Міністерство освіти і науки України
Одеський державний екологічний університет

Є.А. Галич, Т.Є. Расторгуєва

ФІЗИКА

Конспект лекцій
Частина 1

для дистанційної форми навчання на підготовчому відділенні

Одеса 2017

Міністерство освіти і науки України
Одеський державний екологічний університет

Є.А. Галич, Т.Є. Расторгуєва

ФІЗИКА

Конспект лекцій
Частина 1

для дистанційної форми навчання на підготовчому відділенні

Затверджено на засіданні
Методичної ради університету
протокол № _8_
від «_29_» ___06____2017 р
як конспект лекцій

Одеса 2017

ББК 22.3
Р 24
УДК 53

Друкується за рішенням Методичної Ради Одеського державного екологічного університету (протокол №8 від 29.06.2017).

Галич Є.А., Расторгуєва Т.Є.
Фізика: конспект лекцій для дистанційної форми навчання на підготовчому відділенні / Одеський державний екологічний університет. Одеса: ОДЕКУ, 2017 р. - 112 с.

У конспекті лекцій міститься необхідний обсяг навчальної інформації, що забезпечує засвоєнню основ курсу фізики і поглиблення знань в області тих явищ і законів фізики, які необхідні студентам під час навчання у навчальному закладі вищої освіти.

Перший розділ "Кінематика" адаптований максимально і розрахований на початок вивчення фізики. У конспекті широко представлений наочний матеріал: структурно - логічні схеми, таблиці, графіки, малюнки. Включені питання для самоперевірки.

Зміст конспекту відповідає "Програмі зовнішнього незалежного оцінювання з фізики", Київ, 2011 р., [16].

© Одеський державний
екологічний університет, 2017

ПЕРЕДМОВА

Дисципліна «Фізика» відноситься до загальноосвітніх навчальних дисциплін і викладається для слухачів Підготовчого відділення.

Головною метою цього конспекту лекцій є допомога слухачам підготовчого відділення (абітурієнтам) підготуватися до державної підсумкової атестації з фізики, зовнішнього незалежного оцінювання.

Конспект лекцій, підготовлений для самостійної роботи слухачів на підготовчому відділенні з дисципліни «Фізика» для дистанційної форми навчання, складається з таких тем:

Тема 1. Основи кінематики.

Тема 2. Основи динаміки.

Тема 3. Закони збереження в механіці. Елементи механіки рідин і газів.

Тема 4. Молекулярна фізика та термодинаміка.

Тема 5. Електродинаміка.

Тема 6. Електромагнетизм. Коливання та хвилі.

Тема 7. Оптика. Елементи теорії відносності. Квантова фізика.

Лекції призначені для того, щоб в максимально короткій та акцентованій формі викласти всю необхідну інформацію з певної теми, обсяг якої регламентується програмою зовнішнього незалежного оцінювання з предмету «Фізика». Теоретичний блок включає матеріал, який розкриває зміст основних фізичних параметрів, термінів і законів з відповідної теми.

Запитання та тести для самоперевірки призначені для оцінки обсягу засвоєння матеріалу після опрацювання лекційного матеріалу.

Контрольні роботи. По кожній із семи тем передбачається по одній контрольній роботі.

Контроль знань і вмінь слухачів системи довузівської підготовки, які навчаються за заочною формою, здійснюється за допомогою системи

контрольних заходів. Вони складаються із заходів *поточного* та *підсумкового* контролю.

Поточний контроль здійснюється протягом усього навчального року (1 листопада – 1 травня) та включає заходи контролю самостійної роботи слухача під час вивчення навчальної дисципліни поза межами університету, а саме, виконання контрольних робіт.

Контроль самостійної роботи слухачів заочної форми навчання полягає у використанні дистанційних методів, які передбачають застосування сучасних інформаційно-комунікаційних засобів організації контролю, а саме:

- ✓ поетапне відправлення слухачем виконаних завдань контрольної роботи та отримання зауважень від викладача в режимі «*оф-лайн*» через мережу Інтернет;
- ✓ виконання завдань самостійної роботи безпосередньо в режимі «*он-лайн*» через мережу Інтернет за допомогою Moodle;
- ✓ спілкування (консультації) викладача зі слухачами в режимах «*оф-лайн*» і «*он-лайн*» через Інтернет у заздалегідь визначені дати та години, що може передбачати як відповіді на запитання слухачів щодо окремих тем, пунктів завдань, так і сумісне обговорення найбільш складних тем теоретичного матеріалу, контрольних або курсових робіт тощо.

У випадку, якщо слухач має накопичену суму балів поточного контролю не меншу ніж 60% від максимально можливої суми – 100 балів, він допускається до підсумкового контролю.

Підсумковий контроль здійснюється під час екзаменаційної сесії та має на меті встановлення рівня знань і вмінь, які опанував слухач після вивчення навчальної дисципліни. Форма підсумкового контролю – іспит.

Максимальна сума балів, яку може отримати слухач на іспиті, становить 100 балів. Кожен білет вміщує 20 тестових питань, кожна правильна відповідь оцінюється в 5 балів.

- «задовільно» - слухач повинен мати оцінку на іспиті не меншу ніж 60% від максимально можливої суми 100 балів;

- «добре» - слухач повинен мати оцінку на іспиті не меншу ніж 74% від максимально можливої суми 100 балів;

- «відмінно» - слухач повинен мати оцінку на іспиті не меншу ніж 90% від максимально можливої суми 100 балів;

Контроль самостійної роботи слухача заочної форми навчання здійснюється шляхом вивчення розділів дисципліни за графіком, який надається в табл. 1 перевірки контрольної роботи, яка реєструється Підготовчим відділенням у встановлені строки та надається слухачем на кафедру довузівської підготовки й на заходах підсумкового контролю, що передбачені навчальним планом.

Таблиця 1 – Терміни перевірки контрольних робіт.

Перелік тем лекцій	№КР	Строки контролю
1. Основи кінематики	КР №1	15.01-31.01
2. Основи динаміки	КР №2	01.02-15.02
3. Закони збереження в механіці. Елементи механіки рідин та газів.	КР №3	16.02-28.02
4. Молекулярна фізика та термодинаміка.	КР №4	01.03-15.03
5. Електродинаміка.	КР №5	16.03-31.03
6. Електромагнетизм. Коливання та хвилі.	КР №6	01.04-15.04
7. Оптика. Елементи теорії відносності. Квантова фізика.	КР №7	16.04-30.04

Під час вивчення дисципліни або виконання контрольних робіт звертатись до викладача на електронну адресу **odeku_dp@gmail.com**, закріплену за дисципліною, або зателефонувати на кафедру довузівської підготовки за тел. 42-77-64.

ЗМІСТ

ВСТУП…… 8
1. Основні поняття фізики. Розділи фізики..... 11
1.1 Фізичні величини. Одиниці виміру фізичних величин 13
1.2 Скалярні та векторні фізичні величини..... 15
1.2.1 Загальні поняття..... 15
1.2.2 Операції з векторами 16

2. Механіка 21
2.1 Основні поняття механіки. Основне завдання механіки……..... 21

3. Кінематика матеріальної точки 24
3.1 Основні поняття та параметри кінематики 24
3.2 Прямолінійний рух матеріальної точки .....…… 32
3.2.1 Прямолінійний рівнозмінний рух матеріальної точки..... 34
3.2.2 Прямолінійний рівномірний рух матеріальної точки…… 38
3.2.3 Прямолінійний рівномірний рух щодо різних систем відліку…….. 39
3.2.4 Вільне падіння 41
3.3 Кінематика криволінійного руху матеріальної точки…….. 45
3.3.1 Рух матеріальної точки під кутом до горизонту……..... 45
3.3.2 Обертальний рух 47
3.3.3 Рівномірний рух по колу 48

4. Динаміка матеріальної точки..... 52
4.1 Основні закони динаміки..... 52
4.1.1 Поняття сили..... 52
4.1.2 Перший закон Ньютона. Маса тіла……. 53
4.1.3 Другий закон Ньютона в класичній і релятивістській механіці…… 55
4.1.4 Третій закон Ньютона……..... 56
4.2 Сили в механіці..... 57
4.2.1 Гравітаційні сили..... 57
4.2.2 Рух штучних супутників Землі..... 59
4.2.3 Сили пружності..... 60
4.2.4 Сили тертя 63
4.3 Рух тіл під дією системи сил 67
4.3.1 Поступальний рух тіла під дією системи сил……. 67
4.3.2 Рівномірний рух тіл по колу під дією системи сил……..... 70
4.4 Динаміка твердого тіла..... 73
4.4.1 Загальні поняття……..... 73
4.4.2 Елементи статики. Умови та види рівноваги твердого тіла…… 76

5. Закони збереження в механіці..... 79
5.1 Закон збереження імпульсу..... 79
5.2 Енергія. Види енергії. Закон збереження енергії…… 84
5.2.1 Механічна енергія. Механічна робота……..... 85
5.2.2 Види механічної енергії і їх зв'язок з роботою 86
5.2.3 Закони збереження механічної енергії 91
5.2.4 Потужність 93
5.2.5 Прості механізми 95

6. Елементи механіки рідин і газів 99
6.1 Статика рідин і газів 99
6.1.1 Основні поняття 99
6.1.2 Закон Паскаля 100
6.1.3 Гідростатичний тиск рідини 100
6.1.4 Сполучені посудини 103
6.1.5 Закон Архімеда 107
6.1.6 Атмосферний тиск……. 107
6.2 Гідродинаміка та аеродинаміка 109
6.2.1 Рівняння спрямованості струменя 109
6.2.2 Тиск рухомої рідини..... 110

ВСТУП

***Фізика** – найважливіша наука, що вивчає найглибші закони природи.* Вона вивчає найпростіші і разом з тим найбільш загальні властивості оточуючого нас матеріального світу. Тому поняття фізики і її закони лежать в основі будь-якого розділу природознавства.

Сучасна фізична картина світу – квантово-польова.

Теоретична основа – квантово-релятивістська.

Поділ матерії на речовину і поле умовний.

Корпускулярно-хвильовий дуалізм притаманний усім видам матерії.

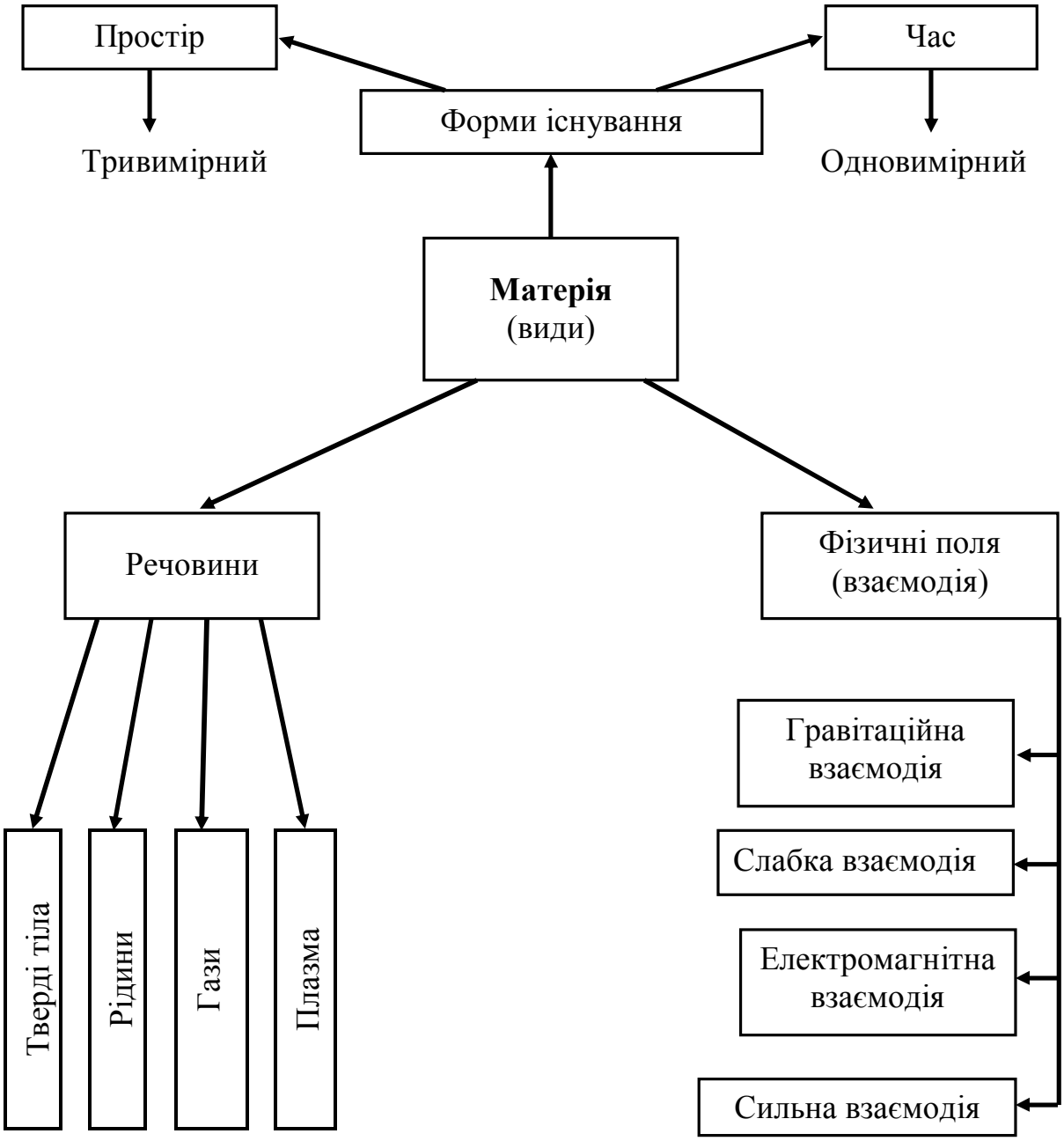


Рис. В1 – Фізична карта миру

***Матерія** – це категорія філософії, яка позначає об'єктивну реальність. Всі об'єкти природи – це матеріальні об'єкти.*

Є два види матерії – речовина і поле. Наприклад, вода – це речовина, світло – це поле.

***Речовина** – це матеріальний об'єкт, який має масу спокою.*

***Поле** – це матеріальний об'єкт, який не має маси спокою.*

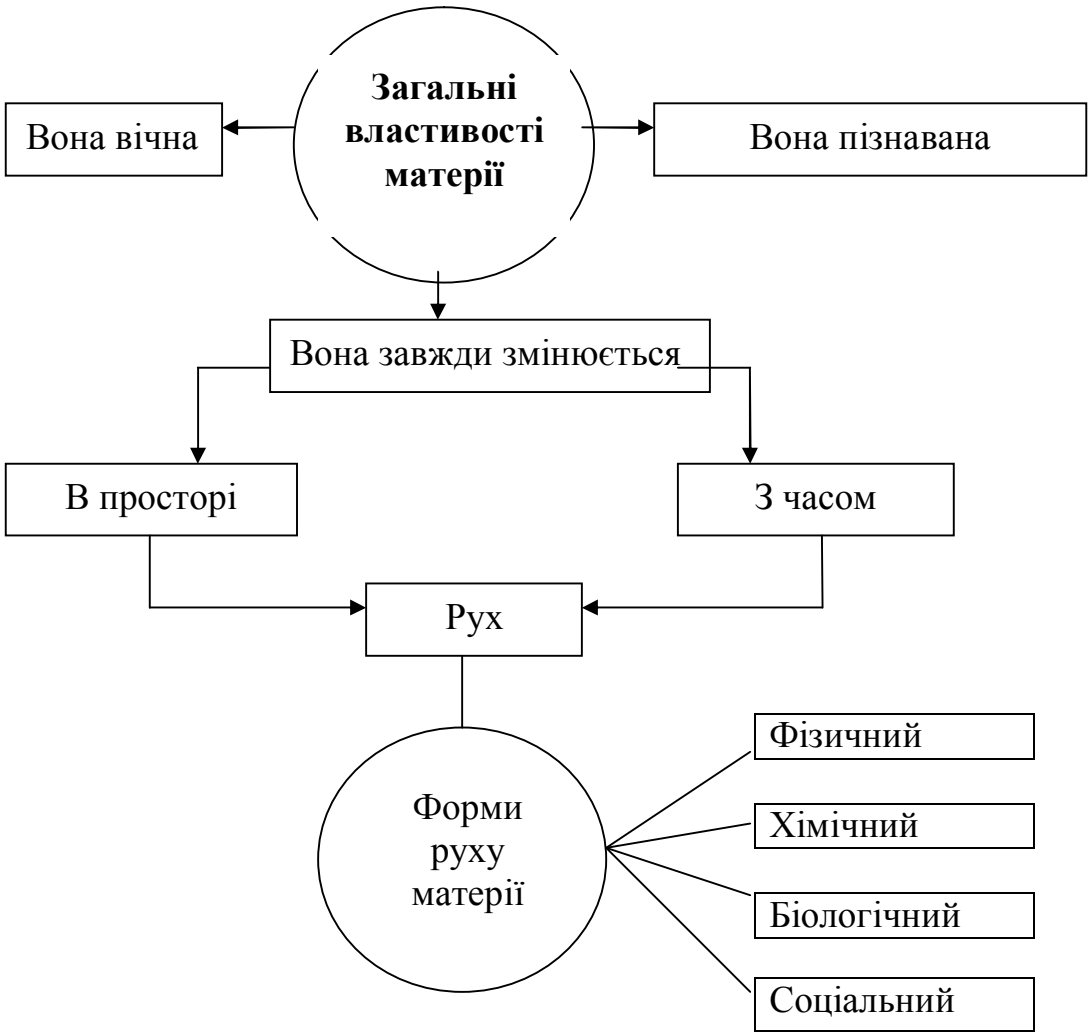


Рис. В2 – Загальні властивості та форми руху матерії

*Будь-яка зміна матерії (в просторі і в часі) називається **рухом**.* Матерія існує тільки в русі й не може існувати без нього.

Зміна стану (властивості, рух) матеріальних об'єктів спричиняється взаємодією цих об'єктів.

Фізика вивчає фізичні властивості матеріальних об'єктів і фізичні форми руху матерії (фізичні явища).

Контрольні питання

1. Що таке матерія?
2. Назвіть види матерії.
3. Що таке речовина?
4. Що таке поле?
5. Назвіть загальні властивості матерії.
6. Що таке рух?
7. Які форми руху матерії ви знаєте?
8. Як існує матерія?
9. Що вивчає фізика?

1 ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ФІЗИКИ. РОЗДІЛИ ФІЗИКИ

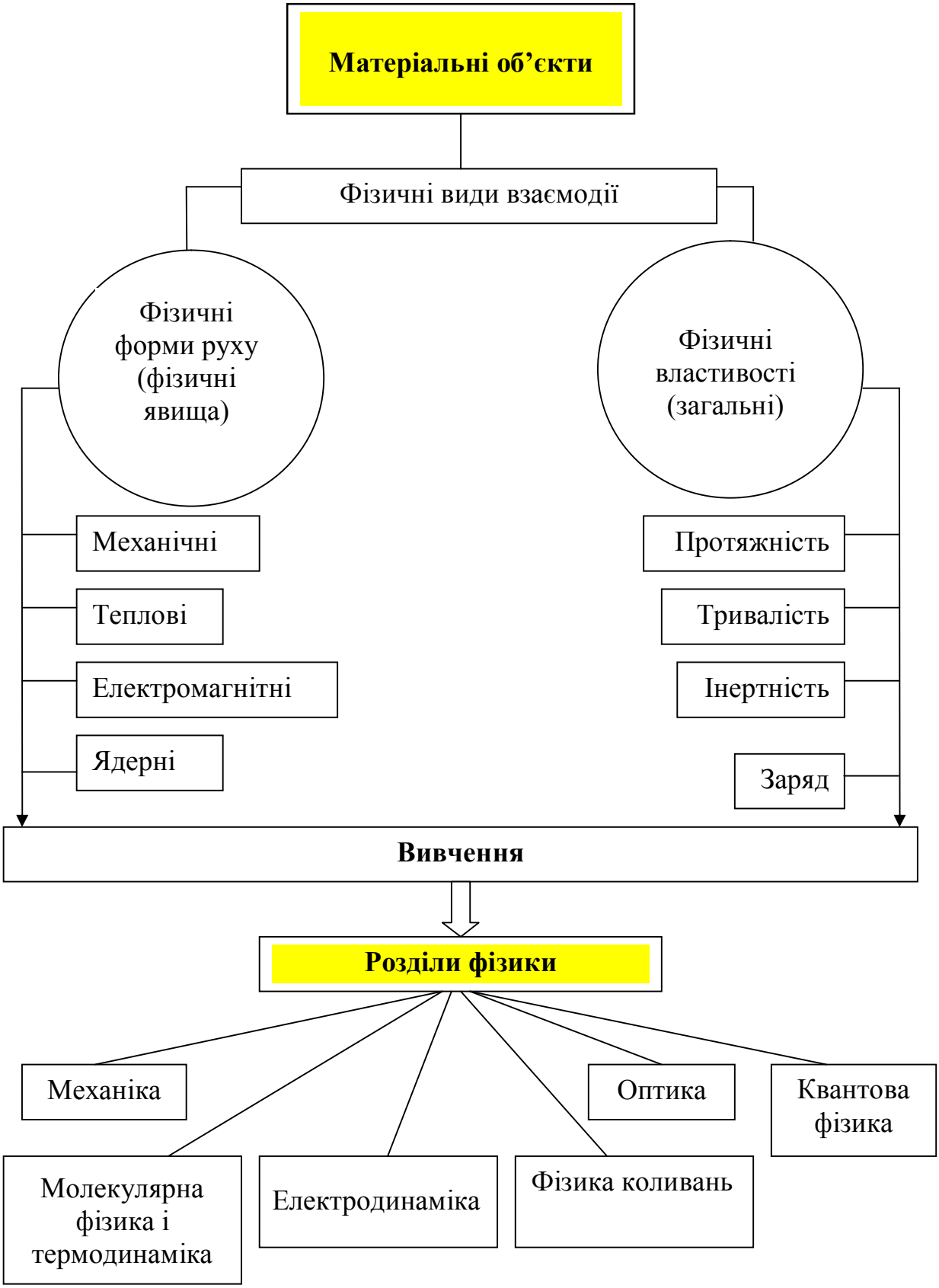


Рис. 1.1 – Фізичні види взаємодії. Розділи фізики

Властивості матеріального об'єкта характеризують його спільність або відмінність з іншими об'єктами. Властивості матеріальних об'єктів можна пізнати тільки при порівнянні з іншими об'єктами.

Приклади приватних фізичних властивостей речовини: розмір, форма, колір, запах, маса, твердість, пружність, агрегатний стан.

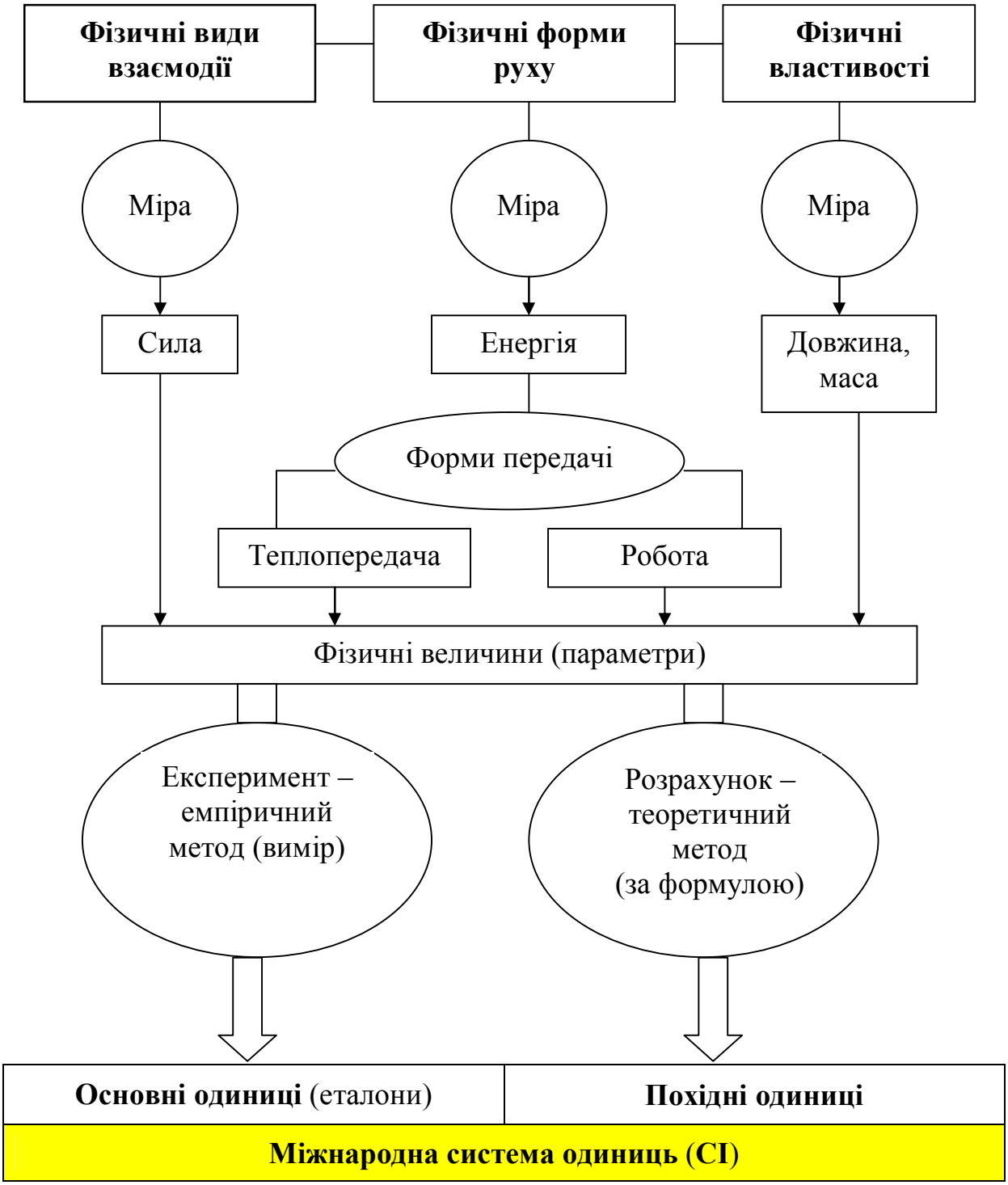


Рис. 1.2 – Основні поняття фізики

1.1 Фізичні величини. Одиниці виміру фізичних величин

Фізика вивчає фізичні форми руху й властивості об'єктів за допомогою спостережень та дослідів (експериментів).

Фізика – точна наука, тобто в її основі лежить вивчення не тільки якісних, а й кількісних співвідношень, тому будь-який фізичний дослід пов'язаний з вимірами.

Характеристика (міра) фізичного явища або властивість об'єкта, яку можна виміряти, називається ***фізичною величиною*** (*параметром*).

Виміряти фізичну величину – значить порівняти її з одиницею цієї величини (еталоном).

Очевидно, що для кожної фізичної величини повинна бути своя одиниця виміру. *Число, отримане в результаті вимірювання, називається* ***числовим значенням фізичної величини***. Числові значення обов'язково треба записувати з розмірністю (наприклад, 5 м, 7 кг), щоб було зрозуміло, з якою одиницею виміру проведено порівняння.

Наявність різних одиниць виміру в окремих країнах гальмувало розвиток науки й заважало торгівлі. Тому в 1889 році була створена Міжнародна Генеральна конференція з мір та ваг, яка для всіх країн встановила однакові одиниці виміру. Були встановлені одиниці виміру найважливіших фізичних величин: довжини, маси, сили та часу. Для двох перших були виготовлені зразки. *Зразок одиниці виміру, який домовилися вважати єдино справжнім, називається* ***міжнародним еталоном даної одиниці вимірювання***. Однак міжнародні еталони одиниць вимірювання не є вічними. Так, **зразок метра** був виготовлений у вигляді стрижня зі сплаву платини та іридію. Так, в наш час як еталон довжини береться метр – довжина, що дорівнює 1 650 763,73 довжин світлових хвиль у вакуумі певної помаранчевої лінії в спектрі випромінювання атома криптону -86. **Еталоном маси** 1 кг є платиново-іридієвий циліндр.

Як **еталон часу** взята **секунда** – проміжок часу, рівний 9 192 631 770 періодам електромагнітного випромінювання ізотопа атома цезію-133. Не виключено, що технічний прогрес призведе до точності, яка і ці нові зразки замінить на більш досконалі. (Раніше 1 секунда визначалася як 1/86400 частина середньої сонячної доби.)

Для кожної фізичної величини існує своя одиниця виміру.

Одиниці поділяють на два види: основні та похідні. Розмір основної одиниці вибирають незалежно від розмірів інших величин. Розмір похідної одиниці визначається математичною залежністю з іншими величинами (за формулами).

Сукупність основних і похідних одиниць становить систему одиниць вимірювання фізичних величин. У 1961 р. в СРСР була введена міжнародна система одиниць – СІ (система інтернаціональна) (табл. 1.1 і табл. 1.2).

Таблиця 1.1 – Одиниці виміру фізичних величин в системі одиниць СІ

Величина		Одиниця вимиру	
Найменування	Позначення	Найменування	Позначення
Основні			
Довжина	l	Метр	м
Маса	m	Кілограм	кг
Час	t	Секунда	с
Температура	T	Кельвін	К
Сила струму	I	Ампер	А
Сила світла	J	Кандела	кд
Кількість речовини	v	Моль	моль
Додаткові одиниці			
Плоский кут	φ	Радіан	рад
Тілесний кут	Ω	Стерадіан	ср

Таблиця 1.2 – Похідні одиниці, які мають спеціальну назву

Найменування величини	Одиниця		
	Найменування	Позначення	Співвідношення з одиницями СІ
Частота	Герц	Гц	1 Гц = 1 $с^{-1}$
Сила, вага	Ньютон	Н	1 Н = 1 кг·м/$с^2$
Тиск, напруга, модуль пружності	Паскаль	Па	1 Па = 1 Н/$м^2$
Енергія, робота, кількість теплоти	Джоуль	Дж	1 Дж = 1 Н·м
Потужність, потік випромінювання	Ват	Вт	1 Вт = 1 Дж/с
Електричний заряд, кількість електрики	Кулон	Кл	1 Кл = 1А·с
Електричний потенціал, різниця потенціалів, (електричне) напруги, електрорушійна сила	Вольт	В	1 В = 1 Вт/А
Електрична ємність	Фарад	Ф	1 Ф = 1 Кл/В
Електричний опір	Ом	Ом	1 Ом = 1 В/А

Продовження таблиці 1.2			
Електрична провідність	Сименс	См	1 См = 1 $Ом^{-1}$
Магнітний потік (потік магнітної індукції)	Вебер	Вб	1 Вб = 1 В·с
Магнітна індукція, щільність магнітного потоку	Тесла	Тл	1 Тл = 1 $Вб/м^2$
Індуктивність, взаємна індуктивність	Генри	Гн	1 Гн = 1 Вб/м
Світовий потік	Люмен	лм	1 лм = 1 кд·ср
Освітленість	Люкс	лк	1 лк = 1 $лм/м^2$

1.2 Скалярні та векторні фізичні величини

1.2.1 Загальні поняття

Скалярна величина *(скаляр) - це величина, яка має тільки чисельне значення (позитивне чи негативне).*

Наприклад: час (t), маса (m), температура (T).

Скалярні величини складають алгебраїчно

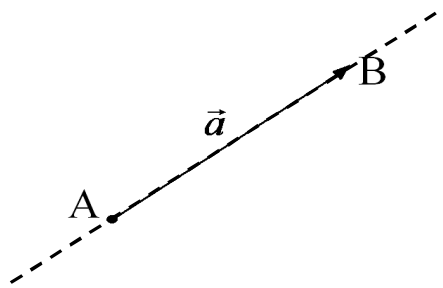
$$a + b = c \tag{1.1}$$

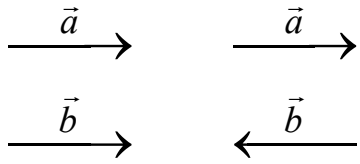
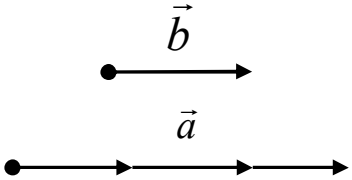
Наприклад: $3 + 5 = 8$; $3 - 5 = -2$.

Векторна величина (*вектор* $\vec{a}$) *– це величина, яка має чисельне значення* ***- модуль*** *(позитивне) і* ***напрям*** *в просторі.*

Наприклад: сила ($\vec{F}$), швидкість ($\vec{\upsilon}$), прискорення ($\vec{a}$) та інш.

Таблиця 1.3 – Векторні величини

	$\vec{a}$ – це вектор (спрямований відрізок прямої). A – початок вектора $\vec{a}$. B – кінець вектора $\vec{a}$. $\lvert\vec{a}\rvert - a$ – <u>модуль</u> вектора (довжина вектора) - - - - – лінія дії вектора $\vec{a}$.

Продовження таблиці 1.3		
 якщо $\boxed{\lvert\vec{a}\rvert = \lvert\vec{b}\rvert}$		$\vec{a} \parallel \vec{b}$ – <u>паралельні</u> вектори. $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$ – <u>односпрямовані</u> вектори $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$ – <u>протиспрямовані</u> вектори.
	$\vec{a} = k\vec{b}$, якщо $k = 3$, тоді $\vec{a} = 3\vec{b}$	При добутку вектора на скаляр (k) - отримаємо вектор, паралельний даному, лінійні розміри якого змінені в k разів.

1.2.2 Операції з векторами

За своїми характеристиками вектори поділяють на вільні та зв'язані.

Вільні вектори *– це вектори які не змінюють результат дії при паралельному перенесенні.* Їх можна переносити параллельно в просторі.

Наприклад: вектор швидкості $\vec{\upsilon}$, прискорення $\vec{a}$.

Зв'язані вектори *– це вектори, які змінюють результат дії при паралельному перенесенні*. Їх не можна переносити паралельно, можна - тільки вздовж лінії дії.

Наприклад: вектор сили $\vec{F}$.

- **Складання векторів**. Векторні величини складають <u>геометрично</u>:

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}, \qquad (1.2)$$

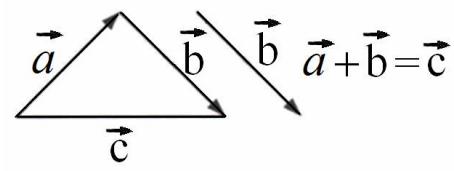
де $\vec{a}$ и $\vec{b}$ – складові вектори;

$\vec{c}$ – результуючий вектор.

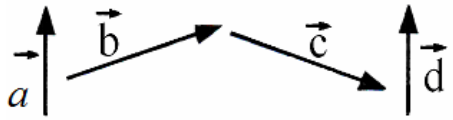
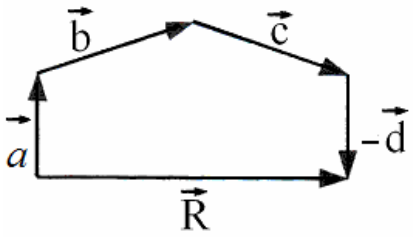
Векторні величини складають за двома правилами:

- за правилом <u>трикутника</u>, багатокутника (тільки для вільних векторів) (табл. 1.4);
- за правилом <u>паралелограма</u> (для всіх векторів) (табл. 1.5).

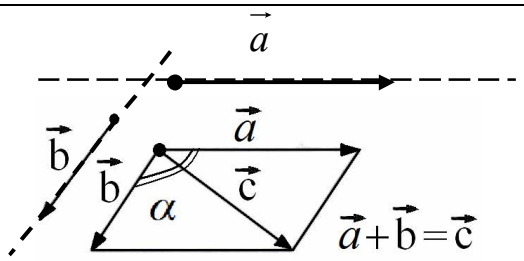
Таблиця 1.4 – Правило трикутника (багатокутника)

	Всі вектори переносять тільки паралельно заданим. Щоб знайти результуючий вектор $\vec{c}$, треба перенести початок вектора $\vec{b}$ в кінець вектора $\vec{a}$. Вектор $\vec{c}$ з'єднує початок вектора $\vec{a}$ и кінець вектора $\vec{b}$.

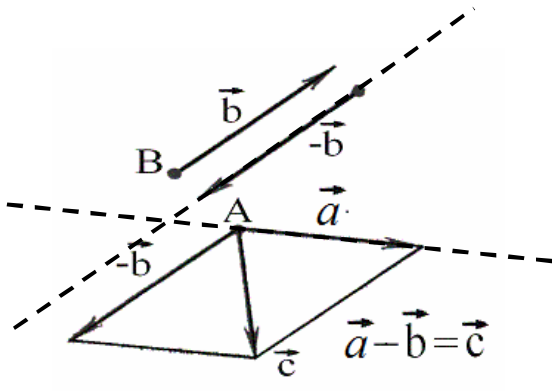
Приклад складання кількох векторів (правило багатокутника)

Задані вільні вектори:  Найти: $\vec{R}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}-\vec{d}$	Щоб знайти результуючий вектор $\vec{R}$, треба послідовно перенести початок вектора $\vec{b}$ в кінець вектор $\vec{a}$, потім початок вектора $\vec{c}$ в кінець вектора $\vec{b}$ та початок вектора $\vec{d}$ з протилежним напрямом $\left(-\vec{d}\right)$ в кінець вектора $\vec{c}$. $\vec{R}$ – результуючий вектор, з'єднує початок вектора $\vec{a}$ і кінець вектора $-\vec{d}$.
	

Таблиця 1.5 – Правило паралелограма

	Всі вектори переносять тільки вздовж ліній дії (- - -). Приклад 1. Щоб знайти результуючий вектор $\vec{c}$, потрібно з'єднати початок вектора $\vec{a}$ з початком вектора $\vec{b}$, переміщаючи вздовж ліній дії. Вектори $\vec{a}$ и $\vec{b}$ – це сторони паралелограма. Результуючий вектор $\vec{c}$ – це діагональ паралелограма.

Продовження таблиці 1.5

	Приклад 2. З'єднуємо початок вектора $\vec{a}$ з початком вектора $-\vec{b}$, переміщаючи їх уздовж ліній дії (- - -). Вектор $-\vec{b}$ по модулю дорівнює вектору $\vec{b}$, але має протилежний напрямок. На векторах $\vec{a}$ та $-\vec{b}$ будуємо паралелограм. <u>Діагональ</u> паралелограма $\vec{c}$ – результуючий вектор.
Чисельне значення (модуль) вектора *c* визначається за рівнянням $\left\|\vec{c}\right\| = c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\alpha}$, де $\alpha = \left(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b}\right)$ - кут між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$.	

- **Розкладання вектора на складові (компоненти)**

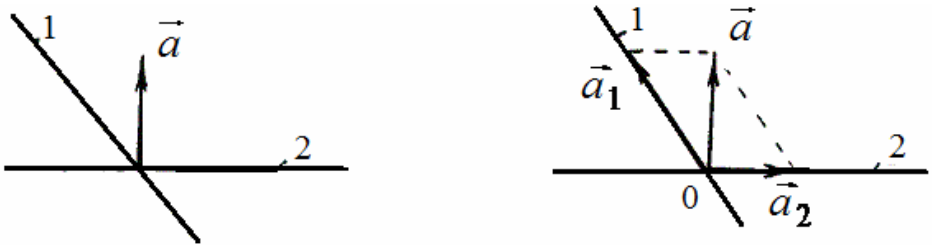
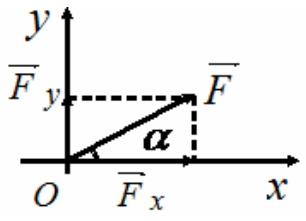


Рис. 1.1 Розкладання вектора по заданих напрямках

Розкладання вектора $\vec{a}$ на компоненти по заданих напрямках 1 і 2 проводять за правилом паралелограма, тоді як $\vec{a}_1 + \vec{a}_2 = \vec{a}$, де $\vec{a}_1, \vec{a}_2$ – складові вектора $\vec{a}$.



$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y,$$

$$\vec{F}_x = \vec{F} \cdot \cos\alpha,$$

$$\vec{F}_y = \vec{F} \cdot \sin\alpha.$$

Рис. 1.2 Розкладання вектора по осях *Ox*, *Oy*

- **Проекція вектора на вісь координат:**

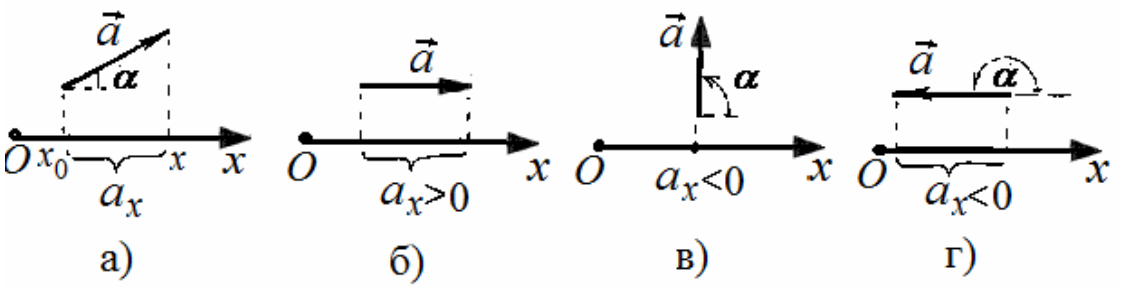


Рис. 1.3 Проекція вектора на вісь *Ox*: а) $\alpha>0$; б) $\alpha=0$; в) $\alpha=90^{o}$; г) $\alpha=180^{o}$

Проекція вектора на вісь *– це скаляр, який можна визначити за формулами*:

$$a_x = a \cdot \cos\alpha\,, \tag{1.3}$$

де $a \equiv |\vec{a}|$, $\alpha = (\vec{a}\,\hat{,}\,Ox)$;

або

$$a_x = x - x_0\,, \tag{1.4}$$

де x_0, x – координати початку та кінця вектора $\vec{a}$.

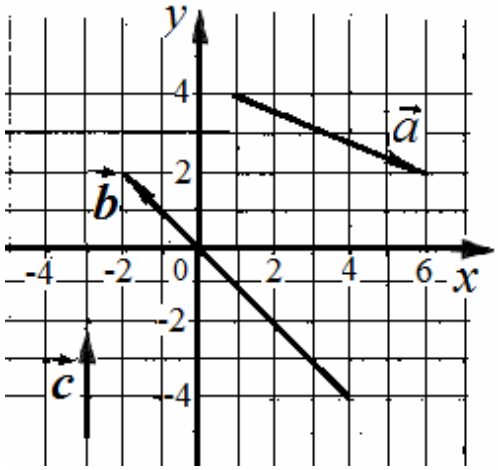
Якщо $\alpha = 0^{o}$, $\cos\alpha = 1$, тоді $a_x = a > 0$, $\vec{a} \uparrow\uparrow [Ox)$;

$\alpha = 90^{o}$, $\cos\alpha = 0$, тоді $a_x = 0$, $\vec{a} \perp [Ox)$;

$\alpha = 180^{o}$, $\cos\alpha = -1$, тоді $a_x = -a < 0$ $\vec{a} \downarrow\uparrow [Ox)$.

Приклади:

1) На координатній площині *xOy* дані вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$. Знайти проекції цих векторів на осі координат *Ox*, *Oy* та їх модулі.



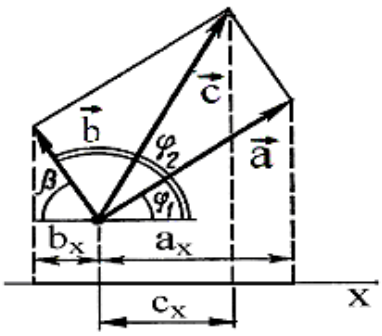
$a_x = x - x_0 = 6 - 1 = 5;$

$a_y = y - y_0 = 2 - 4 = -2;$

$|\vec{a}| = a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2};$

$a = \sqrt{5^2 + (-2)^2} = \sqrt{29} \approx 5{,}385.$

2) Проекція результуючого вектора $\vec{c}$ на вісь *Ox* дорівнює алгеброїчній сумі проекцій складових векторів на цю вісь.



$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$; $c_x = a\cos\varphi_1 + b\cos\varphi_2$.

Тоді як $\cos\varphi_2 = -\cos\beta$,

тоді $c_x = a\cos\varphi_1 - b\cos\beta$.

Відповідно $b\cos\beta$ чисельно дорівнює b_x, отже, $c_x = a_x - b_x$ – це арифметична рівність.

Рис. 1.4 Проекція результуючого вектора $\vec{c}$ на вісь *Ox*

- **Скалярний добуток двох векторів:**

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\alpha, \qquad (1.5)$$

де $\alpha = (\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b})$ – кут між напрямками векторів.

Будемо позначати:

$\vec{a}$ – вектор;

$|\vec{a}|$ або a – модуль вектора $\vec{a}$;

$\vec{a}_x$ – складова (компонента) вектора $\vec{a}$ в напрямку осі *Ox*;

a_x – проекція вектора $\vec{a}$ на вісь координат *Ox*.

Контрольні питання

1. Назвіть фізичні форми руху матерії. Наведіть приклади.
2. Що таке фізичні явища?
3. Що характеризує властивість матеріального об'єкта?
4. Назвіть загальні фізичні властивості матеріальних об'єктів.
5. Наведіть приклади конкретних фізичних властивостей речовини.
6. Як вивчають фізичні явища і фізичні властивості?
7. Що таке фізична величина?
8. Що означає виміряти фізичну величину?
9. Які бувають одиниці? Як визначають розмір одиниць?
10. Що складає інтернаціональну систему одиниць (СІ)?
11. Які фізичні величини називають скалярними? Наведіть приклади.
12. Які фізичні величини називають векторними? Наведіть приклад.
13. За якими правилами складають (розкладають) векторні величини?
14. Що таке проекція вектора на вісь?

2 МЕХАНІКА

Механіка - *розділ фізики, який вивчає закони механічного руху.*

Розділи механіки:

- кінематика матеріальної точки;
- динаміка матеріальної точки;
- елементи статики;
- закони збереження в механіці;
- елементи механіки рідин і газів.

2.1 Основні поняття механіки. Основне завдання механіки

Механічний рух *– це зміна положення фізичного тіла відносно інших тіл в просторі з плином часу.*

Фізичне тіло *– це матеріальний об'єкт, який має форму та розміри. Наприклад, літак, Сонце, Земля.*

Матеріальна точка – це модель (абстракція) тіла, розміри і форму якої можна не враховувати в даній задачі: в одній тіло може бути матеріальною точкою, в іншій воно не є матеріальною точкою. Наприклад, при русі Землі щодо Сонця Земля – матеріальна точка. У задачі про рух літака з Одеси до Києва матеріальна точка – це літак, але не Земля.

Основне завдання механіки – визначити положення тіла в просторі в будь-який момент часу за заданими початковими умовами – координатами, швидкостями та діючими на нього силами.

Для вирішення цього завдання потрібно вибрати систему відліку (рис. 2.1):

1) тіло відліку;
2) система координат (x, y, z);
3) спосіб вимірювання: координат, часу.

Тіло відліку *– тіло, щодо якого визначають положення інших тіл.*

Траєкторія *– це лінія, яку описує точка в просторі при русі* (табл. 2.1).

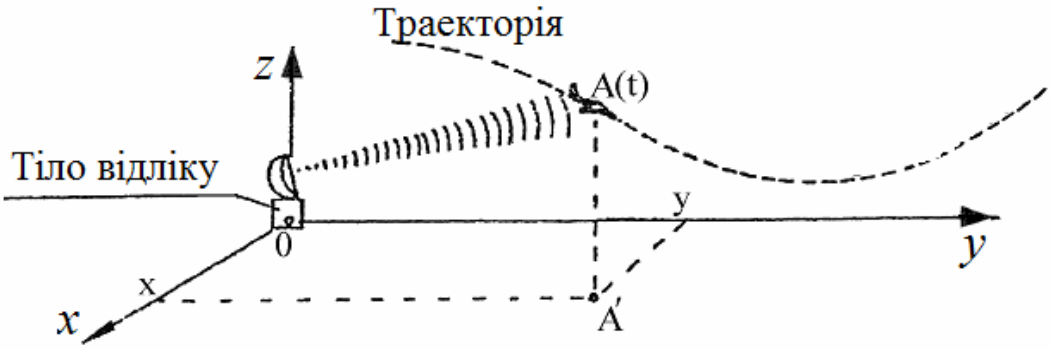


Рис. 2.1 Основні поняття механіки

Таблиця 2.1 − Види механічного руху за формою траєкторії

Для точки	1) Траєкторія – пряма лінія *Прямолінійний рух.* 2) Траєкторія – крива лінія *Криволінійний рух.*
Для тіла	1) Траєкторії всіх точок тіла – конгруентні (однакові): *Поступальний рух.* 2) Траєкторії всіх точок тіла – кола з центрами на одній осі: *Обертальний рух.*

Механічний рух, спокій та форма траєкторії – поняття відносні, тому що залежать від вибору тіла відліку.

Контрольні питання

1. Що вивчає механіка?
2. Що таке механічний рух?
3. Що таке фізичне тіло?
4. Що таке матеріальна точка? Наведіть приклад.
5. Відносно чого визначають зміну положення тіла?
6. Що таке тіло відліку?
7. Як можна визначити положення тіла в просторі?
8. Що складає систему відліку?
9. Що називають траєкторією?

3 КІНЕМАТИКА МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ

Кінематика *- частина механіки, яка вивчає механічний рух (не цікавлячись причинами зміни механічного стану об'єктів) без урахування сил, прикладених до рухомих об'єктів.*

Завдання кінематики - *визначити положення матеріальної точки А в будь-який момент часу t, тобто знайти конкретний вид залежності* $\vec{r}(t)$ *або* $x(t), y(t), z(t)$.

Кінематика відповідає на питання: як рухається тіло?

3.1 Основні поняття і параметри кінематики

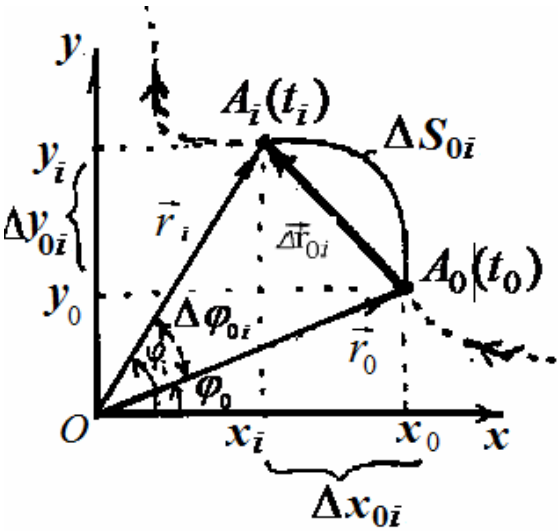


Рис. 3.1 Рух матеріальної точки в площині координат *xOy*

1) $A_0(t_0)$ − початкове положення точки в момент часу t_0.
2) $A_i(t_i)$ − кінцеве (нове) положення точки в новий момент часу t_i.
3) $t_i - t_0 = \Delta t_{0i}$ − проміжок (інтервал) часу (час руху).
4) ***Радіус-вектор*** $(\vec{r})$ *− вектор, який показує положення точки в просторі щодо початку відліку* (*O*).
5) ***Переміщення*** *(*$\Delta\vec{r} = \vec{r}_i - \vec{r}_0$*) – вектор, який показує нове положення точки відносно її початкового положення.*
6) ***Координати точки*** *A* (*x*, *y*, *z*) – відстань на осях координат *Ox*, *Oy*, *Oz* (проекції радіус-вектора на осі):

$$\left.\begin{aligned} x_0 &= r_{0x} = \left|\vec{r_0}\right| \cdot \cos\varphi_0 \\ y_0 &= r_{0y} = \left|\vec{r_0}\right| \cdot \sin\varphi_0 \end{aligned}\right\}$$ Початкові координати точки $A_0(x_0, y_0, z_0, t_0)$.

$$\left.\begin{aligned} x_i &= r_{ix} = \left|\vec{r_i}\right| \cdot \cos\varphi_i \\ y_i &= r_{iy} = \left|\vec{r_i}\right| \cdot \sin\varphi_i \end{aligned}\right\}$$ Кінцеві (нові) координати точки $A_i(x_i, y_i, z_i, t_i)$

$$\left.\begin{aligned} \Delta x_{0i} &= x_i - x_0 \\ \Delta y_{0i} &= y_i - y_0 \\ \Delta z_{0i} &= z_i - z_0 \end{aligned}\right\}$$ Зміна координат точки за час руху Δt_{0i}

Модуль вектора переміщення визначається за рівнянням:

$$\left|\Delta\vec{r}_{0i}\right| = \sqrt{\Delta r_x^2 + \Delta r_y^2 + \Delta r_z^2} = \sqrt{\Delta x_{0i}^2 + \Delta y_{0i}^2 + \Delta z_{0i}^2}\,,\ \left[\Delta r\right] = 1 \text{ м.} \qquad (3.1)$$

7) ***Довжина шляху*** $(\Delta S_{0i} = S_i - S_0)$ – *довжина відрізка траєкторії, який проходить точка за час руху* Δt_{0i}.

ΔS_{0i} – скалярна величина, завжди $\Delta S_{0i} \geq 0$, $\left[\Delta S\right] = 1$ м

Довжина шляху і переміщення – <u>різні параметри</u>:

$$\Delta S_{0i} \neq \Delta\vec{r}_{0i}\,,\quad \Delta S_{0i} \geq \left|\Delta\vec{r}_{0i}\right|.$$

8) $\varphi_i - \varphi_0 = \Delta\varphi_{0i}$ – ***кут повороту радіус-вектора за часом*** Δt_{0i}, $\left[\varphi\right] = 1$ рад.

9) ***Швидкість*** $(\upsilon, \left[\upsilon\right] = 1$ м/с) – *це параметр, який показує, як швидко рухається матеріальна точка*:

- ***Середня лінійна швидкість проходження шляху*** $(\upsilon_{сер})$ – *це така стала швидкість, при якій матеріальна точка може пройти той же шлях за той же час, як при реальній <u>змінній</u> швидкості* (рис. 3.2) і дорівнює відношенню довжини пройденого шляху ΔS_{0i} до проміжку часу, $\upsilon_{сер}$ – величина скалярна:

$$\upsilon_{сер} = \frac{\Delta S_{0i}}{\Delta t_{0i}}. \qquad (3.2)$$

- ***Середня лінійна швидкість переміщення*** $(\vec{\upsilon}_{сер})$ за час Δt_{0i} дорівнює відношенню переміщення $\Delta\vec{r}_{0i}$ до проміжку часу, $\vec{\upsilon}_{сер}$ – величина векторна:

$$\vec{\upsilon}_{сер} = \frac{\Delta\vec{r}_{0i}}{\Delta t_{0i}}. \qquad (3.3)$$

В загальному випадку $\upsilon_{сер} \neq \left|\vec{\upsilon}_{сер}\right|$, тому що $\Delta S_{0i} \neq \left|\Delta\vec{r}_{0i}\right|$ (рис. 3.3).

• ***Середня кутова швидкість*** $\omega_{сер}$ за час Δt_{0i} дорівнює відношенню кута повороту $\Delta\varphi_{0i}$ до проміжку часу $[\omega]=1$ рад/с:

$$\vec{\omega}_{сер}=\frac{\Delta\vec{\varphi}_{0i}}{\Delta t_{0i}}. \qquad (3.4)$$

Вектор миттєвої кутової швидкості спрямований по осі обертання. напрямок вектора $\vec{\omega}$ визначають за правилом винта (рис. 3.5).

$\upsilon_{сер}, \vec{\upsilon}_{сер}, \vec{\omega}_{сер}$ − не є фізичними величинами, це − технічні характеристики.

• ***Миттєва швидкість*** $\vec{\upsilon}_i$ *– це середня швидкість за нескінченно малий проміжок часу* $\Delta t_{0i}\to 0$ *(швидкість в даний момент часу* t_i *в даній точці траєкторії)*, тобто похідна від шляху $\Delta S_{0i}{}'$ чи переміщення $\Delta\vec{r}_{0i}{}'$ за часом:

$$\upsilon_i=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta S_{0i}}{\Delta t_{0i}}=\Delta S_{0i}{}',$$

$$\vec{\upsilon}_i=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{r}_{0i}}{\Delta t_{0i}}=\Delta\vec{r}_{0i}{}'. \qquad (3.5)$$

Миттєва лінійна швидкість $\vec{\upsilon}_i$ – це векторна фізична величина, яка має дві характеристики: числове значення (скаляр) і напрям (вектор). Так як при $\Delta t_{0i}\to 0$ $\Delta S_{0i}=|\Delta\vec{r}_{0i}|$ скаляр миттєвої шляхової швидкості дорівнює модулю вектора миттєвої швидкості переміщення: $\upsilon_i=|\vec{\upsilon}_i|$.

Вектор $\vec{\upsilon}$ миттєвої лінійної швидкості спрямований по дотичній *MN* до траєкторії (рис. 3.4).

Вектор $\vec{\omega}$ миттєвої кутової швидкості спрямований по осі *обертання* (рис. 3.5). Напрямок вектора $\vec{\omega}$ визначають за правилом гвинта.

10) ***Прискорення*** ($\vec{a}$) *– це параметр, який показує, як швидко змінюється швидкість при русі.*

• ***Середнім прискоренням*** ($\vec{a}_{сер}$) за проміжок часу Δt_{0i} *називається фізична величина, що чисельно дорівнює відношенню зміни швидкості* $\Delta\vec{\upsilon}_{0i}$ *до проміжку часу* (рис. 3.6):

$$\vec{a}_{сер}=\frac{\Delta\vec{\upsilon}_{0i}}{\Delta t_{0i}}. \qquad (3.6)$$

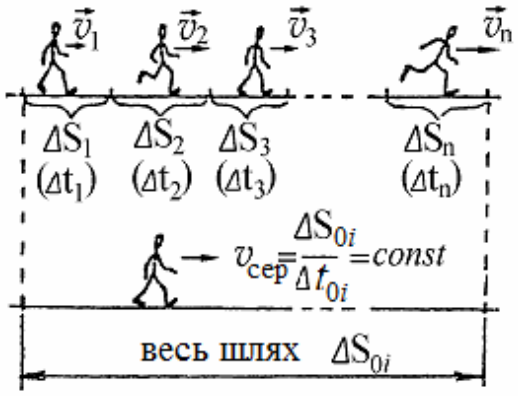


Рис. 3.2

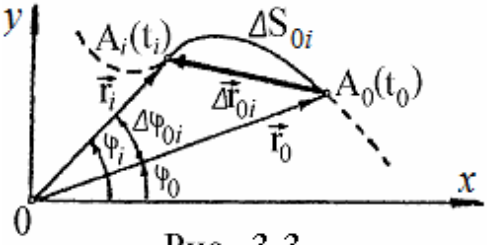


Рис. 3.3

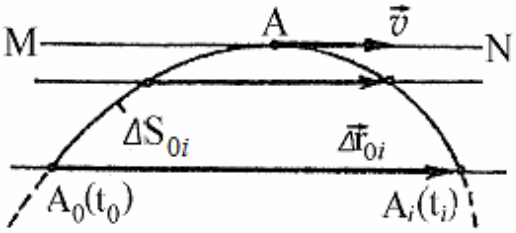


Рис. 3.4

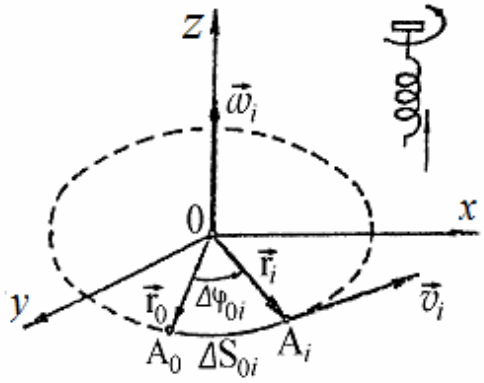


Рис. 3.5

Таблиця 3.1 – Швидкість

Якщо $\Delta t_{0i} = t_i - t_0$, $i = 1, 2, 3, \ldots n$, тоді
➢ середня лінійна швидкість проходження шляху : $\upsilon_{сер} = \frac{весь\ шлях}{весь\ час} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \Delta S_i}{\sum_{i=1}^{n} \Delta t_i} = \frac{\Delta S_{0i}}{\Delta t_{0i}} = const$;   ➢ середня лінійна швидкість переміщення: $\vec{\upsilon}_{сер} = \frac{переміщення}{весь\ час} = \frac{\Delta\vec{r}_{0i}}{\Delta t_{0i}} = \frac{\vec{r}_i - \vec{r}_0}{t_i - t_0}$.   Зверніть увагу! $\Delta S_{0i} \neq \lvert\Delta\vec{r}_{0i}\rvert$; $\Delta\upsilon_{сер} \neq \lvert\Delta\vec{\upsilon}_{сер}\rvert$.   ➢ середня кутова швидкість: $\vec{\omega}_{сер} = \frac{кут\ повороту}{весь\ час} = \frac{\Delta\vec{\varphi}_{0i}}{\Delta t_{0i}} = \frac{\vec{\varphi}_i - \vec{\varphi}_0}{t_i - t_0}$.
Якщо $t_i \to t_0$, $\Delta t_{0i} \to 0$, тоді $\Delta S_{0i} = \lvert\Delta\vec{r}_{0i}\rvert$
➢ миттєва лінійна швидкість : $\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{\Delta t \to 0} \upsilon_{сер} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta S_{0i}}{\Delta t_{0i}} = \Delta S_{0i}{}' = \upsilon_i \\ \lim\limits_{\Delta t \to 0} \vec{\upsilon}_{сер} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}_{0i}}{\Delta t_{0i}} = \Delta\vec{r}_{0i}{}' = \vec{\upsilon}_i \end{array}\right\} \upsilon_i = \lvert\vec{\upsilon}_i\rvert$.   ➢ миттєва кутова швидкість : $\lim\limits_{\Delta t \to 0} \vec{\omega}_{сер} = \lim\limits_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\varphi}_{0i}}{\Delta t_{0i}} = \Delta\vec{\varphi}_{0i}{}' = \vec{\omega}_i$.   Зверніть увагу ! $\vec{r}_i \perp \vec{\upsilon}_i \perp \vec{\omega}_i$ – взаємно перпендикулярні вектори.

• ***Миттєве прискорення*** ($\vec{a}_i$) *- це фізична величина, що чисельно дорівнює межі, до якої прагне середнє прискорення за нескінченно малий проміжок часу* $\Delta t \to 0$*, тобто похідна від вектора швидкості за часом* ($\Delta\vec{\upsilon}_{0i}{}'$):

$$\vec{a}_i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\upsilon}_{0i}}{\Delta t_{0i}} = \Delta\vec{\upsilon}_{0i}{}' . \qquad (3.7)$$

Вектор $\vec{a}_i$ можна розкласти на дві складові: тангенціальну $\vec{a}_\tau$, яка спрямована по дотичній до траєкторії ($\vec{a}_\tau \| \vec{\upsilon}_i$), і нормальну $\vec{a}_n$, яка перпендикулярна до дотичної ($\vec{a}_n \perp \vec{\upsilon}_i$) (рис. 3.7). Тангенційне прискорення $\vec{a}_\tau$ показує зміну лінійної швидкості тільки за модулем, а $\vec{a}_n$ – зміну лінійної швидкості тільки за напрямком.

Модуль вектора нормального прискорення $\vec{a}_n$ прямо пропорційний квадрату модуля лінійної швидкості υ_i^2, і обернено пропорційний радіусу кривизни траєкторії руху точки R_i:

$$\vec{a}_n = \frac{\upsilon_i^2}{R_i} . \qquad (3.8)$$

Модуль вектора миттєвого прискореняя $\vec{a}_i$ можна визначити за теоремою Піфагора

$$|\vec{a}_i| = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} \text{ , } [a] = 1 \text{ м/с}^2. \qquad (3.9)$$

• ***Миттєве кутове прискорення*** ($\vec{\varepsilon}_i$, $[\varepsilon] = 1$ рад/с) чисельно дорівнює межі, до якої прагне середнє кутове прискорення $\vec{\varepsilon}_{сер}$ за нескінченно малий проміжок часу $\Delta t \to 0$:

$$\vec{\varepsilon}_i = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\omega}_{0i}}{\Delta t_{0i}} = \Delta\vec{\omega}_{0i}{}' . \qquad (3.10)$$

Напрямок вектора кутового прискорення $\vec{\varepsilon}_i$ збігається з напрямком вектора зміни кутової швидкості $\Delta\vec{\omega}$ (рис. 3.8).

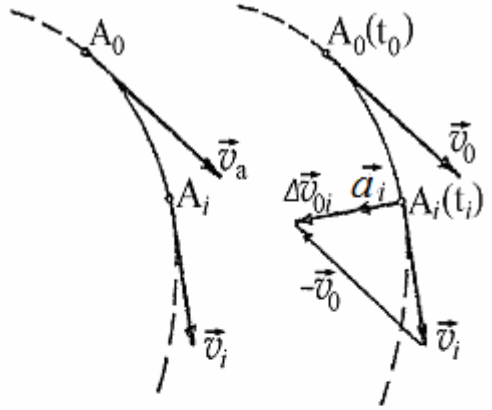


Рис. 3.6

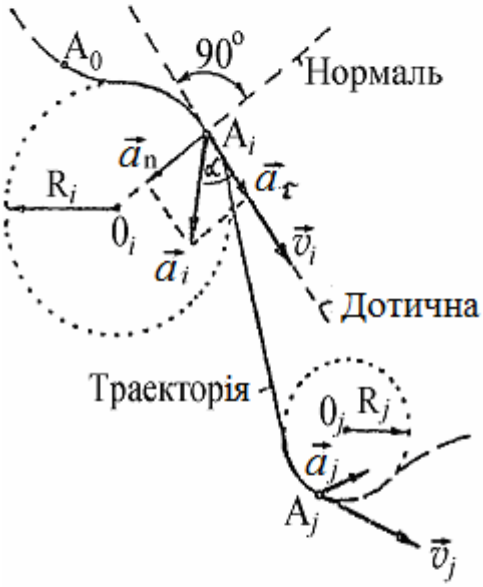


Рис. 3.7

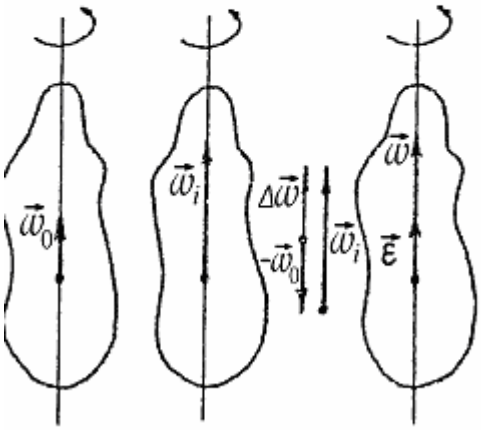


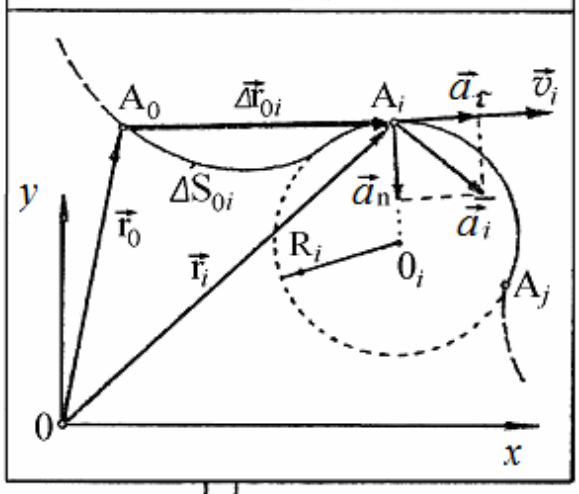
Рис. 3.8

Таблиця 3.2 – Прискорення

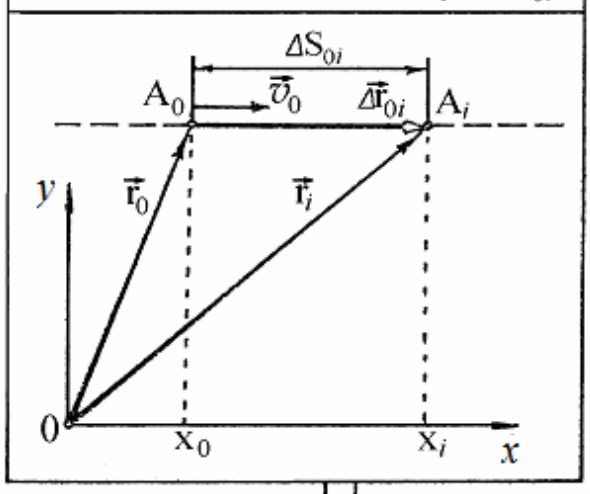
Якщо $\Delta t_{0i} = t_i - t_0$, $i = 1, 2, 3, \ldots n$, тоді
➢ середнє лінійне прискорення: $$\vec{a}_{сер} = \frac{\Delta\vec{\upsilon}_{0i}}{\Delta t_{0i}} = \frac{\vec{\upsilon}_i - \vec{\upsilon}_0}{t_i - t_0},$$ де $\Delta\vec{\upsilon}_{0i}$ – вектор зміни лінійної швидкості за час Δt_{0i}.
Якщо $t_i \to t_0$, $\Delta t_{0i} \to 0$, тоді
➢ миттєве лінійне прискорення : $$\lim_{\Delta t \to 0} \vec{a}_{сер} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\upsilon}_{0i}}{\Delta t_{0i}} = \Delta\vec{\upsilon}_{0i}{}' = \vec{a}_i .$$ Зверніть увагу! Напрями вектору $\Delta\vec{\upsilon}_{0i}$ та $\vec{a}_i$ співпадают. Складові миттєвого лінійного прискорення: $$\vec{a}_i = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n;$$ $$\vec{a}_\tau \parallel \vec{\upsilon}_i,\ \vec{a}_n \perp \vec{\upsilon}_i,\ \alpha = \left(\vec{a}_i \overset{\wedge}{,} \vec{\upsilon}_i\right)$$ $$a_\tau = \lvert\vec{a}_i\rvert \cdot \cos\alpha, \quad a_n = \lvert\vec{a}_i\rvert \cdot \sin\alpha;$$ $$\lvert\vec{a}_n\rvert = \frac{\upsilon_i^2}{R_i}, \quad \lvert\vec{a}_i\rvert = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} .$$
Якщо $\Delta t_{0i} = t_i - t_0$, тоді
➢ середнє кутове прискорення: $$\vec{\varepsilon}_{сер} = \frac{\Delta\vec{\omega}_{0i}}{\Delta t_{0i}} = \frac{\vec{\omega}_i - \vec{\omega}_0}{t_i - t_0},$$ де $\Delta\vec{\omega}_{0i}$ – вектор зміни кутової швидкості за час Δt_{0i}.
Якщо $t_i \to t_0$, $\Delta t_{0i} \to 0$, тоді
➢ миттєве кутове прискорення: $$\lim_{\Delta t \to 0} \vec{\varepsilon}_{сер} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\omega}_{0i}}{\Delta t_{0i}} = \Delta\vec{\omega}_{0i}{}' = \vec{\varepsilon}_i$$ Зверніть увагу! Напрями векторів $\Delta\vec{\omega}_{0i}$ та $\vec{\varepsilon}_i$ співпадают.

Механічний рух

Криволінійний ($\Delta S_{0i} \neq |\Delta\vec{r}_{0i}|$)



Прямолінійний в одному напрямку $\Delta S_{0i} = |\Delta\vec{r}_{0i}|$



$$\vec{\upsilon}_i \neq const$$
$$\Delta\vec{\upsilon} \neq const \rightarrow \vec{a}_i \neq const$$
$$\vec{a}_i = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n \neq const$$
$$\vec{a}_\tau \neq const,\ \vec{a}_n \neq const$$
$$a_n = \frac{\upsilon_i^2}{R_i}$$

ЗМІННИЙ

$$\vec{\upsilon}_i \neq const$$
$$\Delta\vec{\upsilon} \neq const \rightarrow \vec{a}_i \neq const$$
$$\vec{a}_n = 0, \quad R \rightarrow \infty$$
$$\vec{a}_i = \vec{a}_\tau \neq const$$

РІВНОЗМІННИЙ

$$\vec{\upsilon}_i \neq const$$
$$\Delta\vec{\upsilon} = const \rightarrow \vec{a} = const$$
$$\vec{a}_i = \vec{a}_\tau = const$$
$$R \rightarrow \infty,\ \vec{a}_n = 0$$

$$\vec{\upsilon}_i \neq const$$
$$\Delta\vec{\upsilon} \neq const \rightarrow \vec{a}_i \neq const$$
$$|\vec{\upsilon}_i| = const \rightarrow \vec{a}_\tau = 0$$
$$\vec{a}_i = \vec{a}_n,\ a_n = \frac{\upsilon_i^2}{R_i} = const.$$

Це – рівномірний рух по колу

РІВНОМІРНИЙ

$$\vec{\upsilon} = const$$
$$\Delta\vec{\upsilon} = 0 \rightarrow \vec{a}_i = 0$$
$$\vec{a}_\tau = 0, \quad \vec{a}_n = 0$$

Рис. 3.9 Залежність виду механічного руху від його параметрів

Контрольні питання

1. Що таке кінематика? Що вона вивчає?
2. Що називають параметрами кінематики?
3. Що таке радіус-вектор?
4. Що таке проміжок часу?
5. Що таке довжина шляху (шлях)?
6. Що таке переміщення?
7. Як визначити модуль вектора переміщення?
8. Чим відрізняються параметри довжина шляху ΔS_{0i} і переміщення $\Delta\vec{r}_{0i}$
9. Що називають кутом повороту?
10. Що таке швидкість? Що таке середня швидкість?
11. Як визначити середню лінійну швидкість проходження шляху?
12. Як визначити середню лінійну швидкість переміщення?
13. Чим відрізняються υ_{cp} та $\vec{\upsilon}_{cp}$?
14. Як визначити середню кутову швидкість?
15. Що таке миттєва швидкість?
16. Які характеристики має миттєва лінійна швидкість?
17. Як спрямований вектор $\vec{\upsilon}$?
18. Як спрямований вектор $\vec{\omega}$?
19. Що таке прискорення?
20. Що називається середнім прискоренням?
21. Що називається миттєвим прискоренням?
22. Як можна розкласти вектор лінійного миттєвого прискорення?
23. Що показують складові $\vec{a}_\tau$ та $\vec{a}_n$?
24. Як визначити модуль $\vec{a}_i$ за його складовими?
25. Чому дорівнює модуль вектора нормального прискорення?
26. Чому дорівнює миттєве кутове прискорення?
27. Як спрямований вектор кутового прискорення?
28. Як залежить вид механічного руху від його параметрів?

3.2 Прямолінійний рух матеріальної точки (по осі *Ox*)

Якщо поєднати одну з осей координат (наприклад *Ox*) з прямолінійною траєкторією руху (рис. 3.10), тоді координата $y = const = 0$, $z = const = 0$, $x(t)$.

Рис. 3.10 а) рух по осі *Ox*; б) рух проти осі *Ox*

$$\Delta\vec{r}\,\|\vec{\upsilon}_i\|\vec{a}_i\,\|[Ox) \Rightarrow \begin{cases} |\Delta\vec{r}_{0i}| = |\Delta r_x| = |\Delta x_{0i}| = \Delta S_{0i}; \\ |\vec{\upsilon}_i| = |\upsilon_x| = \upsilon_i; \\ |\vec{a}_i| = |a_x| = a_i. \end{cases} \quad (i = \overline{0, n}). \qquad (3.4)$$

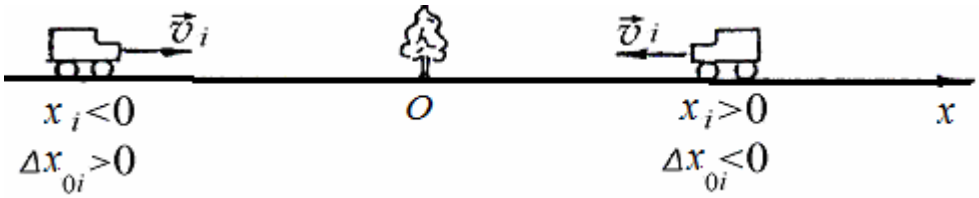


Рис. 3.11

Якщо точка рухається в одному напрямку, тоді $\Delta S_{0i} = |\Delta x_{0i}|$.

Правило знаків:

Завжди $t_i \geq 0, S_0 \geq 0, \Delta S_{0i} \geq 0$, але x_0, x_i, Δx_{0i}, υ_x, a_x можуть бути позитивними і негативними. Тут потрібно враховувати напрямок руху і положення точки відносно тіла відліку (*O*) (рис. 3.12).

Проекції векторів $\vec{\upsilon}_i$ та $\vec{a}_i$ на ось *Ox*:

$$\upsilon_x = \begin{cases} +\upsilon_i, & \text{якщо} \quad \vec{\upsilon}_i \uparrow\uparrow [Ox); \\ -\upsilon_i, & \text{якщо} \quad \vec{\upsilon}_i \downarrow\uparrow [Ox); \end{cases} \qquad a_x = \begin{cases} +a_i, & \text{якщо} \quad \vec{a}_i \uparrow\uparrow [Ox); \\ -a_i, & \text{якщо} \quad \vec{a}_i \downarrow\uparrow [Ox). \end{cases} \qquad (3.5)$$

Якщо:

$\vec{\upsilon}_0$ – початкова швидкість (коли t_0); $\vec{\upsilon}_i$ – кінцева (нова) швидкість (коли t_i).

Можливі два випадки:

$\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon} \Rightarrow \Delta\upsilon_{0i} \rangle 0 \Rightarrow \upsilon_i \rangle \upsilon_0$ – модуль швидкості зростає (збільшується) $\Rightarrow$ <u>прискорений рух</u>.

$\vec{a} \downarrow\uparrow \vec{\upsilon} \Rightarrow \Delta\upsilon_{0i} \langle 0 \Rightarrow \upsilon_i \langle \upsilon_0$ – модуль швидкості зменшується $\Rightarrow$ <u>сповільнений рух</u>.

<u>Задача.</u> Визначте шлях, який пройшло тіло за 4 с, миттєву швидкість в момент часу t_4=4 с та миттєве прискорення, якщо відомо, що шлях змінюється за законом $S = 4t^2 + 2t$. Задайте значення аргументу t_i = 0, 1, 2, 3 с і для цих значень аргументу розрахуйте функції $S(t)$, $\upsilon(t)$, $a(t)$. Результати розрахунку запишіть в таблицю. Виберіть масштаб функції і аргументу. За розрахунковим значенням (по точках) побудуйте графіки цих залежностей.

<u>Розв `язання</u>

<u>Дано:</u>
$S = 4t^2 + 2t$
$t_0 = 0$;
$t_1 = 1$ с;
$t_2 = 2$ с;
$t_3 = 3$ с ;
$t_4 = 4$ с .

S_4 - ? υ_4 - ? a_4 - ?
$S(t)$- ? $\upsilon(t)$- ? $a(t)$- ?

1) Для того, щоб визначити шлях за час t_i, потрібно в формулу шляху підставити відповідне значення часу $t_i = t_4$:

$$S_4 = 4t_4^2 + 2t_4. \qquad (3.6)$$

2) Щоб визначити миттєву швидкість, потрібно взяти першу похідну шляху за часом (′), продифференціювати функцію $S(t)$. Тоді отримаємо закон зміни швидкості:

$$\upsilon_4 = S' = (4t^2 + 2t)' = (8t + 2) \text{ м/с}. \qquad (3.7)$$

3) Щоб визначити миттєве прискорення, потрібно взяти першу похідну швидкості за часом або другу похідну шляху за часом, тоді отримаємо закон зміни прискорення:

$$a_4 = \upsilon' = S'' = (8\text{t} + 2)' = 8 \text{ м/с}^2. \qquad (3.8)$$

Прискорення - стала величина (рівнозмінний рух).

<u>Обчислення:</u>

1) $S_4 = 4 \cdot 16 + 2 \cdot 4 = 72$ м;
2) $\upsilon_4 = 8 \cdot 4 + 2 = 34$ м/с;
3) $a = 8$ м/с^2.

Для побудови графіків складемо таблицю при значеннях аргументу t_i = 0, 1, 2, 3, 4 с:

t_i, с	$S_i = 4t_i^2 + 2t_i$, м	$\upsilon_i = 8t_i + 2$, м/с	a, м/с^2
0	0	2	8
1	6	10	8
2	20	18	8
3	42	26	8
4	72	34	8

За даними таблиці побудуємо графіки (рис. 3.13).

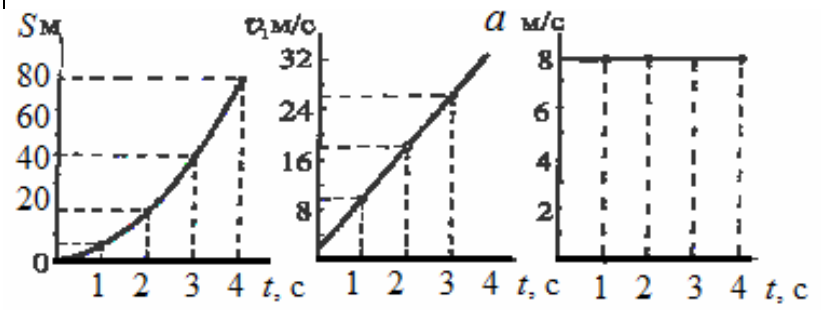


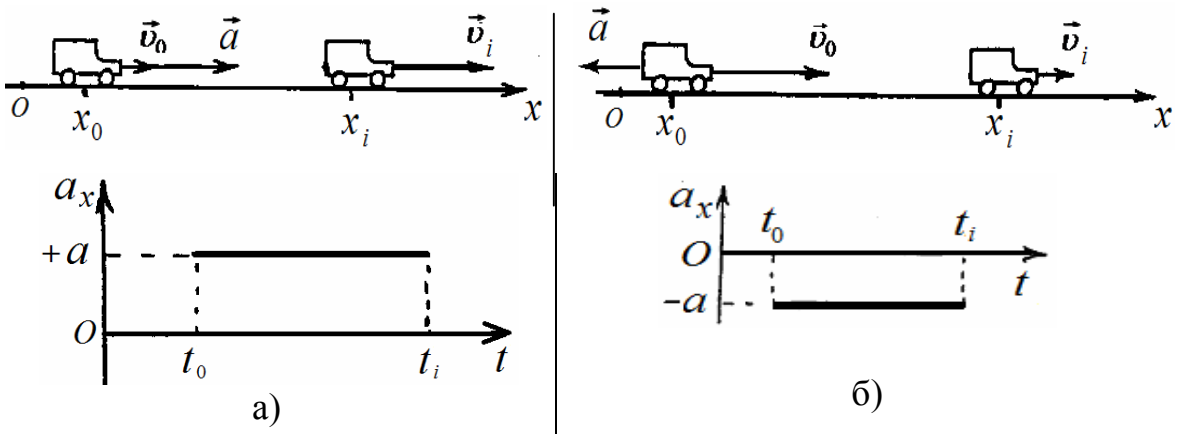
Рис. 3.12

Відповідь: 1) S_4 = 72 м; 2) υ_4 = 34 м/с; 3) a = 8 м/с^2.

3.2.1 Прямолінійний рівнозмінний рух матеріальної точки

Прямолінійний рівнозмінний рух *– це рух вздовж прямої лінії зі сталим за модулем та напрямом прискоренням* (рис. 3.13):

$$\vec{a} = \vec{const} \quad \Rightarrow \begin{cases} |\vec{a}_i| \equiv a = const \\ a_x = \pm a = const \end{cases} \qquad (3.9)$$



а) б)

Рис. 3.13

а) Рівноприскорений рух ($\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}$) $\upsilon_i > \upsilon_0 \Rightarrow \Delta\upsilon_{0i} > 0 \Rightarrow a_x > 0$;

б) Рівносповільнений рух ($\vec{a} \downarrow\uparrow \vec{\upsilon}$) $\upsilon_i < \upsilon_0 \Rightarrow \Delta\upsilon_{0i} < 0 \Rightarrow a_x < 0$.

Де прискорення:

$$\vec{a}_i = \frac{\vec{\upsilon}_i - \vec{\upsilon}_0}{\Delta t_{0i}},$$

чи проекція прискорення на вісь *Ox*

$$a_x = \frac{\upsilon_{ix} - \upsilon_{0x}}{t_i - t_0}. \qquad (3.10)$$

Видно, що $\upsilon_{ix} - \upsilon_{0x} = a_x \cdot \Delta t_{0i}$ – залежність проекції швидкості тіла від часу: $\upsilon_x(t)$.

$$\upsilon_{ix} = \upsilon_{0x} + a_x(t_i - t_0) \qquad (3.11)$$

Так як υ_{0x} – лінійна функція, то залежність $\upsilon_x(t)$ – лінійна, її графік – пряма (рис. 3.14).

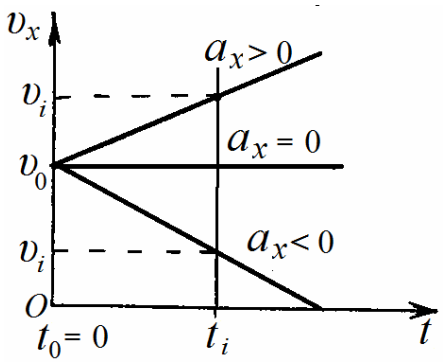


Рис. 3.14

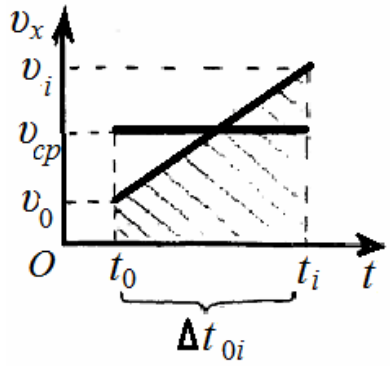


Рис. 3.15

Для рівнозмінного прямолінійного руху в одному напрямку можна отримати формули:

$$\upsilon_{cp} = \frac{\upsilon_{ix} + \upsilon_{0x}}{2}; \qquad (3.12)$$

$$\Delta S_{0i} = \upsilon_{cp}\Delta t_{0i} = \frac{\upsilon_{ix} + \upsilon_{0x}}{2}\Delta t_{0i} \qquad (3.13)$$

Рівняння (3.13) − це площа прямокутної трапеції (рис. 3.15).

Довжина шляху ΔS_{0i}, який проходить точка за час Δt_{0i}, чисельно дорівнює площі фігури під графіком швидкості (рис. 3.15).

Рівняння прямолінійного рівнозмінного руху матеріальної точки по осі Ox

$$1)\qquad \boxed{a_x = \frac{\upsilon_{ix} - \upsilon_{0x}}{\Delta t_{0i}}}; \tag{3.14}$$

$$2)\qquad \boxed{\upsilon_{ix} = \upsilon_{0x} + a_x \Delta t_{0i}}; \tag{3.15}$$

$$\Delta x_{0i} = \upsilon_{cp}\Delta t_{0i} = \frac{\upsilon_{ix} + \upsilon_{0x}}{2}\Delta t_{0i} = \frac{\upsilon_{0x} + a_x \Delta t_{0i} + \upsilon_{0x}}{2}\Delta t_{0i};$$

$$3)\qquad \boxed{\Delta x_{0i} = \upsilon_{0x}\Delta t_{0i} + \frac{a_x \Delta t^2{}_{0i}}{2}}; \tag{3.16}$$

$$\Delta x_{0i} = \upsilon_{cep}\Delta t_{0i} = \frac{\upsilon_{ix} + \upsilon_{0x}}{2} \cdot \frac{\upsilon_{ix} - \upsilon_{0x}}{a_x} \Rightarrow;$$

$$4)\qquad \boxed{\Delta x_{0i} = \frac{\upsilon^2{}_{ix} - \upsilon^2{}_{0x}}{2a_x}}; \tag{3.17}$$

$$5)\qquad \boxed{\Delta x_{0i} = x_i - x_0 \Rightarrow}\boxed{x_i = x_0 + \Delta x_{0i}}; \tag{3.18}$$

$$6)\qquad \Delta S_{0i} = S_i - S_0 = |\Delta x_{0i}|;$$

$$\boxed{S_i = S_0 + |\Delta x_{0i}|}. \tag{3.19}$$

де $S(t)$, $x(t)$ - квадратичні функції, графіки яких мають вигляд парабол. Форма параболи, графіка $x(t)$ - залежить від виду руху

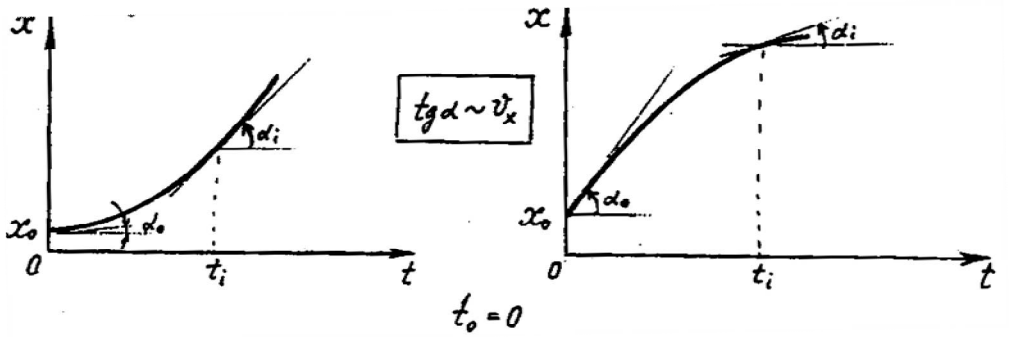


Рис. 3.17 а − рівноприскорений рух по Ox ($a_x > 0 \Rightarrow \upsilon_{ix} > \upsilon_{0x}$);
б − рівносповільнений рух по Ox ($a_x < 0 \Rightarrow \upsilon_{ix} < \upsilon_{0x}$)

Тангенс кута α − похила дотична до графіка $x(t)$ визначається проекцією вектора швидкості υ_{ix}:

$$tg\alpha = \upsilon_{ix} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x_{0i}}{\Delta t_{0i}}.$$

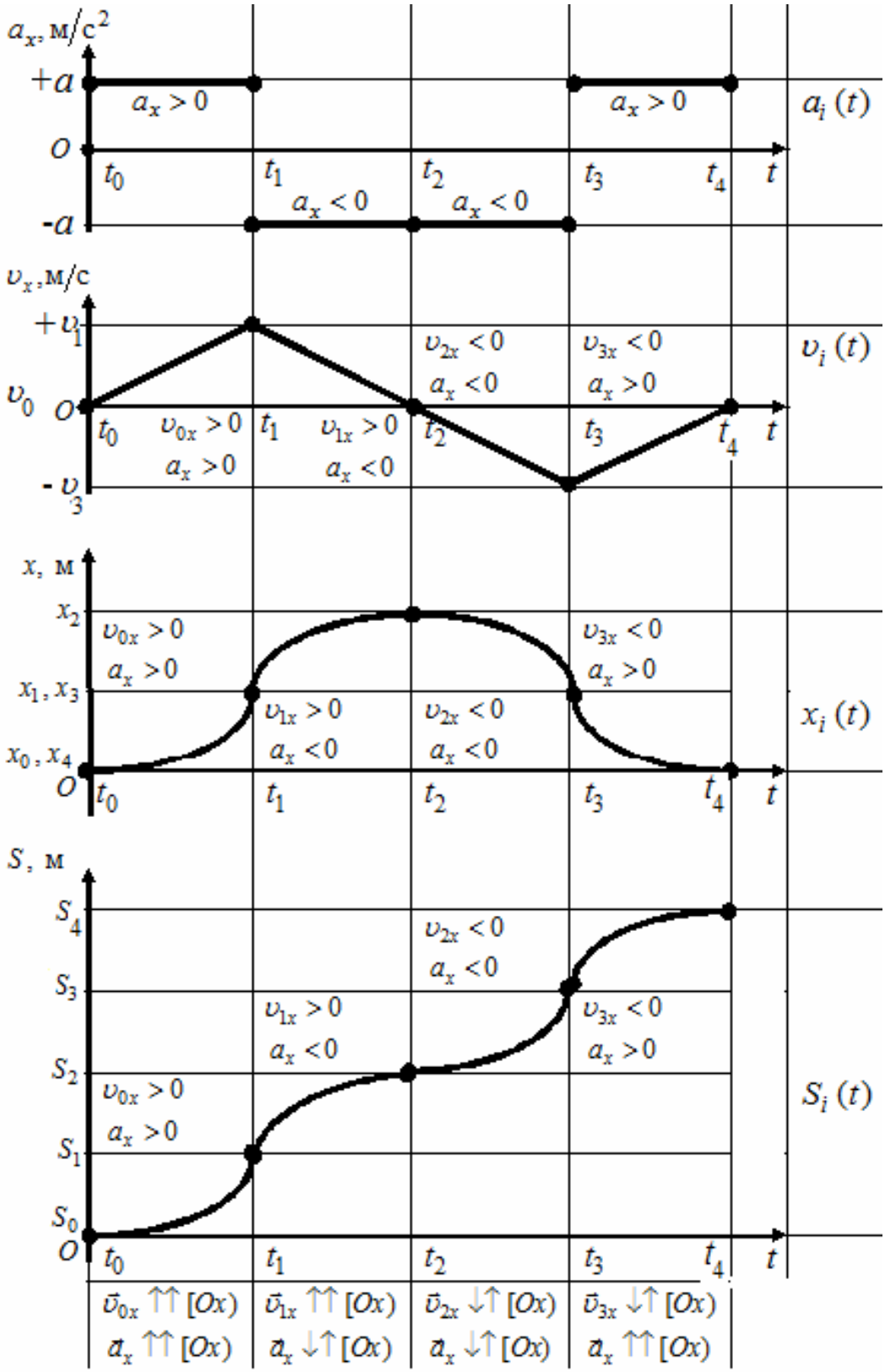
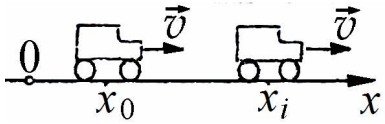
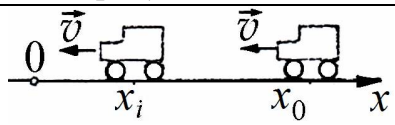
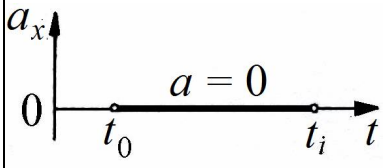
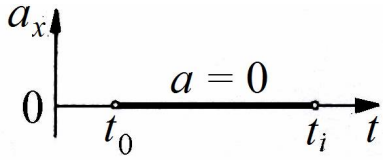
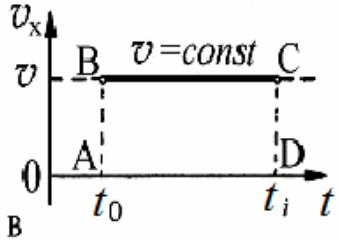
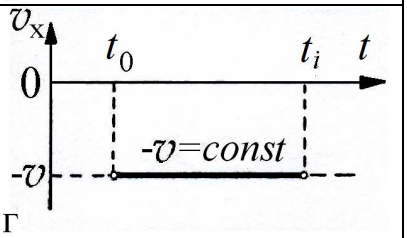
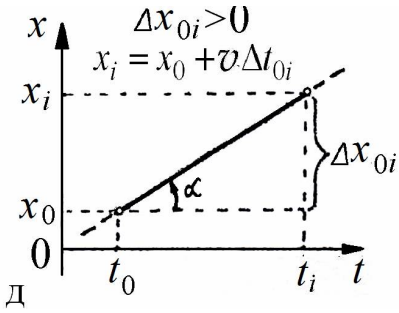
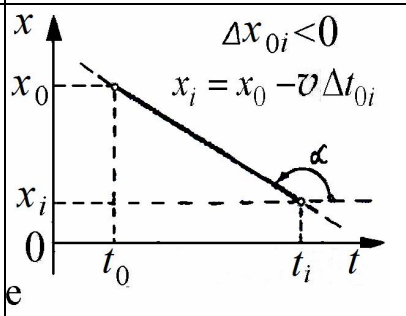
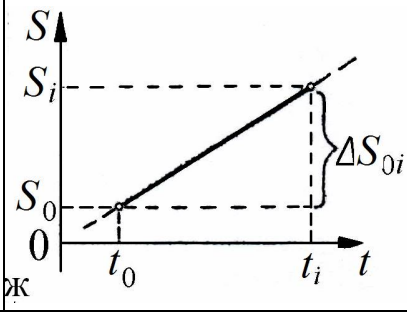
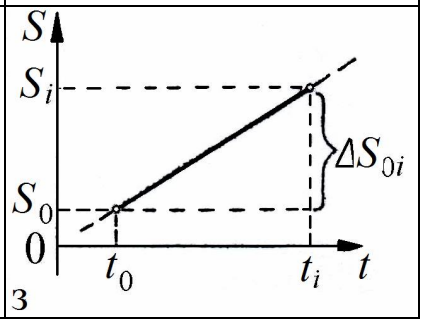


Рис. 3.17 Графіки прямолінійного рівнозмінного руху вздовж осі *Ox*

3.2.2 Прямолінійний рівномірний рух матеріальної точки

Прямолінійний рівномірний рух − *це окремий випадок рівнозмінного руху, коли прискорення дорівнює нулю* ($\vec{a} = 0$).

Таблиця 3.3 − Прямолінійний рівномірний рух матеріальної точки

Рівняння		Графіки	
		За напрямом осі *Ox*, $\vec{\upsilon} \uparrow\uparrow [Ox)$	Проти напряму осі *Ox*, $\vec{\upsilon} \downarrow\uparrow [Ox)$
$a_x(t)$	$\vec{a} = const = 0$ $a_x = 0$		
		 а	 б
$\upsilon_x(t)$	$\vec{\upsilon} = const$, $\lvert\vec{\upsilon}\rvert \equiv \upsilon = const$, $\upsilon_x = \dfrac{\Delta x_{0i}}{\Delta t_{0i}} = \pm\upsilon$	 в	 г
$x(t)$	$\Delta x_{0i} = \upsilon_x \Delta t_{0i}$, $\Delta x_{0i} = x_i - x_0 \to x_i = x_0 + \Delta x_{0i}$, $x_i = x_0 + \upsilon_x \Delta t_{0i}$	 д	 е
$S(t)$	$\Delta S_{0i} = \lvert\Delta x_{0i}\rvert \to$ завжди $\Delta S \geq 0$, $\Delta S_{0i} = S_i - S_0 \to S_i = S_0 + \lvert\Delta x_{0i}\rvert$, якщо $\lvert\Delta x_{0i}\rvert = \lvert\upsilon_x \Delta t_{0i}\rvert$, тоді $S_i = S_0 + \upsilon\Delta t_{0i}$.	 ж	 з

Зверніть увагу!

1. Площа фігури ABCD під графиком швидкості $\upsilon(t)$ дорівнює довжині шляху ΔS_{0i} за час Δt_{0i}.
2. Тангенс кута нахилу α графіка координати $x(t)$ визначає проекцію вектора швидкості υ_x.

3.2.3 Рівномірний прямолінійний рух щодо різних систем відліку

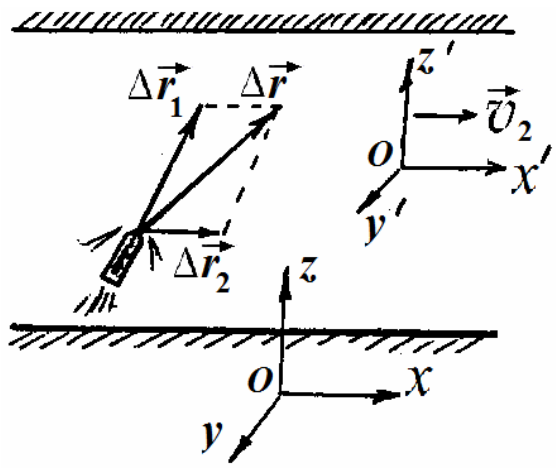


Рис. 3.18

Розглянемо рух човна по річці.

За проміжок часу Δt:

– човен здійснює переміщення щодо води $\Delta\vec{r}_1$;

– за цей же час вода в річці здійснює переміщення $\Delta\vec{r}_2$ щодо берега (землі).

– переміщення човна відносно землі ($\Delta\vec{r}$) є результуючим:

$$\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}_1 + \Delta\vec{r}_2 .$$

Розділимо це рівність на Δt:

$$\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{r}_1}{\Delta t} + \frac{\Delta\vec{r}_2}{\Delta t} \Rightarrow$$

за правилом додавання швидкостей: $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}_2$, (3.21)

де $\vec{\upsilon} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ – швидкість човна відносно землі (швидкість тіла відносно нерухомої системи координат xyz);

$\vec{\upsilon}_1 = \dfrac{\Delta\vec{r}_1}{\Delta t}$ – швидкість човна відносно води (швидкість тіла щодо рухомої системи координат $x'y'z'$);

$\vec{\upsilon}_2 = \dfrac{\Delta\vec{r}_2}{\Delta t}$ – швидкість води щодо землі (швидкість системи $x'y'z'$ відносно системи xyz).

Задача. Човен рухається по річці (рис. 3.19). Відстань АС дорівнює 2 км. Швидкість човна відносно води 3 м/с, швидкість води в річці 1 м/с. За якийсь час човен пройде відстань АВ:
1) за течією (з точки А в точку В)?
2) проти течії (з точки В в точку А)?

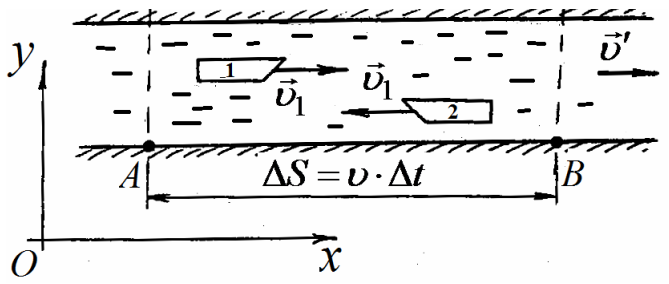


Рис. 3.19

Дано:	СІ:
υ_1 = 3 м/с,	
υ' = 1 м/с,	
$\Delta S = \lvert AB \rvert$ = 2 км	$2 \cdot 10^3$м
Δt - ?	

Розв'язання:

Час руху визначимо з рівняння шляху:

$$\Delta S = \upsilon \cdot \Delta t \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta S}{\upsilon};$$

де $\upsilon = \left|\vec{\upsilon}\right|$ – модуль швидкості човна відносно землі, який визначимо за правилом додавання швидкостей

$$\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}'$$

або в проекціях на вісь *Ox*:

$$\upsilon_x = \upsilon_{1x} + \upsilon'_x.$$

1) За напрамком (за течією) осі *Ox*:

$$\upsilon = \upsilon_1 + \upsilon';$$

2) Проти напрямку (проти течії) осі *Ox*:

$$\upsilon = -\upsilon_1 + \upsilon'.$$

Обчислення:

1) $\upsilon = \left|\upsilon_x\right| = 3 + 1 = 4 \ \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad \rightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta S}{\upsilon} = \frac{2 \cdot 10^3}{4} = 500$ с;

2) $\upsilon = \left|\upsilon_x\right| = \left|-3 + 1\right| = 2 \ \frac{\text{м}}{\text{с}} \quad \rightarrow \quad \Delta t = \frac{2 \cdot 10^3}{2} = 1000$ с.

Відповідь: човен проходить відстань АВ за 500 с за течією річки та за 1000 с проти течії.

3.2.4 Вільне падіння

Вільним падінням *називається рух тіла в безповітряному просторі (в вакуумі) під дією тільки сили тяжіння Землі.*

Закони вільного падіння були встановлені експериментально італійським вченим Галілеєм в кінці XVI століття.

Досліди Галілея показали, що ***вільне падіння*** – це рівноприскорений рух: в даній точці над Землею всі тіла падають з однаковим прискоренням, яке називається прискоренням вільного падіння (g). Наприклад, на помірних широтах прискорення вільного падіння:

$$g = 9{,}8153 \text{ м/с} \approx 9{,}8 \text{ м/с}^2 .$$

Вектор прискорення вільного падіння завжди спрямований до центра Землі (вертикально вниз, рис. 3.20).

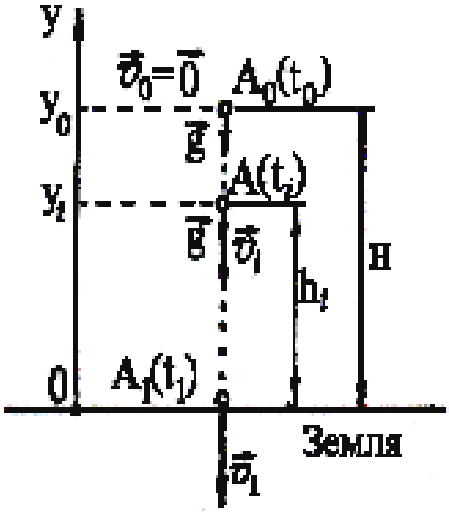


Рис. 3.20 Вільне падіння по осі Oy

Вільне падіння – це приклад прямолінійного рівнозмінного руху. При вільному падінні $\vec{a} = const = \vec{g}$.

Візьмемо координатну вісь Oy, спрямовану вертикально вгору, початок координат розташуємо на поверхні Землі (рис. 3.21). Тіло починає падати без початкової швидкості ($\vec{\upsilon}_0 = 0$) з точки A_0, яка знаходиться на висоті H над Землею. Тіло рухається рівноприскорено $\vec{g} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}_1$ проти напрямку осі Oy ($\vec{\upsilon}_1 \downarrow\uparrow [Oy]$): $\Delta\vec{r}_{01} \downarrow\uparrow [Oy]$, $\vec{g} \downarrow\uparrow [Oy]$ $\Rightarrow$

$$y_1 = y_0 + \frac{g_y \Delta t^2{}_{01}}{2} . \qquad (3.22)$$

У момент падіння t_1 на Землю $y_0 = H$, $y_1 = h_1 = 0$ $g_y = -g$ рівняння (3.22) буде мати вигляд:

$$0 = H - \frac{g\ \Delta t^2{}_{01}}{2} \quad \Rightarrow \mathrm{H} = \frac{1}{2} g \Delta t_{01}^2 \qquad (3.23)$$

Час падіння визначемо з рівняння (3.23):

$$\Delta t_{01} = \sqrt{\frac{2H}{g}} \qquad (3.24)$$

Так як тіло рухається рівноприскорено проти напрямку осі Oy координата зменшується ($y_1 < y_0$), але путь завжди збільшується ($S_1 > S_0$). Тому графік координати (табл. 3.4, в) буде дзеркальним відображенням графіка шляху (табл. 3.4, г) щодо осі часу.

Таблиця 3.4 – Вільне падіння

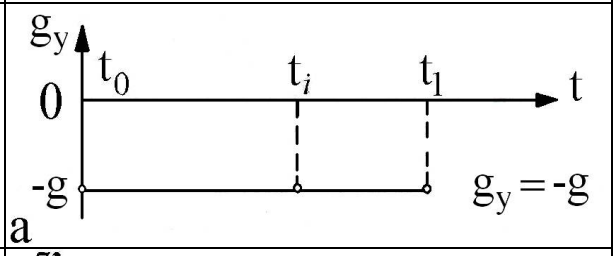
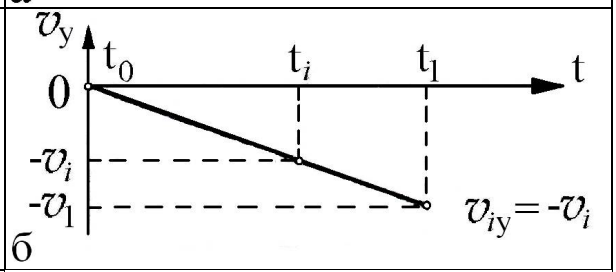
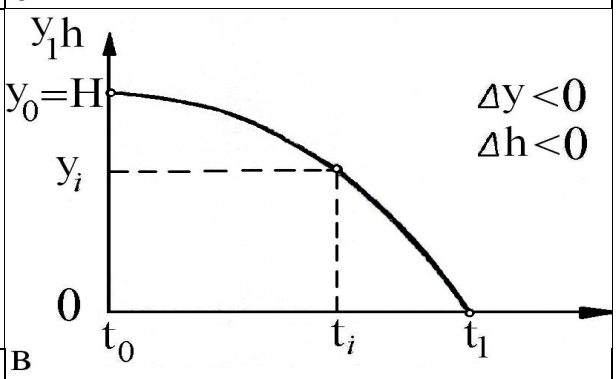
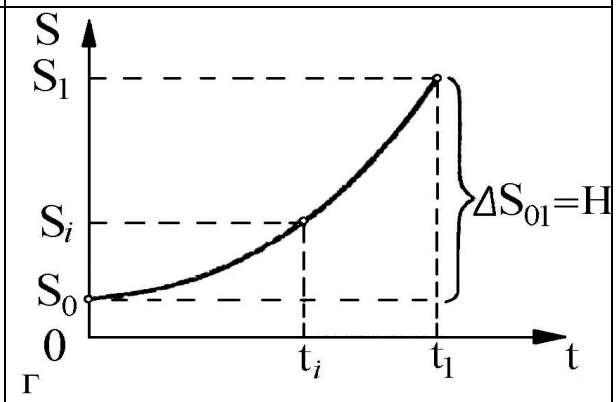
Рівняння		Графіки
$g(t)$	$\vec{g} = const$ $g_y = -g$	
$\upsilon(t)$	$\upsilon_{iy} = \upsilon_{0y} + g_y \Delta t_{0i}$, де $\upsilon_{0y} = 0$, тоді $\upsilon_{iy} = g_y \Delta t_{0i}$	
$y(t)$ $h(t)$	$\Delta y_{0i} = \Delta h_{0i} = \frac{g_y \Delta t_{0i}^2}{2}$, $\Delta y_{0i} = y_i - y_0 \quad \Rightarrow$ $y_i = y_0 + \Delta y_{0i}$, $y_0 = h_0 = H$, тоді $h_i = H + \frac{g_y \Delta t_{0i}^2}{2}$	
$y(\upsilon)$	$\Delta y_{0i} = \frac{\upsilon_{iy}^2}{2 g_y}$	
$S(t)$	$\Delta S_{0i} = \lvert \Delta y_{0i} \rvert = \lvert \Delta h_{0i} \rvert$, $S_i = S_0 + \lvert \Delta h_{0i} \rvert$, $S_i = S_0 + \left\lvert \frac{g_y \Delta t_{0i}^2}{2} \right\rvert$	

Схема розв'язання задач з кінематики

1. Записати умови задачі в скороченій формі (Дано) і перевести розмірності вихідних величин в систему СІ.
2. Визначити характер руху тіла (або точки).
3. Визначити напрямок векторів $\vec{\upsilon}$ та $\vec{a}$ відносно осі *Ox*.
4. Записати рівняння, за допомогою яких можна визначити даний рух (число рівнянь дорівнює числу невідомих величин).
5. Розв'язати рівняння в загальному вигляді.
6. Підставити числові значення заданих величин і провести обчислення.

<u>Задача.</u> Автобус рухається зі сталим прискоренням (рис. 3.22) $a = 0{,}5\ \text{м/с}^2$. За який час його швидкість збільшиться від 9 до 72 км/год?

Дано:	СІ:
$a = 0{,}5\ \text{м/с}^2$	
$\upsilon_0 = 9\ \text{км/год}$	$\upsilon_0 = \dfrac{9000\ \text{м}}{3600\ \text{с}} = 2{,}5\ \text{м/с}$
$\upsilon_1 = 72\ \text{км/год}$	$\upsilon_1 = \dfrac{72000\ \text{м}}{3600\ \text{с}} = 20\ \text{м/с}$
$\Delta t_{01} - ?$	

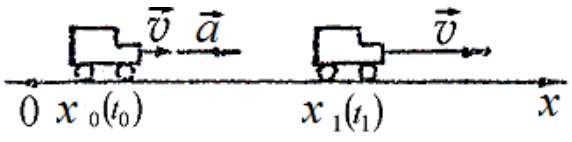


Рис. 3.21

<u>Розв'язання:</u>

1) Автобус рухається рівноприскорено, тому що його швидкість збільшується: $\upsilon_1 > \upsilon_0$, $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon} \uparrow\uparrow Ox$.

2) Рівняння швидкості для тіла має вигляд:

$$\upsilon_1 = \upsilon_0 + a\,\Delta t_{01}\ .$$

3) З рівняння прискорення визначимо час руху:

$$a = \frac{\Delta\upsilon_{01}}{\Delta t_{01}} \quad \Rightarrow \quad \Delta t_{01} = \frac{\upsilon_1 - \upsilon_0}{a}.$$

<u>Обчислення:</u>

$$\Delta t_{01} = \frac{20\ \text{м/с} - 2{,}5\ \text{м/с}}{0{,}5\ \text{м/с}^2} = 35\ \text{с}\ .$$

<u>Відповідь:</u> $\Delta t_{01} = 35\ \text{с}$.

Контрольні питання

1. Що таке прямолінійний змінний рух?
2. Що таке прямолінійний рівнозмінний рух?
3. Що називається прямолінійним рівномірним рухом?
4. Що можна сказати про прискорення при рівнозмінному та рівномірному русі?
5. Який вигляд мають графіки прискорення при рівнозмінному та рівномірному русі?
6. Як залежить швидкість від часу при рівнозмінному і рівномірному русі?
7. Який вигляд мають графіки швидкості при рівнозмінному та рівномірному русі?
8. Як залежать координата та шлях від часу при рівнозмінному та рівномірному русі?
9. Які мають графіки координати і шляхи при рівнозмінному та рівномірному русі?
10. Чим відрізняються графіки координати від графіків шляху?
11. Який рух називають прискореним, а який - сповільненим?
12. Як визначити швидкість при рівномірному прямолінійному русі щодо різних систем відліку?
13. Що називається вільним падінням?
14. Ким і коли були встановлені закони вільного падіння?
15. Що показали досліди Галілея?
16. Як спрямований вектор прискорення вільного падіння?
17. Чому дорівнює модуль вектора $\vec{g}$?
18. Чому дорівнює початкова швидкість при вільному падінні?
19. Як визначити висоту падіння H?
20. Як визначити час і швидкість падіння тіла на Землю?

3.3 Кінематика криволінійного руху матеріальної точки

Криволінійний змінний рух *– це рух точки по кривій лінії, при якому швидкість і прискорення змінюються за модулем та напрямком.*

3.3.1 Рух матеріальної точки під кутом до горизонту

Розглянемо тіло, кинуте під кутом α до горизонту з початковою швидкістю $\vec{\upsilon}_0$ (рис. 3.22), на яке діє тільки постійне прискорення - прискорення вільного падіння $\vec{a} = \vec{g}$. Опір повітря не враховуємо і розглядаємо тіло як матеріальну точку. Якщо точка описує траєкторію в одній площині, то будемо вирішувати завдання в системі координат *xOy*.

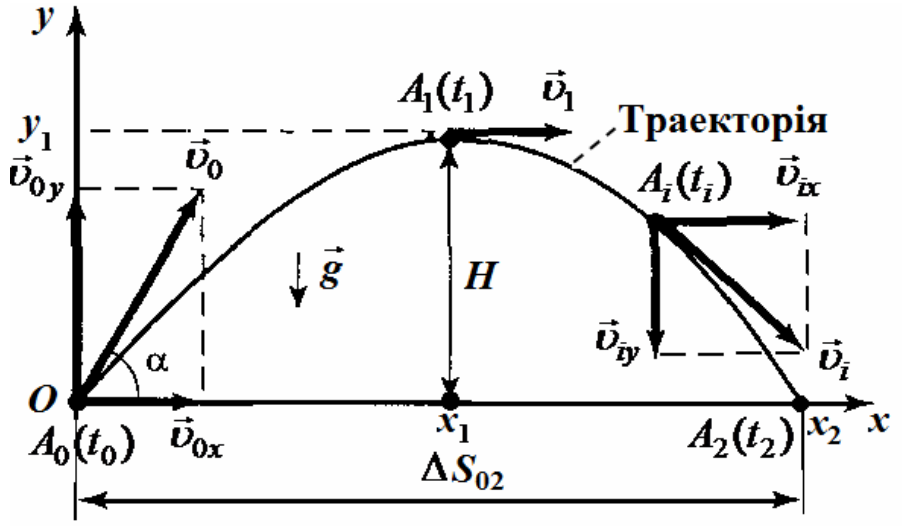


Рис. 3.22

Рух тіла, кинутого під кутом до горизонту, складається з двох рухів:

- горизонтального (щодо осі *Ox*) – рівномірний рух з сталою швидкістю $\upsilon_{0x} = \upsilon_{1x} = ... = \upsilon_{ix}$, тому що $g_x = 0$;
- вертикального (щодо осі *Oy*) – рівнозмінний рух зі сталим прискоренням $g_y = -g$ (вгору, до максимальної висоти *H* – рівносповільнений, вниз – рівноприскорений).

Рух тіла описується рівняннями кінематики в проекціях на осі *Ox* та *Oy*:

$$\boxed{\begin{aligned} \upsilon_{ix} &= \upsilon_{0x} + g_x \Delta t_{0i}, \\ x_i &= x_0 + \upsilon_{0x}\Delta t_{0i} + \frac{1}{2} g_x \Delta t_{0i}^2, \end{aligned}} \qquad \boxed{\begin{aligned} \upsilon_{iy} &= \upsilon_{0y} + g_y \Delta t_{0i}, \\ y_i &= y_0 + \upsilon_{0y}\Delta t_{0i} + \frac{1}{2} g_y \Delta t_{0i}^2, \end{aligned}} \quad (3.25)$$

де $x_0 = 0$, $y_0 = 0$ – значення координат в початковий момент часу (t_0);

$\upsilon_{0x} = \upsilon_0 \cos\alpha$, $\upsilon_{0y} = \upsilon_0 \sin\alpha$ – проекції початкової швидкості на координатні осі.

З урахуванням всіх складових, рівняння кінематики (3.25) в момент часу (t_i) будуть мати вигляд:

$$\boxed{\begin{aligned} \upsilon_{ix} &= \upsilon_0 \cos\alpha, \\ x_i &= \upsilon_0 \cos\alpha \ \Delta t_{0i}, \end{aligned}} \qquad \boxed{\begin{aligned} \upsilon_{iy} &= \upsilon_0 \sin\alpha - g \ \Delta t_{0i}, \\ y_i &= \upsilon_0 \sin\alpha \ \Delta t_{0i} - \frac{1}{2} g \, \Delta t_{0i}^2, \end{aligned}} \tag{3.26}$$

В цей момент часу модуль швидкості:

$$\boxed{\left|\overrightarrow{\upsilon_i}\right| = \upsilon_i = \sqrt{\upsilon_{ix}^2 + \upsilon_{iy}^2}}. \tag{3.27}$$

Час підйому тіла Δt_{01}, визначимо з рівняння швидкості υ_{iy} (3.26), якщо врахувати, що $\upsilon_{iy} = \upsilon_{1y} = 0$:

$$\boxed{\Delta t_{01} = \frac{\upsilon_0}{g} \sin\alpha}. \tag{3.28}$$

Весь час руху Δt_{02}, визначимо з рівняння координати y_i (3.26), якщо врахувати, що $y_i = y_2 = 0$:

$$\boxed{\Delta t_{02} = 2 \frac{\upsilon_0}{g} \sin \alpha}, \tag{3.29}$$

порівнюючи рівняння (3.27) та (3.28) видно, що весь час руху дорівнює подвоєному часу підйому:

$$\boxed{\Delta t_{02} = 2\Delta t_{01}}, \tag{3.30}$$

отже, час підйому дорівнює часу падіння: $\Delta t_{01} = \Delta t_{12}$.

Максимальну висоту підйому *H*, визначимо з рівняння координати y_i (3.26), якщо врахувати, що $y_i = H$, а $\Delta t_{0i} = \Delta t_{01} = \frac{\upsilon_0}{g} \sin\alpha$:

$$\boxed{H = \frac{\upsilon_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}}. \tag{3.31}$$

Дальність польоту (ΔS_{02}) визначимо з рівняння координати x_i (3.26), якщо врахувати, що $x_i = x_2 = \Delta S_{02}$ та $\Delta t_{0i} = \Delta t_{02} = 2\dfrac{\upsilon_0}{g}\sin\alpha$:

$$\boxed{\Delta S_{02} = \frac{\upsilon_0^2}{g}\sin 2\alpha}. \qquad (3.32)$$

3.3.2 Обертальний рух

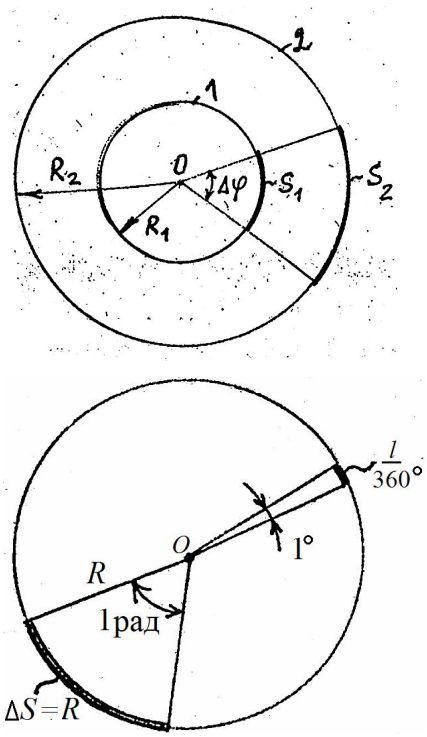


Рис. 3.23 б)

Міра центрального кута. Відомо (рис. 3.23, а), що відношення довжини кола ($l = 2\pi R = \pi d$) до її діаметра ($d = 2R$) не залежить від розмірів кола та дорівнює:

$$\frac{l}{d} = \pi \approx 3{,}14\ldots = const. \qquad (3.33)$$

Тому мірою центрального кута ($\Delta\varphi$) є відношення довжини дуги (ΔS) до радіуса R кола:

$$\frac{\Delta S}{R} = \Delta\varphi. \qquad (3.34)$$

Якщо $\Delta S = R$, тоді $\Delta\varphi = 1$ рад (радіан).

Радіан – безрозмірна величина:

$$[\Delta\varphi] = \frac{[\Delta S]}{[R]} = \frac{1\text{ м}}{1\text{ м}} = 1.$$

Повний центральний кут ($\Delta\varphi_n = 360^{\circ}$) дорівнює 2π радіан:

$$\Delta\varphi_n = \frac{\Delta S}{R} = \frac{l}{R} = \frac{2\pi R}{R} = 2\cdot\pi, \qquad (3.35)$$

$$1\text{ рад} = \frac{360^{\circ}}{2\pi} \approx \frac{360^{\circ}}{6{,}28} \approx 58^{\circ}18'.$$

3.3.3 Рівномірний рух по колу

Рівномірним рухом *по колу називають такий рух матеріальної точки, при якому радіус-вектор* $\vec{R}_i$ *за будь-які рівні проміжки часу* ($\Delta t_{0i} = const$) *повертається на рівні кути* ($\Delta\varphi_{0i} = const$) (рис. 3.24).

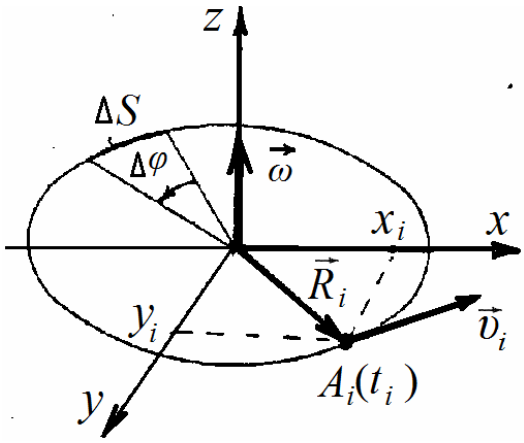


Рис. 3.24

$x_i(t_i)$ та $y_i(t_i)$.

Довжина шляху ΔS – це довжина дуги.

Під час руху точки по колу за будь-які рівні проміжки часу ($\Delta t = const$), радіус-вектор $(\vec{R}_i)$ робить поворот на рівні кути ($\Delta\varphi = const$) і точка проходить рівні відрізки шляху ($\Delta S = const$).

Кутова швидкість обертання (модуль) визначається:

$$\boxed{\omega = \frac{\Delta\varphi_{0i}}{\Delta t_{0i}} = const}, \ [\omega] = \frac{[\varphi]}{[t]} = \frac{1\,\text{рад}}{1\,\text{с}} = 1\,\text{рад/с}, \qquad (3.36)$$

напрямок вектора $\vec{\omega}$ визначають за правилом гвинта.

Лінійна швидкість (модуль) визначається:

$$\upsilon = \frac{\Delta S_{0i}}{\Delta t_{0i}} = const \qquad (3.37)$$

Період обертання *(T) – це час, протягом якого точка робить один повний оберт по колу*:

$$\boxed{T = \frac{2\pi}{\omega}}, \ [T] = 1\ \text{с}. \qquad (3.38)$$

Частота обертання *(ν) – це число повних обертів за одиницю часу*:

$$\boxed{\nu = \frac{1}{T} = T^{-1}},\ [\nu] = 1\ \text{с}^{-1}. \qquad (3.39)$$

Якщо $\Delta t = T$, тоді
$$\left.\begin{array}{l} \Delta S = l = 2\pi R \Rightarrow \upsilon = \dfrac{\Delta S}{\Delta t} = \dfrac{2\pi R}{T} = 2\pi \cdot \nu \cdot R \\ \Delta\varphi = 2\pi \Rightarrow \omega = \dfrac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \dfrac{2\pi}{T} = 2\pi \cdot \nu \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{\upsilon = \omega \cdot R} \qquad (3.40)$$

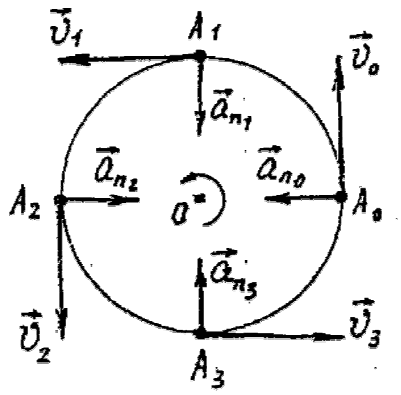


Рис. 3.25 Рівномірнє обертання

Треба відзначити, що при рівномірному обертанні (рис. 3.25):

1) Модуль швидкості не змінюється:
   $\upsilon_0 = \upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon_3 = \ldots = \upsilon = const$, тому тангенційне прискорення $\vec{a}_\tau = 0$;
2) Змінюється тільки напрямок швидкості:
   $\vec{\upsilon}_0 \neq \vec{\upsilon}_1 \neq \vec{\upsilon}_2 \neq \vec{\upsilon}_3 \Rightarrow \Delta\vec{\upsilon}_{0i} = \vec{\upsilon}_i - \vec{\upsilon}_0 \neq 0$, тому нормальне прискорення, що відповідає за напрямок руху $\vec{a}_n \neq 0$.

Модуль нормального (або доцентрового $a_n \equiv a_{ц.с.}$) прискорення можна визначити за рівняннями:

$$\boxed{a_n = \frac{\upsilon^2}{R}} \qquad (3.41) \qquad\qquad \boxed{a_n = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot R} \qquad (3.42)$$

або

$$\boxed{a_n = \omega^2 \cdot R} \qquad (3.43) \qquad\qquad \boxed{a_n = 4\pi^2 \cdot \nu^2 \cdot R} \qquad (3.44)$$

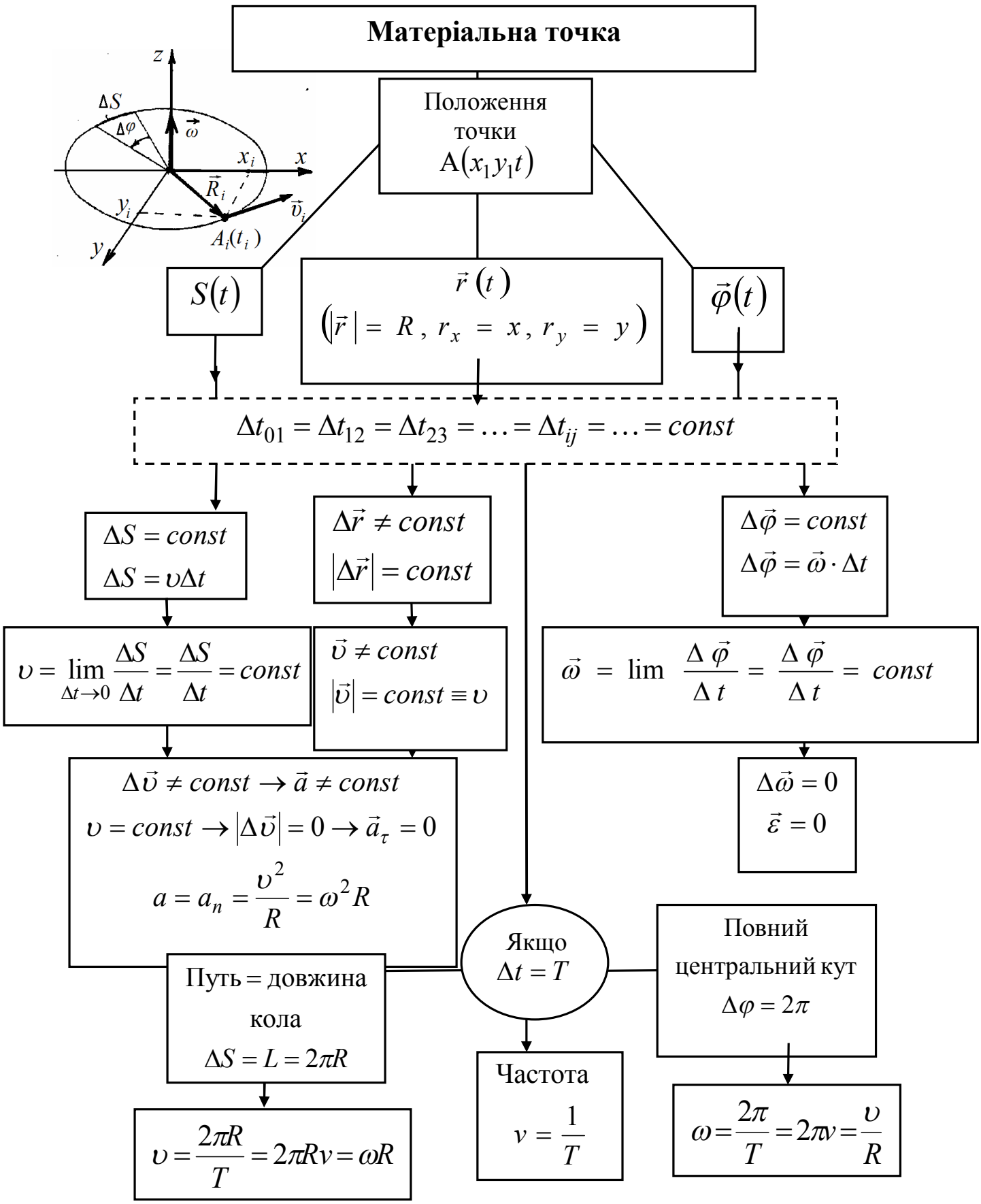


Рис. 3.26 Параметри рівномірного руху матеріальної точки по колу

Контрольні питання

1. Що таке криволінійний змінний рух?
2. Як визначають нормальне прискорення при криволінійному русі?
3. Що таке криволінійний рівномірний рух?
4. Який рух точки по колу називають рівномірним?
5. Що можна сказати про характер рівномірного руху по колу?
6. Що таке період обертання?
7. Що таке частота обертання?
8. Який зв'язок між кутовою швидкістю, частотою та періодом обертання?
9. Який зв'язок між лінійною та кутовою швидкістю?
10. У яких одиницях вимірюється кутова швидкість?

4 ДИНАМІКА МАТЕРІАЛЬНОЇ ТОЧКИ

Динаміка *– розділ механіки, який вивчає механічний рух, причини існування та його зміни (зміни швидкості).*

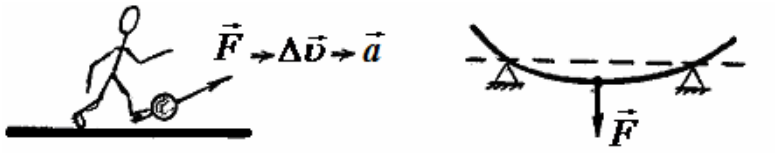
Основа динаміки – три закони Ньютона.

Центральна ідея законів руху Ньютона така: зміна стану руху тіл спричиняється їх взаємодією**.**

4.1 Основні закони динаміки

4.1.1 Поняття сили

Сила ***($\vec{F}$)*** *– векторна фізична величина, яка є кількісною характеристикою дії одного тіла на інше, в результаті якої тіло набуває прискорення або деформується* (рис. 4.1):



а) прискорення тіла; б) деформація тіла;

Рис. 4.1

Вектор сили ($\vec{F}$) має ***точку прикладання*** *– початок цього вектора.*

Вектор сили – зв'язаний вектор, тому кілька сил, які прикладені до тіла, можна скласти тільки за правилом паралелограма (рис. 4.2).

Рівнодіюча (результуюча) сила:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \vec{F}_p . \qquad (4.1)$$

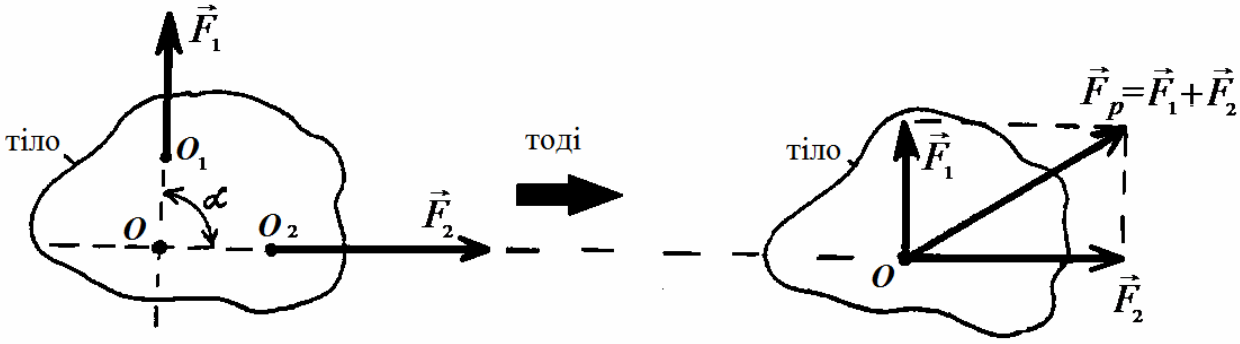


Рис. 4.2

O – точка прикладання рівнодіючої сили $\vec{F}_p$;

$$\left|\vec{F}_p\right| = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos\alpha} \qquad (4.2)$$

Якщо $\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$ або $\left|\vec{F}_1\right| = \left|\vec{F}_2\right|$ (рис. 4.3), тоді

$$\vec{F}_p = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0. \qquad (4.3)$$

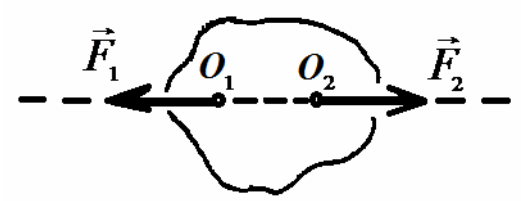


Рис. 4.3

Сили, $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, сума яких дорівнює нулю, називаються ***врівноваженими силами***.

4.1.2 Перший закон Ньютона. Маса тіла

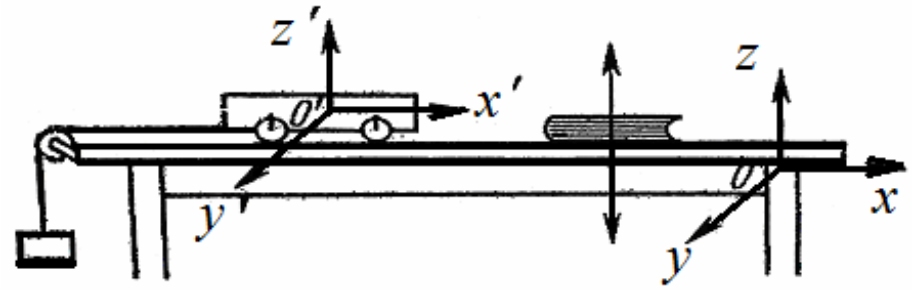


Рис. 4.4

Існують системи відліку, щодо яких швидкість тіла не змінюється, якщо на нього не діють інші тіла або дія інших тіл врівноважується. Такі системи відліку називають ***інерційними системами відліку***.

Перший закон Ньютона: *якщо на тіло не діють інші тіла або дії інших тіл врівноважуються, то тіло зберігає стан спокою або рухається рівномірно та прямолінійно щодо інерційних систем відліку*.

Перший закон Ньютона називають ще законом інерції: *інерція – явище збереження сталої швидкості чи стану спокою тіла при відсутності зовнішнього впливу*.

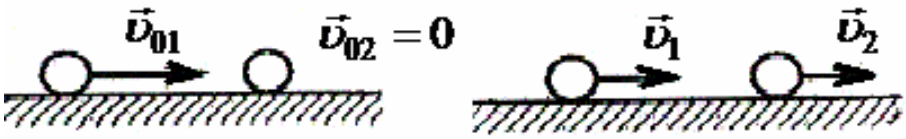
Всі інерціальні системи відліку знаходяться в спокої або рухаються з постійною швидкістю одна відносно одної.

Неінерційні системи *відліку рухаються з прискоренням відносно інерційних систем.* У нашому прикладі (рис. 4.4) стіл – тіло відліку інерціальної системи, візок – тіло відліку неінерціальної системи.

Ми будемо розглядати рух тіл відносно інерційних систем відліку.

Розглянемо приклад, коли дія на тіло інших тіл не врівноважується. На

столі знаходяться дві однакових кулі. Перша куля рухається зі швидкістю $\vec{\upsilon}_{01}$, друга – зберігається в спокої $\vec{\upsilon}_{02} = 0$ (рис. 4.5 а).



а) до взаємодії; б) після взаємодії

Рис. 4.5 Рух куль

При зустрічі кулі діють одна на одну (взаємодіють) в результаті чого їх швидкості змінюються (рис. 4.5, б). Дія Землі та опори (стола) на кулі врівноважується, тому причиною зміни швидкостей куль є їх вплив один на одного.

Позначимо:

$\Delta\vec{\upsilon}_1 = \vec{\upsilon}_1 - \vec{\upsilon}_{01}$ – зміна швидкості першої кулі;

$\Delta\vec{\upsilon}_2 = \vec{\upsilon}_2 - \vec{\upsilon}_{02}$ – зміна швидкості другої кулі.

Вимірювання показують, що для однакових куль $|\Delta\vec{\upsilon}_1| = |\Delta\vec{\upsilon}_2|$, тобто при взаємодії однакових тіл їх швидкості змінюються однаково.

Досліди з різними кулями показують: при взаємодії різних тел їх швидкості змінюються неоднаково.

Інертність *– властивість тіл по-різному змінювати свою швидкість при взаємодії.*

Чим менше змінюється швидкість тіла при взаємодії, тим більша *інертність* цього тіла.

Інертність полягає в тому, що для зміни швидкості руху тіла зовнішньою силою потрібен якийсь час. Чим більший цей час, тим більша інертність тіла.

Маса (m) – фізична скалярна величина, що є мірою інертності тіла.

При взаємодії двох тіл

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{|\Delta\vec{\upsilon}_2|}{|\Delta\vec{\upsilon}_1|}. \qquad (4.4)$$

Так як $\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t$; $|\vec{a}_1| = \frac{\Delta\vec{\upsilon}_1}{\Delta t}$, $|\vec{a}_2| = \frac{|\Delta\vec{\upsilon}_2|}{\Delta t}$, тогда

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{|\Delta\vec{a}_2|}{|\Delta\vec{a}_1|}. \qquad (4.5)$$

Масу можна визначити за взаємодією тіла масою $m_{\text{т}}$ з еталоном (тілом відомої маси $m_{\text{ет}}$):

$$\frac{m_{\text{т}}}{m_{\text{ет}}} = \frac{a_{\text{ет}}}{a_{\text{т}}}.$$

Маса, як міра інертності тіла, визначається відношенням модуля прискорення еталона $a_{\text{ет}}$ до модуля прискорення тіла $a_{\text{т}}$ при взаємодії його з еталоном:

$$m_{\text{т}} = \frac{a_{\text{ет}}}{a_{\text{т}}} = m_{\text{ет}}.$$

4.1.3 Другий закон Ньютона в класичній та релятивістській механіці

Другий закон Ньютона*: прискорення тіла пропорційно силі, що діє на тіло та обернено пропорційно його масі.*

$$\boxed{\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}}. \tag{4.6}$$

При розв'язанні задач з динаміки другий закон Ньютона використовують в іншій формі:

$$\boxed{\vec{F} = m\vec{a}},\ [F] = 1\ \text{Н (ньютон)}, \tag{4.7}$$

1 Н *– це така стала сила, яка задає тілу масою* 1 кг *прискорення* 1 м/с^2:

$$[F] = 1\ \text{Н} = 1\ \text{кг} \cdot 1\frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Дана сила тільки задає тілу прискорення й не залежить від дії інших сил на це тіло.

Основне рівняння динаміки *– якщо на тіло діє кілька сил, то геометрична сума всіх зовнішніх сил дорівнює добутку маси тіла на прискорення, з яким рухається тіло під дією всіх сил*:

$$\boxed{\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots + \vec{F}_n = m\vec{a}}, \tag{4.8}$$

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = m\vec{a}},$$

напрямок прискорення $\vec{a}$ збігається з напрямком рівнодіючої сили $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i$.

4.1.4 Третій закон Ньютона

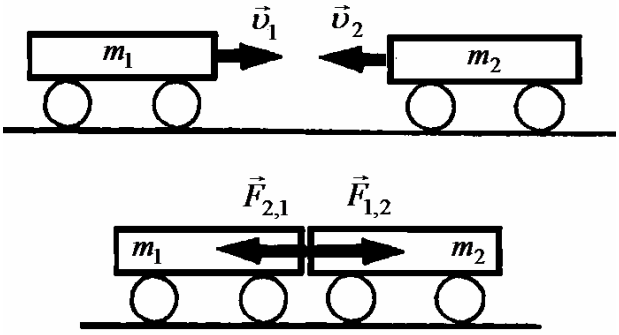


Рис. 4.6

Третій закон Ньютона: *тіла діють одне на одне з силами, які спрямовані вздовж однієї прямої, рівними за модулем і протилежними за напрямами* $\vec{F}_{1,2} \uparrow\downarrow \vec{F}_{2,1}$:

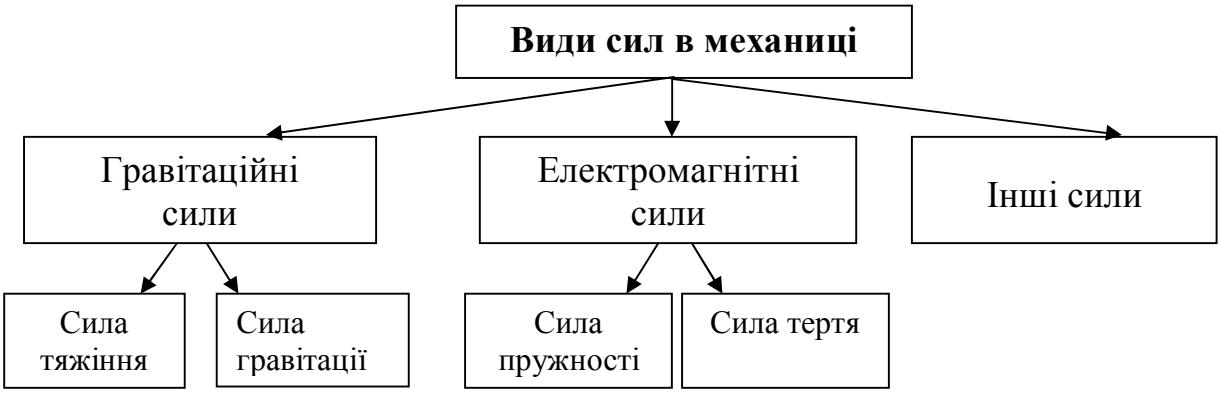
$$\boxed{\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}}, \boxed{F_{1,2} = F_{2,1}}. \qquad (4.11)$$

Сили $\vec{F}_{1,2}$ та $\vec{F}_{2,1}$, за третім законом Ньютона, прикладені до різних тіл, тому неможливо визначити рівнодіючу цих сил: знайти їх геометричну суму.

Контрольні питання:

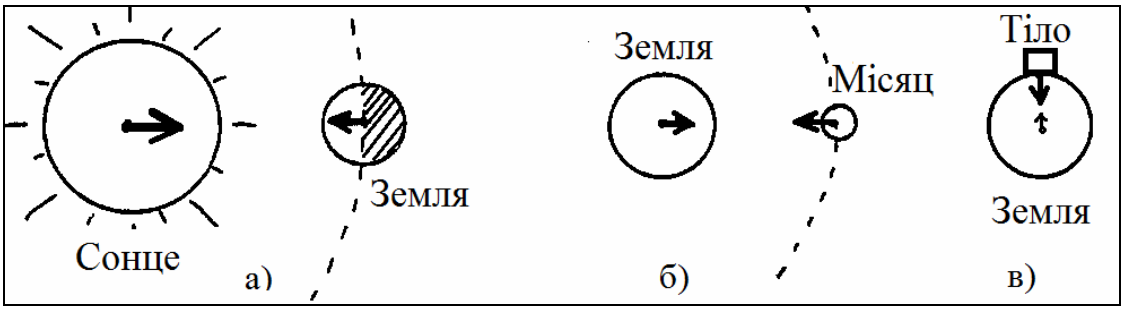
1. Що вивчає динаміка?
2. Які причини зміни швидкості тіл?
3. За яких умов тіло може рухатися рівномірно та прямолінійно?
4. Сформулюйте I закон Ньютона.
5. Про яке явище говорить I закон Ньютона?
6. Що таке інертність? Яка фізична величина є мірою інертності?
7. У яких системах відліку виконується I закон Ньютона?
8. Що таке сила? Це вектор чи скаляр?
9. Запишіть формули, що пов'язують $\vec{a}$, $\vec{F}$ та m.
10. Сформулюйте II закон Ньютона.
11. Назвіть одиницю сили. Як вона складається з основних одиниць?
12. Сформулюйте III закон Ньютона.
13. Як називают сили $\vec{F}_{12}$ та $\vec{F}_{21}$ в III законі Ньютона?
14. Чи можна сказати, що сили дії і протидії врівноважуються?
15. Як пов'язані прискорення тіл при взаємодії?

4.2 Сили в механиці



4.2.1 Гравітаційні сили

Всі тіла в природі притягують один одного гравітаційними силами (рис. 4.7).



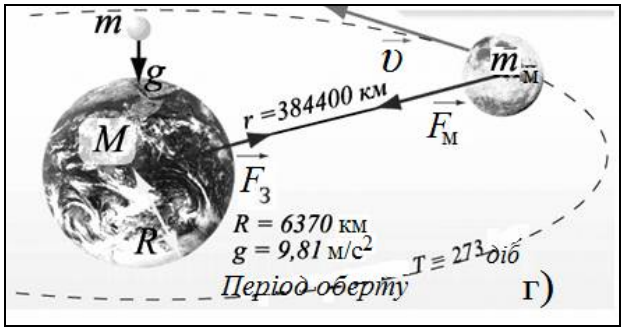


Рис. 4.7

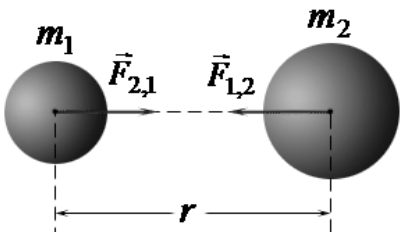


Рис. 4.8

На рис. 4.8 $\vec{F}_{1,2}$ та $\vec{F}_{2,1}$ – сили гравітаційної взаємодії (тяжіння) $\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$ – за III законом Ньютона: $\left|\vec{F}_{1,2}\right| = \left|\vec{F}_{2,1}\right| \equiv F_{гр}$.

Закон всесвітнього тяжіння Ньютона: *сили, з якими тіла притягують одне одне, прямо пропорційні масам цих тіл і обернено пропорційні квадрату відстані між ними.*

$$\boxed{F_{\text{гр}} = G\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}}, \qquad (4.12)$$

де $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\text{м}^3}{\text{кг} \cdot \text{с}^2}$ – гравитаційна стала (коефіцієнт пропорційності).

Один з проявів сил гравітації – *сила тяжіння*.

Сила тяжіння $\left(\vec{F}_{\text{тяж}}\right)$ *– це сила, з якою дане тіло притягається до Землі* (рис. 4.7 в, г).

Під дією сили тяжіння тіло масою m падає з прискоренням $\vec{g}$ (прискоренням вільного падіння), тоді по II закону Ньютона:

$$\boxed{\vec{F}_{\text{тяж}} = m \cdot \vec{g}}. \qquad (4.13)$$

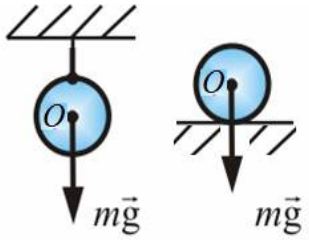


Рис. 4.9

Точка прикладання сили тяжіння (т.O) називається центром ваги. Вектор $\vec{F}_{\text{тяж}}$ спрямований завжди до центра Землі (на рис. 4.9 – вертикально вниз).

Прискорення вільного падіння можна обчислити (рис. 4.10), якщо:

$$g_h = G\frac{M}{(R_з + h)^2} \qquad (4.14)$$

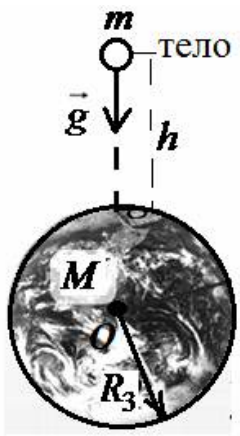


Рис. 4.10

де m – маса тіла;
M – маса Землі ($M \approx 6 \cdot 10^{24}$ кг);
$R_з$ – радіус Землі ($R_з \approx 6{,}4 \cdot 10^6$ м);
h – висота підйому тіла.

Прискорення вільного падіння біля поверхні Землі ($h \approx 0$):

$$g = G\frac{M}{R_з^2}, \qquad (4.15)$$

де $g \approx 9{,}81\,\frac{\text{м}}{\text{с}^2} = const$ – не залежить від маси тіла.

Приклад. Маса Місяця в 81 раз менша від маси Землі й її радіус в 3,7 раза менший від радіуса Землі. Яке прискорення вільного падіння на Місяці?

$$m = \text{const} \quad \Rightarrow \frac{mg_з}{mg_м} = \frac{M_з}{M_м} \cdot \left(\frac{R_л}{R_з}\right)^2 = 5{,}9 \Rightarrow g_м = \frac{g_з}{5{,}9} \approx 1{,}66\ \text{м}/\text{с}^2.$$

4.2.2 Рух штучних супутників Землі.

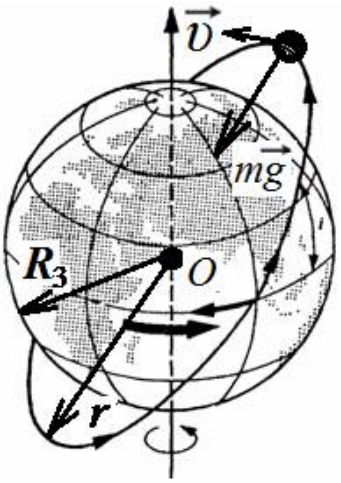


Рис. 4.11

Штучним супутником Землі *називають тіло, яке самостійно рухається навколо Землі по замкнутій траєкторії (орбіті)***.**

Знайдемо швидкість, при якій супутник рухається по круговій орбіті радіусом r (рис. 4.11). Будемо вважати, що на супутник діє тільки сила тяжіння (інші сили набагато менші, ніж сила тяжіння). Ця сила задає йому доцентрове прискорення $a_n = \upsilon^2/r$, $mg = m\upsilon^2/r$, звітки:

$$\upsilon = \sqrt{gr}\,. \qquad (4.16)$$

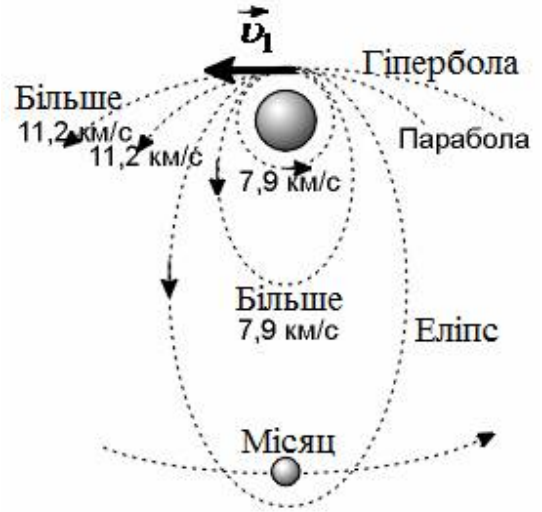


Рис. 4.12

Перша космічна швидкість *(υ_1 – колова швидкість) – це мінімальна швидкість, яку необхідно задати тілу, щоб воно могло рухатися навколо Землі по круговій орбіті, тобто перетворитися на штучний супутник Землі (рис. 4.12).* Поблизу поверхні Землі:

$$\upsilon_1 = \sqrt{gR_з} = 7{,}91 \cdot 10^3 \text{ м/с}\,. \qquad (4.17)$$

Для висоти 1000 км над земною поверхнею

$$\upsilon_1 = 7{,}35 \cdot 10^3 \text{ м/с}\,.$$

Першої космічної швидкості недостатньо для того щоб тіло могло вийти зі сфери земного тяжіння. При збільшенні швидкості супутника ($\upsilon > \upsilon_1$) колова орбіта перетворюється на еліптичну (рис. 4.12) і буде все більше й більше витягуватися та віддалятися від Землі. При деякій швидкості υ_2 вона розірветься й перетвориться на параболу.

Друга космічна швидкість *(υ_2 – параболічна швидкість) – це найменша швидкість, яку треба задати тілу, щоб воно могло подолати тяжіння Землі й перетворитися на супутник Сонця, тобто, щоб його орбіта в полі тяжіння Землі стала параболічною*:

$$\upsilon_2 = \sqrt{2gR_з} = 11{,}2 \cdot 10^3 \text{ м/с}\,. \qquad (4.18)$$

На висоті 1000 км $\upsilon_2 = 10{,}4 \cdot 10^3$ м/с.

Другу космічну швидкість необхідно мати космічним апаратам, щоб потрапити на Місяць або на планети Сонячної системи – Венеру, Марс, Юпітер і ін. Першими космічними апаратами, які досягли Місяця й Венери, були радянські автоматичні станції «Луна-2» (1959 рік) і «Венера-3» (1965 рік).

Третя космічна швидкість *(υ_3) – це швидкість, яку необхідно надати тілу на Землі, щоб воно залишило межі Сонячної системи, подолавши тяжіння Сонця.*

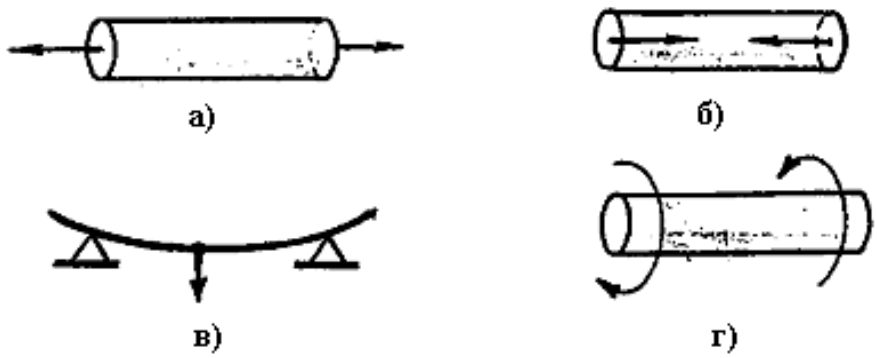
$$\upsilon_3 = 16{,}7 \cdot 10^3 \text{ м/с}. \qquad (4.19)$$

.

4.2.3 Сили пружності

Сили пружності виникають в тілі при деформації цього тіла (тобто при зміні його форми або розмірів) (рис. 4.13).

Це пояснюється ***електромагнітними силами*** взаємодії атомів даного тіла.



а – розтяг; б – стиснення; в – вигин; г – кручення

Рис. 4. 13 Види деформації

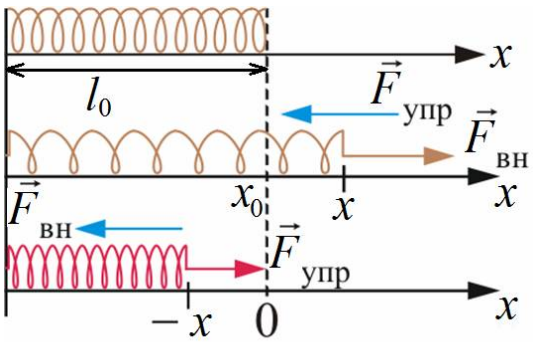


Рис. 4.14

Під дією зовнішньої сили $\vec{F}_{зовн}$ (рис. 4.14) деформація тіла дорівнює:

$$\Delta x = \Delta l = l - l_0 \qquad (4.20)$$

Тоді по III закону Ньютона сила пружності прагне відновити початкову форму тіла $\vec{F}_{пр} = -\vec{F}$. (4.21)

Закон Р. Гука: *Сила пружності пропорційна деформації тіла.*

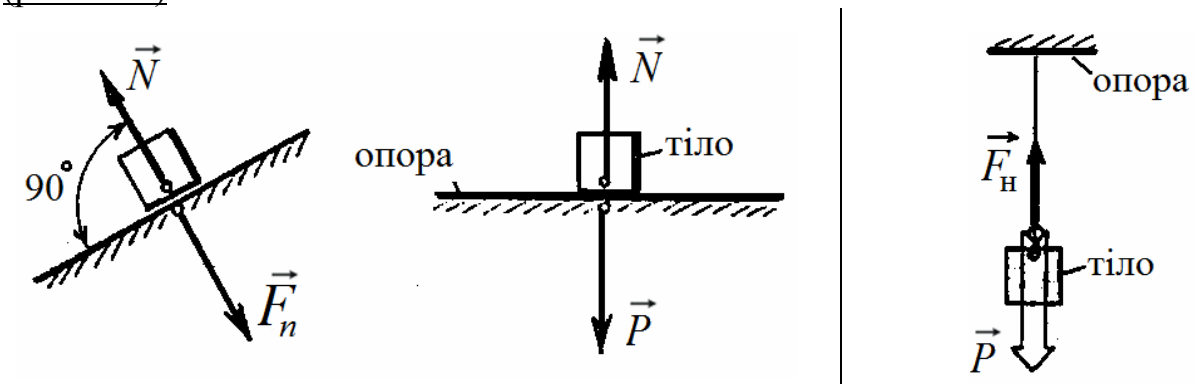
$$\boxed{F_{\text{пр}} = -k\Delta x} \text{ або } \boxed{F_{\text{пр}} = k\left|\Delta\vec{x}\right|}. \qquad (4.22)$$

Коефіцієнт пружності *(жорсткість тіла) k характеризує механічні властивості тіла*:

$$k = \frac{F}{\Delta x} = const, \ [k] = 1 \ \text{Н/м}. \qquad (4.23)$$

Закон Гука лежить в основі дії приладу для вимірювання сили – динамометра (пружини з лінійною шкалою, проградуйованою в одиницях сили).

Розглянемо **сили пружності** в механіці, коли тіло знаходиться на опорі (рис. 4.15)**:**



а) б)

а – опора – поверхня іншого тіла (стиснення тіла); б – опора – підвіс (нитка) (розтягнення тіла)

Рис. 4.15 Сили пружності в механіці

$\vec{F}_n$ – сила нормального тиску (або $\vec{P}$ – вага тіла) } РЕАКЦІЯ $\Rightarrow$ прикладена до опори.

$\vec{N}$ – сила реакції опори (або $\vec{F}_н$ – сила натягу) } РЕАКЦІЯ $\left(\vec{N} = -\vec{P}\right) \Rightarrow$ прикладена до тіла.

Сила реакції опори **(** $\vec{N}$ **)** *– це сила пружності, що діє зі сторони опори перпендикулярно до поверхні.*

Сила натягу **(** $\vec{F}_н$ **)** *– це сила пружності, що діє зі сторони нитки або пружини.*

Вага тіла *(* $\vec{P}$ *) – це сила, з якою це тіло діє на горизонтальну опору або вертикальний підвіс.*

Вага тіла залежить від руху опори у вертикальному напрямку (рис. 4.16).

Приклад. На тіло, яке рухається вертикально, діють дві сили:

1) $m\vec{g} = const$ – сила тяжіння;
2) $\vec{N}$ – сила реакції опори ($\vec{N} = -\vec{P}$, або $N = P$)

Запишемо рівняння руху, для тіла, використовуючи основне рівняння динаміки $\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = m\vec{a}$:

$$\vec{N} + m\vec{g} = m\vec{a} \text{ або } N_x + mg_x = ma_x,$$

де проекції сил на вісь Ox: $N_x = N;\ mg_x = -mg$.

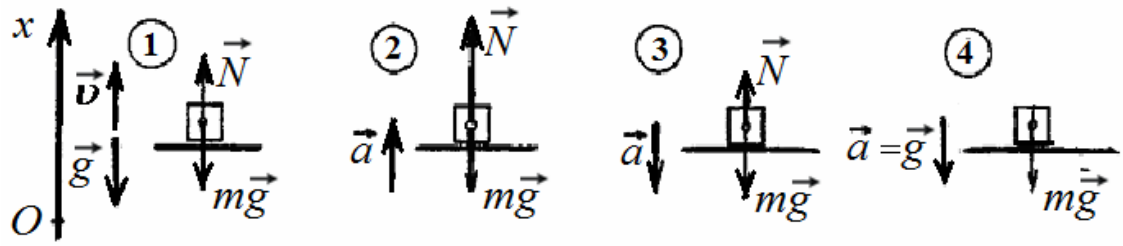


Рис. 4.16 Рух тіла на опорі

1) Рівномірний рух вгору $(\vec{\upsilon} = const)$ $\upsilon \uparrow\uparrow Ox$:
   $a_x = 0 \Rightarrow N - mg = 0$ или $N = mg$;
2) Рівноприскорений рух вгору:
   $a_x = a\ (\vec{a} \uparrow\uparrow Ox) \Rightarrow N\text{-}mg = ma$ или $N = mg + ma = m(g + a)$;
3) Рівноприскорений рух вниз:
   $a_x = -a\ (\vec{a} \downarrow\uparrow\ Ox) \Rightarrow\ N - mg = -ma$ или $N = mg\text{-}ma = m(g\text{-}a)$;
4) Рівноприскорений рух вниз $\vec{a} = \vec{g}$:
   $a_x = -g \Rightarrow N - mg = -mg$ или $N = mg - mg = 0$.

Видно, що <u>вага тіла</u> $P = N$ буде змінюватись відповідно руху:

1. $P = mg$, якщо $\upsilon \uparrow\uparrow Ox\ \vec{a} = 0$ $(\vec{\upsilon} = const)$;
2. $P > mg$, якщо $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{g}$;
3. $P < mg$, якщо $\vec{a} \downarrow\downarrow \vec{g}$;
4. $P = 0$, якщо $\vec{a} = \vec{g}$ – стан невагомості.

4.2.4 Сили тертя

Сила тертя, так само як і сила пружності, має електромагнітну природу.

Відомо, що при русі одного тіла по поверхні іншого виникає опір руху, званий тертям. Сили тертя діють уздовж поверхні тіл при їх безпосередньому *доторканні*, вони перешкоджають відносному руху дотичних тіл, а в деяких випадках роблять цей рух неможливим.

Сила тертя *– це сила, що виникає при доторканні поверхонь тіл, яка перешкоджає їх переміщеню й спрямована вздовж поверхні дотику*.

Але роль сил тертя зовсім не зводиться до того, щоб гальмувати рух. Іноді рух не міг би виникнути, якби не було сили тертя. У нашому повсякденному житті сили тертя відіграють величезну роль. В одних випадках вони шкодять, в інших – мають величезну користь. Без тертя неможливо було б побудувати будинки, шити одяг, пересуватися по поверхні Землі. Пересуваючись, людина відштовхує від себе Землю назад, а Земля з такою ж силою штовхає людину вперед. Ця штовхаюча сила й є силою тертя між ногами людини та землею. Чим сильніше людина штовхає землю, тим більша сила тертя і тим швидше рухається людина.

Розрізняють два види тертя:

- тертя, що виникає між сухими поверхнями твердих тіл («сухе» тертя);
- тертя об рідке й газоподібне середовище («в'язке» тертя).

Ми будемо розглядати в основному «сухе» тертя. При вивченні сухого тертя зупинимося на трьох його видах:

- тертя спокою;
- тертя ковзання;
- тертя кочення.

Силу тертя, що перешкоджає виникненню руху одного тіла по поверхні іншого, називають ***силою тертя спокою***.

Якщо ми діємо на брусок, що лежить на столі (рис. 4.17), з деякою горизонтальною силою $\vec{F}$, а брусок не рухаєтся ($\vec{\upsilon} = 0$), це значить, що на нього в протилежну сторону діє сила тертя спокою ($\vec{F}_{\text{тер}}$), яка дорівнює за величиною силі $\vec{F}$.

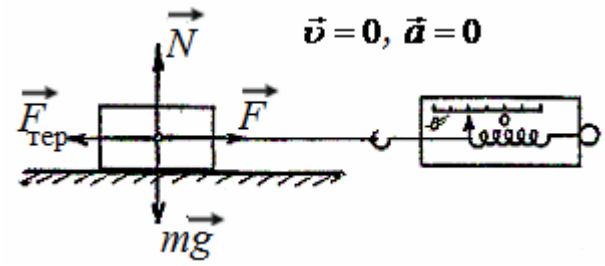


Рис. 4.17

Якщо $\vec{a} = 0$, тоді $\sum_{i=1}^{n} \vec{F} = 0 \Rightarrow$

$$\underbrace{m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{\text{тер}}}_{\text{врівноважені сили}} = 0$$

$$\boxed{N = -mg} \quad \boxed{F = -F_{\text{тер}}}. \qquad (4.24)$$

Величина сили тертя спокою може змінюватися в залежності від прикладеної сили. Найбільше значення сили тертя, при якій ще не настає ковзання, називається максимальною силою тертя спокою. Таким чином, сила тертя спокою за величиною може змінюватися від 0, якщо на тіло не діють ніякі сили вздовж тертя поверхні, до деякого максимального значення $(F_{\text{тер.сп.}})_{\text{макс}}$ (рис. 4.18). Сила тертя спокою, як і будь-яка сила, має напрямок: в сторону, протилежну можливогому переміщенню.

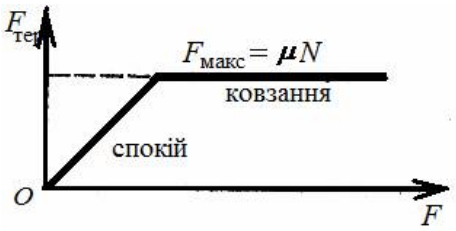


Рис. 4.18 Графік залежності сили тертя спокою від прикладеної сили

Дослідним шляхом встановлено, що між величиною максимальної сили тертя спокою та силою нормального тиску (силою, з якою тіло тисне на дотичну з ним поверхню, перпендикулярною до цієї поверхні) існує прямопропорційна залежність

$$(F_{\text{тер.сп.}})_{\text{макс}} = \mu_{\text{сп}} N \,, \tag{4.25}$$

де N – сила нормального тиску;

$\mu_{\text{сп}}$ – коефіцієнт пропорційності, що називається ***коефіцієнтом тертя спокою***.

Цей коефіцієнт характеризує обидві поверхні й залежить від їх природи та якості обробки.

При русі тіла по горизонтальній поверхні на нього діє ***сила тертя ковзання***, за величиною рівна максимальній силі тертя спокою та спрямована в бік, протилежний руху:

$$\boxed{F_{\text{тер}} = \mu N}, \tag{4.26}$$

$$\mu = \frac{F_{\text{тер}}}{F_n} = const \,.$$

де μ – коефіцієнт ***тертя ковзання*** $(\mu \le \mu_{\text{сп}})$.

При коченні тіла по поверхні іншого на нього діє ***сила тертя котіння*** (рис. 4.19). Причиною тертя кочення є деформація тіла і поверхні, по якій відбувається кочення. При коченні тіла сила реакції поверхні внаслідок деформації спрямована не перпендикулярно до поверхні. Тому рівнодіюча

сили тяжіння і сили реакції не дорівнює нулю. Ця рівнодіюча і є сила тертя кочення. Її напрямок протилежний напрямку швидкості тіла.

$$\boxed{F_{\text{тр. коч}} = \mu_{\text{коч}} \frac{N}{R}}, \qquad (4.27)$$

де μ – коефіцієнт ***тертя кочення*** $(\mu_{\text{коч}} << \mu)$;

R – радіус колеса.

Для твердих тіл сила тертя кочення набагато менша, ніж сила тертя ковзання, тому для зменшення тертя в машинах використовують колеса та підшипники (рис. 4.20). Сила тертя буде меншою, якщо використовувати мастило.

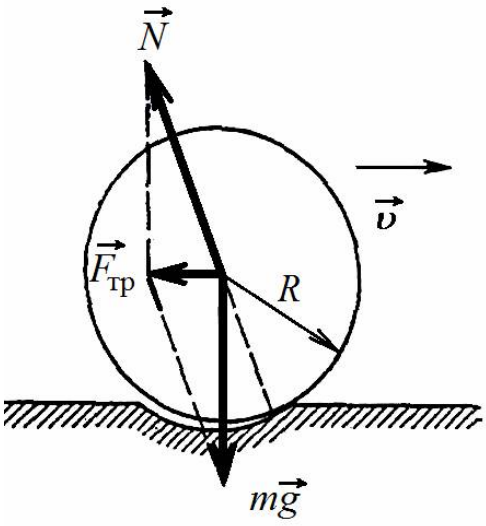


Рис. 4.19

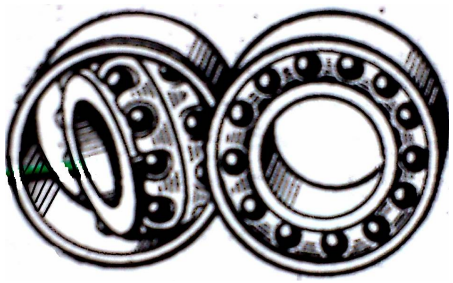


Рис. 4.20

Контрольні питання

1. Якими силами притягуються один до одного всі тіла?
2. Сформулюйте закон всесвітнього тяжіння.
3. Чому дорівнює гравітаційна стала? Які у неї одиниці вимірювання?
4. Що таке сила тяжіння?
5. Запишіть формулу для сили тяжіння із закону всесвітнього тяжіння.
6. Яке прискорення отримує тіло під дією сили тяжіння? Запишіть формулу для сили тяжіння з II закону Ньютона.
7. Як змінюється прискорення вільного падіння та сила тяжіння при віддаленні на висоту h над поверхнею Землі? Запишіть формули.
8. Що таке штучний супутник?
9. Яка сила діє на штучний супутник?

10. З яким прискоренням рухається штучний супутник? Яка сила дає супутнику це прискорення?
11. Що таке перша космічна швидкість?
12. Що таке деформація?
13. Які сили з'являються при деформації тіл?
14. Як залежить сила пружності від величини деформації?
15. Який напрямок мають сили пружності при деформації тіл?
16. Сформулюйте закон Гука.
17. Що таке k в законі Гука? Які його одиниці вимірювання? Від чого залежить k?
18. Тіло висить на підвісі, яка сила діє на нього з боку підвісу?
19. Тіло лежить на опорі, як називається сила, з якою опора діє на тіло?
20. Як спрямована сила $\vec{N}$ по відношенню до опори?
21. Що таке вага тіла?
22. Прискорення тіла дорівнює нулю. Чому дорівнює його вага?
23. Прискорення тіла направлено вгору. Чому дорівнює його вага?
24. Прискорення тіла направлено вниз. Чому дорівнює його вага?
25. Що таке невагомість? За якої умови тіло знаходиться в невагомості?
26. Коли виникає сила тертя ковзання?
27. Як спрямована сила тертя по відношенню до швидкості руху тіла?
28. Як направлено прискорення, яке задає тілу сила тертя?
29. Що такє μ? Які одиниці вимірювання μ? Від чого залежить коефіцієнт тертя?
30. Які ще види сил тертя ви знаєте?
31. Коли звиникає сила тертя кочення?

4.3 Рух тіл під дією системи сил

Схема розв'язання задач з динаміки

1. Зробити рисунок до задачі, вказавши всі сили, що діють на тіло.
2. Вказати напрямок осі *Ox*, вздовж якої рухається тіло. Вісь раціонально орієнтувати у напрямку прискорення рухомого тіла.
3. Якщо при проектуванні фізичних величин на обрану вісь виходить рівняння з двома невідомими, необхідно ввести другу вісь *Oy*, перпендикулярну до *Ox* і визначити проекції величин на неї.
4. Записати рівняння руху (основне рівняння динаміки) тіла у векторній формі.
5. Знайти проекції на осі *Ox* і *Oy* всіх сил діючих на тіло.

4.3.1 Поступальний рух тіла під дією системи сил

Часто на матеріальну точку діє одночасно декілька сил (система сил). Точки прикладання таких сил збігаються – вони знаходяться в даній матеріальній точці.

Іноді тіло розглядають як сукупність матеріальних точок. Рух тіла може бути поступальним, обертальним або складним. При поступальному русі всі точки мають однакові швидкості, прискорення та траєкторії. Тому поступальний рух тіла можна розглядати як рух матеріальної точки.

Тіло може рухатися з прискоренням під дією системи декількох сил. Точки прикладання цих сил можуть не збігатися. Але якщо рух тіла є поступальним, можна вважати, що всі сили, які на нього діють, прикладені в одну точку.

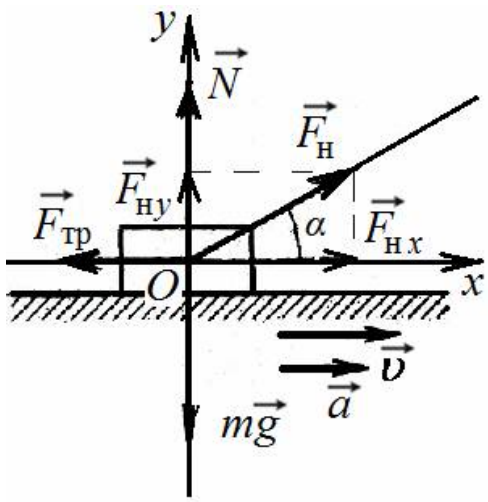


Рис. 4.21

Для прикладу розглянемо рівноприскорене ковзання тіла, яке тягнуть по столу за допомогою нитки під кутом α до поверхні столу (рис. 4.21). На тіло діють сила натягу нитки $\vec{F}_н$, сила тяжіння $m\vec{g}$, сила реакції стола $\vec{N}$ та сила тертя $\vec{F}_{тер}$. Під дією цих сил тіло рухається поступально, тому можна умовно вважати, що точки прикладання сил співпадають.

Якщо тіло починає рухатися зі стану спокою ($\upsilon_0 = 0$), тоді $\upsilon > \upsilon_0 \Rightarrow \vec{a} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}$.

Знайдемо прискорення цього тіла, якщо відомі маса m тіла, кут α, сила $\vec{F}_н$ та коефіцієнт тертя μ.

- Рівняння руху тіла буде мати вигляд:

$$\boxed{\vec{F}_{\text{н}} + m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тер}} = m\vec{a}}. \qquad (4.28)$$

- Запишемо це рівняння в проекціях на осі координат *Ox* та *Oy*:

$$\boxed{F_{\text{н}x} + mg_x + N_x + F_{\text{тер}x} = ma_x}, \qquad (4.29)$$

$$\boxed{F_{\text{н}y} + mg_y + N_y + F_{\text{тер}y} = ma_y}, \qquad (4.30)$$

де $F_{\text{н}x} = F\cos\alpha$; $g_x = 0 \Rightarrow mg_x = 0$; $F_{\text{тер}x} = -F_{\text{тер}}$; $N_x = 0$; $a_x = a$; $F_{\text{н}y} = F\sin\alpha$; $g_y = -g$; $F_{\text{тер}y} = 0$; $N_y = N$; $a_y = 0$.

З урахуванням всіх складових рівняння (4.29) та (4.30) отримаємо:

$$F_{\text{н}}\cos\alpha - F_{\text{тер}} = ma, \qquad (4.31)$$

$$F_{\text{н}}\sin\alpha - mg + N = 0. \qquad (4.32)$$

- З рівняння (4.31) визначимо прискорення тіла:
-

$$\boxed{a = \frac{F_{\text{н}}\cos\alpha - F_{\text{тер}}}{m}}, \qquad (4.33)$$

де $F_{\text{тер}} = \mu N$.

- З рівняння (4.32) визначимо силу реакції опори:

$$N = mg - F_{\text{н}}\sin\alpha\ . \qquad (4.34)$$

Тоді з урахуванням всіх складових рівняння (4.32) буде мати вигляд:

$$\boxed{a = \frac{F_{\text{н}}\cos\alpha - \mu\,(mg - F_{\text{н}}\sin\alpha)}{m}}. \qquad (4.35)$$

<u>Задача</u>. Тіло масою 5 кг тягнуть за допомогою нитки вгору по похилій площині (α=30°) з прискоренням 2 м/с^2 ($\upsilon_0 = 0$).Чому дорівнює сила натягу нитки, якщо коефіцієнт тертя μ=0,2?

Дано:	Розв'язання
$m = 5$ кг; $\alpha = 30^{\circ}$; $a = 2$ м/с^2; $\mu = 0{,}2$	На тіло діють сила натягу $\vec{F}_{н}$, сила тяжіння $m\vec{g}$, сила тертя $\vec{F}_{тер}$ та сила реакції опори $\vec{N}$ (рис. 4.22). Так як $\upsilon_0 = 0$, а тіло рухається з прискоренням $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}$, тоді $\upsilon > \upsilon_0$. 1) Рівняння руху тіла має вигляд:
$\vec{F}_{н} - ?$	

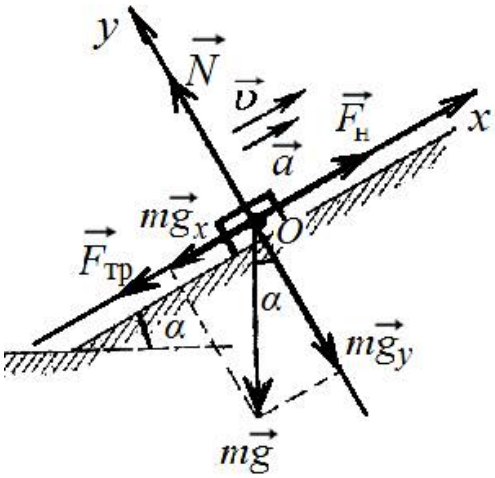


Рис. 4.22

$$\vec{F}_{н} + m\vec{g} + \vec{F}_{тер} + \vec{N} = m\vec{a}\ . \qquad (4.36)$$

2) Запишемо це рівняння в проекціях на осі координат:

Ox: $F_{н} - F_{тр} - mg_x = ma,$ (4.37)

Oy: $N - mg_y = 0,$ (4.38)

де $m\vec{g}_x + m\vec{g}_y = m\vec{g}$, тоді

$m\vec{g}_x = mg\sin\alpha,\ \ m\vec{g}_y = mg\cos\alpha$;

$$F_{тер} = \mu N\ . \qquad (4.39)$$

3) З рівняння (4.38) визначимо силу реакції опори:

$N = mg\cos\alpha$, тоді $F_{тер} = \mu\,(mg\cos\alpha)$.

4) З рівняння (4.37) визначимо силу натягу нитки:

$$F_{н} = ma + F_{тер} + mg_x, \qquad (4.40)$$

підставивши всі складові в (4.40), отримаємо вираз:

$$F_{н} = ma + \mu\ (mg\ \cos\alpha) + mg\sin\alpha = m\left[a + g\left(\mu\cos\alpha + \sin\alpha\right)\right]. \quad (4.41)$$

Обчислення:

$$F_{н} = 5\ \text{кг}\left[\,2\ \text{м/с}^2 + 9{,}8\ \text{м/с}^2\ \left(0{,}2\cdot 0{,}87 + 0{,}5\right)\right] = 38{,}15\ \ \text{Н}.$$

Відповідь: $F_н = 38{,}15$ Н.

4.3.2 Рівномірний рух тіл по колу під дією системи сил

Закони руху дозволяють нам вирішити основне завдання механіки. Якщо відомі сили, які діють на дане тіло, то можна визначити координати тіла в будь-який момент часу або траєкторію його руху. Розглянемо кілька прикладів обчислення сил при русі тіла по колу.

Рух тіла по опуклому мосту. Нехай опуклий міст являє собою дугу кола радіусом *R*. Центр кола т.*O* знаходиться під мостом (рис. 4.23). При рівномірному русі на транспорт (наприклад, автомобіль) діють сила тяжіння $m\vec{g}$ і сила реакції моста $\vec{N}$. Ці сили задають автомобілю доцентрове прискорення $\vec{a}$, спрямоване до центра кривизни моста.

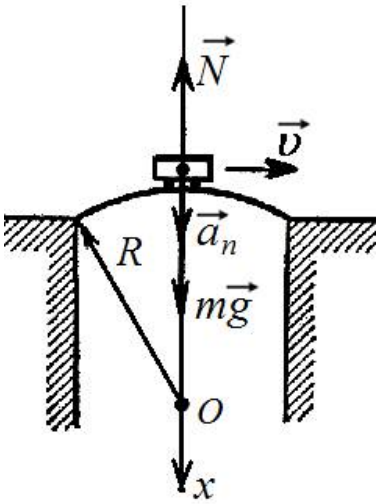


Рис. 4.23

- Рівняння руху тіла має вигляд:

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}_n . \qquad (4.42)$$

- В проекціях на вісь *Ox* рівняння має вигляд:

$$mg - N = ma_n , \qquad (4.43)$$

звідки

$$N = mg - ma_n ,$$

де $a_n = \upsilon^2 / R$ – доцентове прискорення.

- Підставивши в рівняння прискорення a_n:

$$\boxed{N = mg - m\upsilon^2 / R < mg} \qquad (4.44)$$

- За третім законом Ньютона з такою ж силою автомобіль діє на міст. Ми бачимо, що сила, з якою автомобіль тисне на опуклий міст, менша від сили тяжіння автомобіля ($\vec{N} < m\vec{g}$).

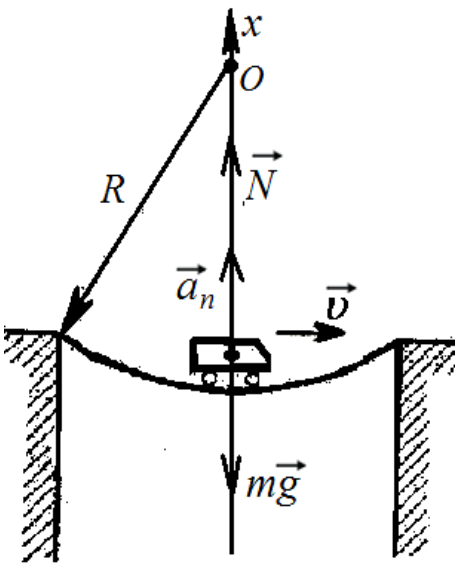


Рис. 4.24

Рух тіла по увігнутому мосту. Нехай увігнутий міст являє собою дугу кола радіусом *R*. Центр кола т.*O* знаходиться над мостом (рис. 4.24).

- Запишемо рівняння руху автомобіля в векторній формі:

$$m\vec{g} + \vec{N} = m\vec{a}_n , \qquad (4.45)$$

- В проекціях на вісь *Ox* рівняння має вигляд:

$$-mg + N = ma_n , \qquad (4.46)$$

звідки $N = mg + ma_n$.

- Тоді

$$\boxed{N = mg + m\upsilon^2/R > mg}. \qquad (4.47)$$

При русі по увігнутому мосту сила тиску автомобіля на міст більша ніж сила тяжіння автомобіля ($\vec{N} > m\vec{g}$).Такі мости будувати невигідно. Зазвичай будують опуклі мости.

Рух тіла на нитці у вертикальній площині. На тіло діють сила тяжіння $m\vec{g}$ та сила натягу $\vec{F}_н$ (рис. 4.25). Знайдемо силу натягу при русі тіла масою *m* із швидкістю $\vec{\upsilon}$.

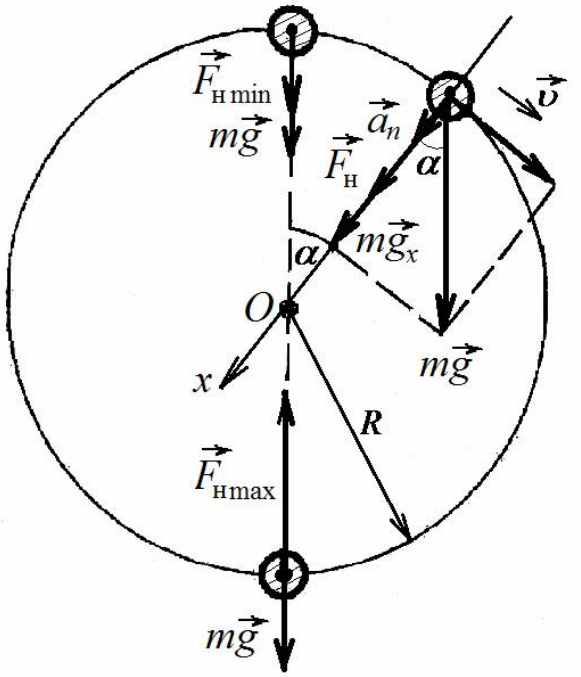


Рис. 4.25

Розкладемо силу тяжіння на дотичну та нормальну складові: $m\vec{g} = m\vec{g}_x + m\vec{g}_y$.

- Рівняння руху тіла:

$$\vec{F}_н + m\vec{g} = m\vec{a}_n, \qquad (4.48)$$

де $a_n = \upsilon^2/R$;

- В проекціях на ось *Ox*:

$$F_н + mg_x = ma_n, \qquad (4.49)$$

де $mg_x = mg\cos\alpha$.

- Підставимо складові в (4.48):

$$\boxed{F_н = m\upsilon^2/R - mg\cos\alpha}. \qquad (4.50)$$

- Коли тіло зверху, сила натягу $\vec{F}_н$ мінімальна (при $\alpha = 0$):

$$F_н = F_{н\,min} = m\upsilon^2/R - mg.$$

- Коли тіло внизу (при $\alpha = \pi$) сила натягу $\vec{F}_н$ максимальна:

$$F_н = F_{н\,max} = m\upsilon^2/R + mg.$$

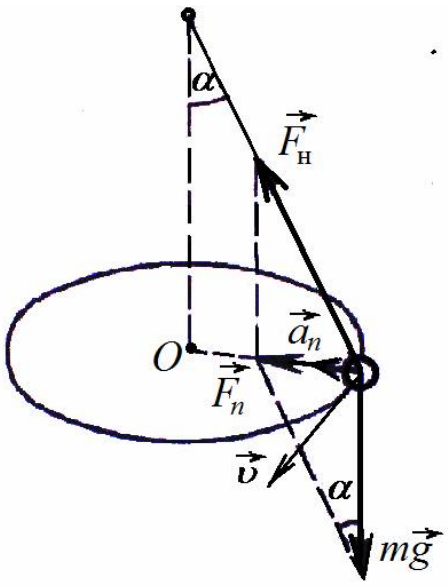


Рис. 4.26

Рух тіла на нитці в горизонтальній площині. На тіло діють сила тяжіння $m\vec{g}$ та сила натягу $\vec{F}_н$ нитки (рис. 4.26). При рівномірному русі тіла по колу результуюча сила задає йому нормальне прискорення, тому що $|\vec{\upsilon}| = \text{const}$, $\vec{a}_\tau = 0 \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}_n$.

- Тому рівняння руху тіла:

$$m\vec{g} + \vec{F}_{\text{н}} = m\vec{a}_n, \qquad (4.51)$$

де $m\vec{g} + \vec{F}_{\text{н}} = \vec{F}_n$.

- Визначимо, на який кут α відхилиться нитка довжиною l при русі тіла з кутовою швидкістю ω.

З рисунка видно, що

$$\text{tg}\alpha = F_n/(mg), \qquad (4.52)$$

$$F_n = ma_n = m\omega^2 R,\ R = l\sin\alpha,\ F_n = m\omega^2 l\sin\alpha,$$

тому $\text{tg}\alpha = m\omega^2 l\sin\alpha/(mg)$; $\sin\alpha/\cos\alpha = \omega^2 l\sin\alpha/g$,

звідки $$\cos\alpha = g/(\omega^2 l). \qquad (4.53)$$

Контрольні питання

1. Назвіть сили, які діють на тіло, що рухається по горизонтальній поверхні під дією сили тяги.
2. Запишіть основне рівняння динаміки тіла, що рухається по горизонтальній поверхні під дією горизонтальної сили тягнення.
3. Як направляються осі координат при русі тіла по похилій площині?
4. Запишіть формулу для прискорення тіла, яке вільно ковзає по похилій площині при наявності сили тертя.
5. Тіло рухається по колу. Як спрямована сила, що задає тілу доцентрове прискорення?
6. Що відбувається з вагою тіла при русі по опуклій й увігнутій поверхнях?
7. Тіло на нитці рівномірно обертається у вертикальній площині. Де більша сила натягу нитки: у верхній або нижній точці траєкторії?

4.4 Динаміка твердого тіла

Будемо розглядати такі тіла, в яких можуть виникати дуже невеликі деформації, але тіла настільки жорсткі, що зовсім незначні деформації спричиняють появу помітних сил пружності. Такі тіла називаються ***абсолютно твердими*** або ***абсолютно пружними***.

Абсолютно тверде тіло *– тіло яке не деформується під дією будь-якої системи сил*. Іншими словами, в абсолютно твердому тілі відстань між двома точками або точніше між двома частинками цього тіла залишається незмінною за будь-яких умов.

Будь-яке тіло можна уявити як сукупність матеріальних точок. Тому основою для побудови механіки твердого тіла є механіка матеріальної точки.

4.4.1 Загальні поняття

Центр ваги. Будь-яке тіло може складаєтися з безлічі частинок ($i=\overline{1,n}$), на кожну з яких діє сила тяжіння ($m_i\vec{g}$). Сила тяжіння всього тіла є рівнодіюча всіх цих сил $\vec{F}_p$. Ця сила зумовлює тілу таке ж прискорення, як і всі елементарні сили тяжіння. Вона спрямована вниз і дорівнює (рис. 4.27):

$$\vec{F}_p = \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{g} = \vec{g}\sum_{i=1}^{n} m_i = \vec{g}M\ . \qquad (4.54)$$

де M – маса всього тіла.

Якщо розміри всього тіла невеликі в порівнянні з радіусом Землі, то елементи сили тяжіння можна вважати паралельними. *Точка прикладання рівнодіючої всіх елементарних сил тяжіння* ***називається центром тяжіння цього тіла***.

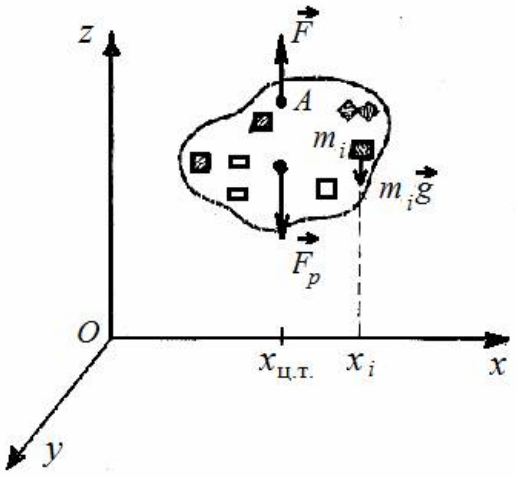


Рис. 4.27 Визначення координат ***центра тяжіння*** тіла

З рівняння (4.55) визначимо координати центра тяжіння $x_{\text{ц.т}}$:

$$x_{\text{ц.т}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}, \quad y_{\text{с}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}, \quad z_{\text{с}} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i z_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i}. \tag{4.55}$$

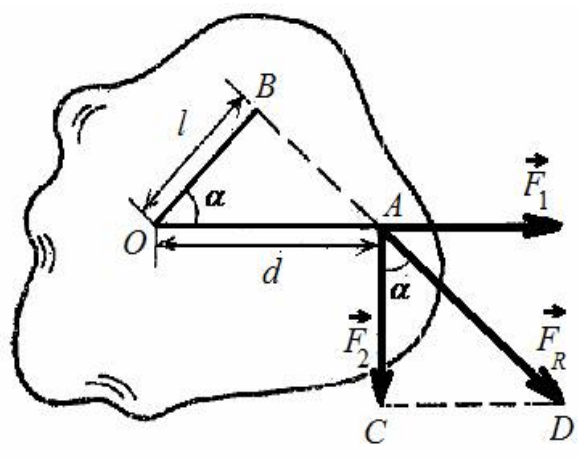


Рис. 4.28

Обертльна дія результуючої сили $\vec{F}_R$ (рис. 4.28):

– це кутове прискорення $\varepsilon = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$, яке задає сила $\vec{F}_R$;

,

– залежить від сили ($\vec{F}_R$) та відстані (l) між центром обертання т.O та лінії дії сили.

Добуток діючої сили ($\vec{F}_R$) на найкоротшу відстань (l) від лінії дії сили до осі назвають ***моментом сили*** ($\vec{M}$). ***Момент сили*** ($\vec{M}$) – це векторна фізична величина:

$$\vec{M} = \vec{F}l, \ [M] = 1\,\text{Н}\cdot\text{м}, \tag{4.56}$$

де l – плече сили (лінія проведена перпендикулярно від осі обертання т.O до лінії дії сили.

Під дією сил тіло може обертатися в різних напрямках.

Знаки моментів (умовно):

позитивний – обертання проти годинникової стрілки;

негативний – за годинниковою стрілкою.

Припустимо, що рівнодіюча всіх елементарних сил тяжіння прикладена до деякої точці з координатами *x*, *y*, *z*, які нам поки невідомі. Щоб тіло знаходилося в стані рівноваги, до нього потрібно докласти зовнішню силу $\vec{F}$, що знаходиться з силою $\vec{F}_p$ на одній лінії. Це можна зробити, наприклад, підвісивши тіло в певній точці *A*. За умови рівноваги слідує $\vec{F} + \vec{F}_p = 0$ або $\vec{F} = -\vec{F}_p$. Якщо тіло покоїться, то сума моментів цих сил відносно будь-якої нерухомої осі повинна дорівнювати нулю:

$$\vec{M}_P + \vec{M}_F = 0. \qquad (4.57)$$

Це рівність виконується і для всіх елементарних сил тяжіння:

$$\vec{M}_F + \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i = 0. \qquad (4.58)$$

Таким чином, момент рівнодіючої щодо будь-якої осі дорівнює сумі моментів всіх елементарних сил відносно цієї ж осі:

$$\vec{M}_P = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i . \qquad (4.59)$$

Виберемо за вісь обертання вісь *Ox*, тоді

$$\vec{M}_P = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{g} x_i = \vec{g} \sum_{i=1}^{n} m_i x_i ,$$

або

$$F_p x_{\text{ц.т}} = gMx_{\text{ц.т}} = g \sum_{i=1}^{n} m_i x_i . \qquad (4.60)$$

Увага!!!

1) Точка прикладання сили тяжіння (центр тяжіння) завжди збігається з центром мас тіла;

2) Якщо лінія дії сіли проходить через центр мас, тоді $l = 0$ та $M = 0$.

Рух твердого тіла в загальному випадку визначається двома векторними рівняннями:

1) Рівняння центра мас

$$\frac{m\Delta\vec{\upsilon}_c}{\Delta t} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i \text{ або } m\vec{a}_c = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i ;$$

2) Рівняння моментів:

$$\vec{M} = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i$$

4.4.2 Елементи статики. Умови та види рівноваги твердого тіла

Статика *– розділ механіки, який вивчає умови рівноваги твердих протяжних тіл, тобто умови, при яких, тіло покоїться або рухається рівномірно під впливом зовнішніх сил (*$\vec{a}_c = \vec{0}$*;* $\vec{\varepsilon} = \vec{0}$*).*

Загальна умова рівноваги тіла: *сума всіх діючих зовнішніх сил дорівнює нулю і сума моментів всіх зовнішніх сил щодо будь-якої осі також дорівнює нулю*:

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = 0, \quad \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i = 0}. \tag{4.61}$$

Ці умови є необхідними і достатніми для рівноваги твердого тіла.

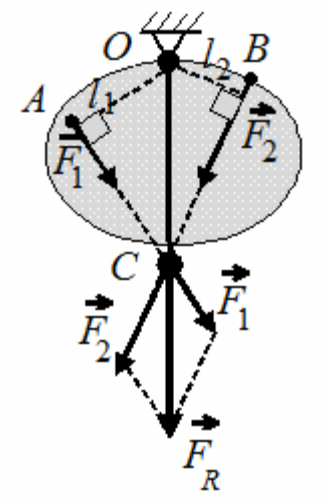


Рис. 4.29

Умова рівноваги тіла із закріпленою віссю обертання (рис. 4.29). Лінія дії рівнодіючої сили $\vec{F}_p$ всіх прикладених до тіла сил повинна проходити через центр т.*O* (вісь обертання).

Під дією сил тіло може обертатися в різних напрямках. Домовимося вважати моменти сил, що обертають тіло проти годинникової стрілки, позитивними, а за годинниковою стрілкою – негативними.

Користуючись поняттям моменту сил, можна сформулювати умову рівноваги тіла, закріпленого на осі.

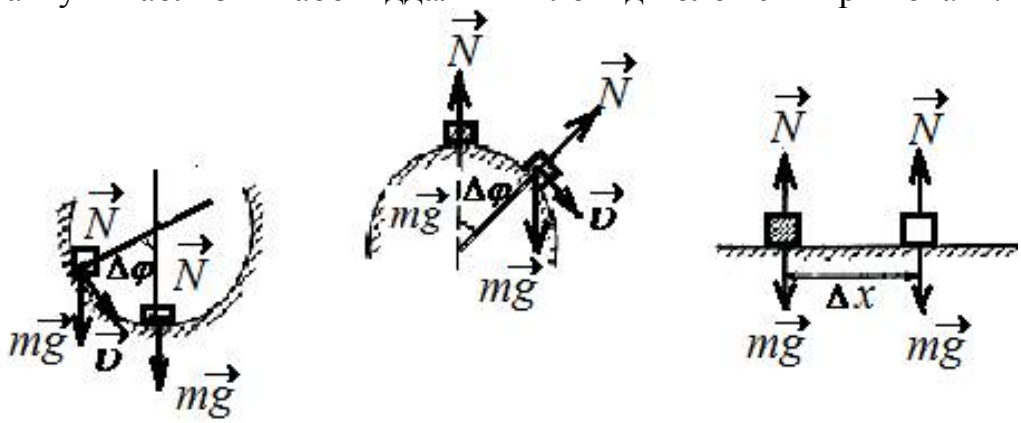
Тіло, закріплене на осі, ***знаходиться в рівновазі*** (в стані спокою або обертається рівномірно), якщо сума моментів всіх діючих на тіло сил з урахуванням їх знака дорівнює нулю:

$$\vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \vec{M}_3 + \ldots + \vec{M}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{M}_i = 0\,. \tag{4.62}$$

Тепер легко пояснити, чому сила, напрям якої проходить через вісь, не спричиняє обертання. В цьому випадку плече *l* дорівнює нулю і, отже, момент цієї сили також дорівнює нулю.

Види рівноваги. Розрізняють три види рівноваги (рис. 4.30):

- *стійка*– якщо при незначному відхиленні тіла від положення рівноваги виникають сили, які прагнуть повернути тіло в початкове положення рівноваги;
- *нестійка* – спостерігається, коли виникають сили при незначному відхиленні від положення рівноваги, які прагнуть віддалити його ще далі від цього положення;
- *байдужа* – це такий стан, при якому не виникає ніяких сил, які прагнуть наблизити або віддалити тіло від положення рівноваги.



а – стійке; б – нестійке; в – байдуже.

Рис. 4.30 Види рівноваги

При виведенні тіла з байдужої рівноваги положення його центру мас не змінюється відносно Землі, тому не змінюється і потенціальна енергія. При виведенні тіла з стійкої рівноваги центр мас тіла опускаяется і потенціальна енергія тіла зменшується. При виведенні тіла з стійкої рівноваги центр мас тіла піднімається і потенціальна енергія збільшується. Тіло (система) знаходиться в положенні стійкої рівноваги, якщо його потенціальна енергія мінімальна.

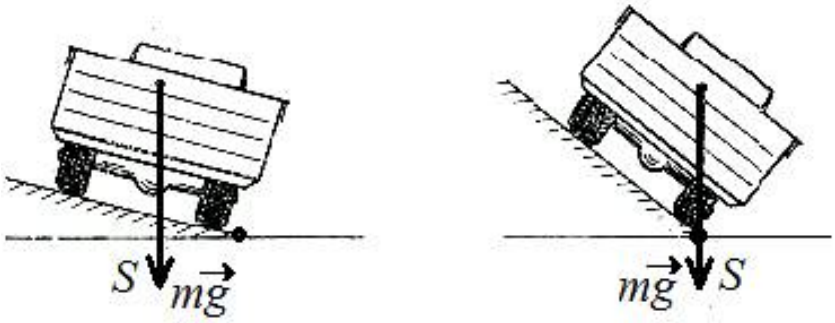


Рис. 4.31

Для стійкої рівноваги (рис. 4.31) необхідно, щоб лінія дії сили тяжіння проходила через площу опори тіла.

Задача. Нехай є система, що складається з трьох тіл масою 1 m, 2 m, 3 m, що лежать на одній прямій. Визначимо положення центра ваги цієї системи, якщо тіла знаходяться на однаковій відстані l один від одного. Введемо систему координат (вона буде одновимірної, оскільки тіла розташовані на одній прямій), початок якої можна вибрати в довільній точці (т.O).

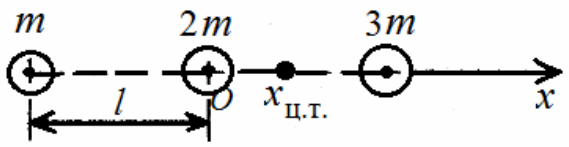


Рис. 4.32

Нехай початок координат лежить в точці, де розташоване тіло масою 2 m (рис. 4.32). Скориставшись формулою (4.55), отримаємо координату центру тяжіння системи

$$x_{\text{ц.т}} = \frac{m(-l) + 2m \cdot 0 + 3ml}{m + 2m + 3m} = \frac{-lm + 3ml}{6ml} = \frac{l}{3}.$$

Отже, центр тяжіння системи знаходиться на відстані $l/3$ від початку координат (від точки O) уздовж осі Ox.

Контрольні питання

1. Що таке статика? Що вивчає статика?
2. Коли тіло знаходиться в стані рівноваги?
3. Запишіть і сформулюйте умову рівноваги для сил.
4. Що таке плече сили?
5. Що таке момент сили? Формула, визначення.
6. Які існують два напрямки обертання? Як вибираються знаки моментів?
7. Запишіть і сформулюйте умову рівноваги для моментів?
8. Запишіть повну умову рівноваги тіла.

5 ЗАКОНИ ЗБЕРЕЖЕННЯ В МЕХАНІЦІ

Закони збереження є справедливими для явищ різної фізичної природи – механічного руху, теплообміну, проходження електричного струму, поширення електромагнітних хвиль, взаємодії атомів, ядер, елементарних частинок.

5.1 Закон збереження імпульсу

Імпульсом тіла *($\vec{p}$) – називають добуток маси тіла m на його швидкість $\vec{\upsilon}$:*

$$\boxed{\vec{p} = m\vec{\upsilon}, \quad [p] = 1\ \text{кг}\,\frac{\text{м}}{\text{с}}}, \tag{5.1}$$

Напрямок вектора імпульсу збігається з напрямком вектора швидкості $\vec{p} \uparrow\uparrow \vec{\upsilon}$.

Релятивістський імпульс:

$$\vec{p} = \frac{m_0\vec{\upsilon}}{\sqrt{1 - \frac{\vec{\upsilon}^{\,2}}{\vec{c}^{\,2}}}}, \tag{5.2}$$

де c – швидкість світла у вакуумі.

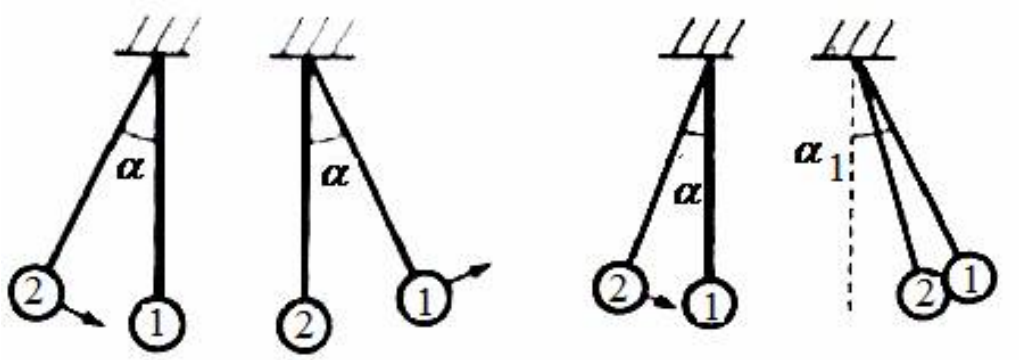
Імпульсом сили *називають добуток сили $\vec{F}$ на час її дії Δt:*

$$\vec{F}\Delta t. \tag{5.3}$$

Другий закон Ньютона в імпульсній формі*: імпульс сили, що діє на тіло, дорівнює зміні імпульсу тіла:*

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} \quad \Rightarrow \boxed{\vec{F}\Delta t = m\vec{\upsilon} - m\vec{\upsilon}_0.} \text{ або } \boxed{\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p}}. \tag{5.4}$$

Другий закон Ньютона в імпульсній формі широко застосовується як в класичній механіці (механіці Ньютона), так і в релятивістській (механіці Ейнштейна).



а – абсолютно пружний; б – абсолютно непружний.

Рис. 5.1 Удар тіл

Два, три або кілька тіл називають ***системою тіл****.*

Сили взаємодії між тілами системи називають ***внутрішніми силами****.*

Зовнішніми *називають такі сили, які діють на тіла даної системи з боку інших тіл.*

Імпульсом системи *називається векторна сума імпульсів всіх тіл даної системи*:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3 + \ldots + \vec{p}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i \ . \qquad (5.5)$$

Система називається ***ізольованою*** *(або замкнутою), якщо зовнішні сили можна не враховувати або їх сума дорівнює нулю.*

Удар (зіткнення) *– це зіткнення двох або більше тіл, при якому взаємодія триває дуже короткий час.*

Центральний удар *– удар, при якому тіла до удару рухаються вздовж прямої, що проходить через їх центри мас.*

При зіткненні абсолютно пружних тіл зберігається їх сумарна кінетична енергія та сумарний імпульс (рис. 5.1, а).

Абсолютно непружний удар *– зіткнення двох тіл, в результаті якого тіла об'єднуються, рухаючись далі як єдине ціле в сторону тіла з великим імпульсом* (рис. 5.1, б).

Розглянемо пружню взаємодію ізольованої системи двох тіл (куль), при якій зовнішні сили:

$$m\vec{g} + \vec{N} = 0 \ \text{– врівноважені;} \qquad (5.6)$$

$$F_{\text{тер}} \approx 0 \ \text{– не враховуємо.}$$

При взаємодії тіл замкнутої системи імпульс цієї системи не змінюється:

$$\vec{p}_{01} + \vec{p}_{02} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = \text{const} \Rightarrow$$
$$\Rightarrow m_1\vec{\upsilon}_{01} + m_2\vec{\upsilon}_{02} = m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2. \tag{5.7}$$

Закон збереження імпульсу (в інерційній системі відліку): *геометрична сума імпульсів тіл, що складають замкнуту систему, є величиною сталою:*

$$\boxed{m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2 + \ldots + m_n\vec{\upsilon}_n = const}. \tag{5.8}$$

При ***пружному зіткненні*** *(рис. 5.2) закон збереження імпульсу має вигляд*:

$$\boxed{m_1\vec{\upsilon}_{01} + m_2\vec{\upsilon}_{02} = m_1\vec{\upsilon}_1 + m_2\vec{\upsilon}_2}. \tag{5.9}$$

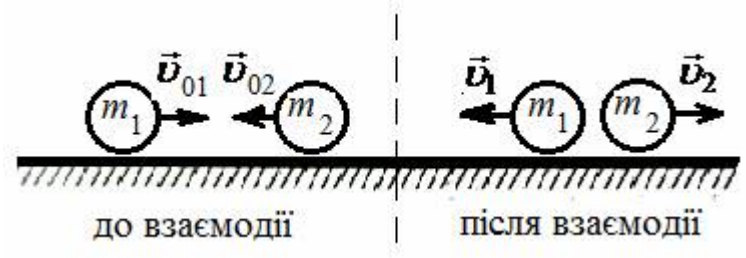


Рис. 5.2 Пружне зіткнення

При ***непружньому зіткненні*** *(рис. 5.3) закон збереження імпульсу має такий вигляд*:

$$\boxed{m_1\vec{\upsilon}_{01} + m_2\vec{\upsilon}_{02} = (m_1 + m_2)\vec{\upsilon}} \tag{5.10}$$

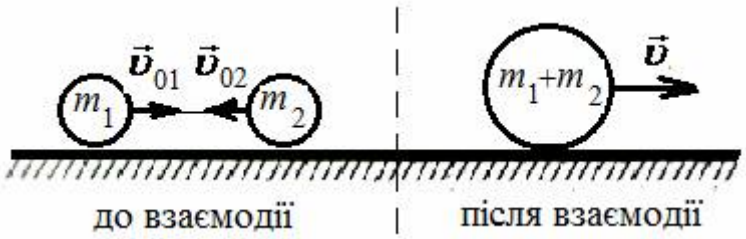


Рис. 5.3 Непружне зіткнення

Закон збереження імпульсу лежить в основі реактивного руху.

Реактивним рухом *називається рух, який виникає в результаті взаємного відштовхування струменя рідини або газу, що виштовхується, і корпусу ракети.*

Рівняння руху тіла зі змінною масою**:**

$$m\frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t} = \vec{F} - \vec{u}\frac{\Delta m}{\Delta t}. \qquad (5.11)$$

де $\vec{u}$ – швидкість вильоту газів відносно ракети.

Якщо швидкіст $\vec{u}$ протилежна за напрямком $\vec{\upsilon}$, тоді ракета прискорюється, а якщо співпадає з $\vec{\upsilon}$, тоді гальмує.

Реактивна сила тяги**:**

$$\vec{F}_{\text{р}} = -\vec{u}\frac{\Delta m}{\Delta t}, \qquad (5.12)$$

Формула Ціолковського**:**

$$\upsilon = u\ln\frac{m_0}{m}. \qquad (5.13)$$

де m_0 – стартова маса ракети; m – кінцева маса.

Формула справедлива в класичній механіці ($\upsilon << c,\ u << c$).

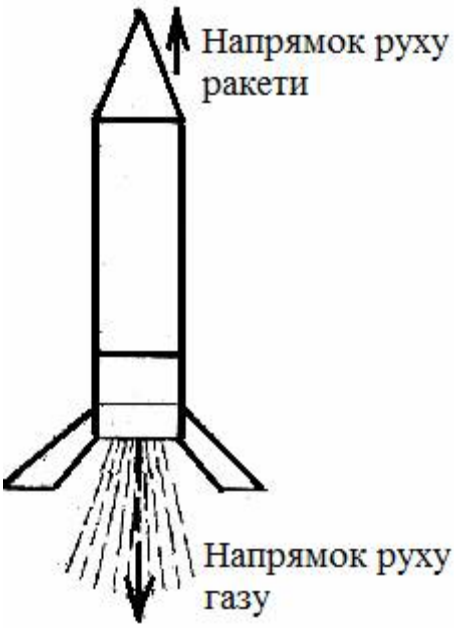


Рис. 5.4

Прикладом реактивного руху є, наприклад, рух ракети (рис. 5.4). У ракеті згорає паливо, при цьому виділяється велика кількість газу, який виходить з ракети з великою швидкістю. Згідно із законом збереження імпульсу ракета рухається в напрямку, протилежному руху газу. Сучасні космічні ракети складаються з декількох частин (ступенів). Коли в одному із ступенів ракети паливо згорає, цей ступінь відокремлюється від ракети. Ракети з декількома ступенями називають багатоступінчатими.

Цікаві факти!

Ідею багатоступінчастої ракети запропонував російський вчений К.Е. Ціолковський (1857-1935). Ідея К.Е. Ціолковського вперше здійснена в Радянському Союзі під керівництвом визначного радянського конструктора С.П. Корольова (1906-1966).

4 жовтня 1957 року радянська космічна ракета вивела на орбіту перший в світі штучний супутник Землі. 12 квітня 1961 року у космосі вперше побувала людина – льотчик-космонавт СРСР Юрій Олексійович Гагарін (1934-1968), який на космічному кораблі «Восток» облетів земну кулю. 19 березня 1965 року льотчик-космонавт СРСР А.А. Леонов здійснив перший в світі вихід людини в космічний простір.

Контрольні питання

1. Що таке імпульс тіла?
2. Яка одиниця вимірювання імпульсу?
3. Імпульс - це скаляр чи вектор?
4. Як спрямований імпульс?
5. Сформулюйте II закон Ньютона за допомогою поняття імпульсу тіла.
6. Що таке імпульс сили? Як спрямований вектор імпульсу сили?
7. Для якої системи тіл виконується закон збереження імпульсу?
8. Що таке замкнута система тіл?
9. Сформулюйте закон збереження імпульсу.
10. Що таке непружний удар?
11. У якому напрямку рухаються тіла після непружного удару?
12. Що називають штучним супутником Землі?
13. Що відбувається при збільшенні швидкості супутника Землі?

5.2 Енергія. Види енергії. Закон збереження енергії

Енергія (***E***) *– це скалярна величина, кількісна міра різних форм руху матерії.*

Енергія – одна з невід'ємних властивостей матерії. На практиці механічний рух частково або повністю перетворюється на інші форми руху – тепловий, електромагнітний.

Енергія характеризує рух системи, а також взаємодію тіл або частинок в системі з урахуванням можливості переходу з однієї форми руху в іншу.

Енергія – функція стану системи, а ***робота*** (***A***) – функція процесу переходу з одного стану системи в інший.

> ***Закон збереження енергії****: енергія не виникає і не зникає, вона лише перетворюється з одного виду на інший та передається від одного тіла до іншого в рівних кількостях.*

Види енергії:

1. Механічна енергія тіла (потенційна та кінетична).
2. Внутрішня.
3. Електромагнітна (електрична + магнітна).
4. Хімічна.
5. Світлова.
6. Ядерна або атомна.

***Повна енергія тіла*:**

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}, \quad [E] = 1 \text{ Дж}. \tag{5.14}$$

Енергія спокою тіла (внутрішня енергія):

$$E_0 = m_0 c^2. \tag{5.15}$$

Робота (*A*) *характеризує зміну енергії.*

Якщо над системою здійснюють роботу зовнішні сили, то енергія системи збільшується:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = A_{\text{зовн}} > 0. \tag{5.16}$$

Якщо система здійснює роботу, то її енергія зменшується:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = A_{\text{внутр}} < 0. \tag{5.17}$$

Існує два способи передачі руху (і відповідної енергії) від одного тіла до іншого у формі роботи (називають механічною роботою) та у формі теплоти (теплообміну).

5.2.1 Механічна енергія. Механічна робота

Механічної енергією (E) тіла (системи) *називається скалярна фізична величина, яка характеризує механічний стан тіла (системи), зміна якого є механічною роботою*:

$$\boxed{\Delta E_{12} = E_2 - E_1 = A_{12}}. \qquad (5.18)$$

Механічний стан даного тіла визначається його швидкістю та координатами в даній системі відліку (рис. 5.5).

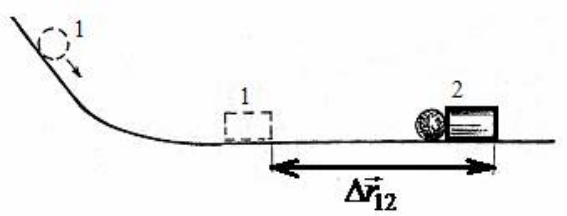


Рис. 5.5

Робота (A) *– фізична величина, що дорівнює скалярному добутку сили ($\vec{F}$) на переміщення $\Delta\vec{r}_{12}$ її точки прикладання* (рис. 5.6)*:*

$$\boxed{A_{12} = F \cdot \Delta r_{12} \cdot \cos\alpha}. \qquad (5.19)$$

$$[A] = [F][r] = \text{Н} \cdot \text{м} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}^2} \cdot \text{м} \equiv 1 \text{ Дж (джоуль)}.$$

Джоуль **–** робота сталої сили в 1 Н при переміщенні тіла на відстань 1 м у напрямку дії сили**.**

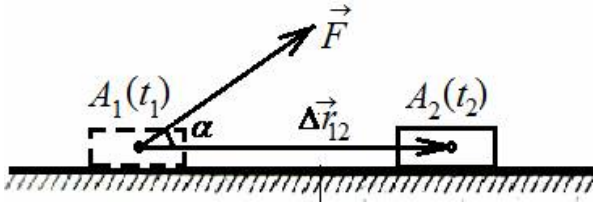
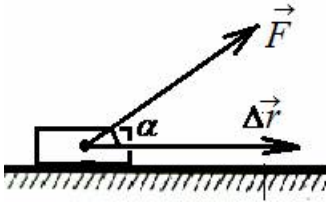


Рис. 5.6

- Рушійні сили (моторні) здійснюють позитивну роботу (рис. 5.7):

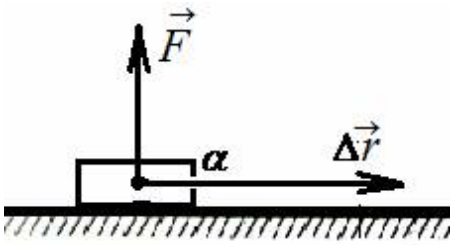


$0° < \alpha < \pm 90°$

$\cos\alpha > 0 \rightarrow$ $\boxed{A > 0}$ (5.20)

Рис. 5.7

- Нормальні сили не здійснюють роботу (рис. 5.8):

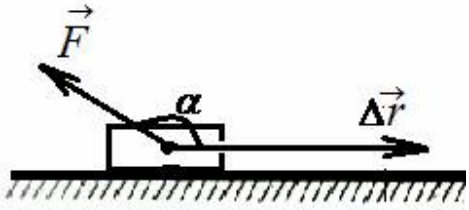


$\alpha = \pm 90°$,

$\cos\alpha = 0 \rightarrow$ $\boxed{A = 0}$ (5.21)

Рис. 5.8

- Сили опору (тертя) здійснюють негативну роботу (рис. 5.9)



$\pm 90° < \alpha < 180°$

$\cos\alpha < 0 \rightarrow$ $\boxed{A < 0}$ (5.22)

Рис. 5.9

5.2.2 Види механічної енергії та їх зв'язок з роботою

Два види механічної енергії:

1) кінетична енергія ($E_к$) *– це енергія рухомого тіла;*

2) потенціальна енергія ($E_п$) *– це енергія взаємодії (енергія, зумовлена взаємодією тіл або частинок тіла);*

Сума $E_к$ і $E_п$ складають ***повну механічну енергію*** *(E) тіла*:

$$\boxed{E = E_к + E_п}. \quad (5.23)$$

- ***Кінетична енергія*** ($E_к$).

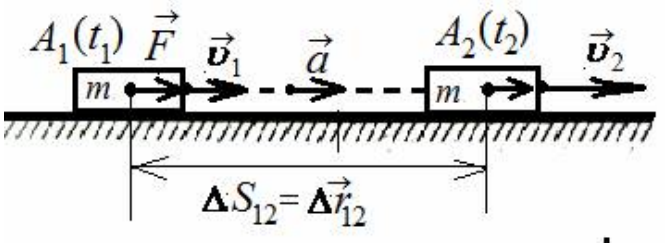


Рис. 5.10 Зміна стану тіла

Якщо $\vec{F} = const$, $\vec{a} = const$ та $\alpha = 0°$:

$$\boxed{A_{12} = F \cdot \Delta r_{12} = F \cdot \Delta S_{12}}, \qquad (5.24)$$

де $F = ma$ – сила тяги; $\Delta S_{12} = \dfrac{\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2}{2a}$ – шлях.

Підставивши складові в рівняння (5.24) отримаємо:

$$\boxed{A_{12} = ma \cdot \frac{\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2}{2a} = \frac{m\upsilon_2^2}{2} - \frac{m\upsilon_1^2}{2}}. \qquad (5.25)$$

де $\boxed{\dfrac{m\upsilon^2}{2} = E_к}$ – ***кінетична енергія*** в класичній механіці ($E_к$ – скалярна величина, завжди $E_к \geq 0$).

Робота сили дорівнює зміні кінетичної енергії тіла:

$$\boxed{A_{12} = E_{к2} - E_{к1} = \Delta E_{к1,2}}, \qquad (5.26)$$

Оскільки швидкість тіла є величиною відносною, тобто залежить від вибору системи відліку, то і кінетична енергія відносна**.**

Кінетична енергія в релятивістській механіці**:**

$$E_к = (m - m_0)c^2. \qquad (5.27)$$

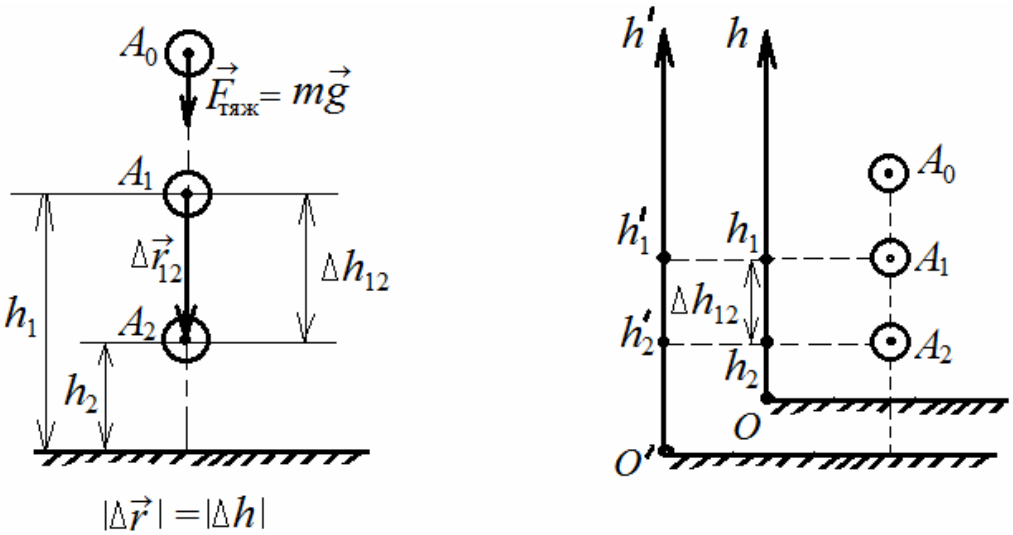
Потенціальна енергія ($E_п$)**.** У механіці розрізняють:

а) потенціальну енергію тіла, піднятого над Землею;

б) потенціальну енергію пружнодеформованого тіла;

в) потенціальну енергію гравітаційної взаємодії двох матеріальних точок.

- Потенціальна енергія тіла, піднятого над Землею (рис. 5.11 а). Тут h – висота над рівнем, на якому потенціальна енергія системи «Земля – тіло» дорівнює нулю (нульовий рівень потенціальної енергії):



а) тіло, підняте над Землею б) нульові рівні потенціальної енергії

Рис. 5.11 Робота сили тяжіння при падінні

Робота сили тяжіння при падінні з точки 1 в точку 2

$$A_{12} = F_{тяж} \cdot \Delta r_{12} \cdot \cos 0^\circ = mg \cdot |\Delta h_{12}| = mg \cdot |h_2 - h_1| = |mgh_2 - mgh_1| < 0 \quad (5.28)$$

або (без знака модуля):

$$\boxed{A_{12} = -(mgh_2 - mgh_1) = mgh_1 - mgh_2}, \quad (5.29)$$

де $\boxed{mgh = E_п}$ – потенціальна енергія тіла (скалярна величина, $[E_п] = [A] = 1$ Дж).

Робота сили тяжіння дорівнює різниці потенціальних енергій тіла:

$$\boxed{A_{12} = -(E_{п2} - E_{п1}) = -\Delta E_{п12}}, \quad (5.30)$$

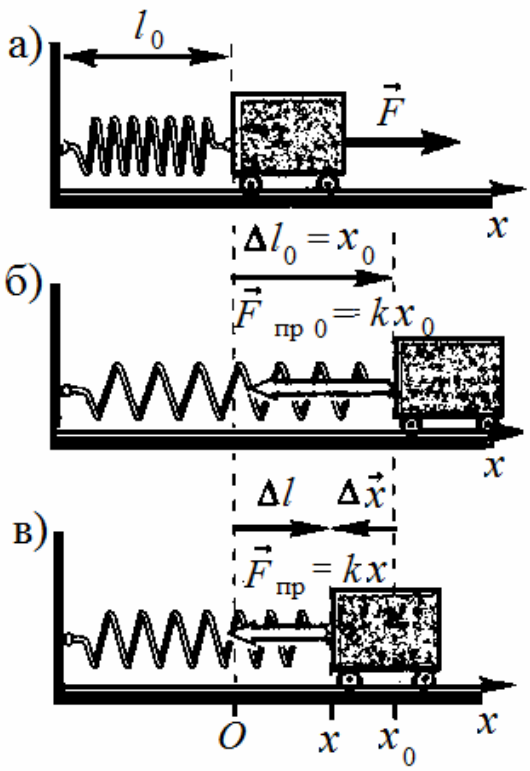
де h та $E_п$ – залежать від вибору «нульового рівня» ($h = 0$) (рис. 5.11 б).

Δh та $\Delta E_п$ – не залежить від вибору $h = 0$.

- Потенціальна енергія пружнодеформованого тіла.

Розрахуємо роботу сили пружності пружини. Припустимо, що на нерозтягнуту пружину довжиною l_0 діє зовнішня сила $\vec{F}$ (рис. 5.12 а).

Після того як подовження Δl_0 пружини дорівнює x_0 (координаті її правого кінця), зовнішня сила припиняє свою дію (рис. 5.12 б). В результаті дії сили пружності $F_{пр} = kx_0$, спрямованої до положення рівноваги, пружина стискається.



а) нерозтягнута пружина довжиною $l_0 (\Delta l = 0), F_{пр} = 0$;

б) розтягнута пружина довжиною $l_0 + \Delta l_0 (\Delta l_0 = x_0), F_{пр.0} = kx_0$;

в) пружина при стисканні довжиною $l_0 + \Delta l (\Delta l = x), F_{пр} = kx$.

Рис. 5.12 Робота сили пружності при розтягуванні та стисканні пружини

Знайдемо роботу сили пружності при зміні координати правого кінця пружини від x_0 до x. Модуль переміщення правого кінця пружини $\Delta x = x_0 - x$ (рис. 5.15 в). Оскільки сила пружності при зміні подовження пружини від $\Delta l_0 = x_0$ до $\Delta l = x$ зміниться від $F_{пр} = kx_0$ до $F_{пр} = kx$, тоді слід використовувати її середнє значення, яке визначається за допомогою рівняння:

$$F_{пр.ср.} = \frac{kx_0 + kx}{2} = \frac{k}{2}(x_0 + x).$$

Розглянемо деформацію пружини з жорсткістю *k*.

Згідно із законом Гука проекція вектора сили пружності на вісь *Ox*, спрямовану вздовж вектора переміщення кінця пружини при деформації, дорівнює:

$$\boxed{F_{\text{пр}} = -kx}. \qquad (5.31)$$

Робота сили пружності. Через те що напрямки середньої сили пружності $F_{\text{пр.ср.}}$ та переміщення $\Delta\vec{x}$ співпадають, для обчислення роботи треба помножити середню силу на переміщення:

$$\boxed{A_{\text{пр}} = \frac{k}{2}(x_0 + x)(x_0 - x) = \frac{kx_0^2}{2} - \frac{kx^2}{2}} \qquad (5.32)$$

Як видно з виразу (5.32), робота сили пружності залежить тільки від початкового та кінцевого подовжень пружини. Це означає, що сила пружності – потенціальна сила.

Робота потенціальної сили дорівнює різниці потенціальної енергії в початковому та кінцевому положеннях тіла.

Отже, потенціальна енергія пружини в початковому положенні (див. формулу 5.32):

$$E_{\text{п}0} = \frac{kx_0^2}{2}$$

Потенціальна енергія пружнодеформованої пружини (або тіла):

$$\boxed{E_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2}} \qquad (5.33)$$

де x – подовження (або стискування) пружини;

k – жорсткість пружини.

Початок відліку потенціальної енергії ($E_{\text{п}} = 0$) відповідає пружині в стані спокою, подовження якої дорівнює нулю.

Потенціальна енергія пружнодеформованої пружини має найбільше значення, коли пружина максимально стиснута або розтягнута.

Потенціальна енергія пружнодеформованої пружини дорівнює роботі сили пружності при переході пружини з деформованого стану в недеформований.

- **Потенціальну енергію гравітаційної взаємодії** двох матеріальних точок масою m_1 и m_2, що знаходяться на відстані *r* одна від одної можна визначити:

$$E_{\text{п}} = F_{\text{гр}} \cdot r = \frac{Gm_1m_2r}{r^2} = G\frac{m_1m_2}{r} \quad \Rightarrow$$

$$\boxed{E_{\text{п}} = G\frac{m_1m_2}{r}}. \qquad (5.34)$$

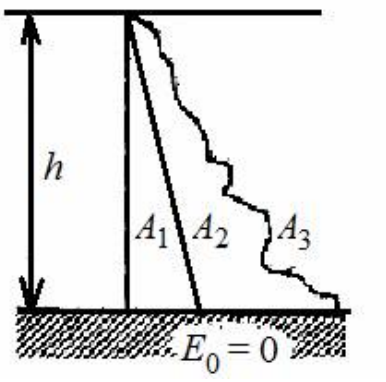


Рис. 5.13

Потенціальна енергія позитивна, якщо вона зумовлена силами відштовхування, і негативна, якщо зумовлена силами тяжіння.

Консервативна сила *– сила, робота якої при переміщенні тіла залежить тільки від початкового та кінцевого положення тіла в просторі (сили тяжіння, сили пружності, кулонівські сили).*

Наприклад, робота сили тяжіння (рис. 5.13).

$$A_1 = A_2 = A_3. \qquad (5.35)$$

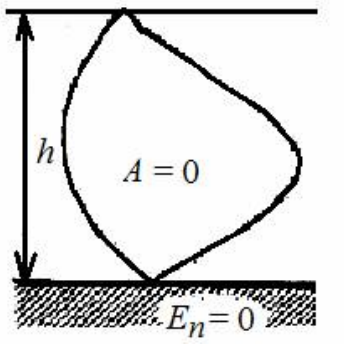


Рис. 5.14

Робота консервативних сил по будь-якому замкнутому контуру дорівнює нулю (рис. 5.14).

Потенціальне поле *– поле консервативних сил.*

Кінетична та потенціальна енергія – функції стану системи, тобто можуть бути точно визначені, якщо задані координати й швидкості всіх тіл системи, а також система відліку.

5.2.3 Закон збереження механічної енергії

У замкнутій системі двох тіл (Земля і тіло, яке вільно падає) змінюються обидві енергії: $\Delta E_{\text{к}}$ та $\Delta E_{\text{п}}$.

При переміщенні тіла відбувається робота:

$$\left.\begin{array}{l} A_{12} = \Delta E_{\text{к}12} = E_{\text{к}2} - E_{\text{к}1} \\ \text{або} \\ A_{12} = -\Delta E_{\text{п}12} = -\left(E_{\text{п}2} - E_{\text{п}1}\right) \end{array}\right\} \Rightarrow E_{\text{к}2} - E_{\text{к}1} = E_{\text{п}1} - E_{\text{п}2} \qquad (5.36)$$

$$\Downarrow$$

$$E_{\text{к}2} + E_{\text{п}2} = E_{\text{к}1} + E_{\text{п}1}$$

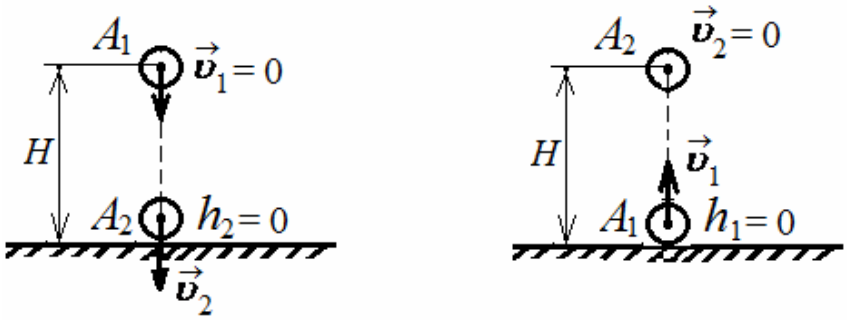
$$\Downarrow$$

$$\boxed{E_2 = E_1}$$

(5.37)

$E = \text{const}$ $\Delta E = 0$ $E_к \leftrightarrow E_п$

Закон збереження механічної енергії: повна механічна енергія замкнутої системи тіл, в якій діють лише консервативні сили (потенційні), є величиною сталою.



а) вільне падіння; б) тіло кинуто вертикально вгору.

Рис. 5.15 Закон збереження механічної енергії

- Розглянемо перший випадок – вільне падіння (рис. 5.15 а):

$$\boxed{\upsilon_1 = 0,\ \upsilon_2 = \sqrt{2gH},\ h_1 = H,\ h_2 = 0}.$$

<u>В точці A_1</u>:

$$E_{к1} = 0, E_{п1} = mgH \Rightarrow\ E_1 = E_{к1} + E_{п1} = mgH. \qquad (5.38)$$

<u>В точці A_2</u>:

$$E_{к2} = \frac{m\upsilon_2^2}{2},\ E_{п2} = 0\ \Rightarrow\ E_2 = E_{к2} + E_{п2} = \frac{m\upsilon_2^2}{2} = \frac{m(2gH)}{2} = mgH. \qquad (5.39)$$

Відповідно до закону збереження енергії в замкнутій системі:

$$\boxed{E_1 = E_2\ \ \Rightarrow}\boxed{mgH = \frac{m\upsilon_2^2}{2}}.$$

- Розглянемо другий випадок – тіло кинуте вертикально вгору (рис. 5.15 б):

$$\boxed{h_1 = 0,\ \upsilon_2 = 0, h_2 = H = \frac{\upsilon_1^2}{2g}}.$$

<u>В точці A_1</u>:

$$E_{к1} = \frac{m\upsilon_1^2}{2},\ E_{п2} = 0 \Rightarrow E_1 = E_{к1} + E_{п1} = \frac{m\upsilon_1^2}{2}. \qquad (5.40)$$

<u>В точці A_2</u>:

$$E_{к2} = 0,\ E_{п2} = mgH \Rightarrow E_2 = E_{к2} + E_{п2} = mgH = \frac{mg\upsilon_1^2}{2g} = \frac{m\upsilon_1^2}{2}. \qquad (5.41)$$

$$\boxed{E_1 = E_2 \quad \Rightarrow} \ \boxed{mgH = \frac{m\upsilon_1^2}{2}}. \qquad (5.42)$$

Розглянуті приклади дозволяють зробити висновок про взаємне перетворення енергій в замкнутій системі: $E_к \leftrightarrow E_п$.

Якщо розглянути незамкнуту систему (з урахуванням зовнішніх сил – сили тертя, рис. 5.16):

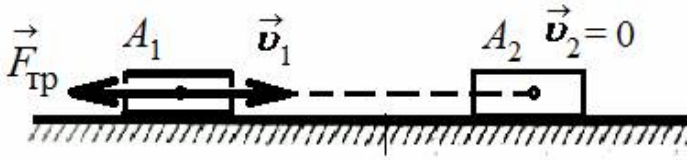


Рис. 5.16 Незамкнута система

Видно, що $E_{п1} = E_{п2} = 0$, отже, повні енергії в точках A_1 та A_2:

$$E_1 = \frac{m\upsilon_1^2}{2} \text{ та } E_2 = 0,$$

$$E_1 \neq E_2 \Rightarrow \Delta E \neq 0 \Rightarrow \Delta E = A_{тер} \qquad (5.43)$$

$$E = E_к + E_п + E_{опір}.$$

5.2.4 Потужність

Швидкість здійснення роботи характеризується фізичною величиною, що називається ***потужністю.***

Середня потужність (N) *– фізична скалярна величина, яка показує, яка робота здійснюється за одиницю часу:*

$$\boxed{N_{сер} = \frac{A}{\Delta t}}. \qquad (5.44)$$

Одиниці вимірювання потужності – ватт (Вт):

$$[N] = \frac{[A]}{[t]} = 1\,\frac{\text{Дж}}{\text{с}} = 1\ \text{Вт}.$$

Ватт (Вт) – потужність, при якій за час 1 с здійснюється робота в 1 Дж.

В якості одиниці вимірювання потужності іноді використовують кінські сили (к.с.):

1 к.с. = 736 Вт.

Миттева потужність (N) *– фізична скалярна величина, що визначається відношенням роботи до проміжку часу (Δt), впродовж якого вона здійснюється (при $\Delta t \to 0$):*

$$\boxed{N = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} = A'}. \qquad (5.45)$$

де A' – перша похідна від роботи за часом.

Потужність при сталій силі:

Миттєву потужність можна визначити Якщо $F = \text{const}$; $\upsilon = \text{const}$, $\alpha(\vec{F} \wedge \vec{\upsilon}) = 0$, тоді $N = \frac{A}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta r}{\Delta t} = F\frac{\Delta r}{\Delta t} = F \cdot \upsilon$, а саме, отримаємо таке рівняння для миттєвої потужності:

$$\boxed{N = F\upsilon}. \qquad (5.46)$$

Якщо визначити роботу з рівняння потужності $A = Nt$, відповідно отримаємо одиницю роботи в техніці – 1 кВт·год:

1 кВт · год = $3{,}6 \cdot 10^6$ Дж.

Відношення корисної роботи $A_к$ до повної (витраченої) роботі $A_п$ називається ***коефіцієнтом корисної дії*** *(ККД) простого механізму* (η).

Коефіцієнт корисної дії (η) визначається за формулами:

$$\eta = \frac{A_к}{A_п}, \quad \eta = \frac{N_к}{N_п}. \qquad (5.47)$$

де $\eta < 1$ ($\eta < 100\%$).

Корисна робота – *робота, що здійснюються двигуном і т.п.*

Цікаві факти!

Потужність, яку розвиває доросла людина, що їде на велосипеді зі швидкістю 10 км/год в безвітряну погоду – 40 Вт, а доросла людина, що їде на велосипеді зі швидкістю 20 км/год в безвітряну погоду – 320 Вт.

5.2.5 Прості механізми

Прості механізми змінюють силу, швидкість або напрямок руху в процесі здійснення роботи.

Види простих механізмів:

- важіль і його різновиди – блок, воріт;
- похила площина та її різновиди – клин, гвинт.

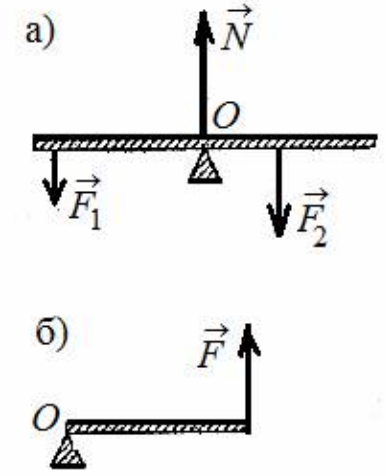


Рис. 5.17

«Золоте правило» *механіки: жоден з простих механізмів не дає виграшу в роботі. У скільки разів виграємо в силі, в стільки разів програємо у відстані.*

На практиці здійснена за допомогою механізму повна робота завжди трохи більша від корисної. Частина роботи відбувається з подолання сили тертя.

Важіль – це однорідний стрижень, який має точку опори або підвісу.

Важіль, у якого вісь обертання в середині важеля, називають *важелем першого роду* (рис. 5.17 а).

Важіль, у якого вісь обертання на кінці важеля – *важіль другого роду* (рис. 5.17 б).

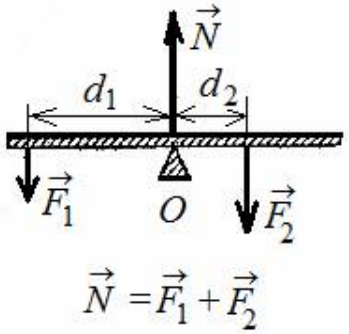


Рис. 5.18

Правило рівноваги важеля *(встановлено Архімедом): важіль знаходиться в рівновазі, коли діючі на нього сили* ($\vec{F}_1, \vec{F}_2$) *обернено пропорційні плечам сил* (d_1, d_2) (рис. 5.18):

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{d_1}{d_2}.$$

Блок являє собою колесо з жолобом, укріплене в обоймі. По жолобу блоку пропускають мотузку, трос або ланцюг.

Нерухомим блоком *називають такий блок, вісь якого закріплена й при підйомі вантажів не змінює свого положення.*

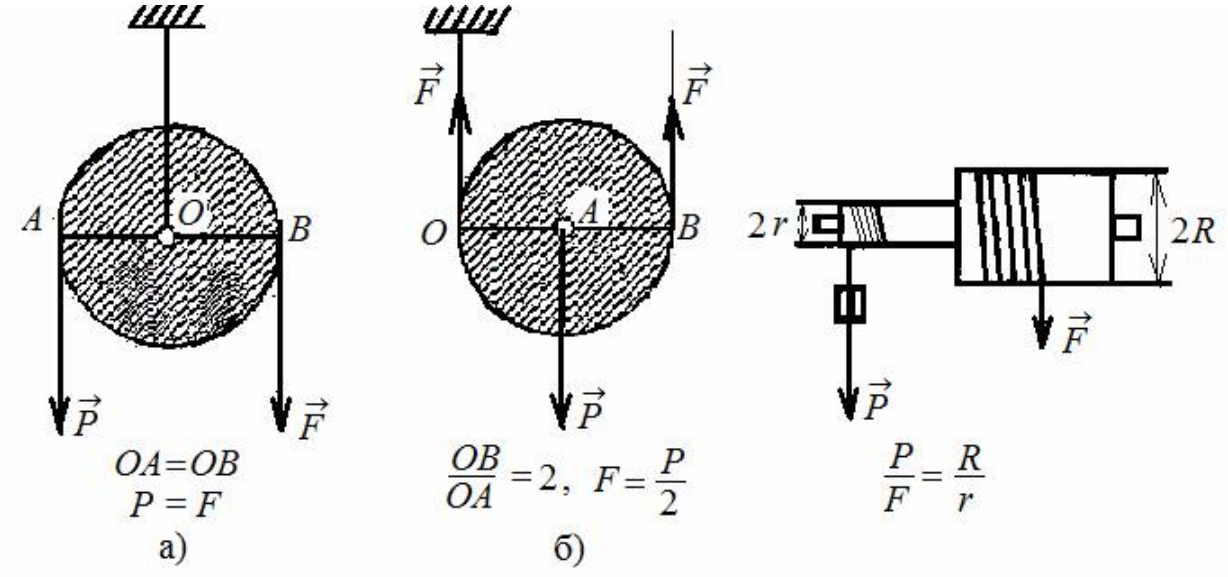


Рис. 5.19 Рис. 5.20

Такий блок не дає виграшу в силі, але дозволяє змінювати напрямок дії сили (рис. 5.19, а).

Рухомий блок піднімається та опускається разом з вантажем. Рухомий блок дає виграш в силі в 2 рази (рис. 5.19, б).

Воріт, що складається з двох блоків з радіусом R та r ($R > r$), дає виграш в силі (рис. 5.20).

Похила площина. Щоб тіло, яке знаходиться на похилій площині, було в стані спокою або рівномірного (без тертя) руху, необхідно прикласти силу, паралельну похилій площині, в стільки разів меншу від сили тяжіння, у скільки разів висота похилої площини менша від її довжини (рис. 5.21):

$$\vec{F}_{\text{тер}} = 0,\ \ \vec{\upsilon} = \text{const},\ \ F_{\text{т}} h = F_{\text{тяги}} l\,. \qquad (5.48)$$

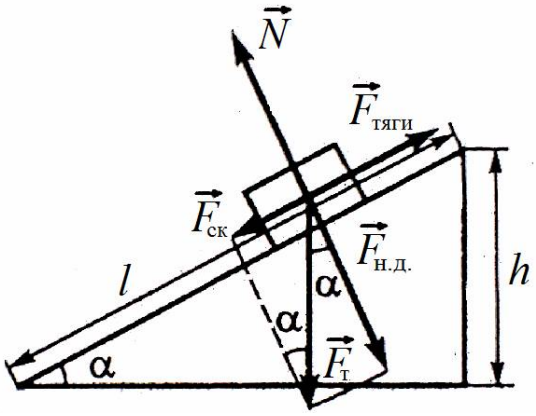


Рис. 5.21

ККД (η) похилої площині з урахуванням сили тертя при рівномірному переміщенні вантажу уздовж похилої площини:

$$\eta = \frac{1}{1 + \mu \cdot \mathrm{ctg}\alpha} 100\% . \qquad (5.49)$$

Клин (рис. 5.22) – *різновид похилої площини*.

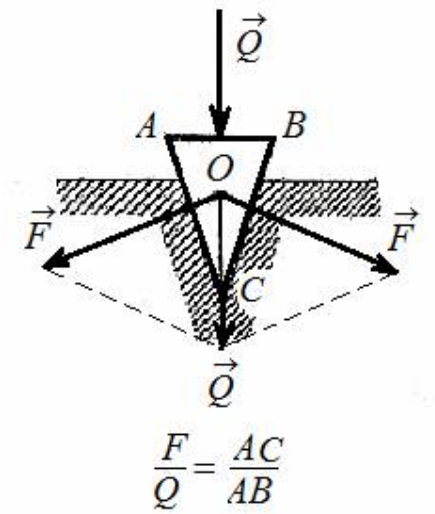


Рис. 5.22

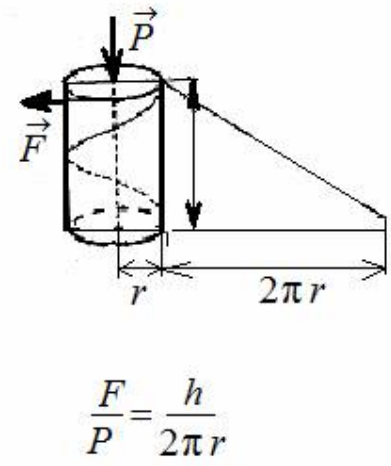


Рис. 5.23

Клин є основною частиною ножа, ножиць, сокири, рубанка. Щоб клин знаходився в стані спокою або рівномірного руху (без тертя), необхідно прикласти до нього силу, перпендикулярну до його основи (обуха), у скільки разів менше сили, що діє перпендикулярно бічній грані клина, у стільки разів основу (*AB*) менше довжини бічної поверхні клина (*AC*).

Гвинт – циліндричне тіло з різьбленням, яке наноситься по гвинтовій лінії.

Гвинтовою лінією називається лінія, утворена гипотенузою прямокутного трикутника, який накручується на циліндр.

Кроком гвинтової лінії називається відстань, на яку переміститься гайка при повному повороті гвинта (рис. 5.23).

Сила, яка діє по дотичній до головки гвинта при відсутності сили тертя, у стільки разів менша від сили, що діє на гвинт уздовж його осі, у скільки разів крок гвинта менший ніж довжина окружності головки.

Гвинт використовують в домкратах – простих пристроях для підйому вантажу.

Цікаві факти!

Коефіцієнт корисної дії простих механізмів: важеля – до 99%; блоку – до 94-98%; клина – до 10-30%; домкрата гвинтового – до 30-40%.

Контрольні питання

1. Запишіть формулу механічної роботи. Що означає кожна величина в цій формулі?
2. При якому куті α робота дорівнює нулю?
3. Запишіть формулу для кінетичної енергії тіла.
4. Як пов'язана робота та зміна кінетичної енергії тіла?
5. Що відбувається з кінетичною енергією тіла при дії на неї сили тертя?
6. З чим пов'язана потенціальна енергія? Яке явище вона характеризує? Від чого залежить потенціальна енергія?
7. Запишіть формулу для потенціальної енергії тіла.
8. Як робота сили тяжіння пов'язана зі зміною потенціальної енергії тіла?
9. Чому дорівнює робота сили тяжіння при переміщенні тіла масою m з висоти h_1 на висоту h_2?
10. Чи залежить робота сили тяжіння від траєкторії руху тіла?
11. Чи залежить потенціальна енергія та робота сили тяжіння від вибору початку відліку висоти?
12. Запишіть формулу для роботи сили пружності при деформації пружини.
13. Як робота сили пружності пов'язана з потенціальною енергією деформації?
14. Сформулюйте закон збереження механічної енергії.
15. За яких умов зберігається механічна енергія системи?
16. Запишіть закон збереження механічної енергії для тіла, що вільно падає з висоти h.
17. Що відбувається з механічною енергією системи, в якій діють сили тертя?
18. Як пов'язані робота сил тертя та зміна механічної енергії системи?
19. Що таке потужність? В яких одиницях вона вимірюється?
20. Що таке коефіцієнт корисної дії механізму?
21. Яке призначення простого механізму?
22. Які види простих механізмів ви знаєте? Поясніть принцип їх дії.

6 ЕЛЕМЕНТИ МЕХАНІКИ РІДИН І ГАЗІВ

6.1 Статика рідин і газів

Статика рідин і газів вивчає рівновагу рідких і газоподібних середовищ.

6.1.1 Основні поняття

Тиск (p) *– це фізична величина, що дорівнює відношенню перпендикулярно діючої сили ($F_\perp$) до одиничної поверхні площею (S)* (рис. 6.1):

$$\boxed{p = \frac{F_\perp}{S}}, \quad [p] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па} \text{ (Паскаль).} \tag{6.1}$$

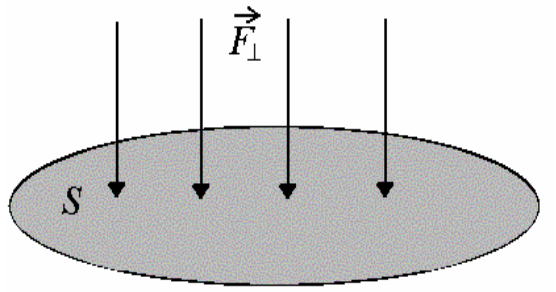


Рис. 6.1

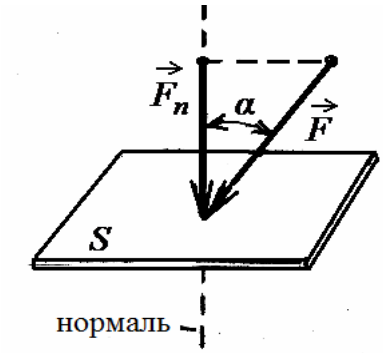


Рис. 6.2

Якщо сила $\vec{F}$ діє під кутом α до поверхні S (рис. 6.2), тоді:

$$p = \frac{F_n}{S}, \tag{6.2}$$

де F_n – нормальна (перпендикулярна) до поверхні S, складова сили $\vec{F}$:

$$F_n = F \cdot \cos\alpha \tag{6.3}$$

Густина. Нехай речовина масою *m* має об'єм *V*, тоді густину речовини можна визначити:

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad [\rho] = \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}. \tag{6.4}$$

Густина показує, чому дорівнює маса 1 м^3 речовини.

Густина різних речовин (твердих, рідких) вказані в таблицях (густина – таблична величина).

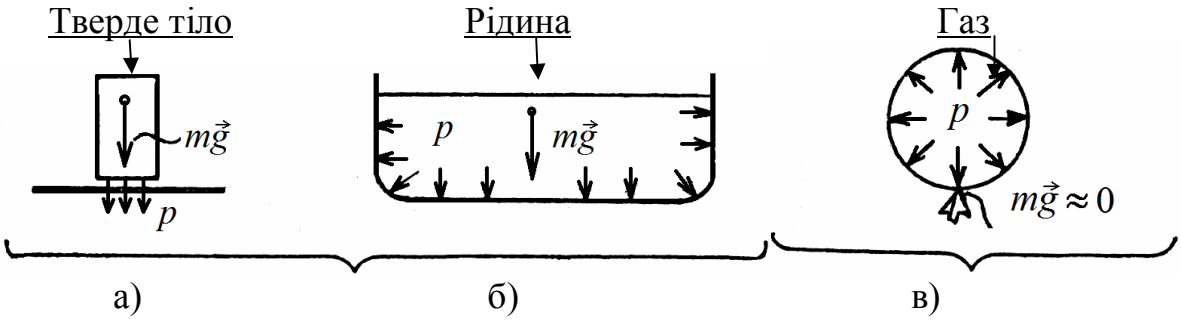


Рис. 6.3 Тиск створюється: а, б – дією сили тяжіння ($m\vec{g}$), тобто це – ваговий тиск; в – ударами молекул газу об стінки посудини

6.1.2 Закон Паскаля

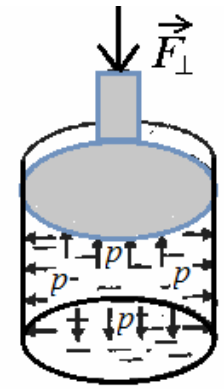


Рис. 6.4

Нехай на рідину (або газ) діє сила F, яка створює тиск p (рис 6.4):

Паскаль довів, що цей тиск діє не тільки в напрямку дії сили F, але й у всіх інших напрямках.

Закон Паскаля: *Тиск, що діє на рідину (або газ), передається без зміни в усі точки цієї рідини (або газу) і в усі напрямки.*

6.1.3 Гідростатичний тиск рідини

Гідростатичний тиск *– тиск, який створюєся вагою стовпа нерухомої рідини. Збільшується з глибиною і залежить від густини рідини.*

Визначимо гідростатичний тиск, який створює стовп рідини висотою h (рис. 6.5)

Сила, з якою тисне рідина масою m:

$$F = mg\,. \tag{6.5}$$

Відомо, що

$$m = \rho_p V\,. \tag{6.6}$$

де ρ_p – густина рідини;

$V = Sh$ – об’єм рідини;
h – висота стовпа рідини;
S – площа поверхні, на яку тисне рідина.

Тоді ***гідростатичний тиск рідини*** можна визначити:

$$\boxed{p = \frac{F}{S} = \frac{m_p g}{S} = \frac{\rho_p \cdot S \cdot h \cdot g}{S} = \rho_p g h} \qquad (6.7)$$

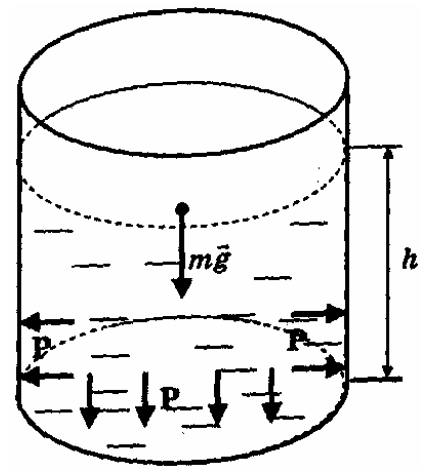


Рис. 6.5

Згідно із законом Паскаля цей тиск діє на глибині h у всіх точках і у всіх напрямках.

Якщо рідина знаходиться під зовнішнім тиском p_0 (наприклад, тиском атмосферного повітря), тоді тиск всередині рідини на глибині h можна визначити:

$$\boxed{p = p_0 + \rho_{\text{р}} g h}. \qquad (6.8)$$

Середня сила, з якою рідина діє на плоску бічну поверхню (стінку судини):

$$\boxed{F_{\text{сер}} = p_{\text{ц.т.}} S_{\text{ст}}} \qquad (6.9)$$

де $p_{\text{ц.т.}}$ – тиск на глибині центра ваги рідини;
$S_{\text{ст}}$ – площа бічної стінки посудини.

Сполучені посудини – по*судини, з'єднані між собою так, що рідина може вільно перетікати з однієї посудини в іншу****.***

Наприклад:

Розглянемо виділений об'єм рідини (рис. 6.6) в частині, що з'єднує посудини. На нього діють сили $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ з боку стовпів рідини в 1-ій та 2-ій посудинах. Ці сили дорівнюють:

$$F_1 = p_1 S \text{ та } F_2 = p_2 S, \qquad (6.10)$$

де S – площа перерізу виділеного об'єму рідини.

Гідростатичний тиск стовпів рідини в 1-ій та 2-ій посудинах:

$$p_1 = \rho g h_1 \text{ т } p_2 = \rho g h_2 \qquad (6.11)$$

Оскільки рідина знаходиться в рівновазі $F_1 = F_2$, тоді:

$$\begin{aligned} p_1 S = p_2 S \Rightarrow p_1 = p_2 \\ \rho g h_1 = \rho g h_2 \Rightarrow h_1 = h_2 \end{aligned}. \qquad (6.12)$$

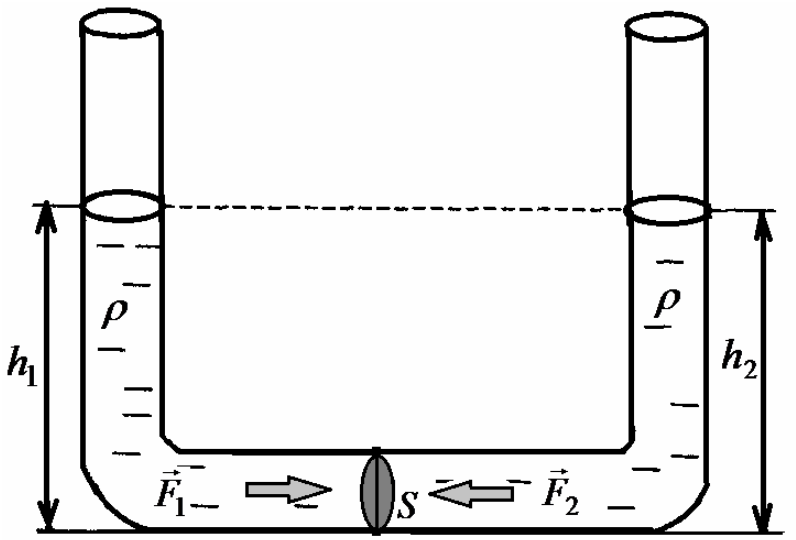


Рис. 6.6 Сполучені посудини

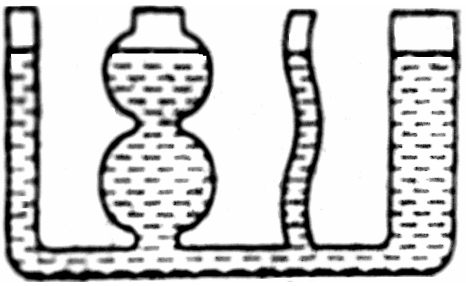


Рис. 6.7

В результаті можна зробити такий **висновок**: висота стовпів рідини в сполучених посудинах встановлюється на одному рівні.

Цей висновок справедливий для сполучених посудин будь-якої форми (рис.6.7).

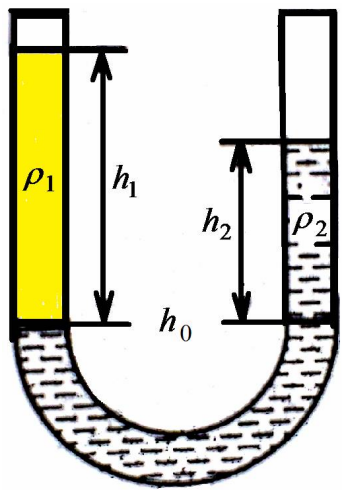


Рис. 6.8

У посудинах з різнорідними незмішуваними рідинами висота стовпів над рівнем h_0, нижче якого рідина однорідна, обернено пропорційна їх густинам. Більш щільна рідина ($\rho_1 < \rho_2$) завжди опускається на дно ($h_1 > h_2$) (рис. 6.8):

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}. \qquad (6.13)$$

Гідростатичний парадокс: *при рівновазі рідини тиск у всіх точках одного рівня всередині рідини однаковий.*

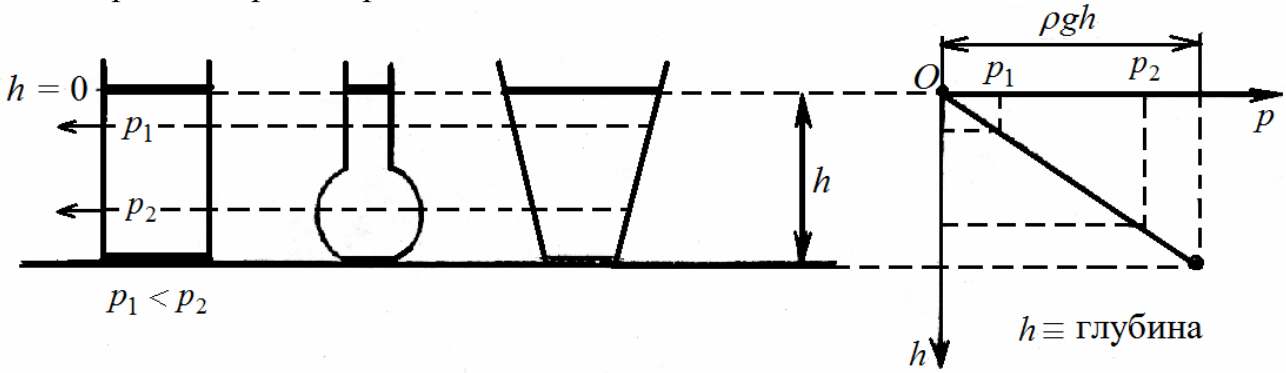


Рис. 6.9 Тиск в посудинах різної форми

Тиск на дно посудин (рис. 6.9) однаковий:

$$p = \rho_p gh\,. \tag{6.14}$$

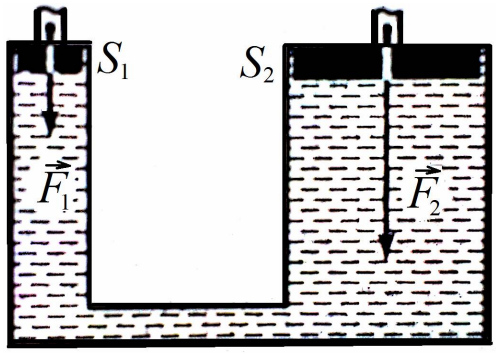


Рис. 6.10

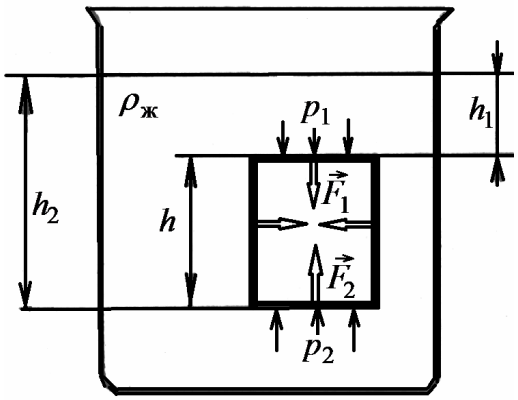


Рис. 6.11

Гідравлічна машина *дає виграш в силі в стільки разів, у скільки площа її більшого поршня більша від площі меншого поршня* ($S_1 < S_2$) (рис. 6.10):

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1}\,. \tag{6.15}$$

6.1.4 Закон Архімеда

На тіло, занурене в рідину, діють сили тиску, які залежать від глибини. Сили тиску, що діють на нижню частину тіла, більший ніж сили, що діють на його верхню частину. Тому на тіло діє сила, яка дорівнює сумі всіх сил тиску рідини, яка діє на поверхню даного тіла. Ця результуюча сила називається виштовхувальною силою Архімеда ($\vec{F}_A$). Визначимо її величину.

Нехай на тіло, занурене в рідину (рис. 6.11), діють сили:

- на бічні поверхні одного рівня, сили однакові, але протилежні за напрямком, тому вони врівноважені;
- зверху на тіло діє сила:

$$\left.\begin{aligned} F_1 &= p_1 S \\ p_1 &= \rho_р g h_1 \end{aligned}\right\} \quad F_1 = \rho_р g h_1 S\,, \qquad (6.16)$$

де $\rho_р$ – густина рідини.

- знизу на тіло діє сила:

$$\left.\begin{aligned} F_2 &= p_2 S \\ p_2 &= \rho_р g h_2 \end{aligned}\right\} \quad F_2 = \rho_р g h_2 S\,. \qquad (6.17)$$

Результуюча сила $F_А$, діюча на верхню та нижню основи циліндра дорівнює:

$$\boxed{F_А = F_2 - F_1 = \rho_р g h_2 S - \rho_р g h_1 S = \rho_р g S \Delta h = \rho_р g V_т = m_р g}, \qquad (6.18)$$

де $V_т = S\Delta h$ – об'єм тіла; $\rho_р$ – густина рідини;

$m_р = \rho_р V_т$ – маса рідини, витісненої тілом.

Закон Архімеда: *на тіло, занурене в рідину або газ, діє виштовхувальна сила, яка за модулем дорівнює силі тяжіння рідини (або газу), зайнятої тілом.*

Архимедова сила прикладена до центра тяжіння (маси) зайнятої тілом рідини. Вона зумовлена різницею тисків на верхню та нижню поверхні тіла, при цьому атмосферний тиск взаємно компенсується.

У газі також діє сила Архімеда, але вона набагато менша, ніж в рідині, тому що густина газу набагато менша за густину рідини.

Наслідки:

1) В невагомості: $\vec{F}_А = 0$; (6.19)

2) Вага тіла в рідині зменшується:

позначимо $P_р$ – вага тіла в рідини, тоді

$$P_р = m_т g - F_А\,. \qquad (6.20)$$

Якщо в рідині перебуває все тіло ($V_т = V_р$):

$$P_р = \rho_т V_т g - \rho_р V_р g = (\rho_т - \rho_р) V_т g\,, \qquad (6.21)$$

де $\rho_т$ – щільність тіла;

$V_т$ – об'єм усього тіла.

Умови плавання тіл: на тіло, що знаходиться в рідині, діють сила тяжіння ($m_т\vec{g}$) й сила Архимеда ($\vec{F}_A$):

$$m_т g = \rho_т V_т g\,, \tag{6.22}$$

$$F_A = \rho_р V_р g\,, \tag{6.23}$$

де $V_р$ – об'єм частини тіла, яка знаходиться в рідині.

Умова плавання тіла має вигляд:

$$m_т g = F_A \Rightarrow \rho_т V_т g = \rho_р V_р g \Rightarrow \rho_т V_т = \rho_р V_р\,. \tag{6.24}$$

Можливі випадки (рис. 6.12):

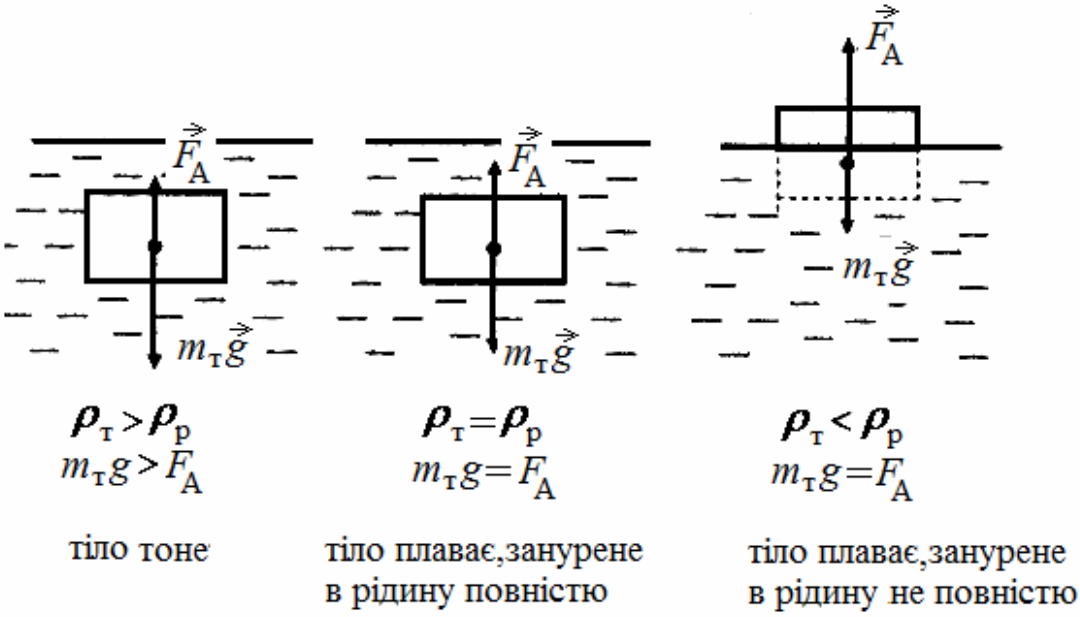


Рис. 6.12

Таблиця 6.1

Поведінка тіла	Неоднорідне тіло	Однорідне тіло
Тоне	$F_A < m_т g$	$\rho_т > \rho_р$
Спливає	$F_A > m_т g$	$\rho_т < \rho_р$
Плаває всередині рідини	$F_A = m_т g$	$\rho_т = \rho_р$
Плаває на поверхні рідини	$F_A = m_т g$	$\rho_т < \rho_р$

Цікаві факти!

Плавання суден. Важкі вантажі й двигуни розташовуються в нижній частині корабля, щоб центр ваги (2) був нижче від точки прикладання сили Архімеда (1), що забезпечує стійкість корабля (при нахилі корабля $\vec{F}_A$ й $m_т\vec{g}$ стає пара сил, що повертає корабель у вертикальне положення) (рис. 6.13).

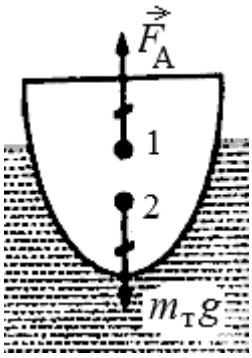


Рис. 6.13

Вага води, яка витісняється судном до ватерлінії (найбільш допустимий осад, зазначений на корпусі червоною лінією), дорівнює силі тяжіння, яка діє на судно з вантажем, називається водотоннажністю судна. Якщо з водотоннажності відняти вагу самого судна ($P_с$), то отримаємо вантажопідйомність судна:

$$P_{водотон} - P_с = P_{гр}. \qquad (6.25)$$

Різниця між вагою 1 м^3 повітря й вагою такого ж об'єму іншого газу називається підйомної силою 1 м^3 газу:

$$F_{під} = P_{пов} - P_{газ}, \qquad (6.26)$$

$$F_{під} = (\rho_{пов} - \rho_{газ})gV_{газ}. \qquad (6.27)$$

Зміна густини тіла методом гідростатичного зважування:

$$\rho_т = \frac{P}{P - P'}\rho_р, \qquad (6.28)$$

де P – вага тіла в повітрі; P' – вага тіла в рідині.

6.1.5 Атмосферний тиск

Атмосферний тиск ($p_{атм}$) – гідростатичний тиск одиничного вертикального стовпа повітря.

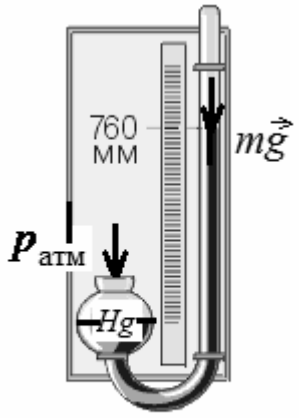


Рис. 6.14

Особливість атмосферного тиску (тиску газів): до визначення атмосферного тиску формула $p = \rho g h$ непридатна, оскільки густина повітря ρ з висотою зменшується.

Вперше атмосферний тиск виміряв Торрічеллі. У дослідах Торрічеллі атмосферний тиск врівноважується тиском стовпа ртуті (рис. 6.14).

Атмосферний тиск, який дорівнює тиску стовпа ртуті висотою h_{Hg} = 0,76 м *за температури* 0°С, *називається* ***нормальним атмосферним тиском*:**

$$p_0 = \rho_{Hg} g h_{Hg} = 13{,}6 \cdot 10^3 \frac{кг}{м^3} \cdot 9{,}8 \frac{м}{с^2} \cdot 0{,}76\ м = 1013{,}2\ гПа \approx 10^5\ Па.$$

Прилади для вимірювання атмосферного тиску:

- в наш час застосовуються кілька видів рідинних манометрів (ртутних барометрів), їх пристрій грунтується на принципі сполучених посудин (рис. 6.15):

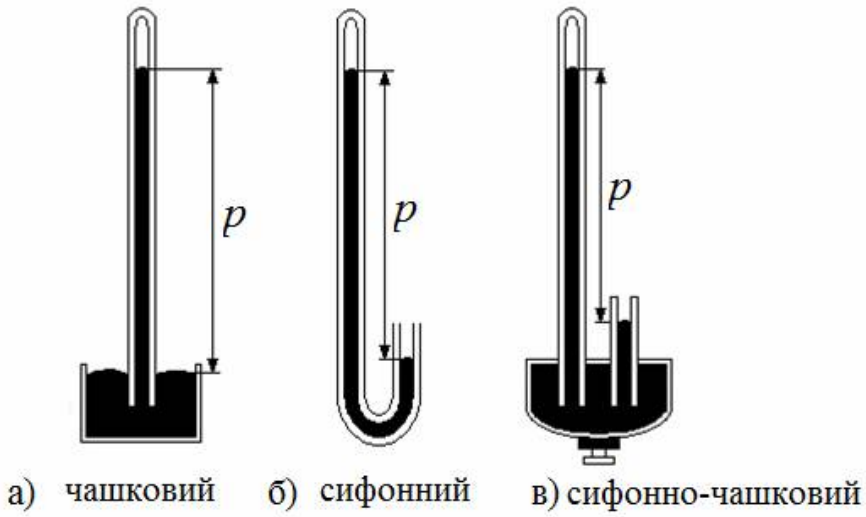


Рис. 6.15 – Ртутні барометри

- металеві (барометр анероїд): складається з металевої гофрованої коробочки, яка стискається при збільшенні атмосферного тиску й розширюється при його зменшенні (рис. 6.16):

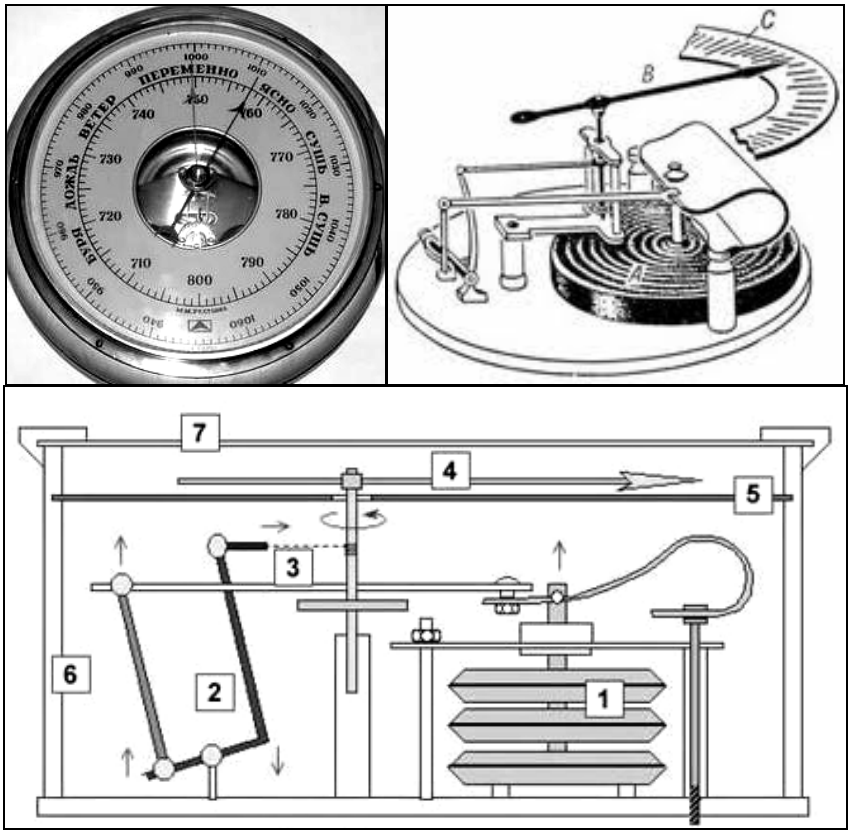


Рис. 6.16 – Барометр анероїд

- в метеорології використовуються також барографи, для безперервної реєстрації атмосферного тиску на метеостанціях (рис. 6.17):

Рис. 6.17 – Барограф

- сучасний цифровий барометр (рис. 6.18):

Рис. 6.18 – Цифровий барометр

Одиниці виміру атмосферного тиску та їх співвідношення:

1) 1 гПа (100 Па) = 0,75 мм рт. ст.;
2) 1 мм рт. ст. = 133 Па;
3) 1 гПа = 1 мб (мілібари – вже застаріла шкала).

Атмосферний тиск зі збільшенням висоти над Землею зменшується на 1 мм рт. ст. в середньому на кожні 12 м підйому.

6.2. Гидродинаміка

Гідродинаміка *– розділ механіки, який вивчає рух (течія) рідин або газів, а також їх взаємодію з тілами, які рухаються в них.*

6.2.1 Рівняння нерозривності струменя

Розглянемо рідину, що рухається по трубі (рис. 6.19):

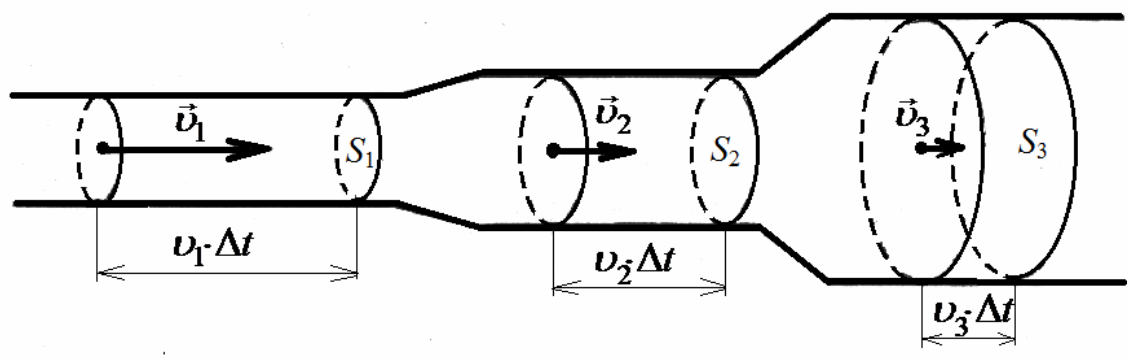


Рис. 6.19

де S_1, S_2, S_3 – площі перерізів труби;

$\vec{\upsilon}_1, \vec{\upsilon}_2, \vec{\upsilon}_3$ – швидкості рідини в цих перерізах.

Рідина – нестислива ($V \approx$ const) і не змінює свою густину ($\rho \approx$ const).

Тоді обєм рідини, який проходить за час Δt:

$$\left.\begin{array}{l} \text{- через переріз } S_1: \; V_1 = S_1 \cdot \upsilon_1 \cdot \Delta t \\ \text{- через переріз } S_2: \; V_2 = S_2 \cdot \upsilon_2 \cdot \Delta t \\ \text{- через переріз } S_3: \; V_3 = S_3 \cdot \upsilon_3 \cdot \Delta t \end{array}\right\} \qquad (6.29)$$

Якщо V = const, тоді $V_1 = V_2 = V_3 = \ldots$ = const, тому:

$$S_1 \cdot \upsilon_1 \cdot \Delta t = S_2 \cdot \upsilon_2 \cdot \Delta t = S_3 \cdot \upsilon_3 \cdot \Delta t = \ldots = const\,. \qquad (6.30)$$

Рівняння нерозривності струменя:

$$S_1 \cdot \upsilon_1 = S_2 \cdot \upsilon_2 = S_3 \cdot \upsilon_3 = \ldots = const, \text{ т.е. } S \cdot \upsilon = const\,. \qquad (6.31)$$

Видно, що при збільшенні S – швидкість υ зменшується:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{\upsilon_2}{\upsilon_1}. \qquad (6.32)$$

Отже швидкість течії рідини обернено пропорційна площі перерізу струменя:

Приклад: шприц (рис. 6.20)

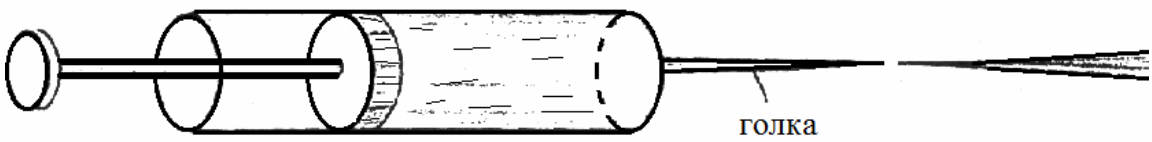


Рис. 6.20

6.2.2 Тиск рухомої рідини

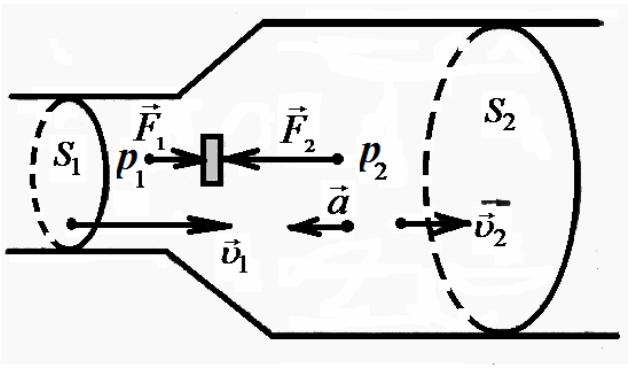


Рис. 6.21

Рідина переходить з S_1 в S_2 (рис. 6.21) ($S_2 > S_1$)

$\Downarrow$

її швидкість зменшується $\upsilon_2 < \upsilon_1$.

Видно, що:

$$\left.\begin{array}{l}\vec{a}\downarrow\uparrow\vec{\upsilon}\\ \vec{a}\rightarrow\vec{F}=\vec{F}_1+\vec{F}_2\end{array}\right\}\vec{F}\downarrow\uparrow\vec{\upsilon}\,, \qquad (6.33)$$

$$\begin{array}{c}F=F_2-F_1,\\ F_2>F_1\Rightarrow p_2>p_1.\end{array} \qquad (6.34)$$

Чим більша швидкість руху рідини, тим менший тиск в ній:

$$\upsilon_1>\upsilon_2\Rightarrow p_1<p_2., \qquad (6.35)$$

$$\left.\begin{array}{l}S_1>S_2>S_3\\ \upsilon_3>\upsilon_2>\upsilon_1\end{array}\right\}\Rightarrow p_1>p_2>p_3\,. \qquad (6.36)$$

Тиск (рис 6.22.), *який виникає тільки за рахунок руху рідини* – ***динамічний тиск*** ($p_{\text{дин}}$).

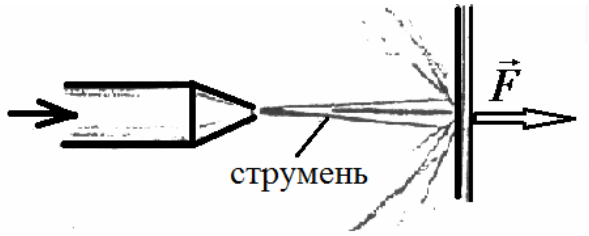


Рис. 6.22

Динамічний тиск *діє в напрямку руху рідини*:

$$\boxed{p_{\text{дин}}=\frac{\rho_{\text{р}}\upsilon^2}{2}}, \qquad (6.37)$$

де $\rho_{\text{р}}$ – густина рідини; υ – модуль швидкості рідини.

Якщо υ - збільшується → $p_{\text{ст}}$ - зменшується; $p_{\text{дин}}$ - збільшується

$$p_{\text{ст}}+p_{\text{дин}}=\text{const}$$

Рівняння Бернуллі: *повний тиск можна визначити*

$$\boxed{p+\frac{\rho_{\text{р}}\upsilon^2}{2}=const}, \qquad (6.38)$$

де $p=p_{\text{атм}}+\rho_{\text{р}}gh$ – статичний тиск рідини.

Контрольні питання

1. Що таке тиск? Напишіть формулу тиску.
2. Яка одиниця вимірювання тиску?
3. Як залежить тиск від площі поверхні (S), на яку діє сила? Наведіть приклади використання цієї залежності для зменшення й збільшення тиску?
4. Що таке густина речовини? Назвіть одиниці вимірювання густини.
5. Сформулюйте закон Паскаля. Де він діє?
6. Що таке гідростатичний тиск рідини?
7. Запишіть формулу для гідростатичного тиску.
8. У якому напрямку діє гідростатичний тиск всередині рідини?
9. Що таке сполучені посудини?
10. Як розташовується рідина в сполучених посудинах? Чому?
11. Чи залежить розташування рідини в сполучених посудинах від їх форми?
12. Чим створюється атмосферний тиск?
13. Чому дорівнює нормальний атмосферний тиск?
14. Чи можна розрахувати атмосферний тиск за формулою? Чому?
15 Як змінюється атмосферний тиск з висотою над поверхнею Землі?
16. Який прилад вимірює атмосферний тиск?
17. Що таке міліметр ртутного стовпа?
18. Поясніть, чому на тіло в рідині діє сила Архімеда?
19. Напишіть формулу для сили Архімеда.
20. Сформулюйте закон Архімеда.
21. Чи діє сила Архімеда в невагомості?
22. Як знайти вагу тіла в рідині?
23. Яка умова плавання тіла?
24. Що буде з тілом в рідині, якщо його щільність більша за густину рідини; дорівнює густині рідини; менша за густину рідини?
25. Що вивчає гідродинаміка?
26. Як залежить швидкість течії рідини від площі перерізу струменя?
27. Що таке динамічний тиск?
28. Чому дорівнює повний тиск?