

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Даус М.Є.

ГІДРАВЛІКА РІК ТА ВОДОЙМИЩ

Конспект лекцій

ББК 26.22
Д 21
УДК 556.536

Друкується за рішенням Вченої ради Одеського державного екологічного університету (протокол № від .).

Даус М.Є.

Гідравліка рік та водоймищ: Конспект лекцій. – Одеса, «ТЭС», 2010.
– 127 с.

В конспекті лекцій виділено дві частини – гідравліка відкритих русел та гідравліка водоймищ, розглядаються основні закони руху і рівноваги рідини та пристосування цих законів для вирішення широкого кола прикладних задач.

Конспект лекцій використовується для студентів напряму «екологія» спеціальності «екологія та охорона навколишнього середовища» спеціалізації «гідроекологія».

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	5
ВИЗНАЧЕННЯ ГІДРАВЛІКИ ЯК НАУКИ.....	6
1 Основні фізичні властивості рідини.....	7
2 ГІДРОСТАТИКА.....	12
2.1 Гідростатичний тиск та його властивості	12
2.2 Основне рівняння гідростатики в диференціальній формі.....	15
2.3 Закон розподілу гідростатичного тиску по глибині у разі рідини, що знаходиться під дією тільки сили тяжіння	17
2.4 Сумарний гідростатичний тиск на плоску фігуру будь-якої форми	19
2.5 Сумарний гідростатичний тиск на криволінійну циліндричну поверхню.....	21
3 ГІДРОДИНАМІКА.....	24
3.1 Загальні поняття і визначення гідродинаміки	24
3.2 Види та режими руху рідини	29
3.3 Рівняння нерозривності у разі сталого руху	32
3.4 Два режими руху рідини. Досліди Рейнольдса	33
3.5 Число Рейнольдса. Визначення режиму руху рідини	36
3.6 Рівняння Бернуллі для елементарної струминки рідини.....	37
3.7 Інтерпретації рівняння Бернуллі	39
3.8 Рівняння Бернуллі для потоку реальної рідини.....	42
3.9 Основне рівняння рівномірного руху	43
3.10 Втрати напору під час руху води в трубах.....	46
4 ГІДРАВЛІЧНІ ОПОРИ В БЕЗНАПІРНОМУ ПОТОЦІ	48
4.1 Формула Шезі. Швидкісна і витратна характеристики потоку	48
4.2 Формули для визначення коефіцієнта Шезі C 5.3 Коефіцієнт шорсткості	52
5 НЕРІВНОМІРНИЙ СТАЛІЙ РУХ ВОДИ У ВІДКРИТИХ ПРИЗМАТИЧНИХ РУСЛАХ	54
5.1 Питома енергія перерізу. Графік питомої енергії.....	55
5.2 Рівняння критичного стану потоку. Число Фруда.....	58
5.3 Диференціальне рівняння нерівномірного руху рідини, що плавно змінюється, у відкритих руслах	59
6 НЕСТАЛІЙ РУХ ВОДИ В ПРИРОДНИХ (РІЧКОВИХ) РУСЛАХ	64
6.1 Розбиття водотоку на ділянки.....	64
6.2 Диференціальне рівняння сталого нерівномірного руху в умовах природного водотоку	66
6.3 Загальний прийом побудови кривої вільної поверхні.....	68
7 РУХ ПОТОКУ ЗІ ЗМІННОЮ ВИТРАТОЮ.....	70

7.1 Рівняння руху потоку рідини із змінною витратою	70
7.2 Математичні моделі руху води зі змінною витратою	74
7.2.1 Система рівнянь Сен-Венана	74
7.2.2 Модель динамічної хвилі.....	75
7.2.3 Модель дифузійної хвилі.....	75
7.2.4 Модель кінематичної хвилі	76
7.3 Кінцево-різницеві аналоги диференціальних рівнянь неусталеного руху води.....	76
8 УЛОГОВИНИ ОЗЕР І ЇХ ТЕРМІКА	79
8.1 Морфологія озерних улоговин	79
8.2 Морфометрія озеровидних водойм.....	82
8.2.1 Морфометричні показники поверхні озера	83
8.2.2 Морфометричні показники об'єму, глибин і дна.....	85
8.2.3 Батиграфічна (гіпсографічна) і об'ємна криві.....	86
8.3 Проникнення тепла у воду і термічний режим водної маси	90
9 РУХ ОЗЕРНОЇ ВОДИ	104
9.1 Хвилі.....	104
9.2 Течії	109
9.3 Нагін та згін.....	113
9.4 Сейші.....	115
9.5 Перемішування.....	117
ЛІТЕРАТУРА.....	126

ПЕРЕДМОВА

Дисципліна “Гідравліка рік та водоймищ ” є прикладною дисципліною професійно-практичного циклу підготовки спеціалістів – гідроекологів і безпосередньо використовується ними в їх практичній діяльності.

Загальний обсяг навчального часу визначається освітньо-кваліфікаційною характеристикою та освітньо-професійною програмою.

“Гідравліка рік та водоймищ ” викладається на 3 курсі.

Мета вивчення курсу – забезпечення відповідно сучасним вимогам студентів знаннями з курсу гідравліки, як науково-технічної галузі, що направлено на оптимізацію знань в процесі трудової діяльності.

Гідравліка базується на курсах вищої математики, фізики, гідромеханіки, обчислювальної техніки і програмування.

Знання “Гідравліки рік та водоймищ ” необхідні для розвитку численних галузей народного господарства, пов’язаних з використанням водних ресурсів країни.

В результаті вивчення курсу гідравліки студент повинен знати основні закони руху і рівноваги рідини та свідомо пристосовувати ці закони для вирішення широкого кола прикладних задач.

Дисципліна “Гідравліка рік та водоймищ ” складається з двох частин – гідравліка відкритих русел та гідравліка водоймищ.

Дисципліна забезпечена методичним матеріалом.

ВИЗНАЧЕННЯ ГІДРАВЛІКИ ЯК НАУКИ

Гідравліка – наука, що вивчає закони рівноваги і руху рідини та способи практичного застосування цих законів в інженерній практиці.

Слово «гідравліка» грецького походження – *hydor* (вода) і *aulos* (труба), що значить – рух води по трубах. В теперішній час питання, що вивчає гідравліка, охоплює рух води у відкритих руслах (ріках, каналах), водоймах (озерах, водосховищах), рух ґрунтових вод та ін.

Гідравліка, розглядаючи закони рівноваги та руху рідини, опирається на такі науки, як вища математика, фізика, теоретична механіка. В свою чергу, гідравліка служить основою для гідравлічних розрахунків у гідрології і гідрометрії.

В гідравліці для вирішення різних практичних задач широко використовуються ті або інші припущення, які спрощують розглядувані питання. Достатньо часто гідравлічні рішення опираються на результати експериментів, і тому в гідравліці наводиться багато різних емпіричних та напівемпіричних формул. При цьому враховуються і оцінюються тільки найголовніші фактори явищ, що вивчаються; часто оперують тими або іншими інтегральними та осередненими величинами, які дають достатню для технічних розрахунків характеристику розглядуваних явищ; наприклад, в гідравліці часто користуються поняттям середньої швидкості руху в будь-якому поперечному перерізі потоку. *Експериментально – теоретичний* метод, який є найбільш характерним для гідравліки, дозволяє їй знаходити практично достатньо точні і прості рішення у різних випадках руху рідини.

Історія розвитку гідравліки тісно пов'язана з історією розвитку промисловості і техніки. Використання водних ресурсів розпочато в глибокій давнині та пов'язано з гідротехнічними і суднобудівними роботами давніх народів, які вже за тисячі років до нашої ери будували кораблі для плавання по ріках і морях, канали для зрошення полів, водопроводи і акведуки для водопостачання населених пунктів. Першою науковою роботою вважається праця Архімеда «Про плаваючі тіла», написана за 250 років до н. е. Новий розвиток гідравліки одержала в епоху Відродження у роботах Леонардо да Вінчі, Г. Галілея, Б. Паскаля, І. Ньютона. В середині 18 століття дослідження М.В.Ломоносова, Д.Бернуллі та Л. Ейлера стали теоретичною основою і значно сприяли подальшому розвитку гідравліки. Великий вклад у розвиток гідравліки внесли інженери і вчені багатьох країн.

У даному конспекті лекцій основна увага приділяється вільному безнапірному руху рідини, характерному для природних водотоків і водойм, тому що саме ці питання є актуальними для спеціалістів гідроекологів.

1 ОСНОВНІ ФІЗИЧНІ ВЛАСТИВОСТІ РІДИНИ

Рідиною називається тіло, що має легку рухливість частинок або текучість, унаслідок чого рідина не може зберігати свою форму в просторі, а набуває форми посудини, в якій вона знаходиться. Цим рідини відрізняються від твердих тіл.

Рідини ділять на два класи: одні чинять великий опір стискаючому зусиллю, а інші його майже не чинять. За цією ознакою рідини ділять на: рідини стисливі – гази і нестисливі, або краплинні. Об'єктом вивчення гідравліки є будь-яка краплинна рідина, але нас при викладі цього курсу цікавитиме тільки вода.

Багато фізичних властивостей краплинних рідин вивчаються у загальній фізиці, а фізичні властивості води детально досліджуються в курсі “Гідрофізика водоймищ суші”. Розглянемо нижче лише основні властивості води, з якими нам доводиться зустрічатися у курсі гідравліки.

Густина рідини ρ . Візьмемо деякий об'єм W рідини, що має масу m . Густиною рідини ρ називається відношення

$$\rho = m/W, \quad (1.1)$$

отже

$$m = \rho W. \quad (1.2)$$

Величина ρ має розмірність:

$$[\rho] = M/L^3, \quad (1.3)$$

де M і L — символи відповідно маси і довжини.

Густина рідини залежить від температури і тиску. Вид цієї залежності визначається експериментальним шляхом і виражається у вигляді таблиці або формули [2].

Для прісної чистої води при $t = 4^\circ\text{C}$ і нормальному тиску ρ дорівнює:

$$\rho = 1000 \text{ кг/м}^3.$$

В гідравліці також використовується поняття питомої ваги рідини γ , яке є відношенням сили тяжіння G до її об'єму W , вимірюється у Н/м^3 . Оскільки питома вага і густина є відношенням сили тяжіння та маси до одного і того ж об'єму, то залежність між ними виражається:

$$\gamma = \rho g,$$

де g – прискорення вільного падіння, м/с^2 .

Стисливість (об'ємна пружність) рідини. Ступінь зменшення об'єму рідини під впливом стискаючої сили характеризується коефіцієнтом об'ємного стиснення [4]:

$$\beta_w = \frac{1}{W} \frac{dW}{dp},$$

де W – первинний об'єм; dW – зменшення об'єму; dp – підвищення зовнішнього тиску із усіх сторін. Коефіцієнт об'ємного стиснення води зменшується із зростанням тиску і температури.

Величина, обернена коефіцієнту об'ємного стиснення, називається модулем об'ємної пружності [4]:

$$K = 1 / \beta_w = W dp/dW.$$

Для води (у звичайних умовах) $k = 22 \cdot 10^5$ кПа, тобто $k \approx 220$ кН/см². Вода в природних водоймищах при невеликих глибинах може вважатися практично нестисливою внаслідок того, що коефіцієнт k має невеликі значення.

Розширення при нагріванні. Зміна об'єму рідини при зміні температури характеризується коефіцієнтом об'ємного розширення[4]:

$$\beta_t = \frac{1}{W} \frac{dW}{dt}.$$

Числове значення β_t дорівнює відносному приросту об'єму при нагріванні його на 1°С. Коефіцієнт об'ємного розширення води змінюється відповідно до її властивостей: при значенні температури від 0 до 4°С β_t має від'ємне значення, а при значенні t вище 4°С β_t додатне. Середнє значення β_t для звичайних температурних умов незначне (приблизно 0.000015) і в звичайних технічних застосуваннях гідравліки не береться до уваги.

Опір розтяжним зусиллям. Здатність різних тіл чинити опір розтяжним силам характеризується розривною напругою. У гідравліці вважають, що вода зовсім не здатна чинити опір розтягуючим зусиллям. Проте, особливими фізичними дослідженнями було встановлено, що рідина (зокрема, вода, ртуть), що знаходиться у спокої, іноді здатна чинити опір дуже великим розтяжним зусиллям; наприклад, вода в певних умовах може витримувати розтяжну напругу до $2.8 \cdot 10^4$ кПа, не піддаючись розриву [39].

Капілярність. Поверхневий шар нестисливої рідини знаходиться в особливому напруженому стані, яке спричиняється неврівноваженістю дії молекулярних сил та характеризується силами поверхневого натягнення. Вплив цих факторів наочно проявляється в трубках малого діаметра, в

яких рідина, що змочує стінки трубки (наприклад, вода), піднімається (рис.1.1б), а яка не змочує (наприклад, ртуть) – опускається (рис. 1.1а). Це явище називається капілярністю.

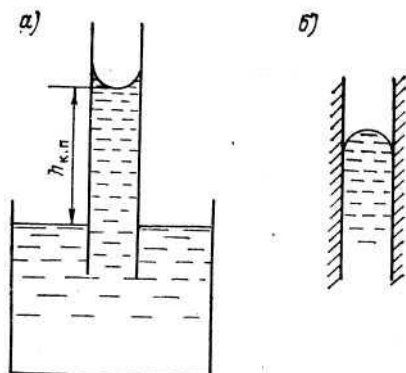


Рис. 1.1 – Капілярне підняття у випадку “змочуваної” (а) і “не змочуваної” (б) стінки.

Висота капілярного підняття води h , мм, в скляній трубці діаметром d , мм, при температурі $t = 20^\circ\text{C}$ буде [2]:

$$h = 30/d ,$$

а висота опускання ртуті

$$h = 10/d .$$

Висоту підняття (опускання) рідини необхідно враховувати у відліках приладів, де використовуються скляні трубки з рідиною.

Питання капілярності є істотними при розгляді підземної фільтрації рідини, процесів випаровування і заболочування.

В'язкість є одною з найважливіших властивостей рухомих рідин. В'язкістю називається здатність рідини чинити опір дотичним зусиллям під час руху рідини. Вона обумовлена силами зчеплення між частинками рідини, а також між рідиною і стінками, що обмежують її, і кількісно виражається через динамічний коефіцієнт в'язкості або просто коефіцієнт в'язкості μ . Величина μ залежить від роду рідини, а також від її температури. Числові значення μ для різних рідин знаходять дослідним шляхом за допомогою віскозиметрів.

В рухомій рідині між її шарами виникають дотичні напруження за рахунок того, що шари рідини мають різні швидкості. М.П. Петровим [2] для визначення дотичних напружень запропонований вираз:

$$\tau = \pm \mu \frac{du}{dn} , \quad (1.4)$$

де μ – динамічний коефіцієнт в'язкості, dn – товщина шару рідини, $\frac{du}{dn}$ – градієнт швидкості. Цей вираз відображає гіпотезу І. Ньютона про внутрішнє тертя між частинками рідини.

У системі СІ розмірність коефіцієнта в'язкості буде:

$$[\mu] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2 \cdot \frac{\text{м}}{\text{см}}} = \frac{\text{Н} \cdot \text{с}}{\text{м}^2} = \text{Па} \cdot \text{с}.$$

Коефіцієнт в'язкості, віднесений до густини рідини, називається кінематичним коефіцієнтом в'язкості:

$$\nu = \mu / \rho. \quad (1.5)$$

В системі СІ цей коефіцієнт має розмірність

$$[\nu] = \frac{\text{Н} \cdot \text{с} \cdot \text{м}^3}{\text{м}^2 \cdot \text{кг}} = \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с} \cdot \text{м}^3}{\text{с}^2 \cdot \text{м}^2 \cdot \text{кг}} = \frac{\text{м}^2}{\text{с}}.$$

Величина ν залежить від роду рідини і від температури та практично не залежить від тиску. Значення кінематичного коефіцієнта в'язкості для води наведені в табл. 1.1.

Таблиця 1.1 – Коефіцієнт в'язкості для води при різних значеннях температури [4]

t °С	$\nu \cdot 10^{-6}$, м ² /с	t °С	$\nu \cdot 10^{-6}$, м ² /с
0	1.78	15	1.14
5	1.52	20	1.01
10	1.31	30	0.81
12	1.24	40	0.66

При вивченні законів руху реальних рідин навіть таких мало в'язких, як вода, вплив в'язкості враховувати необхідно.

При аналітичних дослідженнях часто користуються поняттям ідеальної рідини. Ідеальною рідиною називають уявну рідину, яка характеризується:

- а) абсолютною незмінністю об'єму (при зміні тиску і температури);
- б) відсутністю в'язкості, тобто сил тертя, при будь-якому її русі.

Ідеальної рідини, на відміну від реальної (“в’язкої”), в природі не існує. Її створюють як деяку наближену модель реальної рідини для полегшення виведення деяких теоретичних положень гідравліки.

Зі сказаного вище ясно, що:

- 1) при вивченні рідини, що знаходиться у стані спокою, немає потреби розрізняти реальну і ідеальну рідини;
- 2) при вивченні руху реальної рідини необхідно додатково враховувати сили тертя, тобто в’язкість.

Сили, що діють у рідині. В рідині діють масові і поверхневі сили. Масові сили діють на кожен елемент рідкого середовища і пропорційні масі цього елемента. До масових сил належить сила тяжіння G (вага):

$$G=mg,$$

сили інерції рідини j , які дорівнюють добутку маси тіла m на його прискорення $\frac{du}{dt}$ (u – швидкість, t – час), взяте із оберненим знаком:

$$j = - m \frac{du}{dt} .$$

Поверхневі сили проявляються на межових поверхнях рідкого тіла. Поверхневу силу, що діє нормально до деякої площадки, називають силою тиску. Поверхневу силу, що діє по дотичній до площадки – силою опору. Сили опору, відповідно до виразу (1.4), проявляються під час руху рідини, а сили тиску – як під час руху, так і у період рівноваги рідини [4].

Контрольні питання:

1. Визначення гідравліки як науки. Розділи гідравліки.
2. Визначення рідини. Поділ рідин на класи.
3. Густина рідини.
4. Стисливість рідини.
5. Розширення рідин при нагріванні.
6. Опір рідин розтяжним зусиллям. Визначення ідеальної рідини.
7. В’язкість рідини.
8. Вираз М.П.Петрова, який відображає гіпотезу Ньютона про внутрішнє тертя між частинками рідини.
9. Капілярність.
10. Сили, які діють в рідині.

2 ГІДРОСТАТИКА

2.1 Гідростатичний тиск та його властивості

Гідростатика вивчає закони, яким підпорядковується рідина, що знаходиться в стані спокою, сили, що діють в такій рідині, і тиск рідини, що покоїться, на різні поверхні.

Основним поняттям гідростатики є поняття гідростатичного тиску в даній точці рідини, що покоїться. Цей тиск прийнято позначати буквою p і скорочено іменувати просто “гідростатичним тиском”. Гідростатичний тиск виражається в одиницях напруги, тобто в тоннах на 1 м^2 , в кілограмах на 1 м^2 , в кілограмах на 1 см^2 .

Сила P , що діє на всю площу F , називається силою гідростатичного тиску (або сумарним гідростатичним тиском) і виражається в тоннах, кілограмах.

Гідростатичний тиск має дві властивості.

1. Гідростатичний тиск завжди направлений нормально до площадки, що сприймає його, і спрямований по внутрішній нормалі, тобто зсередини рідини.

Ця властивість легко доводиться від протилежного і заснована на відміченій вище нездатності рідини чинити опір розривним зусиллям. Представимо деякий об’єм рідини, що знаходиться у спокої (рис. 2.1а). Розітнемо його поверхнею AB на два відсіки: I і II . Відсік I буде з деякою силою діяти на поверхню AB відсіку II ; з такою ж силою, але в протилежному напрямку, відсік II буде діяти на поверхню AB відсіку I .

Далі умовимося розглядати тільки тиск на відсік II , заштрихований на рисунку (силу, прикладену до відсіку II з боку відсіку I).

Намітимо на поверхні AB точку “ a ”. Хай в цій точці діє зовнішня сила P_a , направлена від поверхні AB під деяким кутом α (рис. 2.1 а). Силу P_a можна розкласти на нормальну складову P'_a , і дотичну складову P''_a . Оскільки рідина не може чинити опір розривним зусиллям, поява таких сил неминуче викличе порушення умови рівноваги і приведе в рух частинки рідини у відсіку II . Отже, сила P_a в рідині, що покоїться, існувати не може. Розглянемо в точці “ b ” силу P_b , направлену всередину відсіку II ; розкладемо її на складові P'_b і P''_b . Поява дотичної сили P''_b негайно порушить стан рівноваги. Таким чином, в рідині, що покоїться, може діяти тільки сила P'_b (що стискує), спрямована по внутрішній нормалі, що і потрібно було довести.

2. Гідростатичний тиск в даній точці не залежить від орієнтування (кута нахилу) площадки дії, тобто гідростатичний тиск в точці рідини однаковий у всіх напрямках.

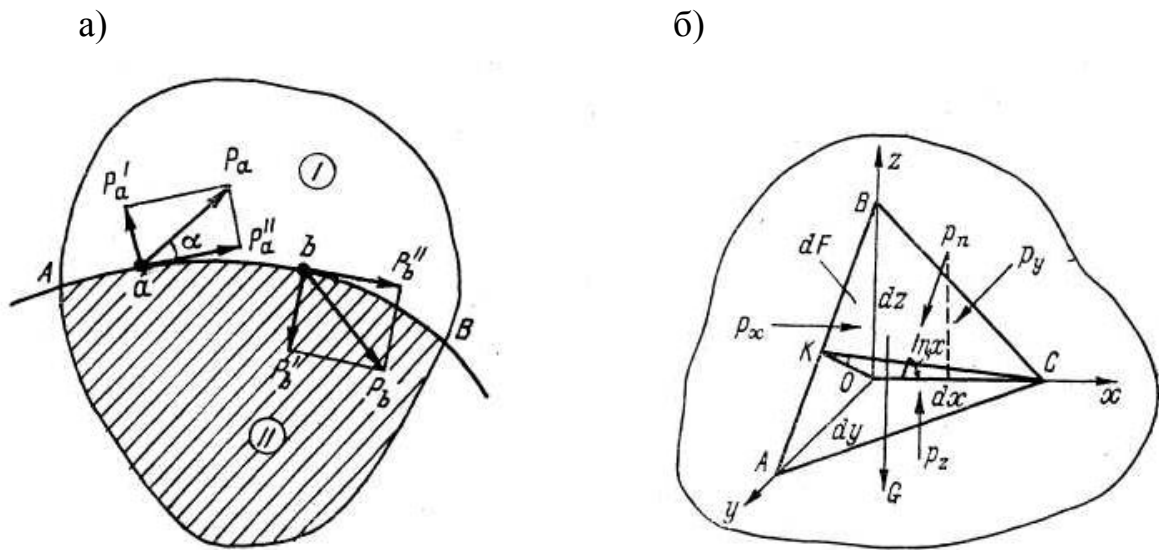


Рис. 2.1 – а) До доведення першої властивості гідростатичного тиску;
 б) До доведення другої властивості гідростатичного тиску.

Для підтвердження цієї властивості в рідині, що покоїться, довільно виділимо будь-яку точку O як центр прямокутної системи координат з осями Ox , Oy , Oz (рис. 2.1б). На координатних осях відкладемо нескінченно малі відрізки dx , dy , dz і через отримані точки проведемо площину ABC . Отримаємо нескінченно малий тетраедр з вершиною в точці O і з ребрами dx , dy , dz .

Позначимо через p_x гідростатичний тиск, що діє на грань, нормальну до осі Ox , через p_y тиск на грань, нормальну до осі Oy , і через p_z тиск на грань, нормальну до осі Oz . Гідростатичний тиск, що діє на похилу грань, позначимо через p_n , а площу цієї грані – через dF . Крім того, на всі частки рідини у виділеному тетраедрі діє зовнішня об'ємна сила G (сила тяжіння).

Згідно законам механіки, якщо система знаходиться в рівновазі, то сума проєкцій всіх сил, що діють на неї, на осі координат повинна дорівнювати нулю.

Напишемо для виділеного елементарного об'єму умови рівноваги. Спроекувавши всі сили, що діють на тетраедр, на вісь Ox , отримаємо:

$$\frac{1}{2} dydzp_x - p_n dF \cos(n, x) = 0 \quad (2.1)$$

на вісь Oy

$$\frac{1}{2} dx dz p_y - p_n dF \cos(n, y) = 0 \quad (2.2)$$

на вісь Oz

$$\frac{1}{2} dx dy p_z - p_n dF \cos(n, z) - \rho g \frac{1}{6} dx dy dz = 0, \quad (2.3)$$

де вираз $\frac{1}{6} dx dy dz$ об'єм елементарного тетраедра; ρ – густина рідини; g – прискорення вільного падіння. Оскільки dx , dy , dz – нескінченно малі величини, то третім доданком в рівнянні (2.3) можна знехтувати.

На рис. 2.2 опустимо перпендикуляр з точки O на пряму AB , він перетне її в середині в точці K , з точки C також опустимо перпендикуляр на AB , він попаде в ту ж точку K , оскільки dx , dy і dz нескінченно малі, відрізки $AO=BO=OC$.

Розглянемо вираз

$$\frac{1}{2} dy dz = \frac{1}{2} AB \cdot OK. \quad (2.4)$$

З трикутника OKC запишемо

$$OK = KC \cdot \cos OKC = KC \cdot \cos(n, x), \quad (2.5)$$

де $\angle OKC = \angle n, x$, як кути з взаємно перпендикулярними сторонами.

Підставляючи (2.5) в (2.4), отримаємо

$$\frac{1}{2} dy dz = \frac{1}{2} AB \cdot KC \cdot \cos(n, x) = dF \cos(n, x). \quad (2.6)$$

Порівнюючи (2.6) і (2.1), приходимо до висновку

$$p_x = p_z. \quad (2.7)$$

Аналогічним чином з рівняння (2.2) маємо

$$p_z = p_n, \quad (2.8)$$

а з рівняння (2.3)

$$p_z = p_n. \quad (2.9)$$

З (2.7)–(2.9) отримаємо

$$p_x = p_y = p_z = p_n, \quad (2.10)$$

що і слід було довести.

2.2 Основне рівняння гідростатики в диференціальній формі

Основне рівняння гідростатики показує, як розподіляється тиск усередині рідини, що знаходиться у стані спокою. Воно може бути отримано з диференціальних рівнянь спокою (рівноваги) рідини.

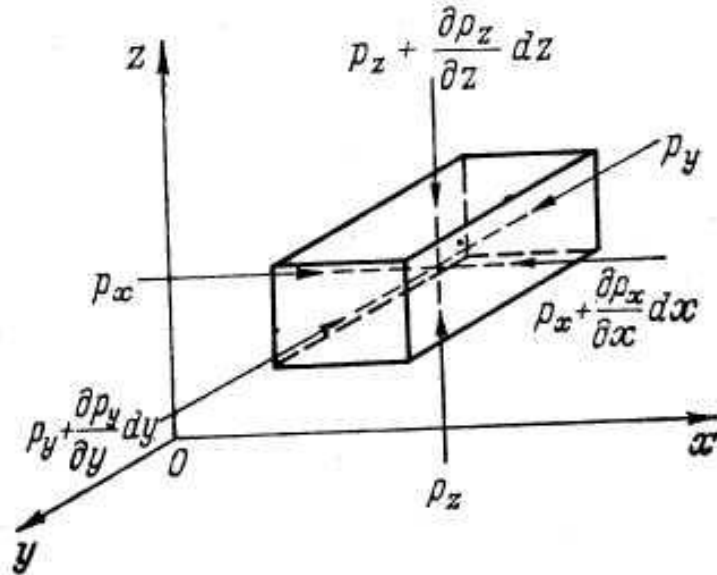


Рис. 2.2 – До доведення основного рівняння гідростатики.

Розглянемо рідину, що перебуває в спокої, на яку діє зовнішня об'ємна сила (не обов'язково сила тяжіння). З рідини, що знаходиться в рівновазі, виділимо в довільному місці елементарний паралелепіпед (рис. 2.2) з ребрами dx , dy , dz , паралельними осям координат Ox , Oy , Oz . З'ясуємо сили, що діють на нього, і складемо рівняння рівноваги.

Дію рідини, що оточує паралелепіпед, на його грані замінимо відповідними силами тиску рідини, враховуючи вказані вище властивості гідростатичного тиску.

На грань паралелепіпеда $dy dz$, найближчу до початку координат, діє гідростатичний тиск p_x ; на протилежну грань діятиме гідростатичний тиск p_x' :

$$p_x' = p_x + \frac{\partial p_x}{\partial x} dx, \quad (2.11)$$

де $\frac{\partial p_x}{\partial x}$ – характеризує приріст гідростатичного тиску на одиницю

довжини по і Ox , вираз $\frac{\partial p_x}{\partial x} dx$ – показує приріст тиску p_x на відстані dx .

Аналогічні прирости гідростатичного тиску діятимуть і на інші грані паралелепіпеда (рис. 2.2).

Для отримання сумарного тиску рідини на кожную грань паралелепіпеда необхідно отриманий гідростатичний тиск помножити на відповідні площі граней.

Окрім тиску, у виділеному паралелепіпеді діють також об'ємні (масові) сили. Проекції цих сил на осі координат, віднесені до одиниці маси рідини, нехай дорівнюватимуть X , Y , Z . Таким чином, проекція об'ємної сили, наприклад, на вісь Ox тоді буде рівна $\rho X dx dy dz$, де ρ – густина рідини.

Для рівноваги рідини, що міститься в паралелепіпеді, необхідно і достатньо, щоб сума проекцій всіх сил на кожную з осей координат дорівнювала нулю. Запишемо рівняння рівноваги:

$$\begin{aligned} p_x dy dz - \left(p_x + \frac{\partial p_x}{\partial x} dx \right) dy dz + \rho X dx dy dz &= 0; \\ p_y dx dz - \left(p_y + \frac{\partial p_y}{\partial y} dy \right) dx dz + \rho Y dx dy dz &= 0; \\ p_z dx dy - \left(p_z + \frac{\partial p_z}{\partial z} dz \right) dx dy + \rho Z dx dy dz &= 0. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Провівши перетворення та скорочення, одержимо:

$$\begin{aligned} X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= 0; \\ Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} &= 0; \\ Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} &= 0. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Індекси при приватних похідних від гідростатичного тиску опущені на підставі другої властивості гідростатичного тиску.

Система диференціальних рівнянь (2.13) і є рівняннями рівноваги рідини. Вони вперше були виведені Л. Ейлером в 1755 р. і називаються ейлеровими рівняннями рівноваги рідини. Ці рівняння виражають зв'язок між об'ємними силами, тиском і координатами в кожній точці рідини, що покоїться.

Застосуємо систему рівнянь (2.13) до виведення основного закону гідростатичного тиску. Для цього помножимо кожне рівняння відповідно на dx , dy , dz і складемо отримані вирази:

$$\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz = \rho(Xdx + Ydy + Zdz). \quad (2.14)$$

Вираз в лівій частині рівняння (2.14) є повний диференціал гідростатичного тиску p :

$$\frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial y} dy + \frac{\partial p}{\partial z} dz = dp, \quad (2.15)$$

а вираз в дужках правої частини є повний диференціал об'ємних (масових) сил. Позначаючи їх через функцію $W(x, y, z)$, матимемо

$$X dx + Y dy + Z dz = dW \quad (2.16)$$

Підставляючи (2.15) і (2.16) в (2.14), остаточно отримаємо

$$dp = \rho dW. \quad (2.17)$$

Вираз (2.17) є основне рівняння гідростатики в диференціальній формі.

2.3 Закон розподілу гідростатичного тиску по глибині у разі рідини, що знаходиться під дією тільки сили тяжіння

Розглянемо найбільш важливий для практики окремий випадок рівноваги рідини, що знаходиться під дією тільки однієї об'ємної сили – сили тяжіння (його називають іноді випадком абсолютного спокою).

Представимо посудину, в якій знаходиться рідина, що покоїться (рис. 2.3).

Осі координат розташуємо так, що початок координат і осі Ox і Oy лежать на вільній поверхні рідини, а вісь Oz направлена вертикально вниз. В цьому випадку складові об'ємних сил будуть

$$X = 0, \quad Y = 0, \quad Z = g, \quad (2.18)$$

оскільки сила тяжіння в загальному випадку рівна

$$G = mg, \quad (2.19)$$

де m – маса рідини; g – прискорення вільного падіння. Тоді при $m=1$ $G=Z=g$. Підставляючи (2.18) в (2.14), отримаємо

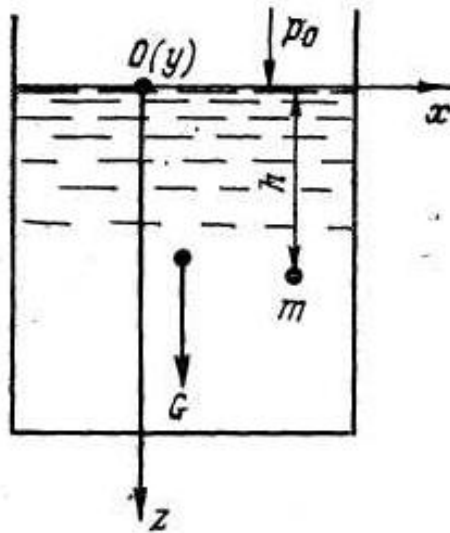


Рис. 2.3 – Випадок абсолютного спокою рідини.

$$dp = \rho g dz \quad (2.20)$$

Інтегруючи (2.20), маємо

$$p = \rho gz + C \quad (2.21)$$

де C – постійна інтегрування.

На вільній поверхні $z = 0$ і $C = p_0$ – зовнішній тиск.

В результаті замість (2.21) матимемо

$$p = p_0 + \rho gz. \quad (2.22)$$

Вводячи замість координати z глибину занурення точки під рівень вільної поверхні h , отримаємо вираз для гідростатичного тиску в остаточному вигляді

$$p = p_0 + \rho gh. \quad (2.23)$$

Вираз (2.23) називається основним рівнянням гідростатичного тиску. Тут p є абсолютним тиском в даній точці (точка m на рис. 2.4); p_0 – зовнішній поверхневий тиск (у відкритих посудинах або водоймищах зовнішнім тиском є атмосферний тиск); тиск $p_{\text{надм}} = \rho gh$ називається надмірним гідростатичним тиском. При цьому, якщо зовнішній тиск на вільній поверхні зазвичай постійний, то надмірний гідростатичний тиск залежить від глибини занурення даної точки під рівень вільної поверхні і прямо пропорційний їй. Відповідно до таких позначень вираз (2.23) приймає вигляд

$$p_a = p_0 + p_{\text{надм}} \quad (2.24)$$

Закон гідростатичного тиску (2.23) показує, що в загальному випадку для всіх точок рідини абсолютний тиск залежить не тільки від глибини занурення точок під рівнем вільної поверхні, але і від зовнішнього тиску p_0 . Тиск p_0 діє однаково в будь-якій точці усередині рідини, і з його зміною на стільки ж зміниться і абсолютний гідростатичний тиск в даній точці.

Звідси витікає відомий **закон Паскаля**, сформульований ним в 1663р.: зовнішній тиск p_0 , прикладений до вільної поверхні рідини, що знаходиться в стані рівноваги в замкнутій посудині, передається всім часткам рідини з однаковою силою (без зміни).

Виражена законом Паскаля властивість рідини передавати зовнішній тиск, заснований на вказаній вище малій стисливості реальних рідин, отримала широке застосування в техніці. На законі Паскаля заснована дія гідравлічних або водостовпових машин, до яких належать гідравлічні преси, підйомні крани, молоти, домкрати, мультиплікатори (підвищувачі тиску).

2.4 Сумарний гідростатичний тиск на плоску фігуру будь-якої форми

Тиск рідини, що діє на площу кінцевих розмірів називається сумарним гідростатичним тиском або силою гідростатичного тиску.

Нехай тиск рідини діє на деяку плоску фігуру площею F , розташовану похило до горизонту під кутом α (рис. 2.3). Поверхня, що лежить в площині xOy (вісь Ox перпендикулярна до площини малюнка, а вісь Oy направлена вниз по похилій площині), на малюнку проектується у вигляді відрізка AB .

Для зручності повернемо фігуру навколо осі Oy на 90° ; вісь Ox займе нове положення. При цьому дана плоска фігура буде зображена без спотворення (рис. 2.4). Вважаємо, що фігура має неправильну довільну форму.

На підставі першої властивості гідростатичного тиску можемо стверджувати, що в усіх точках площі F тиск рідини буде направлений по внутрішній нормалі до стінки. Тому і сумарний гідростатичний тиск P , що діє на довільну плоску поверхню площею F , буде також направлений по нормалі (рис. 2.4).

Намітимо на даній площі F довільну точку m , занурену на глибину h , що має координату y . З рис. 2.3 видно, що

$$h = y \cdot \sin \alpha . \quad (2.25)$$

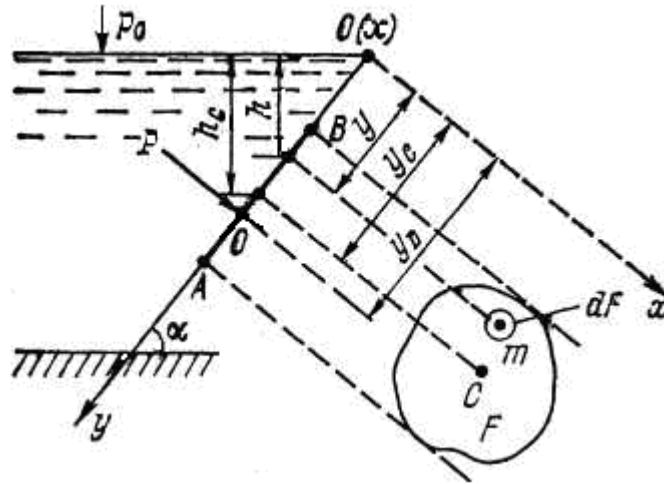


Рис. 2.4 – Тиск рідини на плоску похилу фігуру.

Біля точки m виділимо елементарну площадку dF . Сила абсолютного гідростатичного тиску, що діє на цю площадку

$$dP_a = p_a \cdot dF \quad (2.26)$$

або, згідно (2.24) і (2.25)

$$dP_a = (p_0 + \rho gh)dF = p_0 dF + \rho gy \cdot \sin \alpha \cdot dF . \quad (2.27)$$

Інтегруючи цей вираз за всією площею F , отримуємо

$$P_a = p_0 \int_F dF + \rho g \cdot \sin \alpha \cdot \int_F ydF = p_0 F + \rho g \cdot \sin \alpha \int_F ydF . \quad (2.28)$$

Інтеграл $\int_F ydF$ є статичний момент плоскої фігури AB щодо осі Ox :

$$\int_F ydF = S_{Ox} = F \cdot y_C, \quad (2.29)$$

де y_C – координата центру тяжіння (точки C) даної плоскої фігури.

Підставляючи (2.29) в (2.28), отримуємо:

$$P_a = p_0 F + \rho g F \cdot y_C \cdot \sin \alpha . \quad (2.30)$$

Оскільки

$$y_C \cdot \sin \alpha = h_C \quad (2.56)$$

де h_C – заглиблення центру тяжіння плоскої фігури під горизонтом рідини, то

$$P_a = p_0 F + \rho g h_C F , \quad (2.31)$$

де p_0 – сила, обумовлена атмосферним (поверхневим) тиском, передається через рідину на плоску фігуру AB .

Зазвичай при технічних розрахунках враховують силу тиску тільки від надмірного гідростатичного тиску, тобто без урахування атмосферного тиску, оскільки останнє діє на стінки рівномірно з обох боків і само себе врівноважує.

Сила надмірного гідростатичного тиску рівна

$$P = \rho g h_C F. \quad (2.32)$$

Отже, сила надмірного гідростатичного тиску, що діє на плоску поверхню будь-якої форми, дорівнює добутку площі фігури на надмірний гідростатичний тиск в центрі тяжіння цієї фігури.

2.5 Сумарний гідростатичний тиск на криволінійну циліндричну поверхню

У практиці доводиться визначати силу гідростатичного тиску не тільки на плоскі поверхні, але і на криволінійні поверхні будь-якого вигляду. Особливо важливо це для гідротехніків, оскільки таким шляхом визначають сили, що діють на секторні, сегментні і вальцові затвори водопропускних споруд, на внутрішні стінки водяних баків, трубопроводів. Розглянемо надмірний гідростатичний тиск на циліндричну поверхню, яка зустрічається найчастіше.

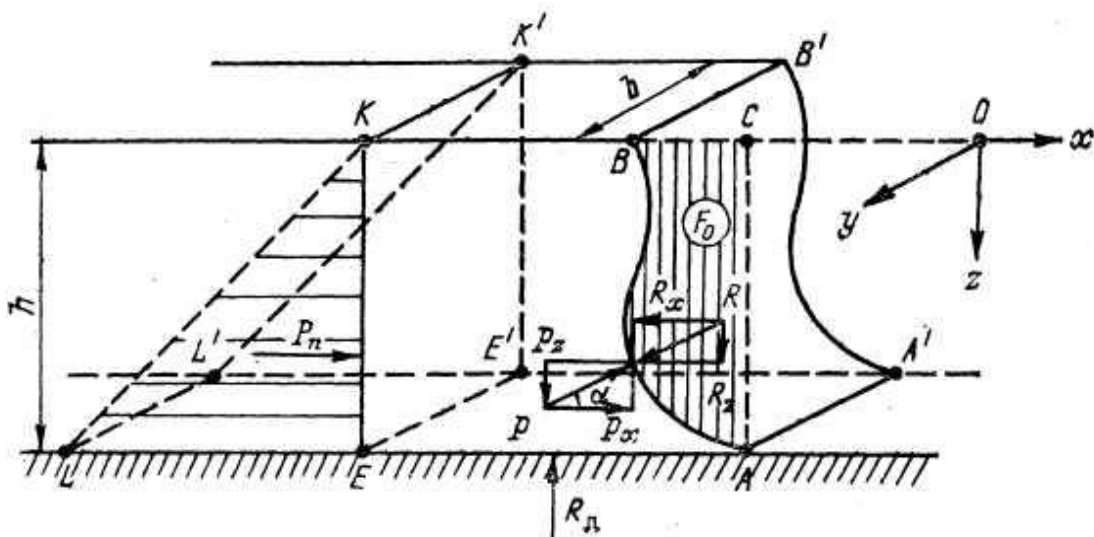


Рис. 2.5 – Тиск на циліндричну поверхню AB .

Розглянемо загальний вид криволінійної циліндричної поверхні $ABB'A'$ (рис. 2.5). Крива AB є напрямлююча даної циліндричної поверхні. Довжину циліндричної поверхні, перпендикулярної до площини

креслення, позначимо через b ($b=const$). Намітимо початок координат O на рівні вільної поверхні рідини і осі координат Ox , Oy , Oz .

Якщо при визначенні сили гідростатичного тиску, що діє на плоскі фігури, по суті проводимо просте складання елементарних паралельних сил, то при рішенні аналогічної задачі для криволінійної поверхні доводиться складати сили тиску, що має різні напрями. У загальному випадку криволінійної поверхні необхідно знати проекції сумарного тиску на три взаємно перпендикулярних напрями. Завдання спрощується, якщо криволінійна поверхня є циліндричною, оскільки в цьому випадку для визначення сумарного тиску досить знати горизонтальну складову тиску P_x і вертикальну складову P_z . Підсумовуючи ці складові, отримуємо силу тиску рідини на криволінійну поверхню P і її напрям.

Щоб знайти вирази для складових P_x і P_z сили P проведемо вертикальну площину і спроекуємо на неї криволінійну поверхню $ABB'A'$. У проекції на вертикальну площину вона дає нам прямокутник $EKK'E'$ (рис. 2.4).

Розглянемо умови рівноваги виділеного об'єму рідини $AЕКВ$, що покоїться. На цей об'єм діють сили:

- 1) сила гідростатичного тиску P_h , що діє на вертикальну грань $EК$ з боку рідини, розташованої зліва від цієї грані;
- 2) сила R_D – з боку дна AE (реакція дна):

$$R_D = \rho g h F_{AEE'A'} = \rho g h b \cdot AE = \rho g b F_{AEKC}; \quad (2.33)$$

- 3) реакція R – з боку циліндричної поверхні; горизонтальну і вертикальну складові реактивної сили R позначимо відповідно R_x і R_z ;

- 4) сила тяжіння, що діє на даний об'єм рідини:

$$G = \rho g b F_{AEKB}. \quad (2.34)$$

Проектуючи всі сили, що діють на об'єм $AЕКВ$, що покоїться, відповідно на осі Ox і Oz , отримуємо наступні рівняння рівноваги (не знаючи напрямів R_x і R_z , вводимо їх в рівняння із знаком плюс):

$$P_h + R_x = 0; \quad G + R_z - R_D = 0, \quad (2.35)$$

звідки

$$R_x = -P_h; \quad R_z = R_D - G. \quad (2.36)$$

Оскільки сили R_x і R_z дорівнюють шуканим силам P_x і P_z , але направлені в протилежну сторону, можемо написати:

$$P_x = -R_x; \quad P_z = -R_z. \quad (2.37)$$

При цьому з першого рівняння виразу (2.36) маємо:

$$P_x = P_h, \quad (2.38)$$

тобто горизонтальна складова P_x сили тиску на криволінійну циліндричну поверхню дорівнює силі гідростатичного тиску рідини на плоску вертикальну прямокутну фігуру EK , що є проекцією даної поверхні AB на вертикальну площину. У зв'язку з цим сила P_x може бути виражена, як і у разі плоских фігур, трикутником гідростатичного тиску ELK (рис. 2.4). Перетворимо друге рівняння виразу (2.36), підставивши в нього (2.33) і (2.34):

$$R_z = \rho g b F_{AEKC} - \rho g b F_{AEKB} = \rho g b F_{ABC}; \quad (2.39)$$

звідки, враховуючи (2.37), отримаємо

$$P_z = -\rho g b F_{ABC} \quad (2.40)$$

Позначимо площу F_{ABC} через F_0 (на малюнку вона заштрихована). Тоді замість (2.40) можна написати

$$P_z = -\rho g b F_0, \quad (2.41)$$

тобто вертикальна складова P_z сили тиску на криволінійну циліндричну поверхню дорівнює вазі уявного рідкого тіла площею перетину F_0 із знаком мінус. Це уявне рідке тіло називається тілом тиску. Воно має форму призми з основою площею F_0 і висотою b .

Визначимо силу тиску рідини на криволінійну поверхню P :

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2}. \quad (2.42)$$

Напрямок сили тиску P визначається кутом її нахилу до горизонту, тобто кутом α , який може бути встановлений із співвідношень:

$$\cos \alpha = \frac{P_x}{P}; \quad \sin \alpha = \frac{P_z}{P} \quad \text{або} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{P_z}{P_x}, \quad (2.43)$$

де P_x, P_y, P_z – складові сили тиску.

Контрольні питання:

1. Основне поняття гідростатики.
2. Властивості гідростатичного тиску.
3. Основне рівняння гідростатики в диференціальній формі.
4. Закон розподілу гідростатичного тиску по глибині в рідині, яка знаходиться під дією сили тяжіння.
5. Закон Паскаля.

3 ГІДРОДИНАМІКА

3.1 Загальні поняття і визначення гідродинаміки

Гідродинаміка вивчає закони руху рідини. Основним її завданням є знаходження швидкостей течії (витрат води) і тиску, що виникають в рухомій рідині, а також визначення форм кривих вільної поверхні. При цьому в гідравліці не цікавляться тиском і швидкістю в окремих точках простору, а використовують деякі усереднені та інтегральні характеристики потоку.

У гідравліці зазвичай розглядають “реальні”, тобто в’язкі, рідини. Проте іноді використовуються рішення, отримані для “ідеальної” рідини з внесенням необхідних поправок на облік сил тертя. Для ідеальної рідини гідродинамічний тиск p має той же зміст і має ті ж властивості, що і гідростатичний тиск p . У разі ж реальної (в’язкої) рідини гідродинамічному тиску p надають особливе значення.

Зупинимося на деяких загальних поняттях і визначеннях, що використовуються в гідродинаміці.

Траєкторія руху – шлях, який проходить частинка рідини за проміжок часу Δt (іншими словами просторовий слід рухомої частинки в часі). Виділимо в потоці рідини деяку частинку A і простежимо за її переміщенням (рис. 3.1а). Вважається, що в кожен момент часу швидкість і напрям руху частинок рідини змінюються, тобто вони пульсують. Унаслідок пульсацій частинка міняє свою траєкторію від моменту до моменту.

Лінія течії – крива, для якої вектори швидкості в будь-якій точці, узяті в один і той же момент часу, є дотичними (рис. 3.1б). Як видно, якби не було пульсацій характеристик руху, то лінія течії співпадала б з траєкторією. Якщо помістити в потік рухомої рідини підфарбовану частинку і спостерігати за її переміщенням деякий проміжок часу, то ми побачимо траєкторію руху. Лінію течії можна було б отримати тільки за допомогою кінозйомки миттєвого поля векторів швидкостей.

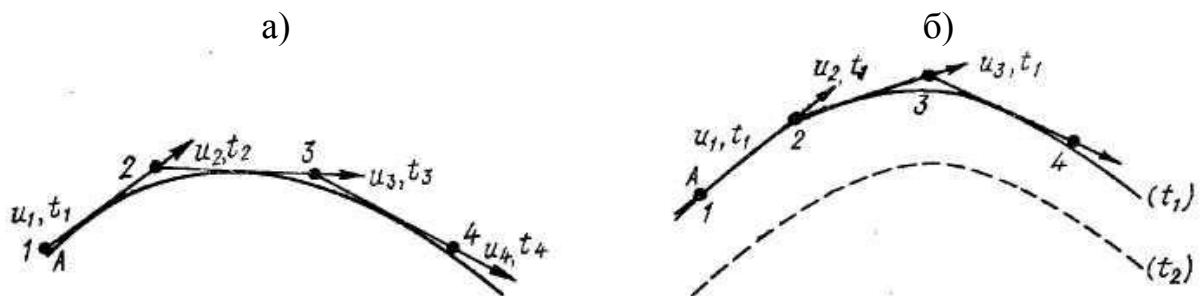


Рис. 3.1 – а) Траєкторія руху; б) лінія течії.

Елементарна струминка. Намітимо всередині потоку рідини точку 1 і навколо цієї точки, як показано на рис. 3.2, виділимо елементарну площадку $d\omega$, обмеживши її замкнутим контуром. Далі через всі точки площадки $d\omega$ проведемо лінії струму, що відповідають певному моменту часу.

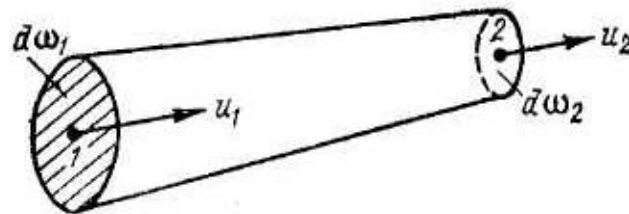


Рис. 3.2 – Елементарна струминка.

Сукупність ліній струму, проведених через всі точки елементарної площадки $d\omega$, обмеженої замкнутим контуром, називається елементарною струминкою. Одна з важливих властивостей елементарної струминки полягає в тому, що оскільки площа $d\omega$ нескінченно мала, то можна вважати, що швидкості u в усіх точках поперечного перерізу струминки однакові.

Елементарна витрата з урахуванням згаданої вище властивості елементарної струминки має вигляд:

$$dQ = u \cdot d\omega. \quad (3.1)$$

Живий переріз – це поперечний переріз потоку, обмежений вільною поверхнею і твердими стінками і у всіх своїх точках перпендикулярний до напрямку ліній струму – для потоку з відкритою вільною поверхнею (рис. 3.3).



Рис. 3.3 – Живий переріз потоку(а); графік миттєвої швидкості (б).

Місцева швидкість. Швидкості руху окремих частинок в потоці рідини з часом не залишаються постійними, а весь час змінюються, пульсують по величині. Сучасна вимірювальна апаратура дозволяє отримати запис пульсації швидкості в точці потоку (рис. 3.3б). З графіка $u' = f(t)$ можна зняти значення миттєвих швидкостей в точці у будь-який момент часу. Проте ці значення рідко використовують в гідравлічних розрахунках.

Місцевою швидкістю називається усереднена за часом швидкість в точці потоку. Її можна обчислити за формулою:

$$u = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_2} u' dt$$

Середня швидкість. Є прилади, що дозволяють виміряти епюру розподілу місцевих швидкостей по глибині потоку $u = f(h)$ (рис 3.4а). У кожній точці вертикалі AB будуть свої значення місцевих швидкостей $u_1, u_2, u_3 \dots$. Фігура ABC представляє характер розподілу швидкостей u по вертикалі і називається епюрою швидкостей. Цю фігуру можна замінити рівновеликою їй за площею фігурою $ABED$, якщо провести вертикаль DE так, щоб площі, що відсікаються нею, із знаком плюс і із знаком мінус були однаковими. Таким чином, ми отримали на рис. 3.4а значення середньої швидкості v для даної вертикалі. Середню швидкість іноді відносять до вертикалі, але частіше – до перерізу потоку.

Середньою швидкістю потоку в даному перерізі називається фіктивна швидкість v , з якою повинні переміщатися всі частинки рідини в цьому перерізі, щоб через нього пройшла витрата води Q , рівна витраті при дійсному розподілі швидкостей.

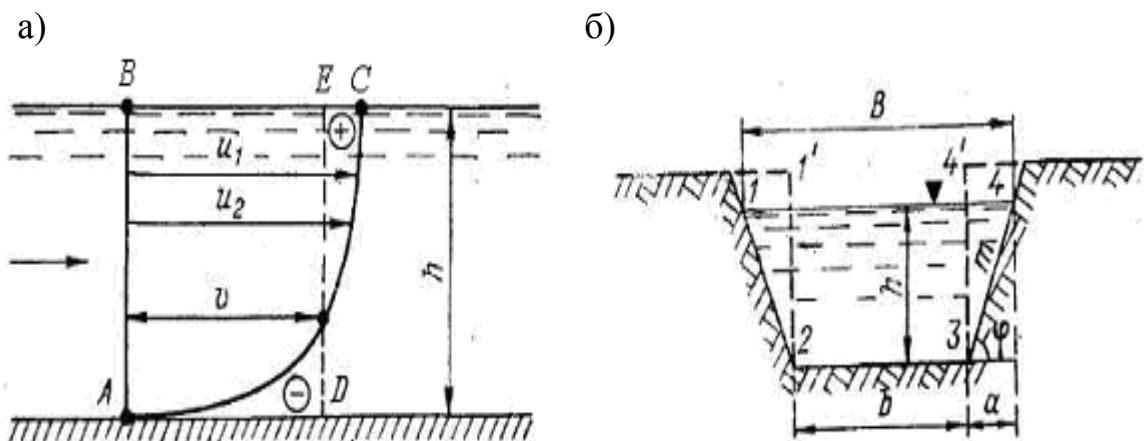


Рис. 3.4 – Епюра місцевих швидкостей (а); поперечні перерізи прямокутного і трапецеїдального русла (б).

Якщо відомий закон розподілу місцевих швидкостей по перерізу потоку, то середню швидкість можна знайти по формулі

$$v = \int_{\omega} u d\omega / \omega. \quad (3.3)$$

Витрата рідини. Витратою рідини називається об'єм її, що протікає в одиницю часу через живий переріз потоку. Розмірність Q :

$$[Q] = L^3/T$$

наприклад, м³/с, дм³/с (л/с).

Підставляючи у формулу (3.3) вираз для елементарної витрати dQ (3.1), отримаємо

$$v = \int_{\omega} dQ / \omega = Q / \omega. \quad (3.4)$$

звідки

$$Q = v\omega \quad (3.5)$$

де ω – площа живого перерізу.

Площа живого перерізу. У практиці розрахунків живий переріз часто замінюють плоским поперечним перерізом і знаходять його площу. Поперечний переріз потоку – площина, перпендикулярна загальному (середньому) напрямку перебігу потоку і обмежена профілем русла, а зверху рівнем води (для потоку з відкритою вільною поверхнею).

Для русла прямокутної форми (рис. 3.4б) площа перерізу потоку визначається формулою:

$$\omega = bh, \quad (3.6)$$

де b – ширина русла по дну, h – глибина потоку. Для трапецеїдального перерізу відкритого потоку (рис. 3.4б) площа поперечного перерізу розраховується по формулі:

$$\omega = (b + mh)h \quad (3.7).$$

де $m = a/h = ctg\varphi$ – коефіцієнт укосу.

Змочений периметр є довжиною лінії зіткнення рухомого потоку з нерухомими стінками в межах поперечного перерізу русла.

У разі прямокутної форми русла змочений периметр дорівнює довжині лінії 1'–2–3–4' (рис. 3.4б) і виражається формулою

$$\chi = b + 2h. \quad (3.9)$$

Для широкого прямокутного русла, коли $B \gg h$, $\chi \approx B$ (B – ширина русла по поверхні води).

Для русла трапецеїдальної форми змочений периметр дорівнює довжині лінії 1–2–3–4 (рис. 3.4б) і виражається формулою:

$$\chi = b + 2h\sqrt{1 + m^2} . \quad (3.10)$$

У зимовий час, коли вільна поверхня води покрита льодом, в змочений периметр включається і довжина лінії контакту води і крижаного покритву

$$\chi = b + 2h\sqrt{1 + m^2} + B, B = b + 2mh \quad (3.11)$$

Гідравлічний радіус:

$$R = \omega / \chi \quad (3.14)$$

Розмірність гідравлічного радіусу $[R] = L$, наприклад, м, см. Гідравлічний радіус R показує, яка частка площі поперечного перерізу доводиться на одиницю довжини змоченого периметра, тобто в деякій мірі характеризує гальмування потоку з боку русла. За допомогою цієї величини намагаються приблизно врахувати вплив форми (а також розмірів) живого перерізу потоку на рух рідини.

Для випадку широкого прямокутного русла, що характерний для більшості рівнинних річок, гідравлічний радіус в умовах відсутності льодоставу практично дорівнює його середній глибині. Дійсно:

$$R = \omega / \chi = Bh / (B + 2h) \approx h . \quad (3.15)$$

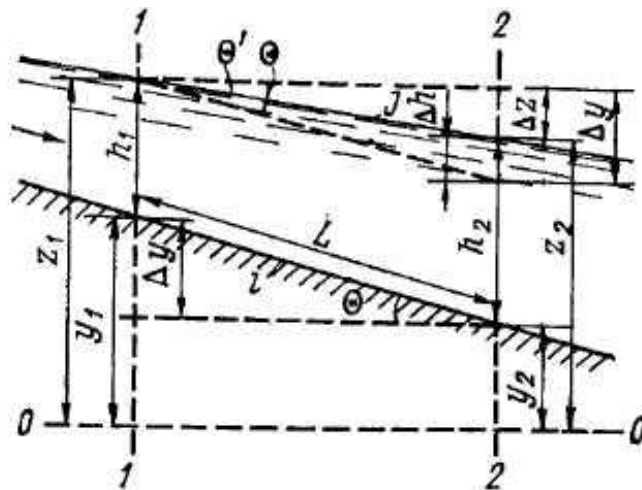


Рис. 3.5 – Подовжній профіль потоку.

Уклон потоку. Розглянемо поняття уклону на прикладі потоку з відкритою водною поверхнею. Візьмемо подовжній розріз потоку для

найбільш загального випадку, коли глибина не залишається постійною по довжині (рис. 3.5). Виберемо ділянку рухомої рідини між перерізами 1–1 і 2–2. Довжина ділянки L , співвідношення глибин $h_2 > h_1$. Намітимо горизонтальну площину порівняння 00 (рис. 3.5). Позначимо відстані від площини порівняння до відміток водної поверхні у вибраних перерізах відповідно через z_1 і z_2 , відстані до відміток дна – через y_1, y_2 .

Уклон дна потоку дорівнює відношенню падіння (різниці відміток) дна потоку на даній ділянці до довжини цієї ділянки, тобто

$$i = (y_1 - y_2) / L = \Delta y / L = \sin \Theta, \quad (3.16)$$

де Θ – кут нахилу лінії дна до горизонту (рис. 3.5).

Уклон вільної поверхні дорівнює відношенню різниці висотних відміток рівня води на даній ділянці до довжини ділянки, тобто

$$J = (z_1 - z_2) / L = \Delta z / L = \sin \Theta' \quad (3.17)$$

де Θ' – кут між лінією водної поверхні і горизонтом (рис.3.5).

Як видно з рис. 3.5, в загальному випадку

$$\Delta z = \Delta y - \Delta h \quad (3.18)$$

де Δh – різниця глибин на даній ділянці потоку. З (3.18) витікає, що тільки при $\Delta h = 0$ матимемо $\Delta z = \Delta y$, а значить $J=i$, тобто уклон вільної поверхні виявляється рівним ухилу дна потоку (що відповідає рівномірному руху потоку).

3.2 Види та режими руху рідини

Режим руху рідини буває: 1) ламінарний і 2) турбулентний.

При **ламинарному режимі** окремі шари рідини ковзають щодо один одного, не змішуючись між собою (струминність), а частинки рідини рухаються прямолінійно по паралельним одна одній траєкторіям. При цьому режимі в кожній точці потоку швидкості не змінюються в часі, по величині та по напрямку; зміна швидкості течії може бути пов'язана тільки із зміною витрати води в потоці.

Турбулентний режим характеризується порушенням “струминності” руху і зміною в часі місцевих швидкостей потоку по величині і напрямку – пульсацією швидкостей; при цьому частинки рідини рухаються по складних траєкторіях, що весь час змінюються. Одночасно з пульсацією швидкості спостерігається і пульсація тиску. З пульсацією швидкості тісно зв'язаний і процес турбулентного перемішування (турбулентної дифузії),

що є набагато інтенсивнішим (іноді в десятки тисяч разів і більш), ніж молекулярна дифузія, характерна для ламінарних потоків. Рух води в річках і каналах має турбулентний характер; ламінарний режим в природі спостерігається в тонких капілярних трубках.

Залежно від загальних умов і характеру сил, що діють, розрізняють безнапірний і напірний рухи.

Безнапірний рух (вільний) характеризується наявністю вільної поверхні рівня води і здійснюється під дією сили тяжіння. Такий рух спостерігається у відкритих природних і штучних руслах і в деяких окремих випадках в трубках, коли вони працюють неповним перерізом.

Представимо на рис. 3.6а подовжній розріз потоку з відкритою вільною поверхнею. Рух частинки *A* в потоці здійснюється під дією проекції сили тяжіння на напрям руху

$$G_x = G \cdot \sin \Theta \quad (3.19)$$

або, підставляючи в (3.19) вираз (3.16), отримаємо:

$$G_x = iG. \quad (3.20)$$

Звідси видно, що уклон дна грає важливу роль при вільному, безнапірному (гравітаційному) русі потоку.

Напірний рух – це рух, при якому потік з усіх боків обмежений твердими стінками, а сам рух виникає під впливом сил тиску, що подається зовнішнім джерелом. Такий рух спостерігається в напірних трубопроводах (рис. 3.6 б).

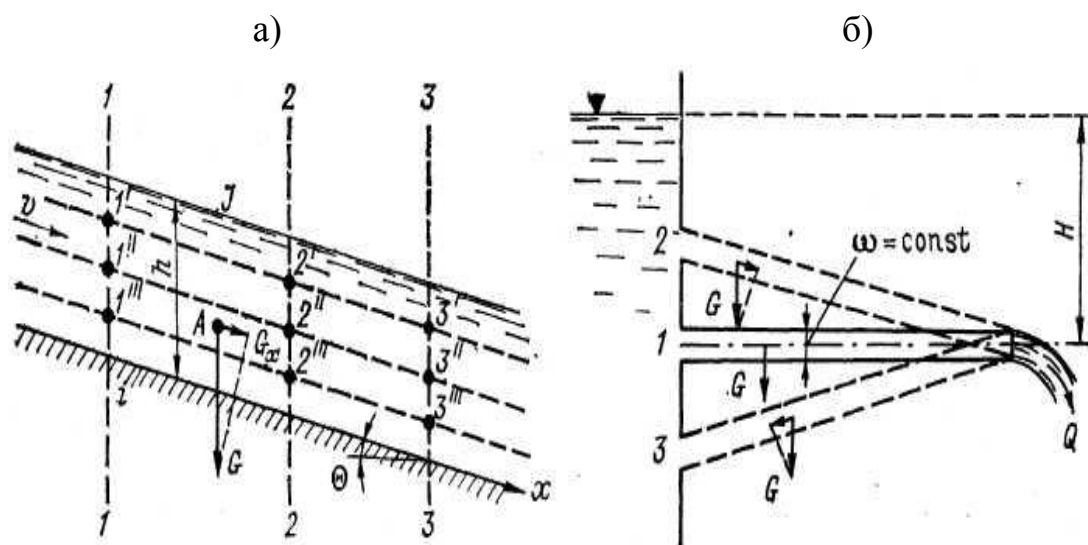


Рис. 3.6 – а) Безнапірний (вільний) рух; б) напірний рух

Він може мати місце і в повністю заповненому водоносному пласті, перекритому зверху і знизу водотривким шаром (артезіанські води), і в річці – за наявності щільного крижаного покриву.

Залежно від характеру зміни елементів поперечного перерізу і гідравлічних характеристик по довжині потоку рух ділять на: 1) рівномірний, 2) нерівномірний і 3) такий, що плавно змінюється.

Рівномірним рухом називається рух, при якому гідравлічні елементи потоку (глибина, площа живого перерізу, витрата, середня швидкість і ін.) при переході від одного перерізу до іншого залишаються постійними, тобто не змінюються по довжині потоку. При рівномірному русі епюри швидкостей для всіх перерізів мають однакову площу і однакову форму. Це означає, що місцева швидкість у відповідних точках (рис 3.6а) будь-яких живих перерізів даного потоку однакова (точки $1', 2', 3' \dots$, або $1'', 2'', 3'' \dots$). Такий рух може спостерігатися в каналі з постійними розмірами і живим перерізом потоку, причому середня швидкість v в цих умовах постійна уздовж потоку ($v = const$). В природних умовах в річках рівномірний рух неможливий і лише на окремих прямолінійних ділянках невеликої довжини L він лише може наближатися до рівномірного.

У разі вільного рівномірного руху уклони водної поверхні потоку і дна русла рівні ($J=i$); лінії поверхні води і дна русла паралельні (рис. 3.6а).

Нерівномірним рухом називається рух, характеристики якого змінюються по довжині потоку. Він може бути викликаний:

- а) зміною живого перерізу потоку;
- б) зміною середніх швидкостей в різних живих перерізах;
- в) зміною обох характеристик одночасно.

Прикладом нерівномірного руху потоку є рух води в річці на ділянці перед дамбою: по довжині потоку у напрямі руху площа живого перерізу і глибина збільшуються, швидкості – зменшуються, при звуженні або розширенні річки, при виході води на заплаву, на ділянці різкого повороту.

Рух, що плавно змінюється, – проміжна форма руху між рівномірним і нерівномірним. Для руху, що плавно змінюється, характерні наступні ознаки:

- а) у потоках, що звужуються або розширюються, кут збіжності (розбіжності) струминок повинен бути достатньо малий;
- б) при русі на повороті кривизна струминок повинна бути незначною;
- в) живі перерізи потоку є плоскими, нормальними до осі потоку.

Залежно від зміни характеристик руху в часі рух ділять на: 1) сталий, 2) несталий і 3) такий, що поволі змінюється.

Сталим рухом називається рух, характеристики якого (рівень вільної поверхні, витрата і швидкість в даному перерізі потоку), не змінюються в часі. Прикладами сталого руху можуть бути рух води в каналі або річці при постійному рівні води. Сталий рух може бути як рівномірним, так і нерівномірним.

Несталим рухом називається рух, при якому гідравлічні характеристики потоку змінюються в часі. Несталим рухом є найбільш загальний вид руху, по відношенню до якого сталий рух є окремим випадком.

У природному потоці (річці) несталий рух може бути викликаний хвилею повені або хвилями попусків з водосховищ, коли в кожному перерізі потоку відбувається безперервна зміна рівнів, витрат і інших гідравлічних параметрів. Таким чином, вільний несталий рух завжди буде нерівномірним. Але навіть і за відсутності хвиль паводків або попусків в природних потоках швидкість і тиск в кожній точці потоку рідини з часом змінюються. Проте при виконанні гідравлічних розрахунків ми умовно вважаємо такі потоки сталими, приймаючи в розрахунках швидкості і тиск, усереднені за достатній проміжок часу.

Рух, що поволі змінюється, – проміжна форма руху між сталим і несталим. Наприклад, підйом рівня в річці не обов'язково малий в порівнянні з первинною глибиною водотоку, але збільшення глибини відбувається достатньо поволі.

Рух рідини за станом ділять на: 1) спокійний і 2) бурхливий.

Спокійний стан характеризується порівняно малими, швидкостями руху і великими глибинами. Він спостерігається на рівнинних річках і в каналах при малих уклонах дна. **Бурхливий стан** виникає при великих уклонах дна, великих швидкостях і порівняно малих глибинах. Він характерний для гірських річок, водоскидів ГЕС.

3.3 Рівняння нерозривності у разі сталого руху

Представимо струмінь рідини і намітимо два перерізи 1–1 і 2–2 (рис. 3.7). Будемо вважати рух таким, що плавно змінюється і сталим. Розглянемо відсік *abcd*, що знаходиться між перерізами.

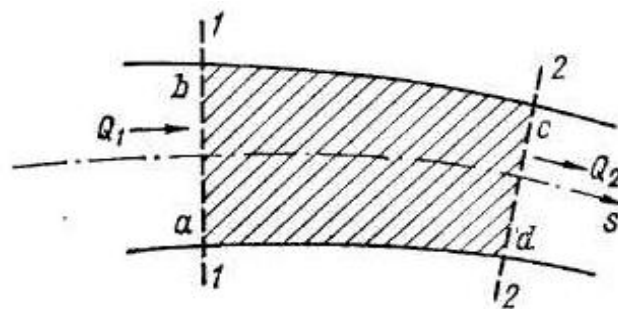


Рис. 3.7 – До виведення рівняння нерозривності.

Позначимо через Q_1 і Q_2 витрати відповідно для перерізів 1–1 і 2–2. За час dt у відсік *abcd* через живий переріз 1–1 поступить об'єм рідини,

що дорівнює $Q_1 \cdot dt$; за цей же час через живий переріз 2–2 з відсіку $abcd$ витече об'єм рідини, рівний $Q_2 \cdot dt$.

Візьмемо до уваги такі обставини:

- 1) рідина є нестисливою;
- 2) рідина рухається суцільним потоком без розривів і порожнеч;
- 3) відтік або приплив рідини через бічні поверхні ad і bc , а також через дно виділеного відсіку $abcd$ виключено.

Враховуючи ці обставини, можна стверджувати, що:

$$Q_1 \cdot dt = Q_2 \cdot dt \quad (3.21)$$

або

$$Q_1 = Q_2. \quad (3.22)$$

Окрім перетинів 1–1 і 2–2, можна намітити уздовж потоку по осі s (рис. 3.7) цілий ряд інших поперечних перерізів i , розглядаючи їх так само, як і перерізи 1–1 і 2–2, прийти до висновку, що

$$\frac{dQ}{ds} = 0, \quad (3.23)$$

тобто при сталому русі витрата Q для всіх перерізів потоку однакова.

Рівняння (3.23) відображає властивості нестискуваності і нерозривності рухомої рідини. Тому далі ми будемо називати його рівнянням нерозривності.

Підставляючи у вираз (3.22) витрату води Q , обчислену за формулою (3.5), перепишемо його у вигляді

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1}, \quad (3.24)$$

тобто середні швидкості потоку обернено пропорційні площам живих перерізів.

3.4 Два режими руху рідини. Досліди Рейнольдса

У першій половині XIX ст. завдяки проведенню експериментальних досліджень Пуазейля (Франція), Дарсі (Франція), Хагена (Німеччина) було встановлено, що в природі існують два принципово різні режими руху рідини.

Проте ясне уявлення про обставини, що визначають умови переходу від одного режиму до іншого, дали тільки дослідження англійського фізика і інженера О. Рейнольдса, виконані в 1881–1883 рр.

Рейнольдс провів свої спостереження на спеціальній установці, принципова схема якої до теперішнього часу використовується для демонстрації режимів руху (рис. 3.8). Дослідна установка складається з великого бака 1, заповненого водою, і невеликого бачка 2, в який налита темна фарба з густиною, близькою густині води. Від бачка 2 тонка трубочка підводиться до вхідного перетину скляної трубки 3, що має на кінці кран 4. Відкриваючи або закриваючи цей кран, змінюємо витрату води, в трубці, а отже, і середню швидкість v .

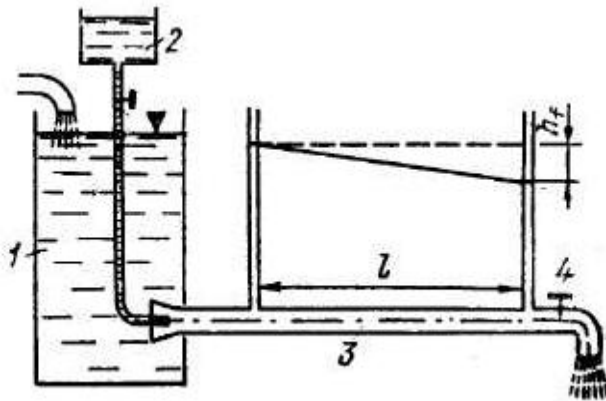


Рис. 3.8 – Схема дослідної установки Рейнольдса.

В результаті таких дослідів було встановлено наступне[4]:

1) при швидкостях в трубці v , менших деякої критичної швидкості v_k , фарба, що потрапляє в трубку, забарвлює тільки одну струминку потоку (ламінарний режим);

2) при швидкостях $v > v_k$ струминка з фарбою спочатку втрачає свою виразну форму, а потім при подальшому збільшенні швидкості вся рідина, що знаходиться в трубці, забарвлюється за всім своїм об'ємом. Рідина в цілому має поступальний рух зліва направо, а її частинки переміщуються по випадкових невизначено викривлених траєкторіях; даний рух носить безладний хаотичний характер і супроводжується постійним перемішуванням рідини (турбулентний режим).

При проведенні дослідів у зворотному напрямі, тобто при поступовому закритті крана 4, явище повторюється в зворотному порядку. Проте необхідно відзначити, що перехід від безладного руху в струменевий відбувається при нижчих швидкостях. Очевидно, і в даному випадку є якась критична швидкість, нижче за яку неможливе фарбування всієї рідини в горизонтальній трубці, тобто турбулентний рух. Друга критична швидкість менше першої, тому першу критичну швидкість називають критичною швидкістю верхньої межі – v_{kv} , а другу – критичною швидкістю нижньої межі – v_{kn} .

Досліди Рейнольдса показали, що різним режимам руху відповідають і різні залежності втрат напору від середньої швидкості. Якщо на початку і кінці горизонтальної трубки в описаній установці (рис. 3.8) поставити п'єзометри, то різниця висот рівнів в них покаже втрату напору h_j , що витрачається потоком на подолання сил тертя на відстані l . Результати дослідів схематично показані у вигляді залежності $h_j = f(v)$ (рис. 3.9). На ділянці OA при швидкостях менше $v_{кн}$ залежність має лінійний характер:

$$h_j = k_l v, \quad (3.25)$$

де k_l – коефіцієнт пропорційності, що залежить від фізичної в'язкості рідини. Ця область відповідає ламінарному режиму[4].

На ділянці BC при швидкостях більше $v_{кв}$ залежність має вигляд:

$$h_j = k_m v^n, \quad (3.26)$$

де k_m – коефіцієнт пропорційності, в загальному випадку що є величиною змінною і залежною від цілого ряду чинників, а $n \rightarrow 2$. Тут діє квадратичний закон опору, тобто втрати напору пропорційні середній швидкості в квадраті. Ця область на графіку відповідає турбулентному режиму [4].

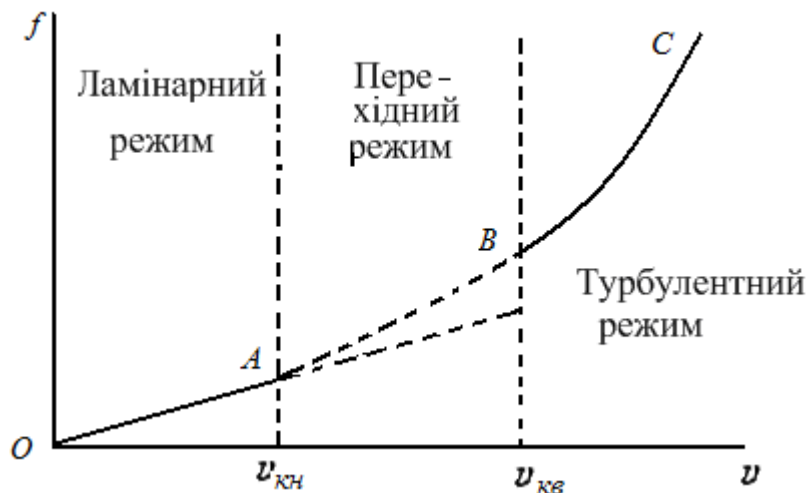


Рис. 3.9 – Залежність втрат напору при різних режимах руху.

В області AB можливі обидва режими руху залежно від характеру зміни швидкостей (збільшення або зменшення їх); для неї можна записати

$$h_j = k_d v + k_m v^2. \quad (3.27)$$

Отже, при ламінарному режимі енергія потоку витрачається тільки на подолання сил внутрішнього тертя між сусідніми шарами рідини, що рухаються з різною швидкістю; при турбулентному режимі – значна частка енергії потоку витрачається на процес перемішування.

3.5 Число Рейнольдса. Визначення режиму руху рідини

Рейнольдс провів досліди в трубках різного діаметру, крім того, він проаналізував дані дослідів Пуазейля і Дарсі і прийшов до висновку, що режим руху залежить від середньої швидкості потоку v , діаметру трубки d і кінематичного коефіцієнта в'язкості води ν . На основі методу розмірностей Рейнольдс склав безрозмірне характерне число, яке згодом отримало назву числа Рейнольда

$$Re = \frac{vd}{\nu}. \quad (3.28)$$

Число Рейнольдса може розглядатися як міра відношення кінетичної енергії даного елемента рідини до роботи сил в'язкості. Чим менше число Re , тим більшу роль грають сили в'язкості в рухомій рідині, а чим більше число Re , тим більші сили інерції.

Розрізняють два критичні числа Рейнольдса: Re_K – нижнє критичне число і Re'_K – верхнє критичне число, що відповідають нижній (v_{Kn}) і верхній (v_{Kv}) критичним швидкостям.

Якщо число Рейнольдса менше його нижнього критичного значення $Re < Re_K$, то можливий тільки ламінарний режим руху. Якщо число Рейнольдса лежить в проміжку між нижнім і верхнім критичними значеннями $Re_K < Re < Re'_K$, то можливі обидва режими руху. Це частково залежить від ступеня шорсткості русла або стінок труби: при більшій шорсткості турбулентність розвивається при менших значеннях Re . Важливо також і напрям зміни режиму руху: якщо потік спочатку мав ламінарний режим, то при зростанні швидкостей течії перехід до турбулентного режиму здійснюється при Re'_K ; якщо спочатку режим був турбулентний, то при убаванні швидкостей перехід до ламінарного режиму здійснюється, коли число Re стане нижче Re_K . У цій області може також спостерігатися і перехідний режим, що характеризується не цілком розвиненою турбулентністю. Нарешті, якщо $Re > Re'_K$ можливий тільки турбулентний режим. У розрахунках приймають $Re_K = 2400$, $Re'_K = 13\ 000$.

3.6 Рівняння Бернуллі для елементарної струминки рідини

Рівняння Бернуллі встановлює зв'язок між тиском в рідині і швидкістю руху частинок. За допомогою цього рівняння виводиться значна кількість розрахункових формул і вирішується багато інженерних завдань, пов'язаних з розрахунками турбулентного руху води в трубах і відкритих руслах.

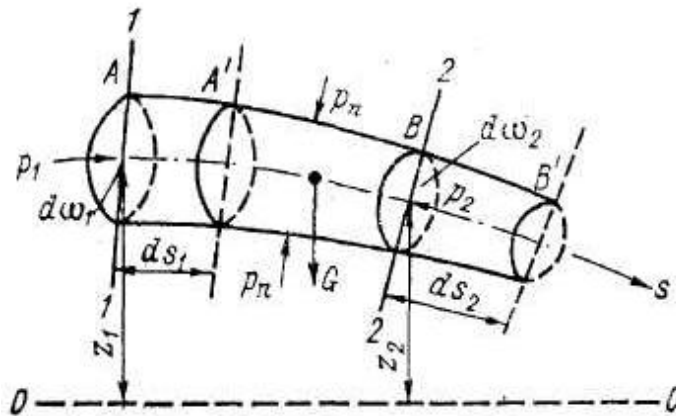


Рис. 3.10 – До виводу рівняння Бернуллі.

Для виводу рівняння Бернуллі використовують відому з механіки теорему, що стосується зміни кінетичної енергії: зміна кінетичної енергії даного тіла на деякому його переміщенні дорівнює сумі робіт всіх сил (зовнішніх і внутрішніх), прикладених до даного тіла, на тому ж переміщенні [2,4].

Розглянемо елементарну струминку сталого потоку ідеальної рідини (рис. 3.10). Виділимо перерізами 1–1 і 2–2 деякий відсік струминки AB . Намітимо горизонтальну площину порівняння OO . Позначимо через z_1 і z_2 перевищення центрів тяжіння перерізів 1–1 і 2–2 над площиною OO , через $d\omega_1$ і $d\omega_2$ – нескінченно малі площі живих перерізів струминки.

Вважатимемо, що за час dt відсік AB струминки переміститься в положення $A'B'$; при цьому переріз 1–1 струминки переміститься на відстань ds_1 і переріз 2–2 струминки – на відстань ds_2 :

$$ds_1 = u_1 dt; ds_2 = u_2 dt, \quad (3.29)$$

де u_1 і u_2 – швидкості в перерізах 1–1 і 2–2; на основі властивості елементарної струминки вони є постійними в межах даних перерізів струминки.

Міркуючи, як і в п. 3.3, можемо показати, що об'єми dW елементарних відсіків струминки AA' і BB' рівні, причому

$$dW = d\omega_1 ds_1 = d\omega_2 ds_2 = d\omega_1 u_1 dt = d\omega_2 u_2 dt = dq dt, \quad (3.30)$$

де dq – витрата рідини для струминки.

Позначимо масу елементарного об'єму dW через dm :

$$dm = \rho dW = \rho dq dt. \quad (3.31)$$

Знайдемо зміну кінетичній енергії відсіку AB при переміщенні його в положення $A'B'$ і роботу сил, прикладених до цього відсіку, на вказаному переміщенні. Зміна кінетичній енергії виділеного об'єму дорівнює:

$$\frac{dm u_2^2}{2} - \frac{dm u_1^2}{2}$$

або, враховуючи (3.30) і (3.31)

$$\frac{\rho dq dt (u_2^2 - u_1^2)}{2} = \frac{\rho dt}{2} (u_2^3 d\omega_2 - u_1^3 d\omega_1). \quad (3.32)$$

Робота сили тяжіння виявляється як би в тому, що відсік AA' перемістився в положення BB' (а відсік $A'B$ залишився на місці):

$$\rho g dW (z_1 - z_2)$$

або, враховуючи (3.30)

$$\rho g dt (z_1 u_1 d\omega_1 - z_2 u_2 d\omega_2). \quad (3.33)$$

Робота сил гідродинамічного тиску, що діє на торцеві перетини 1–1 і 2–2 відсіку AB (з боку рідини, що оточує його) рівна

$$p_1 d\omega_1 ds_1 - p_2 d\omega_2 ds_2$$

або, враховуючи (3.29)

$$dt (u_1 p_1 d\omega_1 - u_2 p_2 d\omega_2). \quad (3.34)$$

Робота зовнішніх сил тиску навколишньої рідини на бічну поверхню відсіку AB дорівнює нулю, оскільки сили p_n (рис. 3.10) направлені перпендикулярно до переміщень рідких частинок, що рухаються уздовж бічної поверхні відсіку AB .

Робота зовнішніх і внутрішніх сил тертя дорівнює нулю, оскільки в тій, що розглядається нами ідеальній рідині сили тертя відсутні.

Використовуючи теорему зміни кінетичній енергії, можемо написати:

$$\frac{\rho dt}{2}(u_2^3 d\omega_2 - u_1^3 d\omega_1) = \rho g dt(z_1 u_1 d\omega_1 - z_2 u_2 d\omega_2) + dt(u_1 p_1 d\omega_1 - u_2 p_2 d\omega_2) \quad (3.35)$$

Розділимо цей вираз на g і на ρdW , тобто віднесемо його до одиниці маси того об'єму рідини, який проходить за час dt через живий переріз струминки:

$$\frac{1}{2g}(u_2^2 - u_1^2) = z_1 - z_2 + \frac{1}{\rho g}(p_1 - p_2).$$

Отримане рівняння представимо у вигляді:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g}. \quad (3.36)$$

Оскільки перерізи 1-1 і 2-2 були намічені довільно, то (3.36) можна переписати у вигляді:

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} = \text{const} \quad (\text{вздовж струминки}). \quad (3.37)$$

Рівняння (3.36) або (3.37), що відноситься до елементарної струминки ідеальної рідини, називається рівнянням Данили Бернуллі, який в 1738 р. описав (словесно) співвідношення величин, що входять в дане рівняння у разі сталого руху.

Реальна в'язка рідина характеризується наявністю сил тертя, які виникають при її русі і викликають гідравлічні опори. Завдяки роботі сил тертя частина механічної енергії рідини переходить в тепло, яке розсіюється. Та частина механічної енергії, яка перетворилася на тепло, вже не може бути використана.

Тому її називають втратами енергії і позначають втрачену питому енергію h_f . Тоді рівняння Бернуллі для будь-яких двох перерізів елементарної струминки реальної рідини можна написати у вигляді:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{u_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{u_2^2}{2g} + h_f. \quad (3.38)$$

3.7 Інтерпретації рівняння Бернуллі

Складовим рівняння Бернуллі (3.73) можна дати інтерпретації з трьох точок зору: геометричної, енергетичної і механічної.

1. Геометрична інтерпретація. Розглянемо елементарну струминку реальної рухомої рідини (рис. 3.11). Намітимо перерізи 1-1 і 2-2 і

горизонтальну площину порівняння OO . Умовимося відносити складові рівняння Бернуллі до відповідних точок m_1 і m_2 , що лежать в центрах тяжіння живих перерізів струминки.

Складові z_1 і z_2 показують відстані центрів живих перерізів над площиною порівняння OO . Член $\frac{p}{\rho g}$ є п'езометричною висотою, що

відповідає гідродинамічному тиску p в точці. Член $\frac{u^2}{2g}$ називається

швидкісним напором, може бути виміряний за допомогою гідрометричної трубки (трубки Піто), у якій нижній кінець заломлений так, щоб швидкість була направлена у вхідний отвір трубки. Розмірність складових рівняння лінійна.

Встановимо в деякому перерізі струминки вертикальні трубки: п'езометричну трубку для вимірювання тиску p та трубку Піто. За рахунок швидкісного напору набігаючого потоку горизонт води в трубці b встановлюється вище за горизонт води в трубці a на величину

$$h_u = \frac{u^2}{2g}. \quad (3.39)$$

Змірявши швидкісний напір h_u , знаходимо швидкість руху рідини в тій точці, де встановлений наконечник трубки Піто за допомогою залежності

$$u = k\sqrt{2gh_u}, \quad (3.40)$$

де k – поправочний коефіцієнт, який знаходиться для даної трубки шляхом її тарування.

З'єднавши плавною кривою рівні в п'езометричних трубках, отримаємо п'езометричну лінію (лінія $p-p$). Елементарне падіння п'езометричної лінії $p-p$, віднесене до відповідної елементарної довжини ds струминки (відміряною по її осі) називається п'езометричним уклоном і записується:

$$J_p = \pm \frac{d(z + p/(\rho g))}{ds}. \quad (3.41)$$

Сума трьох висот називається повним напором і позначається H :

$$H = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g}. \quad (3.42)$$

Падіння напірної лінії HN , віднесене до відповідної елементарної довжини ds струминки називається гідравлічним уклоном і записується:

$$J = \pm \frac{d(z + p/(\rho g) + u^2/2g)}{ds} . \quad (3.43)$$

У разі рівномірного напірного руху $u_1 = u_2$ п'єзометричний уклон J_p дорівнює гідравлічному J .

2. Енергетична інтерпретація. Розглянемо три доданки, що складають повний напір (3.42), з енергетичної точки зору перші два доданки представляють собою потенційний напір:

$$H = z + \frac{p}{\rho g} , \quad (3.44)$$

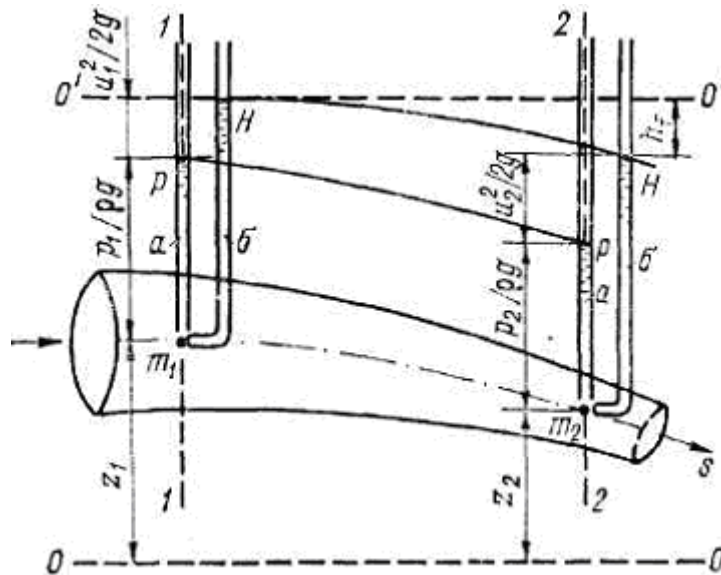


Рис. 3.11 – Геометрична інтерпретація рівняння Бернуллі.

тобто питому потенційну енергію E_n , що належить одиничній масі рідини, яка проходить через живий переріз елементарної струминки. Ця енергія складається з двох частин: питомої енергії положення E_z рідини, що знаходиться на висоті z над умовною горизонтальною площиною порівняння, і питомої енергії тиску E_p , обумовленої напором тиску $p/(\rho g)$.

Доданок $\frac{u^2}{2g}$ представляє собою питому кінетичну енергію E_k , що

належить одиничній масі рідини.

Енергетичний вираз повного напору можна представити в такому вигляді:

$$H = \underbrace{E_z + E_p}_{E_n} + E_k,$$

рівняння Бернуллі (3.38) у вигляді

$$E_{z_1} + E_{p_1} + E_{k_1} = E_{z_2} + E_{p_2} + E_{k_2} + \Delta E, \quad (3.45)$$

де ΔE – втрати енергії в елементарній цівці на шляху переміщення рідини від перетину 1–1 до перетину 2–2, віднесені до одиниці маси рідини. Розглянуте рівняння Бернуллі виражає загальний закон збереження енергії, застосований до випадку руху рідини.

3. Механічна інтерпретація. Рівняння Бернуллі є виразом закону зміни живих сил для одиниці маси рухомої рідини, згідно з яким приріст живої сили для одиниці маси рухомої рідини дорівнює сумі робіт сили тяжіння при переміщенні одиниці маси рідини з висоти z_1 до z_2 , сили гідродинамічного тиску і сил опору на даному відрізьку руху.

3.8 Рівняння Бернуллі для потоку реальної рідини

В інженерних розрахунках ми маємо справу з потоком води певних поперечних розмірів, тому щоб пристосувати рівняння Бернуллі до потоку рідини представимо його у вигляді сукупності елементарних струминок та припустимо, що в порівнюваних перерізах – усталений плавно змінний рух. Це припущення дає змогу знехтувати впливом сил інерції на розподіл тиску і вважати, що в живих перерізах потоку тиск розподіляється по гідростатичному закону:

$$z + p/(\rho g) = const.$$

Розповсюдимо закон зміни кінетичній енергії (3.35), одержаний для елементарної струминки, на потік рідини, тобто проінтегруємо його по площі живого перерізу потоку. Швидкості в потоці змінюються і по вертикалі і по перерізу потоку. Щоб перейти до середньої швидкості використаємо коефіцієнт α , фізичний зміст якого заключається у тому, що він характеризує відношення дійсної кінетичної енергії потоку до кінетичної енергії, яка обчислена у припущенні, що швидкості у всіх точках живого перерізу дорівнюють середній швидкості. Коефіцієнт α враховує вплив нерівномірності розподілу швидкості по перерізу потоку і називається корективом швидкості або коефіцієнтом нерівномірності розподілу швидкості по перерізу потоку. Дослідження показали, що для руху у відкритих руслах при турбулентному рівномірному русі середнє значення $\alpha_{cp} \approx 1.1$.

Після інтегрування одержимо ($\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$):

$$\frac{\rho dt}{2}(\alpha v_2^3 \omega_2 - \alpha v_1^3 \omega_1) = \rho g dt(z_1 v_1 \omega_1 - z_2 v_2 \omega_2) + dt(p_1 v_1 \omega_1 - p_2 v_2 \omega_2). \quad (3.46)$$

Розділимо всі члени виразу (3.46) на $\rho g dW$, тобто віднесемо їх до одиниці маси того ж об'єму рідини, який проходить за час dt через живий переріз потоку:

$$\frac{\alpha v_2^2}{2g} - \frac{\alpha v_1^2}{2g} = z_1 - z_2 + \frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g}. \quad (3.47)$$

Перепишемо рівняння (3.47) у вигляді:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha v_2^2}{2g}. \quad (3.48)$$

По аналогії з поняттям середньої швидкості потоку скористаємося поняттям про середню втрату енергії в струминках між перерізами 1–1 і 2–2. Позначаючи втрату енергії, що втрачається в середньому одиницею маси рідини на шляху від першого до другого перерізу потоку за рахунок зовнішніх і внутрішніх сил тертя, через h_f і вводячи її в праву частину (3.48), отримаємо рівняння Бурнуллі для сталого потоку реальної рідини в остаточному вигляді

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + h_f. \quad (3.49)$$

3.9 Основне рівняння рівномірного руху

Розглянемо безнапірний рівномірний потік рухомої рідини, що має постійну глибину h та нахилений до горизонту під кутом Θ . Виділимо в потоці перерізами 1–1 і 2–2 відсік рідини довжиною l . Знайдемо центри перерізів C_1, C_2 і проведемо через них вісь потоку s . Вздовж осі виділимо об'єм призматичної форми, який має по довжині постійний живий переріз ω . Намітимо горизонтальну площину порівняння OO та позначимо через z_1 і z_2 відстані центрів тяжіння перерізів над площиною порівняння.

З механіки відомо, що прямолінійний рівномірний рух можливий, якщо виконується теорема рівноваги: сума проекцій на напрям руху всіх діючих та інерційних сил дорівнює нулю. Оскільки, рух потоку у виділеному відсіку рівномірний, то сили інерції відсутні.

Розглянемо сили, які діють на виділений об'єм рідини.

Сила тяжіння, що діє на відсік довжиною l , обмежений перерізами 1-1 і 2-2 :

$$G = \rho g l \omega. \quad (3.50)$$

Проекція сили тяжіння на вісь потоку s , направленої за течією рідини:

$$G = \rho g l \omega \cdot \sin \Theta. \quad (3.51)$$

З рисунка видно, що

$$l \cdot \sin \Theta = z_1 - z_2, \quad (3.52)$$

тому

$$G_s = \rho g \omega (z_1 - z_2). \quad (3.53)$$

Сили тиску P_1 і P_2 на перетини 1-1 і 2-2 з боку оточуючої рідини:

$$P_1 = p_1 \omega, P_2 = p_2 \omega, \quad (3.54)$$

де p_1 і p_2 – гідродинамічний тиск в центрах тяжіння перерізів 1-1 і 2-2:

Сили P_1 і P_2 , що направлені нормально до перерізів, проектуються на вісь s без викривлення, а сила P_2 , направлена проти руху рідини, проектується із знаком мінус.

Проекції нормальних сил гідродинамічного тиску p_n на бічні поверхні виділеного об'єму дорівнюють нулю.

Сили тертя T , обумовлені дотичними напруженнями τ в рухомій рідині,

$$T = \tau \chi l, \quad (3.55)$$

де χ – змочений периметр перерізу виділеного об'єму. Сила T направлена проти руху рідини, проектується на напрям руху без викривлення.

Сума проекцій всіх сил на вісь руху дорівнює нулю. Тому маємо:

$$\rho g \omega (z_1 - z_2) + p_1 \omega - p_2 \omega - \tau \chi l = 0. \quad (3.56)$$

Поділимо вираз (3.56) на $\rho g \omega$ і одержимо:

$$z_1 - z_2 + \frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} = \frac{\tau \chi l}{\rho g \omega}. \quad (3.57)$$

Скористаємося для виділеного об'єму рівнянням Бернуллі (3.49) та віднесемо його складові до центрів тяжіння перерізів 1-1 і 2-2. У цьому

рівнянні h_f – втрати напору на ділянці довжиною l . Враховуючи, що при рівномірному русі $v_1 = v_2$ з (3.49) одержимо:

$$z_1 - z_2 + \frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} = h_f. \quad (3.58)$$

З (3.57) та (3.58) запишемо:

$$\frac{\tau \chi l}{\rho g \omega} = h_f, \text{ звідки } \frac{\tau}{\rho g} = \frac{h_f \omega}{l \chi}. \quad (3.59)$$

У останньому виразі відношення (h_f / l) є гідравлічним уклоном J , а $\omega / \chi = R$ – гідравлічний радіус. Одержимо вираз, який називають основним рівнянням рівномірного руху:

$$\frac{\tau}{\rho} = gRJ. \quad (3.60)$$

При безнапірному рівномірному русі гідравлічний уклон J , п'єзометричний уклон J_p (уклон вільної поверхні) і уклон дна i потоку рівні між собою.

Рівняння (3.60) одержане для безнапірного рівномірного руху рідини. Для напірного рівномірного руху воно матиме вигляд:

$$\frac{\tau}{\rho} = gRJ_p. \quad (3.61)$$

Це рівняння дозволяє встановити залежність для втрат напору по довжині. Досліди Рейнольдса показують, що для турбулентного режиму втрати напору пропорційні квадрату середньої швидкості потоку, тобто

$$\frac{\tau}{\rho} = kv^2, \quad (3.62)$$

де k – коефіцієнт пропорційності, визначається дослідним шляхом.

З (3.60) та (3.62) запишемо:

$$kv^2 = gRJ, \text{ звідки } J = \frac{h_f}{l} = \frac{kv^2}{gR}. \quad (3.63)$$

Враховуючи, що при рівномірному русі місцеві втрати напору відсутні, то $h_f = h_l$, запишемо:

$$h_l = 2k \frac{l v^2}{R 2g}. \quad (3.64)$$

Позначимо $2k = \lambda_R$, де λ_R – коефіцієнт гідравлічного тертя, та одержимо загальну залежність для втрат напору по довжині:

$$h_l = \lambda_R \frac{l}{R} \frac{v^2}{2g}. \quad (3.65)$$

3.10 Втрати напору під час руху води в трубах

Гідравлічні опори викликають втрату напору (енергії) в потоці. Розрізняють два види втрат:

1) втрати напору по довжині, викликані тертям усередині рідини і між рідиною і стінками русла. Ці втрати розподіляються по довжині потоку рівномірно (при рівномірному русі) або нерівномірно (при нерівномірному русі, що плавно змінюється). Такі втрати позначатимемо через h_l ;

2) місцеві втрати напору, що утворюються тільки в окремих місцях потоку, де він зазнає ту або іншу місцеву деформацію, викликану різкою зміною його конфігурації: розширенням або звуженням потоку, поворотом, вигином в плані або у вертикальній площині, наявністю в трубі різних засувок, кранів і діафрагм, що деформують потік. Кожну окрему місцеву втрату напору позначатимемо через h_r , причому знайдене значення місцевої втрати напору h_r відносять до одного поперечного перетину потоку; втрату ж по довжині h_l умовно вважають розподіленими по всій довжині потоку рівномірно.

У загальному випадку для ділянки потоку, що міститься між двома перерізами, можна записати:

$$h_f = h_l + \sum h_r, \quad (3.66)$$

де h_f – повна втрата напору (питомої енергії) для даної ділянки потоку.

Втрати напору по довжині потоку визначаються формулою Вейсбаха – Дарсі:

$$h_l = \xi_l \frac{v^2}{2g}, \quad (3.67)$$

де ($\xi_l = \lambda l / d$) – коефіцієнт опору по довжині для потоку рідини в трубі. Коефіцієнт гідравлічного тертя λ залежить від шорсткості стінок труби та числа Рейнольдса. Основною причиною втрат напору, що викликаються місцевими опорами, є різка зміна швидкості руху рідини і її напрямку. Будь-яку місцеву втрату напору можна виразити загальною формулою Вейсбаха:

$$h_r = \xi_r \frac{v^2}{2g}, \quad (3.68)$$

де ξ_r – коефіцієнт місцевого опору, визначається експериментальним шляхом для різних місцевих опорів, що зустрічаються в практиці. Значення місцевих коефіцієнтів опору ξ_r приводяться в довідковій літературі [3].

Якщо на трубопроводі є ряд місцевих опорів (засувки, крани, повороти), то загальні втрати напору можуть бути знайдені складанням втрат (арифметичне підсумовування їх). Цей принцип можна застосовувати якщо відстань між окремими місцевими опорами достатньо велика і їх взаємний вплив практично відсутній. Відстань, на якій позначається взаємний вплив місцевих опорів складає від 20 до 50*d*. Тому втрати енергії можна визначити за допомогою формули:

$$h_f = (\xi_l + \sum \xi_r) \frac{v^2}{2g}. \quad (3.69)$$

Вираз у дужках є сумою всіх коефіцієнтів місцевих опорів та коефіцієнта опору по довжині.

Контрольні питання:

1. Траєкторія руху частинки рідини. Лінія течі.
2. Поняття «елементарна струминка», «елементарна витрата».
3. Поняття «місцева швидкість», «середня швидкість».
4. Поняття «змочений периметр», «гідравлічний радіус». Навести приклад.
5. Поняття «живий переріз потоку».
6. Площа живого перерізу. Навести приклад. Витрата рідини.
7. Уклон потоку.
8. Визначення рівномірного і нерівномірного руху потоку.
9. Визначення усталеного та неусталеного руху потоку.
10. Визначення напірного і безнапірного руху потоку.
11. Визначення руху потоку, який плавно змінюється, та такого, який повільно змінюється. Рівняння нерозривності у випадку усталеного руху.
12. Ламінарний і турбулентний режими руху рідини. Число Рейнольда.
13. Функція $h_f = f(v)$ в залежності від режиму руху рідини.
14. Рівняння Бернуллі для елементарної струминки рідини.
15. Геометрична та енергетична інтерпретації рівняння Бернуллі.
16. Втрати напору в потоці.

4 ГІДРАВЛІЧНІ ОПОРИ В БЕЗНАПІРНОМУ ПОТОЦІ

4.1 Формула Шезі. Швидкісна і витратна характеристики потоку

У гідравліці часто користуються терміном «гідравлічні опори», під яким розуміють сили тертя, що виникають в рухомій рідині і обумовлені її в'язкістю і зміною форми перерізу по довжині потоку.

Гідравлічні опори в рідині викликають втрати напору. Вище була отримана формула (3.65), яка встановлює залежність для втрат напору по довжині при рівномірному сталому русі рідини. У цю залежність входить коефіцієнт гідравлічного тертя λ_R . Проте в практиці розрахунків безнапірного рівномірного руху рідини частіше користуються швидкісним коефіцієнтом C , що входить у формулу Шезі, яку так само, як і залежність (3.65), можна отримати з основного рівняння рівномірного руху. Враховуючи, що при розвиненому турбулентному русі рідини втрати напору пропорційні квадрату середньої швидкості течії, із виразу (3.63) можна одержати

$$v = \sqrt{g/k} \sqrt{RJ}. \quad (4.1)$$

Позначивши

$$\sqrt{g/k} = C, \quad (4.2)$$

отримаємо остаточний вираз для середньої швидкості течії при рівномірному русі

$$v = C\sqrt{RJ}. \quad (4.3)$$

Формула (5.3) (з постійним значенням коефіцієнта C) була вперше отримана з досліджень французького ученого Шезі в 1775р.; вона отримала назву «формули Шезі» і має велике значення в практиці розрахунків. Коефіцієнт C , що входить в (4.3), називається коефіцієнтом Шезі.

Розмірність C дорівнює кореню квадратному з розмірності прискорення, згідно (4.2), оскільки k – безрозмірний коефіцієнт пропорційності. З формули Шезі

$$[C] = [v/\sqrt{RJ}] = L/(TL^{0.5}) = L^{0.5}/T.$$

Тут $J = h_f/l$ – величина безрозмірна.

Величина C змінюється у великих межах; вона залежить від цілого ряду чинників, і насамперед від шорсткості русла і гідравлічного радіусу перерізу (або від глибини потоку).

Формула Шезі широко застосовується при розрахунках середньої швидкості руху води в річках, каналах, лотках і безнапірних трубах (каналізаційних і дренажних), які з гідравлічної точки зору є відкритими руслами. Застосовна вона і до напірного руху в трубах, оскільки при рівномірному русі справедлива рівність ($J = J_p$), тобто гідравлічний уклон дорівнює п'єзометричному. Разом з тим необхідно завжди пам'ятати, що формула Шезі отримана для квадратичної області опору у разі сталого рівномірного руху рідини в руслах так званого «правильного» поперечного перерізу.

Вираз для витрати води при рівномірному русі з урахуванням формули Шезі отримує вигляд

$$Q = \omega v = \omega C \sqrt{RJ} . \quad (4.4)$$

При розрахунках зручно користуватися такою швидкісною характеристикою потоку. Розділимо у формулі Шезі (4.3) ліву і праву частини на \sqrt{J} :

$$v / \sqrt{J} = C \sqrt{R} = W , \quad (4.5)$$

тоді

$$v = W \sqrt{J} . \quad (4.6)$$

Величина W називається модулем швидкості або швидкісною характеристикою. З (4.5) витікає, що W є швидкістю v при $J = 1,0$. Розмірність W та ж, що і v .

Поділимо обидві частини виразу (4.4) на \sqrt{J} , отримаємо

$$Q / \sqrt{J} = \omega C \sqrt{R} = K . \quad (4.7)$$

Величина K називається модулем витрати або витратною характеристикою. Модуль витрати K має розмірність витрати рідини і є витратою Q при $J=1,0$.

Тоді замість (4.4) отримаємо

$$Q = K \sqrt{J} . \quad (4.8)$$

4.2 Формули для визначення коефіцієнта Шезі C

Коефіцієнт C , що входить у формулу Шезі, грає важливу роль в практичних розрахунках. Для його визначення запропонована велика кількість емпіричних і напівемпіричних формул, що пов'язано з різноманіттям умов руху потоку. Докладні огляди існуючих формул, їх класифікації і результати розглядаються у ряді спеціальних вітчизняних і зарубіжних робіт.

Зупинимося нижче на формулах, які представляють найбільший історичний інтерес, а також широко застосовуються в даний час в практиці розрахунків.

Формула Гангільє – Куттера. У 1869 р. два шведські інженери Гангільє і Куттер на основі обробки даних вимірюваних витрат води в каналах різних типів, а також вимірювань на багатьох європейських річках і на р. Міссісіпі запропонували формулу наступного вигляду[4]:

$$C = \frac{23 + 0.00155/J + 1/n}{1 + (23 + 0.00155/J)(n/\sqrt{R})}, \quad (4.9)$$

де J – уклон вільної поверхні ділянки потоку, що відповідає умовам рівномірного руху; R – гідравлічний радіус, м; n – коефіцієнт шорсткості, що характеризує шорсткість стінок русла.

Хоча формула (4.9) здається громіздкою, вона дає цілком задовільні результати і широко застосовується в зарубіжній практиці розрахунків. Гангільє і Куттер склали коротку таблицю чисельних значень n для стінок русла різної шорсткості. В даний час ця таблиця значно розширена і деталізована [3], а для користування формулою (4.9) складені спеціальні номограми.

При $J > 0,0005$ вплив уклону на коефіцієнт C незначний, тому формулу (4.9) записують в скороченому вигляді[4]:

$$C = \frac{23 + 1/n}{1 + 23n/\sqrt{R}}. \quad (4.10)$$

З ранніх емпіричних формул для коефіцієнта Шезі слід зазначити також формулу Маннінга (1889 р.), яку записують у вигляді (у метричних одиницях) [4]:

$$C = (1/n)R^{1/6} \quad (4.11)$$

Коефіцієнт шорсткості, що входить у формулу (4.11), призначається за шкалою Гангільє і Куттера. Завдяки простоті і достовірності формула Маннінга широко користуються для розрахунку каналів,

штучних водоводів, а іноді і природних річкових русел у нас в країні і за кордоном.

Деякі зміни в цю формулу, що стосуються показника степеня при гідравлічному радіусі, внесли Ф. Форхгеймер (1923г.) і Н. Н. Павловський (1925г.). Формула Форхгеймера має вигляд[4]:

$$C = (1/n)R^{1/5} \quad (4.12)$$

Павловський, проаналізувавши великий матеріал натурних спостережень (більше 300 дослідних точок, в основному по руху води в різних каналах) запропонував узагальнену формулу для коефіцієнта Шезі[4]:

$$C = (1/n)R^y, \quad (4.13)$$

де y – змінний показник степеня, залежний від гідравлічного радіусу R і коефіцієнта шорсткості n і визначуваний з формули

$$y = 2.5\sqrt{n} - 0.13 - 0.75\sqrt{R}(\sqrt{n} - 0.1). \quad (4.14)$$

Для наближених розрахунків формулу (4.14) Павловський дещо спрощує, додаючи показнику y такі значення:

$$\text{при } R < 1 \text{ м } \quad y = 1.5\sqrt{n}; \quad (4.15)$$

$$\text{при } R > 1 \text{ м } \quad y = 1.3\sqrt{n}. \quad (4.16)$$

Формулу (4.13) Павловський рекомендував для розрахунку відкритих русел при $0,1 \text{ м} < R < 3,0 \text{ м}$ і для значень n від 0,011 до 0,04. Іноді при попередніх розрахунках цю формулу, так само як формули Маннінга і Форхгеймера, екстраполюють до $R = 5,0 \text{ м}$.

Для призначення коефіцієнта шорсткості n Павловським складена спеціальна таблиця, а коефіцієнт Шезі визначається за допомогою номограм.

З 1949 р. в практиці гідравлічних розрахунків, стала застосовуватися напівемпірична формула логарифмічного типу формула Агроскіна[4]:

$$C = 1/n + 17.72 \lg R, \quad (4.17)$$

де $17.72 = 4\sqrt{2g}$.

Формула (4.17) пов'язана із шкалою коефіцієнтів шорсткості n Гангілье і Куттера і рекомендована для розрахунку відкритих штучних каналів.

В 1965 р. І. І. Агроскін и Д. В. Штеренліхт уточнили формулу (4.17), бажаючи привести її в більшу відповідність з формулою Павловського[4]:

$$C = 1/n + (27.5 - 300n) \lg R. \quad (4.18)$$

Формула (4.18) при $R < 5\text{м}$ і $n < 0,020$ дає значення C , менші на 1–2%, чим формула Павловського, а користуватися цією формулою значно простіше, ніж формулою (4.13).

Аналогічну формулу для значень $5 < R < 10\text{м}$ запропонував В.Г.Талмаза за результатами обробки великого числа натурних вимірювань в річках і каналах:

$$C = 1/n + (21 - 100n) \lg h, \quad (4.19)$$

де h – середня глибина потоку, м.

В 1968 р. Г.В.Железняков, виходячи з логарифмічного закону розподілу швидкостей, запропонував узагальнену формулу для коефіцієнта Шезі [4]:

$$C = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{n} - \frac{\sqrt{g}}{0.13} (1 - \lg R) \right] + \sqrt{\frac{1}{4} \left[\frac{1}{n} - \frac{\sqrt{g}}{0.13} (1 - \lg R) \right]^2 + \frac{\sqrt{g}}{0.13} \left(\frac{1}{n} + \sqrt{g} \lg R \right)}, \quad (4.20)$$

Формула (4.20) на відміну від інших, формул справедлива у великому діапазоні глибин потоку і коефіцієнтів шорсткості. Складний вид формули не є перешкодою для її практичного застосування, оскільки по ній складена таблиця. Значення C , знайдені по формулі Железняка, при $R < 5\text{м}$ на $\pm 3\text{--}5\%$ відрізняються від значень, обчислених за формулою Павловського, а при $R > 5\text{м}$ вони повністю співпадають із значеннями, визначеними за формулою Талмази.

Треба підкреслити, що всі приведені емпіричні і напівемпіричні формули для коефіцієнта Шезі відносяться до рівномірного руху води в області квадратичного закону опору і є наближеними.

5.3 Коефіцієнт шорсткості

У всі розглянуті вище формули для C входить коефіцієнт шорсткості n , який встановлюється по таблицях на основі описових характеристик поверхні русла. Найбільшого поширення в практиці гідрологічних розрахунків набули таблиці М. Ф. Срібного, складені окремо для рівнинних і гірських річок, таблиці Н. Н. Павловського для орієнтовних розрахунків штучних і природних русел. У зарубіжній

практиці широко використовується таблиця коефіцієнта шорсткості В. Т. Чоу [38]. При призначенні коефіцієнта шорсткості n по таблицях необхідно враховувати, що значення його носить умовний характер і результати розрахунків відрізнятимуться від фактичних даних.

Розглянемо вплив лише деяких найбільш істотних чинників на значення коефіцієнта шорсткості як штучних, так і природних водотоків.

Шорсткість поверхні, яка характеризується формою, розмірами і порядком розміщення зерен матеріалу, що складає русло по змоченому периметру і справляє гальмуючу дію на потік. Цей чинник нерідко розглядається як єдиний при виборі коефіцієнта шорсткості, але насправді він є одним з багатьох важливих чинників.

Рослинність можна розглядати як різновид шорсткості поверхні. Вона зменшує пропускну спроможність русла і гальмує рух. Дія її залежить головним чином від висоти, густоти і типу рослин. Унаслідок сезонного зростання рослинності в руслі і на берегах значення коефіцієнта n збільшується у вегетаційний період і зменшується в період відмирання рослин.

Перешкоди. Наявність нагромаджень валунів, коріння, крупного каміння, мостові стояки і інші перешкоди обумовлюють збільшення значень n . Ступінь збільшення залежить від виду перешкод, їх розмірів, форми, числа до розміщення в руслі.

Неоднорідність **розмірів** і форми **русла** по довжині. У природних руслах така неоднорідність зв'язана з меандруванням річок. Плавне викривлення русла з великим радіусом кривизни дає відносно низьке значення n , в той час, як різке викривлення з багатьма меандрами збільшує значення n . Викривлення русла, у свою чергу, сприяє відкладенню наносів на дні потоку, що веде до утворення піщаних мілин і гряд, унаслідок чого збільшується шорсткість. При цьому значення n зростають.

Рівень і витрата. В більшості випадків збільшення витрати і підйом рівня спричиняє зменшення значення n . Це пов'язано з тим, що при низьких рівнях шорсткість поверхні і зміни профілю русла потоку більш відчутні, ніж при високих відмітках. Проте значення n можуть і зростати з підвищенням рівня; коли витрата дуже велика, потік може вийти з головного русла, і частина його рухатиметься по заплаві. Значення n для заплави зазвичай більше, ніж для головного русла, оскільки в період межені заплава заростає травою і чагарником, а в період паводку на заплаву виноситься багато уламкового матеріалу, крупні валуни, коріння дерев, які залишаються на ній після спаду рівня. Значення коефіцієнта n для заплави залежить від стану поверхні заплави і рослинності.

Завислі та донні наноси своєю наявністю обумовлюють додаткові до звичайних втрат напору (енергії), збільшуючи руслову шорсткість. Значення n при цьому зростають.

Льодяний покрив. Річки та канали взимку покриваються льодом. При цьому нижня поверхня льоду є для потоку додатковим опором, що збільшує коефіцієнт шорсткості. Під дією течії поверхня льоду згладжується і її шорсткість зменшується.

Контрольні питання:

1. Формула Шезі для швидкості та витрати.
2. Поняття модуля швидкості та модуля витрати.
3. Що називається гідравлічним опором?
4. Формули для визначення коефіцієнту Шезі.
5. Коефіцієнт шорсткості.

5 НЕРІВНОМІРНИЙ СТАЛІЙ РУХ ВОДИ У ВІДКРИТИХ ПРИЗМАТИЧНИХ РУСЛАХ

У інженерній практиці нерівномірний рух води у відкритих руслах зустрічається значно частіше, ніж рівномірний. Нерівномірним рухом називається такий рух, характеристики якого залежать від вибору координат, тобто змінюються по довжині потоку. При цьому робота сил тяжіння не врівноважується роботою сил тертя і рівність гідравлічного уклону і уклону дна водотоку порушується. Воно може бути викликано: 1) зміною живого перерізу по довжині потоку; 2) при постійному живому перерізі зміною розподілу швидкостей і прискорень у відповідних точках різних живих перерізів; 3) зміною і того і іншого одночасно.

Розрізняють дві категорії русел: 1) призматичні, 2) непризматичні. **Призматичним** називається русло, яке має незмінну форму і геометричні розміри поперечного профілю по довжині. Якщо поперечний профіль русла окреслюється кривою лінією (наприклад, квадратичною параболою), визначуваною в будь-якому перерізі одним і тим же рівнянням, то таке русло називається циліндровим. Очевидно, що циліндрове русло по своїх властивостях аналогічно призматичному.

У разі **непризматичного** русла площа поперечного перерізу потоку ω є функцією двох змінних – глибини h потоку і відстані s , відлічуваної по довжині потоку від деякого «початкового» перерізу:

$$\omega = f(h, s). \quad (5.1)$$

У разі ж призматичного русла поперечний переріз потоку не залежить від відстані s , отже

$$\omega = f(h). \quad (5.2)$$

Таким чином, для призматичного русла матимемо:

$$\partial\omega/\partial s = 0. \quad (5.3)$$

Якщо зміна гідравлічних характеристик відбувається достатньо поволі і поступово, то рух води називається таким, що плавно змінюється. При цьому місцеві втрати енергії (напору), пов'язані з деформацією потоку, незначні і ними нехтують, а враховують лише втрати енергії по довжині. У даному розділі розглядається саме цей випадок, а тому надалі, кажучи про нерівномірний рух, матимемо на увазі плавний сталий нерівномірний рух води, що змінюється, у відкритому руслі.

При розгляді нерівномірного руху, що плавно змінюється, головним чином займаються питанням про побудову кривої вільної поверхні. Основне інженерне завдання при цьому зводиться до знаходження зв'язку глибини з довжиною розповсюдження підпору або спаду, тобто встановлення залежності $h = f(s)$. З цим завданням ми зустрічаємося, наприклад, при визначенні судноплавних глибин води в каналах і річках.

Іноді доводиться визначати довжину розповсюдження кривої підпору або спаду; знайти довжину ділянки, що забезпечує задані глибини і ін. З цим випадком ми зустрічаємося при будівництві дамб на річках там, де підпір перед спорудою викликає затоплення берегів. Визначення зони затоплення (її довжини і ширина) пов'язане з економічним і екологічним обґрунтуванням проекту.

Таким чином, побудова кривої вільної поверхні при нерівномірному русі представляє великий практичний інтерес.

5.1 Питома енергія перерізу. Графік питомої енергії

Розглянемо поперечний переріз якого-небудь русла (рис. 5.1), причому вкажемо на рисунку площину порівняння 00. Повна питома енергія для даного перерізу потоку, відповідно до рівняння Бернуллі виражається залежністю [4]:

$$E = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{\alpha v^2}{2g}, \quad (5.4)$$

де величина питомої енергії положення z відлічується від площини порівняння 00.

Щоб мати можливість порівнювати питому енергію положення різних перерізів потоку необхідно умовитися про вибір місцеположення площини відліку. *Питоною енергією перерізу E* називається часткове значення повної питомої енергії, підраховане в припущенні, що площина порівняння проведена через саму нижню точку дна перерізу русла (лінія $O'O'$). Для площини порівняння $O'O'$ маємо [4]:

$$E = h + \frac{\alpha v^2}{2g} = h + \frac{\alpha Q^2}{2g\omega^2}, \quad (5.5)$$

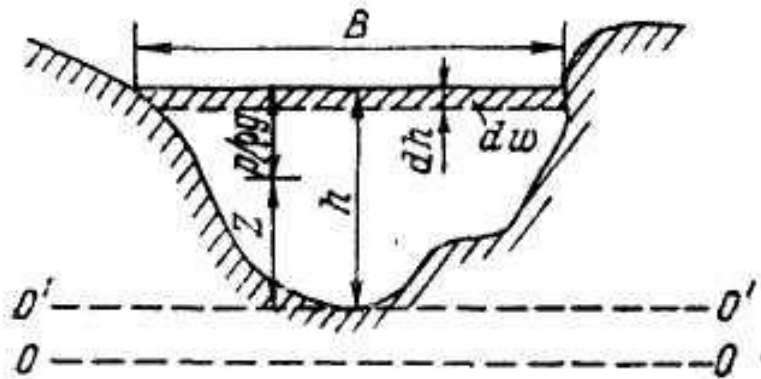


Рис. 5.1 – Поперечний переріз водотоку.

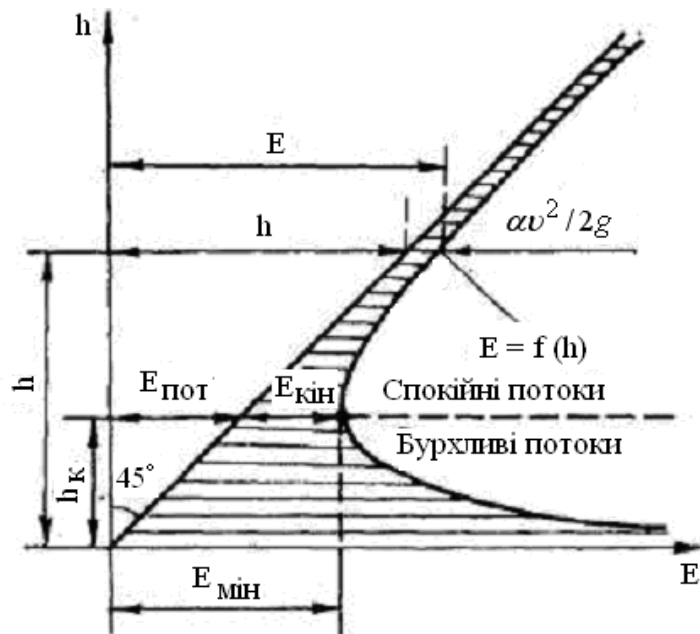


Рис. 5.2 – Графік питомої енергії перерізу.

де

$$h = z + \frac{p}{\rho g}. \quad (5.6)$$

Таким чином, для відкритого плавно рухомого потоку, що змінюється, можна вважати, що глибина h є мірою питомої потенційної енергії. При заданій витраті води Q потік через даний переріз русла може протікати з різними глибинами h (залежно від уклону дна русла, його шорсткості і т. п.). Тому вираз питомої енергії (5.5) для правильної форми живого перерізу є функція тільки глибини потоку $E = f(h)$.

Дослідимо цю функцію при $Q = const$. Як видно з рівняння (5.5), якщо h прагне до нуля, E прагне до нескінченності (оскільки при $h \rightarrow 0$ другий доданок правої частини рівняння прагне до нескінченності). Якщо h прагне до нескінченності, E також прагне до нескінченності, а рівняння питомої енергії перерізу в граничних умовах прагне до рівності $E = h$. Виконаний аналіз показує, що функція $E = f(h)$ може бути представлена кривою (рис. 5.2), що має при деякому проміжному значенні h – мінімальне значення. Ця крива називається графіком питомої енергії перерізу. Крива $E = f(h)$ має дві асимптоти: верхньою асимптотою є пряма, направлена під кутом 45° до осей координат (бісектриса прямого кута); нижньою – горизонтальна вісь графіку. Площа, заштрихована на малюнку, дає картину зміни питомої кінетичної енергії $\alpha v^2 / (2g)$.

Точці перегину на графіку питомої енергії перерізу надається особливе значення. Цій точці відповідає мінімальна питома енергія E_{min} (рис. 5.2). Глибина потоку, при якій задана витрата Q проходить в даному перерізі русла з мінімальним запасом питомої енергії, називається критичною глибиною і позначається h_k .

Критична точка ділить криву $E = f(h)$ на дві гілки. Верхня гілка відноситься до потоків з глибиною $h > h_k$ (із збільшенням глибини відбувається збільшення питомої енергії $dE/dh > 0$), а нижня – до потоків з глибиною $h < h_k$ (із зростанням глибини питома енергія зменшується $dE/dh < 0$). У критичній точці питома енергія має конкретне значення, рівне мінімальному, і $dE/dh = 0$.

При $h > h_k$ переважає потенційна енергія, частка кінетичної складової в сумарній питомій енергії перерізу мала, тобто малі і швидкості – це область спокійного стану. При $h < h_k$ переважає кінетична енергія, тобто потік має великі швидкості, потенційна енергія тут мала – це область бурхливого стану.

Якщо глибина $h = h_k$, то при цьому отримуємо критичний стан потоку. Це не означає, що під час переходу потоку із спокійного в бурхливий стан потенційна і кінетична енергія рівні. У критичній точці $E_{пот} \neq E_{кін}$, між ними буде певне співвідношення.

5.2 Рівняння критичного стану потоку. Число Фруда

Стан потоку при заданій витраті Q , що відповідає мінімальній питомій енергії, називається критичним, і всі характеристики цього стану (глибина, уклон, швидкість, площа живого перерізу і ін.) також називаються *критичними* і позначаються індексом «к», наприклад, h_k, i_k, v_k і т.д. Встановимо залежність для визначення критичних характеристик потоку. Критичному стану потоку відповідає мінімальна питома енергія перерізу, а похідна $dE/dh = 0$. Продиференціюємо вираз (6.5) по h , вважаючи $Q = const$:

$$\frac{dE}{dh} = 1 - \frac{\alpha Q^2}{g \omega^3} \frac{d\omega}{dh} = 0. \quad (5.7)$$

З рис. 5.1 видно, що $d\omega = B dh$, звідки $d\omega/dh = B$. Тоді вираз (5.7) перепишеться у вигляді [4]:

$$1 - \frac{\alpha Q^2}{g} \frac{B_k}{\omega_k^3} = 0 \quad (5.8)$$

або остаточно отримаємо

$$\alpha Q^2 / g = \omega_k^3 / B_k, \quad (5.9)$$

де гідравлічні елементи площа поперечного перерізу ω_k і ширина русла зверху B_k відповідають критичній глибині h_k . Рівняння (5.9) називається *рівнянням критичного стану потоку*. З нього можна отримати кількісну характеристику критерію переходу з бурхливого в спокійний стан потоку.

У разі прямокутного русла рівняння (5.8) приймає вигляд [4]:

$$1 = \frac{\alpha v_k^2 \omega_k^2 B_k}{g \omega_k^3} = \frac{\alpha v_k^2 B_k}{g B_k h_k} = \frac{\alpha v_k^2}{g h_k}. \quad (5.10)$$

Безрозмірний вираз, що стоїть в правій частині (5.10), називається *критичним числом Фруда* і позначається так

$$Fr_k = \alpha v_k^2 / (g h_k) = 1. \quad (5.11)$$

При $\alpha = 1$ для будь-якого стану потоку можна записати:

$$Fr = v^2 / (g h). \quad (5.12)$$

Цей вираз називають числом Фруда. Замінюючи в (5.12) глибину потоку h гідравлічним радіусом R , отримуємо формулу числа Фруда для русла будь-якої форми [4]:

$$Fr = v^2 / (gR). \quad (5.13)$$

Для бурхливих потоків $h < h_k$, тоді, згідно (5.11) і (5.12), $Fr > Fr_k$, тобто $Fr > 1$; для спокійних потоків $h > h_k$, тоді $Fr < Fr_k$, тобто $Fr < 1$.

Таким чином, критерій, що визначає спокійний і бурхливий стан потоку, можна записати $Fr > 1$.

Фізичний зміст числа Фруда можна представити так: домноживши чисельник і знаменник у виразі (5.12) на 2, представимо його у вигляді

$$Fr = \frac{v^2 / (2g)}{h/2} = \frac{E_{кін}}{E_{ном}/2} = 2 \frac{E_{кін}}{E_{ном}}. \quad (5.14)$$

Отже, число Фруда можна трактувати як подвоєне відношення питомої кінетичної енергії потоку в даному перерізі до питомої потенційної енергії потоку в тому ж перерізі, тобто воно є мірою кінетичності потоку. Тому число Фруда іноді називають параметром кінетичності потоку або критерієм бурхливості потоку. Використовуючи вираз для числа Фруда (5.14), легко можна отримати співвідношення кінетичної і потенційної енергії для потоку в критичному стані (точка перегину на графіку питомої енергії перерізу). Підставляючи в (5.14) значення $Fr_k = 1$, отримаємо $E_{ном} = 2E_{кін}$, тобто в точці перегину на рис.5.2 питома потенційна енергія дорівнює подвоєній кінетичній енергії.

5.3 Диференціальне рівняння нерівномірного руху рідини, що плавно змінюється, у відкритих руслах

Розглянемо нерівномірний рух води, що плавно змінюється, у відкритому непризматичному руслі. Представимо подовжній розріз потоку (рис. 5.3). Допустимо, що при заданій витраті води Q потік проходить ділянку між перерізами 1–1 і 2–2 з глибиною h_0 при рівномірному русі. Після споруди дамби рівномірний рух порушився і на ділянці встановилася крива підпору АВ. Позначимо відстань від постійного початку до перерізу 1–1 через s_1 , до перерізу 2–2 через s_2 , відстань між перерізами Δs .

Застосуємо рівняння Бернуллі до руху рідини на ділянці 1–2. Намітимо горизонтальну площину порівняння 00 (рис. 5.3). Позначимо відстані від площини порівняння до відміток вільної поверхні у вибраних перерізах відповідно через z_1 і z_2 , відстані до відміток дна через y_1 і y_2 . Умовимося відносити складові рівняння Бернуллі до частинок рідини на вільній поверхні, оскільки головне завдання при розрахунку нерівномірного руху зводиться до встановлення зв'язку $h = f(s)$, тобто нас цікавить рівняння кривої вільної поверхні потоку.

У рівнянні Бернуллі для ділянки потоку (3.49) p_1 і p_2 – тиск на рівні вільної поверхні. Для перерізів 1–1 і 2–2 вони дорівнюють атмосферному тиску $p_{ат}$ і тому доданки $p_1/(\rho g)$ і $p_2/(\rho g)$ в рівнянні (3.49) скорочуються. Втрати енергії h_f при русі, що плавно змінюється, можна розглядати як втрати, обумовлені тертям при русі потоку на ділянці 1–2 і прирівняти їх до втрат напору по довжині ($h_f = h_l$).

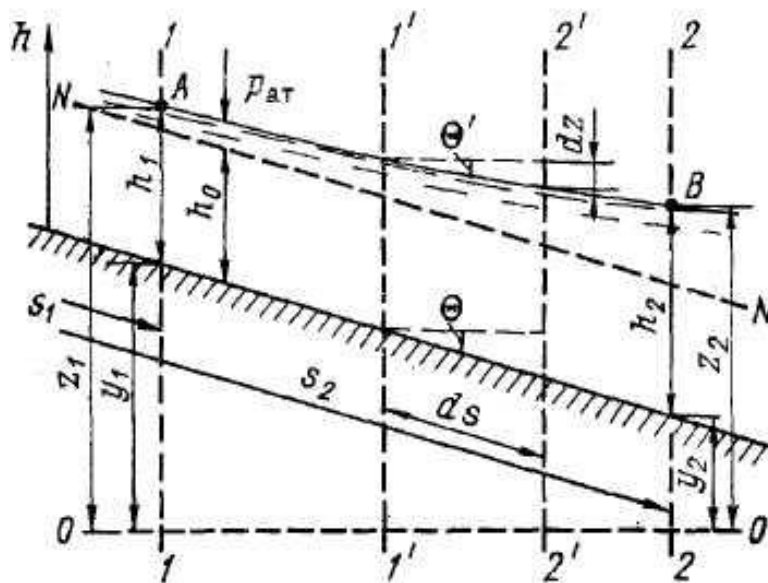


Рис. 6.3 – До виводу диференціального рівняння нерівномірного руху

Рівняння Бернуллі перепишемо в такому вигляді [4]:

$$z_1 - z_2 = \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} - \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} + h_f. \quad (5.15)$$

Зблизимо перерізи 1–1 і 2–2 так, щоб між ними залишилася нескінченно мала відстань ds (рис. 5.3), на якому втрати напору

складають нескінченно малу величину dh_l . Коефіцієнти, що враховують нерівномірність розподілу швидкостей по перерізах потоку α_1 і α_2 , в цьому випадку можна прирівняти α , а рівняння (5.15) записати в диференціальній формі:

$$-dz = \alpha d\left[\frac{v^2}{2g}\right] + dh_l. \quad (5.16)$$

Розділимо всі члени рівняння (5.16) на ds :

$$-\frac{dz}{ds} = \alpha \frac{d\left[\frac{v^2}{2g}\right]}{ds} + \frac{dh_l}{ds}. \quad (5.17)$$

Складові виразу (5.17) мають наступний зміст. З рис. 5.3 витікає, що $-dz/ds = \sin \Theta' = J$ – п'єзометричний уклон (уклон вільної поверхні); знак мінус показує, що при пониженні вільної поверхні ($dz < 0$) уклон буде позитивним ($J > 0$). Оскільки при нерівномірному русі вільна поверхня криволінійна, то під уклоном J треба розуміти уклон дотичної в будь-якій точці до вільної поверхні [4].

Другий член виразу $d\left[\frac{v^2}{2g}\right]/ds = i_v$ – це уклон, який утворюється за рахунок зміни швидкості на ділянці ds . Цей член рівняння (5.17) характеризує зміну уклону вільної поверхні при переході від рівномірного руху до нерівномірного.

Третій член виразу (5.17) $dh_l/ds = i_l$ – уклон тертя, який, користуючись формулою Шезі, можна виразити $i_l = v^2/(C^2 R)$, втрати напору на тертя h_l на одиницю довжини потоку при нерівномірному русі, що плавно змінюється, ми виразимо формулою того ж вигляду, що і при рівномірному русі, що є допущенням. Проте в цьому випадку, на відміну від випадку рівномірного руху, гідравлічні елементи v, C, R – змінні по довжині потоку. Після необхідних підстановок в рівняння (5.17) отримаємо:

$$J = \alpha \frac{d\left(\frac{v^2}{2g}\right)}{ds} + \frac{v^2}{C^2 R}. \quad (5.18)$$

Це рівняння є першою формою основного диференціального рівняння нерівномірного руху. При рівномірному русі $i_v = 0$, тоді

$$J = v^2/(C^2 R). \quad (5.19)$$

Перетворимо рівняння (6.18), ввівши в розгляд глибину потоку h . Вважаючи величину Q і форму русла заданими, звернемося до рис. 6.4, з якого видно, що для довільно вибраного перерізу 2–2, віддаленого від початкового перерізу 1–1 на відстань s , можна написати:

$$z = h + y - is, \quad (5.20)$$

де постійна величина y – піднесення дна водотока в початковому перерізі над площиною порівняння 00 ; i – уклон дна водотоку.

Диференціюючи вираз (5.20) по s і маючи на увазі, що $J = -dz/ds$, остаточно для п'єзометричного уклону J отримаємо залежність

$$J = i - dh/ds. \quad (5.21)$$

Підставимо вираз (6.21) в ліву частину рівняння (5.18)

$$i - \frac{dh}{ds} = \alpha \frac{d}{ds} \left(\frac{v^2}{2g} \right) + \frac{v^2}{C^2 R}. \quad (5.22)$$

Розглянемо доданки правої частини виразу (6.22). Припустимо, що витрата потоку Q задана.

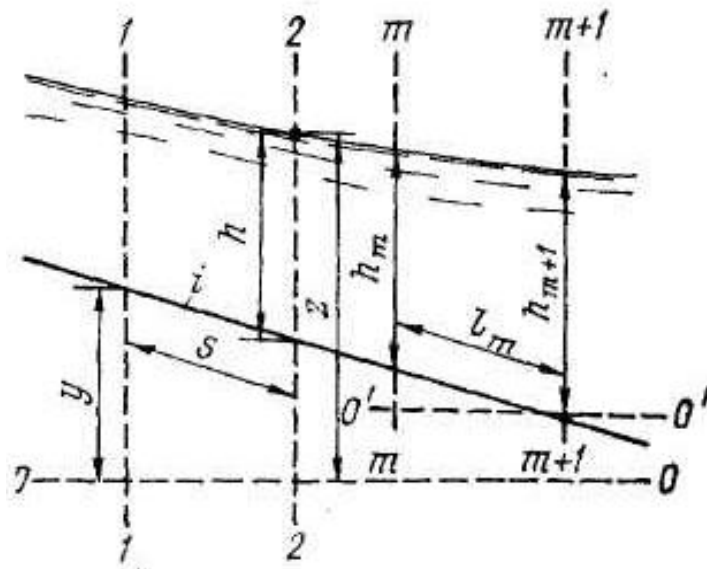


Рис. 6.4 – До обґрунтування формули рівняння нерівномірного руху(6.20).

Член $\alpha \frac{d}{ds} \left(\frac{v^2}{2g} \right)$. Виражаючи v через Q , отримаємо [4]

$$\alpha \frac{d}{ds} \left(\frac{v^2}{2g} \right) = \alpha \frac{d}{ds} \left(\frac{Q^2}{\omega^2 2g} \right) = \frac{\alpha Q^2}{2g} \frac{d}{ds} \left(\frac{1}{\omega^2} \right) = -\frac{\alpha Q^2}{g} \frac{1}{\omega^3} \frac{d\omega}{ds}. \quad (5.23)$$

У загальному випадку для русла непризматичної форми $\omega = f(h, s)$. Маючи це на увазі, можемо записати:

$$\frac{d\omega}{ds} = \frac{\partial \omega}{\partial s} + \frac{\partial \omega}{\partial h} \frac{dh}{ds} = \frac{\partial \omega}{\partial s} + B \frac{dh}{ds}, \quad (5.24)$$

де $B = \partial \omega / \partial h$ – ширина потоку зверху (рис. 5.1).

Підставляючи (5.24) в (5.23), отримаємо

$$\alpha \frac{d}{ds} \left(\frac{v^2}{2g} \right) = -\frac{\alpha Q^2}{g} \frac{1}{\omega^3} \left(\frac{\partial \omega}{\partial s} + B \frac{dh}{ds} \right) \quad (5.25)$$

Член $v^2 / (C^2 R)$, що входить в праву частину рівняння (5.22), можна представити у вигляді

$$v^2 / (C^2 R) = Q^2 / (\omega^2 C^2 R). \quad (5.26)$$

Підставимо тепер знайдені вирази (5.25) і (5.26) в (5.22):

$$i - \frac{dh}{ds} = -\frac{\alpha Q^2}{g} \frac{1}{\omega^3} \left(\frac{\partial \omega}{\partial s} + B \frac{dh}{ds} \right) + \frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R}. \quad (5.27)$$

Вирішуючи рівняння (5.27) відносно dh/ds , остаточно отримаємо [4]:

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - \frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R} \left(1 - \frac{\alpha C^2 R}{g \omega} \frac{\partial \omega}{\partial s} \right)}{1 - \frac{\alpha Q^2}{g} \frac{B}{\omega^3}}. \quad (5.28)$$

Рівняння (5.28) є другою формою диференціального рівняння усталеного нерівномірного руху; воно відноситься до загального випадку непризматичного русла. Як видно, за допомогою цього рівняння можна виразити приріст глибини потоку dh на елементарній його довжині ds .

Підкреслимо, що рівняння (5.28) відноситься до випадку $Q=const$ (уздовж потоку).

Для випадку призматичного русла, враховуючи (5.3), рівняння (5.28) перепишемо у вигляді

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - \frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R}}{1 - \frac{\alpha Q^2}{g} \frac{B}{\omega^3}}. \quad (5.29)$$

Необхідно пам'ятати, що призматичні русла – це русла „правильної” форми, для яких модуль витрати збільшується із збільшенням глибини наповнення русла.

Контрольні питання:

1. Питома енергія перерізу. Графік питомої енергії.
2. Рівняння критичного стану потоку. Число Фруда.
3. Диференціальне рівняння нерівномірного плавно змінного руху рідини у відкритих руслах.

6 НЕСТАЛІЙ РУХ ВОДИ В ПРИРОДНИХ (РІЧКОВИХ) РУСЛАХ

6.1 Розбиття водотоку на ділянки

У розділі 6 вказувалося, що нерівномірний рух характерний для річкових потоків, русло яких значно змінює свою форму і розміри поперечного перерізу по довжині. У зв'язку з цим русла природних водотоков (річок) повинні розглядатися як непризматичні. Для нерівномірного руху води в річках характерна зміна по довжині потоку швидкості течії, середньої глибини, площі перерізу, коефіцієнта шорсткості і уклону дна.

При проектуванні дамб на річках, а також при проектуванні розчищень природних русел і вирішенні питань, пов'язаних з розробкою кар'єрів в руслах і на затоплюваній частині заплави річки, доводиться будувати криві вільної поверхні потоку, які спостерігатимуться після зміни його природного режиму.

Отримане вище диференціальне рівняння нерівномірного руху води (6.28) у разі природних (непризматичних) русел інтегруванню не піддається. В цьому випадку доводиться звертатися до різних наближених методів розрахунку, причому вибір того або іншого

методу, а рівно і точність розрахунку залежать від повноти і надійності гідрометричних і топографічних матеріалів, що є у розпорядженні проектувальника. При проектуванні кривої вільної поверхні в природних водотоках доводиться оперувати з деякими середніми значеннями гідравлічних елементів потоку, які і беруться за дійсні характеристики даного водотоку.

При розбитті русла на окремі розрахункові ділянки керуються тим, щоб кожен з них був більш менш однорідним відносно його поперечних перерізів, шорсткості і уклонів вільної поверхні, наявних в природному стані (до споруди дамби або виконання розчищень).

Розбиття водотоку на ділянки здійснюють різними способами залежно від наявного гідрометричного матеріалу.

Якщо є спостережений природний подовжній профіль вільної поверхні, то розбиття рекомендується здійснювати так, щоб в межах даної ділянки спостерігався по можливості одноманітний уклон вільної поверхні і разом з тим щоб живий переріз не зазнавав різких змін форми. В межах кожного такої ділянки криву вільної поверхні потоку вважають прямою лінією, що має той або інший уклон.

Якщо спостережених природних подовжніх профілів вільної поверхні немає, то при розбитті водотоку на ділянки доводиться керуватися тільки даними про живі перерізи потоку. В цьому випадку при рішенні задачі можна йти двома шляхами: по-перше, водоток можна розбити таким чином, щоб впродовж ділянок площі живого перерізу були приблизно постійні; по-друге, водотік можна розбити на ділянки так, щоб в межах одних ділянок спостерігалось тільки збільшення площі живого перетину (ділянка, що розширюється), а в межах інших – тільки зменшення її (ділянка, що звужується).

Падіння рівня води в межах кожної розрахункової ділянки в природних умовах, зазвичай, не перевищує 0,5–1,0 м. Довжина розрахункових ділянок може бути різною; іноді вона досягає декількох кілометрів.

Способи розрахунку кривої вільної поверхні, що викладаються нижче, для природних водотоків застосовні лише в тих випадках, коли витрата потоку в межах кожної розрахункової ділянки залишається постійною. Тому, якщо водотік має притоки, то розбивати його на ділянки потрібно так, щоб в гирлах приток або в безпосередній близькості від них знаходилися роздільні створи. У окремі розрахункові ділянки рекомендується також виділяти частини природних водотоків із заплавами і ділянки у разі роздвоєння русла.

Завдання проектування вільної поверхні для заданого природного водотоку, полягає у відшуканні відміток рівнів води в граничних перерізах $(m-1)$, m , $(m+1)$ і т.д. Для вирішення цього завдання

мають бути заданими: витрата Q і відмітка рівня води в одному з перетинів. Наприклад, якщо виконується розрахунок кривої підпору, то заданою, є відмітка рівня води в створі дамби $m+1$.

6.2 Диференціальне рівняння сталого нерівномірного руху в умовах природного водотоку

Основним рівнянням при побудові кривої вільної поверхні в природних водотоках є рівняння сталого нерівномірного руху, що плавно змінюється (5.16). При розгляді нерівномірного руху в призматичних руслах ми прийняли, що втрати напору на подолання місцевих опорів $dh_j = 0$. Враховуючи можливість появи в природних водотоках місцевих втрат напору, обумовлених зміною живих перерізів по довжині потоку, залежність (5.16) в даному випадку слід переписати в повнішому вигляді [4]:

$$-dz = dh_v + dh_l + dh_j, \quad (6.1)$$

де
$$dh_v = d\left[\frac{\alpha v^2}{2g}\right], \quad (6.2)$$

$$dh_l = \frac{v^2}{C^2 R} ds = \frac{Q^2}{K^2} ds, \quad (6.3)$$

$$dh_j = \xi d\left[\frac{\alpha v^2}{2g}\right] = \xi dh_v, \quad (6.4)$$

де ξ – коефіцієнт опору, залежний від характеру зміни живих перерізів.

Підставляючи (6.2), (6.3) і (6.4) в (6.1), маємо [4]:

$$-dz = (1 + \xi) d\left(\frac{\alpha v^2}{2g}\right) + \frac{Q^2}{K^2} ds. \quad (6.5)$$

Розглянемо одну з ділянок природного водотоку, яка обмежена роздільними створами m і $(m+1)$; відлік перерізів ведемо за течією (рис. 6.1).

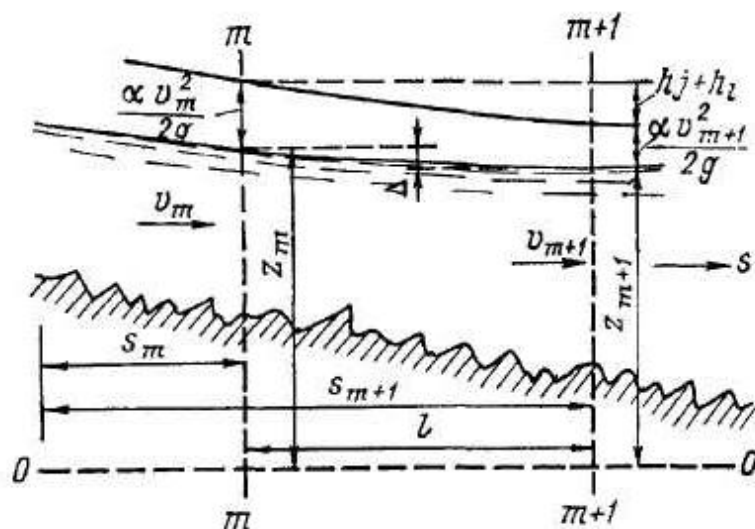


Рис. 6.1 – До висновку основних розрахункових залежностей для природного водотоку.

Інтегруючи рівняння (6.5) від перерізу m до перерізу $(m+1)$, отримаємо

$$z_m - z_{m+1} = (1 + \xi) \left(\frac{\alpha v_{m+1}^2}{2g} - \frac{\alpha v_m^2}{2g} \right) + Q^2 \int_{s_m}^{s_{m+1}} ds / K^2, \quad (6.6)$$

де z_m і z_{m+1} – відмітки рівнів води в роздільних створах, відлічувані від площини порівняння 00; v_m і v_{m+1} швидкості в цих перерізах.

З деяким наближенням можна вважати, що [4]:

$$Q^2 \int_{s_m}^{s_{m+1}} ds / K^2 = (Q^2 / K^2) (s_{m+1} - s_m) = Q^2 l / \bar{K}^2, \quad (6.7)$$

де K – середнє значення модуля витрати на даній ділянці.

Підставляючи (6.7) в (6.6), отримуємо:

1) повну форму рівняння, що враховує як зміну швидкісного напору по довжині потоку, так і місцеві втрати напору:

$$\Delta = z_m - z_{m+1} = Q^2 \left[(1 + \xi) \frac{\alpha}{2g} \left(\frac{1}{\omega_{m+1}^2} - \frac{1}{\omega_m^2} \right) + \frac{1}{\bar{K}^2} \right], \quad (6.8)$$

2) проміжну форму, що враховує зміну швидкісного напору, але не враховує місцеві втрати напору:

$$\Delta = z_m - z_{m+1} = Q^2 \left[\frac{\alpha}{2g} \left(\frac{1}{\omega_{m+1}^2} - \frac{1}{\omega_m^2} \right) + \frac{1}{\bar{K}^2} \right], \quad (6.9)$$

3) спрощену формулу, що не враховує змін швидкісного напору і місцевих втрат напору і враховує тільки втрати напору на тертя по довжині потоку:

$$\Delta = z_m - z_{m+1} = Q^2 l / \bar{K}^2. \quad (6.10)$$

Місцеві втрати, обумовлені нерівностями русла, враховуються в (6.10) заданням відповідного значення коефіцієнта шорсткості, від якого залежить модуль витрати \bar{K} . Величину \bar{K}^2 можна визначати з формули

$$\bar{K}^2 = \frac{1}{2} (K_m^2 + K_{m+1}^2). \quad (6.11)$$

6.3 Загальний прийом побудови кривої вільної поверхні

Перший етап проектування вільної поверхні полягає в розбитті за допомогою роздільних створів природного русла на розрахункові ділянки. При побудові кривої вільної поверхні зазвичай відомі: витрата потоку Q і відмітка рівня води в одному з граничних створів даної ділянки водотока.

Хай, наприклад, нам буде відома відмітка $(m+1)$ рівня води в кінцевому створі останньої (вважаючи вниз за течією) розрахункової ділянки. Останньою є ділянка, безпосередньо прилегла до підпірної споруди, так що побудова кривої підпору ведеться від споруди вгору за течією. Розрахунок відміток вільної поверхні можна виконати, користуючись одним з рівнянь (6.8), (6.9) або (6.10), застосовуючи їх до кожної розрахункової ділянки водотоку.

Для вирішення завдання перепишемо рівняння (7.8) у такому вигляді:

$$z_m - Q^2 \left[\frac{l}{\bar{K}^2} - (1 + \xi) \frac{\alpha}{2g\omega_m^2} \right] = z_{m+1} + (1 + \xi) \frac{\alpha Q^2}{2g\omega_{m+1}^2}. \quad (6.12)$$

Введемо позначення:

$$f(z_m) = z_m - Q^2 \left[\frac{l}{\bar{K}^2} - (1 + \xi) \frac{\alpha}{2g\omega_m^2} \right], \quad (6.13)$$

$$A = z_{m+1} + (1 + \xi) \frac{\alpha Q^2}{2g\omega_{m+1}^2}. \quad (6.14)$$

Маючи на увазі, що при заданій відмітці z_{m+1} рівня води в кінцевому створі розрахункової ділянки величина A є відомою, можна написати:

$$f(z_m) = A. \quad (6.15)$$

Оскільки величини ω_m і \bar{K} , що входять в ліву частину рівняння (6.15) є функціями шуканої відмітки z_m , то це рівняння доводиться вирішувати методом послідовного наближення або графічно. Задаючись довільно рядом значень відмітки z_m знаходимо відповідні величини ω_m і \bar{K} і далі по виразу (6.13) – значення функції $f(z_m)$. На підставі цих розрахунків будується графік функції $f(z_m)$, за допомогою якого по величині A визначається z_m . Знайдена відмітка z_m рівня води на початку останньої ділянки є граничною відміткою для передостанньої ділянки і, отже, ця ділянка може бути піддана розрахунку аналогічно тому, як це було викладено вище, тобто по відмітці z_m знаходимо відмітку z_{m+1} і т.д.

В результаті подібних розрахунків ми отримаємо відмітки рівня води у всіх створах, і, таким чином, матимемо можливість побудувати проектну криву вільної поверхні. На практичних заняттях розглянемо побудову кривої вільної поверхні способами О.М.Рахманова, М.М.Павловського, М.М.Бернадського та у випадку роздвоєння русла.

Контрольні питання:

1. Розбиття водотоку на ділянки.
2. Повна форма рівняння кривої вільної поверхні.
3. Проміжна форма рівняння кривої вільної поверхні.
4. Спрощена форма рівняння кривої вільної поверхні.

7 РУХ ПОТОКУ ЗІ ЗМІННОЮ ВИТРАТОЮ

7.1 Рівняння руху потоку рідини із змінною витратою

У інженерній практиці часто зустрічаються випадки нерівномірного руху рідини із змінною уздовж потоку витратою води. У річках зміна витрати уздовж шляху може бути викликана різними причинами: бічною припливністю, інфільтрацією в ґрунт, водозабором, скиданням води і так далі. До цього випадку можна віднести безперервну роздачу і збір витрати води в трубах, бічні водозливи, а також канали зрошувальної мережі і канали водозбірно–скидної і дренажної мережі.

Основні закономірності руху рідини із змінною витратою були встановлені ученими В. М. Маккавєєвим і І. М. Коноваловим, Я. Р. Ненько, А. Н. Патрашевим. Надалі їх ідеї отримали розвиток в роботах Р. А. Петрова, П. Р. Кисельова, А. І. Єгорова, К. Ш. Латіпова, М. Шаюсупова і ін. Проте в навчальній літературі це питання освітлене слабо. Деякі відомості з нього можна знайти в роботах [2, 3, 4].

У гідравліці в основу виведення рівнянь руху потоку із змінною витратою покладені ідеї І. В. Мещерського про рух точки із змінною масою. Рівняння динамічної рівноваги для такої точки записується у вигляді (диференціал кількості руху точки змінної маси дорівнює імпульсу рівнодіючої всіх зовнішніх сил – проекція на напрям руху та кількості руху часток, що приєднуються до цієї точки та відділяються від неї):

$$d(mu) = FM + dm_1\Theta_1 - dm_2\Theta_2, \quad (7.1)$$

де m – маса точки, що рухається у момент часу t з швидкістю u ; dm_1 – додаткова маса, що приєдналася до точки за час dt із проекцією швидкості на напрям руху, рівною Θ_1 ; dm_2 – маса, що відокремилася, за той же проміжок часу з відповідною проекцією швидкості Θ_2 ; F – рівнодіюча всіх зовнішніх сил, що діють на точку.

Для гідрологічних задач часто спостерігається тільки процес приєднання або тільки процес відокремлення частинок, тому рівняння (7.1) записується у вигляді:

$$d(mu) = Fdt + dm\Theta, \quad (7.2)$$

де dm – зміна маси за рахунок приєднання або відокремлення в проекції на напрям u , Θ – швидкість приєднання або відокремлення в проекції на напрям u .

Запишемо рівняння (7.2) для безкінечно малої струминки:

$$mdu + udm = Fdt + dm\Theta. \quad (7.3)$$

Розділимо (7.3) на dt :

$$m \frac{du}{dt} = F + (\Theta - u) \frac{dm}{dt}. \quad (7.4)$$

Застосуємо рівняння (7.4) до елемента потоку масою m та довжиною ds (рис. 7.1). Позначимо середню площу виділеного елемента $\bar{\omega}$ ($\omega, \omega + d\omega$ – площі поперечного перерізу у створах 1 і 2 відповідно), тоді його маса буде:

$$m = \rho W = \frac{\gamma}{g} W,$$

де W – об'єм елемента потоку:

$$W = \bar{\omega} \cdot ds; \quad \bar{\omega} = \frac{\omega + \omega + d\omega}{2} = \omega + \frac{1}{2} d\omega; \quad W = \left(\omega + \frac{1}{2} d\omega \right) ds.$$

Тоді

$$m = \frac{\gamma}{g} \left(\omega + \frac{1}{2} d\omega \right) ds. \quad (7.5)$$

Якщо $ds = u \cdot dt$, то одержимо

$$m = \frac{\gamma}{g} \bar{\omega} \cdot u \cdot dt \quad \text{або} \quad m = \frac{\gamma}{g} Q dt. \quad (7.6)$$

Продиференціюємо (7.5):

$$dm = \frac{\gamma}{g} dQ dt. \quad (7.7)$$

Визначимо зовнішні сили F , що діють на елемент потоку. Вони складаються з поверхневого тиску P , сили тяжіння G і сили тертя T . З сил тиску на напрям руху проектуватимуться тільки сили тиску на торцеві перерізи виділеного елемента. Сили тиску, що діють з боку навколишньої рідини на бічну поверхню елемента, перпендикулярні до переміщення частинок рідини і в проекції дають нуль. Тому сили тиску будуть

$$-(P + dP)(\omega + d\omega) + P\omega = -P\omega - dP\omega - Pd\omega - dPd\omega + P\omega = -dP\omega,$$

тому що складовими $Pd\omega$ і $dPd\omega$ можна знехтувати, вони є величинами другого порядку малості.

Силу тяжіння G розкладемо на дві складових – активну складову сили тяжіння G_x та силу, що діє на дно потоку G_N , яка компенсується реакцією дна – силою N . Силу G_x виразимо:

$$G_x = G \sin \alpha = mg \sin \alpha$$

Використаємо (7.5), $\sin \alpha = -dz/ds$ та одержимо:

$$G_x = \gamma \left(\omega + \frac{1}{2} d\omega \right) ds \sin \alpha = -\gamma \left(\omega + \frac{1}{2} d\omega \right) dz = -\gamma \omega \cdot dz,$$

де dz – падіння рівня води на ділянці ds . Другою складовою у попередньому виразі нехтуємо, тому що вона є величиною другого порядку малості.

Силу тертя об русло ріки можна виразити:

$$T = \tau \left(\chi + \frac{1}{2} d\chi \right) ds \cdot v^2 = \tau \chi ds \cdot v^2,$$

де τ – дотична напруга тертя, $\left(\chi + \frac{1}{2} d\chi \right)$ – середній змочений периметр на ділянці, якщо $\chi, \chi + d\chi$ – змочені периметри у 1 та 2 створах відповідно; у попередньому рівнянні другою складовою нехтуємо, тому що вона є величиною другого порядку малості.

Таким чином, сума проекцій зовнішніх сил рівна:

$$F = -dP\omega - \tau \chi ds \cdot v^2 - \gamma \omega \cdot dz.$$

На основі (9.4) запишемо рівняння для елемента потоку:

$$\frac{\gamma}{g} \alpha Q dt \cdot \frac{dv}{dt} = -dP\omega - \tau \chi ds \cdot v^2 - \gamma \omega \cdot dz + (\Theta - v) \frac{\gamma}{g} \alpha \cdot dQ. \quad (7.8)$$

У виразі (7.8) $u = \alpha v$, де $\alpha = 1.13$ – коефіцієнт швидкості, який виражає нерівномірний розподіл швидкості у поперечному перерізі.

Розділимо (7.8) на $\gamma \omega \cdot ds$ та одержимо:

$$\frac{\alpha}{g} \frac{Q}{\omega} \frac{dt}{ds} \frac{dv}{dt} = -\frac{dP}{\gamma ds} - \frac{\tau \chi}{\gamma \omega} v^2 - \frac{dz}{ds} - (v - \Theta) \frac{\alpha}{g \omega} \frac{dQ}{ds}. \quad (7.9)$$

Оскільки, $Q/\omega = v, dt/ds = 1/v$, то

$$\frac{\alpha}{g} \frac{dv}{dt} = -\frac{dP}{\gamma ds} - \frac{\tau\chi}{\gamma\omega} v^2 - \frac{dz}{ds} - \frac{(v-\Theta)}{g\omega} \frac{\alpha dQ}{ds}. \quad (7.10)$$

Повну похідну в рівнянні (7.10) виразимо через частинні:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial s} \frac{ds}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial s}, \quad (7.11)$$

Враховуючи (7.11) вираз (7.10) перепишемо у вигляді:

$$\frac{\alpha}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\alpha}{g} v \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\alpha(v-\Theta)}{gQ} v \cdot \frac{dQ}{ds} + \frac{d}{ds} \left(z + \frac{P}{\gamma} \right) + \frac{\tau\chi}{\gamma\omega} v^2 = 0. \quad (7.12)$$

У рівнянні (7.12) перша складова характеризує неусталений рух, друга, третя і четверта – боковий приплив та зміну характеристик по довжині ріки, п'ята – уклон тертя. Кожна із складових має розмірність уклону [м/м].

Внесемо зміни до третьої, четвертої і п'ятої складових:

$$\frac{\alpha v(v-\Theta)}{gQ} \frac{dQ}{ds} = \frac{\alpha v q}{g\omega}, \quad \text{тому що} \quad \frac{dQ}{ds} = q, \quad \frac{v}{Q} = \frac{1}{\omega};$$

$$\frac{d}{ds} \left(z + \frac{P}{\gamma} \right) = \frac{dz}{ds}, \quad \text{оскільки } P \text{ – це атмосферний тиск, який не}$$

змінюється на протязі ділянки, тому величиною $\frac{P}{\gamma}$ можна знехтувати.

$$\frac{\tau\chi}{\gamma\omega} v^2 = \frac{v^2}{C^2 R}, \quad \text{тому що} \quad \frac{\omega}{\chi} = R, \quad \frac{\gamma}{\tau} = C^2.$$

В результаті внесених змін одержимо рівняння:

$$\frac{\alpha}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\alpha}{g} v \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\alpha v q}{g\omega} + \frac{dz}{ds} + \frac{v^2}{C^2 R} = 0. \quad (7.13)$$

Для побудови кривої вільної поверхні рівняння (9.13) набере вигляду:

$$-\frac{dz}{ds} = \frac{\alpha}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\alpha}{g} v \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\alpha v q}{g\omega} + \frac{v^2}{C^2 R}. \quad (7.14)$$

Рівняння (7.14) є рівнянням неусталеного руху, яке враховує наявність бокового припливу або відтоку з русла. Воно вперше було одержано французьким вченим Сен-Венаном в 1871 році і носить його ім'я.

7.2 Математичні моделі руху води зі змінною витратою

7.2.1 Система рівнянь Сен-Венана

Основною задачею розрахунку несталого руху води є визначення двох характеристик, які повністю описують стан одновимірного потоку – витрати Q та відміток водної поверхні z для різних моментів часу для t і відстаней s по довжині русла.

Точні методи розрахунку несталого руху води засновані на вирішенні одновимірної системи рівнянь Сен-Венана [4], яка пов'язує гідравлічні характеристики потоку з морфометричними характеристиками русла для різних значень s і t .

Система рівнянь Сен-Венана отримана з урахуванням ряду припущень. Із них найбільш істотні такі:

- враховується тільки подовжнє переміщення води у руслі із середньою швидкістю в перерізі;
- розглядається рух води, що повільно змінюється. Цей факт дозволяє нехтувати місцевими втратами;
- сили опору вводяться по тому ж закону, що і при рівномірному русі.

За наявності бічного припливу диференціальні рівняння несталого руху води у відкритих руслах складаються із рівняння динамічної рівноваги (Сен-Венана) і рівняння нерозривності та мають наступний вигляд:

$$-\frac{dz}{ds} = \frac{\alpha}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\alpha}{g} v \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{\alpha v q}{g \omega} + \frac{v^2}{C^2 R}, \quad (7.15)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial s} = q, \quad (7.16)$$

де z – відмітки водної поверхні, v – середня швидкість течії, ω – площа поперечного перерізу русла, Q – витрата води, n – коефіцієнт шорсткості, C – швидкісний коефіцієнт формули Шезі, який обчислюється за формулою Маннінга, R – гідравлічний радіус, q – витрата бокового припливу на одиницю довжини русла, α – коректив швидкості, який показує нерівномірність розподілу швидкості по перерізу, g – прискорення

сили тяжіння. Приведені характеристики відносяться до створу русла на відстані s від початкового створу та для t -го моменту часу від початку руху.

7.2.2 Модель динамічної хвилі

У літературі з гідравліки система рівнянь (7.15)–(7.16) отримала назву математична модель динамічної хвилі. Вона останнім часом найбільш часто застосовується, в літературі наводиться наступна форма запису рівнянь динамічної хвилі, які отримані після перетворення системи (7.15)–(7.16):

$$-\frac{\partial z}{\partial s} = \frac{1}{g\omega} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\alpha}{g\omega} \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{Q^2}{\omega^2} \right) - \frac{Q|Q|}{K^2}, \quad (7.17)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial s} = 0, \quad (7.18)$$

Тут K – модуль витрати, причому $K = \omega C \sqrt{R}$. Кожен член динамічного рівняння (7.17) має розмірність уклону, причому в лівій частині рівняння $\left(-\frac{\partial z}{\partial s} \right)$ – це уклон водної поверхні. Він визначається складовими правої частини – також уклонами – градієнтами втрат напору потоку за рахунок зміни витрати в часі $\left(\frac{1}{g\omega} \frac{\partial Q}{\partial t} \right)$; по довжині русла

$$\left(\frac{\alpha}{g\omega} \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{Q^2}{\omega^2} \right) \right), \text{ а також втрат напору на подолання сил тертя } \left(\frac{Q|Q|}{K^2} \right).$$

Перші два члени правої частини динамічного рівняння (9.17) називаються інерційними членами. Запис останнього члена через модуль витрати дає можливість ввести знак мінус при зворотному перебігу води при підпорі.

7.2.3 Модель дифузійної хвилі

В більшості випадків несталого руху на природних водотоках інерційними членами нехтують, вони малі в порівнянні з іншими складовими рівняння руху. В результаті отримують спрощену систему, яку називають математичною моделлю дифузійної хвилі.

$$Q = \omega C \sqrt{R} \frac{-\frac{\partial z}{\partial s}}{\left| -\frac{\partial z}{\partial s} \right|^{1/2}}, \quad (7.19)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial s} = 0. \quad (7.20)$$

В цій системі динамічне рівняння зводиться до рівняння Шезі, в якому замість кореня квадратного з уклону записаний дріб, що дозволяє отримати витрату з від'ємним знаком при зворотних течіях (негативних уклонах).

7.2.4 Модель кінематичної хвилі

Якщо нехтувати можливістю негативного уклону і надати йому постійне значення уклону дна русла I_0 , то отримаємо математичну модель кінематичної хвилі:

$$Q = \omega C \sqrt{R} \sqrt{I_0}, \quad (7.21)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial s} = 0. \quad (7.22)$$

Диференціальні рівняння неусталеного руху води безпосередньо не інтегруються. Тому для їх вирішення застосовують різні чисельні методи з реалізацією їх на ЕОМ. Найбільш ефективний в цьому відношенні метод кінцевих різниць, при якому частинні похідні диференціальних рівнянь замінюються кінцевими приростами функції і аргументу. Чисельними методами розроблені численні способи побудови різницевого схем для представлення початкових диференціальних рівнянь і отримання стійких рішень.

7.3 Кінцево-різницеві аналоги диференціальних рівнянь неусталеного руху води.

Для вирішення диференціальних рівнянь неусталеного руху води застосовують різні чисельні методи з реалізацією їх на ЕОМ. Найбільш ефективний в цьому відношенні метод кінцевих різниць, при якому частинні похідні диференціальних рівнянь замінюються кінцевими приростами функції і аргументу [6]. Так, похідна функції f по аргументах s і t може бути наближено замінена такими залежностями:

$$\frac{\partial f}{\partial s} \approx \frac{f_{i+1}^j - f_i^j}{\Delta s} \quad \text{або} \quad \frac{\partial f}{\partial s} \approx \frac{f_{i+1}^j - f_{i-1}^j}{2\Delta s}, \quad (7.23)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} \approx \frac{f_i^{j+1} - f_i^j}{\Delta t} \quad \text{або} \quad \frac{\partial f}{\partial t} \approx \frac{(f_{i+1}^{j+1} + f_i^{j+1}) - (f_{i+1}^j + f_i^j)}{2\Delta t}. \quad (7.24)$$

В рівняннях (7.23), (7.24) індекси при f означають j - номер інтервалу часу Δt від початку руху води, i - номер ділянки Δs від початкового створу.

Чисельними методами розроблені численні способи побудови різницевих схем для представлення початкових диференціальних рівнянь і отримання стійких рішень. Наведемо способи представлення диференціальних рівнянь математичних моделей, що найбільш часто вживаються в річковій гідравліці, їх кінцево-різницеви аналогами.

Так, кінцево-різницевий аналог рівнянь динамічної хвилі (7.17), (7.18) має такий вигляд [6]:

$$\frac{z_{i+1}^{j+1} - z_i^j}{\Delta s} + \frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_{i+1}^j}{2\Delta t} + \frac{1}{\Delta s} \left(\frac{(Q_{i+1}^{j+1})^2}{\omega_{i+1}^{j+1}} - \frac{(Q_i^{j+1})^2}{\omega_i^{j+1}} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{|Q_i^j| |Q_i^{j+1}|}{(K_i^{j+1})^2} + \frac{|Q_{i+1}^j| |Q_{i+1}^{j+1}|}{(K_i^{j+1})^2} \right) = 0, \quad (7.25)$$

$$\frac{\omega_{i+1}^{j+1} - \omega_{i+1}^j}{2\Delta t} + \frac{\omega_i^{j+1} - \omega_i^j}{2\Delta t} + \frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^{j+1}}{\Delta s} = 0. \quad (7.26)$$

Розрахунок елементів z і Q ведеться для $j+1$ кроку в часі та $i+1$ кроку по довжині з врахуванням відомих значень z і Q на попередніх кроках розрахунку j та i .

Рівняння дифузійної хвилі (7.19), (7.20) можна представити у формі таких кінцево-різницевих рівнянь [6]:

$$\frac{\frac{\omega_{i+1}^{j+1} + \omega_{i+1}^j}{2} - \frac{\omega_i^{j+1} + \omega_i^j}{2}}{\Delta t} + \frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^{j+1}}{\Delta s} = 0, \quad (7.27)$$

$$Q_{i+1}^{j+1} = \frac{\omega_{i+1}^{j+1}}{n_{i+1}^{j+1}} \left(R_{i+1}^{j+1} \right)^{2/3} \frac{\frac{z_i^{j+1} - z_{i+1}^{j+1}}{\Delta s}}{\left(\frac{z_{i+1}^{j+1} - z_i^{j+1}}{\Delta s} \right)^{1/2}}. \quad (7.28)$$

Кінцево-різницевий аналог рівнянь кінематичної хвилі (7.21), (7.22) можна представити у формі [6]:

$$\frac{\frac{\omega_{i+1}^{j+1} + \omega_{i+1}^j}{2} - \frac{\omega_i^{j+1} + \omega_i^j}{2}}{\Delta t} + \frac{Q_{i+1}^{j+1} - Q_i^{j+1}}{\Delta s} = 0, \quad (7.29)$$

$$Q_{i+1}^{j+1} = \frac{\omega_{i+1}^{j+1}}{n_{i+1}^{j+1}} (R_{i+1}^{j+1})^{2/3} (I_{i+1})^{1/2}. \quad (7.30)$$

Основним завданням розрахунку неусталеного руху води є визначення значень z і Q для всіх інтервалів часу Δt та всіх створів, що обмежують розрахункові ділянки завдовжки Δs . Його можна виконати за допомогою методу ітерацій (послідовних наближень). Приклад такого розрахунку можна знайти в [7].

Контрольні питання:

1. Рівняння Мещерського про зміну кількості руху точки із змінною масою.
2. Рівняння Мещерського для гідрологічних задач.
3. Рівняння Мещерського для нескінченно малої струминки.
4. Назвати всі сили F , які діють на елемент потоку.
5. Сила тиску на елемент потоку.
6. Активна складова сили тяжіння, яка діє на елемент потоку.
7. Сила тертя, яка діє на елемент потоку.
8. Диференціальне рівняння неусталеного руху потоку зі змінним боковим припливом.
9. Система рівнянь Сен-Венана.
10. Модель дифузійної хвилі.
11. Модель кінематичної хвилі.
12. Модель динамічної хвилі.

8 УЛОГОВИНИ ОЗЕР І ЇХ ТЕРМІКА

8.1 Морфологія озерних улоговин

Озерною улоговиною називається поглиблення поверхні суші, яке не має одностороннього ухилу, заповнене до деякого рівня водою. У більшості випадків водою заповнена тільки частина улоговини.

Розміри озерних улоговин земної кулі досить різні. Акваторії найбільших озер обчислюються десятками тисяч квадратних кілометрів, а численні маленькі озерця площею не перевершують кількох гектарів. Поряд з глибинними западинами суші (Байкал - 1741 м, Танганьїка - 1435 м) поширені майже зовсім висохлі степові озерця глибиною в декілька сантиметрів.

Різна і форма озерних улоговин. Поряд з майже правильними конусоподібними карстовими воронками поширені озера надзвичайно химерних форм з сильно порізнаними берегами і озера з настільки слабо вираженими улоговинами, що важко навіть встановити їхні кордони.

Озерна улоговина може являти собою або одну просту западину, або складну, що включає кілька западин і підвищень. Деякі узвишся, піднімаючись над поверхнею води, утворюють острови.

В озерах, що мають складні обриси у плані і пересічений рельєф дна, виділяються окремі частини: плеса, затоки, бухти, губи.

Плеса - частини озера, відокремлені обриси берегів і рельєфом дна, нерідко значно відрізняються один від одного і за режимом. Прикладом озера, що складається з декількох плес, може служити Селігер.

Затоки, бухти і губи – частини озера, більш-менш далеко вдаються в сушу: залежно від ступеня водообміну з озером можуть мати специфічні риси режиму. Початковий рельєф дна озерних улоговин і обриси їх в плані зумовлені, значною мірою, походженням улоговин. Надалі на озерну улоговину впливають зовнішні чинники і процеси, що відбуваються в водоймищі. В результаті цих дій улоговини більшості озер настільки видозмінюються, що в них зберігаються лише деякі риси первісного рельєфу.

Із зовнішніх чинників, що перетворюють улоговини, найголовнішими є текучі води, вітри, а в деяких районах льодовики; з процесів, що відбуваються у водоймі, – хвилі, течії, життєдіяльність водних рослин і організмів.

У різних частинах улоговини, в залежності від глибини, рельєфу дна і конфігурації берегів, створюються специфічні особливості режиму водних мас і умови життєдіяльності організмів. У зв'язку з цими особливостями та умовами в озерах (за винятком дрібних) виділяються дві зони: *літораль* – прибережна частина, в якій дно піддається впливу хвиль, і *профундаль (пелагіаль)* – глибинна область, в якій хвилі безпосередньо не впливають

на дно. Літораль є місцем життя вищої водної рослинності. Перехідною ділянкою між двома основними зонами служить *сублітораль*, яка становить разом з літораллю прибережну область озера.

Перетворення улоговини йде у двох напрямках; формування берегів і накопичення донних відкладень.

Під дією вітрових хвиль формуються профілі берегів і видозмінюються обриси берегової лінії. Якщо берегова лінія порізана, то розмиву в першу чергу піддаються виступи берега (миси); в бухтах переважає акумуляція. Поступово берегова лінія набуває більш згладжені контурів без різких виступів і значних бухт. У прибережних частинах водойм утворюються мілини.

Відклади, що поповнюють донні відкладення, надходять з водозборів під час змиву і вітрового винесення, утворюються при руйнуванні берегів і при відмирання водної рослинності і організмів. На літоралі відкладаються переважно великі частинки річкових і делювіальних наносів, продуктів руйнування берегів і торф, що складається головним чином із залишків вищої водної рослинності. Дрібніші частинки, що формують мули, заповнюють в першу чергу поглиблення дна, в яких рух води сповільнений. Таким чином, з одного боку, замулюються западини в глибинній частині озера, з іншого – заповнюються відкладами прибережні ділянки. Дно вирівнюється, водойма міліє, зарості вищої водної рослинності поступово просуваються від берегів до середини, озеро заростає. Нерідко заростання озер відбувається з утворенням сплавін – хиткого настилу з маси рослинних залишків, скріплених корінням вологолюбних рослин і мохом, що поширюються від берегів по водній поверхні.

Улоговини багатьох озер заповнені масою донних відкладів, що перевершує за потужністю в кілька разів сучасну глибину води в цих озерах.

Внаслідок обміління улоговин змінюється гідрологічний режим озер та умови життя в них. За час свого існування озеро переходить від стадії водоймища з порізаними берегами, нерівним дном, прозорою, чистою водою, багатою киснем і бідною органічною життям, до стадії заростаючого водоймища з пологими берегами, вирівняним дном, бурою, багатою органічними речовинами, водою. Кінцевою стадією розвитку озера є болото. Наведена вище схема розвитку озера може порушуватися зі зміною клімату, стоку і внаслідок тектонічних рухів земної кори.

Штучні озера – *водосховища*, створені людиною для господарського використання вод, різко відрізняються від інших типів озер як в режимі, так і з формування улоговин. Улоговинами водосховищ звичайно служать ділянки долин річок, рідше улоговини підгачених озер, іноді поєднання затопленої долини та озера. Розміри водосховищ визначаються рельєфом і

розмірами затопленої долини і дальністю поширення підпору. Найбільші водосховища за розмірами не поступаються великим озерам.

За побудовою улоговин виділяються водосховища *озерного* і *річкового* типу. Перші розташовуються в озеровидних розширеннях річкових долин (рідше в підгачених улоговинах озер) або виникають під час затоплення декількох річкових долин і розділяючих їх вододілів. Другі являють собою затоплені ділянки порівняно вузьких річкових долин і діляться на два підтипи: при затопленні заплави до корінних берегів (або терас) водосховище називається долинним, при затопленні русла і невеликої частини заплави – русловим.

У кожному великому водосховищі виділяються характерні частини улоговини, що відрізняються одна від одної морфологічними особливостями і деякими рисами режиму розташованих в них водних мас.

Нижня, *приплотинна (озерна)* частина глибоководна при будь-якій позначці рівня. Швидкості течії невеликі, за винятком часу попусків через дамбу, і змінюються внаслідок дії вітру різних напрямків, особливо в межень. Завислих наносів мало. У профундалі наноси дрібні, біля берегів – крупні. Хвилювання сильне і за інших рівних умов більше, ніж в інших частинах водойми. Переробка берегів активна. При пониженнях рівня хвилі руйнують мілини, що виникли при більш високих рівнях. Дно, за винятком прибережної частини, не піддається впливу хвиль.

Середня (озерно-річкова) частина глибоководна тільки при високих рівнях; при спрацюванні водосховища вода повністю не входить в меженне русло і заплава залишається затопленою. Поздовжні течії позначаються сильніше, ніж у нижній частині, але змінюються під дією вітру. Крупні наноси можуть відкладатися і у відкритій частині. Хвилювання досить сильне. При спрацювання глибина зменшується настільки, що все дно практично знаходиться під впливом хвиль і швидко (звичайно у 2 - 3 навігації) нівелюється. Переробка берегів слабкіше, ніж у нижній частині. При зниженні рівня мілина, що виникла при високих рівнях, не може руйнуватися через малі глибини, і абразія згасає.

Верхня (річкова) частина – при високих рівнях – мілководна озеровидна водойма; при низьких – вода здебільшого входить в меженне русло, але підпір зберігається. Великі глибини бувають тільки в руслі. Швидкості поздовжніх течій значні. Крупні наноси відкладаються ближче до середини. Хвилювання слабке і переробка берегів або відсутня, або мала.

Ділянка виклинювання підпору характеризується як сезонними змінами режиму, так і змінами його у зв'язку з роботою ГЕС. Навесні це – ріка, влітку – вузьке озеро, при падінні рівня (у зв'язку зі спрацювання) – гирло водойми, що живить річку.

Кордони частин водоймищ варіюють у зв'язку з коливаннями рівнів, швидкостями течій річок, що живлять ці водойми, і режимом роботи ГЕС.

8.2 Морфометрія озеровидних водойм

Морфометрією озеровидних водойм називається сукупність методів і прийомів кількісного вираження елементів форми і розмірів улоговин і об'єму води, що її заповнює. Абсолютні та відносні величини, які характеризують форму і розміри озерної улоговини і кількість води, що заповнює її, носять назву *морфометричних показників (характеристик)* озера.

Для визначення морфометричних характеристик озера необхідний план або карта водоймища в ізобатах або ізогипсах, побудовані за даними зйомок і промірів. При проектуванні водосховищ, для цієї мети використовується план (карта) його майбутньої чаші з нанесенням позначок підпірних горизонтів води.

Для дослідження озер застосовуються різні види зйомок. Вибір виду зйомки в кожному випадку визначається метою досліджень. Точність і детальність промірів, проведених при зйомках, пов'язана як з характером і метою досліджень, так і з особливостями озерних улоговин (дослідження складних за формою і рельєфу улоговин вимагає більш детальних промірів). Методика зйомок і промірних робіт на водних об'єктах і застосовувані для цих цілей прилади докладно розглядаються в курсах гідрометрії і водних досліджень.

Точність обчислення морфометричних характеристик окремих озер і визначення кількості і площ озеровидних водойм тієї чи іншої території (наприклад, при визначенні озерності річкових басейнів) залежить від якості й масштабу карти (плану). При морфометричних розрахунках слід віддавати перевагу великомасштабним планам і карт, тому і для зйомок озер рекомендуються великі масштаби (для малих і середніх озер, а також для прибережної смуги великих озер – не менше 1:50 000). Від масштабу карти залежать розміри, а отже, і кількість озер, що наносяться на неї. На карту наносяться тільки озера, кожне з яких займає, в масштабі цієї карти, площу не менше 2 мм. Більш дрібні озера наносяться лише в тих випадках, коли вони мають для даного району велике народногосподарське чи географічне значення.

Нижче наводиться співвідношення між масштабами найбільш уживаних карт і найменшими площами дзеркал озер (f_0), що наносяться на ці карти:

Масштаб	f_0 , км ²
1:100 000	0,02
1:200 000	0,08
1:500 000	0,50
1:1000000	2,00

Як при складанні морфометричних характеристик озер, так і при визначенні озерності території (відношення сумарної площі розташованих на ній озер до загальної площі), необхідно вказувати масштаб карти або плану, по яких проводилися обчислення.

Довжина ліній на планах озер визначається двократно за допомогою циркуля-вимірювача. Точність вимірювань залежить від розхилу вимірювача та масштабу карти. Для досягнення більшої точності дані вимірів можна редукувати (привести до масштабу 1:1). Визначати площі рекомендується за допомогою планіметра. Основні морфометричні показники озера характеризують його поверхню (довжина, ширина, площа дзеркала, довжина і порізаність берегової лінії, розміри островів), глибину, об'єм і форму улоговини, ухили дна, об'єми всієї водної маси і окремих шарів. Майже всі морфометричні показники змінюються зі зміною рівня води, тому при їх визначенні необхідно вказувати рівень, до якого вони віднесені.

8.2.1 Морфометричні показники поверхні озера

Довжина озера (L) – найкоротша відстань між двома найбільш віддаленими одна від одної точками берегової лінії, вимірюний по його поверхні. Як видно з рис. 8.1, довжина може зображуватися на плані водойми прямою або ламаною лінією, яка ніде не перетинає берегів водойми. *Ширина озера B*; середня ширина ($B_{сер}$) – частка від ділення площі дзеркала (f_0) на довжину озера (L), тобто $B_{сер} = \frac{f_0}{L}$, максимальна ширина – B_{max} – найбільша відстань між берегами по перпендикуляру до довжини водойми. У ряді випадків (наприклад, для потреб судноплавства) визначається ширина озера на найбільш вузьких ділянках.

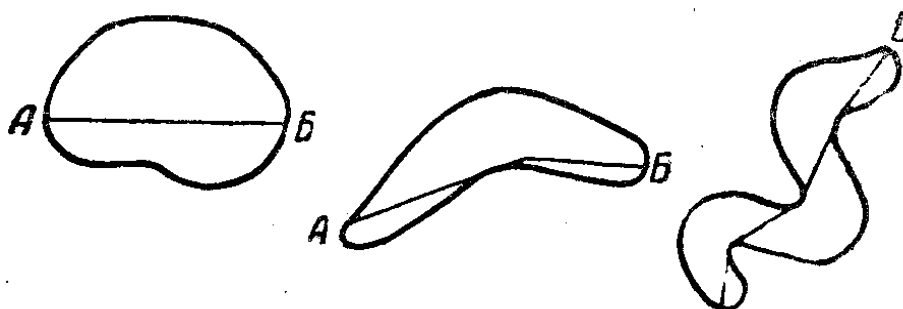


Рис. 8.1 – Визначення довжини озера (за С. Д. Муравейським).
(А – В) – довжина озера.

У попередніх дослідженнях визначалася також велика вісь озера – найкоротша відстань між найбільш віддаленими одна від одної точками берегової лінії по прямій, яка може перетинати берегову лінію і проходити через сушу, і мала вісь – найбільша відстань між берегами по перпендикуляру до великої осі. Очевидно, що обидві ці величини не повністю, характеризують розміри озера, тому при сучасних дослідженнях вони не визначаються.

Довжина берегової лінії (l) вимірюється по урізу води (нульовій ізобаті).

Розвиток берегової лінії характеризується відношенням довжини берегової лінії озера (l) до довжини кола, що має площу, яка дорівнює площі дзеркала озера:

$$K = \frac{l}{2\pi R};$$

тому що

$$R = \sqrt{\frac{f_0}{\pi}}, \text{ то}$$

$$K = \frac{l}{2\sqrt{f_0\pi}}. \quad (8.1)$$

С. Д. Муравейским було запропоновано характеризувати порізаність берегової лінії як відношення довжини берегової лінії (l) до периметра ламаної лінії, що обводить контур озера (l_1):

$$k = \frac{l}{l_1}. \quad (8.2)$$

Площа поверхні (дзеркала) озера (f_0) і площі, обмежені ізобатами (f_1, f_2, \dots, f_n). Для ряду розрахунків (визначення обсягів окремих шарів озера, залежності між площею його дзеркала і рівнем тощо) необхідно знати не тільки площу поверхні водойми, а й площі, обмежені ізобатами. Останні характеризують розміри дзеркала озера при змінах його рівня, тому їх доцільно віднести до морфометричних характеристик поверхні водойми.

Площі великих озер визначаються за трапеція, які розбивається на планах цих озер; для найбільш великих водойм при обчисленні площі враховується сферичність землі.

Планіметрування є найбільш точним способом визначення площі дзеркала озера і площ, обмежених ізобати. Наближене визначення площ може бути виконано за допомогою палетки або за способом трапецій. В останньому випадку на плані всередині контуру озера проводяться на рівних відстанях один від одного паралельні прямі, що ділять поверхню

водоймища на трапеції, бічними сторонами яких є відрізки берегової лінії; площа дзеркала визначається за формулою:

$$f_0 = m \left[\frac{a}{2} + b + c + \dots + (n-1) + \frac{n}{2} \right], \quad (8.3)$$

де a , b , $(n-1)$, n – довжини відрізків паралельних прямих, проведених усередині контуру озера, m – відстань між цими прямими.

Площа дзеркала озера, що має острови, визначається як різниця між загальною площею водойми і сумарною площею островів. Для таких озер визначається *острівність* (I):

$$I = \frac{\sum f'}{f} \cdot 100\% \quad \text{або} \quad I = \frac{f - f_0}{f} \cdot 100\% , \quad (8.4)$$

де $\sum f'$ – сумарна площа островів; f – загальна площа озера; f_0 – площа дзеркала озера.

8.2.2 Морфометричні показники об'єму, глибин і дна

В озеровидних водоймах визначається *максимальна* (H_{max}) і *середня* ($H_{сер}$) *глибини*. Перша знаходиться за даними промірів. Друга дорівнює частці від ділення об'єму озера (V) на площу його дзеркала (f_0):

$$H_{сер} = \frac{V}{f_0}. \quad (8.5)$$

Об'єм озера визначається як для всієї улоговини, так і для водної маси, що заповнює деяку частину її при даному рівні. Обчислення об'єму проводиться графічно по батиграфічній або гіпсографічній кривих або аналітично за допомогою параболічної формули або формули зрізаного конуса.

Для характеристики улоговин зі складним рельєфом необхідно враховувати обсяги западин (v_e) і підвищень (v_n) дна. У цьому випадку загальний об'єм улоговини буде:

$$V = v_{0-2} + \sum v_e + \sum v_n , \quad (8.6)$$

де v_{0-2} – об'єм шару від нульової ізобати до ізобати, що обмежує западини і підйоми дна (ізобати другого порядку).

При гідрологічних, гідрохімічних та біологічних дослідженнях часто буває необхідно характеризувати режим глибинної частини водоймища;

для цієї мети визначаються обсяги водної маси, розташованої під тією чи іншою ізобатою.

Основними морфометричних показниками дна водоймища є ухил і площа (дійсна поверхню дна).

Середній уклон дна визначається за формулою:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h \sum l}{f_0}, \quad (8.7)$$

де α – середній кут нахилу дна, $\sum l$ – сума довжин ізобати. Справжня поверхня дна (f_d) визначається за формулою:

$$f_d = \frac{f_0}{\cos \alpha}, \quad (8.8)$$

Перетин ізобат на батиметричних планах і картах слід вибирати так, щоб вони не злилися при кресленні. При визначенні перетину ізобати (h), необхідного для складання карти певного масштабу (N – знаменник масштабу), враховується уклон дна ($\operatorname{tg} \alpha$):

$$h = \frac{N}{1000} a \cdot \operatorname{tg} \alpha, \quad (8.9)$$

де a – закладення ізобати.

Найменше допустиме закладення – 0,2 мм. Практично вибирають $a \geq 1$ мм. Маючи певний масштаб і закладення, можна за наведеною формулою розрахувати перетин ізобат.

8.2.3 Батіграфічна (гіпсографічна) і об'ємна криві

Існують певні залежності між рівнем (або глибиною) озера (H), площею його дзеркала (f_0) і між рівнем та об'ємом водної маси (V). Ці залежності дозволяють визначати за даними водомірних спостережень площу і об'єм озера. Зв'язки $f_0 = f(H)$ і $V = f(H)$ мають для кожної озеровидної водойми свій характер і можуть бути виражені графічно у вигляді батіграфічної (гіпсографічної) та об'ємної кривих.

Батіграфічна крива відображає залежність між глибинами і площами, оконтуреними ізобатами на відповідних глибинах; гіпсографічна крива – та ж крива, але з відмітками ізобат (рівнів) замість глибин. Для побудови цих кривих на вертикальній осі будується шкала глибин (або рівнів), на горизонтальній – шкала площ, оконтурених ізобатами, кожна з цих площ (f_0, f_1, \dots, f_n) відкладається на горизонтальній лінії відповідної глибини (рис. 8.2). Позначені точки з'єднуються плавною кривою. У точці найбільшої глибини крива перетинає вісь глибин ($f=0$). Якщо на позначці

максимальної глибини розташовується рівна ділянка, то її площа показується горизонтальним відрізком кривої на лінії найбільшої глибини.

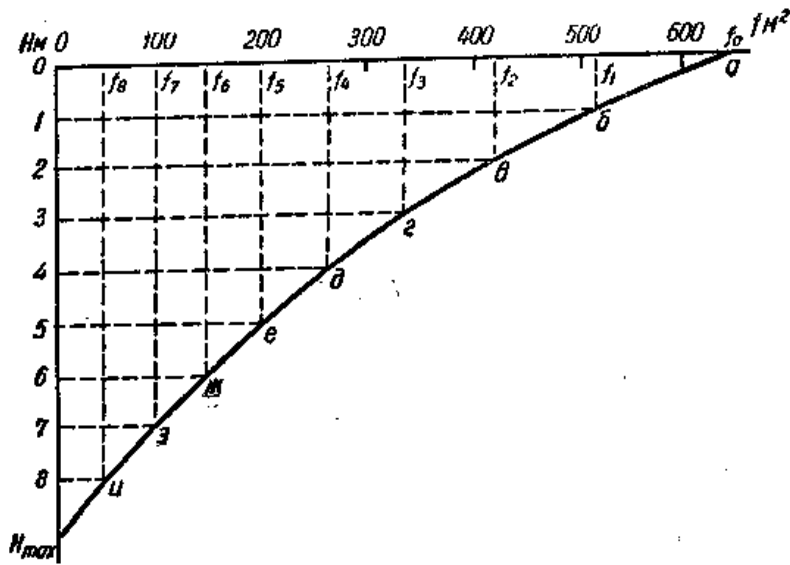


Рис. 8.2 – Батиграфічна крива озера

За допомогою батиграфічної або гіпсографічної кривої можна графічно визначити об'єм всієї водної маси озера та об'єми окремих шарів при різних рівнях. Об'єм водної маси визначається планіметруванням площі між осями координат і кривою (площа фігури $oaHmax$ на рис. 8.2) і множенням її на значення одиниці площі в масштабі креслення. Об'єми шарів визначаються аналогічно по площах, відповідним їм на кресленні (площі $oab1$, $1bv2$ і т. д. – на рис. 2). Вказаний спосіб визначення об'ємів є найбільш точним.

Об'ємна крива (рис. 8.3) відображає залежність між об'ємом водної маси озера та його рівнем (глибиною). Для її побудови по вертикалі (так само як і при побудові батиграфічної кривої) відкладаються глибини (рівні), по горизонталі – об'єми води, укладені під відповідними ізобатами: на лінії нульової глибини (відмітки дзеркала) – об'єм всієї водної маси (V), на лінії глибини 1 м – той же об'єм, за вирахуванням об'єму першого метрового шару (v_{0-1}) – ($V-v_{0-1}$), на лінії глибини 2 м – відповідно – ($V-v_{0-2}$) і т.д. Визначені точки (А, Б, В, Г, Д) з'єднуються плавною кривою. У точці найбільшої глибини об'ємна крива завжди перетинає вісь глибин ($V = 0$).

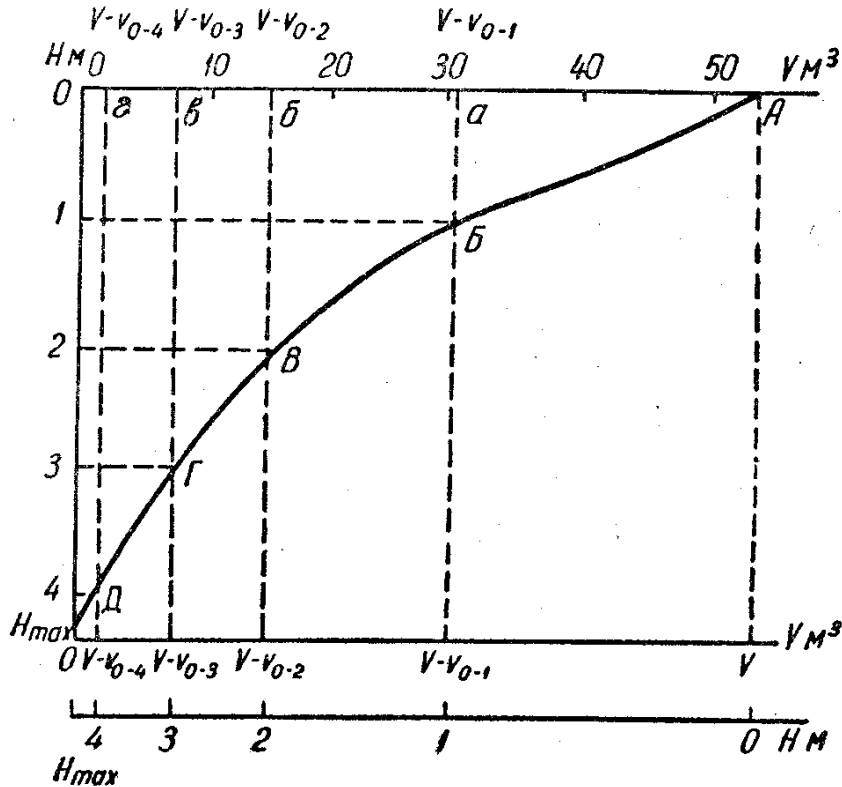


Рис. 8.3 – Об'ємна крива і об'ємна шкала озера

Батиграфічна і об'ємна криві, як правило, будуються на одному аркуші і мають загальну вертикальну шкалу. Велике значення мають ці криві при проектуванні та експлуатації водосховищ. Для розрахунку кількості тепла, кисню та інших елементів у воді озера зручно користуватися об'ємною шкалою, яка будується за об'ємною кривою. Побудова шкали ведеться шляхом проектування об'ємів V , $(V-v_{0-1})$, $(V-v_{0-2})$ і т.д. на горизонтальну пряму, розташовану на аркуші нижче об'ємної кривої (рис. 8.3). Поряд зі значеннями об'ємів виписуються глибини (відмітки ізобати), під якими розташовані ці об'єми. Якщо об'ємну шкалу розташувати вертикально, а по горизонталі відкласти кількість тепла, кисню або інших елементів в одиниці об'єму на різних глибинах і отримані точки з'єднати плавною кривою, то, визначивши площу між осями координат і кривою, отримаємо запас даного елемента у водній масі озера. Аналогічно можна розрахувати його кількість в окремих шарах, планіметруючи відповідні цим шарам площі.

Форма улоговини. Багато особливостей режиму озера визначаються формою його улоговини. Так, наприклад, озеро, що має значну площу і малу глибину, буде легше перемішуватись вітром, внаслідок чого тепло і розчинені речовини проникнуть в ньому на більшу глибину, ніж в озері того ж об'єму але більш глибокому і відповідно з меншою площею. Для характеристики форми озерної улоговини багато дослідників (Г. Ю.

Верещагін та ін) порівнювали всі озера з яким-небудь одним геометричним тілом (здебільшого з конусом). Зважаючи на розмаїття та складності форм озерних улоговин таке порівняння мало показове і ускладнює облік форм улоговин при різних розрахунках. С. Д. Муравейським (1948) запропоновано новий метод характеристики форм озерних улоговин - показник форми озерних улоговин:

$$C = \frac{H_{сер}}{S_0}, \quad (8.10)$$

де S_0 – глибина положення центру ваги озера, $H_{сер}$ – середня глибина.

Обчисливши C для різних озер, можна, по-перше, порівняти ці озера між собою за формою улоговини, по-друге, визначити, до якого геометричного тіла ближче за все кожна озерна улоговина, і прирівнювати її до відповідного тіла при морфометричних розрахунках. Показник форми для циліндра дорівнює 2,0, півкулі – 1,78, параболоїда – 1,50, конуса – 1,33.

Нижче наводиться розроблений С. Д. Муравейським метод визначення положення центра ваги озера.

Положення центра ваги по вертикалі для озера, в силу безперервності розподілу мас, при виборі початку координат на поверхні води визначиться співвідношенням:

$$S = \frac{\int H dm}{M}, \quad (8.11)$$

де S – відстань по вертикалі від поверхні озера до центру тяжіння; M – маса води всього озера; dm – елементарні маси води, H – глибина.

Інтегрування проводиться по всіх елементарних масах dm . Нехтуючи змінами густини в елементарному об'ємі, отримаємо $dm = \rho \cdot dv$, де ρ – густина; dv – елементарний об'єм води. Тоді

$$S = \frac{\int H \rho \cdot dv}{M} = \frac{\int H \rho \cdot dv}{\int \rho \cdot dv}.$$

Інтегрування проводиться по всьому об'єму озера. При незмінній густині ($\rho = \rho_0$) отримаємо

$$S_0 = \frac{\int H \rho_0 \cdot dv}{\int \rho_0 \cdot dv} = \frac{\int H \cdot dv}{V}, \quad (8.12)$$

де S_0 – положення центра ваги при незмінній густині води у всьому озері.

Величина ($\int H \cdot d\nu$) визначається графічно за об'ємною кривою.

Для першого шару (1–0 м) ця величина визначиться як площа фігури *Аба* (рис. 3), так як пряма *Ба* являється (у масштабі) глибиною *H*, а пряма *Аа* – збільшення об'єму в шарі 0 – 1 м. Аналогічно для шару 0 – 2 м отримаємо ($\int H \cdot d\nu$), визначивши площу *АВб* і т. д. Величину ($\int H \cdot d\nu$) для всього озера отримаємо, визначивши площу між осями координат і об'ємною кривою.

8.3 Проникнення тепла у воду і термічний режим водної маси

Проникнення сонячної радіації, поглинутої водою, в глибину і поширення тепла у водній масі обумовлено термічними особливостями води і рухом озерних вод. Вода має властивість вибіркового поглинання сонячної енергії, а хвилі радіації по-різному поглинаються в залежності від їх довжини. Найбільш інтенсивно водою поглинається довгохвильова (інфрачервона), потім короткохвильова (УФ) і найменше – видима частина спектра.

Промені з довжиною хвилі більше 1500 μm не проникають глибше 1 см, на глибину 1 м проникають тільки хвилі коротше 900 μm , на глибині 100 м можна виявити лише дуже ослаблену поглинанням ділянку спектра з довжиною хвиль 350 – 600 μm .

За даними розрахунків і спостережень на деяких водоймах, можна зробити висновок, що найбільш інтенсивне поглинання сонячної радіації відбувається в досить тонкому поверхневому шарі водної маси.

З даних Беджі і Джеді [13] Можна зробити висновок про поглинання переважної частини сонячної енергії в першому метровому шарі води і про більшу інтенсивність її поглинання водами, які містять суспензії та мають темне забарвлення, в порівнянні з прозорими водами. Так, в озерах зі слабо забарвленою водою (Пауто, Сільвер) і малою мутністю на глибину 1 м проникає 22–29 %, а на глибину 5–4,4 м – 5,6 %, що надійшла на поверхню радіації; в озерах з густо пофарбованою водою і високої мутністю (Тертль, Хельмет) до глибини 1 м доходить всього 1,1–7,3 %, а до глибини 5 м – не більше 0,02 % радіації, що падає на поверхню води.

Якщо проаналізувати поглинання радіації в першому метровому шарі (за тими ж матеріалами Берджі і Джеді), то виявиться, що в шарі води 25 см поглинається в озерах з малою мутністю 43 –59 %, а в озерах з підвищеною мутністю – 70 – 80 % падаючої радіації.

Розглянуті особливості поглинання сонячної радіації дозволяють зробити висновок, що в нерухомій воді нагрів відбувався б лише в самому верхньому шарі, проникнення ж тепла в глибину здійснювалося б у незначних розмірах. Про це свідчать і дані про теплопровідність води.

Якби вода була зовсім нерухома, то нагрів її до тих температур, які вона має в природі, був би неможливий. Молекулярна теплопровідність нерухомої води значно менше теплопровідності ряду гірських порід (коефіцієнт теплопровідності нерухомої води дорівнює 0,0015, піску – 0,0026, граніту – 0,0097).

У нерухомій воді добові коливання температур відчувалися б тільки до глибини 40 см, а річні – до глибини близько 8 м. Добова амплітуда температур зменшилася б у десять разів вже на глибині 15 см.

В озерах добові коливання температур простежуються на глибині декількох метрів, а річні зазвичай захоплюють всю водну товщу (за винятком деяких найбільш глибоких озер). Оскільки молекулярної теплопровідності для здійснення теплообміну в таких потужних шарах води недостатньо, ясно, що в глибини тепло може потрапити тільки шляхом перенесення його з частинками води.

Перенесення тепла в глибини озера, а отже і термічний режим глибин, пов'язаний з двома видами *перемішування вод*: *конвективним* – вертикальним обміном частин води, пов'язаним з різницею густин цих частин, і *турбулентним*, що виникають в результаті руху водних мас, викликаного динамічним фактором.

Конвекція може призвести до нагріву глибинних шарів прісного озера тільки при вихідних температурах води нижче 4°. Пояснимо це на прикладі. Якщо вода якого-небудь озера має температуру 3° і в поверхневому шарі відбувається нагрів до 4°, то вода з температурою 4°, як вода з більшою густиною, занурюється в глибину, а на її місце піднімається більш холодна вода, яка має меншу густину. Конвекція триватиме (при нагріванні поверхневих шарів води) до тих пір, поки вся вода озера не досягне температури 4°. При подальшому нагріванні тепло буде концентруватися (за відсутності перемішування) тільки в поверхневому шарі. При температурах вище 4° конвекція може лише охолоджувати озеро, тому що в цьому випадку в глибини буде надходити з поверхні тільки більш холодна вода (і з більшою густиною). Тепла (отже, має меншу густину) вода зможе проникати в глибини тільки під впливом динамічних чинників, тобто шляхом турбулентного перемішування. Фактор, що викликає це перемішування в озері – вітер.

Перемішування озерних вод поширюється на різну глибину в залежності від сили вітру, форми і розмірів озерної улоговини. При сильному вітрі у відкритому водоймищі з достатньою площею дзеркала розвивається значне хвилювання пов'язане, крім вітру, з розгоном хвиль; це може спричинити повне перемішування його вод до дна.

Теплопровідність льоду і особливо снігу, що покриває лід, невелика. Середній коефіцієнт теплопровідності чистого льоду дорівнює 0,0054 кал/см²секград (при густині 0,92); коефіцієнт теплопровідності снігу (при густині 0,15 – 0,20) коливається в межах 0,00015 – 0,00027. Внаслідок

малої теплопровідності льоду та снігу теплообмін водної маси озер з атмосферою в період льодоставу (за винятком періоду перед розкриттям) практично не позначається на термічному режимі.

В результаті надходження і віддачі тепла через водну поверхню і перерозподілу його у водній масі в озерах спостерігаються різні типи термічного режиму.

Розглянемо особливості розподілу температури протягом року в прісних озерах зони помірного клімату.

Весняний період термічного режиму починається в озерах зі стійким льодяним покривом ще задовго до моменту відкриття. Як ми побачимо далі, пізньої осені в цих озерах більш високі температури (зазвичай близькі до 4°) спостерігаються в придонних шарах води. Поверхневі шари мають низькі (у самому верхньому шарі близькі до 0°) температури. Такий розподіл температур, обумовлений зменшенням густини прісної води при її охолодженні нижче 4°, зберігається протягом зимового періоду під льодом (крива IV, рис. 8.4) і носить назву *зворотної температурної стратифікації*.

Сніг, що покриває лід більшості озер в зимовий період, практично припиняє теплообмін водної маси озера з атмосферою. Навесні, у міру танення снігу, сонячна радіація починає проникати через лід у воду. Інтенсивність цього проникнення сильно варіює залежно від кількості падаючої на поверхню льоду радіації, висоти сонця, товщини і структури льоду та снігу на льоду. Вона досягає максимуму при повному очищенні поверхні льоду від снігу. Оскільки під льодом не може відбуватися вітрового перемішування, а вільна конвекція дуже уповільнена при низьких температурах і малих градієнтах їх по вертикалі, тепло, що проникло через лід, концентрується в тонкому верхньому шарі води.

Частина тепла витрачається далі на танення льоду, інша частина шляхом дуже повільної вільної конвекції проникає глибше і йде на нагрівання води. Це явище було пояснено Л. Л. Россолімо за спостереженнями на Косинських озерах під Москвою, де при підлідному нагріванні виявлялася *мезотермія* (максимум температури на деякій глибині) з найбільшими температурами на глибинах 0,5 – 0,75 м. Підлідна весняна мезотермія відзначена на цілому ряді озер. На рис. 8.5 наведені графіки зміни температури з глибиною в Істрінському водосховищі каналу ім. Москви за спостереженнями, проведеними А.А.Сперанською за допомогою електротермометрів. Тут ясно видно максимум температур на глибинах 0,25–0,30 м.

Спочатку весняне нагрівання відбувається при зворотній температурній стратифікації, яка утримується і після скресання озера (на великих глибоких озерах протягом тривалого часу). Після скресання озера, зі зростанням кількості поглиненої радіації, частина води в поверхневому шарі нагрівається до температур, близьких до 4°, густина води зростає,

виникає вільна конвекція, яка вирівнює температури спочатку у верхньому шарі, а потім у всій водній масі.

Вирівнювання температури значно прискорюється вітровим перемішуванням, яке досягає навесні значних глибин у зв'язку з малою різницею температури і густини води, а отже, і малою стійкістю по вертикалі.

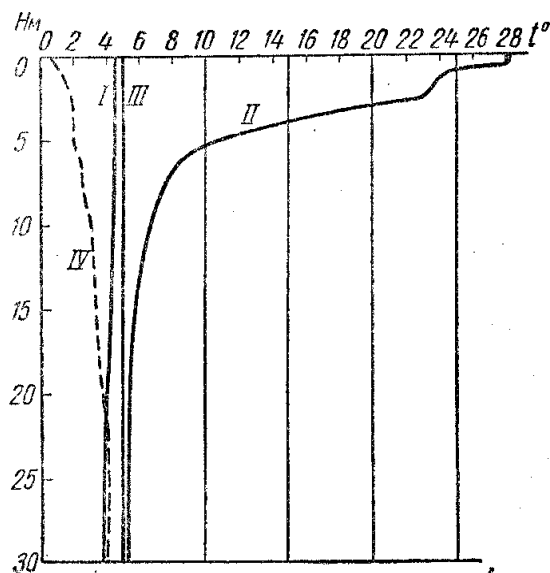


Рис. 8.4 – Криві зміни температури води з глибиною по сезонах в оз. Глибоке Московської обл. (I – весна, II – літо, III – осінь, IV – зима).

Залежність між температурою і густиною води непрямою. Густина змінюється зі зміною температури повільніше при низьких температурах, ніж при високих (табл. 8.1). Так, наприклад, при зміні температури на 1° – з 3° до 4° – густина змінюється на $8 \cdot 10^{-7}$ г/см²; при зміні ж температури також на 1° , але з 20° до 21° – на $221 \cdot 10^{-7}$ г/см². Навіть при однакових градієнтах температур градієнти густини значно більші при високих температурах, ніж низьких. Завдяки цьому стійкість озерних вод влітку зростає не тільки зі збільшенням вертикальних температурних градієнтів, але і з підвищенням температури води. Напочатку весни, коли температура води низька, вертикальні градієнти температур і густин невеликі, навіть невеликий вітер може легко перемішати всю водну масу озера.

У період нагрівання при зворотній температурній стратифікації на озерах часто спостерігається явище *діхотермії* (мінімум температури на деякій глибині). Вона виникає в ясні штильові дні у зв'язку з тим, що вільна конвекція не встигає вирівняти температури верхнього шару, що

нагрівся, і більш холодного, що зберігся на певній глибині. Приклад діхотермії для глибокого і мілкого озера наведено на рис. 8.6 і 8.7.

Таблиця 8.1 – Температура і густина прісної води

Температура	Густина, г/см ²	Температура	Густина, г/см ²
0°	0,999868	16°	0,998970
4°	1,000000	20°	0,998230
8°	0,999876	24°	0,997323
12°	0,999525	30°	0,995673

Вільна конвекція і вітрове перемішування приводять озеро у стан весняної *гомотермії* – наявності однакових температур у всій водній масі. В період весняної гомотермії вода озера легко перемішується вітром, внаслідок чого водна маса стає однорідною за своїми характеристиками (мінералізації, каламутності, насичення газами і т.п.). Тривалість і інтенсивність весняного перемішування надзвичайно важлива для життя в озері, тому що в цей період глибинні шари його насичуються киснем.

Гомотермія встановлюється за температур, близьких до 4°, але може спостерігатися (при сильних вітрах) і за більш високих температур. В мілких озерах при великих площах дзеркала вітрове перемішування може підтримувати гомотермію навіть протягом всього безлідного періоду. Деякі незамерзаючі озера, внаслідок зимового перемішування, вступають у весняний термічний період в стані, дуже близькому до гомотермії. Придонні температури їх у цей момент досягають мінімуму. Прикладом такого типу озер може служити Севан.

Наприкінці весняного термічного періоду внаслідок подальшого нагрівання поверхні озера (особливо в теплі штильові дні) різниця температур поверхневих і глибинних шарів води зростає. Збільшуються вертикальні температурні градієнти і ще більш інтенсивно – вертикальні градієнти густини води. В міру збільшення різниці температур між верхніми і глибинними шарами води градієнти густини збільшуються настільки значно, що створюють у водній масі таку стійкість, яку перемішування може подолати тільки до певної глибини, обумовленої морфометричними особливостями озера, ступенем нагріву і силою вітру.

На цій глибині градієнти температур і густини води досягають найбільшої величини по вертикалі. В озері встановлюється *пряма температурна стратифікація*, що характеризується зниженням температури з глибиною.

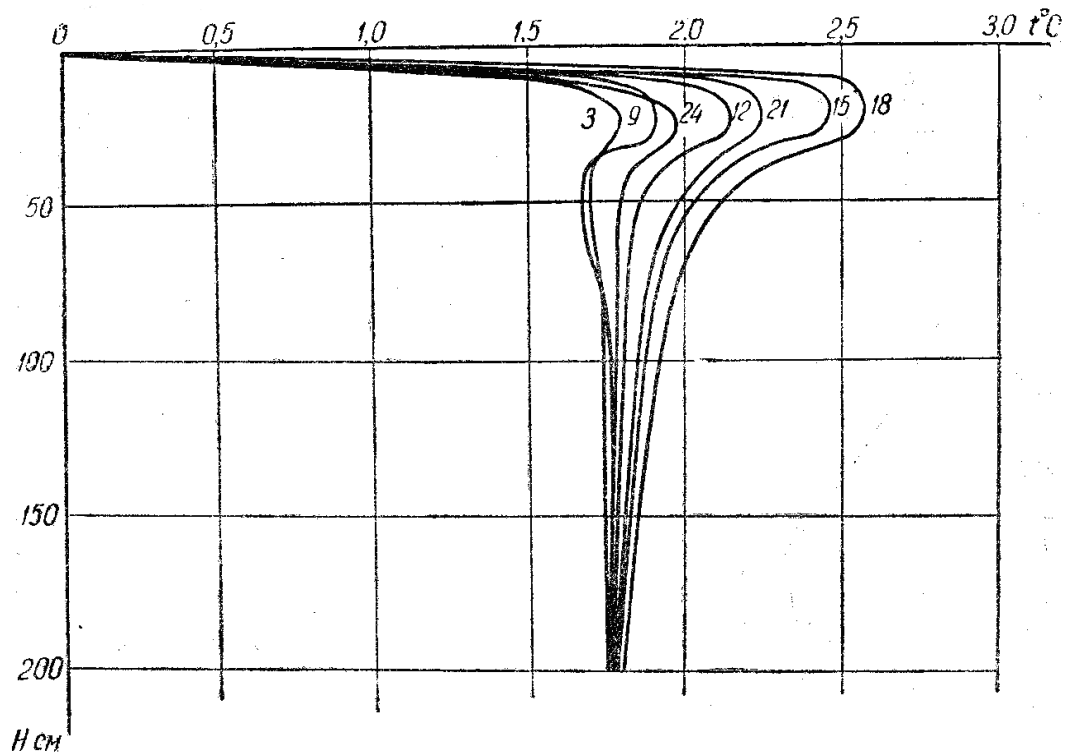


Рис. 8.5 – Зміна температури води з глибиною в період підлідного нагрівання в Істрінському водосховищі 11-13.04.1952 р. (за даними А.А.Сперанської). Цифри на кривих – години.

Весняний період термічного режиму закінчується виникненням в озері вертикальних термічних зон.

Настає літній період річного теплобігу озера, для якого характерне убавання температури з глибиною і в більшості озер чіткий поділ водної маси на термічні зони. Для повного перемішування озера потрібний вітер вже значної сили. Тому вітром перемішується лише порівняно невеликий верхній шар води, в якому встановлюється однорідна, вища, ніж в глибинних шарах, температура. Між нагрітим поверхневим шаром і холодним глибинним знаходиться тонкий (від декількох дециметрів до декількох метрів) шар розділу. У цьому шарі температура різко знижується з глибиною. Таким чином, в озері чітко намічаються три вертикальні термічні зони (рис. 8.4, крива II і рис. 8.8). У верхній зоні (*епілімніоні*), яка нагріта сильніше двох останніх, температури по вертикалі убавують дуже небагато. Середня зона (*металімніон*, або *шар температурного стрибка*) характеризується різким падінням (стрибком) температури з глибиною. Різниця температур в ній може досягати (у жарке і тихе літо) 20° і більше, а вертикальний градієнт температури – 8° – 10° на 1 м. Нижня, відносно холодна зона (*гіполімніон*) відрізняється плавним і незначним зниженням температури з глибиною.

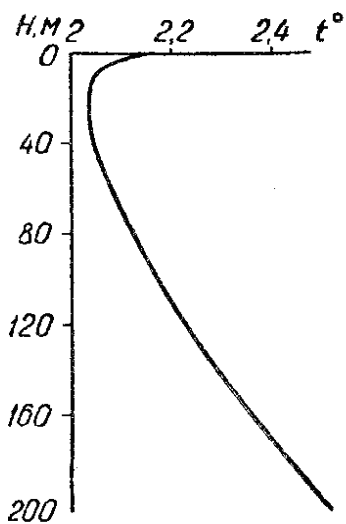


Рис. 8.6 – Діхотермія в Телецькому озері (22.05.1931 р.).

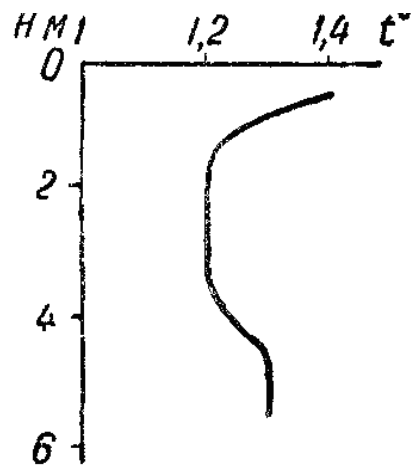


Рис. 8.7 – Діхотермія в озері Ільмень (28.04.1924 р.).

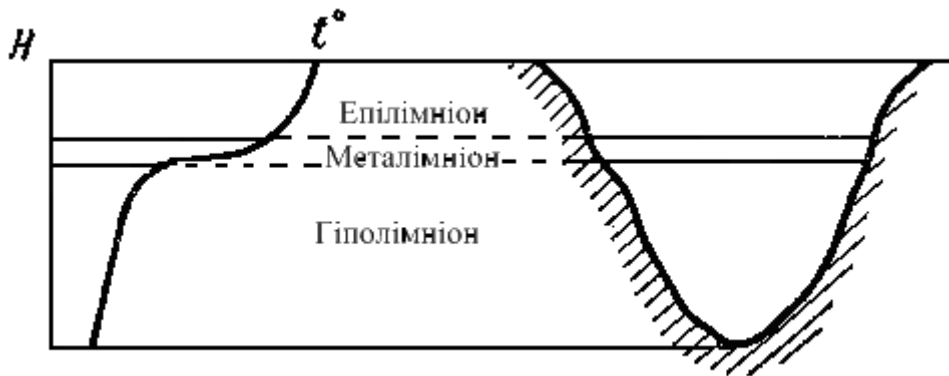


Рис. 8.8 – Вертикальні термічні зони в озері

На першому етапі літнього термічного періоду вертикальні температурні зони хоча і існують, але вони дуже нестійкі. Градієнти температури і густини води в шарі стрибка не настільки великі, аби створити достатній опір перемішуванню при сильних вітрах. Шар стрибка може опускатися в результаті перемішування на значні глибини, а у верхніх шарах, якщо настає після вітрів штильова погода, виникає новий шар стрибка, що знищується або занурюється у свою чергу при вітрі на глибину. Таким чином, при чергуванні вітряної і штильової погоди, не лише навесні, але і літом, у водній масі може спостерігатися декілька шарів стрибка, розташованих один під іншим. Скачки ці дуже нестійкі і легко знищуються при штормових вітрах.

Між метеорологічними умовами весни і нагріванням глибинних шарів озера існує тісна залежність. Якщо весна тепла і дружна, то в озері (лише при слабких вітрах) швидко виникає пряма стратифікація, шар

температурного стрибка розташовується високо (близько до поверхні), глибинні шари води не встигають прогрітися і у гіполімніоні влітку зберігаються низькі температури.

В разі холодної і затяжної весни гомотермія продовжується довше, в глибинні шари встигає проникнути більша кількість тепла і води гіполімніону влітку мають вищі температури.

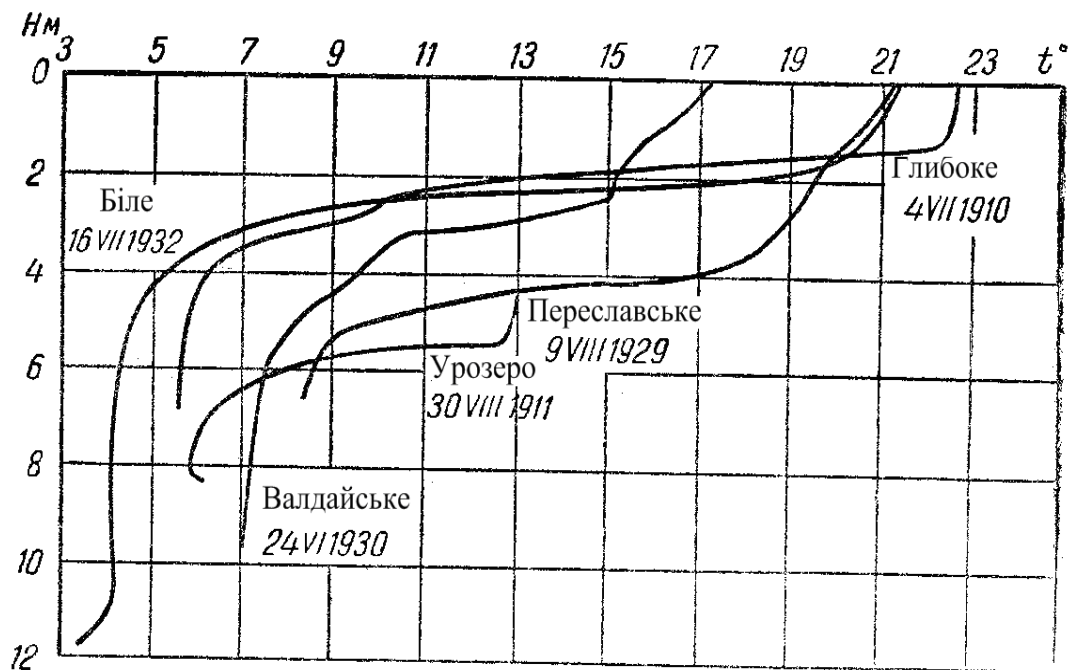


Рис. 8.9 – Пряма термічна стратифікація в озерах середніх глибин Європейська частина Росії (за даними С. Р. Лепньової)

Положення шару температурного стрибка (металімніона) пов'язане з мірою нагріву поверхневих шарів води, силою вітру і морфометричними особливостями улоговини. Чим сильніше вітер, тим глибше за інших рівних умов розташований шар стрибка. Цілком природно, що в різних озерах навіть однієї географічної зони шар стрибка розташовується на різних глибинах і положення його міняється в окремі роки. Для ілюстрації сказаного на рис. 8.9 наводяться криві розподілу температур по вертикалі в різних озерах Росії (по даним С. Р. Лепньової).

У неглибоких озерах навіть протягом одного літа може спостерігатися залежно від метеорологічних умов чергування термічного розшарування з прямою стратифікацією без термічних зон і навіть з майже повною гомотермією (рис. 8.10).

Потужність епілімніону зазвичай досягає 2–10 м, а в сильно перемішуваних озерах, як наприклад Севан і Урозеро, 18–20 м.

Металімніон займає шар від декількох дециметрів до 2–7 м і лише в окремих випадках – до декількох десятків метрів (Севан – 15 м; Телецьке – 40 м).

У озерах з відкритими, доступними для вітру берегами перемішування вод сильніше і шар температурного стрибка розташований глибше. Озера, що мають велику площу дзеркала і малу глибину, перемішуються сильніше, ніж глибокі з відносно малою площею. Тому в мілких озерах шар температурного стрибка лежить ближче до дна, а в багатьох з них його не буває протягом всього літа.

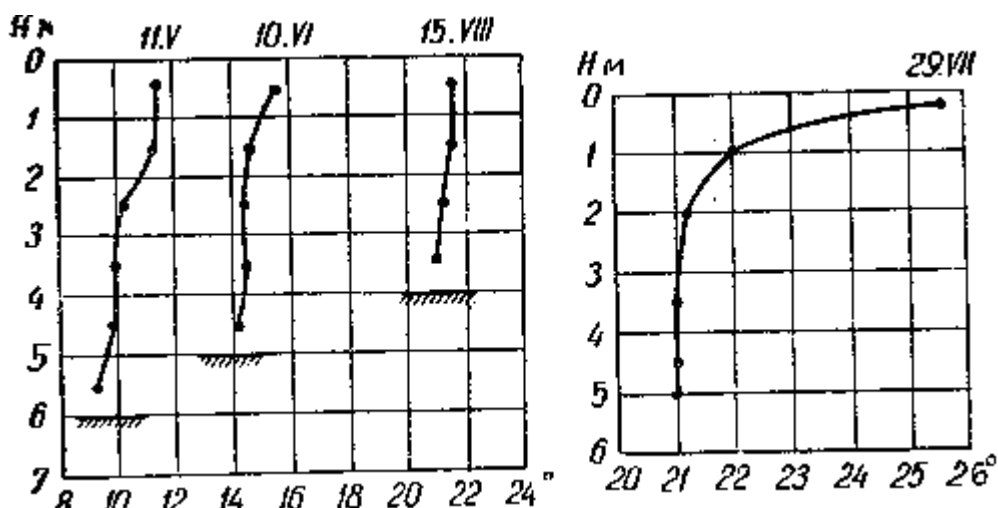


Рис. 8.10 – Розподіл температури води по вертикалі в оз. Ільмень літом 1924 р. в с. Трійця (а – при вітрі, б – при штилі)

Сильні вітри спричиняють в озері занурення шару стрибка на великі глибини і охолодження епілімніону за рахунок змішення його вод з водами верхньої частини гіполімніону (рис. 8.11).

У літній період, при відносній стабілізації термічних зон, теплообмін з атмосферою здійснюється практично лише за рахунок епілімніону. Тому хід середньої температури епілімніону досить близький до ходу середньодобових температур повітря, тоді як графік коливань середньої температури всієї водної маси має більш згладжений вигляд, а середня температура гіполімніону майже постійна протягом всього літа (рис. 8.12).

Гіполімніон термічно ізольований шаром температурного стрибка від дії атмосфери.

Епілімніон, металімніон і гіполімніон мають не лише специфічні термічні особливості, але і є зонами, в яких відрізняються хімічний, газовий і біологічний режим, оскільки при значних градієнтах густини води обмін вод між ними утруднений, а у ряді озер його практично не відбувається.

Епілімніон отримує з повітря кисень, в ньому досить сприятливий світловий режим і добре розвинене органічне життя.

Металімніон є (завдяки великим градієнтам густини води) перешкодою для перемішування і проникнення кисню в гіполімніон. Він є перешкодою і для ряду планктонних організмів. В гіполімніоні озер, донні відкладення яких багаті органічними речовинами, влітку відчувається значний дефіцит кисню, який витрачається на розкладання органічної речовини і дихання водних організмів.

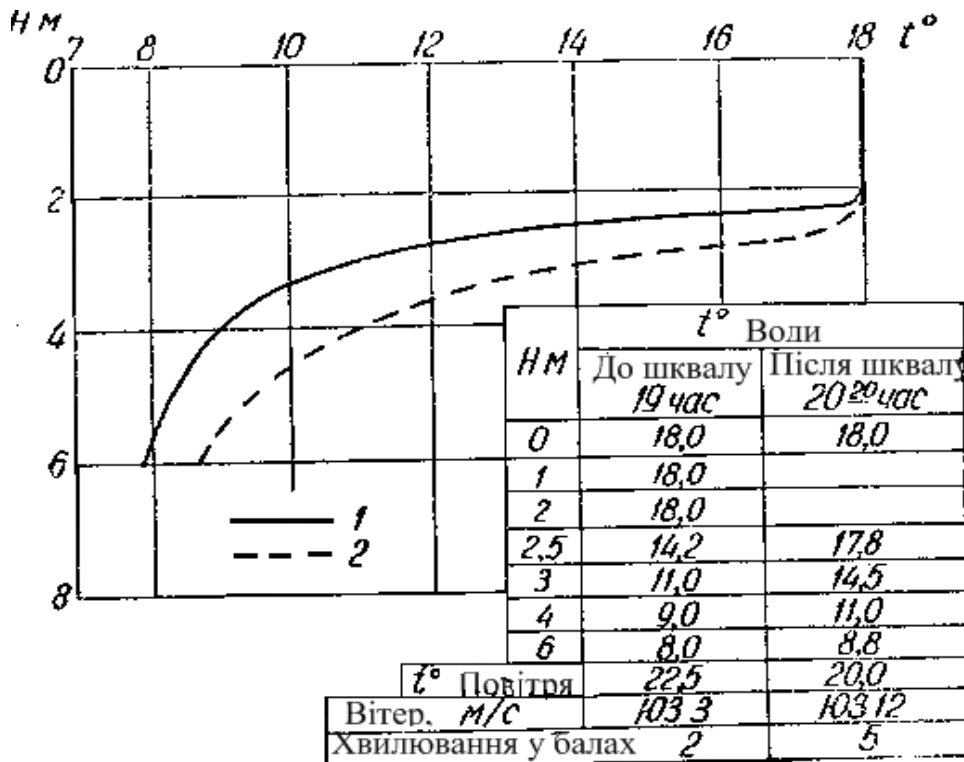


Рис. 8.11 – Зміна положення шару температурного стрибка в оз. Глибоке (Московська обл) 1.06.1946 р.(1 – до шквалу, 2 – після шквалу)

Влітку при прямій стратифікації у верхніх шарах води озер, вранці (рідше увечері), особливо в ясну штильову погоду, спостерігається мезотермія, яка викликається охолодженням поверхневого шару при сильному випромінюванні, але вдень вона зникає внаслідок вітрового перемішування (рис. 8.13).

В кінці літнього періоду (для озер середніх широт України і Росії зазвичай в серпні) починається охолодження водних мас, обумовлене переважанням тепловіддачі з водної поверхні над припливом тепла. Це охолодження деякий час відбувається за наявності прямої температурної стратифікації і вертикальних термічних зон, які лише видозмінюються перемішуванням і перерозподілом тепла.

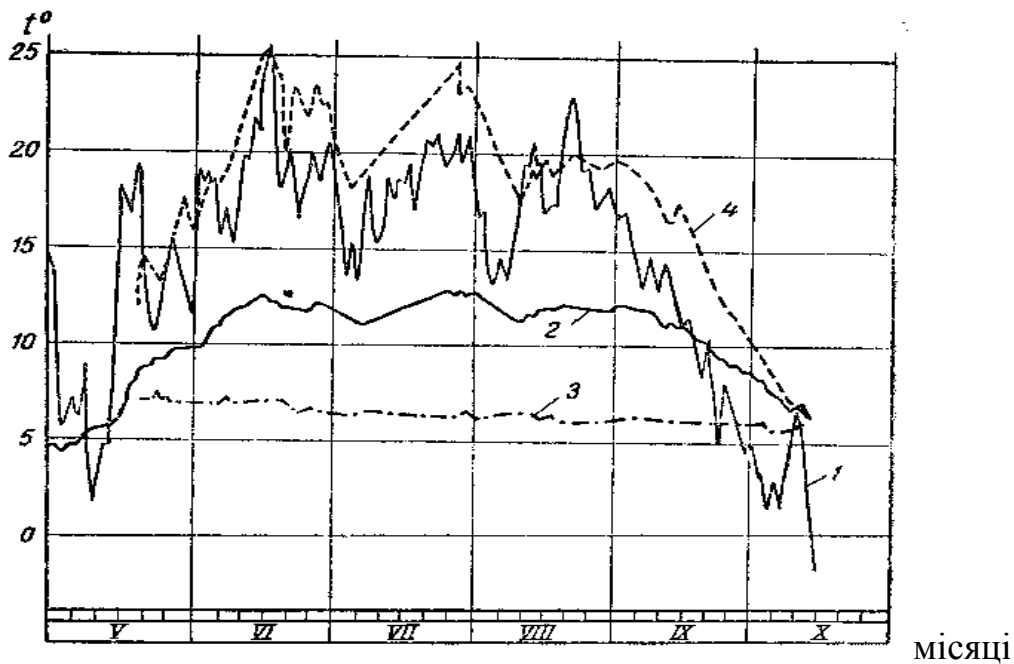


Рис. 8.12 – Графіки коливань середніх температур повітря і води (оз. Глибоке, 1946 р.): 1 – середньодобова температура повітря, 2 – середня температура водної маси озера, 3 – середня температура гіполімніону, 4 – середня температура епілімніону.

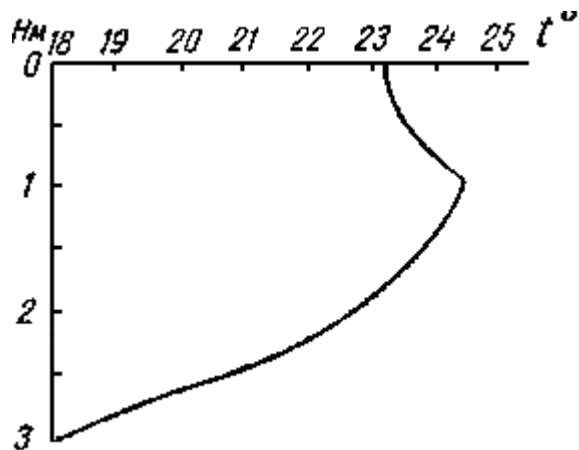


Рис. 8.13 – Мезотермія в оз. Глибоке 28.06.1946 р.

Проміжок часу від початку охолодження до встановлення гомотермії, протягом якого літні термічні особливості водної маси ще зберігаються, можна вважати перехідним від літа до осені, назвавши його літньо-осіннім етапом термічного режиму, аналогічно весінньо-літньому етапу в період нагріву. Охолодження поверхневого шару води спричиняє конвекцію; охоложені частинки переміщуються углиб, тепліші – у верхні шари. У зв'язку з тим що охолодження верхнього шару води

відбувається швидше, ніж вирівнювання температур в епілімніоні конвекцією, в озерах виникає мезотермія, аналогічна літній мезотермії.

Конвекція особливо посилюється вночі і при різких похолоданнях. Епілімніон при цьому охолоджується, різниця температур і густина води між ним і гіполімніоном зменшується. При меншій різниці густини шарів води вітер може перемішувати велику товщу води. Завдяки перемішуванню шар температурного стрибка занурюється, збільшується потужність епілімніону і зменшуються вертикальні градієнти температур в металімніоні.

Охолодження епілімніону і занурення шару стрибка продовжується до тих пір, поки різниця температур (і густини) води епілімніону і гіполімніону не зменшиться настільки, що вітрове перемішування досягне глибин озера і встановиться осіння гомотермія, в період якої водна маса озера є як би суцільним епілімніоном.

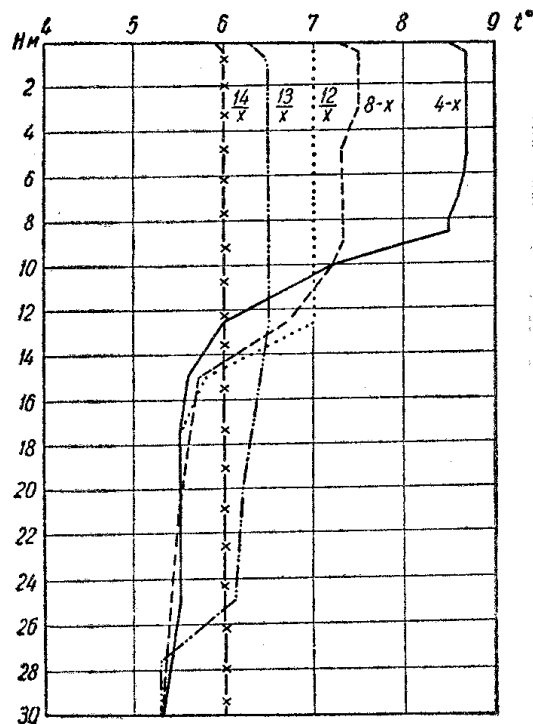


Рис. 8.14 – Зміна температури води з глибиною в оз. Глибоке (Московська обл.) восени 1946 р.

На рис. 8.14 показаний розподіл температур по вертикалі в озері в період охолодження. При послідовному розгляді приведених кривих ясно видно занурення шару температурного стрибка і зменшення градієнтів температур в ньому.

Інтенсивність і глибина перемішування залежать, так само як і в інші періоди, від морфології улоговин. У якнайглибших озерах (Байкал і ін.)

вітрове перемішування не захоплює всієї водної товщі і обмежується зазвичай шаром близько 300 м.

Гомотермія може виникнути при самих різних температурах залежно від сили вітру, температури гіполімніону і морфологічних особливостей улоговини. Чим вище температура гіполімніону і чим менше глибина, тим за інших рівних умов раніше і при вищих температурах настає гомотермія. Наприклад, за даними Б. Д. Зайкова, в районі максимальних глибин озера Севан гомотермія настає в кінці грудня при температурах біля 5° , а на ділянках з глибинами порядку 30 м – в кінці жовтня – початку листопада при температурах 10° – 12° .

Стан осінньої гомотермії продовжується, порушуючись (особливо в невеликих озерах) прямою стратифікацією в штильові сонячні дні, до тих пір, поки температура води в озері не досягне величин, близьких до 4° . При вітрах, сила яких достатня для перемішування озера, охолодження всієї водної маси і стан гомотермії продовжується при температурах нижче 4° .

У осінній період, так само як і навесні, глибинні шари води збагачуються киснем, але більшою мірою, оскільки низька температура води, сприяє більшому розчиненню кисню і тримається довше. При подальшому охолодженні верхніх шарів води до температур нижче 4° густина їх стає менше густини глибинних вод, що мають температури, близькі до 4° . Вільна конвекція припиняється. Виникає різниця густини води, що утрудняє перемішування.

У озері встановлюється зворотна температурна стратифікація (крива IV, рис. 8.4), характерна для зимового періоду термічного режиму.

У мілководних озерах, відкритих для дії вітру, перемішування, викликаючи доступ тепла з глибин, заважає охолодженню поверхневого шару води до 0° ; відбувається значна втрата тепла, і для періоду замерзання характерні низькі температури у всій водній товщі. Навіть на такому великому озері, як Ільмень, у момент замерзання температура біля дна становить приблизно 1° , у решті маси води – нижче 1° . Малі озера, захищені від вітру, зберігають при замерзанні більше тепла. Особливо яскраво це помітно на невеликих озерах Крайньої Півночі, де при штилі або слабких вітрах тепловіддача йде з самої поверхні води. Наприклад, в оз. Сардонах (у районі м. Верхоянська) у момент замерзання 2.IX.1902 р. температура на глибині декількох сантиметрів була $4,1$ – $4,2^{\circ}$. У глибоких озерах вся водна маса не встигає вихолодитися до моменту замерзання, і на глибинах температура зазвичай близька до 4° .

На незамерзаючих озерах охолодження, особливо інтенсивне при вітровому перемішуванні і циркуляції, продовжується протягом всієї зими. Температура води в них досягає мінімуму перед початком весняного нагріву; на тих з них, глибина яких не дуже велика, до кінця зими встановлюється гомотермія.

У мілководних і середньої глибини озерах і водосховищах мінімальні температури спостерігаються в період льодоставу. Далі, в слабо проточних або застійних водоймищах, відбувається підлідне нагрівання води за рахунок тепловіддачі дна, що продовжується до кінця зими.

Прогрівання відчувається спочатку лише в придонних шарах, потім поступово поширюється вгору. У Білому озері (група Косинських озер в Московській обл.), наприклад, з 6.XII.1928 р. (3-й день після замерзання) до 14.01.1929 р. температура підвищилася на глибині 12 м на $1,30^{\circ}$, на 8 м – $1,10^{\circ}$, на 4 м – на $0,80^{\circ}$ і на 2 м – на $0,38^{\circ}$. Інтенсивність прогрівання в другій половині зими зменшується як унаслідок вичерпання запасу тепла в донних відкладеннях, так і в результаті зменшення різниці між температурами дна і придонного шару води.

У проточних водоймищах частина тепла, що надходить з дна, виноситься витікаючою річкою, теплозапас дна виснажується швидше, і прогрівання закінчується зазвичай в середині зими, в період зимового максимуму температури. Після цього відбувається охолодження і перед початком весняного прогрівання настає другий мінімум температури.

Теплообмін водної маси з дном в мілких озерах має деякі специфічні риси, пов'язані з морфологією улоговин. Чим менше глибина озера і чим більшу площу займає в ньому мілководдя, тим сильніше прогрівається влітку ґрунт дна. Сильно прогрітий ґрунт мілководдя починає віддавати тепло водній масі значно раніше, ніж холодніший ґрунт глибинних ділянок. Тепловіддача дна в мілких озерах і на літоралі крупних озер починається в кінці літа – початку осені. Оскільки дно в мілких озерах нагрівається сильніше, а об'єм їх водної маси малий, тепловіддача в них йде інтенсивніше і підлідне нагрівання більше. Зменшення цього прогрівання може відбуватися в результаті великої тепловіддачі восени, що знижує теплозапас дна.

У глибоких озерах тепловий потік від дна настільки незначний, що не справляє скільки-небудь істотного впливу на зимовий термічний режим. У цих озерах охолодження продовжується і після льодоставу, але інтенсивність його різко зменшується в порівнянні з охолодженням відкритої поверхні внаслідок теплоізолюючої дії льоду і снігу.

Горизонтальний розподіл температури в озерах завжди характеризується більшою або меншою неоднорідністю. Чим складніше форма озера і особливо контури берегової лінії, тим різкіше виражена горизонтальна неоднорідність температур. Відмінність температур прибережних і відкритих частин спостерігається навіть в невеликих озерах простої форми. Як вода, так і дно в прибережній частині нагріваються і охолоджуються швидше, ніж у відкритій. У деяких озерах навесні температура біля берегів досягає $12-14^{\circ}$, а у відкритій частині лише $6-7^{\circ}$.

Контрольні питання:

1. Зовнішні фактори, під дією яких відбувається перетворення улоговин озер. Зони озерних улоговин.
2. Типи водосховищ за побудовою улоговин.
3. Ділянки озер, які мають складні обриси у плані та пересічений рельєф дна.
4. Ділянки улоговини в крупних водосховищах.
5. Розподіл температур у озері. Поняття прямої і зворотної температурної стратифікації, гомотермії, мезотермії і діхотермії.
6. Термічні зони озера.

9 РУХ ОЗЕРНОЇ ВОДИ

Рух озерних вод може бути поступальним (течії, перемішування) або коливальним (хвилі, сейші). В більшості випадків обидва види руху поєднуються. Наприклад, при підході хвиль до берега і при їх руйнуванні виникають хвилеві течії в прибережній ділянці, наганяння і зганяння є однією з причин виникнення сейшів і тому подібне. Вітер, впливаючи на водну поверхню, спричиняє одночасно хвилі, течії і перемішування. Будь-яка частка води бере участь у всіх цих рухах одночасно. Товщина шару води, який охоплений рухом, визначається загалом переважаючою довжиною хвилі.

Основними чинниками, що обумовлюють рух води озер, є:

1) вітер, що викликає течії, хвилі, турбулентне перемішування вод, згони і нагони;

2) різниця густини води, що обумовлює конвективне перемішування.

Водотоки, що впадають і витікають з озер, створюють течії, часто лише біля гирла або витоку цих водотоков, але в багатьох водоймищах річкові течії поширюються на великі відстані, а в малих проточних озерах і водосховищах можуть позначатися і у всій водній масі. Меншу роль відіграють чинники, що діють нерегулярно, – різниця атмосферного тиску над окремими ділянками озера, яка викликає сейші; землетруси і тектонічні рухи земної кори, що приводять в рух всю масу води або дають крупні хвилі. Останні чинники діють лише в деяких районах. Нижче розглядаються основні види руху озерних вод.

9.1 Хвилі

Оскільки загальна теорія хвилевих рухів у водному середовищі детально викладається в спеціальному керівництві, в цьому курсі ми

зупиняємося в основному лише на специфіці хвилювань в озерах і водосховищах.

Частки води, що беруть участь в хвилевому русі, здійснюють коливання по орбітах і одночасно пересуваються у вітровій течії і перемішуванні, як говорилося вище.

Хвилі характеризуються розмірами (висотою і довжиною), формою, швидкістю орбітального руху часток (V) і швидкістю поступального руху самої хвилі (C), періодом (T). Вища точка хвилі називається гребенем, нижча – підшоною. *Висота хвилі* (h) – перевищення її гребеня над підшоною, *довжина хвилі* (L) – відстань між сусідніми гребенями або підшовами. *Крутість хвилі* (ε) – відношення висоти до її довжини $\varepsilon = \frac{h}{L}$.

Період хвилі (T) – час, протягом якого частинки здійснюють повне коливання по своїх орбітах. *Вік хвилі* (B) – відношення швидкості хвилі (C) до швидкості вітру (W): . Між характеристиками хвилі (для глибокої води) існують наступні залежності (табл. 9.1)

Таблиця 9.1 – Співвідношення між елементами трахоїдальної хвилі

	L	T	C
L	–	$\frac{g}{2\pi} T^2$	$\frac{2\pi}{g} C^2$
T	$\sqrt{\frac{2\pi L}{g}}$	–	$\frac{2\pi}{g} C$
C	$\sqrt{\frac{gL}{2\pi}}$	$\frac{g}{2\pi} T$	–
ν	$h\sqrt{\frac{\pi g}{2L}}$	$h\frac{\pi}{T}$	$h\frac{g}{2C}$

Розміри вітрових хвиль залежать від швидкості вітру (W), тривалості його дії (t), розгону хвилі (D) – шлях, пройдений хвилею від пункту її виникнення, глибини водоймища (H) (якщо вона не перевищує половини довжини хвилі), прискорення сили тяжіння (g).

При збільшенні швидкості вітру і розгону, хвилі збільшуватимуться. Але на деякій стадії розвитку хвилювання різниця між швидкістю вітру і швидкістю хвилі стає настільки малою, що передача енергії від вітру до хвилі практично припиняється. Після цього збільшення хвилювання не буде. З іншого боку, при зростанні висоти і довжини хвилі глибина водоймища (якщо вона не дуже велика) почне позначатися, зменшуючи завдяки тертю об дно, висоту хвилі. Унаслідок цих причин для кожної хвилі існує ділянка шляху, на якій вітер може збільшувати хвилювання; ця

ділянка називається *діючим розгоном*; *граничним розгоном* називається діючий розгін, максимально можливий за даної швидкості вітру.

Основною причиною виникнення хвиль в озерах є дія вітру на поверхневий шар води.

На озерах, як і на інших водоймищах, можна спостерігати *вимушене хвилювання*, що знаходиться під безперервною дією чинника (переважно вітру), що спричинив його, і *вільне* або брижі, таке, що продовжується після припинення дії чинника, що викликав його. Брижі на малих озерах – явище не часте.

Для вирішення низки практичних запитань, пов'язаних з використанням озер і водосховищ, найбільше значення має вивчення хвильового режиму на мілководних ділянках. Хвилі мілководдя впливають на береги, гідротехнічні споруди і на можливість підходу суден до берегів.

Частинки води рухаються по кругових орбітах, згідно трахоїдальної теорії хвиль, лише в правильних симетричних хвилях брижів. Такі хвилі вельми рідко зустрічаються в природі навіть на ділянках з великими глибинами. Внаслідок різниці тисків вітру на навітряний і підвітряний схили хвиль, вони стають несиметричними. При зростанні тиску повітряного потоку на хвилю виникає зустрічний повітряний потік і вихрова область за гребенем, що відтискає вітровий потік від підвітряного схилу хвилі. У зв'язку із зростанням швидкості вітру і крутості хвилі ударний тиск на її навітряний схил збільшується.

Хвилі відрізняються асиметрією навіть на глибоководних ділянках. На мілководді ж бувають хвилі, що настільки значно відрізняються від теоретичних, що для розрахунку їх розмірів, часто доводиться застосовувати емпіричні формули, що враховують місцеві умови і лише якоюсь мірою використовують положення трахоїдальної теорії хвиль. Те ж в значній мірі відноситься і до водоймищ із складними контурами в плані, де конфігурація берегів, острови істотно впливають на поширення і розміри хвиль.

На глибинах, рівних або менших половини довжини хвилі, тертя об дно істотно позначається на хвилюванні. Змінюються форма і розміри хвиль, частина хвильової енергії витрачається на подолання тертя і, нарешті, хвиля руйнується. Орбіти, по яких рухаються частинки при хвильовому русі на мілководді, завжди мають форму еліпсів, великі осі яких розташовані по напрямку руху хвилі. На початку мілководної ділянки, коли вплив дна позначається на хвилі не сильно, траєкторії мають вигляд симетричних еліпсів, усе більш витягнутих у напрямі великої осі в міру наближення до дна. На дні велика вісь еліпса має кінцеве значення, а мала перетворюється на нуль, траєкторія біля дна перетворюється на відрізок прямої, по якій частинки здійснюють коливання. Поблизу місць руйнування хвилі траєкторії стають несиметричними. Кривизна їх верхньої

частини значно більше, чим нижньої. Горизонтальна складова швидкості, направлена у бік руху хвилі, у верхній частині стає більше, ніж в нижній.

На мілководді швидкість і довжина хвилі зменшуються, висота спочатку зменшується, а потім починає зростати.

Зміна довжини хвилі залежно від глибини теоретично визначається формулою В. В.Шулейкіна:

$$L_H = \frac{L_\infty}{1 + \frac{0.05T^2}{H}}, \quad (9.1)$$

де L_∞ – довжина хвилі на нескінченій глибині; T – період; H – глибина; L_H – довжина хвилі на ділянці з глибиною H .

Короткі хвилі змінюються з глибиною ще неправильніше і дають значні відхилення від теоретичної залежності.

Висота хвилі в загальному випадку змінюється залежно від співвідношення між глибиною ділянки (H) і довжиною хвилі (L).

Якщо глибина біля берега $H=0,35 \div 0,25L$, то висота хвилі зменшується із зменшенням глибини по залежності:

$$h_2 = h_1 \sqrt{\frac{H_2}{H_1}}, \quad (9.2)$$

де H_1, H_2 – глибини на ділянках ($H_1 > H_2$); h_1 і h_2 – висоти хвиль на ділянках з глибинами H_1 і H_2 .

При $H=0,25 \div 0,10 L$ зменшення висоти хвилі йде по залежності

$$h_2 = h_1 \sqrt[6]{\frac{H_2}{H_1}}. \quad (9.3)$$

Нарешті при подальшому зменшенні глибин ($H < 0,10L$) спостерігається зворотна залежність між h і H :

$$h_2 = h_1 \sqrt[6]{\frac{H_1}{H_2}}. \quad (9.4)$$

У ряді випадків можуть відбуватися зміни висоти хвиль на мілководді, що істотно відрізняються від приведених закономірностей. При різних поєднаннях дії тертя об дно, що зменшує хвилі і перерозподіли хвильової енергії, висоти хвиль на мілководді можуть зростати, зменшуватися або залишатися незмінними.

При похилому дні (зменшення глибин) форма і розміри хвилі змінюються: спочатку висота, довжина і швидкість зменшуються, потім (при ще більшому зменшенні глибини) висота починає зростати. Унаслідок більшого гальмування об дно нижньої частини хвилі в порівнянні з гребенем гребінь як би «переганяє» підшову: передній схил його стає крутішим тилового. На деякій глибині, яку назвемо критичною (H), гребінь хвилі переганяє підшову і обвалюється вперед, хвиля руйнується. Руйнування хвилі, якщо воно відбувається біля берега, називається *прибоєм*, якщо на мілинах на віддалі від берега – *буруном*.

Дослідним шляхом встановлено, що критична глибина ($H_{кр}$) дорівнює висоті хвилі (h). При попутному вітрі $H_{кр} > h$, тобто розбивання походить далі від берега. При зустрічному вітрі (в разі брижів) $H_{кр} < h$.

Прибережна зона по співвідношенню її глибини з довжиною хвилі може бути поділена на три частини: глибоководну ($H > \frac{L}{2}$), де тертя об дно практично не впливає на розміри і форму хвилі; мілководу ($H_{кр} < H < \frac{L}{2}$), в якій розміри і форма хвилі міняються під впливом тертя об дно; прибережну ($H < H_{кр}$), де хвиля стає різко асиметричною, крутість переднього її схилу зростає, він стає прямовисним, гребінь обвалюється у бік берега, разом з коливальним рухом часток води виникає поступальний, направлений в гребені у бік берега, біля дна – від нього.

Енергія вітру передається хвилям при його дії на їх навітряні схили. Вона зростає із зростанням швидкості вітру і розмірів хвиль і є, отже, функцією висоти і довжини хвилі. Енергія трахоїдальної хвилі глибокого водоймища, віднесена до одиниці довжини гребеня хвилі, виражається такою залежністю:

$$E = E_k + E_{п} = \frac{\rho g h^2 L}{8}, \quad (9.5)$$

де E_k – кінетична енергія, $E_{п}$ – потенційна енергія, h – висота хвилі, L – довжина хвилі, ρ – густина води, g – прискорення сили тяжіння.

Найбільша кількість енергії міститься в гребені, причому, чим ближче до місця руйнування хвилі, тим більше енергії зосереджується в ньому.

На мілководді кількість енергії хвиль і її розподіл в них змінюється. Енергія витрачається на подолання опору тертя об дно, що зростає із зменшенням глибини і обертається в решті-решт в непереборну перешкоду. На мілководді зростає (за рахунок потенційної) кінетична енергія хвиль, яка концентрується в їх гребенях. При руйнуванні вся енергія переходить в

кінетичну і хвиля обертається на потік, що швидко втрачає свою енергію на міліні.

9.2 Течії

Течії озеровидних водоймищ поділяються на *дрейфові* та *гравітаційні (градієнтні)*. Перші виникають під дією вітру на поверхню води, другі викликаються горизонтальною складовою сили тяжіння, або, що теж саме, горизонтальним градієнтом гідростатичного тиску, який з'являється при нахилі поверхні озера. Нахил поверхні може зумовлюватись стоком в озеро або з нього, вітровим нагоном, різницею атмосферного тиску над ділянками озера, неоднаковою густиною води. Градієнтні течії в озерах виникають в основному під дією стоку і вітрових нагонів. Ці течії будуть компенсаційними, які заповнюють зміни рівня в якій-небудь частині озера.

На течії озеровидних водоймищ істотно впливають місцеві чинники, в першу чергу глибини і рельєф дна водоймищ. Також на будь-яку течію у водоймищі, окрім основного чинника, що спричинив цю течію, одночасно з ним діють вторинні сили, до яких відносяться: сила внутрішнього тертя, сила інерції, сила Коріоліса, зумоалена обертанням Землі, і відцентрова сила.

Величина сили внутрішнього тертя (τ , дина/см²) виражається залежністю:

$$\tau = \mu \frac{du}{dr} \quad (9.6)$$

де μ – коефіцієнт турбулентного тертя (г/см•сек), $\frac{du}{dr}$ – вертикальний градієнт швидкості.

Між коефіцієнтом μ і швидкістю вітру (W) (при $W \geq 5$ м/с) існує залежність:

$$\mu = aW^2, \quad (9.7)$$

де a – коефіцієнт пропорційності.

У вітровій течії величина μ зменшується з глибиною у зв'язку із зменшенням швидкостей течії, отже, і вихороутворення.

Сила внутрішнього тертя, з одного боку, сприяє передачі руху від шару до шару, з іншої – поглинає частину механічної енергії, переводячи її в теплову.

Сили інерції можуть грати роль лише при значних швидкостях течії, які в озеровидних водоймищах рідкі. При малих швидкостях течії в озерах (декілька см/с) і великих радіусах кривизни на поворотах течій, сила Коріоліса і відцентрова сила практично відіграють малу роль.

В результаті тертя течія, що виникла на поверхні водоймища, передається в глибинні шари води. З глибиною течія, по-перше, продовжує відхилятися від первинного напрямку під впливом сили Коріоліса, по-друге, втрачає швидкість завдяки тертю. На деякій глибині течія за напрямом стає протилежною поверхневому, а швидкість її не перевищує 4% швидкостей останнього. Такий поворот течії можливий лише в досить глибоких водоймищах і в більшості озер не спостерігається. В.Екман назвав цю глибину глибиною тертя (D) і вивів формулу для її визначення:

$$D = \pi \sqrt{\frac{\mu}{\rho \omega \cdot \sin \varphi}}, \quad (9.8)$$

де μ – коефіцієнт внутрішнього турбулентного тертя, ρ – густина води, ω – кутова швидкість обертання землі, φ – географічна широта.

Формула справедлива для морів і глибоких водоймищ. З приведеної залежності можна зробити висновок, що величина D зменшується із зростанням широти і збільшується із збільшенням коефіцієнта турбулентного тертя (μ). Оскільки μ пропорційний квадрату швидкості вітру, D зростає при збільшенні швидкості вітру. Зміна течій з глибиною залежить від співвідношення величини D і глибини водоймища (H). Якщо співвідношення $\frac{H}{D} > 1$ то напрям течії з глибиною міняється так само, як в нескінченно глибокому водоймищі, тобто на глибині тертя напрям течії протилежний поверхневому. При $\frac{H}{D} < 1$ відхилення поверхневих і глибинних течій від напрямку вітру буде тим менше, чим менше це співвідношення. Це обумовлено дією тертя об дно при малих глибинах. При посиленні вітру D зростає, відношення $\frac{H}{D}$ зменшується, і, отже, відхилення течії від напрямку вітру буде менше (водоймище в цьому випадку як би міліє).

У переважній більшості озер і водосховищ співвідношення $\frac{H}{D} < 1$, особливо при сильних вітрах; течії в них розвиваються як в мілководних водоймищах.

Вітрові (дрейфові) течії виникають під впливом тертя вітрового потоку об поверхню води і тиску вітру на навітряні схили хвиль. Сила поверхневого тертя, яка називається дотичною силою вітру (τ_0 , дина/см²), визначається за емпіричною формулою:

$$\tau_0 = \rho_B \cdot KW^2, \quad (9.9)$$

де ρ_b – густина повітря, W – швидкість вітру в м/с, K – коефіцієнт, що залежить від шорсткості водної поверхні і пропорційний висоті хвилі (h) за дослідженнями А. В. Караушева можна визначити за формулою:

$$K \cong 0.0011 + 0.009h.$$

Для морів K приймається рівним 0,002. Між швидкістю вітру (W) і швидкістю поверхневої течії (U_0) у водоймищі існує емпірична залежність:

$$U_0 = \frac{AW}{\sqrt{\sin \varphi}}, \quad (9.10)$$

де φ – географічна широта, A – вітровий коефіцієнт, що приймається різними дослідниками в середньому рівним 0,0127 – 0,0145. Величина A сильно змінюється залежно від місцевих умов (глибин, конфігурації берегів, наявності островів і т. п.) і потужності шару води, в якому утворилася течія.

Важко зробити і загальний висновок про відхилення напрямку течій від напрямку вітру для озероподібних водоймищ. Як було показано вище, це відхилення (обумовлене силою Коріоліса) тим менше, чим менше співвідношення $\frac{H}{D}$ і чим більше швидкість вітру. У переважній більшості озероподібних водоймищ H значно менше D і тому відхилення ці можуть мати різний характер, ускладнюючись берегами, островами і рельєфом дна.

Швидкості вітрової течії зменшуються з глибиною через тертя, а за наявності вертикальної стратифікації також і в результаті різниці густини води поверхневих і глибинних шарів. Потужність шару води, охопленого течією, і міра загасання течії з глибиною сильно варіюють залежно від місцевих умов. Спостереження показують, що вітрові течії просліджуються в озерах до значних глибин. Так, Г. Ю. Верещагін відзначав на Байкалі течії до глибини 200 м, В. К. Давидов спостерігав в Петрозаводській губі Онежського озера течії навіть в найнижчих горизонтах води.

Напрями і швидкості поверхневих течій дуже мінливі, особливо при слабких вітрах. Течії змінюються не лише від однієї ділянки озера до іншої, але і в одній точці протягом доби у зв'язку із змінами швидкості вітру.

Вітрові течії спостерігаються лише у віддаленні від берегів. Поблизу берегів з дрейфовою течією завжди пов'язана зміна рівня (нагін, згін), яка спричиняє градієнтну течію, що накладається на вітрову.

Градiєнтні течії. В разі рівноваги водної маси при горизонтальній поверхні озера ізобаричні поверхні розташовуються також горизонтально. Горизонтальні складові градієнта тиску в цьому випадку дорівнюють нулю. В разі нахилу водної поверхні відповідно нахилиються і ізобаричні поверхні, внаслідок чого гідростатичний тиск в різних точках однієї і тієї ж горизонтальної площини буде різний. Виникнуть градієнти гідростатичного тиску і руху води (течія) у бік падіння тиску.

На рис. 15 показано положення ізобаричних поверхонь при нахилі дзеркала в озері з однаковою густиною води у всій водній масі.

Різниця в гідростатичному тиску, що викликає течію, в точках *a* і *b* буде:

$$P_2 - P_0 = \rho gh, \quad (9.11)$$

де P_0 і P_2 – тиск в точках *a* і *b*, ρ – густина води, g – прискорення сили тяжіння, h – різниця висот стовпів води в крапках *a* і *b*.

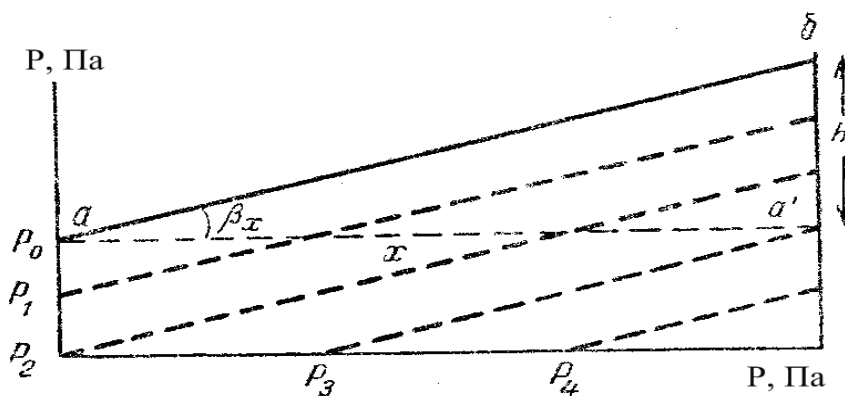


Рис. 9.1 – Схема розташування ізобаричних поверхонь у водоймищі при виникненні градієнтної течії (за Б.Д.Зайковим).

У природі розташування ізобаричних поверхонь при нахилі дзеркала озер в більшості випадків буває складнішим через термічне розшарування водної маси або відмінності густини озерних та річкових вод, що поступають в озеро. Градієнтні течії в озерах мають зазвичай значно менші швидкості, ніж дрейфові. У невеликих проточних озерах і водосховищах серед градієнтних течій найбільшу роль відіграють стічні і течії, зумовлені явищами згону-нагону.

Стічні течії у великих озерах і водосховищах простежуються на різних відстанях від гирл (або витоків) річок, залежно від їх швидкостей течії і витрат. Так, в оз. Байкал, за даними Р. Ю. Верещагіна, води Селенги влітку виявляються на відстані 30 км від її гирла, а течія біля витоків Ангари – на 3 км від нього.

В разі збігу напрямів річкового стоку і вітрів вони можуть утворювати тимчасові або постійні (як, наприклад, в Аралі і оз. Балхаш) течії, які проходять по всьому озеру.

Вітер, направлений проти стічної течії, ослабляє її. Стічні течії мають сезонну періодичність у зв'язку з коливаннями стоку річок; найбільших швидкостей вони досягають в періоди повеней і паводків. Стічні течії можуть бути залежно від співвідношення густини річкових і озерних вод поверхневими і глибинними.

Режим течій згону-нагону пов'язаний з повторюваністю і силою вітрів різних напрямів. Вони є як би «вторинними дрейфовими», оскільки нахил рівня, що спричиняє їх, обумовлений вітром.

Швидкості течій в озеровидних водоймищах, як правило, не перевищують декількох десятків см/с, але в окремих випадках досягають і значних величин. Так, в звуженні оз. Балхаш спостерігалися течії із швидкістю 0,5–1,3 м/с.

9.3 Нагін та згін

Дрейфові течії переміщують маси води від підвітряного берега до навітряного. В результаті цього переміщення біля навітряного берега відбувається підйом рівня (нагін), біля підвітряного – пониження рівня (згін). У зв'язку з різницею рівнів водна поверхня стає похилою. Денівеляція, викликана дрейфовою течією, призводить за певних умов до виникнення компенсаційних градієнтних течій, направлених від ділянок з підвищеним рівнем до ділянок із зниженим. Компенсаційні течії по напрямку протилежні дрейфовим.

Компенсаційні течії можуть виникати як в глибинних, так і в поверхневих шарах. У останньому випадку виникає горизонтальна циркуляція у верхньому шарі води. Поверхневі вітрові течії в крупних водоймищах призводять до денівеляцій навіть далеко від берегів, де підвищення і пониження рівня на окремих ділянках акваторії пов'язані з відмінностями в швидкостях і напрямках вітру над цими ділянками. Морфологічні особливості улоговини водоймища грають істотну роль в явищах нагону. Біля приглибинних берегів компенсаційні глибинні течії захоплюють більшу товщу води, чим поверхневі дрейфові, і за відсутності різких змін в рельєфі улоговини і розшарування густини води поширюються у водоймищі до дна.

За наявності біля берега великих мілководних ділянок, градієнтна глибинна течія внаслідок тертя об дно ослабляється і компенсує підйом рівня (або пониження його при згоні) значно слабкіше, ніж на глибоких місцях; тому нагоно-згінні коливання рівнів досягають найбільших величин біля мілких берегів. Так, біля південних мілких берегів

Ладозького озера вони перевищують 2 м, а в приглибинних північних – досягають значно менших величин.

Нагони особливо великі у вузьких і мілких затоках і у витягнутих по напрямку вітру озерах і водосховищах. На Цимлянському водосховищі нагони в його вузькій північно-східній частині, що займає всього біля 1/3 площі водоймища, вищі, ніж в широкій південно-західній; в мілководних затоках Аралу вони досягають 2 м. У загальному випадку коливання рівня при згоні-нагоні і пов'язаний з ними нахил водної поверхні більше при низьких рівнях водоймища, коли придонні компенсаційні течії утруднені, чим при високих.

Найбільший підйом рівня буває на початку нагону, коли внаслідок інерції водних мас ще не встигає встановитися глибинна компенсаційна течія. При різкому збільшенні швидкості вітру значні об'єми води переміщуються в зону нагону, зростає уклон, градієнтна течія не встигає транспортувати рівний об'єм води в зону згону, різниця рівнів зростає; тому сильний нагон пов'язаний не лише з великими швидкостями вітру, але і з різкими збільшеннями його інтенсивності.

Вітрові течії, що спричиняють коливання рівня при згоні-нагоні, на крупних водоймищах досягають значних швидкостей і переміщують величезні маси води. Так, середні швидкості вітрових течій у вузьких місцях Цимлянського водосховища за розрахунком досягають 1 м/с, тобто близькі до середніх швидкостей течій р. Дон в період повені .

Явища згону і нагону значно ускладнюються коливаннями швидкості і напрямку вітру, мірою проточності водоймищ і пов'язаними з нею стічними течіями. Останній чинник відіграє особливо істотну роль у водосховищах, де, крім того, позначається режим попусків через греблю.

Залежно від умов, в яких відбуваються згони і нагони, і від особливостей руху води і коливань рівнів при їх виникненні і розвитку визначаються основні типи згонів і нагонів.

Несталий нагін відбувається при змінах швидкості вітру в часі, у зв'язку з якими змінюються швидкості дрейфової і компенсаційної течій, потужність охоплюваних ними шарів води, уклони водної поверхні. Зміни швидкості вітру спричиняють за собою коливання рівня, близькі до сейшів, і періодичні зміни напрямів течій. Зміна напрямку вітру ще більш ускладнює явище. Несталий нагін – найбільш поширене явище в озеровидних водоймищах.

При *сталому* нагоні нахил водної поверхні залишається незмінним протягом всього періоду дії вітру. Такий нагін характеризується постійністю дрейфових і градієнтних течій в часі. У проточних водоймищах ці течії діють одночасно із сталими транзитними стічними течіями. У останньому випадку витрати дрейфової і градієнтної течій можуть не дорівнювати одна одній. Окремий випадок сталого нагону – *стаціонарний* нагін, що виникає за відсутності у водоймищі яких-небудь

течій і пов'язаних з ними уклонів водної поверхні, окрім згону-нагону. При стаціонарному нагоні витрати дрейфової і градієнтної течій рівні і результуючого переміщення водних мас немає.

У початковій стадії розвитку нагін завжди буває несталим.

Сталі нагони зустрічаються у водоймищах рідко, але часто зустрічаються випадки, коли нагони наближаються до цього типу, даючи лише незначні коливання рівня біля середнього положення.

При розрахунках сталих нагонів будуються криві підпору з врахуванням вітрових денівеляцій. Для побудови кривих водоймище розбивається на ділянки, для кожної з яких обчислюється витрата, уклон і зміна рівня. У тих випадках, коли невідома система течій в проточному водоймищі, розрахунок ведеться методом послідовного наближення. При незмінному об'ємі водної маси враховується умова нерозривності, згідно якої збільшення і зменшення об'ємів на окремих ділянках взаємно компенсуються. У всіх розрахунках враховуються висоти вітрових хвиль.

Різниця рівнів між ділянками нагону і згону в слабопроточному водоймищі можна приблизно визначити за формулою А.В.Караушева:

$$\Delta Z = (3 + 10h) \cdot 10^{-8} \frac{L}{H_{сер}} W^2 \cdot \cos \alpha, \quad (9.12)$$

де h – висота хвилі, L – довжина водоймища, $H_{сер}$ – середня глибина водоймища, W – швидкість вітру на висоті флюгера на береговій метеостанції, α – кут між напрямом вітру і лінією L .

9.4 Сейші

В результаті денівеляцій поверхня озера може прийняти не горизонтальне положення: на одній ділянці рівень підвищиться, на іншій знизиться. Після припинення дії сили, що викликала денівеляцію, вся водна маса озера, прагнучи повернутися в положення рівноваги, почне коливатися. Коливання поступово затухатимуть під впливом тертя. Траєкторії часток води при цих коливаннях подібні до траєкторій при стоячих хвилях. Такі коливання називаються *сейшами*. Сейші виникають під час згону і нагону, змінах атмосферного тиску над окремими ділянками озера (зміна тиску на 1 мб викликає зміну рівня води біля 1 см), рідше при сейсмічних коливаннях земної кори.

Під час сейшів у водоймищі завжди є одна або декілька точок (або ліній), в яких рівень незмінний. Вони називаються *вузлами* (*вузловими лініями*). Залежно від числа вузлів сейші бувають *одновузлові* і *багатовузлові* (двовузлові, тривузлові і т. д.). Окрім вузлів, під час сейшів у водоймищі бувають одна або декілька точок (ліній), які називаються

пучностями, де відбуваються максимальні коливання рівня (рис. 16). Сейші є стоячими хвилями. Період хвилі $T = \frac{L}{c}$. Довжина хвилі (L) при одновузлових сейшах дорівнює подвоєній довжині водоймища (l), а її період визначається за формулою І. Р. Меріана:

$$T = \frac{2l}{c} = \frac{2l}{\sqrt{gH}}, \quad (9.13)$$

де c – швидкість хвилі (сейші) $c = \sqrt{gH}$, (H – глибина водоймища, g – прискорення сили тяжіння).

Період багатовузлової сейші з числом вузлів n буде:

$$T_n = \frac{2l}{n\sqrt{gH}}. \quad (9.14)$$

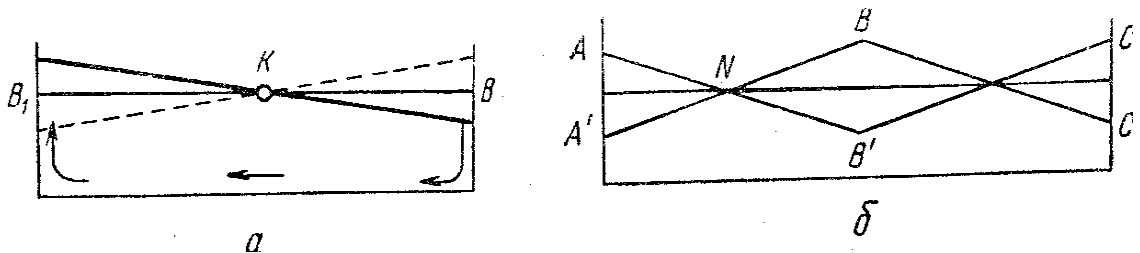


Рис. 9.2 – Схема сейшів: а – одновузлова, б – двовузлова (за Н. Н. Зубовим).

Наведені залежності показують, що в одному і тому ж водоймищі найбільшим періодом відрізняється одновузлова сейша. Сейші тісно пов'язані з морфологічними особливостями озерних улоговин. У глибоких озерах коливання відбуваються швидше (період сейшів коротший), ніж в мілких. Середній період сейшів глибокого Женевського озера (довжина 72км, середня глибина 173 м) 73 хвилини, мілкого Платтенського озера в Угорщині, що має майже таку ж довжину (довжина 76км, середня глибина 3 м), – 10 – 12 годин. Період сейші буде більший у водоймищі, витягнутому за напрямом її руху. На розміри сейшів впливає рельєф дна і розподіл глибин, конфігурація берегів, від яких залежать коливання рівня.

При розшаруванні густини вод озера по вертикалі, пов'язаному з різницями температур або мінералізацією, сейші відбуватимуться по-різному у верхніх (з меншою густиною) і нижніх (з більшою густиною) шарах озерних вод. Виникнуть внутрішні сейші. У нижньому шарі, внаслідок більшої густини води, коливання відбуватимуться з більшими періодами, ніж у верхньому. У озері існуватиме два види сейшів – поверхневі і внутрішні. Ватсоном виведена формула, що дозволяє

обчислити період внутрішньої сейші (T_e) в розшарованому за густиною озері з прямовисними берегами і горизонтальним дном залежно від потужності і густини води верхнього і нижнього шарів:

$$T_e = \frac{2l}{\sqrt{\frac{g(\rho_2 - \rho_1)}{\frac{\rho_2}{h_2} + \frac{\rho_1}{h_1}}}}. \quad (9.15)$$

де l – довжина водоймища, h_1 – потужність верхнього шару води, h_2 – потужність нижнього шару води, ρ_1 і ρ_2 – густина води верхнього і нижнього шару ($\rho_2 > \rho_1$), g – прискорення сили тяжіння.

Оскільки для виникнення внутрішніх сейшів необхідне розшарування густини води по вертикалі, вони виникають в прісних озерах лише влітку, за наявності прямої термічної стратифікації і температурних зон (особливо при високих температурах епілімніону). У мінеральних озерах ці сейші можуть виникати у зв'язку з неоднорідною солоністю по вертикалі.

Сейші легко виявити за періодичними коливаннями температур води на одній і тій же глибині, які називають *температурними сейшами*. При внутрішніх сейшах періодичних коливань зазнає і шар температурного стрибка, що є розділом між шарами з різною густиною води.

9.5 Перемішування

Під *перемішуванням* розуміють обмін води між шарами озера. При перемішуванні разом з об'ємами води з шару в шар переміщуються і суспензії, що містяться в цих об'ємах, хімічно розчинені елементи, гази, запаси тепла. Результатом перемішування являється вирівнювання фізико-хімічних, а у ряді випадків і біологічних, характеристик води в охоплених обміном шарах.

Основну роль в режимі озера грає турбулентне перемішування. Молекулярний обмін, хоча і відбувається одночасно з турбулентним, але, внаслідок малих значень молекулярної дифузії, теплопровідності і тертя, відчутної дії на режим водоймища не чинить. Турбулентне перемішування буває *конвективне* (вільна конвекція) і *динамічне* (вимушена конвекція). Перший вигляд перемішування викликається різницею густини між окремими шарами води, другий, – дією вітру на поверхню озера і пов'язаними з цією дією хвилями і течіями.

Інтенсивність перемішування і міра охоплення ним водної маси водоймища пов'язана як з потужністю чинників (силою вітру або величиною різниці густини води), що діють, так і з опором водної маси

руху. Цей опір обумовлений різницею густини води між шарами озера. При збільшенні густини з глибиною (пряма густинна стратифікація) створюється більш менш стійка система, для зміни якої необхідно виробити певну роботу. Ця робота є характеристикою стійкості системи. *Стійкістю* називається опір водної маси перемішуванню, що кількісно визначається роботою, необхідною для переведення цієї маси з даного стійкого стану в нестійкий. Стійкість водної маси озера по вертикалі характеризується градієнтом густини $G_\rho = \frac{d\rho}{dz}$. Позитивні значення G_ρ вказують на зростання густини з глибиною і на стійкість водної маси, негативні – на її нестійкість; при $G_\rho = 0$ водна маса знаходиться в байдужій рівновазі. Поняття про стійкість водних мас озера дане В.Шмідтом і розвинено С. Д. Муравейським.

Зміна стійкості в озері супроводиться зміною положення центру тяжіння водної маси. Центр тяжіння в озері при прямій стратифікації температур і густини води знаходиться нижче, ніж при однакою густині у всій водній масі.

За В. Шмідтом, стійкість водної маси прісного озера (S) дорівнює кількості роботи, необхідної для переведення системи пошарового розподілу густини (і температури) в іншу систему з однакою густиною (температурою) у всьому озері; або, що те ж саме, стійкість дорівнює кількості роботи, необхідної для переміщення водної маси по вертикалі на висоту, рівну відстані між центрами тяжіння при даному розподілі густини і при однакою густині у всьому озері (σ). За вихідне положення В.Шмідт прийняв гомотермію при 4° . Формула В. Шмідта для визначення стійкості має вигляд:

$$S = M\sigma = \int_0^H (\rho_z - 1)(Z - S_0) \cdot dV, \quad (9.16)$$

де M – маса води озера, H – найбільша глибина озера, Z – відстань від поверхні озера до кожної частки води, ρ_z – густина води на глибині Z , S_0 – відстань від поверхні води до центру тяжіння водної маси при однакою густині води у всьому озері, V – об'єм озера. Для розрахунку S [кг м], заведеною формулою, В. Шмідтом розроблений графічний метод.

Стійкість вод озера пов'язана з його об'ємом і глибиною, тобто залежить від форми і розмірів улоговини. Перемішування в озерах різних розмірів і форми відбуватиметься по-різному.

Оскільки зміни густини води при зміні температури на 1° більш значні при високих температурах градієнти температур і залежна від них стійкість в теплих водах більші, ніж в холодних. З цією особливістю води пов'язана значна стійкість тропічних озер при малій різниці температур по

вертикалі. У таблиці 9.2 наводяться дані Ф. Рутнера про стійкість озер помірної і тропічної зон.

Таблиця 9.2 – Стійкість вод озер помірної і тропічної зон (за Ф.Рутнером)

Назва і місце положення озера	Положення шару скачка, м	Температура		$t_e - t_2$	S в шарі 0-40 м кгм/м ² дзеркал
		епілімніону, t_e	гіполімніону, t_2		
Альтауссерське (Альпи)	5-10	12.2	5.2	7.0	60
Ранау Клиндунган (Ява)	5-10	31.4	26.2	5.2	190

З даних таблиці 9.2 видно, що при однаковому положенні шару стрибка і близьких різницях температур епілімніону і гіполімніону стійкість в тропічному озері в три рази більше, ніж в озері помірної зони.

У озерах зони помірної клімату найбільша стійкість по вертикалі при прямій стратифікації спостерігається в шарі температурного стрибка, у зв'язку з великими градієнтами температур (і густини) в цьому шарі. Меншу стійкість мають озера із значною площею дзеркала і малою глибиною. У таких озер при сильних вітрах часті випадки літньої гомотермії (наприклад оз. Ільмень). Глибокі озера з потужним гіполімніоном стійкіші, влітку не перемішуються і зберігають пряму стратифікацію до осені.

В мінеральних озерах стійкість часто зростає у зв'язку з великим вмістом солей глибинних вод в порівнянні з поверхневими. Тут стрибок густини пов'язаний не стільки з термічними умовами, скільки з мінералізацією води.

Математичні залежності для розрахунків перемішування вод озер були вперше надані В. Шмідтом. В озерах форма і розміри улоговини грають істотну роль в перемішуванні, на відміну від морів і океанів, де роль улоговини невелика і її зазвичай не враховують. Методи розрахунків для озер відрізняються від вживаних в океанології. Для виведення основної залежності, що характеризує перемішування, В. Шмідт розглядає обмін мас води і пов'язаних з ним запасів тепла через горизонтальну ділянку, розташовану на деякій глибині в озері.

Теплопотік через горизонтальну ділянку f за час t визначається за формулою:

$$Q_{ft} = -\frac{1}{\rho} \sum mh \frac{dq}{dz}, \quad (9.17)$$

де Q_{ft} – теплотік через майданчик f за час t , ρ – густина, m – елементарні маси води, h – відстані, з яких ці маси переміщуються до площини, q – елементарні кількості тепла, z – глибина. Знак мінус вказує, що теплотік позитивний в напрямі убування температури. Теплотік через одиницю площі за одиницю часу виражається рівнянням:

$$Q = -\frac{1}{\rho} \sum \frac{mh}{ft} \frac{dq}{dz}, \quad (9.18)$$

Вираз $\sum \frac{mh}{ft}$ не залежний від температури і характеризує величину вертикального перемішування між двома сусідніми шарами води, В. Шмідт назвав коефіцієнтом перемішування (A):

$$A = \sum \frac{mh}{ft}. \quad (9.19)$$

Коефіцієнт A вимірюється у $[\text{г}/(\text{см} \cdot \text{с})]$, застосовується для розрахунків на масі води, при розрахунках на об'єми застосовується коефіцієнт турбулентності у $[\text{см}^2/\text{с}]$:

$$K = \frac{A}{\rho}. \quad (9.20)$$

Вертикальне перемішування води і пов'язане з ним переміщення заключених у воді елементів (суспензій, хімічно-розчинених речовин, газів, тепла і т. п.) може бути виражене рівнянням:

$$S = -A \frac{ds}{dz}, \quad (9.21)$$

де S – кількість даного елемента, що проходить в одиницю часу через одиницю горизонтальної площі, $\frac{ds}{dz}$ – вертикальний градієнт цього елемента. Знак мінус показує, що потік позитивний в тому напрямі, в якому кількість елемента убуває.

Коефіцієнт A змінюється, що пов'язано із змінами кількості тепла (перехід частини тепла в механічну енергію), кількості руху, частина якого

поглинається силами внутрішнього тертя, і інших елементів і його можна розрахувати за формулою:

$$A = \frac{Q_1 - Q_2}{f_z T \frac{dt}{dz}}, \quad (9.22)$$

де Q_1 і Q_2 – теплозапаси, розраховані в моменти часу T_1 і T_2 в масі води, розташованої нижче ізобати f_z ; $T_2 - T_1 = T$; $\frac{dt}{dz}$ – градієнт температури на глибині z .

Як градієнт температури, так і коефіцієнт A змінюються по глибині озера. Лише в разі гомотермії обидві величини залишаються незмінними від поверхні до дна. При стратифікації в разі стаціонарного теплового потоку значення A і градієнт температури обернено пропорційні один одному.

Конвективне перемішування відбувається при нестійкій стратифікації густини води, викликаній збільшенням густини у верхніх шарах або зменшенням в глибинних. Причиною цього виду перемішування може бути охолодження верхніх шарів прісного озера (при початкових температурах вище 4°) або їх нагрівання (при початкових температурах нижче 4°), підвищення густини у верхніх шарах за рахунок мінералізованих або багатих суспензіями вод припливів, зростання мінералізації цих шарів при випаровуванні або при утворенні льоду в мінеральних озерах. Густина води в глибинах може зменшуватися у зв'язку з виходом теплих ключів. У мінеральних озерах інтенсивність і глибина проникнення конвекції різна залежно від вмісту солей. У водах з солоністю більше 24,7 % при охолодженні конвекція продовжується аж до льодоставу, оскільки температура найбільшої густини води нижча за температуру замерзання.

У зв'язку з більш різкими змінами густини на 1° температури в теплих водах, чим в холодних, конвекція інтенсивніше при високих температурах води.

При весняному нагріві і осінньому охолодженні вод озера, а також при нічному охолодженні літом, конвекція здійснюється до глибин, на яких температура дорівнює температурі води на поверхні. В міру нагрівання або охолодження, конвекція захоплює все більше шарів води і, при вирівнюванні поверхневих і придонних температур, відбувається повна циркуляція. Весняне нагрівання і осіннє охолодження шляхом конвекції може тривати лише до моменту гомотермії при 4° . Осіннє охолодження шляхом конвекції може відбуватися в більших межах температур (від літніх температур поверхні води до 4°), весняний нагрів –

лише від температур води при скресанні (близьких до 0°) до 4° . В період льодоставу конвективне перемішування в прісних озерах буває лише при весняному підлідному нагріві або, в окремих ділянках озера, під впливом вод припливів. У озерах з підвищеним вмістом солей зимова циркуляція відбувається в результаті збільшення мінералізації і густини підлідного шару води внаслідок надходження солей з льоду.

Динамічне перемішування в озеровидних водоймищах викликається вітром і відбувається спільно з хвилюванням і дрейфовими течіями. У проточних озерах перемішування зумовлюється і річковими течіями; при слабкій проточності вони дають перемішування лише в обмежених ділянках водоймища, прилеглих до гирл або витоків річок. У водосховищах води перемішуються в пригребельній частині також при попусках.

Турбулентне перемішування інтенсивніше поблизу поверхонь розділу між середовищем з більшою і меншою густиною, також біля поверхонь розділу під час руху виникають значні градієнти швидкостей і завихорення. У озерах такими ділянками є: дзеркало, поверхні розділу між шарами різної густини і дно (особливо на мілководді). Найбільш інтенсивне перемішування відбувається у верхніх шарах води, але виникає воно і в глибинах у зв'язку з внутрішніми хвилями і компенсаційними течіями, які бувають як біля дна, так і біля поверхонь розділу шарів (біля шару стрибка).

Інтенсивність і глибина проникнення перемішування у водну масу залежить від швидкості вітру і від розмірів і форми водоймища. Водоймища з малою акваторією в значно меншій мірі схильні до вітрового перемішування, чим великі, із значними розгонами вітрів і хвиль. Важлива роль контурів озера в плані і орієнтування по відношенню до переважних вітрів; хвилі течії і перемішування сильніше у витягнутих по напрямку переважних вітрів водоймищах. Перемішування сильніше в мілких озерах, чим в глибоких, стійкіших у зв'язку з більшою водною масою гіполімніона.

Стійкість водної маси перешкоджає перемішуванню, тому розрахунки стійкості дають уявлення про роботу вітру, необхідну для перемішування озера на ту або іншу глибину. Розрахунки можуть виконуватися за методом В. Шмідта або за методом Е. А. Берджа, який підійшов до питання інакше.

Е. А. Бердж визначає роботу, необхідну для переміщення кожного елементарного шару води з поверхні водоймища на ту глибину (z), на якій він знаходиться при даній термічній і густинній стратифікації.

Площа основи шару береться рівною площі (f_z), обмеженої ізобатою на глибині z , висота – Δz , густина – ρ_z . Робота W (визначається у [кг м]), витрачена на занурення цього шару, буде

$$W = f_z \cdot \Delta z \cdot \rho_z \cdot z. \quad (9.23)$$

Інтегрування цього рівняння по глибині дає загальну роботу по переміщенню шарів в дане положення; порівняння її з роботою на перемішування при температурі у всьому озері рівної 4° дозволяє обчислити роботу, необхідну для переведення озера з початкового положення (гомотермія при 4°) у дане:

$$W = \frac{1}{f_0} \int_0^H z(1 - \rho_z) \cdot f_z \cdot dz, \quad (9.24)$$

де f_0 – площа дзеркала, H – найбільша глибина; робота обчислюється на одиницю площі дзеркала.

Недоліком методу Берджа так само, як і наведеного вище методу Шмідта, є те, що розрахунки для всього озера ведуться за даними однієї вертикалі. Уникнути цього можна, усереднюючи дані по декількох вертикалях.

Вітрове перемішування, залежно від швидкості вітру, особливостей водоймища і стійкості його вод, може перевести озеро в стан гомотермії або збільшити потужність епілімніону, зануривши шар стрибка на значнішу глибину. У останньому випадку зростуть градієнти густини в металімніоні і стійкості, у зв'язку з чим обмежиться подальше поширення перемішування вглиб водоймища.

Інтенсивне вітрове перемішування, що відбувається одночасно з конвекцією навесні і восени, сприяє збагаченню глибинних шарів озера киснем. В незамерзаючих озерах інтенсивне перемішування відбувається зазвичай і взимку, оскільки стійкість водної маси при зворотній стратифікації мала. Істотна вплив може чинити перемішування на осідання зважених часток викликаючи їх перерозподіл у водній товщі, а у ряді випадків і зкаламучування дрібних відкладень з дна

Згушення при змішуванні вод з різними фізико-хімічними характеристиками була вперше досліджена Н. Н. Зубовим.

При змішуванні двох шарів води з різними температурами і солоностями середні температури і солоності води після змішування будуть

$$S = \frac{\sum mS}{\sum m}, \quad (9.25)$$

$$t = \frac{\sum mt}{\sum m}, \quad (9.26)$$

де S і t – середня солоність і температура суміші, $\sum m$ – сума змішуваних водних мас, $\sum mS$ і $\sum mt$ – суми добутоків змішуваних водних мас на температури і солоності. При кожній зміні температури відбувається перебудова молекул води, з якою пов'язано збільшення густини при змішуванні.

Густина суміші з врахуванням цього згущення буде рівна:

$$\rho = \frac{\sum m\rho}{\sum m} + \Delta\rho, \quad (9.27)$$

де ρ – густина, $\Delta\rho$ – збільшення густини при змішуванні. Дослідження Н.Н. Зубова показали, що:

1) згущення можливе при змішуванні вод будь-якої температури і солоності;

2) при змішуванні вод різної солоності, але однакової температури, згущення в межах точності обчислень практично не позначається;

3) найбільше згущення буває при змішуванні вод однакової солоності, але різної температури;

4) при змішуванні в будь-якій пропорції вод різної температури і солоності, але однакової густини, густина суміші буде більше густини змішуваних вод.

Вітрове перемішування, захоплюючи верхні шари озера, спричиняє підвищення густини води в цих шарах. Зростання густини верхніх шарів у свою чергу зумовлює конвективне перемішування, яке проникає в глибини.

Розрахунки показують, що при деяких співвідношеннях соленостей і температур змішуваних вод згущення настільки значне, що маси води можуть опускатися на глибини до 100 – 200 м.

Завдяки згущенню при змішуванні, в зоні зіткнення двох мас води відбувається зниження рівня водоймища і виникає вертикальна циркуляція.

Залежність між об'ємами або масами (m_1 і m_2) вод, що змішуються, їх температурами до змішування (t_1 і t_2) і температурою суміші (t) виражається такою формулою

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{t - t_2}{t_1 - t}. \quad (9.28)$$

При змішуванні двох горизонтальних шарів величини m_1 і m_2 можна замінити висотами цих шарів h_1 і h_2 , тоді

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{h_1}{h_2} = \frac{t - t_2}{t_1 - t}. \quad (9.29)$$

Аналогічно можуть бути визначені пропорції змішування і для інших характеристик води (наприклад солоності).

Зміни густини і характеристик води при змішуванні необхідно враховувати в дослідженнях особливостей режиму озер, пов'язаних з перемішуванням.

Контрольні питання:

1. Основні фактори, які спричиняють рух води у водоймах.
2. Вторинні сили, які діють на течії у водоймах. Величина сили внутрішнього тертя.
3. Вплив сил Коріоліса та тертя на напрямок течій у водоймах.
4. Дрейфові та градієнтні течії.
5. Процес виникнення сейш.
6. Типи сейш. Період сейш.
7. Внутрішні сейші.
8. Процес виникнення згону та нагону.
9. Усталений, неусталений і стаціонарний нагін.
10. Хвилі та їх характеристики.
11. Фактори, які впливають на розміри вітрових хвиль.
12. Причини виникнення хвиль. Типи хвилювання.
13. Стійкість водойм.
14. Конвективне і динамічне перемішування у водоймах.

ЛІТЕРАТУРА

1. Спицын И.П., Соколова В.А. "Общая и речная гидравлика", Л.:Гидрометеиздат, 1990 – 358 с.
2. Константинов Ю.М. "Гидравлика". –К.:Выща школа,1982 – 398 с.
3. Справочник по гидравлическим расчетам/Под ред. Киселева П.Г. – М.: Энергия. 1972 – 312 с.
4. Андреевская А.В., Панова М.В. Задачник по гидравлике. – М.: Энергия, 1970 – .306 с.
5. Чугаев Р.Р. "Гидравлика". – Л.:Энергия. 1982, 668 с.
6. Грушевский М.С. Неустановившееся движение воды в реках и каналах.-Л.: Гидрометеиздат, 1982.с.288.
7. Кюнж Ж.А., Холли Ф.М., Вервей А. Численные методы в задачах речной гидравлики.-М.: Энергоиздат, 1985.с.253.
8. Морфологические и гидравлические исследования рек и водоемов. Под ред. Н.Е.Кондратьева, И.В. Попова.- Л.:Гидрометеиздат, 1988,156с.
9. Руководство по гидрологическим расчетам при проектировании водохранилищ.- Л.:Гидрометеиздат, 1983, 283с.
- 10.Практические рекомендации по рас чету ветровых стонов и нагонов на водохранилищах.- Л.:Гидрометеиздат, 1989, 39с.
11. Судольский А.С. Динамические явления в водоймах. Монографія.- Л.:Гидрометеиздат, 1991.
12. Общин закономерности возникновения и развития озер. Монографія. Гл. Ред.. А.Ф.Трешников. – Л.: Наука, 1986, 254 с.
13. Богословский Б.Б. Озероведение. – М.:Изд-во Московского университета, 1960, 336 с.
14. Рекомендации по інженерно-гидрометеорологическим изысканиям на водохранилищах для строительства.- М.:Стройиздат,1986, 132с.

Даус Марія Євгенівна

ГІДРАВЛІКА РІК ТА ВОДОЙМИЩ

Конспект лекцій

Підп. до друку
Умовн. друк. арк.

Формат
Тираж

Папір
Зам. №

Надруковано з готового оригінал-макета

Одеський державний екологічний університет
65016, Одеса, вул. Львівська, 15
