

Комаренко А.Д., магистр  
рук. Юрасов С.Н., доцент., к.т.н.

Одесский государственный экологический университет, г. Одесса

### РАСЧЁТ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВЗВЕШЕННОГО ВЕЩЕСТВА ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ ДНОУГЛУБИТЕЛЬНЫХ РАБОТ

Поддержание навигационной глубины на подходных каналах к портам Украины было и остаётся актуальной проблемой. Дноуглубительные работы на Северо-западном шельфе Чёрного моря (СЗШЧМ) чаще всего состоят из трёх этапов: изъятие грунта из канала (далее дноуглубление), транспортировка изъятых грунта и сброс грунта в подводный отвал (дампинг). В данной статье рассматривается только дноуглубление.

При проведении дноуглубления на СЗШЧМ изымаются тысячи кубических метров грунта, при этом в морскую среду попадает большое количество взвешенного вещества. В результате образуется область повышенной мутности, в которой морская биота находится под сильным воздействием.

Ущерб, наносимый водным экологическим системам при выполнении дноуглубления, исчисляется десятками и сотнями тысяч гривен. В соответствии с действующим природоохранным законодательством этот ущерб должен быть компенсирован.

Для достоверной оценки ущерба необходимо знать концентрацию взвешенного и растворённого в воде вещества в контрольном створе (на контрольном удалении от места дноуглубления), а также количество выносимого вещества за пределы этого створа. Получить эти характеристики можно методами математического моделирования.

Стационарное дифференциальное уравнение переноса взвешенного вещества в турбулентном потоке в плоской постановке задачи можно записать в следующем виде:

$$V_{CP}(\partial C/\partial x) = D(\partial^2 C/\partial z^2) - uC/H_{CP}, \quad (1)$$

- где  $V_{CP}$  – средняя скорость потока;  
 $C$  – концентрация вещества;  
 $D$  – коэффициент турбулентной диффузии;  
 $u$  – гидравлическая крупность частиц вещества;  
 $H_{CP}$  – средняя глубина потока.

Решим уравнение (1), используя конечно-разностную схему на рис. 1. Прежде всего, представим его в виде конечных разностей:

$$V_{CP}(\Delta C/\Delta x) = D(\Delta^2 C/\Delta z^2) - uC/H_{CP}. \quad (2)$$

- где  $\Delta C/\Delta x$  – первая разность по  $x$ ;  
 $\Delta^2 C/\Delta z^2$  – вторая разность по  $z$ .

На рис. 1 расчетная область потока разбита на струи и створы с шагом  $\Delta z$  и  $\Delta x$  соответственно. Нумерация струй обозначена индексом  $m$ , а нумерация створов –  $k$ . В каждом створе в пределах струи значение концентрации вещества постоянно. Нумерация значений концентрации вещества показана на рис. 1.

Найдем первую разность по  $x$  и вторую разность по  $z$  в соответствии с принятой схемой:

$$\Delta C/\Delta x = (C_{k+1,m} - C_{k,m})/\Delta x; \quad (3)$$

$$\Delta^2 C/\Delta z^2 = [\Delta C/\Delta z|_2 - \Delta C/\Delta z|_1]/\Delta z = (C_{k,m+1} + C_{k,m-1} - 2C_{k,m})/\Delta z^2. \quad (4)$$

O	↑ $\Delta z$ ↓		← $\Delta x$ →	X
$m-1$	•	$C_{k,m-1}$		$V_{CP} \rightarrow$
$m$	•	$C_{k,m}$	•	$C_{k+1,m}$
$m+1$	•	$C_{k,m+1}$		
		$k$	$k+1$	
У				

Рис.1 Нумерация значений концентрации вещества в струях, не примыкающих к берегу

Подставим уравнения (3) и (4) в (2) и решим относительно  $C_{k+1,m}$ :

$$V_{CP}(C_{k+1,m} - C_{k,m})/\Delta x = D(C_{k,m+1} + C_{k,m-1} - 2C_{k,m})/\Delta z^2 - uC_{k,m}/H;$$

$$C_{k+1,m} = a(C_{k,m+1} + C_{k,m-1}) + (1 - 2a - f)C_{k,m}, \quad (5)$$

при  $a = \Delta x D / (\Delta z^2 V_{CP})$ ;  $f = u \Delta x / (V_{CP} H)$ .

Примем значение параметра  $a$  равным 0,25, тогда

$$C_{k+1,m} = 0,25(C_{k,m+1} + C_{k,m-1}) + (0,5 - f)C_{k,m}, \quad (6)$$

при  $\Delta x = V_{CP} \Delta z^2 / (4D)$ .

Решим теперь уравнение (2) для струй, примыкающих к берегу (рис. 2).

В соответствии с рис. 2 первая разность по  $x$  и вторая разность по  $z$  могут быть записаны следующим образом:

$$\Delta C / \Delta x = (C_{k+1,1} - C_{k,1}) / \Delta x; \quad (7)$$

$$\Delta^2 C / \Delta z^2 = [\Delta C / \Delta z]_2 - \Delta C / \Delta z|_1 / \Delta z = [(C_{k,2} - C_{k,1}) / \Delta z - 0] / \Delta z = (C_{k,2} - C_{k,1}) / \Delta z^2. \quad (8)$$

2 (M-1)		•	$C_{k,2}$		X
1 (M)		•	$C_{k,1}$	•	$C_{k+1,1}$
			$k$	$k + 1$	берег
Y					

Рис. 2. Нумерация значений концентраций примеси у берегов

Подставим уравнения (7) и (8) в (2) и решим относительно  $C_{k+1,1}$ :

$$V_{CP}(C_{k+1,1} - C_{k,1})/\Delta x = D(C_{k,2} - 2C_{k,1})/\Delta z^2 - uC_{k,1}/H;$$

$$C_{k+1,1} = aC_{k,2} + (1 - a - f)C_{k,1}. \quad (9)$$

В итоге получаем следующую математическую модель распространения взвеси в горизонтальной плоскости:

$$C_{k+1,1} = 0,25C_{k,2} + (0,75 - f)C_{k,1}, \quad (10)$$

$$C_{k+1,m} = 0,25(C_{k,m+1} + C_{k,m-1}) + (0,5 - f)C_{k,m}, \quad (11)$$

$$C_{k+1,M} = 0,25C_{k,M-1} + (0,75 - f)C_{k,M}, \quad (12)$$

при  $\Delta x = V_{CP} \Delta z^2 / (4D)$ ,  $f = u \Delta x / (V_{CP} H)$ .

Сумма коэффициентов в формулах (10) – (12) составляет  $(1-f)$ . Это говорит о том, что к следующему створу переходит  $(1-f)$  часть вещества от предыдущего створа. В связи с этим при выполнении расчетов сумма значений концентрации вещества в каждом створе должна отвечать условию:

$$\sum_{m=1}^M C_{k,m} = (1-f)^k \sum_{m=1}^M C_{0,m}, \quad (13)$$

где  $M$  – количество струй по ширине потока;

$C_{0,m}$  – концентрация взвешенного вещества в начальном створе.

Если фоновое значение концентрации вещества равно 0, то условие (13) можно записать в виде:

$$\sum_{m=1}^M C_{k,m} = (1-f)^k m_0 C_0, \quad (14)$$

где  $m_0$  – количество струй, занятых взвесью (сточными водами) в начальном створе;

$C_0$  – концентрация вещества в зоне повышенной мутности (в сточных водах) в начальном створе.

Формулы (10) – (12) могут быть использованы для решения большого количества практических задач: при выполнении дноуглубительных работ, при сбросе сточных вод, содержащих взвесь, и т.д.