

Д.Е. Сухарев, к.ф.-м.н., И.Н. Серга, ст.преп., А.Н.Шахман, асп.  
Одесский государственный экологический университет  
Херсонский государственный университет

## ЭФФЕКТЫ СИЛЬНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ТЕОРИИ ТЯЖЕЛЫХ КАОННЫХ СИСТЕМ

*Работа посвящена применению нового ab initio подхода к описанию энергетических параметров каонных атомных систем с корректным учетом релятивистских, радиационных, ядерных эффектов на основе уравнения Клейна-Гордона-Фока к оценке вклада эффектов сильного взаимодействия в энергии переходов в тяжелых атомах. Приведены оценки для атомов W, Pb, U.*

**Ключевые слова:** релятивистский метод, спектры, сильное взаимодействие, тяжелые каонные атомы

**Введение.** В современной теории ядра и сильных взаимодействий в настоящее время активное развитие получили исследования экзотических адронно-атомных систем, в частности, каонных (КА), пионных и др. атомов. В последние годы изучение КА стало особенно актуальным как в свете известного прогресса экспериментальных исследований (на мезонных фабриках в лабораториях LAMPF (США), PSI (Швейцария), TRIUMF (Канада), ИЯФ (г. Троицк, Россия), RIKEN (КЕК, Япония), RAL (Великобритания), DEAR на установке DAΦNE (Италия) и др.), так и дальнейшего существенного развития ядерной теории. Дело в том, что исследование спектральных характеристик адронных атомов представляет собой уникальное средство для изучения сильных взаимодействий, а также дает крайне ценные сведения как о свойствах ядер, так и самих адронов. Особенного упоминания заслуживают особенности их взаимодействия с нуклонами ядер. В результате измерений энергий рентгеновских квантов, испускаемых при переходах адронов между ридберговскими состояниями КА появляется возможность достаточно прецизионного определения масс и магнитных моментов каонов, пионов и других частиц. В современной математической и теоретической атомной физике имеется широкий круг различных методов расчета электронной структуры, энергетических и спектральных характеристик (см., напр., [1-15]). Традиционно здесь упоминаются такие методы как методы самосогласованного поля Хартри-Фока и Дирака-Фока, методы модельного потенциала и функционала плотности, различные варианты теории возмущений (ТВ), включая ТВ Релея-Шредингера, Меллера-Плессета и т.д. Тем не менее, большинство из них до сих пор имеют целый ряд принципиальных недостатков (невыполнение принципа калибровочной инвариантности, использование неоптимизированных базисов орбиталей или недостаточно полный и корректный учет обменно-корреляционных поправок, плохая сходимость численных рядов, разложений по сферическим гармоникам и др.).

Настоящая работа продолжает наши исследования энергетических параметров КА с корректным учетом релятивистских, радиационных, ядерных эффектов на основе уравнения Клейна-Гордона-Фока [13-17] и посвящена изложению результатов, касающихся вклада эффектов сильного взаимодействия в энергии переходов в спектрах ряда тяжелых каонных атомов, в частности, W, Pb, U.

**Основные уравнения.** Основные идеи нового подхода к описанию спектров КА изложены ранее [13-17], поэтому далее ограничимся лишь основными моментами. Рассмотрим тяжелый КА с каоном, находящимся на достаточно высокой орбите, чтобы вклад сильного взаимодействия был заведомо мал, и предположим, что КА пока не

содержит электронных оболочек. Уравнение Клейна-Гордона-Фока в отсутствие сильного взаимодействия запишется в стандартном виде (ниже используются атомные единицы)

$$m^2 c^2 \Psi_0(x) = \left\{ \frac{1}{c^2} [i\hbar \partial_t + eV_0(r)]^2 + \hbar^2 \nabla^2 \right\} \Psi_0(x), \quad (1)$$

и при переходе к стационарной задаче

$$\Psi_0(x) = \exp(-iE_0 t/\hbar) \varphi_0(r) \quad (2)$$

примет вид

$$\left\{ \alpha^2 [E - V_c(r)]^2 + \vec{\nabla}^2 - \mu^2 c^2 \right\} \psi(r) = 0, \quad (3)$$

где  $\mu$  - приведенная масса каона,  $E$  - энергия каона,  $c$  - скорость света,  $V_c$  - сумма кулоновского ядерного потенциала, описывающего взаимодействие каона с конечно-размерным распределением заряда в ядре, вакуум-поляризационного потенциала и потенциала, обусловленного электронным зарядом (при наличии электронных оболочек). С учетом сферической симметрии потенциала в (3) волновую функцию связанного состояния обычно представляют в виде

$$\Psi_{nlm}(r) = Y_{lm}(\theta, \phi) [p_{nl}(r)/r]. \quad (4)$$

В отличие от дираковской теории атома, уравнение Клейна-Гордона-Фока является квадратичным по энергии. Следующее из (3) радиальное уравнений стандартным образом далее переписывается в виде системы двух уравнений первого порядка:

$$\frac{d}{dr} p = q, \quad (5a)$$

$$\frac{d}{dr} q = \left[ \mu c^2 + \frac{l(l+1)}{r^2} - \alpha^2 (V_c - E)^2 \right] p, \quad (5b)$$

где  $p$  - радиальная часть волновой функции Клейна-Гордона-Фока.

При вычислении энергии используется условие, что функция  $q$  - непрерывна при  $r=r_m$  (поворотная точка для потенциала  $V_c$ ). Для уточнения полученного значения  $E$  используется стандартная процедура вариации  $p, q$

$$(q + \delta q)_{r_m^+} = (q + \delta q)_{r_m^-} \quad (6)$$

В уравнении (5b) значения  $p, q, E$  заменяются соответственно значениями  $p + \delta p, q + \delta q, E + \delta E$  так что

$$\frac{d}{dr} p + \frac{d}{dr} \delta p = q + \delta q \quad (7)$$

и

$$\frac{d}{dr} \delta q = \left[ \mu c^2 + \frac{l(l+1)}{r^2} - \alpha^2 (V_c - E)^2 \right] \delta p + 2\alpha^2 (V - E) \delta E p. \quad (8)$$

Умножая (7) на  $q$  и (8) на  $p$  и вычитая одно из другого, нетрудно получить

$$\frac{d}{dr}(p\delta q - q\delta p) = 2\alpha^2(V_c - E)p^2\delta E. \quad (9)$$

Объединяя (7) и (9) и интегрируя, можно получить следующее выражение для поправки к энергии (уравнение Клейна-Гордона-Фока)

$$\delta E = \frac{p(r_m)[q(r_m^+) - q(r_m^-)]}{2\alpha^2 \int_0^\infty (V_c - E)p^2 dr}. \quad (10)$$

Аналогичную процедуру можно выполнить и для уравнения Дирака, в результате получается выражение вида

$$\delta E = \frac{p(r_m)[q(r_m^+) - q(r_m^-)]}{\alpha \left[ \int_0^{r_m^-} (p^2 + q^2) dr + \int_{r_m^+}^\infty (p^2 + q^2) dr \right]}, \quad (11)$$

где, как обычно,  $p$  - большая,  $q$  - малая дираковские компоненты. Можно показать, что знаменатель в вышеприведенных выражениях сходится к 1, тем самым сохраняется норма волновой функции. Ключевой аспект теории связан с адекватным выбором составляющих потенциала  $V_c$  в уравнениях (5). Ядерный потенциал определяется в модели Ферми, в рамках которой распределение заряда в ядре описывается функцией  $\rho(r)$  вида [7,8]

$$c(r) = c_0 / \{1 + \exp[(r - c) / a]\}, \quad (12)$$

где параметр  $a=0.523$ фм, а параметр  $c$  выбирается таким образом, чтобы среднеквадратичный радиус удовлетворял выражению

$$\langle r^2 \rangle^{1/2} = (0.836 \cdot A^{1/3} + 0.5700)(\text{фм}). \quad (13)$$

Вакуум-поляризационный потенциал взят в форме, предложенной в [10] и детально описанной в [8]. Численное решение системы уравнений Клейна-Гордона-Фока выполняется на основе итерационной процедуры с использованием метода Рунге-Кутты. Остальные тривиальные аспекты теории изложены в работах [13-17]. Отметим лишь, что полная энергия (с учетом сильного взаимодействия) представима в виде суммы

$$E = E_{KG} + E_{FS} + E_{VP} + E_N. \quad (14)$$

Здесь  $E_{KG}$  - энергия каона в ядре  $(Z, A)$  с точечным зарядом,  $E_N$  - сдвиг энергии за счет сильного взаимодействия -  $V_N$ ,  $E_{FS}$  - вклад, обусловленный эффектом конечного размера ядра и каона,  $E_{VP}$  - вклад, обусловленный радиационным эффектом поляризации вакуума, куда также добавлены все остальные релятивистские поправки. Следует отметить, что вклад  $E_{KG}$  значительно превосходит по величине все остальные вклады в (14). Как правило, величина  $E_N(Z)$  в КА может быть вычислена в рамках формализма теории возмущений. Как правило, для определения потенциала  $V_N$

используется простая реализация модели оптического потенциала, в рамках которой искомый потенциал имеет вид [4]

$$V_N = -\frac{2\pi}{\mu} \left[ 1 + \frac{M_K}{M_N} \right] [a\rho(r)], \quad (15)$$

Здесь  $a$  – эффективная усредненная длина каон-нуклонного рассеяния. Детальный анализ данных полученных для легких ядер позволил Бати и др. [4] получить следующую оценку усредненной длины рассеяния

$$a = [(0.34 \pm 0.03) + i(0.84 \pm 0.03)] \text{ (фм)}. \quad (16)$$

**Результаты и выводы.** В табл. 1 представлены рассчитанные (С) и измеренные (М) обусловленные сильным взаимодействием энергетические сдвиги  $\Delta E$  (в кэВ) для рентгеновских переходов для ряда тяжелых КА (из работ [1-5,15]).

Таблица 1- Рассчитанные (С) и измеренные (М) сдвиги  $\Delta E$  (в кэВ), обусловленные сильным К-ядерным взаимодействием: а-оценка  $\Delta E$  Миллера et al; б-оценка Cheng et al; с – теория Batty et al; d – наша теория

КА	$\Delta E_C^d$	$\Delta E_C^c$	$\Delta E_M$
W, 8-7	0.038	-0.003	0.079 <sup>c</sup> 0.052 <sup>d</sup>
W, 7-6	-0.294	-0.967	-0.353 <sup>c</sup> -0.250 <sup>d</sup>
Pb, 8-7	0.046	-0.023	0.072 <sup>c</sup> 0.047 <sup>d</sup>
U, 8-7	-0.205	-0.189	0.12 <sup>a</sup> 0.032 <sup>b</sup> -0.405 <sup>c</sup> -0.213 <sup>d</sup>

Сдвиг  $\Delta E$  определен как разность измеренного  $E_M$  значения энергии перехода и рассчитанного «электромагнитного»  $E_{EM}$  значения энергии перехода. Теоретические данные Batty et al [4] получены прямым решением уравнения Клейна-Гордона-Фока с каон-ядерным оптическим потенциалом (параметризация по легким ядрам Batty et al [4]). Кроме того, в табл. 1 приведены также данные измерений Miller et al и Cheng et al (из работ [1,5]). Дадим также краткий комментарий касательно данных Cheng et al, которые не проводили калибровку энергии выше энергии the 511 электрон-позитронной аннигиляции, однако, как указано Batty et al [4] соответствующая энергетическая разница не является существенной. Анализ представленных теоретических и экспериментальных данных показывает, что рассчитанные в рамках изложенной теории энергетические параметры сдвиги (ширины) за счет сильного взаимодействия, например, для КА W (7-6, 8-7 переходы), Pb (8-7 переход), приемлемо согласуются с данными измерений; согласие с предсказанием феноменологической модели оптического потенциала Batty et al имеется только в случае КА W (7-6 переход) и U (8-7 переход), в то время как в остальных случаях имеют место значительные отличия, что, по-видимому, связано с некорректностью модели оптического потенциала, откалиброванной по параметрам легких ядер и неучетом разницы в протонном и нейтронном распределениях. Очевидно, что для тяжелых КА параметры оптического потенциала должны быть уточнены. С другой стороны общеизвестно, что протонные и нейтронные плотности, на самом деле, существенно отличаются. Плотность протонов спадает на периферии ядра в “ядерной стратосфере” быстрее, чем плотность нейтронов (нейтронное гало).

Автор выражает признательность проф. Глушкову А.В. и проф. Лободу А.В. за полезные обсуждения и критические замечания.

### Список литературы

1. *Deloff A.* Fundamentals in Hadronic Atom Theory.- Singapore: World Sci., 2003.-352p.
2. *Hayano R.S., Hori M., Horvath D., Widman E.* Antiprotonic helium and CPT invariance// Rep. Prog. Phys.-2007.-Vol.70.-P.1995-2065.
3. *Santos J.P., Parente F., Boucard S., Indelicato P., Desclaux J.P.* X-ray energies of circular transitions and electron scattering in kaonic atoms//Phys.Rev.A.-2005.-Vol.71.-P.032501 (10p.).
4. *Batty C.J., Eckhause M., Gall K.P. et al* Strong interaction effects in high Z- K<sup>-</sup> atoms// Phys. Rev. C.-1989.-Vol.40.-P.2154-2160.
5. *Chen M.Y., Asano Y., Cheng S.C., Dugan G., Hu E., Lidofsky L., Patton W., Wu C.* E2 dynamic mixing in p and K<sup>-</sup> atoms of <sup>207</sup>Pb, <sup>238</sup>U//Nucl.Phys.A.-1975.-Vol.254.-P.413-421.
6. *Dyall K. G., Faegri K.Jr.* Introduction to relativistic quantum theory.-Oxford, Acad., 2007.-590p.
7. *Grant I. P.* Relativistic quantum theory of atoms and molecules.-N.-Y.: Springer, 2007.-286p.
8. *Глушков А.В.* Релятивистская квантовая теория. Квантовая механика атомных систем.- Одесса: Астропринт, 2008.- 900с.
9. *Dorofeev D., Zon B., Kretinin I., Chernov V.* Method of quantum defect Green's function for calculating dynamic polarizability//Opt.Spectr.-2005-Vol.99.-P.540-548.
10. *Ivanova E.P., Ivanov L.N., Glushkov A.V., Kramida A.E.* High order corrections in the relativistic perturbation theory with the model zeroth Approximation, Mg-like and Ne-like ions// Phys.Scripta.-1985.-Vol.32.-P.512-524.
11. *Glushkov A.V., Ivanov L.N.* Radiation decay of atomic states: atomic residue and gauge noninvariant contributions//Phys.Lett.A.-1992.-V.170.-P.33-37.
12. *Ivanova E.P., Grant I.P.* Oscillator strength anomalies in Ne isoelectronic sequence with applications to X-ray laser modeling// J.Phys.B.-1998.-Vol.31.-P.2871-2883.
13. *Glushkov A.V., Malinovskaya S.V., Khetselius O.Yu., Loboda A.V., Sukharev D.E., Lovett L.* The Green's functions method in quantum chemistry: New numerical algorithm for Dirac equation with complex energy and Fermi-model nuclear potential// Internat. Journal of Quantum Chemistry (USA).- 2009.-Vol.109.-P.1717-1727.
14. *Glushkov A.V., Sukharev D.E., Khetselius O.Yu., Loboda A.V., Gurnitskaya E.P.* Relativistic quantum chemistry of heavy ions and hadronic atomic systems: Spectra and energy shifts// Theory and Applications of Computational Chem.-2009.-Vol. 1102.-P.168-171.
15. *Tjurin A.V., Khetselius O.Yu., Sukharev D.E., Florko T.A.* Estimating of X-ray spectra for kaonic atoms as tool for sensing the nuclear structure// Sensor Electr. and Microsyst. Techn.-2009.- Vol.1(7).-P.30-35.
16. *Sukharev D.E.* Numerical models in a theory of the kaonic atoms and superheavy atomic ions: Spectra, energy shifts and widths// Proc. of International Conference on Mathematical Modeling and Computational Physics.-UINR-Dubna (Russia).-2009.-P.206-207.
17. *Сухарев Д.Е., Серга И.Н., Шахман А.Н.* Эффекты сильного взаимодействия в теории каонных систем//Вісник Одеського держ. екологічного ун-ту.-2011.-№12.-С.241-245.

#### **Ефекти сильної взаємодії в теорії важких каонних систем. Сухарев Д.Є., Серга І.М., Шахман А.М.**

*Робота присвячена застосуванню нового ab initio підходу до опису енергетичних спектрів каонних атомних систем з коректним урахуванням релятивістських, радіаційних, ядерних ефектів на основі рівняння Клейна-Гордона-Фока та оцінці внеску ефектів сильної взаємодії в енергії переходів важких атомів. Наведені оцінки для атомів W, Pb, U.*

**Ключові слова:** релятивістський метод, спектри, сильна взаємодія, важкі каонні атоми

#### **String interaction effects in theory of kaonic systems. Sukharev D.E., Serga I.N., Shakhman A.N.**

*The paper is devoted to application of the new ab initio approach to description of energy spectra for kaonic atomic systems with correct account of the relativistic, radiative, nuclear effects within the Klein-Gordon-Fock equation and estimation of the strong interaction effects to the transition energies of heavy atoms. The estimates are presented for atoms of W, Pb, U.*

**Keywords:** relativistic method, spectra, strong interaction, heavy kaonic atoms