УДК 551.468.6

В.Я. Илюшин, *к.г.н.*
Одесский государственный экологический университет

МНОГООБРАЗИЕ ФОРМ ЗАКОНА СОХРАНЕНИЯ МАССЫ РЕЧНОЙ СТРУИ, ВЫТЕКАЮЩЕЙ НА ВЗМОРЬЕ

В результате анализа уравнения сохранения массы речной струи, вытекающей на взморье, получены различные двухмерные его аппроксимации в характеристиках изменяющейся ширины этой струи. Эти уравнения обладают новизной, поэтому требуют внимательного и многостороннего анализа других исследователей, имеющих интерес в области динамики взаимодействия речных и морских вод на взморье.
Ключевые слова: *закон сохранения массы, анализ, речная струя, двухмерные уравнения.*

Введение. При выходе речной струи на взморье, наряду с сохранением основного направления движения происходит ее растекание, боковое расширение и увеличение толщи распресненного слоя. Это растекание определяется гидромеханическими особенностями среды, морфометрией взморья, физическими свойствами струи и окружающей ее морской водной массы [1-12].

В одних условиях речная струя имеет форму плоско-параллельного движения. В других – радиального растекания, иногда веерообразного. Наблюдается также погружение струи в толщу вод взморья.

При не нарушенной сплошности речной струи, убыль или увеличение ее массы при движении на взморье, происходит за счет вовлечения морской воды или интенсивного испарения с ее поверхности. Обмен массой может осуществляться также с водами в донных отложениях или в береговых грунтах. Этот обмен всегда происходит на ее границах: боковых поверхностях или поверхности ограничивающей ее снизу (с донными отложениями, в случае отмелого взморья, или морской водой – в условиях приглубого взморья), а также на открытой водной поверхности. Границы речной струи в естественных условиях, как правило, подвижные. Поэтому исходное уравнение сохранения массы можно записать в следующем виде

$$\int_W \left[\frac{\partial \rho}{\partial z} + \nabla(\rho \vec{V}) \right] dW = 0\,, \qquad (1)$$

где $\rho = f(x,y,z,t)$ - мгновенная плотность произвольной единицы массы в момент t; $V = f(x,y,z,t)$ - мгновенная скорость; W – объем речной струи, ограниченный замкнутой поверхностью. Уравнение (1) справедливо при любом W и сохранении сплошности рассматриваемой массы в нем. Во всех точках этой массы имеет место стандартное уравнение неразрывности [8]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla\left(\rho \vec{V}\right) = 0\,. \qquad (2)$$

Уравнение (2) входит в систему фундаментальных уравнений гидромеханики.

Возможность решения трехмерного уравнения (2) с комплексом реальных краевых условий – задача чрезвычайная, в связи с чем исследователи используют одно - или двухмерное его приближение. Именно эти приближения, не точно записанные, порождают искажения основных представлений о процессах переноса массы речных вод на взморье в эстуарии или лимане. Это подметил в 1958 г. Д. Притчард [1]. Однако положение до сих пор, все-таки не улучшилось. Показанная Д. Притчардом правильная двухмерная аппроксимация уравнения (2) ограничивается условием не протекания границ и условием однородности усредненного по времени поля скоростей и турбулентного обмена по ограничиваемому направлению.

Цель исследования. Целью данной статьи является рассмотрение алгоритма аппроксимации закона сохранения массы, а задачей получение различных точных форм двухмерной аппроксимации закона сохранения массы в более простых характеристиках речной струи, вытекающей на обширное отмелое или приглубое взморье.

Результаты исследований. Традиционно при рассмотрении турбулентных процессов мгновенные значения скорости (V) и плотности (ρ) можно аппроксимировать суммой усредненных по времени величин ($\overline{V}, \overline{\rho}$) и их пульсаций [8].

$$\begin{aligned} \rho &= \overline{\rho} + \rho'; \\ V &= \overline{V} + V', \end{aligned} \tag{3}$$

стандартно вводя понятие коэффициента диффузии ($k_{\rho i}, i = x, y, z$)

$$\overline{\rho' V'_x} = -\kappa_{\rho x} \frac{\partial \overline{\rho}}{\partial x}; \quad \overline{\rho' V'_y} = -\kappa_{\rho y} \frac{\partial \overline{\rho}}{\partial y}; \quad \overline{\rho' V'_z} = -\kappa_{\rho z} \frac{\partial \overline{\rho}}{\partial z} \tag{4}$$

будем иметь

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(\overline{\rho}\overline{V}_x - \kappa_{\rho x} \frac{\partial \overline{\rho}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\overline{\rho}\overline{V}_y - \kappa_{\rho y} \frac{\partial \overline{\rho}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\overline{\rho}\overline{V}_z - \kappa_{\rho z} \frac{\partial \overline{\rho}}{\partial z} \right) = 0. \tag{5}$$

Систему координат возьмем такой: продольная координатная ось X располагается на низшей отметке дна рассматриваемой области, а ее положительное направление совпадает с общим направлением течения речной струи; ось Z направлена снизу вверх; Y – находится в плоскости поперечного сечения. Ширина струи $B = f(x, z, t)$ изменяется произвольно от $y = -\frac{B}{2}$ до $y = +\frac{B}{2}$, ее наибольшая величина – поверху.

Интегрирование уравнения сохранения массы (5) в горизонтально-поперечном направлении от $y = -\frac{B}{2}$ до $y = +\frac{B}{2}$, по правилу Лейбница при подвижных боковых границах и с использованием теоремы о среднем значении, приводит к результату

$$\begin{aligned} &\rho \frac{\partial B}{\partial t} + \rho V_x \frac{\partial B}{\partial x} + \rho V_z \frac{\partial B}{\partial z} = -B \frac{\partial \overline{\rho}^y}{\partial t} - \overline{\rho}^y \frac{\partial B}{\partial t} - \\ &- \overline{B}^x \frac{\partial}{\partial x}\left(\overline{\rho V_x}^y \right) - \overline{B}^z \frac{\partial}{\partial z}\left(\overline{\rho V_z}^y \right) + \underline{\left(\frac{1}{2} \rho \frac{\partial B}{\partial t} \right)_{+\frac{B}{2}} + \left(\frac{1}{2} \rho \frac{\partial B}{\partial t} \right)_{-\frac{B}{2}}} - \\ &- \overline{\overline{\rho V_x}}^{xy} \cdot \frac{\partial B}{\partial x} + \underline{\left(\frac{1}{2} \rho V_x \frac{\partial B}{\partial x} \right)_{+\frac{B}{2}} + \left(\frac{1}{2} \rho V_x \frac{\partial B}{\partial x} \right)_{-\frac{B}{2}}} + \overline{B}^x \frac{\partial}{\partial x} \overline{\left(\kappa_{\rho x} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right)}^y + \\ &+ \overline{\overline{\left(\kappa_{\rho x} \frac{\partial \rho}{\partial x} \right)}}^{xy} \cdot \frac{\partial B}{\partial x} - \underline{\left(\frac{1}{2} \kappa_{\rho x} \frac{\partial \rho}{\partial x} \cdot \frac{\partial B}{\partial x} \right)_{+\frac{B}{2}} - \left(\frac{1}{2} \kappa_{\rho x} \frac{\partial \rho}{\partial x} \cdot \frac{\partial B}{\partial x} \right)_{-\frac{B}{2}}} + \end{aligned}$$

$$+\underline{\left(\kappa_{\rho y}\frac{\partial\rho}{\partial y}\right)_{+\frac{B}{2}}-\left(\kappa_{\rho y}\frac{\partial\rho}{\partial y}\right)_{-\frac{B}{2}}}-\overline{\overline{\rho V_z}}^{xy}\cdot\frac{\partial B}{\partial z}+ \tag{6}$$

$$+\underline{\left(\frac{1}{2}\rho V_z\frac{\partial B}{\partial z}\right)_{+\frac{B}{2}}+\left(\frac{1}{2}\rho V_z\frac{\partial B}{\partial z}\right)_{-\frac{B}{2}}}+\overline{B}^z\frac{\partial}{\partial z}\overline{\left(\kappa_{\rho z}\frac{\partial\rho}{\partial z}\right)}^y+$$

$$+\overline{\overline{\left(\kappa_{\rho z}\frac{\partial\rho}{\partial z}\right)}}^{xy}\cdot\frac{\partial B}{\partial z}-\underline{\left(\frac{1}{2}\kappa_{\rho z}\frac{\partial\rho}{\partial z}\cdot\frac{\partial B}{\partial z}\right)_{+\frac{B}{2}}-\left(\frac{1}{2}\kappa_{\rho z}\frac{\partial\rho}{\partial z}\cdot\frac{\partial B}{\partial z}\right)_{-\frac{B}{2}}}.$$

В уравнении (6) все знаки усреднения по времени опущены, - все его члены записаны в усредненном во времени смысле. Усреднение в горизонтально-поперечном направлении показано чертой сверху и соответствующим индексом. Двойной чертой сверху с индексом обозначены также сомножители членов уравнения, имеющих смысл фиксированных по направлению величин, по известному правилу

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[B\left(\overline{\rho V_x}^y\right)\right]=\overline{B}^x\frac{\partial}{\partial x}\left(\overline{\rho V_x}^y\right)+\overline{\overline{\rho V_x}}^{xy}\cdot\frac{\partial B}{\partial x}. \tag{7}$$

Уравнение (6) справедливо в любой момент времени во всех точках пространства произвольно фиксированного объема, образованного перемещением в направлении оси y от левой границы струи $y=-\frac{B}{2}$ до правой $y=+\frac{B}{2}$ единичной площадки, и обладающего сплошностью речной массы.

Обычно, следуя эвристическим соображениям приведения уравнения к более простому виду, пренебрегают высшими степенями производных и их произведениями, что не всегда обосновано. В зависимости от пространственно-временного положения рассматриваемой точки численные значения производных отдельных характеристик могут изменяться в широких пределах – от нулевых значений до бесконечных величин. Поэтому результат умножения таких производных – величины часто неопределенные. Примером может служить величина $\kappa_{\rho x}\frac{\partial\rho}{\partial x}\cdot\frac{\partial B}{\partial x}$, которая при радиальном на все 180 градусов растекании речной струи является величиной неопределенной, типа $(0\cdot\infty)$.

В других условиях произведение этих производных характеризуется соотношением $\kappa_{\rho x}\frac{\partial\rho}{\partial x}>>\frac{\partial B}{\partial x}$ (при скачках плотности на ограничивающих струю боковых поверхностях, а также при струйном растекании речных вод на взморье) и т.д. В других случаях двухмерное приближение является промежуточным этапом при получении одномерного приближения уравнения сохранения массы и его интегрировании по второму направлению. Это действие приводит к понижению степени производных, имевших до этой операции более высокий порядок. Поэтому, при двухмерных и одномерных аппроксимациях уравнения сохранения массы, должно неукоснительно соблюдаться правило пренебрежения отдельными членами (на основании ограниченной точности, по Буссинеску), в результате обязательного анализа всех членов уравнения в конкретных условиях физико-географической системы. То есть, при учете гидрографических особенностей, особенностей динамики вод, проницаемости границ и их других физических свойств, концентраций в воде различных веществ, влияющих на плотность: солей, взвешенных наносов, химических веществ, тепла и т.п., их пространственно-временной изменчивости и т.д. Только такой анализ позволяет полное двухмерное уравнение (6) привести к более простому виду, отвечающему конкретным условиям, и избежать недостаточно обоснованного эвристического подхода.

Рассмотрим частный, обладающий все-таки достаточной общностью, случай одинаковой интенсивности соответствующих процессов на боковых границах. Анализ состояний на боковых границах речной струи, при одинаковой интенсивности одних и тех же обменных процессов на них, показывает, что подчеркнутые в уравнении (6) члены всегда тождественно равны нулю. Записывая подобные члены в правой части уравнения в компактной форме, получим одну из развернутых форм двухмерной аппроксимации закона сохранения массы речной струи, вытекающей на взморье

$$\begin{aligned} &\rho\frac{\partial B}{\partial t}+\rho V_x\frac{\partial B}{\partial x}+\rho V_z\frac{\partial B}{\partial z}=-\frac{\partial}{\partial z}\left(B\overline{\rho}^{y}\right)-\\ &-\overline{B}^{x}\frac{\partial}{\partial x}\left(\overline{\rho V}^{y}_{x}-\overline{\kappa_{\rho x}\frac{\partial\rho}{\partial x}}^{y}\right)-\overline{B}^{z}\frac{\partial}{\partial z}\left(\overline{\rho V}^{y}_{z}-\overline{\kappa_{\rho z}\frac{\partial\rho}{\partial z}}^{y}\right)-\\ &-\left(\overline{\overline{\rho V}}^{xy}_{x}-\overline{\overline{\kappa_{\rho x}\frac{\partial\rho}{\partial x}}}^{xy}\right)\cdot\frac{\partial B}{\partial x}-\left(\overline{\overline{\rho V}}^{xy}_{z}-\overline{\overline{\kappa_{\rho z}\frac{\partial\rho}{\partial z}}}^{xy}\right)\cdot\frac{\partial B}{\partial z}. \end{aligned} \tag{8}$$

Преобразовывая левую часть уравнения (8) с учетом соотношений

$$\rho\frac{\partial B}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho B\right)-B\frac{\partial\rho}{\partial t}; \tag{9}$$

$$\rho V_x\frac{\partial B}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}\left(B\rho V_x\right)-\overline{B}^{x}\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho V_x\right); \tag{10}$$

$$\rho V_z\frac{\partial B}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial z}\left(B\rho V_z\right)-\overline{B}^{z}\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho V_z\right), \tag{11}$$

будем иметь эквивалентное (равноценное) ему уравнение

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho B\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(B\rho V_x\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(B\rho V_z\right)-B\frac{\partial\rho}{\partial t}-\overline{B}^{x}\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho V_x\right)-\overline{B}^{z}\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho V_z\right)=\\ &=-\frac{\partial}{\partial t}\left(B\rho^{-y}\right)-\overline{B}^{x}\frac{\partial}{\partial x}\left(\overline{\rho V}^{y}_{x}-\overline{\kappa_{\rho x}\frac{\partial\rho}{\partial x}}^{y}\right)-\overline{B}^{z}\frac{\partial}{\partial z}\left(\overline{\rho V}^{y}_{z}-\overline{\kappa_{\rho z}\frac{\partial\rho}{\partial z}}^{y}\right)-\\ &-\left(\overline{\overline{\rho V}}^{xy}_{x}-\overline{\overline{\kappa_{\rho x}\frac{\partial\rho}{\partial x}}}^{xy}\right)\cdot\frac{\partial B}{\partial x}-\left(\overline{\overline{\rho V}}^{xy}_{z}-\overline{\overline{\kappa_{\rho z}\frac{\partial\rho}{\partial z}}}^{xy}\right)\cdot\frac{\partial B}{\partial z}. \end{aligned} \tag{12}$$

Умножая правую и левую части уравнения (12) на минус единицу и суммируя его с уравнением (8), получим тождество

$$\begin{aligned} &-\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho B\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(B\rho V_x\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(B\rho V_z\right)\right]+\\ &+B\frac{\partial\rho}{\partial t}+\overline{B}^{x}\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho V_x\right)+\overline{B}^{z}\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho V_z\right)+\rho\frac{\partial B}{\partial t}+\rho V_x\frac{\partial B}{\partial x}+\rho V_z\frac{\partial B}{\partial z}=0. \end{aligned} \tag{13}$$

Тождество (13) сохраняется в том случае, если каждая сумма однородных членов тождественно равна нулю. Таким образом, при одинаковой интенсивности обменных процессов на боковых границах, получаем следующие три формы двухмерной аппроксимации закона сохранения не турбулентного течения массы речных вод, вытекающих на взморье

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho B\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left(B\rho V_x\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(B\rho V_z\right)=0; \qquad (14)$$

$$B\frac{\partial \rho}{\partial t}+\overline{B}^x\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho V_x\right)+\overline{B}^z\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho V_z\right)=0; \qquad (15)$$

$$\frac{\partial B}{\partial t}+V_x\frac{\partial B}{\partial x}+V_z\frac{\partial B}{\partial z}=0. \qquad (16)$$

Уравнение (15) подчиним условию течения в твердых берегах, положив $B=f(x,z,t)=const$. Приложение этого условия к (15) позволяет записать двухмерную аппроксимацию закона сохранения массы речной струи в виде уравнения неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho V_x\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\rho V_z\right)=0. \qquad (17)$$

Раскроем (17) в виде (18)

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+V_x\frac{\partial \rho}{\partial x}+V_z\frac{\partial \rho}{\partial z}+\rho\frac{\partial V_x}{\partial x}+\rho\frac{\partial V_z}{\partial z}=0. \qquad (18)$$

Напомним, что во многих случаях течения жидкостей их плотность считается неизменяющейся. О таком движении говорят как о движении несжимаемой жидкости. Незначительная сжимаемость воды – хорошо известное и подтвержденное лабораторными экспериментами свойство [6]. Поэтому из (18), когда $\rho=const$, следует двухмерное уравнение неразрывности речной струи в обычной его форме

$$\frac{\partial V_x}{\partial x}+\frac{\partial V_z}{\partial z}=0 \qquad (19)$$

Уравнения (17) – (19) соответствуют определенным ограничениям, наложенным на массу речной струи, вытекающую на взморье. Эти ограничения соответствуют течению воды в речном русле, поэтому, как видим, указанные уравнения совпадают с фундаментальными уравнениями закона сохранения массы воды в речной гидравлике. Другая форма закона сохранения массы речной струи, записанная в виде (16), при условии $B=f(x,z,t)=const$ и перемещении речного потока в речном русле, в твердых берегах подчеркиваем, – не обнаруживается, а уравнение (14) – переходит в (15), которое можно записать еще проще.

Если боковые поверхности речной струи на взморье не жесткие (нет аналогии с твердыми берегами), из (16) немедленно следует условие флуктуации боковых границ, как неотъемлемого свойства речной струи, вытекающей на взморье. Флуктуация боковых границ должна наблюдаться даже при рассмотрении стационарных условий, что не достаточно детально рассмотрены в [7].

При радиальном растекании речной струи и пренебрежении, как и в предыдущем случае, турбулентным переносом массы, двухмерный закон сохранения массы речной струи, вытекающей на взморье, получаем в виде

$$V_x\frac{\partial B}{\partial x}+V_z\frac{\partial B}{\partial z}=-V_y(x,z). \qquad (20)$$

Из соотношения (20) видно, что при радиальной форме течения речной струи на взморье, присоединение боковой массы к ней – процесс неизбежный. О присоединении массы свидетельствует знак минус в правой части уравнения. Интенсивность присоединения боковой водной массы определяется коэффициентами при частных производных – численными значениями продольной и вертикальной составляющими вектора скорости, - и величиной горизонтально-поперечной скорости. Безразмерная форма уравнения более удобная для анализа, поэтому (20) запишем так

$$\frac{V_x}{V_y}\cdot\frac{\partial B}{\partial x}+\frac{V_z}{V_y}\cdot\frac{\partial B}{\partial z}=-1. \qquad (21)$$

Каждый член левой части (21) выражает скорость присоединения боковой массы в форме вовлечения ее в речную струю. Из (21) следует:

- скорость вовлечения боковой массы воды в продольном направлении и в направлении снизу вверх убывает;

- на поверхности речной струи $V_z = 0$, поэтому при конечном численном значении производной $\frac{\partial B}{\partial z}$, скорость вовлечения достигает здесь наибольших составляющих вектора скорости;

- ограничивая на приглубом взморье речную струю снизу поверхностью нулевых скоростей, т.е. рассматривая условия $V_x = 0$ и конечном численном значении производной $\frac{\partial B}{\partial x}$, получаем вывод о быстром здесь уменьшении ширины речной струи. Интенсивность присоединения морской воды к речной струе, в этом случае, определяется размером горизонтально-поперечной составляющей вектора скорости.

Используя (21) легко записать изменение ширины речной струи, для приглубых условий на взморье, в проекциях на горизонтальное сечение ($V_z = 0$).

Профиль ширины речной струи в плане описывается соотношением

$$B_x = -\int\frac{V_y}{V_x}dx + const, \qquad (22)$$

а в проекции на поперечную речной струе плоскость формулой

$$B_z = -\int\frac{V_y}{V_z}dz + const. \qquad (23)$$

Формулы (22) и (23) показывают, что при нулевом численном значении горизонтально-поперечной скорости, речной струе свойственна плоско-параллельная форма движения. Таким образом, здесь получен вывод о том, что уравнение (16) тоже описывает случай плоско-параллельного течения речной струи на взморье. Изменчивость массы речной струи в этом случае выражается в других характеристиках – в форме подвижности ее боковых границ. Следует заметить, что при других целях плоско-параллельному движению речной струи больше соответствует закон сохранения массы речных вод на взморье представленный формулой (15).

Оценивая порядок членов уравнения (21) получаем сигнальные соотношения о механизме формирования речной струи. Для взморья в этом смысле можно утверждать:

$$\frac{\partial B}{\partial x} << \frac{\partial B}{\partial z}; \qquad \frac{V_x}{V_y} >> \frac{V_z}{V_y} \quad \text{и} \quad V_x >> V_z. \qquad (24)$$

Поэтому видим, что механизм формирования формы речной струи на взморье определяется, в первую очередь, полем продольной составляющей вектора скорости. Величиной и характером распределения поперечной его составляющей, а также вертикальным переносом массы воды в ней. При этом весьма существенное значение имеет соотношение между шириной струи и глубиной на взморье.

При равенстве нулю горизонтально-поперечной составляющей вектора скорости, и пренебрежении турбулентными эффектами, присоединения боковой массы к речной струе нет. Уравнение сохранения массы речной струи на взморье в этом случае принимает вид

$$V_x \frac{\partial B}{\partial x} + V_z \frac{\partial B}{\partial z} = 0 \tag{25}$$

Уравнение (25) больше приемлемо для широких речных струй, вытекающих на взморье. Поперечной неоднородностью горизонтальных скоростей течения вод в этом случае, вероятно, можно пренебречь без существенного ущерба для конечных результатов.

Обратимся теперь к уравнениям (8) и (12). Подставляя (16) в (8), получим аппроксимации двухмерного закона сохранения речной массы для турбулентных условий течения и усредненных характеристик речной струи на взморье;

$$\bar{\rho}^y \frac{\partial B}{\partial t} + B \frac{\partial \bar{\rho}^y}{\partial t} + \bar{B}^x \frac{\partial}{\partial x}\left(\overline{\rho V}_x^{\,y} - \overline{\kappa_{\rho x} \frac{\partial \rho}{\partial x}}^{\,y} \right) + \bar{B}^z \frac{\partial}{\partial z}\left(\overline{\rho V}_z^{\,y} - \overline{\kappa_{\rho z} \frac{\partial \rho}{\partial z}}^{\,y} \right) = 0; \tag{26}$$

$$\left(\overline{\overline{\rho V_x}}^{\,xy} - \overline{\overline{\kappa_{\rho x} \frac{\partial \rho}{\partial x}}}^{\,xy} \right) \cdot \frac{\partial B}{\partial x} + \left(\overline{\overline{\rho V_z}}^{\,xy} - \overline{\overline{\kappa_{\rho z} \frac{\partial \rho}{\partial z}}}^{\,xy} \right) \cdot \frac{\partial B}{\partial z} = 0. \tag{27}$$

Подстановкой в (12) соотношений (14) и (15) убеждаемся в тех же (26) и (27).

Сравнивая отдельные члены уравнений (15) и (26), а также (16) и (27), приходим к выводу о том, что горизонтально-поперечная неоднородность скоростей V_x и V_Z и турбулентный характер движения, ответственны за флуктуацию боковых границ речной струи, вытекающей на взморье. Использование усредненных скоростей, сглаженных по всему полю, и излишне большого масштаба усреднения по времени, должны исключить, в соответствии с этим выводом, саму возможность обнаружения флуктуаций боковой поверхности, ограничивающей речную струю на взморье. Здесь, вероятно, правомерен вывод об определенной регулярности флуктуаций, иначе путем усреднения характеристик этих флуктуаций исключить это свойство речной струи было бы невозможно. Это указывает на стационарный характер изменчивости боковых поверхностей ограничивающих речную струю. При анализе речной струи на взморье из этого вывода вытекает логическое следствие о предпочтительности привлечения уравнения закона сохранения массы речной струи в той или иной его записи, и в зависимости от характера решаемой задачи.

В случае если флуктуациями боковой поверхности можно пренебречь, то предпочтительнее формулы (15) и (27). Если рассматривается задача, связанная с флуктуациями границ речной струи, - форма записи двухмерного закона сохранения массы речной струи предпочтительнее в виде (16) и (26).

Уравнение (15) и (27), а также (16) и (26), представляют записанное в общем виде уравнение сохранения массы речной струи (14). Они выражены в более простых и понятных характеристиках, поэтому уменьшают неопределенность при анализе конечного результата и вызывают меньше вопросов при оперативном анализе.

Выводы. В результате анализа уравнения закона сохранения массы речной струи, вытекающей на обширное отмелое или приглубое взморье, получены достаточно корректные двухмерные аппроксимации в характеристиках изменяющейся ширины этой струи. Эти уравнения обладают новизной представляют очевидный интерес для дальнейшего многостороннего анализа, в частности, с приложением к изучению динамики взаимодействия речных и морских вод на взморье. Уравнение (14) впервые было получено Д. Притчардом, но для более жестких граничных условий. Вывод был подчинен условию не протекания боковых границ. Условие не протекания границ – частный случай требования одинаковой интенсивности обменных процессов на боковых границах струи, используемый в данной статье. Поэтому полная аналогия этих уравнений для частного случая, используемого Д. Притчардом, служит в пользу обоснованности и других уравнений, приведенных в статье.

Список литературы

1. *Pritchard D.W.* The equations of mass continuity and salt continuing in estuaries//Journ. of marine Res.-1958.- Vol.17.-P.412-423.
2. *Ghanem A., Steffler P.M., Hicks F.E., Katopodis C.* Two dimensional finite element model for aquatic habitats// Water Resources Engineering Rep.95-S1, Dept. of Civil Engineering, University of Alberta, 1995.- 189p.
3. *Hicks F.E., Steffler P.M.* Characteristic Dissipative Galerkin scheme for open-channel flow//ASCE Journal of Hydraulic Eng.-1992.-Vol.118,N2.-P.337-352.
4. *Blanco J.F., Scatena F.N.* Hierarchical contribution of river–ocean connectivity, water chemistry, hydraulics, and substrate to the distribution of diadromous snails in Puerto Rican streams//Journ.of North Amer.Bent. Soc.-2006.-Vol.25,N1.-P.82-98.
5. *Xiaohong Chen, Dongyu Xie, Ming Dou, Dedi Liu, Xiaohua Li*. Cadmium transportation modeling under accident release in Pearl river delta network//Journ. of Coastal Res.-2008.-Vol.24.-P.3-12.
6. *Попов В.*И., Федоров К.Н., Орлов В.М. Морская вода. Справочное руководство.-М.: Наука, , 1979.-327с.
7. *Войнич*-Сяноженцкий Т.Г. Гидродинамика устьевых участков рек и взморий безприливных морей.-Л.: Гидрометеоиздат, 1972.-203с.
8. *Ландау Л.Д*., *Лифшиц Е.М.* Гидродинамика, Курс теоретической физики, Т.4.-М.: Наука, 1988.-736с.
9. Тучковенко Ю.С. Математическая модель для расчета ветровых течений в Одесском регионе северо-западной части Черного моря// Метеорологія, кліматологія та гідрологія. – 2002. – Вып. 45. – С. 107-117.
10. *Глушков А.В., Хохлов В.Н., Свинаренко А.А. , Серга Э.Н.* Глобальные механизмы в атмосферных моделях и баланс углового момента Земли// Український гідрометеорологічний журнал.-2010.-№5.-С.63-76.
11. *Глушков А*.В., *Сафранов Т.А., Баланюк Е.П.* К оценке размерности аттрактора уравнений гидродинамической модели прибрежной циркуляции// Метеорология, климатология, гидрология. – 2004. – Вып. 48. – С. 308-312.
12. *Dargahi B., Cvetkovic V.* Hydrodynamic and transport properties of Saltsjö Bay in the inner Stockholm archipelago// Journ. of Coastal Res.-2011.-Vol.27.-P.572-584.

Різноманіття форм закону збереження маси річкового струменя, який витікає на узмор'ї.
Ілюшин В.Я.
В результаті аналізу рівняння збереження маси річкового струменя, який витікає на узмор'ї, отримані різні двомірні його апроксимації в характеристиках ширини цього струменя, що змінюється. Ці рівняння мають новизну, тому вимагають уважного і багатобічного аналізу інших дослідників, які мають інтерес в області динаміки взаємодії річкових і морських вод на узмор'ї.
Ключові слова: *закон збереження маси, аналіз, річковий струмінь, двомірні рівняння.*

Variety of forms of mass conservation law for river stream flowing out on a coast. V.Ya.Ilyushin
As a result of the analysis of mass conservation equation law for a river stream flowing out on a coast, its different two-dimensional approximations are received in descriptions of the width of this changing stream. These equations possess a novelty, therefore they require the attentive and multilateral analysis by other researchers having interest in the field of dynamics of the interaction between river and sea waters on a coast.
Keywords: *mass conservation law, analysis, river stream, two-dimensional equations.*