154	0,018	0,020	0,154	0,016	0,018	0,154	0,015	0,016	0,154	0,013
12	0,154	0,011	0,012	0,154	0,010	0,011	0,154	0,009	0,010	0,154	0,008
13	0,154	0,006	0,007	0,154	0,006	0,006	0,154	0,005	0,006	0,154	0,005
14	0,154	0,003	0,004	0,154	0,003	0,003	0,154	0,003	0,003	0,154	0,003
15	0,154	0,002	0,002	0,154	0,002	0,002	0,154	0,002	0,002	0,154	0,001
16	0,154	0,001	0,001	0,154	0,001	0,001	0,154	0,001	0,001	0,154	0,001
17	0,154	0,000	0,000	0,154	0,000	0,000	0,154	0,000	0,000	0,154	0,000
18	0,154	0,000	0,000	0,154	0,000	0,000	0,154	0,000	0,000	0,154	0,000
19	0,154	0,000	0,000	0,154	0,000	0,000	0,154	0,000	0,000	0,154	0,000
20	0,154	0,000	0,000	0,154	0,000	0,000	0,154	0,000	0,000	0,154	0,000
Σ			1,621			1,397			1,204		
(2.25)			1,636			1,410			1,216		
%			-0,9550			-0,9550			-0,9550		

2.4 Завдання для самостійної роботи

Розрахувати поле концентрацій завісі у потоці на відстані 500 м від місця скиду стічних вод. Визначити максимальну концентрацію завісі. Оформлену роботу подати до захисту. Робота повинна містити: розрахункові формули, вихідні дані, результати розрахунку у вигляді таблиць. Вихідні дані для практичної роботи наведені у табл. 2.4.

Таблиця 2.4 – Вихідні дані по варіантах

Показ- ник	Значення показників по варіантах									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Q_E	1,76	2,77	1,48	1,36	1,65	1,40	2,05	1,21	0,96	1,39
Q_{CT}	0,18	0,23	0,20	0,16	0,15	0,16	0,20	0,14	0,16	0,16
C_0	100	110	120	130	140	150	90	80	145	135
V_{CEP}	0,12	0,20	0,14	0,13	0,15	0,15	0,18	0,15	0,14	0,19
B_{CEP}	27	30	20	26	24	26	25	20	20	24
H_{CEP}	0,60	0,50	0,60	0,45	0,50	0,40	0,50	0,45	0,40	0,34
z_{CT}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
u	0,30	0,35	0,40	0,30	0,35	0,40	0,30	0,35	0,40	0,50

Контрольні запитання

1. Запишіть рівняння турбулентної дифузії для плоскої постановки задачі, враховуючи процес розводження стаціонарним.
2. Як задається сітка на розрахунковій області потоку?
3. Запишіть розрахункову формулу, отриману за явною схемою. При яких умовах вона використовується?
4. Запишіть розрахункову формулу, отриману за неявною схемою.
5. У чому полягає метод прогонки?
6. Які дані необхідні для розрахунку розводження стічних вод?
7. Виходячи з яких умов визначається розмір осередків?
8. Як виконується розрахунок біля берегів?
9. Чим відрізняються явна і неявна схеми?

3. МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЛОЇ ТУРБУЛЕНТНОЇ ДИФУЗІЇ ЗАВИСІ В ПОТОЦІ

3.1 Теоретична частина

Рівняння несталої турбулентної дифузії зависі у плоскій постановці задачі можна записати у такій спосіб

$$\partial C/\partial t = D(\partial^2 C/\partial r^2) + D(\partial C/\partial r)/r - u(C/H), \quad (3.1)$$

де C – концентрація зависі, мг/дм³;

t – час, с;

D – коефіцієнт турбулентної дифузії, м²/с;

H – глибина акваторії (товщина приземного шару), м;

r – радіус, відстань від центру системи координат в горизонтальній площині до точки, м;

u – гідравлічна крупність частинок зависі, м/с.

Модель несталої турбулентної дифузії зависі з початковими і граничними умовами має вигляд [1, 3]

$$\partial C/\partial t = D(\partial^2 C/\partial r^2) + D(\partial C/\partial r)/r - u(C/H), \quad (3.2)$$

$$C(t,r) = C_0, \text{ при } r \leq r_0 \text{ и } t = 0,$$

$$C(t,r) = 0, \text{ при } r > r_0 \text{ и } t = 0,$$

$$uC(t,r) - D(\partial C/\partial y) = 0, \text{ при } y = 0, t > 0,$$

$$\partial C/\partial y = 0 \text{ и } q_B = uC(t,r), \text{ при } y = H, t > 0,$$

де C_0 – значення концентрації зависі в плямі в початковий момент часу, мг/дм³;

r_0 – початковий радіус плями, м;

q_B – вертикальний потік зависі, г/(м²с).

Вирішимо модель (3.2) методом кінцевих різниць. Скористаємося спочатку явною кінцево-різницевою схемою [1].

Будемо розглядати зріз нашої плями забруднення від центру до периферії в деякі моменти часу k з кроком Δt .

Уявімо пляму у вигляді круга. На плямі з кроком Δr проведемо кола, центр яких збігається з початком системи координат. Пронумеруємо отримані кільця від центру $n = 1, 2, 3, \dots$. Припустимо, що середнє значення сіткової функції (концентрації зависі) в кожному кільці розташовується в його середині. Таким чином, на k -м часовому зрізі плями (рис. 3.1) значення сіткової функції в кільці з номером n отримає позначення $C_{k,n}$. Це значення буде знаходитися на відстані $r_n = (2n-1)\Delta r/2$ від центру плями. Значення ж зліва і праворуч від нього в той же момент часу будуть мати позначення $C_{k,n-1}$ і $C_{k,n+1}$.

На наступному часовому зрізі $k+1$ середнє значення концентрації зависі в кільці n буде мати позначення $C_{k+1,n}$.

Запишемо всі приватні похідні в (3.2), використовуючи прийняті позначення сіткової функції:

$$\partial C/\partial t = (C_{k+1,n} - C_{k,n})/\Delta t; \quad (3.3)$$

$$\partial C/\partial r = (C_{k,n+1} - C_{k,n-1})/(2\Delta r); \quad (3.4)$$

$$\partial^2 C/\partial r^2 = (C_{k,n+1} - 2C_{k,n} + C_{k,n-1})/\Delta r^2. \quad (3.5)$$

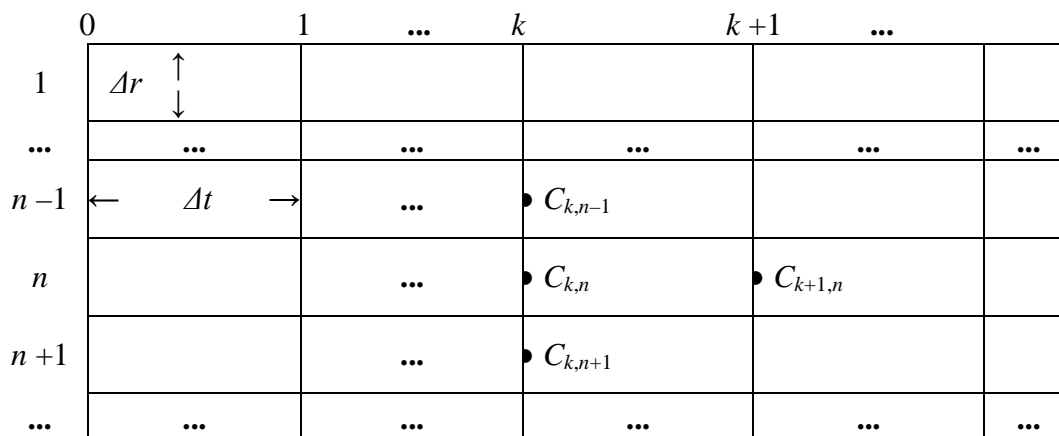


Рис. 3.1. Явна кінцево-різницева схема

Змінну r виразимо через Δr

$$r = (n\Delta r - \Delta r/2) = \Delta r(n - 1/2) = \Delta r(2n - 1)/2. \quad (3.6)$$

Підставляючи вирази (3.3) – (3.6) у формулу (3.2), розкриваючи дужки і вирішуючи її відносно $C_{k+1,n}$, отримаємо [1]

$$C_{k+1,n} = (1 - 2a - 2f)C_{k,n} + a(b_n C_{k,n+1} + d_n C_{k,n-1}), \quad (3.7)$$

при $(a + f) \leq 0,5$ и $n \geq 2$;

при $n = 1$

$$C_{k+1,1} = (1 - 2a - 2f)C_{k,1} + 2aC_{k,2}, \quad (3.8)$$

де $a = D\Delta t/\Delta r^2$; (3.9)

$f = u\Delta t/(2H)$; (3.10)

$b_n = 2n/(2n-1)$; (3.11)

$d_n = (2n-2)/(2n-1)$. (3.12)

Спростимо формулу (3.8), прийнявши параметр a рівним 0,25, тоді

$$C_{k+1,n} = (0,5 - 2f)C_{k,n} + 0,25(b_n C_{k,n+1} + d_n C_{k,n-1}); \quad (3.13)$$

$$C_{k+1,1} = (0,5 - 2f)C_{k,1} + 0,5C_{k,2}, \quad (3.14)$$

при $\Delta t = \Delta r^2/(4D)$. (3.15)

Отримані рівняння (3.7), (3.8) і (3.13), (3.14) дозволяють за значеннями концентрації зависі в плямі на k -му часовому зрізі розрахувати значення на наступному $(k+1)$ -м зрізі. Розрахунок виконується, починаючи з зрізу $k=1$. На попередньому для нього зрізі ($k=0$) розподіл значень концентрації зависі в

плямі задається: в початковій кількості кілець n_0 передбачається рівномірний розподіл (можна задати будь-який розподіл) зависі з концентрацією C_0 . На кожному кроці в часі кількість кілець в плямі збільшується на 1, тому на k -м часовому зрізі загальна кількість кілець в плямі становить $N_k = N_0 + k$. При $n > N_k$ значення $C_{k,n} = 0$.

За формулами (3.7) і (3.8) видно, що сума коефіцієнтів при значеннях концентрації зависі дорівнює $(1-2f)$. Це означає, що на $(k+1)$ -м часовому зрізі кількість речовини в $(1-2f)$ рази менше, ніж на попередньому k -му. Виходячи з цього, можна записати умову перевірки розрахунків на кожному часовому зрізі, враховуючи, що показник кількості зависі в n -му кільці дорівнює $(2n-1)C_{k,n}$, тут $(2n-1)$ – відносна площа кільця, [3]

$$\sum_{n=1}^{n_0+k} (2n-1)C_{k,n} = (1-2f)^k n_0^2 C_0. \quad (3.16)$$

де n_0 і C_0 – кількість кілець і значення концентрації зависі в плямі на нульовому (початковому) часовому зрізі відповідно.

Явна кінцево-різницева схема має перевагу в тому, що рішення на наступному часовому зрізі виходить відразу за значеннями сіткової функції на попередньому зрізі. Її недолік полягає в нестійкості рішення при $(a+f) > 0,5$.

Неявна кінцево-різницева схема (рис. 3.2), як говорилося вище, абсолютно стійка. Однак рішення за цією схемою вимагає використання методу прогонки. Розглянемо це рішення [3].

	0	1	...	k	$k+1$...
1	Δr \uparrow \downarrow					
...
$n-1$	$\leftarrow \Delta t \rightarrow$...		$\bullet C_{k+1,n-1}$	
n			...	$\bullet C_{k,n}$	$\bullet C_{k+1,n}$	
$n+1$...		$\bullet C_{k+1,n+1}$	
...

Рис. 3.2. Неявна кінцево-різницева схема

Визначимо приватні похідні по r в рівнянні (3.2) у відповідності зі схемою на рис. 3.2 (вирази для приватної похідної за t і для радіуса r залишаються колишніми)

$$\partial C / \partial r = (C_{k+1,n+1} - C_{k+1,n-1}) / (2\Delta r); \quad (3.17)$$

$$\partial^2 C / \partial r^2 = (C_{k+1,n+1} - 2C_{k+1,n} + C_{k+1,n-1}) / \Delta r^2. \quad (3.18)$$

Підставами виразу (3.3), (3.6), (3.17) і (3.18) в (2.8), розкриємо дужки і представимо отриманий вираз в наступному вигляді

$$\alpha C_{k+1,n} = \beta_n C_{k+1,n+1} + \gamma_n C_{k+1,n-1} + \delta_n, \quad (3.19)$$

где $\alpha = (1+2a+2f)$; $\beta_n = ab_n$; $\gamma_n = ad_n$; $\delta_n = C_{k,n}$.

Позначення a, f, b_n і d_n колишні (формули (3.9) – (3.12)).

У нашому випадку для будь-якого часового зрізу вираз (3.19) являє собою систему з N_k алгебраїчними рівняннями. Матриця, відповідна їм, є тридіагональною: по діагоналі матриці стоять коефіцієнти α ; ліворуч від них – γ_n ; праворуч – β_n ; інші коефіцієнти матриці дорівнюють нулю. Така система алгебраїчних рівнянь вирішується методом прогонки [35].

Суть методу полягає в тому, що на $(k+1)$ -м часовому зрізі для прямого і зворотного ходу прогонки рішення шукається у вигляді

$$C_n = P_n C_{n+1} + Q_n; \quad (3.20)$$

$$C_{n-1} = P_{n-1} C_n + Q_{n-1}, \quad (3.21)$$

де $P_n = \beta_n/\alpha$ и $Q_n = [\gamma_n C_{n-1} + \delta_n]/\alpha$. (3.22)

Для зручності в рівняннях (3.20) і (3.21) індекс часу $(k+1)$ прибраний.

Підставами в (3.19) замість C_{n-1} формулу (3.21), для зручності індекс часу теж приберемо, і вирішимо отриманий вираз відносно C_n

$$\begin{aligned} \alpha C_n &= \beta_n C_{n+1} + \gamma_n [P_{n-1} C_n + Q_{n-1}] + \delta_n; \\ [\alpha - \gamma_n P_{n-1}] C_n &= \beta_n C_{n+1} + [\gamma_n Q_{n-1} + \delta_n]; \\ C_n &= \beta_n C_{n+1} / [\alpha - \gamma_n P_{n-1}] + [\gamma_n Q_{n-1} + \delta_n] / [\alpha - \gamma_n P_{n-1}]. \end{aligned} \quad (3.23)$$

При зіставленні формул (3.20) і (3.23) видно, що для прогоночних коефіцієнтів P_n і Q_n отримані наступні рекурентні співвідношення

$$P_n = \beta_n / [\alpha - \gamma_n P_{n-1}] \quad \text{и} \quad Q_n = [\gamma_n Q_{n-1} + \delta_n] / [\alpha - \gamma_n P_{n-1}]. \quad (3.24)$$

На початку рекурентного процесу при $n=1$ значення прогоночних коефіцієнтів P_1 і Q_1 відомі, вони рівні

$$P_1 = \beta_1/\alpha = 2a/(1+2a+2f) \quad \text{і} \quad Q_1 = \delta_1/\alpha = C_{k,1}/(1+2a+2f), \quad (3.25)$$

де $C_{k,1}$ – значення сіткової функції в першому кільці на попередньому часовому зрізі.

На прямому ходу прогонки, використовуючи значення P_1 і Q_1 , за формулами (3.24) розраховуються значення прогоночних коефіцієнтів P_n і Q_n .

Наприкінці прямого ходу при $n=N_k$ за рівнянням (3.20) видно, що $C_{N_k} = Q_{N_k}$, оскільки $C_{N_k+1} = 0$. З цього моменту починається зворотний хід прогонки: знаючи C_{N_k} , за формулою (3.21) розраховуються значення сіткової функції в кільці з номером N_k-1 . Потім N_k-2 і так далі, до $n=1$.

Сума коефіцієнтів α , β_n и γ_n в (3.19) дорівнює $(1+2f)$, тому за аналогією з (3.16) вираз для перевірки розрахунків можна записати у вигляді [165]

$$\sum_{n=1}^{n_0+k} (2n-1)C_{k,n} = (1+2f)^{-k} n_0^2 C_0. \quad (3.26)$$

Чисельні експерименти показали, що через наявність похибок при розрахунку значень сіткової функції по неявній схемі, значення правої і лівої частин умови (3.26) не збігаються. Однак, за відсутності помилок в алгоритмі розрахунку на перших кроках (приблизно до 10) похибка збільшується, а потім стає постійною. Максимальне значення похибки залежить від вихідних параметрів моделі: зі збільшенням початкової кількості кілець в плямі n_0 , похибка збільшується.

Цей недолік відсутній при розрахунках по явною схемою: на будь-якому часовому зрізі, за будь-яких вихідних параметрах моделі, що забезпечують стійкість рішення, значення правої і лівої частин умови (3.16) збігаються при будь-якій кількості розрядів.

3.2 Практична частина

Ґрунтовідвозна шаланда скинула ґрунт днозаглиблення у підводний відвал. У водному середовищі утворилася область підвищеної каламутності. Треба визначити максимальне значення концентрації завісі на відстані 250 м від точки скиду ґрунту.

Вихідні дані.

Для розрахунку дифузії плями завісі необхідні такі вихідні дані: площа днищевих дверей судна S_0 ; глибина акваторії H ; швидкість течії V_T ; відстань до контрольного створу L ; коефіцієнт Шезі C ; гідравлічна крупність часток завісі u ; початкова концентрація завісі C_0 .

Послідовність розрахунку.

1. Визначається початковий радіус плями забруднення r_0 :

$$r_0 = (S_0/\pi)^{0,5}. \quad (3.27)$$

2. За r_0 визначається ширина кілець Δr з урахуванням такої вимоги:

$$\Delta r = r_0/n_0, \quad n_0 \geq 3. \quad (3.28)$$

3. Коефіцієнт турбулентної дифузії розраховується за формулою:

$$D = g * H * V_T / (M * C), \quad (3.29)$$

$$M = 0,7C + 6, \quad \text{при } C < 60;$$

$$M = 48, \quad \text{при } C \geq 60.$$

4. Розраховується крок у часі:

$$\Delta t = \Delta r^2 / (4D) . \quad (3.30)$$

При такому значенні Δt параметр $a=0,25$. Це оптимальне значення параметру для явної схеми. Для неявної схеми це можна не робити.

5. В n_0 перших кілець, починаючи від центру плями, записується початкова концентрація C_0 . За формулами (3.13) і (3.14) або (3.21), (3.24) і (3.25) в залежності від обраної схеми розраховується концентрація речовини в наступний момент часу (через Δt). Розрахунок ведеться покрокове від одного моменту часу до іншого. Розрахунок закінчується у момент, коли пляма досягне контрольного створу.

6. В усі моменти часу повинна виконуватися умова (3.16) або (3.26).

Розрахунок зручно виконувати в табличному редакторі EXCEL. Форма таблиці така ж як и табл. 3.2 та 3.3 у прикладі розрахунку.

Етапи розрахунку:

- а) спочатку формується перша частина табл. 3.1 – вихідні дані;
- б) далі виконуються попередні розрахунки и заповнюється друга частина табл. 3.1;
- в) потім формується табл. 3.2 або 3.3 з основним розрахунком.

3.3 Приклад розрахунку

Вихідні дані: площа дніщевої двері дорівнює 100 м^2 ; глибина акваторії – $20,0 \text{ м}$; швидкість течії – $0,20 \text{ м/с}$; коефіцієнт Шезі – $50 \text{ м}^{0,5}/\text{с}$; гідравлічна крупність часток завісі – $0,32 \text{ см/с}$; початкова концентрація – 100 мг/дм^3 ; контрольна відстань – 250 м .

Рішення.

1. Радіус плями дорівнює: $r_0 = (100/3,14)^{0,5} = 5,643 \text{ (м)}$.
2. Вважаємо $n_0 = 4$, $\Delta r = 5,67/4 = 1,411 \text{ (м)}$.
3. Коефіцієнт турбулентної дифузії складає: $D = 9,8 * 20,0 * 0,20 / (50 * 41) = 0,01912 \text{ (м}^2/\text{с)}$.
4. Крок у часі буде дорівнювати: $\Delta t = 1,411^2 / (4 * 0,01912) = 26 \text{ (с)}$.
5. Пляма досягне контрольного створу через: $250 / 0,20 = 1250 \text{ (с)}$.
6. Кількість інтервалів часу до контрольного створу: $1250 / 26 = 48$.
7. Початкова перевірна сума складає: $C_0 n_0^2 = 100 * 4^2 = 1600$.

У кожному момент часу k сума концентрацій завісі з врахування площі кілець за явною схемою повинна складати:

$$C_0 n_0^2 (1 - 2 * f)^k = 1600 * (1 - 2 * 0,002082)^k = 1600 * (1 - 0,004164)^k.$$

Розрахунки по явної та неявної схемам наведено в табл. 3.2 и 3.3 відповідно.

Висновки.

Максимальна концентрація завісі (перевищення над фоном) в контрольному створі за явною схемою дорівнює $22,9 \text{ мг/дм}^3$, за неявною – $23,5 \text{ мг/дм}^3$. Радіус зони забруднення при нормативі $0,75 \text{ мг/дм}^3$ за явною і неявною схеми дорівнює – $14 * 1,411 = 19,8 \text{ (м)}$, площа – 1230 м^2 .

Таблиця 3.1 – Вихідні дані и результати попередніх розрахунків

Вихідні дані	
Площа дніщевіх дверей судна S_0 , м ²	100
Глибина акваторії H , м	20,0
Швидкість течії V_T , м/с	0,20
Відстань до контрольного створу, м	250
Коефіцієнт Шезі C , м ^{0,5} /с	50
Гідравлічна крупність часток завісі u , см/с	0,32
Початкова концентрація завісі C_0 , мг/дм ³	100
Результати попередніх розрахунків	
Початковий радіус плями, м	5,643
Кількість кілець у початковий момент часу n_0	4
Крок у просторі Δr , м	1,411
Коефіцієнт турбулентної дифузії, м ² /с	0,01912
Крок у часі Δt , с	26
Година переміщення плями до контрольного створу, з	1250
Кількість інтервалів години до контрольного створу	48
Початкова перевірна сума	1600
Параметр a	0,2500
Параметр f	0,002082

Таблиця 3.2 – Розрахунок дифузії плями за явною схемою

n	2n-1	b	d	C _{k,n}												
				k = 0	1	2	3	4	5	6	...	44	45	46	47	48
1	1	2,000	0,000	100,000	99,584	99,169	98,756	96,916	93,99 7	90,484	...	25,0751	24,5114	23,9684	23,4449	22,9399
2	3	1,333	0,667	100,000	99,584	99,169	95,899	91,885	87,75 3	83,714	...	24,1566	23,6295	23,1209	22,6301	22,1561
3	5	1,200	0,800	100,000	99,584	90,598	83,625	78,122	73,61 2	69,786	...	22,4177	21,9581	21,5135	21,0833	20,6668
4	7	1,143	0,857	100,000	71,012	62,899	58,258	54,997	52,45 2	50,340	...	20,0376	19,6668	19,3065	18,9564	18,6160
5	9	1,111	0,889	0,000	22,222	26,799	28,668	29,549	29,95 5	30,096	...	17,2468	16,9740	16,7072	16,4460	16,1905
6	11	1,091	0,909	0,000	0,000	5,051	8,595	11,095	12,91 6	14,277	...	14,2908	14,1135	13,9380	13,7644	13,5927
7	13	1,077	0,923	0,000	0,000	0,000	1,166	2,561	3,90 4	5,113	...	11,3957	11,3018	11,2065	11,1102	11,0130
8	15	1,067	0,933	0,000	0,000	0,000	0,000	0,272	0,73 3	1,291	...	8,7416	8,7127	8,6808	8,6460	8,6086
9	17	1,059	0,941	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,064	0,204	...	6,4476	6,4636	6,4758	6,4844	6,4897
10	19	1,053	0,947	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,0000	0,015	...	4,5704	4,6121	4,6502	4,6850	4,7165
11	21	1,048	0,952	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	3,1117	3,1637	3,2129	3,2593	3,3031
12	23	1,043	0,957	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	2,0336	2,0850	2,1346	2,1822	2,2281
13	25	1,040	0,960	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	1,2749	1,3194	1,3629	1,4054	1,4468
14	27	1,037	0,963	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,7662	0,8012	0,8358	0,8701	<u>0,9039</u>
15	29	1,034	0,966	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,4411	0,4665	0,4920	0,5175	0,5431
16	31	1,032	0,968	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,2430	0,2602	0,2778	0,2955	0,3135
17	33	1,030	0,970	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,1280	0,1390	0,1503	0,1619	0,1738
18	35	1,029	0,971	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,0645	0,0710	0,0779	0,0850	0,0925
19	37	1,027	0,973	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,0310	0,0347	0,0386	0,0428	0,0472
20	39	1,026	0,974	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,0142	0,0162	0,0183	0,0206	0,0231
21	41	1,024	0,976	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,0062	0,0072	0,0083	0,0095	0,0108
22	43	1,023	0,977	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,0026	0,0030	0,0036	0,0042	0,0048
23	45	1,022	0,978	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,0010	0,0012	0,0015	0,0018	0,0021
24	47	1,021	0,979	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,0004	0,0005	0,0006	0,0007	0,0008
25	49	1,020	0,980	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,0001	0,0002	0,0002	0,0003	0,0003
26	51	1,020	0,980	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
А – ліва частина (3.16)				1600,00	1593,34	1586,70	1580,10	1573,52	1566,97	1560,44	...	1331,65	1326,11	1320,58	1315,09	1309,61
Б – права частина (3.16)				1600,00	1593,34	1586,70	1580,10	1573,52	1566,97	1560,44	...	1331,65	1326,11	1320,58	1315,09	1309,61
(А – Б) / Б, %				0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Таблиця 3.3 – Розрахунок дифузії плями за неявної схеми

n	$2n-1$	α	β_n	γ_n	$k=0$	1			2		
					$C_{0,n}$	P_n	Q_n	$C_{1,n}$	P_n	Q_n	$C_{2,n}$
1	1	1,5042	0,5000	0,0000	100,000	0,332	66,482	99,316	0,332	66,028	98,668
2	3	1,5042	0,3333	0,1667	100,000	0,230	76,673	98,776	0,230	75,775	96,000
3	5	1,5042	0,3000	0,2000	100,000	0,206	79,097	96,067	0,206	76,276	90,000
4	7	1,5042	0,2857	0,2143	100,000	0,196	80,098	82,483	0,196	67,687	71,000
5	9	1,5042	0,2778	0,2222	0,000	0,190	12,186	12,186	0,190	18,640	19,000
6	11	1,5042	0,2727	0,2273	0,000	0,000	0,000	0,000	0,187	2,900	2,000
7	13	1,5042	0,2692	0,2308	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
8	15	1,5042	0,2667	0,2333	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
9	17	1,5042	0,2647	0,2353	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
10	19	1,5042	0,2632	0,2368	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
11	21	1,5042	0,2619	0,2381	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
12	23	1,5042	0,2609	0,2391	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
13	25	1,5042	0,2600	0,2400	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
14	27	1,5042	0,2593	0,2407	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
15	29	1,5042	0,2586	0,2414	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
16	31	1,5042	0,2581	0,2419	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
17	33	1,5042	0,2576	0,2424	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
18	35	1,5042	0,2571	0,2429	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
19	37	1,5042	0,2568	0,2432	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
20	39	1,5042	0,2564	0,2436	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
21	41	1,5042	0,2561	0,2439	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
22	43	1,5042	0,2558	0,2442	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
23	45	1,5042	0,2556	0,2444	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
24	47	1,5042	0,2553	0,2447	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
25	49	1,5042	0,2551	0,2449	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
26	51	1,5042	0,2549	0,2451	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
А – ліва частина (3.26)					1600,000	–	–	1593,37	–	–	15,000
Б – права частина (3.26)					1600,000	–	–	1563,03	–	–	15,000
(А – Б) / Б, %					0,0000	–	–	1,9040	–	–	2,0000

Продовження табл. 3.3

...	10			11			...	46			47	
...	P_n	Q_n	$C_{10,n}$	P_n	Q_n	$C_{11,n}$...	P_n	Q_n	$C_{46,n}$	P_n	Q_n
...	0,332	53,035	76,678	0,332	50,977	73,654	...	0,332	16,688	24,532	0,332	16,310
...	0,230	57,307	71,126	0,230	54,959	68,219	...	0,230	18,574	23,597	0,230	18,164
...	0,206	50,874	60,065	0,206	48,731	57,630	...	0,206	17,835	21,833	0,206	17,464
...	0,196	39,129	44,672	0,196	37,748	43,256	...	0,196	16,176	19,432	0,196	15,872
...	0,190	25,413	28,326	0,190	25,135	28,149	...	0,190	14,033	16,640	0,190	13,807
...	0,187	13,977	15,315	0,187	14,393	15,851	...	0,187	11,681	13,711	0,187	11,533
...	0,184	6,626	7,171	0,184	7,181	7,811	...	0,184	9,344	10,874	0,184	9,264
...	0,183	2,759	2,957	0,183	3,171	3,416	...	0,183	7,189	8,304	0,183	7,163
...	0,181	1,023	1,088	0,181	1,255	1,342	...	0,181	5,325	6,109	0,181	5,334
...	0,180	0,341	0,360	0,180	0,450	0,478	...	0,180	3,799	4,332	0,180	3,829
...	0,179	0,102	0,107	0,179	0,147	0,155	...	0,179	2,613	2,963	0,179	2,652
...	0,179	0,027	0,028	0,179	0,043	0,045	...	0,179	1,734	1,957	0,179	1,773
...	0,178	0,006	0,006	0,178	0,011	0,012	...	0,178	1,111	1,248	0,178	1,145
...	0,177	0,001	0,001	0,177	0,003	0,003	...	0,177	0,688	0,770	0,177	0,716
...	0,000	0,000	0,000	0,177	0,000	0,000	...	0,177	0,413	0,460	0,177	0,433
...	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,177	0,240	0,266	0,177	0,254
...	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,176	0,135	0,149	0,176	0,144
...	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,176	0,074	0,081	0,176	0,080
...	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,176	0,039	0,043	0,176	0,043
...	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,175	0,020	0,022	0,175	0,022
...	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,175	0,010	0,011	0,175	0,011
...	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,175	0,005	0,005	0,175	0,006
...	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,175	0,002	0,003	0,175	0,003
...	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,175	0,001	0,001	0,175	0,001
...	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,175	0,001	0,001	0,175	0,001
...	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	...	0,174	0,000	0,000	0,174	0,000
...	–	–	1534,88	–	–	1528,52	...	–	–	1321,64	–	–
...	–	–	1492,49	–	–	1486,30	...	–	–	1285,13	–	–
...	–	–	2,7620	–	–	2,7622	...	–	–	2,7623	–	–

3.4 Завдання для виконання практичної роботи

Розрахувати поле концентрації завісі у плямі на відстані 250 м від точки скиду ґрунту (табл. 3.4). Визначити максимальну концентрацію домішки, радіус зони забруднення та її площу (норматив вмісту завісі дорівнює $0,75 \text{ мг/дм}^3$). Оформлену роботу подати до захисту. Робота повинна містити: розрахункові формули, вихідні дані, результати розрахунку у табличному вигляді та висновок.

Таблиця 3.4 – Вихідні дані по варіантах

Показ- ник	Значення показників по варіантах									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
S_0	100	150	100	150	100	150	100	150	100	150
$H_{СЕР}$	15	20	25	15	20	25	15	20	25	15
$V_{СЕР}$	0,10	0,15	0,20	0,10	0,15	0,20	0,10	0,15	0,20	0,15
C	50	45	50	45	50	45	50	45	50	45
C_0	100	110	120	130	140	150	90	160	170	180
u	0,30	0,35	0,40	0,30	0,35	0,40	0,30	0,35	0,40	0,50

Контрольні запитання

1. Запишіть модель розповсюдження завісі при залповому скиді?
2. Запишіть розрахункову формулу за явною схемою. При яких умовах вона використовується?
3. Запишіть розрахункову формулу за неявною схемою.
3. Які дані необхідні для розрахунку розводження залпових скидів завісі?
4. Як визначається розмір кілець?
5. Яка послідовність розрахунку?
6. Як виконується контроль розрахунку за явною і неявною схемами?

Список літератури

1. Юрасов С.М. Конспект лекцій з дисципліни «Моделювання екологічних процесів» для студентів спеціальності «Екологія та охорона навколишнього середовища». – Одеса: ОДЕКУ, 2014. – 45 с.
2. Юрасов С.Н., Горун В.В. Математична модель несталої турбулентної дифузії завісі у водному потоці // Метеорологія, Кліматологія та Гідрологія: Межвід. наук. збірник України / Голов. ред. С.М.Степаненко. – Одеса: Вид.«ТЕС», 2010. – Вип. 51. – С. 189–199.
3. Юрасов С.Н., Горун В.В. Анализ конечно-разностных схем при моделировании неустановившейся турбулентной диффузии взвеси в водном потоке // Український гідрометеорологічний журнал: Науковий журнал / Голов. ред. С.М.Степаненко. – Одеса: Вид. “ТЕС”, 2014. – № 14 – с...

ЗБІРНИК МЕТОДИЧНИХ ВКАЗІВОК
до практичних занять з дисципліни

**«МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОЛОГІЧНИХ
ПРОЦЕСІВ»**

для студентів освітньо-кваліфікаційного рівня: магістр
спеціальність: 8.05010105 «Комп'ютерний еколого-
економічний моніторинг»

Укладач: к.т.н., доц. Юрасов С.М.

Підп. до друку

Формат

Папір офсетний

Умовн. друк. арк.

Тираж

Зам. №

Надруковано з готових оригінал-макетів

Одеський державний екологічний університет

65016, м. Одеса, вул. Львівська, 15