МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Методичні вказівки

для самостійної роботи студентів заочної форми навчання
та виконанню контрольної роботи з дисциплін
“**Обробка і аналіз інформації**”
“Методи обробки та аналізу гідрометеорологічної інформації”

Напрям підготовки
“Гідрометеорологія” і “Екологія”

Спеціальності
“Метеорологія”, “Гідрологія”, “Агрометеорологія”,
“Екологія та охорона навколишнього середовища”

Затверджено на засіданні
Методичної ради університету
протокол №
від « » ___________ 2006 р

Одеса 2006

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Методичні вказівки

для самостійної роботи студентів заочної форми навчання
та виконанню контрольної роботи з дисциплін
"Обробка і аналіз інформації"
"Методи обробки та аналізу гідрометеорологічної інформації"

Напрям підготовки
"Гідрометеорологія" і "Екологія"

Спеціальності
"Метеорологія", "Гідрологія", "Агрометеорологія",
"Екологія та охорона навколишнього середовища"

Одеса 2006

Методичні вказівки для самостійної роботи студентів заочної форми навчання. Дисципліни “Обробка і аналіз інформації”, “Методи обробки та аналізу гідрометеорологічної інформації”. Спеціальності “*Метеорологія*”, *“Гідрологія”, “Агрометеорологія”, “Екологія та охорона навколишнього середовища”*. Напрям підготовки „*Гідрометеорологія”*, *“Екологія”*

***Укладачі*: к.г.н., доц. Гончарова Людмила Дмитрівна
к.г.н., доц. Врублевська Олександра Олександрівна

Одеса: ОДЕКУ, 2006 р. - 51 с.

ЗМІСТ

1 ЗАГАЛЬНА ЧАСТИНА

1.1 Передмова

Дисципліни “Методи обробки та аналізу гідрометеорологічної інформації” та “Обробка і аналіз інформації” належать до циклу природничо-наукових дисциплін з напрямом підготовки “Гідрометеорологія” та “Екологія”. Вони мають метою сформувати у студентів сучасні уявлення з питань збирання, обробки та аналізу інформації, а саме результатів гідрометеорологічних та екологічних вимірювань і спостережень.

Завданням дисциплін є формування у студентів системи знань, умінь та навичок, що дозволяють фахівцю – гідрометеорологу (екологу) проводити на сучасному рівні дослідження статистичних характеристик випадкових величин, а саме статистичних оцінок параметрів, що використовуються при моделюванні фізичних процесів і явищ. Значна увага приділяється методам перевірки статистичних гіпотез, дослідженню законів розподілу гідрометеорологічних та екологічних величин, кореляційного зв’язку між двома рядами спостережень. Набуті навички дозволять студентам використовувати відповідні алгоритми для рішення прикладних задач метеорології, агрометеорології, гідрології, океанології, екології та ін.

Засвоєння знань з методів обробки інформації базується на знаннях та вміннях, отриманих студентами при проходженні дисциплін “Вища математика”, “Теорія ймовірностей”, “Фізика атмосфери”, “Фізична гідрологія”, “Фізична океанологія”.

У подальшому отримані знання будуть використовуватися при вивченні спеціальних дисциплін: “Кліматологія”, “Синоптична метеорологія”, “Агрокліматичні розрахунки та прогнози”, “Гідрологічні розрахунки та прогнози”, “Моделювання і прогнозування стану довкілля”, “Моніторинг довкілля”, “Нормування антропогенного навантаження на природне середовище” та ін.

Методичні вказівки призначені допомогти студентам заочної форми навчання опанувати основними положеннями з теорії обробки та аналізу інформації, а саме, з’ясувати: яким вимогам повинні задовольняти ряди гідрометеорологічних та екологічних величин; які існують форми зображення вихідної інформації і методи отримання основних статистичних показників; за допомогою яких критеріїв аналізуються вихідні ряди на однорідність; принципи дослідження законів розподілу випадкових величин та особливостей кореляційного зв’язку між ними.

Дані методичні вказівки складаються з рекомендацій до виконання двох видів робіт, а саме:

- *по самостійному вивченню* основних теоретичних розділів дисциплін;
- *по виконанню контрольної роботи* з практичної частини навчального курсу.

У першій частині розглядаються форми зображення вихідної інформації та методи її узагальнення; основні положення теорії перевірки статистичних гіпотез та методи дослідження однорідності рядів випадкових величин і законів їх розподілу; принципи побудови лінійних рівнянь регресії між двома випадковими величинами.

У другій частині розкривається порядок виконання контрольної роботи.

В методичних вказівках розглядаються питання, які відповідають навчальній програмі кожної з дисциплін.

1.2 Зміст дисциплін

1. Загальні положення щодо статистичної інформації

Предмет і завдання дисциплін та їх місце серед інших наук. Значення емпіричних досліджень в науках про Землю. Форми подання рядів випадкових величин, на основі яких встановлюються закономірності, що притаманні певним характеристикам атмосфери чи гідросфери. Побудова згрупованої сукупності на основі простого ряду і представлення його гістограмою та полігоном.

2. Статистичні оцінки параметрів розподілу випадкових величин

Точкові статистичні оцінки початкових, центральних та основних моментів розподілу випадкових величин. Властивості статистичних оцінок параметрів.

3. Дослідження однорідності сукупностей випадкових величин

Загальна постановка задачі про перевірку статистичних гіпотез. Перевірка статистичної гіпотези про однорідність членів статистичної сукупності. Перевірка статистичної гіпотези про однорідність двох нормально розподілених рядів випадкових величин. Перевірка гіпотези про однорідність двох статистичних сукупностей за допомогою непараметричного критерію Вілкоксона.

4. Дослідження законів розподілу випадкових величин

Функція розподілу, щільність ймовірності випадкової величини та їх властивості. Нормальний закон розподілу та його властивості. Розподіли Пірсона 1-го, 2-го та 3-го типів. Розподіл Пуасона. Перевірка гіпотези про відповідність емпіричного розподілу до теоретичного за допомогою критерію Пірсона хи-квадрат.

5. Поняття про інтервальну оцінку

Визначення довірчого інтервалу. Довірчий інтервал для математичного сподівання, дисперсії та середнього квадратичного відхилу.

6. Кореляційний зв'язок між двома випадковими величинами

Поняття про функціональну, стохастичну і кореляційну залежність між випадковими величинами. Тіснота та форма кореляційного зв'язку і методи їх оцінки. Побудова лінійного рівняння регресії між двома випадковими величинами.

1.3 Перелік навчальної літератури

Основна

1. *Школьний Є.П., Лоєва І.Д., Гончарова Л.Д.* Обробка та аналіз гідромететеорологічної інформації: Підручник. – Одеса, 1999. – 600 с.
2. *Школьний Є.П., Гончарова Л.Д., Миротворська Н.К.* Методи обробки та аналізу гідрометеорологічної інформації (збірник задач і вправ): Навчальний посібник. – Одеса, 2000. – 420 с.

Додаткова

1. Методичні вказівки з дисципліни "Методи обробки та аналізу гідрометеорологічної інформації" (для студентів 1У курсу заочної форми навчання всіх спеціальностей). Укладач: *Гончарова Л.Д.* – Одеса: ОГМІ, 1998.- 43 с.
2. *Гмурман В.Е.* Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Выс. Школа, 1977. – 480 с.
3. *Митропольский А.К.* Техника статистических вычислений. – М.: Гос. из-во физ.-мат. лит-ры, 1961. – 480 с.
4. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
5. *Бендат Дж., Пирсол А*. Применение корреляционного и спектрального анализа. – М.: Мир, 1983. – 310 с.
6. *Исаев А.А.* Статистика в метеорологи и климатологии. Из-во Московського ун-та, 1988. – 248 с.

1.4 Перелік знань та вмінь

Після вивчення дисциплін “Методи обробки та аналізу гідрометеорологічної інформації” та “ Обробка і аналіз інформації” студенти повинні:

знати - методи здобуття точкових, інтервальних оцінок параметрів розподілу та їх сенс;
- принципи перевірки різних статистичних гіпотез;
- закони розподілів, які найчастіше використовуються в гідрометеорологічних дослідженнях (властивості нормального закону, законів розподілу Пірсона, закону Пуасона);
- основні особливості кореляційного зв’язку між гідрометеорологічними величинами та методи побудови лінійних рівнянь регресії;

вміти - формувати різні види надання статистичної інформації, які використовуються в дослідженнях фізичних процесів, що відбуваються в основних оболонках Землі;
- розраховувати статистичні оцінки параметрів на основі статистичних рядів гідрометеорологічних величин та будувати довірчі інтервали;
- досліджувати закони розподілу випадкових величин на основі статистичних сукупностей; розраховувати параметри законів розподілу: нормального, 1-го, 2-го та 3-го типів Пірсона, закону Пуасона;
- проводити дослідження кореляційного зв’язку між двома випадковими величинами;
- перевіряти статистичні гіпотези відносно членів рядів та рядів на однорідність;
- перевіряти статистичні гіпотези про відповідність емпіричного закону до теоретичного розподілу.

1.5 Організація навчального процесу

Вивчення дисциплін “Методи обробки та аналізу гідрометеорологічної інформації” та “Обробка і аналіз інформації” для студентів заочної форми навчання складається з *двох видів навчальних занять* (установчі лекції на початку вивчення, лекційні і практичні заняття – наприкінці) та самостійної роботи студента по засвоєнню теоретичного курсу і виконанню контрольної роботи (див. п.2.2).

Контроль самостійної роботи студента заочної форми навчання здійснюється шляхом перевірки контрольної роботи, яка надсилається студентом у встановлені деканатом строки, опитування на практичних та лекційних заняттях і на заходах підсумкового контролю, що передбачені навчальним планом.

II ОРГАНІЗАЦІЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТА

2.1 *Рекомендації по вивченню теоретичного матеріалу та виконанню контрольної роботи*

2.1.1 Загальні поради:

- зміст кожної теми курсу вивчається за допомогою наведеного у підрозділі 1.3 переліку навчальної та методичної літератури (як основні слід використовувати підручники у списку літератури під номерами [1] і [2] та рекомендації до цієї теми;
- якщо Ви вважаєте, що засвоїли зміст теми, що вивчається, спробуйте відповісти на "*Запитання для самоперевірки*", що наведені у кінці кожної теми. Якщо Ви не можете відповісти на якесь із цих питань – знайдіть відповідь у навчальній літературі [3]-[6];
- після того, як Ви переконалися, що зміст теми засвоєно, приступайте до виконання завдання контрольної роботи, що відповідає цій темі (див. п. 2.2);
- далі приступайте до вивчення наступної теми та виконання завдання контрольної роботи, що відповідає цій темі;
- якщо ж у Вас виникли питання або труднощі при вивченні теоретичного матеріалу або при виконанні контрольної роботи, то потрібно звернутися до викладача, який читав установчу лекцію, письмово на адресу університету звичайною або електронною поштою: geophys@ogmi.farlep.odessa.ua.

2.1.2 Рекомендації по вивченню 1-ї теми *"Загальні положення щодо статистичної інформації"*

Перша тема (с. 6 – 18 [1]; с. 4 – 9 [2]; с. 4 – 9 [3]) формує у студентів уявлення про *генеральну* та *вибіркову* сукупності; знайомить студента з різними формами надання вихідної гідрометеорологічної інформації (*проста* статистична *сукупність* і ряд статистичного розподілу або *згрупований ряд*). Студенти повинні з'ясувати, що *генеральна сукупність* – це *необмежена кількість* незалежних випадкових величин (ВВ), які підпорядковуються одному закону розподілу (гіпотетичне поняття). Якщо з неї випадковим чином здобути *обмежену кількість величин*, то можна утворити вибіркову сукупність (або *вибірку).* Із генеральної сукупності можна отримати безмежну кількість вибірок, кожну з яких можна назвати статистичним рядом. Він може бути наданим у вигляді *простого* статистичного ряду, тобто у вигляді *хронологічного ряду*, в якому дані розташовані в тій послідовності, в якій вони були отримані в результаті спостережень (такий ряд наведено в табл. 1). Інша форма надання вихідної інформації – це *згрупований ряд*, в якому випадкові величини представлені в залежності від їх ознак, а саме частоти (частості) появи цих ознак (табл..

3). При розв’язанні деяких задач використовують ряди випадкових величин, що *проранжовані* (табл. 2).

При *вивченні першої теми* необхідно звернути увагу на такі ***базові знання та вміння***:

- поняття про генеральну та вибіркову сукупності (с. 10 – 11 [1]);
- вимоги до вибіркової сукупності (с.11 –12 [1], с.4 [2], с.6 [3]);
- форми подання статистичних сукупностей (вибірок) (с. 12 – 18 [1], с.4 – 9 [2], с. 4 – 9 [3]) ;
- графічне зображення згрупованого ряду (с. 17 [1], с.9 [2], с. 9 [3]) .

Запитання для самоперевірки 1-ї теми

1. Дати визначення “генеральної сукупності”, “вибіркової сукупності”.
2. Перелічити форми подання статистичних рядів (вибірок).
3. Яким вимогам повинна задовольняти вибірка?
4. Дати визначення “простої статистичної сукупності”? “згрупованої”?
5. Від яких величин залежить кількість градацій у згрупованій сукупності?
6. Від яких величин залежить розмір градації (довжина часткового інтервалу)?
7. Дати визначення “інтервальної частоти”. Як за допомогою цієї величини знайти об’єм вибірки?
8. Дати визначення “об’єму вибірки”.
9. Дати визначення “інтервальної частості”. Чому дорівнює сума частостей по всіх градаціях?
10. Як графічно можна представити згруповані ряди?

Закріплення отриманих при вивченні першої теми знань та вмінь здійснюється за допомогою *практичної задачі*, для вирішення якої потрібно використовувати саме ці знання та вміння.

Нижче наводиться приклад задачі та пояснення по її вирішенню. Розібравшись з нею, студент може приступати до рішення своєї задачі з завдання контрольної роботи.

Рішення типової задачі. *Побудова та графічне представлення згрупованого ряду*.

1. ***Згрупувати статистичний ряд*** на прикладі середньої місячної температури повітря у січні на ст. Одеса, тобто перейти від простої статистичної сукупності (табл. 1) до згрупованого ряду (табл. 3)

Таблиця 1 – Середня місячна температура повітря, ºC (січень, м. Одеса)

Рік	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1940	-6,4	-3,0	-1,2	-4,5	-0,4	-3,0	-3,2	-8,2	3,0	0,4
1950	-8,1	-1,2	2,1	-1,2	-9,0	1,2	-0,1	-1,8	-0,6	1,2
1960	0,0	-1,2	1,2	-9,4	-4,6	0,0	0,7	-4,0	-3,8	-4,4
1970	-0,3	1,3	-7,0	-3,7	-3,1					

Первинною формою подання гідрометеорологічної інформації є *простий* статистичний ряд, значення котрого розташовуються в тій послідовності, в якій вони отримані при спостереженнях. Такий ряд випадкової величини X об'єму n має вигляд:

$$X: \ x_1, \ x_2, \ x_3, \ \ldots, \ x_i, \ \ldots, \ x_n . \qquad (1)$$

Статистичні ряди повинні задовольняти деяким вимогам. Всі члени ряду (вибірки) мають бути, по-перше, *однорідними*, по-друге, *незв'язними* (статистично незалежними) і, по-третє, ряди повинні володіти *представництвом*, щоб отримані на їх основі статистичні оцінки були вірогідними. У вигляді *простого* статистичного ряду вихідні дані гідрометеорологічних величин подаються головним чином у тих випадках, коли задача дослідження полягає у вивченні особливостей часової мінливості цих величин. Якщо така задача не ставиться, то ряди спостережень можуть зображатися у більш компактній формі - у вигляді *згрупованого* ряду. Особливо це має сенс робити у тому випадку, коли об'єм вибірки є великим.

Побудова згрупованого ряду на основі простого статистичного ряду проводиться таким чином:

- визначається область значень випадкової величини $[x_{\min}, x_{\max}]$, де $x_{\min}$ - найменше, x_{max} - найбільше значення випадкової величини X із ряду (1).

Аналіз табл. 1 дає $x_{\min}$ = - 9,4°C; $x_{\max}$ = 3,0°C. Отже, область значень випадкової величини X (середньої місячної температури у січні на ст. Одеса) є [- 9,4; 3,0]°C;

- далі всі члени вихідного ряду розташовують у новому порядку, а саме в напрямку їх збільшення (зменшення) і така послідовність випадкових величин називається *ранжованим* рядом (табл. 2).

Таблиця 2 – Ранжований ряд середньої місячної температури повітря, ºС (січень, м. Одеса)

№ п/п	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		- 9,4	- 9,0	- 8,2	-8,1	-7,0	-6,4	-4,6	-4,5	-4,4
10	-4,0	-3,8	-3,7	-3,2	-3,1	-3,0	-3,0	-1,8	-1,2	-1,2
20	-1,2	-1,2	-0,6	-0,4	-0,3	-0,1	0,0	0,0	0,4	0,7
30	1,2	1,2	1,2	1,3	2,1	3,0				

- знаходять k - *кількість часткових інтервалів* (градацій), на які треба поділити область значень $[x_{\min}, x_{\max}]$. Для цього використовується формула:

$$k \le 5\lg n\ , \tag{2}$$

де n - об'єм ряду (1). У якості k приймають ціле число.

Число часткових інтервалів за формулою (2) дорівнює:

$$k = 5\lg 35 = 5 \cdot 1,5441 = 7,7205 .$$

У якості k приймається число 7;

- знаходять *довжину часткового інтервалу* **c** за формулою:

$$c = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k}\ ; \tag{3}$$

Довжина часткового інтервалу розраховується як:

$$c = \frac{3,0\text{-}(\text{-}9,4)}{7} = \frac{12,4}{7} = 1,8\ ^\circ\mathrm{C}\,;$$

- визначають *значення* випадкової величини X *на границях часткових інтервалів*. Для i-того часткового інтервалу, очевидно, значення величини X на лівій границі є $\left[x_{\min} + (i-1)c\right]$, а на правій границі - $\left[x_{\min} + ic\right]$.

Границі часткових інтервалів дорівнюють:

[-9,4°C + (i-1)*1,8°C; -9,4°C + i*1,8°C [(i=1,2,…,7);

Примітка: *кінець попередньої і початок наступної градацій будуть повторюватися. Тому треба визначити закриті й відкриті границі градацій, тобто встановити, яку з граничних величин враховувати в даній градації, щоб виключити повторення одних і тих же значень X в різних градаціях. В нашому прикладі відкритим буде кінець градації і його значення в даній градації не враховується;*

- підраховують кількість членів ряду, що потрапляють до кожного i-того часткового інтервалу (m_i, $i = 1, 2, \ .\ .\ .\ , k$) . Величини m_i називають *інтервальними частотами*. Зрозуміло, що сума частот по всіх часткових інтервалах дорівнює об'єму вибірки n, тобто

$$\sum_{i=1}^{k} m_i = n\,; \tag{4}$$

- знаходять *значення* $\tilde{x}_i$ випадкової величини X на *середині кожного часткового інтервалу*:

$$\tilde{x}_i = \frac{x_{i-1} + x_{i+1}}{2}. \tag{5}$$

Згрупованим статистичним рядом називають сукупність значень випадкової величини на серединах часткових інтервалів і відповідних інтервальних частот:

$$\begin{cases} \tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, ..., \tilde{x}_i, ..., \tilde{x}_k \\ m_1, m_2, m_3, ..., m_i, ..., m_k \end{cases}; \qquad (6)$$

- окрім інтервальних частот розраховують й *інтервальні частості* $\tilde{p}_i$ (*відносні інтервальні частоти*) :

$$\tilde{p}_i = \frac{m_i}{n}. \qquad (7)$$

Отже, згрупований статистичний ряд можна сформувати і таким чином:

$$\begin{cases} \tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, ..., \tilde{x}_i, ..., \tilde{x}_k \\ \tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \tilde{p}_3, ..., \tilde{p}_i, ..., \tilde{p}_k \end{cases}. \qquad (8)$$

Очевидно,

$$\sum_{i=1}^{k} \tilde{p}_i = 1. \qquad (9)$$

Таким чином, після визначення відповідних інтервальних частот m_i і частостей $\tilde{p}_i$ (i=1,2,…,7) згрупований ряд середньої місячної температури повітря у січні в Одесі (табл. 1), доцільно сформувати у вигляді табл. 3.

Таблиця 3 – Згрупований ряд середньої місячної температури повітря, ºС (січень, м. Одеса)

i	Границі градацій температури повітря, °С		m_i	$\sum_{i=1}^{7} m_i$	$\tilde{p}_i$	$\sum_{i=1}^{7} \tilde{p}_i$	$\tilde{x}_i$, °C
	ліва (x_{i-1})	права (x_{i+1})					
1	[-9,4;	-7,6 [	4	4	0,11	0,11	-8,5
2	[-7,6;	-5,8 [	2	6	0,06	0,17	-6,7
3	[-5,8;	-4,0 [	3	9	0,09	0,26	-4,9
4	[-4,0;	-2,2 [	7	16	0,20	0,46	-3,1
5	[-2,2;	-0,4 [	6	22	0,17	0,63	-1,3
6	[-0,4;	1,4 [	11	33	0,31	0,94	0,5
7	[1,4;	3,2]	2	35	0,06	1,00	2,3

2. ***Побудувати полігон та гістограму*** розподілу випадкової величини, яка розглядається.

Згрупований ряд, по суті, є емпіричним розподілом інтервальних ймовірностей випадкової величини і може зображатися за допомогою діаграм: гістограми чи полігону. *Гістограма* - це система прямокутників, основи яких дорівнюють довжині часткового інтервалу, а висоти - відповідним інтервальним частотам (або частостям). Якщо точки з координатами $\left(\tilde{x}_i m_i\right)$ або $\left(\tilde{x}_i p_i\right)$ з’єднати відрізками прямої, то отриману таким чином діаграму називають *полігоном*.

Гістограма і полігон, що відповідають згрупованому ряду, який розглядається (табл. 3), утримуються на рис. 1.

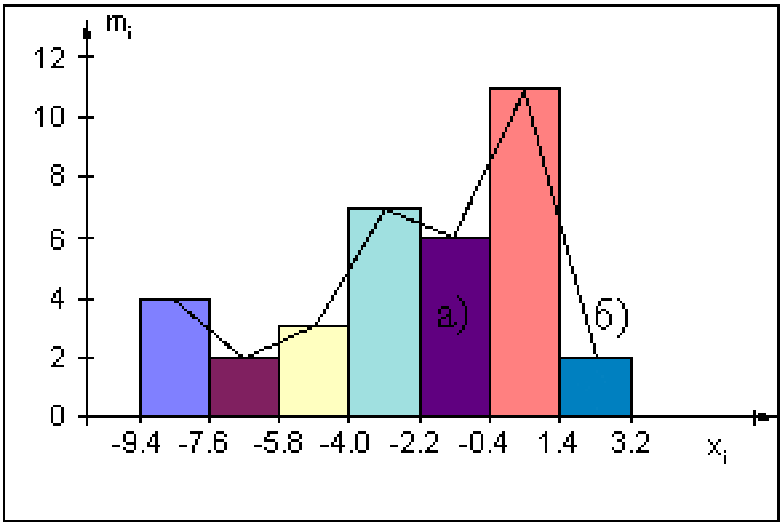

Рисунок 1 - Гістограма (а) і полігон (б), що відповідають згрупованому ряду (табл. 3)

Рекомендації по вивченню 2-ї теми *“Статистичні оцінки параметрів розподілу випадкових величин”*

Друга тема (с.15-21[2], с.19-39 [1], с. 10-19 [3]) знайомить студента з *початковими, центральними, основними моментами* розподілу, які втілюють основні властивості випадкових величин, та їх оцінками; вона підкреслює важливість розрахування *коефіцієнтів асиметрії та ексцесу, моди* і *медіани*. Як відомо, ці оцінки параметрів дозволяють вірно тлумачити властивості емпіричного розподілу та методично правильно організовувати дослідження характеристик статистичної структури гідрометеорологічних величин, які є основними ознаками кліматичного режиму окремого регіону. Тому при вивченні цієї теми потрібно звернути увагу на такі ***базові*** *знання та вміння:*

- визначення та сенс початкового моменту l-того порядку та розрахування оцінок початкових моментів перших 4-х порядків як по простих, так і по згрупованих сукупностях (с. 19-25, 28 [1], с. 15-16 [2], с. 10-12 [3]);
- визначення та сенс центрального моменту l-того порядку та розрахування оцінок центральних моментів 2-го, 3-го та 4-го порядків як по простих, так і по згрупованих сукупностях (с. 25-28 [1], с. 16-17 [2], с. 12-16 [3]);
- визначення та сенс основного моменту l-того порядку та розрахування оцінок основних моментів 3-го та 4-го порядків (с. 27-28 [1], с.17-18 [2], с. 16-17 [3]);
- визначення незсуненої, ефективної та умотивованої оцінки дисперсії випадкової величини та її розрахування як по простих, так і по згрупованих сукупностях (с.36 [1], с. 17 [2], с. 15-16 [3]);
- визначення та сенс коефіцієнта ексцесу (с. 27-28 [1], с. 18 [2], с. 18 [3]);
- визначення та сенс модального значення випадкової величини (с. 18 [2], с. 17 [3]);
- визначення та сенс медіани випадкової величини (с. 19 [2]);
- визначення та сенс коефіцієнта асиметрії (міри скосу кривої розподілу) й види кривих за умов різних значень цього коефіцієнта (с. 28-29 [1], с. 17-18 [2], с. 16, 18 [3]).

Запитання для самоперевірки 2-ї теми

1. Що називається “оцінкою параметра” генеральної сукупності?
2. Яким вимогам повинні відповідати статистичні оцінки, що отримані на основі вибірок?
3. Як розрахувати середнє значення випадкової величини на основі простої сукупності? згрупованого ряду?
4. Оцінкою якого моменту розподілу є середнє значення випадкової величини?
5. Який сенс дисперсії випадкової величини і якому з моментів розподілу вона дорівнює?
6. Як розрахувати незсунену, ефективну та умотивовану оцінку дисперсії на основі простої вибірки? згрупованого ряду?
7. Як розрахувати коефіцієнт асиметрії та в чому полягає його сенс?
8. Як називають криву розподілу за умови A_s=0? A_s>0? A_s<0?
9. Як розрахувати коефіцієнт ексцесу та в чому полягає його сенс?
10. Який вид кривої розподілу відносно нормального закону будемо мати за умови E=0? E>0? E<0?
11. Якщо крива розподілу має правосторонню (лівосторонню) асиметрію чи симетрична, яке співвідношення має місце між модальним та середнім значеннями випадкової величини?

Закріплення отриманих при вивченні 2-ї теми знань та вмінь здійснюється за допомогою *практичної задачі*. Нижче наводиться приклад типової задачі та пояснення по її вирішенню. Розібравшись з нею, студент може приступати до рішення задачі з завдання контрольної роботи.

Рішення типової задачі. ***Розрахувати статистичні оцінки по згрупованій сукупності середньої місячної температури повітря у січні (°С) на ст. Одеса за період з 1940 по1974 рр. (див. табл. 3).***

1. Оцінювання *початкових* моментів (ν_l, $l=\overline{1,4}$).

   Оцінка " ^ " *першого* початкового моменту (за умови *l=1*) є оцінкою математичного сподівання m_x і дорівнює середньому значенню ВВ $\bar{x}$:

$$\hat{\nu}_1 = \hat{m}_x = \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\tilde{x}_i m_i = -81{,}50/35 = -2{,}3.$$

Оцінка *другого* початкового моменту (за умови *l=2*) дорівнює:

$$\hat{\nu}_2 = \overline{x^2} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\tilde{x}_i^2 m_i = 541{,}55/35 = 15{,}5.$$

Оцінка *третього* початкового моменту (за умови *l=3*) дорівнює:

$$\hat{\nu}_3 = \overline{x^3} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\tilde{x}_i^3 m_i = -3607{,}00/35 = -103{,}1.$$

Оцінка *четвертого* початкового моменту (за умови *l=4*) дорівнює:

$$\hat{\nu}_4 = \overline{x^4} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\tilde{x}_i^4 m_i = 27360{,}16/35 = 781{,}7.$$

Порядок розрахування оцінок початкових моментів, що проводиться на основі згрупованого ряду (табл. 3), наведено в табл. 4.

Таблиця 4 – Порядок розрахування початкових моментів

i	Градації	$\tilde{x}_i$	m_i	$\tilde{x}_i m_i$	$\tilde{x}_i^2 m_i$	$\tilde{x}_i^3 m_i$	$\tilde{x}_i^4 m_i$
1	[- 9,4 ... - 7,6[	- 8,5	4	- 34,00	289,00	- 2456,50	20880,24
2	[- 7,6 ... - 5,8[	- 6,7	2	-13,40	89,78	-601,53	4030,22
3	[- 5,8 ... - 4,0[	- 4,9	3	-14,70	72,03	-352,95	1729,44
4	[- 4,0 ... - 2,2[	- 3,1	7	-21,70	67,27	-208,54	646,46
5	[- 2,2 ... - 0,4[	- 1,3	6	- 7,80	10,14	-13,18	17,14
6	[- 0,4 ... 1,4[	0,5	11	5,50	2,75	1,38	0,69
7	[1,4 ... 3,2]	2,3	2	4,60	10,58	24,33	55,97
	Сума	-	35	-81,50	541,55	- 3607,00	27360,16
	Оцінка	-	-	$\hat{\nu}_1 = -2{,}3$	$\hat{\nu}_2 = 15{,}5$	$\hat{\nu}_3 = -103{,}1$	$\hat{\nu}_4 = 781{,}7$

2. Розрахування статистичних оцінок *центральних* моментів 2-го, 3-го та 4-го порядків (μ_l, $l=\overline{2,4}$) проводимо також на основі згрупованого ряду, що представлений в табл. 3. Відомо, що центральний момент *першого порядку* дорівнює нулю. Центральний момент *2-го порядку* має сенс дисперсії випадкової величини, тобто $\mu_2 = \sigma_x^2$. А його оцінка:

$$\hat{\mu}_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} (\tilde{x}_i - \overline{x})^2 m_i = 351{,}80/35 = 10{,}05 .$$

Оцінка 3-го центрального моменту розраховується як:

$$\hat{\mu}_3 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} (\tilde{x}_i - \overline{x})^3 m_i = -737{,}86/35 = -21{,}08 .$$

Оцінку 4-го центрального моменту отримаємо наступним чином:

$$\hat{\mu}_4 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} (\tilde{x}_i - \overline{x})^4 m_i = 8377{,}78/35 = 239{,}37 .$$

Оцінки центральних моментів 3-го та 4-го порядків необхідні для розрахування основних моментів відповідних порядків. Центральні моменти можна розраховувати і за формулами їх зв'язку з початковими моментами:

$$\hat{\mu}_2 = \hat{\nu}_2 - \hat{\nu}_1^2 , \qquad (10)$$

$$\hat{\mu}_3 = \hat{\nu}_3 - 3\hat{\nu}_2\hat{\nu}_1 + 2\hat{\nu}_1^3 , \qquad (11)$$

$$\hat{\mu}_4 = \hat{\nu}_4 - 4\hat{\nu}_1\hat{\nu}_3 + 6\hat{\nu}_1^2\hat{\nu}_2 - 3\hat{\nu}_1^4 . \qquad (12)$$

В табл. 5 наведено приклад розрахування центральних моментів розподілу середньомісячної температури повітря (табл. 3) через відхилення ($\tilde{x}_i - \overline{x}$).

Таблиця 5 - Приклад розрахування центральних моментів

i	Градація	$\tilde{x}_i$	m_i	$\tilde{x}_i m_i$	$(\tilde{x}_i - \overline{x})$	$(\tilde{x}_i - \overline{x})^2 m_i$	$(\tilde{x}_i - \overline{x})^3 m_i$	$(\tilde{x}_i - \overline{x})^4 m_i$
1	[-9,4 - 7,6[	-8,5	4	- 34,00	-6,2	153,76	-953,32	5910,52
2	[- 7,6 - 5,8[	-6,7	2	-13,40	-4,4	38,72	-170,36	749,62
3	[- 5,8 - 4,0[	-4,9	3	-14,70	-2,6	20,28	- 52,74	137,10
4	[- 4,0 - 2,2[	-3,1	7	-21,70	-0,8	4,48	- 3,57	2,87
5	[- 2,2 - 0,4[	-1,3	6	- 7,80	1,0	6,00	6,00	6,00
6	[- 0,4 1,4[	0,5	11	5,50	2,8	86,24	241,45	676,17
7	[1,4 3,2]	2,3	2	4,60	4,6	42,32	194,68	895,50
	Сума	-	35	-81,50	-	351,80	-737,86	8377,78
	Оцінка	-	-	$\hat{\nu}_1 = \overline{x} = 2{,}3$	-	$\hat{\mu}_2 = 10{,}05$	$\hat{\mu}_3 = -21{,}08$	$\hat{\mu}_4 = 239{,}37$

3. Розрахування *незсуненої, ефективної та умотивованої* оцінки дисперсії по згрупованій сукупності.

Оцінка 2-го центрального моменту є зсуненою оцінкою дисперсії (у нашому прикладі це значення $\tilde{\mu}_2 = \tilde{\sigma}_x^2 = 10{,}05$). Щоб отримати *незсунену, умотивовану* та *ефективну оцінку дисперсії* S_x^2 (це вимоги, яким повинні задовольняти статистичні оцінки параметрів) використовують коефіцієнт Бесселя ($\frac{n}{n-1}$) до другого центрального моменту. Тоді

$$S_x^2 = \frac{n}{n-1}\tilde{\mu}_2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{k}(\tilde{x}_i - \overline{x})^2 m_i = 351{,}80/34 = 10{,}35\,.$$

Незсунена, умотивована та ефективна *оцінка середнього квадратичного відхилу* в нашому прикладі дорівнює:

$$S_x = \sqrt{S_x^2} = \sqrt{10{,}35} = 3{,}22\,.$$

4. Розрахування *основних* моментів.

Відомо, що основний момент l-того порядку є частка ділення l-того центрального моменту на середній квадратичний відхил в l-тій степені. Зазвичай використовують основні моменти третього та четвертого порядків (r_1=0, r_2=1) тому, що вони дають важливу інформацію про характер розподілу випадкових величин. *Третій основний момент* відбиває *асиметрію* (його називають коефіцієнтом асиметрії As=r_3). За умови r_3=0 крива розподілу є *симетричною* відносно центру розподілу. Нормальний (Гауса) розподіл є симетричним відносно математичного сподівання m_x. Оцінка 3-го основного моменту в нашому прикладі є:

$$\tilde{r}_3 = \frac{\tilde{\mu}_3}{(S_x)^3} = -\frac{21{,}08}{3{,}22^3} = -0{,}63\,.$$

Це означає, що крива розподілу середньомісячної температури повітря на ст. Одеса у січні має *лівосторонню асиметрію* (A_S<0) відносно нормального розподілу.

Четвертий основний момент оцінюється так:

$$\tilde{r}_4 = \frac{\tilde{\mu}_4}{(S_x)^4} = \frac{239{,}37}{3{,}22^4} = 2{,}23\,.$$

5. Розрахування *коефіцієнта ексцесу*: $E = \tilde{r}_4 - 3 = 2{,}23 - 3 = -0{,}77\,.$

Таке значення коефіцієнту вказує на те, що крива розподілу є *сплюснутою* відносно кривої нормального розподілу.

6. Розрахування *модального значення* випадкової величини.

   Мода - значення випадкової величини, що зустрічається частіше усього, тобто має максимальну ймовірність для дискретної величини або максимум функції щільності ймовірності в даній точці для безперервної випадкової величини.

   Якщо ряд є згрупованим та ранжування проводилося в бік зростання значень випадкової величини, то моду визначають за формулою:

$$M_0 = x_0 + c\frac{m_i - m_{i-1}}{2m_i - m_{i-1} - m_{i+1}} = -0,4 + 1,8\frac{(11-6)}{2\times 11 - 6 - 2} = 0,2 \ ,$$

   де x_0, c, m_i - відповідно початок, довжина та частота модального інтервалу;

   m_{i-1}, m_{i+1} - частоти попереднього і наступного за модальним часткових інтервалів відповідно.

7. Розрахування *медіани* випадкової величини.

   Медіана - значення випадкової величини, яке розділяє область існування цієї величини на дві частини, для яких виконується рівність:

$$P\left(X > M_e\right) = P\left(X < M_e\right).$$

   Медіану розраховують за формулою:

$$M_e = x_e + \frac{c\left(\frac{n}{2} - m^*\right)}{m_e} = -2,2 + 1,8\frac{(18-16)}{6} = -1,6 \ ,$$

де

n - об'єм вибірки; m^* - накопичена частота до медіанного інтервалу;
x_e, c , m_e - відповідно початок, довжина та частота медіанного інтервалу.

Примітка. *Розрахування медіани проводиться за умови парного значення* n. *Якщо об'єм вибірки є непарним, його значення збільшують на одиницю (*$n = 35$*; для розрахування беремо* $n = 36$*).*

Після завершення всіх розрахунків оцінок початкових, центральних, основних моментів розподілу середньої місячної температури повітря на ст. Одеса, моди та медіани доцільно необхідні характеристики та отримані оцінки звести до підсумкової таблиці (табл. 6).

Таблиця 6 - Значення статистичних оцінок моментів середньомісячної температури повітря (січень, ст. Одеса)

n	k	x_{max}	x_{min}	c	$\overline{x}$	$\hat{v}_2$	$\hat{v}_3$	$\hat{v}_4$	$\tilde{\mu}_2$	S_x^2	S_x
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
35	7	3,0	-9,4	1,8	-2,3	15,5	-103,1	781,7	10,05	10,35	3,22

Продовження таблиці 6

$\hat{\mu}_3$	$\hat{\mu}_4$	$\hat{r}_3$	$\hat{r}_4$	E	M_0	M_e
13	14	15	16	17	18	19
-21,08	239,36	-0,63	2,23	-0,77	0,2	-1,6

Рекомендації по вивченню 3-ї теми *“Дослідження однорідності сукупностей випадкових величин”*

Третя тема (с. 181-205 [1], с. 181-210 [2]) знайомить студентів з основними положеннями теорії перевірки статистичних гіпотез, яка тісно поєднується з теорією оцінювання параметрів. Необхідність вивчення цих методів пов’язана з тим, що в різних галузях техніки та економіки для з’ясування того чи іншого випадкового факту, звертаються до висловлювання гіпотез, які можна перевірити статистично, тобто опираючись на результати спостережень у випадкових вибірках.

Тому, при вивченні цієї теми потрібно звернути увагу на такі ***базові*** *знання та вміння*:

- визначення та принципи перевірки статистичних гіпотез (с. 181-182 [1], с. 125 [2]);
- принципи будування критичної області та види критичних областей, що використовуються при перевірках статистичних гіпотез (с. 182-185 [1]);
- розуміння принципів та знання теорем, які використовуються при побудові фактичних критеріїв при перевірках статистичних гіпотез на однорідність (с. 185-188 [1]);
- оскільки однією з вимог, яким повинна відповідати статистична сукупність, є вимога однорідності її членів, необхідно вміти перевіряти цю гіпотезу відносно екстремальних значень вибірки (с. 188-192 [1], с. 181-185 [2]);
- методи перевірки на однорідність двох (і більше) рядів з застосуванням як параметричних (с. 192-200 [1], с. 186-192 [2]), так і непараметричних (с. 201-205 [1], с. 195-210 [2]) критеріїв.

Запитання для самоперевірки 3-ї теми

1. Що називається статистичною гіпотезою?
2. Перелічити критичні області, що використовуються при статистичних дослідженнях.
3. Який сенс рівня значущості?
4. Як називається ймовірність помилки 1-го роду?
5. На якому принципі втілюється перевірка статистичної гіпотези?
6. Які ряди та члени рядів називаються однорідними?
7. Який критерій використовується для перевірки членів ряду на однорідність?
8. Які випадкові величини в статистичній сукупності називаються «викидами»?
9. Які види критеріїв вам відомі щодо перевірки статистичної гіпотези про однорідність двох рядів випадкових величин?
10. За яких умов використовуються параметричні критерії для перевірки двох рядів на однорідність?
11. За яких умов використовуються непараметричні критерії для перевірки двох рядів на однорідність?
12. Який критерій використовується для перевірки статистичної гіпотези про незначущість різниць оцінок дисперсій, отриманих по двох сукупностях однієї і тієї ж випадкової величини?
13. Який критерій використовується для перевірки статистичної гіпотези про незначущість розбіжностей між середніми значеннями, що розраховані по двох рядах однієї і тієї ж випадкової величини?
14. Що таке число інверсій?
15. Що таке сума рангів?
16. Що називається довірчою ймовірностю? Навести приклад.

Закріплення, отриманих при вивченні 3-ї теми знань та вмінь, здійснюється за допомогою *відповідей на контрольні запитання*.

Рекомендації по вивченню 4-ї теми *"Дослідження закону розподілу випадкових величин"*

В четвертій темі з'ясовується поняття про *закон розподілу* випадкових величин та розглядаються види його надання (с. 40–74 [1], с. 40-47 [2], с. 20 – 30 [3]). Вивчаються *властивості функції розподілу F(x)* та *щільності ймовірності f(x)* випадкової величини *X*, за допомогою яких можна аналітично представити теоретичний розподіл (с. 42-51 [1]). Тут передбачається ознайомити студентів із найбільш поширеними законами розподілу, яким підпорядковуються гідрометеорологічні величини. Слід зауважити, що встановлення особливостей статистичної структури метеорологічних полів базується на визначеній метеорологічній інформації, яка носить випадковий характер. Задача дослідника полягає в тому, щоб серед множини випадкових подій виявити найбільш закономірні, відкинувши несуттєві події. Для цього необхідно побудувати моделі фізичних параметрів випадкових величин, що не можна зробити, якщо не знати їх властивості, а основні властивості випадкових величин містяться в законі розподілу. *Законом розподілу* називають усіляку відповідність між можливими значеннями випадкової величини та їх імовірністю, тобто він дає уявлення про розподіл імовірностей випадкових величин відповідно її значень. *Закон розподілу* є вичерпною характеристикою випадкового процесу. Вивчення закону розподілу гідрометеорологічних величин є важливим етапом дослідження в гідрології, метеорології, океанології, екології та ін. Тип розподілу випадкової величини та його параметри визначаються шляхом статистичної обробки експериментальних даних. Згрупований ряд випадкових величин має значення емпіричного розподілу інтервальних імовірностей або частот, а його *графічне зображення є емпіричним законом розподілу*. Для зручності використання емпіричний закон апроксимують аналітичним виразом, тобто до емпіричного розподілу імовірностей підбирається такий теоретичний закон, який у визначеному смислі найкращим чином відповідає цьому емпіричному розподілу.

При вивченні цієї теми слід звернути увагу на такі ***базові*** *знання та вміння*:

- поняття про закон розподілу (с. 40-41 [1], с. 40-41 [2], с. 21 [3]);
- властивості функції розподілу і щільності ймовірності (с. 42–51 [1]);
- алгоритм дослідження закону розподілу ВВ (с. 42 [1], с. 41-42 [2], с. 26-28 [3]);
- нормальний розподіл ВВ та його властивості (с.59–74 [1], с.42-47 [2], с. 22-25 [3]);
- послідовність розрахування теоретичних частот у випадку нормального розподілу (с.73–74 [1], с.43–47 [2], с. 26-27 [3]);
- вміти перевіряти статистичну гіпотезу H_0 про відповідність емпіричного розподілу будь-якому теоретичному (с. 205–214 [1], с. 125–129 [2], с.28–29 [3]);

Запитання для самоперевірки 4-ї теми

1. Що називається законом розподілу та які з них найчастіше використовуються при статистичних дослідженнях властивостей випадкових величин?
2. З яких етапів складається дослідження закону розподілу випадкової величини?
3. Якими властивостями володіють функція розподілу та щільність імовірностей?
4. Який зв'язок між інтервальною теоретичною частотою та інтервальною ймовірністю?
5. Основні властивості нормального розподілу.
6. Якими параметрами характеризуються розподіли Пірсона I типу? II типу? III типу?
7. Як розрахувати статистику χ та яка її роль в статистичних дослідженнях законів розподілу Пірсона?
8. Якими параметрами та якими властивостями володіє розподіл Пуасона?
9. За якими формулами розраховуються інтервальні теоретичні частоти нормального розподілу? I , II , III типів Пірсона? розподілу Пуасона?
10. За допомогою якого критерію проводять перевірку статистичної гіпотези про відповідність емпіричних та теоретичних частот? Як розраховуються числа ступенів волі в задачах перевірки цієї гіпотези?

Закріплення отриманих при вивченні 4-ї теми знань та вмінь здійснюється за допомогою *практичної задачі*. На прикладі нормального закону розглядається метод апроксимації статистичного (емпіричного) розподілу гідрометеорологічної величини, тобто метод дослідження теоретичного закону, якому підпорядковується та чи інша випадкова величина. Нижче наводиться типова задача та пояснення по її вирішенню. Розібравшись з нею, студент може приступати до рішення задачі з завдання контрольної роботи.

Рішення типової задачі. ***“Апроксимація емпіричного розподілу теоретичним законом”***

До емпіричного розподілу середньодобової температури повітря за 23 квітня в Одесі (табл. 7) підібрати теоретичний закон на рівні значущості α=0,05.

Відомо, що при дослідженнях законів розподілу випадкових величин перш за все необхідно від простої статистичної сукупності перейти до згрупованого ряду. Типова задача вирішується на основі вихідних даних, які представлені в додатку Б у вигляді вже згрупованого ряду.

Таблиця 7 – Вихідні дані

i	Градація		Частота m_i
	початок x_{i-1}	кінець x_{i+1}	
1	[2,2	3,8[	1
2	[3,8	5,4[	3
3	[5,4	7,0[	7
4	[7,0	8,6[	21
5	[8,6	10,2[	21
6	[10,2	11,8[	19
7	[11,8	13,4[	13
8	[13,4	15,0[	9
9	[15,0	16,6[	3
10	[16,6	18,2]	2

На ***першому етапі*** дослідження необхідно розрахувати статистичні оцінки першого початкового, другого центрального моментів, отримати незсунену, ефективну та умотивовану оцінку дисперсії та середнього квадратичного відхилу, розрахувати коефіцієнти асиметрії та ексцесу, моду, медіану та статистику χ; графічно представити даний емпіричний розподіл у вигляді полігону. Після аналізу отриманих оцінок сформулювати гіпотезу про можливість апроксимації емпіричного розподілу (табл. 7) нормальним законом. Розрахування статистичних оцінок краще провести в таблиці, приклад якої наводиться нижче (табл. 8).

Розрахуємо M_0 та M_e:

$$M_0 = x_0 + c\frac{(m_i - m_{i-1})}{2m_i - m_{i-1} - m_{i+1}} = 7,0 + 2\times 1,6\frac{(21-7)}{21\times 2 - 7 - 19} = 9,8\,;$$

$$M_e = x_e + c\frac{({}^{n}\!/_{2} - m^*)}{m_e} = 8,6 + 1,6\frac{(50-32)}{21} = 10,0\,.$$

Оскільки *нормальний розподіл є частинним випадком розподілів Пірсона*, тип якого залежить від статистики χ, тому необхідно отримати цю характеристику, але спочатку треба розрахувати статистику S:

$$S = \frac{6(r_4 - r_3^2 - 1)}{3r_3^2 - 2r_4 + 6} = \frac{6(2,81 - 0,27^2 - 1)}{3\times 0,27^2 - 2\times 2,81 + 6} = 17,40\,;$$

$$\chi = -\frac{r_3^2(S+2)^2}{16(S+1)} = -\frac{0,27^2(17,40+2)^2}{16(17,40+1)} = -0,0933\,.$$

Аналіз оцінок моментів, які отримані (табл. 8), свідчать про те, що, по-перше, майже збігаються середнє, модальне значення і медіана ($\overline{x} \approx M_o \approx M_e$). Це є однією з властивостей нормального розподілу. По-друге, оцінка третього основного моменту та статистика χ близькі до нуля; четвертий основний момент близький до трьох. Саме такі значення мають ці основні моменти у випадку нормального розподілу. По-третє, розподіл емпіричних частот відносно середнього значення є майже симетричним (рис. 2). Усі ці факти дають підставу апроксимувати розподіл емпіричних частот нормальним розподілом теоретичних частот.

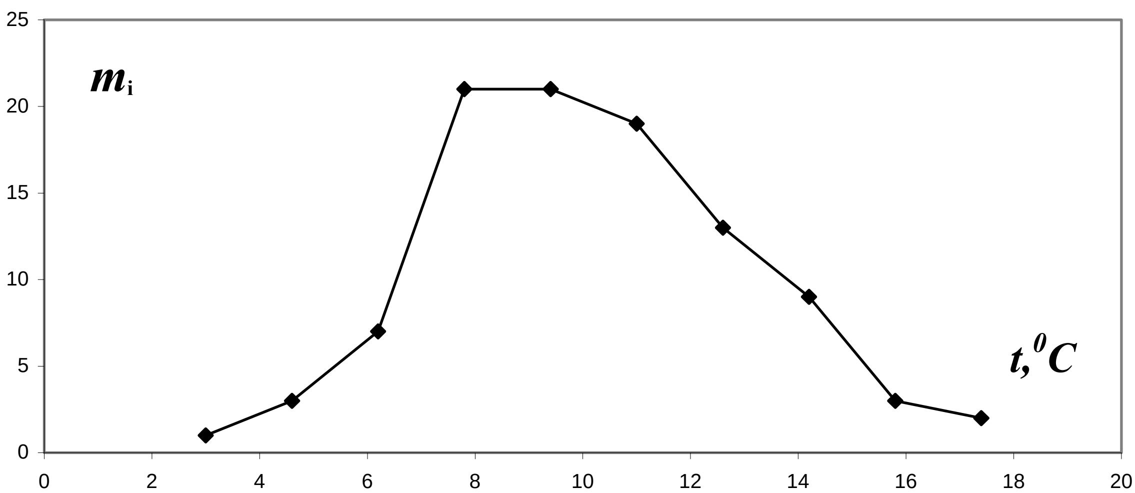

Рис. 2. - Полігон розподілу середньодобової температури повітря, ^oC (ст. Одеса, 23 квітня)

На **другому етапі** дослідження закону розподілу визначають параметри теоретичного закону, який добирається до емпіричного розподілу та оцінюють його параметри.

Щільність імовірності нормального розподілу визначається рівнянням:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} \exp\left\{ -\frac{(x - m_x)^2}{2\sigma_x^2} \right\}. \tag{13}$$

Параметрами цього закону є математичне сподівання m_x і дисперсія σ_x^2. На основі статистичної сукупності середньодобової температури повітря за 23 квітня в Одесі були знайдені оцінки цих параметрів - середнє значення (оцінка математичного сподівання): $\bar{x} = \tilde{m}_x = 10.1$ і незсунена оцінка дисперсії: $S_x^2 = 8{,}38$.

На **третьому етапі** апроксимації проводять розрахунки інтервальних теоретичних частот для кожного часткового інтервалу по відповідних формулах, використовуючи один із двох відомих методів. Але спочатку треба перейти від границь i-того часткового інтервалу (x_{i-1} і x_{i+1}) вихідної гідрометеорологічної величини до відповідних нових центрованих і нормованих величин для лівої (t_{i-1}) і правої (t_{i+1}) границь кожного інтервалу. Для цього використовуються такі формули:

$$t_{i-1} = \frac{x_{i-1} - \bar{x}}{S_x} \quad (14); \qquad t_{i+1} = \frac{x_{i+1} - \bar{x}}{S_x} \quad \left(i = \overline{1,k}\right) \tag{15}$$

де S_x - незсунена оцінка середнього квадратичного відхилу випадкової величини X.

Перший шлях розрахування інтервальних теоретичних частот передбачає використання значень щільності ймовірності нормованого нормального розділу $f(t)$:

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2}. \tag{16}$$

За умов різних значень t вони наводяться в додатку В. Для розрахунку теоретичної інтервальної частоти i-того часткового інтервалу використовується формула:

$$\tilde{m}_i = \frac{nc}{S_x} f(t_i) \qquad \left(i = \overline{1,k}\right), \tag{17}$$

де t_i - безрозмірне значення випадкової величини на середині i-того часткового інтервалу, що розраховується за формулою:

Таблиця 8 – Порядок розрахування статистичних оцінок на основі емпіричного розподілу середньодобової температури повітря (23 квітня, м. Одеса)

i	Градація	$\tilde{x}_i$	m_i	$\sum_{i=1}^{10} m_i$	$\tilde{x}_i m_i$	$(\tilde{x}_i - \bar{x})$	$(\tilde{x}_i - \bar{x})^2 m_i$	$(\tilde{x}_i - \bar{x})^3 m_i$	$(\tilde{x}_i - \bar{x})^4 m_i$
1	[2,2 ... 3,8)	3,0	1	1	3,0	-7,1	50,41	-357,91	2541,17
2	[3,8 ... 5,4)	4,6	3	4	13,8	-5,5	90,75	-499,13	2745,19
3	[5,4 ... 7,0)	6,2	7	11	43,4	-3,9	106,47	-415,23	1619,41
4	[7,0 ... 8,6)	7,8	21	32	163,8	-2,3	111,09	-255,51	587,67
5	[8,6 ... 10,2)	9,4	21	53	197,4	-0,7	10,29	-7,20	5,04
6	[10,2 ... 11,8)	11,0	19	72	209,0	0,9	15,39	13,85	12,47
7	[11,8 ... 13,4)	12,6	13	85	163,8	2,5	81,25	203,13	507,81
8	[13,4 ... 15,0)	14,2	9	94	127,8	4,1	151,29	620,29	2543,18
9	[15,0 ... 16,6)	15,8	3	97	47,4	5,7	97,47	555,58	3166,80
10	[16,6 ... 18,2]	17,4	2	99	34,8	7,3	106,58	778,03	5679,65
	Сума				1004,2		820,99	635,90	19408,39
	Оцінка				$\hat{m}_1 = \bar{x} = 10,1$		$\hat{\mu}_2 = 8,29$ $S_x^2 = 8,38$ $S_x = 2,89$	$\hat{\mu}_3 = 6,42$	$\hat{\mu}_4 = 196,04$

$\hat{k}_3 = \dfrac{\hat{\mu}_3}{S_x^3} = \dfrac{6,42}{2,89^3} = 0,27$; $\hat{k}_4 = \dfrac{\hat{\mu}_4}{S_x^4} = \dfrac{196,04}{2,89^4} = 2,81$; $E = \hat{k}_4 - 3 = 2,81 - 3 = -0,19$.

$$t_i = \frac{t_{i+1} + t_{i-1}}{2}. \qquad (18)$$

Функція $f(t)$ є функцією парною: $f(-t) = f(t)$.

В табл. 9 наводяться результати розрахунків безрозмірних границь часткових інтервалів (колонки 5 і 6), середин градацій (колонка 7), значення щільності ймовірності нормованого нормального розподілу (колонка 8) , відповідні інтервальні теоретичні частоти (колонка 9) та інтервальні ймовірності (колонка 10). В 11-тій колонці наводяться значення функції розподілу отриманого теоретичного закону, а саме нормального закону розподілу.

Таблиця 9 - Приклад розрахунків теоретичних частот нормального розподілу за допомогою щільності ймовірності $f(t_i)$ (23 квітня, м. Одеса; n=99; $\bar{x}$=10,1; $S_x = 2,89$; $c = 1,6$)

i	Вихідна границя		m_i	Нова границя		t_i	$f(t_i)$	$\tilde{m}_i$	p_i	$P(X<x)$
	x_{i-1}	x_{i+1}		t_{i-1}	t_{i+1}					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	2,2	3,8	1	-2,73	-2,18	-2,46	0,0194	1,1	0,011	0,011
2	3,8	5,4	3	-2,18	-1,63	-1,91	0,0644	3,5	0,035	0,055
3	5,4	7,0	7	-1,63	-1,07	-1,35	0,1604	8,8	0,089	0,144
4	7,0	8,6	21	-1,07	-0,52	-0,80	0,2897	15,9	0,161	0,305
5	8,6	10,2	21	-0,52	0,04	-0,24	0,3876	21,2	0,214	0,519
6	10,2	11,8	19	0,04	0,59	0,32	0,3700	20,3	0,205	0,724
7	11,8	13,4	13	0,59	1,14	0,87	0,2732	15,0	0,152	0,876
8	13,4	15,0	9	1,14	1,70	1,42	0,1456	8,0	0,081	0,957
9	15,0	16,6	3	1,70	2,25	1,98	0,0562	3,1	0,031	0,988
10	16,6	18,2	2	2,25	2,80	2,53	0,0163	0,9	0,009	0,997

Другий шлях розрахування інтервальних теоретичних частот полягає у використанні інтеграла ймовірності $\Phi(t)$, який має вигляд:

$$\Phi(t) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-t^2/2} dt \quad . \qquad (19)$$

Значення цього інтеграла для різних t приводяться в додатку Д .

За допомогою інтеграла ймовірності інтервальна ймовірність для i-того часткового інтервалу розраховується за формулою:

$$p_i = P\left(t_{i-1} < t < t_{i+1}\right) = \frac{1}{2}\left[\Phi\left(t_{i+1}\right) - \Phi\left(t_{i-1}\right)\right], \quad \left(i = \overline{1,k}\right) \tag{20}$$

а теоретичні інтервальні частоти – за формулою:

$$\tilde{m}_i = np_i \qquad \left(i = \overline{1,k}\right), \tag{21}$$

де, як і раніше, n - об'єм вибірки.

Треба мати на увазі, що інтеграл імовірності є непарною функцією, тобто $\Phi(-t) = -\Phi(t)$.

В табл. 10 наводяться результати розрахунків інтервальних теоретичних частот (колонка 9) з використанням інтеграла ймовірності для правої $\Phi\left(t_{i+1}\right)$ та лівої $\Phi\left(t_{i-1}\right)$ безрозмірних границь часткових інтервалів.

Таблиця 10 - Приклад розрахунків теоретичних частот нормального розподілу за допомогою інтеграла ймовірності $\Phi(t)$ (23 квітня, м. Одеса; n=99; $\overline{x}$=10,1; $S_x = 2,89$; $c = 1,6$)

i	Вихідна границя		m_i	Нова границя		$\Phi\left(t_{i+1}\right)$	$\Phi\left(t_{i-1}\right)$	$\tilde{m}_i$	p_i	$P(X<x)$
	x_{i-1}	x_{i+1}		t_{i-1}	t_{i+1}					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	2,2	3,8	1	-2,73	-2,18	-0,97074	-0,99367	1,1	0,011	0,011
2	3,8	5,4	3	-2,18	-1,63	-0,89690	-0,97074	3,7	0,037	0,048
3	5,4	7,0	7	-1,63	-1,07	-0,71538	-0,89690	9,0	0,091	0,139
4	7,0	8,6	21	-1,07	-0,52	-0,39694	-0,71538	15,8	0,160	0,299
5	8,6	10,2	21	-0,52	0,04	0,03191	-0,39694	21,2	0,214	0,513
6	10,2	11,8	19	0,04	0,59	0,44481	0,03191	20,4	0,206	0,719
7	11,8	13,4	13	0,59	1,14	0,74571	0,44481	14,9	0,151	0,870
8	13,4	15,0	9	1,14	1,70	0,91087	0,74571	8,2	0,083	0,953
9	15,0	16,6	3	1,70	2,25	0,97555	0,91087	3,2	0,032	0,985
10	16,6	18,2	2	2,25	2,80	0,99489	0,97555	1,0	0,010	0,995

Як видно із 9 стовпчика табл. 9 і 10, результати, що отримувалися за двома різними методами оцінювання інтервальних теоретичних частот нормального розподілу, незначно розрізняються. Крім того, теоретичні інтервальні частоти є близькими до частот емпіричного розподілу (рис. 3).

Дослідження завершується (**четвертий етап**) перевіркою (в нашому прикладі на рівні значущості α=0.05) статистичної гіпотези про відповідність емпіричного розподілу нормальному закону.

Дійсно, як би добре не була б підібрана теоретична крива, між нею та статистичним розподілом завжди будуть деякі розбіжності. Задача дослідника полягає в тому, щоб з'ясувати статистично значущі чи незначущі

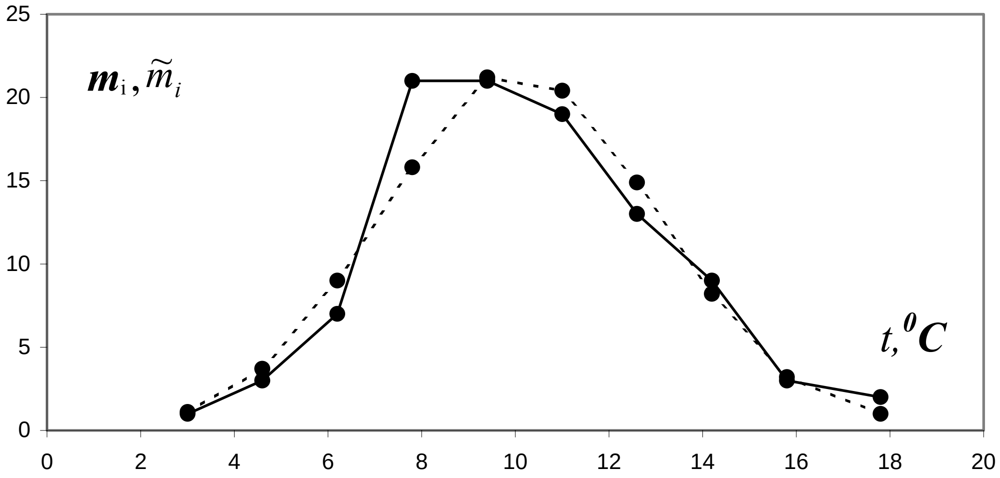

Рисунок 3 - Полігони емпіричних m_i (——) та теоретичних $\tilde{m}_i$ (------) частот нормального розподілу середньої добової температури повітря (м. Одеса, 23 квітня)

ці розбіжності. Якщо розбіжності статистично незначущі, то вони пояснюються тільки випадковими обставинами, пов'язаними, наприклад, з обмеженою кількістю спостережень. Якщо розбіжності суттєві (статистично значущі), то пов'язані вони з тим, що теоретичний закон розподілу випадкової величини не відповідає емпіричному розподілу.

Для відповіді на це запитання існують так звані "*критерії згоди*". Найчастіше використовують критерій Пірсона χ2, який є мірою розбіжності між емпіричними m_i і теоретичними $\tilde{m}_i$ частотами:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{\left(m_i - \tilde{m}_i\right)^2}{\tilde{m}_i} \ . \tag{22}$$

Далі необхідно отримане значення χ^2 порівняти з критичним $\chi^2_{кр.}(\alpha, \nu)$, яке знаходять по додатку Ж. Рівень значущості α, як і завжди, визначає дослідник. Число ступенів волі залежить від типу розподілу. Воно визначається за формулою:

$$\nu = k' - l \ , \tag{23}$$

де

k' - кількість часткових інтервалів після об'єднання.

Примітка. При розрахуванні критерію Пірсона χ^2 треба пам'ятати, що градації повинні бути статистично забезпеченими, тобто у кожній з них не повинно бути менше 5 членів. Якщо таке має місце, то градації, які мають частоти (емпіричні) менші за 5, необхідно об'єднати з сусідніми;

l - кількість лінійних зв'язків відносно інтервальних частот m_i, що використовуються при оцінках моментів, на основі яких розраховуються параметри того чи іншого теоретичного розподілу.

Нагадаємо число ступенів волі при визначенні $\chi^2_{кр.}(\alpha,\nu)$ для нормального закону розподілу: $\nu = k' - 3$.

Рішення відносно прийняття гіпотези H_0 або альтернативної гіпотези H_1 залежить від того, в яку область попаде χ^2 – в область прийняття гіпотези H_0 :

$$\chi^2 < \chi^2_{кр.}(\alpha,\nu) \tag{24}$$

або в критичну область:

$$\chi^2 > \chi^2_{кр.}(\alpha,\nu). \tag{25}$$

У першому випадку гіпотеза H_0 про незначущість розбіжностей між емпіричними (m_i) та теоретичними ($\tilde{m}_i$) частотами і, таким чином, про відповідність емпіричного розподілу теоретичному, не відкидається; у другому випадку приймається альтернативна гіпотеза , а це означає, що теоретичний розподіл, який вибрано для апроксимації емпіричного розподілу, з заданою ймовірністю не відповідає останньому.

Розрахунки критерію χ^2 для нашої типової задачі наводяться в табл. 11.

Таблиця 11 - Результат розрахунків критерію χ^2 на основі статистичного ряду середньодобової температури повітря (м. Одеса, 23 квітня).

i	m_i	$\tilde{m}_i$	$\frac{(m_i - \tilde{m}_i)^2}{\tilde{m}_i}$
1 2 3	$\left.\begin{matrix}1\\3\\7\end{matrix}\right\}11$	$\left.\begin{matrix}1.1\\3.7\\9.0\end{matrix}\right\}13.8$	0.57
4	21	15.8	1.71
5	21	21.2	0.00
6	19	20.4	0.10
7	13	14.9	0.24
8	9	8.2	0.08
9 10	$\left.\begin{matrix}3\\2\end{matrix}\right\}5$	$\left.\begin{matrix}3.2\\1.0\end{matrix}\right\}4.2$	0.15
χ^2			2.85

Оскільки після об'єднання інтервальних частот на краях розподілу кількість часткових інтервалів зменшується до 7, то маємо: $\nu = 7\text{-}3 = 4$.

Отже, критичне значення параметра χ^2, яке залежить від рівня значущості й числа ступенів волі, як видно з додатку Ж за умов $\nu = 4$ і $\alpha = 0.05$ є: $\chi^2_{кр.}(0.05; 4) = 9.49$. Отже $\chi^2 < \chi^2_{кр.}(\alpha, \nu)$ і гіпотеза H_0 про відповідність емпіричного розподілу нормальному закону не відкидається, а це означає, що з ймовірністю 95% середня добова температура повітря в Одесі за 23 квітня апроксимується нормальним законом. Здобутий для даного емпіричного розподілу теоретичний закон описується рівнянням:

$$f(x) = \frac{1}{2,89\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-10,1)^2}{16,76}\right].$$

Функція розподілу отриманого теоретичного закону (нормального розподілу) має вигляд:

$$F(x) = P(X < x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx = \frac{1}{2,89\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{(x-10,1)^2}{16,76}} dx.$$

Рекомендації по вивченню 5-ї теми *"Інтервальне оцінювання параметрів"*

В цій темі (с. 215-227 [1], с. 273-278 [2]) розглядаються основні положення щодо *інтервального оцінювання параметрів* (побудови довірчих інтервалів). Отриманий довірчий інтервал дає можливість прийти до висновку про якість статистичної оцінки параметра.

Тому, при вивченні цієї теми потрібно звернути увагу на такі ***базові*** *знання та вміння*:

- визначення довірчого інтервалу (с. 215[1], с. 273 [2]);
- побудова довірчого інтервалу для математичного сподівання (с. 216-220 [1], с. 274-276 [2]);
- інтервальне оцінювання дисперсії випадкової величини (с. 220-227 [1], с. 274-278 [2]);
- довірчий інтервал для середнього квадратичного відхилу (с. 224-227 [1], с. 275-278 [2]).

Запитання для самоперевірки 5-ї теми

1. Дати визначення "довірчого інтервалу" для параметра генеральної сукупності.
2. Які оцінки параметрів називають "точковими"? Навести приклади.

3. Як записати визначення довірчого інтервалу?
4. Від чого залежать границі довірчого інтервалу?
5. Що називається “довірчою ймовірністю” та “рівнем значущості”? Навести приклади.
6. Як побудувати довірчий інтервал для математичного сподівання?
7. Як побудувати довірчий інтервал для дисперсії випадкової величини за умови малих (n<50) об’ємів вибірок?
8. Як побудувати довірчий інтервал для дисперсії випадкової величини за умови великих (n>50) об’ємів вибірок?
9. Як побудувати довірчий інтервал для середнього квадратичного відхилу випадкової величини за умови малих (n<50) об’ємів вибірок?
10. Як побудувати довірчий інтервал для середнього квадратичного відхилу випадкової величини за умови великих (n>50) об’ємів вибірок?

Закріплення, отриманих при вивченні 5-ї теми знань та вмінь, здійснюється за допомогою *відповідей на контрольні запитання.*

Рекомендації по вивченню 6-ї теми *“ Кореляційний зв’язок між двома випадковими величинами”*

В шостій темі (с.132–162 [1], с. 215–238 [2]) розглядаються основні положення теорії кореляції: це встановлення форми і тісноти залежності між різними випадковими величинами. Головна увага приділяється вивченню кореляційного зв’язку між двома випадковими величинами. Студенти повинні познайомитися з поняттями рівняння регресії, лінії регресії, кореляційного графіку (діаграми розсіювання точок); коефіцієнта кореляції, як кількісної міри тісноти зв’язку між двома випадковими величинами при дослідженні лінійної кореляційної залежності; оцінкою статистичної значущості коефіцієнта кореляції; методом найменших квадратів як способом розрахування коефіцієнтів рівняння регресії та інші.

При вивченні цієї теми слід звернути увагу на такі ***базові*** *знання та вміння*:

- визначення “функціональної”, “стохастичної” та “кореляційної” залежності між випадковими величинами (с.132-134 [1], с. 215 [2]);
- визначення тісноти та форми кореляційного зв’язку (с. 141-146], с. 217-218 [2]);
- формування та перевірка гіпотези про статистичну значущість коефіцієнта кореляції (с. 229-233 [2]);
- побудова лінійного рівняння регресії та перевірка гіпотези про статистичну значущість його коефіцієнтів (с. 156-160 [1], с. 236-241 [2]) ;
- метод найменших квадратів (с. 153-156 [2]).

Перевірка якості засвоєних знань та вмінь при вивченні 6-ї теми здійснюється за допомогою *відповідей на контрольні запитання.*

Запитання для самоперевірки 6-ї теми

1. Основні задачі теорії кореляції?
2. Види залежностей між випадковими величинами? Дати їм визначення.
3. Поняття кореляційної залежності?
4. Дати поняття "рівняння регресії"? Які види рівнянь вам відомі?
5. Як отримати лінію регресії?
6. Що розуміють під терміном "умовний розподіл"? "умовне середнє"? "умовна дисперсія"?
7. Як визначити коефіцієнт кореляції та в чому його сенс?
8. В яких межах змінюється коефіцієнт кореляції?
9. За допомогою якого критерію оцінюється статистична значущість коефіцієнта кореляції?
10. За допомогою якого метода розраховуються коефіцієнти рівняння регресії?

2.2 Перелік завдань на контрольну роботу

2.2.1 Загальні поради по виконанню контрольної роботи

1. За допомогою навчальної та методичної літератури, список якої наведено у попередній частині цих Методичних вказівок, та рекомендацій, які сформульовані у п. 2.1 (дивись вище), необхідно вивчити зміст теоретичної частини кожної з 6-ти тем курсу. Самоперевірка засвоєння знань здійснюється за допомогою "*Запитань для самоперевірки*", які наводяться наприкінці рекомендацій по вивченню кожної теми.
2. Після засвоєння теоретичного матеріалу необхідно виконати контрольну роботу, яка включає завдання по шести темах курсу.
3. Надіслати виконану та оформлену за установленими деканатом заочного факультету вимогами контрольну роботу до університету на перевірку та рецензію до контрольної дати, яка також установлюється деканатом.

У п. 2.2.2 наведені 10 варіантів контрольних завдань по кожній темі. *Студенти виконують варіант згідно з останньою цифрою номеру залікової книжки.*

2.2.2 Перелік завдань контрольної роботи:

По **першій темі програми курсу –** рішення контрольної задачі згідно з номером варіанту. Вихідні дані знаходяться у додатку А.

Завдання 1. *Згрупувати просту статистичну сукупність середньої місячної температури повітря за один місяць (згідно з номером варіанту)* *на ст. Київ за період з 1931 по 2000 рр. Представити отриманий згрупований ряд у табличному та графічному видах.*

У п. 2.1.2 Методичних указівок (див. вище) наводиться приклад рішення типової задачі цієї теми.

По **другій темі програми курсу** – рішення контрольної задачі згідно з номером варіанту.

Завдання 2. *Розрахувати статистичні оцінки параметрів розподілу по отриманій у першому завданні згрупованій сукупності середньої місячної температури повітря на ст. Київ за період з 1931 по 2000 рр. Представити отримані характеристики та оцінки параметрів у підсумковій таблиці. Зробити висновок відносно отриманого емпіричного розподілу.*

У п. 2.1.3 Методичних указівок (див. вище) наводиться приклад рішення типової задачі цієї теми.

По **третій темі програми курсу** – відповідь на контрольні запитання згідно з номером варіанту.

Варіант №0

1. Дати визначення помилки 2-го роду.
2. Що таке сума рангів? За яких умов використовуються непараметричні критерії для перевірки двох рядів на однорідність?

Варіант №1

1. Що називається статистичною гіпотезою?
2. Який сенс рівня значущості?
3. Які види критеріїв вам відомі щодо перевірки статистичної гіпотези про однорідність двох рядів випадкових величин?

Варіант №2

1. Перелічити критичні області, що використовуються при статистичних дослідженнях.
2. Які ряди та члени рядів називаються однорідними?
3. Який критерій використовується для перевірки членів ряду на однорідність?

Варіант №3

1. Дати визначення рівня значущості для правосторонньої критичної області.
2. На якому принципі втілюється перевірка статистичної гіпотези?
3. За яких умов використовуються параметричні критерії для перевірки двох рядів на однорідність?

Варіант №4

1. Дати визначення рівня значущості для лівосторонньої критичної області.
2. Що таке число інверсій?
3. Від яких величин залежить критичне значення критерію Стьюдента для перевірки членів ряду на однорідність?

Варіант №5

1. Дати визначення рівня значущості для двосторонньої критичної області.
2. За яких умов використовуються непараметричні критерії для перевірки двох рядів на однорідність?
3. Яке співвідношення між довірчою ймовірністю та рівнем значущості? Навести приклад.

Варіант №6

1. Дати визначення рівня значущості для двосторонньої симетричної критичної області.
2. Який критерій використовується для перевірки двох рядів на однорідність, якщо вони підпорядковуються нормальному закону?
3. Від яких величин залежить критичне значення критерію Фішера для перевірки статистичної гіпотези про незначущість різниць між оцінками дисперсій?

Варіант №7

1. Що називається статистичною гіпотезою?
2. Які випадкові величини в статистичній сукупності називаються «викидами»?
3. Від яких величин залежить критичне значення критерію Стьюдента для перевірки гіпотези про незначущість різниць між середніми значеннями?

Варіант №8

1. Перелічити критичні області, що використовуються при статистичних дослідженнях.
2. На якому принципі втілюється перевірка статистичної гіпотези?
3. Які види критеріїв вам відомі щодо перевірки статистичної гіпотези про однорідність двох рядів випадкових величин?

Варіант №9

1. Який сенс рівня значущості?
2. Який критерій використовується для перевірки статистичної гіпотези про незначущість різниць оцінок дисперсій, отриманих по двох сукупностях однієї і тієї ж випадкової величини?
3. Яке співвідношення між довірчою ймовірністю та рівнем значущості? Навести приклад.

По **четвертій темі програми курсу** – виконання практичної вправи згідно з номером варіанту.

Завдання 3. *До емпіричного розподілу інтервальних частот підібрати з ймовірністю 95% теоретичний розподіл. Вихідні дані знаходяться у додатку Б.*

У п. 2.1.5 Методичних указівок наводиться приклад рішення типової задачі цієї теми.

По **п'ятій темі програми курсу** – відповідь на контрольні запитання згідно з номером варіанту.

Варіант №0

1. Чим відрізняється точкова оцінка параметра генеральної сукупності від інтервальної?
2. Як побудувати довірчий інтервал для середнього квадратичного відхилу випадкової величини за умови великих (n>50) об’ємів вибірок?

Варіант №1

1. Чим відрізняється точкова оцінка параметра генеральної сукупності від інтервальної?
2. Дати визначення “довірчого інтервалу” для параметра генеральної сукупності.

Варіант №2

1. Чим відрізняється точкова оцінка параметра генеральної сукупності від інтервальної?
2. Які оцінки параметри називають “точковими”? Навести приклади.

Варіант №3

1. Чим відрізняється точкова оцінка параметра генеральної сукупності від інтервальної?
2. Як записати визначення довірчого інтервалу?

Варіант №4

1. Чим відрізняється точкова оцінка параметра генеральної сукупності від інтервальної?
2. Від чого залежать границі довірчого інтервалу?

Варіант №5

1. Чим відрізняється точкова оцінка параметра генеральної сукупності від інтервальної?
2. Що називається “довірчою ймовірністю” та “рівнем значущості”? Навести приклади.

Варіант №6

1. Чим відрізняється точкова оцінка параметра генеральної сукупності від інтервальної?
2. Як побудувати довірчий інтервал для математичного сподівання?

Варіант №7

1. Чим відрізняється точкова оцінка параметра генеральної сукупності від інтервальної?
2. Як побудувати довірчий інтервал для дисперсії випадкової величини за умови малих (n<50) об’ємів вибірок?

Варіант №8

1. Чим відрізняється точкова оцінка параметра генеральної сукупності від інтервальної?
2. Як побудувати довірчий інтервал для дисперсії випадкової величини за умови великих (n>50) об’ємів вибірок?

Варіант №9

1. Чим відрізняється точкова оцінка параметра генеральної сукупності від інтервальної?
2. Як побудувати довірчий інтервал для середнього квадратичного відхилу випадкової величини за умови малих ($n<50$) об'ємів вибірок?

По **шостій темі програми курсу** – відповідь на контрольні запитання згідно з номером варіанту.

Варіант №0

1. Дайте визначення кореляційної залежності між двома випадковими величинами.
2. Який метод використовується при розрахунках коефіцієнтів рівнянь регресії?
3. Який буде зв'язок між двома випадковими величинами за умови $\mathbf{r_{xy} = 0.25}$?

Варіант №1

1. Які види статистичних зв'язків між двома випадковими величинами бувають?
2. Написати рівняння лінійної регресії. Який сенс його коефіцієнтів?
3. У якому випадку лінійний кореляційний зв'язок буде тіснішим, за умови $\mathbf{r_{xy} = -0.85}$ чи $\mathbf{r_{xy} = 0.89}$?

Варіант №2

1. Дайте визначення кореляційної залежності між двома випадковими величинами.
2. Написати рівняння регресії параболічного типу?
3. У якому випадку лінійний кореляційний зв'язок буде тіснішим, за умови $\mathbf{r_{xy}} = -0.92$ чи $\mathbf{r_{xy}} = 0.92$?

Варіант №3

1. В якому випадку кореляційна залежність буде функціональною?
2. Написати рівняння регресії кубічного типу?
3. У якому випадку лінійний кореляційний зв'язок буде тіснішим, за умови $\mathbf{r_{xy} = -0.83}$ чи $\mathbf{r_{xy} = 0.75}$?

Варіант №4

1. Дати визначення кореляційної залежності між двома випадковими величинами.
2. Написати рівняння регресії показникового типу?
3. У якому випадку лінійний кореляційний зв'язок буде тіснішим, за умови $\mathbf{r_{xy} = -0.81}$ чи $\mathbf{r_{xy} = 0.48}$?

Варіант №5

1. Що є умовним математичним сподіванням ?
2. Написати рівняння регресії експоненціального типу?
3. У якому випадку лінійний кореляційний зв'язок буде тіснішим, за умови $\mathbf{r_{xy} = -0.75}$ чи $\mathbf{r_{xy} = 0.65}$?

Варіант №6

1. Що є кількісною характеристикою тісноти та форми кореляційного зв'язку?
2. Що є кількісною мірою лінійного кореляційного зв'язку?
3. У якому випадку лінійний кореляційний зв'язок буде тіснішим, за умови $\mathbf{r_{xy}= -\ 0.95}$ чи $\mathbf{r_{xy} = 0.87}$?

Варіант №7

1. Що є якісною характеристикою тісноти та форми кореляційного зв'язку?
2. Які статистичні оцінки і яких моментів необхідно знати, щоб розрахувати коефіцієнт кореляції?
3. Який буде зв'язок між двома випадковими величинами за умови $\mathbf{r_{xy} = -\ 1.0}$?

Варіант №8

1. Які форми кореляційного зв'язку вам відомі?
2. У яких границях змінюється коефіцієнт кореляції?
3. Який буде зв'язок між двома випадковими величинами за умови $\mathbf{r_{xy} = 1.0}$?

Варіант №9

1. Які види статистичних зв'язків між двома випадковими величинами бувають?
2. Зобразити графік прямого тісного лінійного кореляційного зв'язку?
3. Який буде зв'язок між двома випадковими величинами за умови $\mathbf{r_{xy} = 0}$?

III ОРГАНІЗАЦІЯ КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ ТА ВМІНЬ СТУДЕНТІВ

3.1 Система контролю знань та вмінь студентів

Контроль знань та вмінь студентів, що навчаються за заочною формою, здійснюється за допомогою системи контролюючих заходів. Вони складаються з заходів *поточного* та *підсумкового* контролю. **Поточний контроль** здійснюється на протязі усього навчального року (семестру) та включає заходи контролю самостійної роботи студента під час вивчення навчальної дисципліни поза межами університету та роботи студента на заняттях у період заліково-екзаменаційної сесії.

Підсумковий контроль здійснюється під час заліково-екзаменаційної сесії та має на меті установлення рівня знань та вмінь, які опанував студент після вивчення навчальної дисципліни. Форма підсумкового контролю – залік, екзамен – установлюється навчальним планом дисципліни.

При вивченні дисциплін „Обробка і аналіз інформації" та "Методи обробки та аналізу гідрометеорологічної інформації" використовується ***накопичувальна*** система оцінювання. Її головними рисами є:

1) підсумкова оцінка знань студента складається як арифметична сума оцінки, яку накопив студент, виконуючи заходи поточного контролю, та оцінки, яку отримав студент на підсумковому контролі (залік або іспит);

2) підсумковий контроль здійснюється у формі заліку і для

отримання відмітки „**зараховано**” студент повинен мати накопичену суму балів поточного контролю не менше 38 балів[1] (тобто не менше 60% від максимально можливої суми в 63 бали) та отримати за залікову контрольну роботу не менше 17 балів (тобто не менше 50% від максимально можливої оцінки 33).

3) якщо підсумковий контроль проводиться у формі іспиту, то для отримання відмітки

- „задовільно” - студент повинен мати накопичену суму балів поточного контролю не менше 38 балів (тобто не менше 60% від максимально можливої суми 63) та отримати за екзаменаційну контрольну роботу не менше 17 балів (тобто не менше 50% від максимально можливої оцінки 33 б.);

- „добре” - студент повинен мати накопичену суму балів поточного контролю не менше 44 балів (тобто не менше 70% від максимально можливої суми 63 б.) та отримати за екзаменаційну контрольну роботу не менше 47 балів (тобто не менше 75% від максимально можливої оцінки);

- „відмінно” - студент повинен мати накопичену суму балів поточного контролю не менше 50 балів (тобто не менше 80% від максимально можливої суми 63 б.) та отримати за екзаменаційну контрольну роботу не менше 57 балів (тобто не менше 90% від максимально можливої оцінки 63 б.).

4) у любому випадку, якщо студент має накопичену суму балів поточного контролю менше 38 балів (тобто менше 60% від максимально можливої суми), він не допускається до заходів підсумкового контролю.

3.2 Форми контролю знань та вмінь студентів

3.2.1 *Поточний контроль* здійснюється у формі:

а) Оцінки **самостійної роботи студента** до екзаменаційно-залікової сесії у формі оцінки виконання контрольної роботи. При цьому для оцінки кожного питання/ вправи використовується 4-х бальна шкала

– „***добре***” (3 бала). Критерії оцінки: питання висвітлено повністю, відповідь має чітку логічну структуру та при цьому не є повним повторенням тексту підручника (тобто написана своїми словами)/вправа вирішена правильно. Відповідь оформлена акуратно.

– „***задовільно***” (2 бала). Критерії оцінки: питання висвітлено повністю або майже повністю/хід вирішення вправи вірний, але є помилки технічного характеру. Відповідь оформлена акуратно.

[1] Про суму балів, яку накопичує студент на заходах поточного контролю – дивись п. 3.2.1, а про суму балів, яку може отримати студент на підсумковому контролі – дивись п. 3.2.2.

– „***потребує доопрацювання***” (1 бал). Критерії оцінки: питання висвітлено не повністю та є помилки при виконанні вправи, які привели до хибного результату.

– „***незадовільно***” (0 балів). Критерії оцінки: питання висвітлено невірно; з відповіді видно, що студент не знає змісту теми.

Таким чином, за перше, друге та четверте завдання контрольної роботи студент може отримати максимально по 3 бали, за третє та шосте завдання – по 9 балів, за п’яте завдання – 6 балів. Загальна максимальна оцінка за контрольну роботу складає 33 бали (3+3+9+3+6+9=33).

Контрольна робота зараховується, якщо студент отримав сумарну оцінку не менше 20 балів (тобто не менше 60% від максимальної суми в 33 бали). Студент, який отримав за виконання контрольної роботи сумарну оцінку меншу за 20 балів (тобто - „незадовільно”) не допускається до підсумкового контролю.

б) Оцінки **роботи студента при проведенні занять** по дисципліні під час екзаменаційно-залікової сесії. Загальна максимальна оцінка за цей вид поточного контролю оцінюється у 30 балів. Ця сума складається з:

- оцінки відвідування студентом лекційних занять (максимальна оцінка 5 балів);
- оцінки виконання студентом домашніх завдань (максимальна оцінка 10 балів);
- оцінки знань студента під час усного опитування перед початком лекційних занять (максимальна оцінка 8 балів);
- оцінки знань та вмінь студента при рішенні задач, засвоєнні конкретних методик рішення практичних завдань, його активності під час занять (максимальна оцінка 7 балів).

3.2.2 *Підсумковий контроль* здійснюється у формі письмової залікової (або екзаменаційної) контрольної роботи (див. п. 2 і 3 § 3.1). До підсумкового контролю допускаються студенти, які мають накопичену суму балів поточного контролю не менше 38 балів (тобто не менше 60% від максимально можливої суми в 63 бали).

Максимальна сума балів, яку може отримати студент за цю роботу, становить 30 балів. Кожний білет вміщує шість питань, які покривають усі 6 тем дисциплін та співпадають с питаннями для самоперевірки, що винесені у кінець кожної теми цих Методичних указівок.

Кожне питання оцінюється від „0” до „5” балів, при цьому використовуються такі критерії оцінки:

„**0**” – немає відповіді на питання або дана відповідь не на сформульоване у білеті питання – тобто студент не зрозумів питання;

„**1**” – студент зрозумів питання, намагався відповісти, але невірно;

„**2**” – студент зрозумів питання, намагався на нього відповісти, але знань недостатньо для позитивної оцінки;

„**3**” – відповідь в основному вірна, але неповна або висвітлені основні положення питання з недоліками;

„**4**” – студент показує добрі знання з питання, грамотно будує відповідь, не допускає істотних неточностей або помилок;

„**5**” – студент показав глибокі та повні знання передбаченого програмою матеріалу, грамотно і логічно будує відповідь, записи зроблені акуратно.

Письмова залікова (або екзаменаційна) контрольна робота зараховується, якщо студент отримав сумарну оцінку не менше 15 балів (тобто не менше 50% від максимально можливої оцінки 30).

Якщо студент не набрав на підсумковому контролі необхідних 15 балів або без поважних причин не з’явився на контрольну роботу, то йому деканатом надається можливість (оформлюється направлення на перездачу):

1) ще раз написати контрольну роботу, отримавши інший варіант. У цьому разі студент отримує інтегральну підсумкову оцінку по дисципліні за методикою, що викладена у підпунктах 2 і 3 § 3.1;

2) відповісти на запитання письмової тестової роботи та при позитивному результаті отримати інтегральну підсумкову оцінку по дисципліні на рівні „задовільно” або „зараховано”.

Письмова тестова робота включає 15 тестових запитань з переліку базових знань та вмінь, що були сформульовані у повчаннях до кожної теми розділу (див. підпункти 2.1.2 - 2.1.7). Правильна відповідь на 12 і більше питань свідчить про задовільний стан оволодіння студентом базовою компонентою дисципліни.

Якщо студент не отримав позитивної оцінки другий раз на підсумковому контролі, то він має можливість (за власним бажанням, оформивши його письмово у вигляді заяви на ім’я декана):

1) пройти цей курс повторно та ще раз написати письмову контрольну роботу;

2) отримати позитивну підсумкову оцінку з дисципліни на засіданні комісії, яку призначає декан. При цьому студент усно відповідає на запитання по переліку базових знань та вмінь, що були сформульовані у повчаннях до кожної теми розділу (див. вище). При негативному результаті студент відраховується з університету згідно п. 3.12.2.3 Положення про організацію навчального процесу у вищих навчальних закладах, затвердженого наказом Міністерства освіти України від 02.06.93р. № 161.

3.2.3 Узагальнюючи інформацію, що викладена у підпунктах 2.1.2 - 2.1.7, можна привести ***повний перелік базових знань та вмінь*** з дисциплін

„Обробка і аналіз інформації” та “Методи обробки та аналізу гідрометеорологічної інформації”:

1) <u>Перша тема</u>:
   - поняття про генеральну та вибіркову сукупності;
   - вимоги до вибіркової сукупності ;
   - форми подання статистичних сукупностей (вибірок);
   - графічне зображення згрупованого ряду.

2) <u>Друга тема</u>:
   - визначення та сенс початкового моменту l-того порядку та розрахування оцінок початкових моментів перших 4-х порядків як по простих, так і по згрупованих сукупностях;
   - визначення та сенс центрального моменту l-того порядку та розрахування оцінок центральних моментів 2-го, 3-го та 4-го порядків як по простих, так і по згрупованих сукупностях;
   - визначення та сенс основного моменту l-того порядку та розрахування оцінок основних моментів 3-го та 4-го порядків;
   - визначення незсуненої, ефективної та умотивованої оцінки дисперсії випадкової величини та розрахування її як по простих, так і по згрупованих сукупностях;
   - визначення та сенс коефіцієнта ексцесу;
   - визначення та сенс модального значення випадкової величини;
   - визначення та сенс медіани випадкової величини;
   - визначення та сенс коефіцієнта асиметрії (міри скосу кривої розподілу) й види кривих за умови різних значень цього коефіцієнта.

3) <u>Третя тема</u>:
   - визначення та принципи перевірки статистичних гіпотез;
   - принципи будування критичної області та види критичних областей, що використовуються при перевірках статистичних гіпотез;
   - розуміння принципів та знання теорем, які використовуються при побудові фактичних критеріїв при перевірках статистичних гіпотез на однорідність;
   - оскільки однією з вимог, яким повинна відповідати статистична сукупність, є вимога однорідності її членів, необхідно вміти застосовувати цей метод до екстремальних значень вибірок;
   - методи перевірки на однорідність двох (і більше) рядів з застосуванням як параметричних, так і непараметричних критеріїв.

4) <u>Четверта тема</u>:
   - поняття про закон розподілу;
   - властивості функції розподілу і щільності ймовірності;
   - алгоритм дослідження закону розподілу випадкової величини;

- нормальний розподіл випадкової величини та його властивості;
- послідовність розрахування теоретичних частот у випадку нормального розподілу;
- вміти перевіряти статистичну гіпотезу H_0 про відповідність емпіричного розподілу будь-якому теоретичному.

5) П’ята тема:
   - визначення довірчого інтервалу;
   - побудова довірчого інтервалу для математичного сподівання;
   - інтервальне оцінювання дисперсії випадкової величини;
   - довірчий інтервал для середнього квадратичного відхилу.

6) Шоста тема:
   - визначення “функціональної”, “стохастичної” та “кореляційної” залежності між випадковими величинами;
   - визначення тісноти та форми кореляційного зв’язку;
   - формування та перевірка гіпотези про статистичну значущість коефіцієнта кореляції;
   - побудова лінійного рівняння регресії та перевірка гіпотези про статистичну значущість його коефіцієнтів.

Додаток А

Середня місячна температура повітря на ст. Київ, °C

Рік	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
	Місяць									
	I	*II*	*III*	*IV*	*V*	*VI*	*VII*	*VIII*	*IX*	*X*
1931	*-7,0*	*-9,9*	*-2,8*	*4,4*	*16,9*	*17,9*	*21,6*	*18,1*	*12,2*	*6,8*
1932	*-2,5*	*-10,3*	*-4,8*	*6,7*	*16,5*	*17,7*	*20,9*	*18,9*	*16,7*	*9,7*
1933	*-9,2*	*-5,2*	*-1,2*	*3,7*	*12,9*	*14,8*	*19,4*	*16,6*	*12,6*	*8,4*
1934	*-6,4*	*-3,3*	*3,4*	*10,7*	*16,6*	*17,5*	*19,1*	*19,2*	*15,9*	*9,9*
1935	*-9,9*	*-3,5*	*-1,1*	*7,8*	*12,5*	*19,2*	*16,9*	*18,4*	*14,4*	*12,4*
1936	*0,4*	*-5,4*	*2,9*	*7,5*	*16,4*	*19,0*	*25,5*	*18,2*	*12,4*	*4,9*
1937	*-9,1*	*-4,3*	*2,1*	*7,9*	*17,4*	*19,5*	*19,8*	*19,2*	*17,8*	*7,5*
1938	*-6,0*	*-3,4*	*3,4*	*6,8*	*14,0*	*18,6*	*22,6*	*21,9*	*15,9*	*10,2*
1939	*-2,8*	*-1,0*	*-0,5*	*9,1*	*15,2*	*19,5*	*21,5*	*22,0*	*14,5*	*5,0*
1940	*-11,2*	*-9,5*	*-3,5*	*5,6*	*14,3*	*19,0*	*19,5*	*18,2*	*13,8*	*5,1*
1941	*-9,9*	*-3,3*	*-1,6*	*7,3*	*11,4*	*16,0*	*20,4*	*18,4*	*13,8*	*7,6*
1942	*-15,0*	*-8,9*	*-6,9*	*4,3*	*13,2*	*15,3*	*19,0*	*20,0*	*15,9*	*8,2*
1943	*-9,6*	*-3,3*	*0,7*	*9,6*	*12,6*	*17,9*	*17,9*	*20,2*	*13,8*	*7,6*
1944	*-2,1*	*-2,1*	*0,3*	*5,1*	*13,5*	*17,5*	*19,9*	*19,3*	*15,8*	*9,3*
1945	*-7,7*	*-6,1*	*-0,4*	*6,9*	*12,8*	*17,1*	*19,2*	*19,1*	*14,3*	*6,6*
1946	*-5,5*	*-3,9*	*0,2*	*9,6*	*16,5*	*21,2*	*20,5*	*22,8*	*15,3*	*3,2*
1947	*-9,7*	*-8,2*	*0,3*	*9,3*	*15,3*	*19,9*	*21,5*	*17,8*	*14,9*	*4,2*
1948	*-1,2*	*-5,4*	*-1,0*	*10,2*	*16,7*	*19,9*	*18,5*	*19,6*	*13,8*	*8,3*
1949	*-1,8*	*-2,9*	*-0,3*	*7,5*	*17,5*	*16,5*	*19,1*	*18,2*	*14,8*	*7,0*
1950	*-12,4*	*-1,2*	*1,1*	*12,9*	*15,8*	*17,5*	*18,9*	*17,2*	*14,6*	*6,5*
1951	*-5,1*	*-6,6*	*0,7*	*10,7*	*13,9*	*19,3*	*20,4*	*20,6*	*15,3*	*4,6*
1952	*-1,6*	*-3,1*	*-6,4*	*9,3*	*12,7*	*17,4*	*19,5*	*20,8*	*14,5*	*8,1*
1953	*-4,7*	*-7,4*	*0,5*	*7,9*	*13,7*	*20,9*	*22,1*	*19,2*	*13,6*	*7,9*
1954	*-12,5*	*-13,0*	*0,9*	*5,3*	*15,4*	*21,8*	*20,3*	*20,4*	*16,0*	*7,9*
1955	*-3,6*	*-3,1*	*-0,8*	*5,0*	*13,4*	*16,9*	*21,0*	*19,8*	*16,6*	*9,9*
1956	*-4,3*	*-13,1*	*-2,8*	*7,0*	*13,4*	*20,9*	*18,2*	*18,1*	*12,2*	*8,0*
1957	*-4,1*	*0,6*	*-0,3*	*9,3*	*14,6*	*18,9*	*20,3*	*19,1*	*13,7*	*8,0*
1958	*-3,8*	*-1,0*	*-0,6*	*5,8*	*17,6*	*16,7*	*19,8*	*18,3*	*12,2*	*8,1*
1959	*-2,1*	*-2,6*	*1,8*	*8,0*	*13,3*	*19,0*	*23,4*	*19,7*	*10,9*	*5,5*
1960	*-4,8*	*-5,0*	*-2,2*	*7,4*	*14,4*	*19,3*	*21,3*	*17,9*	*12,0*	*9,3*
1961	*-4,6*	*-1,3*	*3,5*	*9,7*	*13,2*	*20,2*	*20,4*	*18,4*	*13,7*	*8,2*
1962	*-1,3*	*-3,8*	*-1,5*	*10,4*	*14,6*	*16,7*	*17,4*	*18,7*	*13,4*	*8,8*
1963	*-13,9*	*-5,6*	*-3,8*	*6,5*	*18,2*	*17,3*	*21,6*	*20,9*	*16,7*	*8,8*
1964	*-6,6*	*-7,4*	*-4,1*	*8,5*	*13,0*	*22,2*	*20,2*	*16,4*	*14,3*	*9,2*
1965	*-4,9*	*-7,2*	*-0,1*	*5,3*	*12,7*	*17,5*	*18,6*	*17,1*	*14,8*	*6,5*

Продовження додатку А

Рік	Варіант									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
	Місяць									
	I	*II*	*III*	*IV*	*V*	*VI*	*VII*	*VIII*	*IX*	*X*
1966	*-3,9*	*-1,8*	*3,3*	*11,5*	*16,4*	*16,9*	*20,7*	*19,5*	*12,7*	*11,5*
1967	*-9,8*	*-6,3*	*1,6*	*9,6*	*17,5*	*18,2*	*20,4*	*18,5*	*15,6*	*11,2*
1968	*-9,0*	*-4,4*	*1,0*	*10,4*	*15,1*	*20,1*	*18,0*	*19,4*	*14,1*	*7,0*
1969	*-9,8*	*-7,0*	*-3,5*	*7,4*	*14,8*	*17,3*	*18,8*	*18,1*	*13,2*	*7,5*
1970	*-5,5*	*-4,9*	*0,5*	*9,4*	*15,0*	*17,2*	*20,8*	*17,7*	*13,4*	*6,4*
1971	*-3,0*	*-3,6*	*-1,7*	*7,4*	*16,1*	*18,1*	*18,4*	*19,1*	*12,1*	*7,2*
1972	*-10,9*	*-4,4*	*1,5*	*10,9*	*16,0*	*19,7*	*22,0*	*20,8*	*13,4*	*6,8*
1973	*-6,9*	*-0,2*	*1,6*	*10,6*	*14,4*	*17,9*	*20,1*	*18,5*	*12,1*	*7,3*
1974	*-5,7*	*-0,1*	*2,7*	*6,9*	*12,6*	*17,0*	*17,9*	*18,7*	*15,6*	*9,6*
1975	*0,4*	*-2,0*	*3,7*	*11,2*	*19,0*	*20,7*	*20,3*	*19,5*	*16,9*	*7,6*
1976	*-5,8*	*-8,7*	*0,0*	*10,2*	*12,6*	*16,2*	*18,1*	*16,5*	*13,3*	*4,2*
1977	*-6,4*	*-1,0*	*2,8*	*8,3*	*15,2*	*17,2*	*19,0*	*16,9*	*11,7*	*7,7*
1978	*-5,8*	*-5,2*	*2,3*	*8,7*	*12,6*	*16,6*	*17,1*	*18,0*	*11,9*	*8,1*
1979	*-5,4*	*-6,3*	*2,2*	*6,5*	*17,6*	*21,5*	*16,9*	*19,1*	*14,9*	*5,9*
1980	*-7,2*	*-4,4*	*-3,6*	*7,0*	*11,3*	*17,1*	*18,8*	*17,3*	*13,7*	*8,8*
1981	**-5,5**	*-2,2*	*2,0*	*5,4*	*16,1*	*21,1*	*20,8*	*18,3*	*14,2*	*9,6*
1982	*-3,1*	*-4,9*	*2,0*	*7,0*	*15,1*	*16,9*	*18,5*	*19,3*	*15,7*	*8,7*
1983	*-0,5*	*-2,6*	*3,2*	*10,9*	*17,9*	*18,2*	*19,2*	*18,9*	*16,2*	*8,3*
1984	*-2,4*	*-5,9*	*0,4*	*9,8*	*16,7*	*15,7*	*17,6*	*18,7*	*15,4*	*10,1*
1985	*-9,5*	*-12,5*	*-3,3*	*9,4*	*17,0*	*16,7*	*17,9*	*20,7*	*12,5*	*8,1*
1986	*-2,7*	*-9,2*	*0,2*	*10,7*	*16,7*	*19,3*	*19,0*	*19,9*	*12,5*	*7,3*
1987	*-13,7*	*-3,9*	*-5,7*	*5,0*	*14,2*	*18,2*	*20,3*	*16,4*	*13,3*	*6,8*
1988	*-4,8*	*-3,4*	*1,3*	*8,1*	*15,2*	*18,3*	*21,7*	*18,5*	*14,1*	*7,2*
1989	*0,5*	*2,5*	*5,2*	*10,1*	*15,2*	*19,4*	**19,5**	*19,6*	*14,5*	*9,1*
1990	*-0,1*	*2,7*	*6,9*	*9,4*	*14,6*	*16,9*	*18,4*	*18,5*	*12,0*	*8,6*
1991	*-1,6*	*-5,8*	*0,5*	*7,4*	*12,8*	*18,5*	*21,2*	*18,9*	*14,8*	*8,8*
1992	*-1,8*	*-1,7*	*3,7*	*7,0*	*13,6*	*18,7*	*20,7*	*22,9*	*13,5*	*6,4*
1993	*-1,2*	*-2,4*	*0,9*	*8,0*	*16,5*	*16,7*	*17,9*	*17,5*	*11,5*	*7,8*
1994	*0,1*	*-5,8*	*1,4*	*10,9*	*13,1*	*16,3*	*21,1*	*19,1*	*17,8*	*8,0*
1995	*-3,9*	*2,2*	*3,5*	*8,8*	*14,0*	*20,1*	*20,5*	*19,8*	*13,6*	*9,6*
1996	*-9,8*	*-7,1*	*-3,0*	*9,2*	*18,6*	*18,8*	*19,3*	*19,1*	*11,2*	*8,6*
1997	*-5,7*	*-1,1*	*2,1*	*6,1*	*16,1*	*18,3*	*19,4*	*19,2*	*11,8*	*6,2*
1998	*-1,0*	*0,4*	*1,3*	*10,3*	*15,2*	*19,8*	*19,5*	*18,3*	*14,2*	*7,7*
1999	*-2,2*	*-1,5*	*3,2*	*11,7*	*12,8*	*22,6*	*22,7*	*19,3*	*15,8*	*8,2*
2000	*-4,1*	*0,0*	*1,7*	*12,7*	*15,4*	*17,9*	*19,1*	*20,5*	*12,3*	*9,5*

Додаток Б

Варіанти вихідних даних до практичної задачі другої теми

Варіант 0

№	Градація	m_i
1	9,0 ... 11,0	1
2	11,0...13,0	4
3	13,0...15,0	3
4	15,0...17,0	8
5	17,0...19,0	13
6	19,0...21,0	10
7	21,0...23,0	5
8	23,0...25,0	4
9	25,0...27,0	2

Варіант 1

№	Градація	m_i
1	3,1...5,1	1
2	5,1...7,1	4
3	7,1...9,1	8
4	9,1...11,1	16
5	11,1...13,1	14
6	13,1...15,1	11
7	15,1...17,1	5
8	17,1...19,1	0
9	19,1...21,1	1

Варіант 2

№	Градація	m_i
1	13,1...15,1	1
2	15,1...17,1	1
3	17,1...19,1	3
4	19,1...21,1	10
5	21,1...23,1	18
6	23,1...25,1	12
7	25,1...27,1	8
8	27,1...29,1	3
9	29,1...31,1	2

Варіант 3

№	Градація	m_i
1	4,0 ... 6,0	3
2	6,0...8,0	8
3	8,0...10,0	10
4	10,0...12,0	9
5	12,0...14,0	17
6	14,0...16,0	13
7	16,0...18,0	11
8	18,0...20,0	3
9	20,0...22,0	1

Варіант 4

№	Градація	m_i
1	18,0...19,5	1
2	19,5...21,0	3
3	21,0...22,5	12
4	22,5...24,0	15
5	24,0...25,5	15
6	25,5...27,0	14
7	27,0...28,5	9
8	28,5...30,0	4
9	30,0...31,5	2

Варіант 5

№	Градація	m_i
1	22,7...23,3	2
2	23,3...23,9	0
3	23,9...24,5	6
4	24,5...25,1	11
5	25,1...25,7	18
6	25,7...26,3	13
7	26,3...26,9	7
8	26,9...27,5	2
9	27,5...28,1	1

Варіант 6

№	Градація	m_i
1	23,5...24,0	1
2	24,0...24,5	3
3	24,5...25,0	7
4	25,0...25,5	11
5	25,5...26,0	18
6	26,0...26,5	17
7	26,5...27,0	10
8	27,0...27,5	8
9	27,5...28,0	3
10	28,0...28,5	2

Варіант 7

№	Градація	m_i
1	3,0...4,5	4
2	4,5...6,0	2
3	6,0...7,5	7
4	7,5...9,0	16
5	9,0...10,5	20
6	10,5...12,0	18
7	12,0...13,5	11
8	13,5...15,0	8
9	15,0...16,5	3
10	16,5...18,0	1

Варіанти 8; 9

№	Градація	m_i
1	12,5...14,0	1
2	14,0...15,5	0
3	15,5...17,0	3
4	17,0...18,5	7
5	18,5...20,0	10
6	20,0...21,5	17
7	21,5...23,0	12
8	23,0...24,5	6
9	24,5...26,0	3
10	26,0...27,5	1

Додаток В

Значення функції $f(t)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}$

t	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
0,0	0,3989	0,3989	0,3989	0,3988	0,3986	0,3984	0,3982	0,3980	0,3977	0,3973
0,1	3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3836	3825
0,3	3814	3802	3700	3778	3765	3752	3739	3725	3712	3697
0,4	3683	3668	3653	3637	3621	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	3521	3503	3485	3467	3448	3429	3410	3391	3372	3352
0,6	3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	2897	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	1942	1919	1895	1872	1849	1826	1804	1781	1758	1736
1,3	1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315

Продовження додатку В

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1,5	0,1295	0,1276	0,1257	0,1238	0,1219	0,1200	0,1182	0,1163	0,1145	0,1127
1,6	1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0940	0925	0909	0893	0878	0863	0848	0833	0818	0804
1,8	0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0694	0681	0669
1,9	0656	0644	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0440	0431	0422	0413	0404	0396	0387	0379	0371	0363
2,2	0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0297	0290
2,3	0283	0277	0270	0264	0258	0252	0246	0241	0235	0229
2,4	0224	0219	0213	0203	0203	0198	0194	0189	0184	0180
2,5	0175	0171	0167	0163	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0060	0058	0056	0055	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0044	0043	0042	0040	0039	0038	0037	0036	0035	0034

Додаток Д

Значення інтегралу ймовірності $\Phi(t) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$
0,00	0,00000	0,30	0,23582	0,60	0,45149	0,90	0,63188
01	00798	31	24344	61	45814	91	63718
02	01596	32	25103	62	46474	92	64243
03	02393	33	25860	63	47131	93	64763
04	03191	34	26614	64	47783	94	65278
0,05	0,03988	0,35	0,27366	0,65	0,48431	0,95	0,65789
06	04784	36	28115	66	49075	96	66294
07	05581	37	28862	67	49714	97	66795
08	06376	38	29605	68	50350	98	67291
09	07171	39	30346	69	50981	99	67783
0,10	0,07966	0,40	0,31084	0,70	0,51607	1,00	0,68269
11	08759	41	31819	71	52230	01	68750
12	09552	42	32552	72	52848	02	69227
13	10348	43	33280	73	53461	03	69699
14	11134	44	34006	74	54070	04	70166
15	11924	45	34729	75	54675	1,05	70628
16	12712	46	35448	76	55275	06	71086
17	13499	47	36164	77	55870	07	71538
18	14285	48	36877	78	56461	08	71986
19	15069	49	37587	79	57047	09	72429
0,20	0,15852	0,50	0,38292	0,80	0,57629	1,10	0,72867
21	16633	51	38995	81	58206	11	73300
22	17413	52	39694	82	58778	12	73729
23	18191	53	40389	83	59346	13	74152
24	18967	54	41080	84	59909	14	74571
25	19741	55	41768	85	60468	15	74986
26	20514	56	42452	86	61021	16	75395
27	21284	57	43132	87	61570	17	75800
28	22052	58	43809	88	62114	18	76200
29	22818	59	44481	89	62653	19	76595

Продовження додатку Д

t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$
1,20	0,76986	1,55	0,87886	1,90	0,94257	2,25	0,97555
21	77372	56	88124	91	94387	26	97618
22	77754	57	88358	92	94514	27	97679
23	78130	58	88589	93	94639	28	97739
24	78502	59	88817	94	94762	29	97798
25	78870	1,60	0,89040	95	94882	2,30	0,97855
26	79233	61	89260	96	95000	31	97911
27	79592	62	89477	97	95116	32	97966
28	79945	63	89690	98	95230	33	98019
29	80295	64	89899	99	95341	34	98072
1,30	0,80640	65	90106	2,00	0,95450	35	98123
31	80980	66	90309	01	95557	36	98172
32	81316	67	90508	02	95662	37	98221
33	81648	68	90704	03	95764	38	98269
34	81975	69	90897	04	95865	39	98315
35	82298	1,70	0,91087	05	95964	2,40	0,98360
36	82617	71	91273	06	96060	41	98405
37	82931	72	91457	07	96155	42	98448
38	83241	73	91637	08	96247	43	98490
39	83547	74	91814	09	96338	44	98531
1,40	0,83849	75	91988	2,10	0,96427	45	98571
41	84146	76	92159	11	96514	46	98611
42	84439	77	92327	12	96599	47	98649
43	84728	78	92492	13	96683	48	98686
44	85013	79	92655	14	96765	49	98723
45	85294	1,80	0,92814	15	96844	2,50	0,98758
46	85571	81	92970	16	96923	51	98793
47	85844	82	93124	17	96999	52	98826
48	86113	83	93275	18	97074	53	98859
49	86378	84	93423	19	97148	54	98891
1,50	0,86639	1,85	0,93569	2,20	0,97219	2,55	0,98923
51	86696	86	93711	21	97289	56	98953
52	87149	87	93852	22	97358	57	98983
53	87398	88	93989	23	97425	58	99012
54	87644	89	94124	24	97491	59	99040

Продовження додатку Д

t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$	t	$\Phi(t)$
2,60	0,99068	2,95	0,99682	3,30	0,99903	3,65	0,99974
61	99095	96	99692	31	99907	66	99975
62	99121	97	99702	32	99910	67	99976
63	99146	98	99712	33	99913	68	99977
64	99171	99	99721	34	99916	69	99978
65	99195	3,00	0,99730	35	99919	3,70	0,99978
66	99219	01	99739	36	99922	71	99979
67	0,99241	02	99747	37	99925	72	99980
68	99263	03	99755	38	99928	73	99981
69	99285	04	99763	39	99930	74	99982
2,70	0,99307	05	99771	3,40	0,99933	75	99982
71	99327	06	99779	41	99935	76	99983
72	99347	07	99786	42	99937	77	99984
73	99367	08	99793	43	99940	78	99984
74	99386	09	99800	44	99942	79	99985
75	99404	3,10	0,99806	45	99944	3,80	0,99986
76	99422	11	99813	46	99946	81	99986
77	99439	12	99819	47	99948	82	99987
78	99456	13	99825	48	99950	83	99987
79	99473	14	99831	49	99952	84	99988
2,80	0,99489	15	99837	3,50	99953	85	99988
81	99505	16	99842	51	99955	86	99989
82	99520	17	99848	52	99957	87	99989
83	99535	18	99853	53	99958	88	99990
84	99549	19	99858	54	99960	89	99990
85	99563	3,20	0,99863	55	99961	3,90	0,99990
86	99576	21	99867	56	99963	91	99991
87	99590	22	99872	57	99964	92	99991
88	99602	23	99876	58	99966	93	99992
89	99615	24	99880	59	99967	94	99992
2,90	0,99627	25	99855	3,60	0,99968	95	99992
91	99639	26	99889	61	99969	96	99992
92	99650	27	99892	62	99971	97	99993
93	99661	28	99896	63	99972	98	99993
94	99672	29	99900	64	99973	99	99993

Додаток Ж

Значення $\chi^2(\alpha, \nu)$ для різних чисел ступенів волі та рівня значущості

α / ν	0,20	0,10	0,05	0,025	0,010	0,005	0,001
1	1,64	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88	10,8
2	3,22	4,61	5,99	7,38	9,21	10,6	13,8
3	4,64	6,25	7,81	9,35	11,3	12,8	16,3
4	5,99	7,78	9,49	11,1	13,3	14,9	18,5
5	7,29	9,24	11,1	12,8	15,1	16,7	20,5
6	8,56	10,6	12,6	14,4	16,8	18,5	22,5
7	9,80	12,0	14,1	16,0	18,5	20,3	24,3
8	11,0	13,4	15,5	17,5	20,1	22,0	26,1
9	12,2	14,7	16,9	19,0	21,7	23,6	27,9
10	13,4	16,0	18,3	20,5	23,2	25,2	29,6
11	14,6	17,3	19,7	21,9	24,7	26,8	31,3
12	15,8	18,5	21,0	23,3	26,2	28,3	32,9
13	17,0	19,8	22,4	24,7	27,7	29,8	34,5
14	18,2	21,1	23,7	26,1	29,1	31,3	36,1
15	19,3	22,3	25,0	27,6	30,9	32,8	37,7
16	20,5	23,5	26,3	28,8	32,0	34,3	39,3
17	21,6	24,8	27,6	30,2	33,4	35,7	40,8
18	22,8	26,0	28,9	31,5	34,8	37,2	42,3
19	23,9	27,0	30,1	32,9	36,2	38,6	43,8
20	25,0	28,4	31,4	34,2	37,6	40,0	45,3
21	26,9	29,6	32,7	35,5	38,9	41,4	46,8
22	27,3	30,8	33,9	36,0	40,3	42,8	48,3
23	28,4	32,0	35,2	38,1	41,6	44,2	49,7
24	29,6	33,0	36,4	39,4	43,0	45,6	51,2
25	30,7	34,4	37,7	40,6	44,3	46,9	52,6
26	31,8	35,6	38,9	41,0	45,6	48,3	54,1
27	32,9	36,7	40,1	43,2	47,0	49,6	55,5
28	34,0	37,9	41,3	44,5	48,3	51,0	56,9
29	35,1	39,1	42,6	45,7	49,6	52,3	58,3
30	36,3	40,3	43,8	47,0	50,9	53,7	59,7
35	41,8	46,1	49,8	53,2	57,3	60,3	66,6
40	47,3	51,8	55,8	59,3	63,7	66,8	73,4
45	52,7	57,5	61,7	65,4	70,0	73,2	80,1

Методичні вказівки для самостійної роботи студентів заочної форми навчання. Дисципліни “Обробка і аналіз інформації”, “Методи обробки та аналізу гідрометеорологічної інформації”. Спеціальності “*Метеорологія*”, *“Гідрологія”, “Агрометеорологія”, “Екологія та охорона навколишнього середовища”*. Напрям підготовки „*Гідрометеорологія”*, *“Екологія”*

***Укладачі*:** к.г.н., доц. Гончарова Людмила Дмитрівна
к.г.н., доц. Врублевська Олександра Олександрівна

Підп. до друку Формат Папір офісний

Умовн. друк. арк. Тираж Зам. №

Надруковано з готових оригінал-макетів

Одеський державний екологічний університет
65016, м. Одеса, вул. Львівська, 15