МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

ДО ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

З ДИСЦИПЛІНИ „ФІЗИКА”

РОЗДІЛ „МЕХАНІКА”

для студентів 1 курсу

Напрям підготовки – гідрометеорологія, екологія,
комп'ютерні науки

Одеса – 2007

Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з дисципліни „Фізика" „Механіка" для студентів всіх спеціальностей І курсу ОДЕКУ.

Укладач: Андріанова І.С., кандидат фізико-математичних наук, доцент.

Відповідальний редактор: Герасимов О.І., доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедрою загальної і теоретичної фізики ОДЕКУ.

Андріанова І.С. – Одеса, ОДЕКУ, 2007, с.49.

ЗМІСТ

ПРАВИЛА ТЕХНІКИ БЕЗПЕКИ ТА ОХОРОНИ ПРАЦІ

Згідно існуючих нормативних документів, зокрема "Положення про організацію роботи з охорони праці учасників навчально-виховного процесу в установах і закладах освіти", затвердженого наказом Міністерства освіти і науки України №563 від 01.08.2001р., в навчальній лабораторії фізики розроблені та діють правила техніки безпеки та охорони праці, які доводяться до студентів перед початком проведення лабораторних занять.

Перед початком першого заняття викладач, що веде лабораторні заняття, проводить із студентами інструктаж із правил охорони праці та оформлює його підсумки у відповідному журналі, де студенти розписуються під тим, що з правилами поведінки і техніки безпеки в лабораторії ознайомилися і зобов'язуються їх виконувати.

Студенти, які порушують правила техніки безпеки і правила поведінки в лабораторії, не допускаються до роботи в лабораторії.

Особливості техніки безпеки в лабораторії пов'язані з наявністю джерел напруги. У зв'язку з цим основні правила роботи, які потрібно виконувати:

1.Перед включенням приладів потрібно перевірити справність електричної схеми. Встановити ручки регуляторів напруги в нульове положення.
2.Після включення у розетку вилки приладу потрібно включити спочатку низьку напругу і напругу 220 В, після цього плавно вивести напругу високовольтного блоку живлення на потрібну величину.
3.При зникненні напруги мережі привести прилад в початковий стан, установивши регулятори напруги в нульове положення, і докласти про це викладачу.
4.Прилади, що підлягають заземленню, повинні бути надійно заземленими.
5.Після закінчення вимірювань необхідно вимкнути всі прилади, привести в порядок своє робоче місце і здати його лаборанту.

КАТЕГОРИЧНО ЗАБОРОНЯЄТЬСЯ

1.Торкатися до елементів електросхеми і провідників напруги.
2.Ремонтувати, розбирати і перевіряти електричну схему під час роботи приладу при включеній напрузі.
3.Включати в мережу несправні прилади, а також прилади з неперевіреним технічним станом.
4.Приносити до лабораторії їжу і напої.
6.Заходити в лабораторію у верхньому одязі.

7. Вільно пересуватися в лабораторії без потреби.

8.Виходити і входити до лабораторії під час занять без дозволу викладача.
9.Залишати без догляду прилад, що знаходиться під напругою.
10.Допускати до роботи з апаратурою і приладами сторонніх осіб.
11.Працювати без інструктажу з техніки безпеки.
12.Забороняється самочинно включати прилади і джерела напруги без дозволу керівника.

ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ

Роботи виконуються за графіком, що складається на кафедрі.

1. Під час підготовки до лабораторної роботи студент повинен:

а) Пробити теоретичний вступ розділу, до якого належить робота та відповідний матеріал підручника.
б) Перевірити свої знання за контрольними запитаннями до теоретичного вступу.
в) Вивчити лабораторну роботу та відповісти на контрольні запитання до неї.
г) Скласти протокол на окремих подвійних листах згідно до наведеного далі зразка.

2. Допуск до виконання роботи дає викладач після індивідуальної співбесіди з студентом і перевірки ступеня його підготовленості до роботи.
3. Результати вимірювань студент заносить до таблиці і показує викладачеві під час заняття. За даними вимірювань виконуються відповідні розрахунки.
4. На тому ж чи на наступному занятті студент повинен **підготувати** і **захистити** звіт про роботу, що містить теоретичну частину, дані вимірювань і результати розрахунків.
5. Лабораторна робота оцінюється за критеріями, які доводяться до студентів викладачем перед початком виконання циклу робіт і розроблені згідно положень про кредитно-модульну систему навчання.

5.Студент, що має дві незахищені роботи, до наступної роботи не допускається.

Перелік навчальної літератури

1. Кучерук І.М., Горбачук І.Т., Луцик П.П. Загальний курс фізики. Т.1. – Київ: Техніка, 1999.
2. Савельев И.В. Курс физики. Т.1. – М.: Наука, 1989.
3. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 2001.
4. Коленков С.Р., Соломахо Г.И. Практикум по физике. Механика. М.: Высшая школа, 1990.
5. Гладун А.Д., Александров Д.А., Игошина Ф.Ф. Лабораторный практикум по общей физике. М.: Наука, 2004.

ЗРАЗОК ПРОТОКОЛУ ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ
(Протокол готується з подвійного листа зошита у клітину)

Лицьовий бік протоколу

ОДЕКУ
Кафедра загальної і теоретичної фізики

Ст. Іванова І.П.
Гр. ГМ – 14

Викладач Петров М.Г.

Лабораторна робота №2

Перевірка законів кінематики і динаміки на приладі Атвуда

Одеса – 2007

Зміст протоколу

1. Теоретичний вступ
Мета роботи.
Основні закони та означення.
Схема.
Вивід робочої формули.
Робоча формула.
Таблиця експериментальних даних
Обробка експериментальних даних, обчислення шуканої величини та похибки вимірювання.
Кінцевий результат:

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №101
ПЕРЕВІРКА ЗАКОНІВ КІНЕМАТИКИ І ДИНАМІКИ НА ПРИЛАДІ АТВУДА
(Вивчити теоретичний вступ „Обертальний рух”)

Мета роботи: вивчення законів кінематики при дослідженні прямолінійного рівномірного та рівноприскореного рухів та законів динаміки при дослідженні залежності прискорення від діючої сили та маси тіла за допомогою машини Атвуда.

Опис приладу та виведення робочої формули.

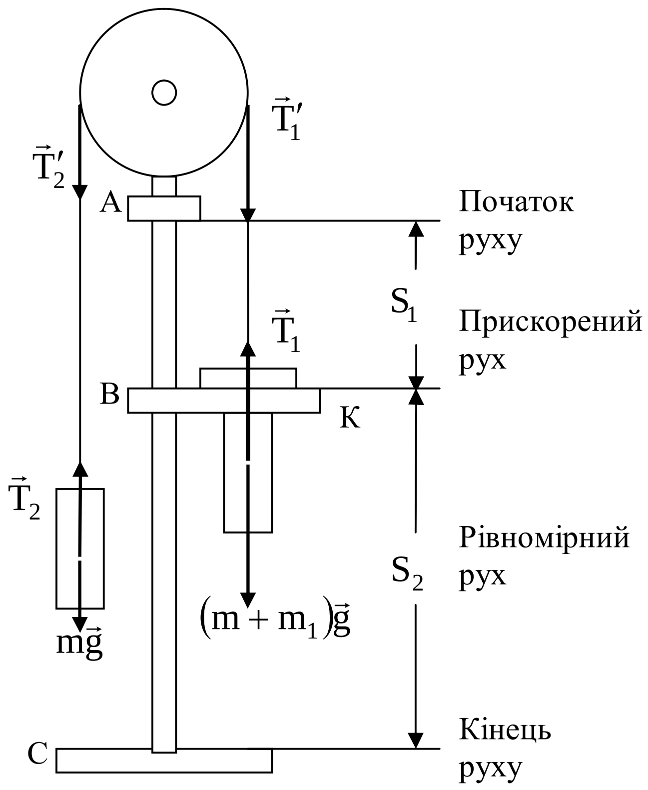

Рис.1.

Прилад Атвуда має вертикальну (прямовисну) стійку з поділками, на якій закріплені три кронштейни. Верхній кронштейн (А) та середній (В) можна переміщувати, а нижній (С) нерухомий. На середньому кронштейні знаходиться кільце (К).

Через легкий блок, що може обертатися з малим тертям, перекинуто нитку, на кінцях якої закріплені два однакових вантажі у формі циліндрів маси m кожний. Отже, система знаходиться у стані рівноваги. Якщо на один з вантажів покласти невеличке тіло у формі кільця масою m_1, то система під дією сили $F = m_1 g$ отримає прискорення, з яким пройде шлях S_1 до кільця К. Кільце зніме тіло m_1, тому далі вантажі рухатимуться рівномірно зі швидкістю, набутою на кінці шляху S_1, та пройдуть шлях S_2.

Час рівномірного руху вантажів на шляху S_2 вимірюється електронним секундоміром. Секундомір вмикається фотоелектричним датчиком, який знаходиться на кронштейні В, у момент, коли з правого циліндру знімається перевантаж m_1. Другий датчик, що вимикає секундомір, закріплений на нижньому кронштейні С.

Прискорення вантажів на шляху S_1 можна визначити за законами динаміки. Вважаючи нитку нерозтяжною і невагомою, запишемо рівняння руху всіх тіл системи (див. рис. 1):

$$(m+m_1)g - T_1 = (m+m_1)a; \qquad (1)$$
$$T_2 - mg = ma; \qquad (2)$$
$$(T_1 - T_2)R - M_{тр} = I\varepsilon \qquad (3)$$

де ε – кутове прискорення обертального руху блока, яке пов’язане з прискоренням а поступального руху вантажів формулою $\varepsilon = a/R$; $|T_1| = |T_1'|$ і $|T_2| = |T_2'|$ – сили натягу нитки ліворуч і праворуч блока; I – момент інерції блока; R – його радіус; $M_{тр.}$ – момент сили тертя відносно осі блока.

Рівняння (1) і (2) записані на основі закону динаміки поступального руху тіл (II закону Ньютона), рівняння (3) – на основі закону динаміки обертального руху (руху блока). Опором повітря при русі вантажів нехтуємо.

З рівнянь (1)-(3) одержуємо :

$$a = \frac{m_1 g - M_{тр}/R}{2m + m_1 + I/R^2} \qquad (4)$$

Аналіз виразу (4) приводить до висновку, що прискорення а лінійно залежить від значення сили тяжіння m_1g ($M_{тр}/R$ – величина стала, а знаменник теж можна вважати сталою величиною при малих m_1 у порівнянні з m).

Лінійну залежність а від m_1g можна перевірити дослідним шляхом та підтвердити графічно. Для цього обчислимо прискорення незалежно від формули (4) із законів кінематики.

Миттєва швидкість $v = \sqrt{2aS_1}$ наприкінці рівноприскореного руху – це та швидкість, з якою система рухається рівномірно після зняття вантажу m_1 на шляху S_2. Її можна визначити за формулою $v = \frac{S_2}{t}$, де t – час рівномірного руху (його показує секундомір приладу).

Отже
$$a = \frac{S_2^2}{2S_1t^2}\ . \qquad (5)$$

Щоб переконатися у справедливості рівняння руху (4) проводимо досліди з різними перевантаженнями m_1 і після обчислення а за формулою (5) будуємо графік залежності $a = f(m_1g)$.

Порядок виконання роботи.

1. Перекинути через блок нитку з великими вантажами і перевірити, чи знаходиться вся система у рівновазі.

2. Установити середній та верхній кронштейни на вибрану висоту, визначивши тим самим шляхи S_1 і S_2 рівноприскореного та рівномірного рухів.
3. Розмістити нижню основу правого циліндру на рівні риски на верхньому кронштейні. Накласти на нього перший перевантаж m_1.
4. Переконатися, що секундомір показує „Нуль” у всіх розрядах. Натиснути клавішу „Пуск”.
5. Прочитати на секундомірі значення часу рівномірного руху вантажу на шляху S_2.
6. Повторно натиснути клавішу „Пуск”, а слідом клавішу „Сброс”. Тим самим підготувати прилад до наступного виміру.
7. Вимірювання повторити не менше 3 разів. Отримані результати занести до таблиці.

Маса перевантажу m_1 = ,кг						
№	S_1, м	S_2, м	t, с	a, м/с^2	Δa, м/с^2	$(\Delta a)^2$, м/с^2
1.						
2.						
3.						
Маса перевантажу m_1 = ,кг						
. .						

Повторити дослід для інших трьох перевантажень.

8. За формулою (5) знайти середні значення прискорення для кожного з перевантажень і обробити результати кожної з чотирьох серій вимірювань за схемою обробки прямих вимірювань.
9. Відобразити графічно залежність a від m_1g і проаналізувати характер залежності.

Додаткове завдання: визначення прискорення вільного падіння.

З формули (4) можна отримати вираз для прискорення вільного падіння g. Знехтуємо обертальним рухом блоку, вважаючи його невагомим, та силою тертя у вісі блоку. Тоді з (4) з урахуванням (5) випливає

$$g = \frac{2m + m_1}{m_1} a = \frac{2m + m_1}{m_1} \cdot \frac{S_2^2}{2S_1 t^2}. \qquad (6)$$

За середніми значеннями часу в кожній з чотирьох серій вимірювань з урахуванням відповідної маси перевантажу за формулою (6) розрахувати прискорення вільного падіння, знайти середнє значення $\langle g \rangle$ та порівняти його з табличним за формулою

$$\varepsilon = \frac{\left|\langle g \rangle - g_{табл.}\right|}{g_{табл.}} \cdot 100\% .$$

Проаналізувати причини розходження результатів з табличним значенням.

Контрольні запитання

1. Сформулюйте та запишіть другий закон Ньютона.
2. Дайте означення швидкості, лінійного та кутового прискорень. Як пов’язані лінійне та кутове прискорення?
3. Дайте означення моменту сили, моменту інерції.
4. Запишіть основний закон динаміки обертального руху.
5. Які сили надають прискорення вантажам у машині Атвуда? Яким буде рух системи, якщо сили припинять свою дію?
5. На підставі законів динаміки запишіть рівняння руху вантажів і блоку.
6. Виведіть формулу для визначення прискорення з законів кінематики.
7. Як в роботі перевіряються закони динаміки?
8. Доведіть, що прискорення вільного падіння не залежить від маси тіла, що падає (скористатися законом всесвітнього тяжіння і II законом Ньютона).

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №102
ПОХИЛИЙ МАЯТНИК

Мета роботи: визначення коефіцієнту тертя котіння за допомогою похилого маятника.

Теоретичний вступ

Сили тертя – це сили, які виникають при відносному переміщенні стичних тіл або їх частин. Тертя, що виникає при відносному русі двох стичних твердих тіл, називають зовнішнім (сухим). Тертя, що виникає між частинами того самого тіла (рідини, газу), або при русі твердого тіла відносно рідини чи газу, називають внутрішнім (рідким або в’язким).

Отже, сухе тертя – це тертя між поверхнями твердих тіл у відсутності мастила. В залежності від характеру відносного руху тіл розрізняють тертя ковзання та котіння.

Особливістю сухого тертя є наявність сили тертя спокою. Це та сила, яка заважає зрушити з місця важкий предмет. Сила тертя спокою завжди спрямована протилежно і дорівнює за абсолютним значенням силі, що прикладена до тіла паралельно поверхні дотику його з іншим тілом.

Закон сухого тертя (Закон Амонтона – Кулона). Максимальна сила тертя спокою, а також сила тертя ковзання не залежить від поверхні дотику тіл і пропорційна силі нормального тиску N.

$$F_{тер.} = \mu N , \qquad (1)$$

де μ – коефіцієнт тертя (спокою або ковзання). Це безрозмірний коефіцієнт, який залежить від матеріалів, з яких виготовлені тіла, та якості обробки (тобто чистоти обробки) їх поверхонь.

У випадку ковзання μ залежить від відносної швидкості тіл (див. рис.1). Графік охоплює також тертя спокою $F_{тер.сп.}$, яке приймає значення від 0 до F_0, що відображено вертикальним відрізком. Сила тертя ковзання зі збільшенням швидкості спочатку декілька зменшується , а потім зростає.

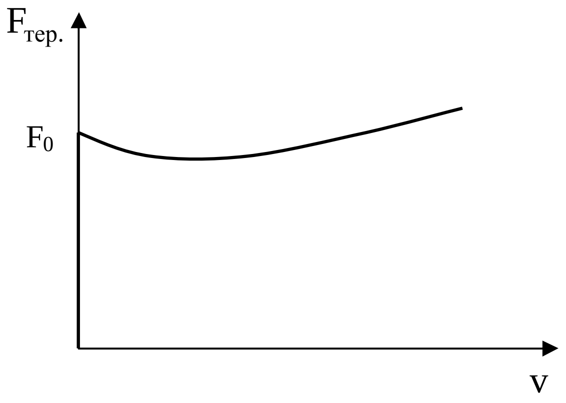

Рис. 1.

При спеціальній обробці поверхонь сила тертя ковзання може не залежати від швидкості. В цьому випадку криволінійна ділянка на рис.1 перетворюється в горизонтальну пряму, яка починається в точці F_0. У випадку гладких поверхонь певну роль відіграє міжмолекулярна взаємодія, яку враховує двочленний закон тертя ковзання, запропонований Б.В.Дерягиним:

$$F_{тер.} = \mu_{іст}\left(N + SP_0\right),$$

де P_0 – додатковий тиск, зумовлений силами міжмолекулярного притягання, які швидко зменшується при збільшенні відстані між частинками, S – площа дотику тіл, $\mu_{іст.}$ – істинний коефіцієнт тертя ковзання.

Тертя відіграє значну (як позитивну, так і негативну) роль у природі та техніці. Найбільш радикальний спосіб зменшення сил тертя – заміна тертя ковзання на тертя кочення.

Тертя кочення виникає при перекочуванні циліндра або кулі по поверхні іншого тіла. Виникнення цього виду тертя можна пояснити деформаціями. При перекочуванні кулька трохи сплющується і водночас деформує поверхню, по якій котиться. При абсолютно пружній деформації сили, що діють з боку деформованої поверхні на кульку симетричні відносно вертикальної осі, що проходить крізь центр мас кульки. Отже, у цьому випадку рівнодійна усіх сил спрямована вздовж вертикальної вісі кульки і зрівноважує силу тяжіння.

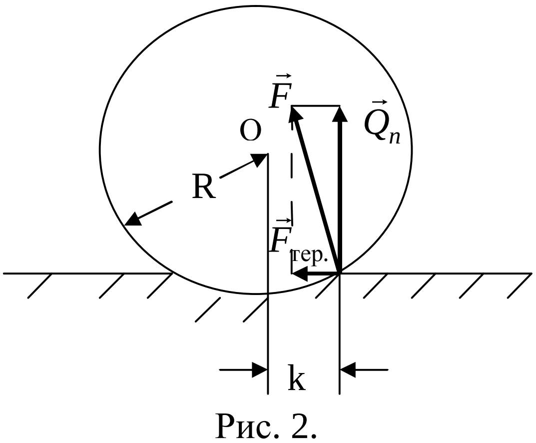

Рис. 2.

У випадку, коли деформація не є абсолютно пружною, сили з боку різних ділянок поверхні різні. Їх рівнодійна має вертикальний доданок Q_n, лінія якого не збігається з лінією дії сили нормального тиску, та горизонтальний доданок, спрямований проти швидкості. Цей доданок і є силою тертя кочення $F_{тер.}$ (рис. 2.). Нормальний доданок Q_n за величиною практично дорівнює прикладеному нормальному навантаженню N: $Q_n \cong N$.

Якщо куля рухається по площині без прискорення, то сумарний момент сил, що діють на неї дорівнює нулю. Тобто момент сили тертя відносно точки O ($M_{тер.} = F_{тер.} \cdot R$, де R – радіус кривизни кульки) дорівнює моменту сили реакції опори ($M_Q = Q_n \cdot k$, де k - плече сили Q_n, що дорівнює зміщенню точки прикладання цієї сили, яке виникає внаслідок контактних деформацій):

$$F_{тер.} \cdot R = Q_n \cdot k.$$

Звідси для сили тертя кочення з урахуванням $Q_n \cong N$ одержуємо вираз:

$$F_{тер.} = \frac{kN}{R}. \qquad (2)$$

Величину k називають коефіцієнтом тертя кочення. Коефіцієнт тертя кочення є плечем сили Q_n і має розмірність довжини.

<u>Методика вимірювань.</u>

В роботі коефіцієнт тертя кочення визначають за допомогою похилого маятника, який зображений на рис.3.

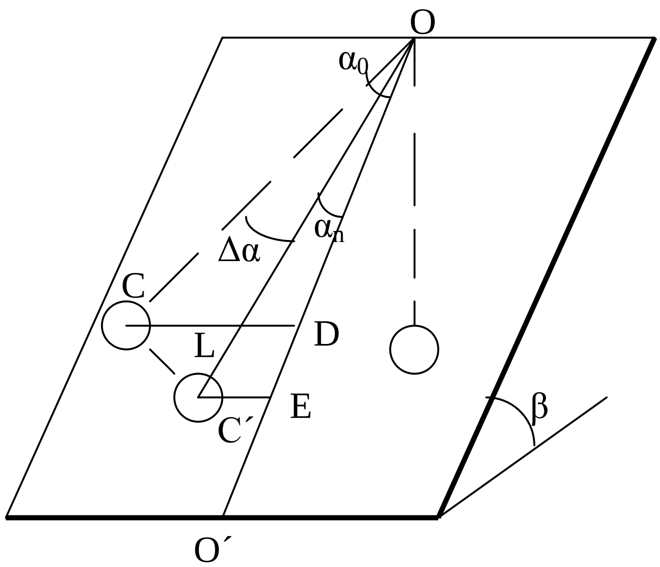

Рис. 3.

Кулька, що закріплена на нитці довжиною L, може перекочуватись по похилій площині, кут нахилу якої β можна змінювати від 0 до 90^0.

При виведенні кульки з стану рівноваги, вона починає перекочуватися по площині, причому її рух має характер затухаючих коливань. Затухання обумовлене головним чином тертям кочення. Обчислення коефіцієнту тертя кочення за допомогою похилого маятника базується на вимірюванні зменшення амплітуди його коливань за певне число циклів.

Формулу для знаходження k можна одержати, порівнявши роботу сили тертя з розсіяною механічною енергією.

За n циклів при переході з положення C у положення C´ (див. рис. 3) маятник витрачає енергію $\Delta E = mg\Delta h$ на роботу проти сили тертя $A_{тер.} = F_{тер.} \cdot S$ на шляху S. Таким чином, $mg\Delta h = F_{тер.} \cdot S$, де Δh - утрата висоти центра тяжіння. З урахуванням (2) одержуємо:

$$mg\Delta h = \frac{kNS}{R}. \qquad (3)$$

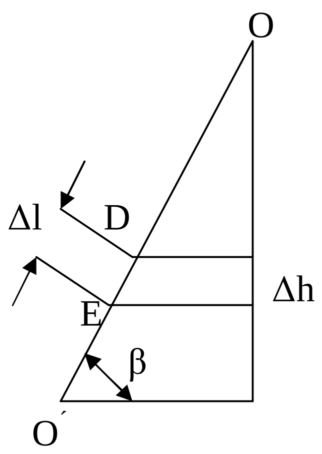

Рис. 4.

З рисунків 3 та 4 випливає: $\Delta h = \Delta l \sin\beta$;

$$\Delta l = OE - OD; N = mg\cos\beta;$$

$$\Delta l = L(\cos\alpha_n - \cos\alpha_0);$$

$$\Delta h = L(\cos\alpha_n - \cos\alpha_0)\sin\beta.$$

Тут α_0 – амплітудне значення кута відхилення маятника в початковий момент; α_n– амплітудне значення кута відхилення після n коливань, L – довжина маятника.

Шлях, який пройде центр тяжіння маятника за n коливань, дорівнює $S = 4Ln\langle\alpha\rangle$, де $\langle\alpha\rangle = \frac{(\alpha_0 + \alpha_n)}{2}$.

Підстановка отриманих для Δh та S виразів у рівняння (3) дає:

$$mg\,L(\cos\alpha_n - \cos\alpha_0)\sin\beta = kmg\cos\beta \cdot 4Ln\,\frac{(\alpha_0 + \alpha_n)}{2R}.$$

При малих значеннях α_0 і α_n можна покласти $\cos\alpha \cong 1 - \alpha^2/2$. Тоді з останнього рівняння для коефіцієнта тертя кочення одержуємо вираз:

$$k = \frac{Rtg\beta(\alpha_0 - \alpha_n)}{4n} = \frac{Rtg\beta\Delta\alpha_n}{4n}, \qquad (4)$$

де R – радіус кульки; α_0 – кут початкового відхилення маятника, виражений у радіанах; α_n – кут відхилення маятника після n повних коливань (у радіанах); n – число повних коливань; β – кут нахилу маятника, що визначається по бічній шкалі.

Формула (4) дозволяє визначити коефіцієнт тертя кочення k за допомогою похилого маятника.

<u>Порядок виконання роботи.</u>

1. Увімкнути прилад у мережу та натиснути клавішу „сеть”. Перевірити, чи всі індикатори висвічують цифру „нуль”, а також, чи висвічує лампа фотоелектричного датчика.

2. Встановити довжину маятника такою, щоб він перетинав промінь фотоелектричного датчика, а нитка знаходилась проти нуля шкали.
3. Установити похилу площину маятника на кут $\beta_1 = 30^o$.
4. Відхилити кульку від положення рівноваги на кут $\alpha_0 \approx 9^o - 11^o$.
5. Натиснувши клавішу „сброс”, деблокувати вимірювач числа циклів. Коли амплітуда коливань кульки зменшиться на $\Delta\alpha = (5^o - 7^o)$, натиснути клавішу „стоп” і визначити показання вимірювача (тобто кількість коливань n, за яку відбулося відповідне зменшення амплітуди).
6. Результати досліду занести до таблиці 1. **Увага!** Різницю $\Delta\alpha = \alpha_0 - \alpha_n$ перед занесенням до таблиці виразити у радіанах ($1^o = 0{,}0174$ рад).
7. Вимірювання при заданому куті нахилу площини β_1 провести 3 рази.
8. Провести аналогічні вимірювання ще для двох кутів β.

Таблиця 1.

β	α_0	$\Delta\alpha_1$	n_1	k_1	$\Delta\alpha_2$	n_2	k_2	$\Delta\alpha_3$	n_3	k_3	$\langle k \rangle = \sum_{i=1}^{3} k_i / 3$
$\beta_1 =$											
$\beta_2 =$											
$\beta_3 =$											

9. За формулою (4) обчислити коефіцієнт тертя k для кожного з вимірювань.
10. Значення k, що відповідають одній серії вимірювань (тому самому куту β), обробити за схемою обробки прямих вимірювань.
11. Остаточні результати для кожного кута нахилу β представити у вигляді:

$$\boxed{\begin{array}{l} k = (\langle k \rangle \pm \Delta k) м \\ \alpha = \\ \varepsilon_{\langle k \rangle} = ...\% \end{array}}$$

12. Проаналізувати, як відрізняються значення коефіцієнту тертя кочення для різних кутів нахилу β.

Додаткове завдання: дослідження залежності періоду коливань T похилого маятника від кута нахилу β. Мета досліду – переконатись у виконанні залежності $T^2 = \frac{T_0^{\ 2}}{\sin\beta}$, де $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ (L – довжина маятника, g – прискорення вільного падіння).

1. Установити похилу площину вертикально ($\beta=90^o$).
2. Маятник відвести на кут 5^o – 10^o та відпустити без підштовхування. Секундоміром визначити величину T_0.
3. Установлюючи похилу площину під кутами β = 30^o, 35^o, 40^o, 45^o, 50^o, 55^o, 60^o, для кожного з кутів нахилу провести вимірювання періоду коливань T. Результати вимірювань занести до таблиці 2.

Таблиця 2.

β, ^{o}	90^o	30^o	35^o	40^o	45^o	50^o	55^o	60^o
T, c								
T^2, c^2								
$1/\sin\beta$								

4. За експериментальними результатами зобразити графік залежності T^2 від $1/\sin\beta$.

Контрольні запитання.

1. Що таке сила тертя?
2. Яке тертя зветься сухим? в’язким?
3. Сформулюйте закони сухого тертя.
4. За яких умов виникає тертя кочення?
5. Виведіть формулу для сили тертя кочення.
6. Що таке коефіцієнт тертя кочення? В яких одиницях вимірюється?
7. Виведіть формулу для визначення k за допомогою похилого маятника.
8. Сформулюйте закон збереження енергії, який застосовується при виведенні формули.
9. Опишіть методику визначення k за допомогою похилого маятника.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №103
ВИВЧЕННЯ ЗАКОНІВ ЗІТКНЕННЯ ТІЛ

Мета роботи: перевірка закону збереження імпульсу

Теоретичний вступ

При зіткненні куль розглядаються два граничних випадки: абсолютно пружне та абсолютно непружне зіткнення.

Абсолютно пружним називають зіткнення, при якому механічна енергія не перетворюється в немеханічні види енергії. При такому ударі кінетична енергія кульок переходить у потенціальну енергію пружної деформації. Виникають пружні сили, які зростають із збільшенням деформації; далі потенціальна енергія знов перетворюється у кінетичну енергію руху, і кульки розходяться зі швидкостями, величина та напрям яких визначається двома законами: законом збереження механічної енергії та законом збереження імпульсу. Відповідні рівняння мають вид:

$$\frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}; \qquad (1)$$

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{v}_1' + m_2\vec{v}_2'.$$

Тут m_1 і m_2 – маси кульок, v_1, v_2, v_1', v_2' – їх швидкості відповідно д і після зіткнення.

Зіткнення двох сталевих кульок – модель абсолютно пружного удару.

Абсолютно непружним називають зіткнення, при якому механічна енергія перетворюється у внутрішню, виникає пластична деформація. Після такого удару тіла з’єднуються і далі (в залежності від напряму і величин швидкостей) або рухаються **з** однаковою швидкістю, або зупиняються. При абсолютно непружному зберігається імпульс системи:

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{v}. \qquad (2)$$

Тут $\vec{v}$ – швидкість після удару.

Закон збереження механічної енергії не виконуються, механічна енергія частково переходить у внутрішню, внаслідок чого зростає температура тіл.

Механічна енергія кульок перед непружним ударом

$$E = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2}. \qquad (3)$$

Механічна енергія цієї системи після удару

$$E' = \frac{(m_1 + m_2)v^2}{2}. \qquad (4)$$

Різниця

$$\Delta E = E - E' \qquad (5)$$

– це та частина механічної енергії, яка перетворилася у внутрішню.

У роботі розглядається випадок, коли кульки безпосередньо перед зіткненням рухаються вздовж прямої, котра проходить через їх центри мас, тобто удар є центральним (лобовим) та прямим.

Прилад дозволяє вивчати як абсолютно пружний, так і абсолютно непружний центральний удар. Від складається з двох стичних кульок, підвішених на нитках; електромагніту, що утримує одну з кульок у відхиленому стані; двох шкал для вимірювання кутів відхилення кульок, та секундоміру для вимірювання часу їх зіткнення.

Для перевірки закону збереження імпульсу за допомогою цього приладу достатньо визначити швидкість, а за нею імпульс кульок перед і після зіткнення.

Формулу для обчислення швидкості кульки безпосередньо перед зіткненням або після нього одержимо, враховуючи збереження механічної енергії в процесі руху кульки. При відведенні кульки маси m на кут γ (див. рис.1) вона має потенціальну енергію $E_p = mgh$, яка в нижній точці траєкторії повністю переходить у кінетичну $E_k = \frac{mv^2}{2}$:

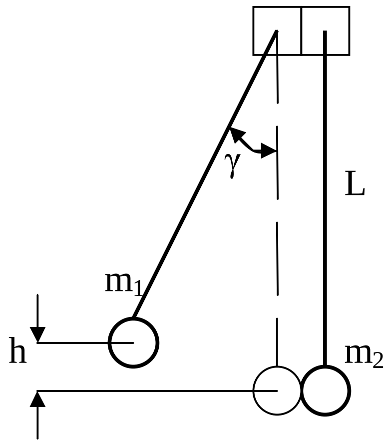

Рис.1

$$mgh = \frac{mv^2}{2}.$$

Звідси $v = \sqrt{2gh}$. Оскільки $\frac{L-h}{L} = \cos\gamma$, то

$$h = L(1-\cos\gamma) = 2L\sin^2\left(\frac{\gamma}{2}\right).$$

Тоді

$$v = 2\sqrt{gL}\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right). \qquad (6)$$

Вправа 1. Вивчається абсолютно пружне зіткнення двох сталевих кульок рівної маси (m_1=m_2). В цьому випадку кульки при ударі обмінюються швидкостями. Якщо перша кулька m_1 безпосередньо перед зіткненням з другою нерухомою кулькою ($\vec{v}_2$=0) набуває швидкість $\vec{v}_1$, то після зіткнення кулька m_2 має швидкість $\vec{v}'_2 = \vec{v}_1$, а кулька m_1 зупиняється ($\vec{v}'_1$=0).

Порядок виконання вправи

1. Закріпити на тримачах сталеві кульки однакової маси так, щоб горизонтальні смужки на них знаходилися на одному рівні.
2. Перевірити, чи вказують вістря тримачів кульок на нулі шкал.
3. Увімкнути прилад у електромережу.
4. Відтиснути клавішу „пуск”, тим самим увімкнути електромагніт. Першу кульку відвести до електромагніту. Записати у таблицю кут її відхилення γ_1.

Пружний удар m_1= ; m_2=				Непружний удар m_1= ; m_2=			
γ_1	γ'_2	$\Delta\gamma'_2$	$(\Delta\gamma'_2)^2$	γ_1	γ	$\Delta\gamma$	$(\Delta\gamma)^2$

5. Натиснути клавішу „пуск”. Визначити та записати у таблицю значення γ'_2 максимального кута відхилення лівої кульки після удару.
6. Натиснути клавішу „стоп”.

7. Вимірювання повторити, починаючи з п.4, ще 9 разів. За схемою обробки прямих вимірювань знайти $\Delta\gamma_2'$. $\Delta\gamma_1$ дорівнює точності шкали.
8. За формулою (6), використовуючи середні значення кутів $\langle\gamma_1\rangle$ і $\langle\gamma_2'\rangle$, обчислити відповідно швидкості $\langle v_1\rangle$ та $\langle v_2'\rangle$, а потім імпульси системи до і після зіткнення: $\langle p\rangle = \langle p_1\rangle = m_1\langle v_1\rangle$; $\langle p'\rangle = \langle p_2'\rangle = m_2\langle v_2'\rangle$.
9. За формулою $\varepsilon_{\langle p\rangle} = \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{\Delta g}{g}\right)^2 + \frac{1}{4}\left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\gamma}{\gamma}\right)^2}$ обчислити відносні похибки імпульсів до і після зіткнення. (При виведенні формули вважали $\sin\left(\frac{\gamma}{2}\right) \approx \frac{\gamma}{2}$, а помилкою Δm знехтували).
10. Обчислити абсолютні помилки Δp та $\Delta p'$ і записати значення імпульсів до і після удару в остаточному виді.
11. Зробити висновок щодо виконання закону збереження імпульсу і до можливих причин його порушення , якщо довірчі інтервали p та p' не перекриваються.

Вправа 2. Вивчається абсолютно непружний удар двох пластилінових кульок.

Порядок виконання вправи.

1. Замінити сталеві кульки на пластилінові.
2. Аналогічно попередньому визначити та записати у таблицю кут відхилення правої кульки γ_1 до удару та кут γ відхилення обох кульок після нього. Вимірювання повторити 10 разів.
3. Обробити результати вимірювань та по $\langle\gamma_1\rangle$ і $\langle\gamma\rangle$ за формулою (6) обчислити швидкість $\langle v_1\rangle$ першої кульки до удару та спільну швидкість руху $\langle v\rangle$ обох кульок після зіткнення.
4. Обчислити сумарний імпульс системи до удару $\langle p\rangle = \langle p_1\rangle = m_1\langle v_1\rangle$ та після удару $\langle p'\rangle = (m_1 + m_2)\langle v\rangle$.
5. Далі обробити результати відповідно п. п. 9,10 попередньої вправи.
6. За формулами (3),(4) обчислити механічну енергію кульок до і після зіткнення та за формулою (5) ту її частину, що перетворилась у внутрішню енергію.

Додаткове завдання: визначення коефіцієнту непружних втрат.

У загальному випадку швидкості кульок після зіткнення можна обчислити за формулами:

$$v_1' = v_1 + (1+e)\frac{m_2}{m_1 + m_2}(v_2 - v_1); \qquad (7)$$

$$v_2' = v_2 + (1+e)\frac{m_1}{m_1+m_2}(v_1 - v_2), \qquad (8)$$

де m_1 і m_2 – маси кульок; $\vec{v}_1$ і $\vec{v}_2$ – початкові швидкості кульок; e – коефіцієнт непружних втрат. e =1 у випадку абсолютно пружного зіткнення; e = 0, якщо зіткнення абсолютно непружне.

Якщо довірчі інтервали р та р' , знайдені у вправі 1, не перекриваються, тобто удар не є абсолютно пружним, за результатами експерименту можна визначити коефіцієнт непружних втрат е.

У нашому досліді $m_1 = m_2$ і $\vec{v}_2 = 0$. Тоді формули (7) та (8) набувають виду:

$$v_1' = \frac{1}{2}v_1(1-e); \qquad (7a)$$

$$v_2' = \frac{1}{2}v_1(1+e). \qquad (8a)$$

За знайденими у вправі 1 середніми значеннями $\langle v_1 \rangle$ та $\langle v_2' \rangle$ з формули (8а) можна дістати значення коефіцієнта непружних втрат:

$$e = \frac{2\langle v_2' \rangle}{\langle v_1 \rangle} - 1$$

<u>Контрольні запитання.</u>

1. Який удар називають абсолютно пружним? Які закони збереження виконуються при абсолютно пружному ударі?
2. Що таке абсолютно непружний удар? Які закони збереження виконуються у цьому випадку?
3. Яка деформація є пружною? пластичною?
4. Що таке імпульс тіла?
5. В чому полягає закон збереження імпульсу? Закон збереження механічної енергії?
6. Як в роботі визначається швидкість кульок? Який закон збереження використовується при виведенні формули швидкості?
7. Опишіть метод перевірки закону збереження імпульсу в даній роботі.
8. Як визначити втрати механічної енергії при непружному зіткненні?

ОБЕРТАЛЬНИЙ РУХ

(Теоретичний вступ до лабораторних робіт №104,105,106)

Обертальним рухом твердого тіла відносно нерухомої осі називається такий його рух, при якому всі точки тіла описують кола з центрами на одній прямій – осі обертання. Вісь обертання перпендикулярна до площин, в яких лежать ці кола. (Рис.1).

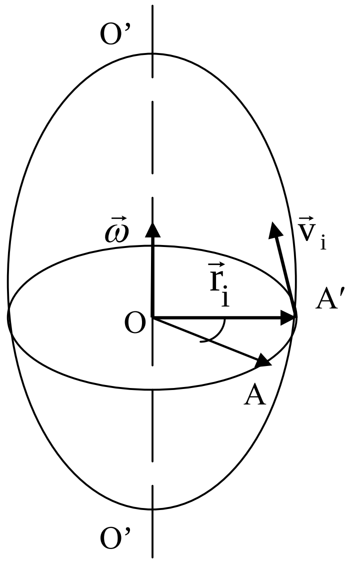

Рис.1.

Кінематичні характеристики.

Основними кінематичними характеристиками обертального руху є ***кутове переміщення*** точок тіла (кут повороту радіус-вектора $\vec{r}_i$ будь-якої точки тіла) $d\vec{\varphi}$**,** ***кутова швидкість*** $\vec{\omega}$ та ***кутове прискорення*** $\vec{\varepsilon}$.

$$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}; \quad \vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}.$$

Напрям вектора $\vec{\omega}$ можна визначити за правилом свердлика: якщо свердлик обертати в напрямку обертання тіла, вектор $\vec{\omega}$ буде спрямований у бік поступального руху вістря свердлика.

Вектор кутового прискорення $\vec{\varepsilon}$ має напрям вздовж осі обертання, однаковий з вектором $\vec{\omega}$ при прискореному русі, та протилежний $\vec{\omega}$**,** якщо рух сповільнений.

При обертальному русі тіла усі його складові мають однакові вектори кутової швидкості $\vec{\omega}$ та кутові прискорення $\vec{\varepsilon}$ (на відміну від лінійних характеристик руху точок тіла – переміщення $\Delta\vec{r}_i$, швидкості $\vec{v}_i$ та прискорення $\vec{a}_i$).

Лінійні характеристики руху точок тіла пов'язані з кутовими характеристиками такими співвідношеннями: $\vec{v}_i = [\vec{\omega}, \vec{r}_i]$, $\vec{a}_{\tau i} = [\vec{\varepsilon}, \vec{r}_i]$, $\vec{a}_{ni} = -\omega^2 \vec{r}_i$, де $\vec{v}_i$ – лінійна швидкість, $\vec{a}_{\tau i}$ – тангенціальне прискорення, $\vec{a}_{ni}$ – нормальне прискорення, $\vec{r}_i$ – радіус-вектора і-ої точки тіла, що обертається.

Динамічні характеристики.

Основними динамічними характеристиками обертального руху є момент імпульсу $\vec{L}$**,** момент сили $\vec{M}$ та момент інерції I.

Моментом імпульсу $\vec{L}_i$ матеріальної точки тіла відносно довільної нерухомої точки O (початку або полюса) називають векторний добуток $[\vec{r}_i, \vec{p}_i]$. Тобто $\vec{L}_i = [\vec{r}_i, \vec{p}_i]$, де $\vec{r}_i$ – радіус-вектор, проведений від початку до матеріальної точки масою m_i, що рухається із швидкістю $\vec{v}_i$, $\vec{p}_i = m_i\vec{v}_i$ – імпульс цієї точки. Напрям вектора $\vec{L}_i$ можна визначити за правилом свердлика (рис.2).

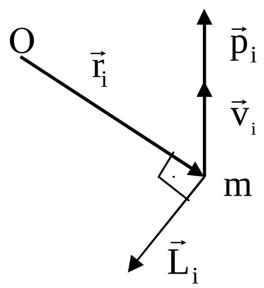

Рис.

Аналогічно, ***момент сили*** $\vec{M}$ відносно вибраного початку (полюса) є векторним добутком радіус-вектора $\vec{r}$, проведеного від полюса до точки прикладення сили, на вектор сили $\vec{F}$: $\vec{M}_i = \left[\vec{r}_i, \vec{F}_i\right]$.

Отже, момент імпульсу є мірою руху матеріальної точки при її обертанні, а момент сили характеризує дію на матеріальну точку сили.

Похідна $\vec{L}_i$ за часом t приводить до рівняння

$$\frac{d\vec{L}_i}{dt} = \left[\vec{r}_i, \vec{F}_i\right] = \vec{M}_i, \qquad (1)$$

яке називають рівнянням моментів: швидкість зміни моменту імпульсу, тобто похідна моменту імпульсу матеріальної точки, дорівнює моменту сили, що діє на неї.

Рівняння (1) – векторне. Його проекція на будь-яку вісь, відносно якої відбувається обертання (наприклад, вісь z), є рівнянням обертального руху матеріальної точки відносно осі: $\frac{dL_{zi}}{dt} = M_{zi}$, де L_{zi} та M_{zi} - відповідно момент імпульсу та момент сили відносно осі.

З урахуванням того, що $L_{zi} = m_i r_i v_i = m_i r_i^2 \omega_i$, рівняння приймає вид:

$$I_i \left.\frac{d\omega}{dt}\right|_z = M_{zi}, \qquad (2)$$

де $I_i = m_i r_i^2$ - ***момент інерції*** матеріальної точки відносно даної осі обертання, який дорівнює добутку маси матеріальної точки на квадрат її відстані від осі.

Будь-яке абсолютно тверде тіло можна уявити як систему матеріальних точок, відстань між якими не змінюється під час руху.

Основний закон динаміки обертального руху твердого тіла відносно осі може бути отриманий підсумовуванням рівняння (2) по всім точкам тіла і має аналогічний вид:

$$\frac{dL}{dt} = M \quad \text{або} \quad I\frac{d\omega}{dt} = M; \qquad I\varepsilon = M. \qquad (3)$$

Тут:

$L = \sum_{i=1}^{n} L_{iz}$ – сума проекцій моменту імпульсу тіла на вісь обертання;

$M=\sum_{i=1}^{n} M_{iz}$ – сума проекцій моменту зовнішніх сил на ту ж саму вісь;

$I=\sum_{i=1}^{n} I_i$ –момент інерції твердого тіла відносно осі обертання.

Моментом інерції твердого тіла відносно будь – якої осі обертання називають суму моментів інерції всіх матеріальних точок тіла відносно цієї осі.

$$I=\sum_{i=1}^{n} I_i \;. \qquad (4)$$

Момент інерції відносно даної осі не залежить від характеру руху тіла, а залежить від його розмірів, форми та розподілу маси відносно осі.

Фізичний зміст моменту інерції полягає в тому, що він є мірою інертності тіла при обертальному русі (тобто відіграє таку ж саму роль в обертальному русі, як маса при поступальному).

Тіло можна зобразити набором нескінченно малих об'ємів dV з масою $dm=\rho dV$ (ρ – густина речовини), які можна вважати матеріальними точками з елементарним моментом інерції $dI=r^2 dm=\rho r^2 dV$. З урахуванням (4) момент інерції всього тіла відносно довільної осі можна записати у вигляді інтеграла по об'єму тіла:

$$I=\int_V \rho r^2 dV=\rho\int_V r^2 dV \;.$$

Ця формула дозволяє відносно просто розрахувати моменти інерції однорідних тіл, що мають правильну геометричну форму.

1. Порожнистий товстостінний циліндр (кільце) масою m та радіусами R_1 і R_2 відносно геометричної осі:

$$I=\frac{m\left(R_1^2+R_2^2\right)}{2}\;.$$

2. Порожнистий тонкостінний циліндр (кільце) масою m і радіусом оболонки R відносно геометричної осі:

$$I=mR^2\;.$$

3. Суцільний циліндр (вал, диск) масою m і радіусом R відносно геометричної осі:

$$I=\frac{mR^2}{2}\;.$$

4. Куля масою m і радіусом R відносно осі, що проходить через центр кулі:

$$I=\frac{2}{5}mR^2\;.$$

5. Стрижень масою m завдовжки L відносно осі, перпендикулярної до середини стрижня:

$$I=\frac{1}{12}mL^2\;.$$

Момент інерції тіла відносно різних осей обертання має різне значення. Для визначення моменту інерції тіла відносно довільної осі, зміщеної з центра мас, використовують теорему Гюйгенса – Штейнера.

Теорема Гюйгенса – Штейнера. Момент інерції тіла відносно довільної осі дорівнює сумі моменту інерції I_0 відносно осі, яка паралельна даній і проходить через центр мас тіла, і добутку маси тіла **m** на квадрат відстані l_0 між осями:

$$I = I_0 + ml_0^{\ 2}.$$

За теоремою Гюйгенса – Штейнера момент інерції стрижня масою m завдовжки l відносно осі, перпендикулярної до кінця стрижня:

$$I = \frac{1}{3}mL^2.$$

Кінетичну енергію тіла, що обертається відносно закріпленої осі зі швидкістю ω можна записати по аналогії з кінетичною енергією поступального руху:

$$E_{к..пост.} = \frac{mv^2}{2}; \qquad E_{к..об.} = \frac{I\omega^2}{2}.$$

Якщо тіло приймає участь у обох видах рухів, то його кінетична енергія складається з двох частин: кінетичної енергії поступального руху центра мас $E_{к..пост.}$ та кінетичної енергії обертального руху відносно осі, що проходить через центр мас $E_{к..об.}$:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2},$$

де v – швидкість поступального руху центра мас, ω – кутова швидкість.

Контрольні запитання

1. Який рух називають обертальним?
2. Назвіть кінематичні та динамічні характеристики обертального руху.
3. Що таке кутова швидкість обертання? В чому полягає правило свердлика?
4. Що таке кутове прискорення? Коли вектори $\vec{\omega}$ та $\vec{\varepsilon}$ паралельні, а коли антипаралельні?
5. Як пов’язані лінійні та кутові характеристики руху точки, що обертається?
6. Як визначається момент сили? Який у нього модуль та напрямок?
7. Яка величина в обертальному русі аналогічна імпульсу?
8. В чому полягає основний закон динаміки обертального руху?
9. Що таке момент інерції матеріальної точки? тіла? У чому вимірюється?
10. Сформулюйте теорему Гюйгенса – Штейнера.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 104
ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ МАЯТНИКА МАКСВЕЛЛА
(Проробити теоретичний вступ „Обертальний рух”)

Мета роботи: визначення моменту інерції маятника Максвелла.

Опис приладу та виведення формули

Маятник Максвелла (біфілярний підвіс) - це ролик, закріплений на осі у вигляді стержня та підвішений на двох нитках. На ролик накладають різні кільця, змінюючи таким чином момент інерції системи.

Маятник з накладеним кільцем, який утримується електромагнітом у верхньому положенні (нитки повністю навиті на вісь маятника), має запас потенціальної енергії $E_p = mgh$, де

$$m = m_0 + m_p + m_k, \tag{1}$$

m_0 – маса осі маятника, m_p – маса ролика, m_k – маса кільця, h – довжина маятника, g – прискорення вільного падіння.

Якщо звільнити маятник, він почне опускатися. При цьому маятник рухається поступально з постійним прискоренням та одночасно обертається відносно осі. В процесі руху потенціальна енергія маятника зменшується, перетворюючись у кінетичну енергію поступального та обертального руху. Якщо знехтувати силою тертя, за законом збереження енергії

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}, \tag{2}$$

де I – момент інерції всієї системи.

З формули для рівноприскореного руху без початкової швидкості

$$h = \frac{at^2}{2}, \tag{3}$$

де t – час, за який система переходить до нижнього положення, дістаємо прискорення a поступального руху центра мас маятника, яке використовуємо для визначення кінцевої швидкості центра мас:

$$v = at = \frac{2h}{t}. \tag{4}$$

З такою самою швидкістю розмотується нитка з осі, що дозволяє виразити кінцеву кутову швидкість обертання осі системи:

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{2V}{D}, \tag{5}$$

де D – зовнішній діаметр осі маятника разом із намотаною на ньому ниткою підвісу.

$$D = D_0 + 2D_н, \tag{6}$$

D_0 – діаметр осі маятника, $D_н = 0{,}5$ мм – діаметр нитки.

Підставивши (4) та (5) до формули (2), одержимо

$$mgh = \frac{2mh^2}{t^2} + \frac{8Ih^2}{D^2 t^2},$$

Звідки за експериментальними значеннями часу падіння t та висоти падіння h можна визначити момент інерції маятника Максвелла

$$I_{екс.} = \frac{mD^2}{4}\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right). \qquad (7)$$

З іншого боку, з урахуванням адитивності моменту інерції, можна обчислити теоретичне значення моменту інерції маятника:

$$I_{теор.} = I_o + I_p + I_k, \qquad (8)$$

де I_o, I_p, I_k – відповідно моменти інерції осі, ролика та кільця. Вісь має форму циліндра, ролик та кільце – циліндри з порожнинами. За відповідними формулами, наведеними в теоретичному вступі,

$$I_o = \frac{m_o D_o^2}{8}, \qquad I_p = \frac{m_p}{8}\left(D_p^2 + D_o^2\right), \qquad I_k = \frac{m_k}{8}\left(D_p^2 + D_k^2\right). \qquad (9)$$

D_p та D_k – зовнішні діаметри ролика та кільця.

Розрахунок теоретичного значення моменту інерції за формулами (8), (9) дає можливість порівняти його з визначеним у досліді за формулою (7) і переконатися у адитивності моменту інерції.

Порядок виконання роботи.

1. Надіти на ролик кільце, обране за вказівкою викладача. Записати у таблицю значення мас осі – m_0, ролика – m_p та кільця – m_k, що указані на них, та за формулою (1) обчислити сумарну масу m.
2. Увімкнути прилад в електромережу, натиснувши клавішу „сеть”. Переконатися, що засвітилися лампочки обох фотоелектричних датчиків (на верхньому та нижньому кронштейнах), а всі індикатори висвітлюють „нуль” .
3. Відтиснути клавішу „пуск”.
4. Намотати на вісь маятника нитку підвісу виток до витка.
5. Зафіксувати маятник у верхньому положенні за допомогою магніту.
6. Повернувши маятник у напрямку руху на кут приблизно 5°, натиснути клавішу „сброс”, а потім клавішу „пуск”.
7. В момент, коли маятник досягне нижнього граничного положення, секундомір зафіксує значення часу падіння t. Записати його у таблицю. Виміри повторити 3-5 разів.
8. По шкалі на вертикальній колонні визначити довжину маятника h, а за допомогою штангенциркуля – діаметри D_o, D_p та D_k по 3-5 разів; знайти середні значення величин. Усі дані занести до таблиці.

9. За відомими значеннями D_o і $D_н$ визначити за формулою (6) діаметр D осі разом з намотаною ниткою.
10. За формулою (7) обчислити момент інерції маятника з обраним кільцем $I_{екс}$ для кожної серії вимірювань (3-5 разів) і визначити середнє значення моменту інерції.

Таблиця.

m, кг	№ п.п.	h, м	D_o, м	D_p, м	D_k, м	t, с	$I_{екс.}$, кг·м^2	$\Delta I_{екс.}$, кг·м^2	$(\Delta I_{екс.})^2$, (кг·м^2)^2
$m_0 =$ $m_p =$ $m_k =$	1.								
	2.								
	3.								
m =			$\langle D_o \rangle =$	$\langle D_p \rangle =$	$\langle D_k \rangle =$		$\langle I_{екс.} \rangle =$		

11. Обробити результати за схемою обробки прямих вимірювань і записати остаточний результат у виді:

$$\boxed{\begin{aligned} & I_{екс.} = \left(\langle I_{екс.}\rangle \pm \Delta I_{екс.}\right) \text{ кг·м}^2 \\ & \alpha = 0{,}9 \\ & \varepsilon = \ldots\% \end{aligned}}$$

12. Обчислити теоретичне значення моменту інерції $I_{теор.}$ за формулами (9). (8), використовуючи середні значення виміряних діаметрів.
13. Порівняти одержані результати, обчисливши величину їх відносного розходження за формулою:

$$\varepsilon' = \frac{\left|\langle I_{екс.}\rangle - I_{теор.}\right|}{\langle I_{експ..}\rangle} \cdot 100\%$$

<u>Контрольні запитання.</u>

1-10. Дайте відповідь на контрольні запитання до теоретичного вступу „Обертальний рух”.
11. Сформулюйте закон збереження механічної енергії.
12. Виведіть формулу (7) для визначення моменту інерції методом маятника Максвелла.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 105.
МАЯТНИК ОБЕРБЕКА.

Проробити теоретичний вступ „Обертальний рух”.

Мета роботи: визначення моментів інерції та перевірка теореми Гюйгенса – Штейнера.

Опис приладу та виведення формули.

Маятник Обербека (схематично зображений на рис.1) – це хрестовина, що складається з 4 стрижнів, прикріплених до втулки з віссю. На вісь обертання маятника насаджені 2 шківи радіусами r_1 і r_2. На шків намотується нитка, на вільному кінці якої, перекинутому через блок, закріплено платформу, на яку можна покласти вантаж. Під дією платформи з вантажем (загальна маса – m) нитка розмотується й надає маятнику рівноприскорений обертальний рух.

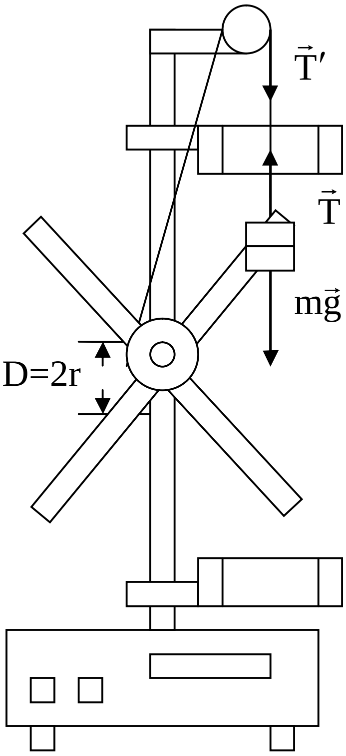

Рис.1.

На вертикальній колоні зі шкалою вздовж руху платформи закріплені 2 фотоелектричні датчики – верхній рухомий, а нижній – нерухомий. Переміщення верхнього фотоелементу дає можливість встановити необхідну висоту h падіння вантажу m. Обидва фотоелементи з’єднані з електричним секундоміром, котрий фіксує час t проходження вантажем відстані між ними (час падіння з висоти h).

Оскільки платформа з вантажем рухається з прискоренням $\vec{a}$, рівняння її руху:

$$mg - T = ma .$$

Рівняння обертального руху маятника Обербека:

$$M = I\varepsilon , \qquad (1)$$

де M – момент сил, що діють на маятник; I – його момент інерції, ε – кутове прискорення.

Якщо знехтувати в умовах цієї задачі силою тертя, то момент сил M, прикладений до шківа, створюється тільки силою натягу нитки і дорівнює $M = T \cdot r$, де $T = m(g - a)$; $r = \left\{ \begin{matrix} r_1 \\ r_2 \end{matrix} \right\}$ (в залежності від того, на який шків натягнута нитка). Тобто

$$M = m(g - a)r . \qquad (2)$$

Лінійне прискорення a точок на ободі шківа можна визначити, враховуючи, що вантаж m опускається з висоти h з таким самим прискоренням: $a = \frac{2h}{t^2}$ (3). Кутове прискорення маятника: $\varepsilon = \frac{a}{r} = \frac{2h}{t^2 r}$. (4)

З урахуванням (2) та (4) рівняння обертального руху (1) приймає вид:

$$m(g - a)r = I\frac{a}{r}. \qquad (5)$$

Звідки після підстановки виразу (3) для лінійного прискорення для моменту інерції маятника Обербека одержуємо:

$$I = mr^2\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right) \qquad (6)$$

Формулу (6) можна застосувати для визначення моменту інерції різних тіл.

Вправа 1. Визначення моменту інерції стрижня.

Таблиця 1.

$m_г$, кг	
$m_{пл}$, кг	
$m = m_г + m_{пл}$	
r, м	
$L_{ст}$, м	
L_1, м	
d, м	
$l_0 = d/2 + L_1 + r$	
h, м	
$m_{ст}$, кг	
m_1, кг	

Порядок виконання вправи

1. Виміряти штангенциркулем діаметр шківа 2r, на котрий намотали нитку. Значення радіусу занести до таблиці 1.
2. Закріпити на платформі додатковий вантаж (за вказівками викладача). Його масу $m_г$ та масу платформи $m_{пл}$, записати у таблицю. Обчислити $m = m_г + m_{пл}$.
3. Установити верхній фотоелемент на висоті h. Записати h у таблицю.
4. Установити нижню площину платформи з вантажем на рівні риски верхнього фотоелементу.
5. Натиснути клавішу „пуск”.
6. Записати у таблицю 2 час падіння t_1 вантажу m.
7. Натиснути клавішу „сброс”.
8. Підняти платформу у початкове (верхнє) положення. Відтиснути клавішу „пуск”. Пристрій готовий до подальших вимірювань.
9. Повторити вимірювання ще 4 рази (для тих самих h та m).
10. За формулою (6), використовуючи середнє значення $\langle t_1 \rangle$, обчислити значення моменту інерції хрестовини I_1.

11. Враховуючи симетрію у розміщенні стрижнів хрестовини, обчислити момент інерції одного зі стрижнів $I_{ст.експ.}$ відносно її осі: $I_{ст.експ}=\frac{I_1}{4}$.

Таблиця 2.

№ п.п	t_1,c	t_2,c
1. 2. 3. 4. 5.		
	$\langle t_1\rangle =$	$\langle t_2\rangle =$

12. Для перевірки теореми Гюйгенса – Штейнера:

а) виміряти довжину стрижня $L_{ст}$ за допомогою міток на ньому. Значення довжини та маси стрижня $m_{ст}$ записати до таблиці 1;

б) за попередньо виведеною на основі теореми Гюйгенса – Штейнера теоретичною формулою $I_{ст.теор.}=\frac{1}{3}m_{ст}L_{ст}^2$ обчислити $I_{ст.теор.}$.

12. Порівняти одержані результати, визначивши точність їх збіжності:

$$\varepsilon=\frac{\left|I_{ст.експ.}-I_{ст.теор}\right|}{I_{ст.експ.}}\cdot 100\%$$

Вправа 2. Визначення моменту інерції циліндричних тіл.

Маятник Обербека можна використовувати для визначення моменту інерції тіл будь – якої форми, насадивши симетрично 4 однакових тіла (у даній роботі 4 циліндри) на стрижні хрестовини.

Момент інерції – величина адитивна, тому момент інерції хрестовини з тілами: $$I_2=I_1+I',$$

де I_1 – момент інерції хрестовини без тіл; I' – момент інерції чотирьох тіл відносно осі хрестовини.

Звідси: $$I'=I_2-I_1, \quad (7)$$

Момент інерції I одного з тіл: $$I=\frac{I'}{4}.$$

Порядок виконання вправи.

1. Виміряти та занести до таблиці 1 висоту d циліндричного тіла.
2. 4 однакових циліндричних тіла масою m_1 (надається в роботі) надіти на стрижні хрестовини та закріпити на однаковій відстані від осі обертання.
3. За мітками на стрижні визначити відстань L_1 від краю циліндра до шківа та обчислити відстань l_0 від осі обертання до центра циліндра:

$$l_0=\frac{d}{2}+L_1+r, \qquad r \text{ – радіус шківа.}$$

Значення m_1, L_1 та l_0 записати у таблицю 1.

4. Аналогічно попередньому (див. п. п. 4–7 попереднього завдання) виміряти 5 разів та записати до таблиці 2 час t_2 падіння вантажу m з висоти h для хрестовини з циліндричними тілами на ній.

5. За формулою (6) обчислити момент інерції I_2 хрестовини з циліндрами, використовуючи середнє значення часу $\langle t_2 \rangle$.

6. За значеннями I_1 та I_2 визначити момент інерції I' чотирьох циліндричних тіл відносно осі хрестовини (формула (7)).

7. Обчислити експериментальне значення моменту інерції одного з циліндрів відносно осі хрестовини:

$$I_{\text{експ.}} = \frac{I'}{4}.$$

8. Для визначення теоретичного значення $I_{\text{теор.}}$ слід скористатися теоремою Гюйгенса – Штейнера, згідно якої:

$$I = I_0 + m_1 l_0{}^2.$$

де I_0 – момент інерції циліндра відносно осі, що проходить через його центр тяжіння паралельно до осі хрестовини, l_0 – відстань між цими осями (від центру тяжіння тіла m_1 до осі обертання хрестовини).

Розміри вантажу значно менші за l_0, тому значенням I_0 можна знехтувати, тобто розрахувати теоретичне значення за формулою:

$$I = m_1 l_0^2. \qquad (8)$$

Обчислити момент інерції циліндра $I_{\text{теор.}}$ за формулою (8).

9. Порівняти експериментальний та теоретичний результати, оцінюючи точність їх збігу:

$$\varepsilon = \frac{\left| I_{\text{експ.}} - I_{\text{теор}} \right|}{I_{\text{експ.}}} \cdot 100\%.$$

Контрольні запитання.

1–10. Відповісти на контрольні запитання до теоретичного вступу „Обертальний рух”.

11. Вивести формулу для визначення моменту інерції стриженя.

12. Як перевіряють теорему Гюйгенса – Штейнера у цій роботі?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 106
ВИЗНАЧЕННЯ МОМЕНТУ ІНЕРЦІЇ ТІЛ МЕТОДОМ ТРИФІЛЯРНОГО ПІДВІСУ.

Проробити теоретичний вступ „Обертальний рух”.

Мета роботи: визначення моментів інерції за допомогою трифілярного підвісу та перевірка теореми Гюйгенса – Штейнера.

1. Опис приладу та вивід формули.

У роботі визначають момент інерції системи, що здійснює крутильні коливання.

Прилад складається з круглої платформи (диску), яка підвішена на трьох симетрично розташованих металевих нитках, закріплених на краях платформи. Зверху нитки прикріплені до диску меншого радіусу. Такий підвіс називають ***трифілярним*** (рис.1**.** Якщо повернути платформу відносно верхнього диску на деякий кут φ_0, то центр тяжіння платформи піднімається на висоту h. Наданий самому собі, прилад буде здійснювати крутильні коливання навколо вертикальної осі OO′, що перпендикулярна до верхнього та нижнього дисків і проходить через їх центри. Водночас центр тяжіння платформи буде здійснювати коливання у вертикальному напрямку (вздовж осі).

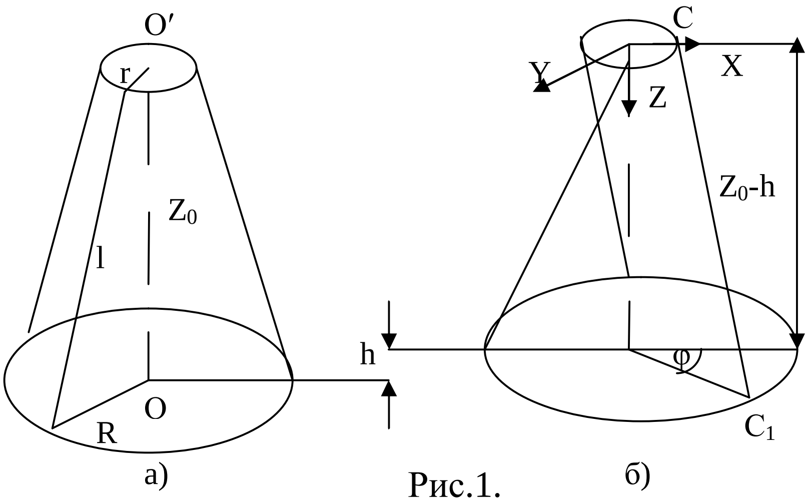

Рис.1.

Період крутильних коливань залежить від моменту інерції платформи.

Ця залежність використовується в лабораторній роботі для визначення моменту інерції.

Набута платформою при підйомі а висоту h потенціальна енергія дорівнює

$$E_p = m_0 g h, \qquad (1)$$

де g – прискорення вільного падіння, m_0 – маса платформи.

Коли платформа опускається, її потенціальна енергія зменшується, перетворюючись у кінетичну енергію обертання, і при h = 0 диск має тільки кінетичну енергію обертання:

$$E_k = \frac{1}{2} I \omega_0^2, \qquad (2)$$

де ω_0 – кутова швидкість обертання платформи в момент, коли h = 0.
I – момент інерції платформи.

Нехтуючи роботою сил тертя, за законом збереження енергії:

$$m_0gh = \frac{1}{2}I\omega_0^2, \qquad (3)$$

Можна показати, що $\omega_0 = \dfrac{2\pi\varphi_0}{T}$ (4), а $h = \dfrac{Rr\varphi_0{}^2}{2Z_0}$ (5), де φ_0 – кутова амплітуда, T – період коливань платформи; R та r – радіуси великого та малого дисків, відповідно; Z_0 – відстань між платформами у стані рівноваги.

Дійсно, враховуючи, що при малих кутах оберту платформа виконує гармонічні коливання, можна записати залежність кутового зміщення платформи φ від часу t. На основі закону гармонічного коливання

$$\varphi = \varphi_0 \sin\frac{2\pi}{T}t,$$

де φ_0 – амплітуда зміщення, T – період повного коливання.

Кутова швидкість ω_0 є першою похідною φ за часом: $\omega = \dfrac{d\varphi}{dt} = \dfrac{2\pi\varphi_0}{T}\cos\dfrac{2\pi}{T}t$. У момент проходження положення рівноваги (t = kT, k=0,1,2,…; $\cos\dfrac{2\pi}{T}t = \cos 2\pi k = 1$) абсолютне значення цієї величини дорівнює $\omega_0 = \dfrac{2\pi\varphi_0}{T}$ (4).

Знайдемо величину h. Як відомо, відстань l між двома точками з координатами x_1, y_1, z_1 та x_2, y_2, z_2 дорівнює $l = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$.

У нашому випадку (див. рис.1,б) координати точок C і C_1 дорівнюють відповідно

$x_1= r$, $y_1=0$, $z_1=0$; $x_2=R\cos\varphi$, $y_2= R\sin\varphi$, $z_2 = Z_0 - h$.

Відстань між точками C і C_1 – це довжина нитки l. Тому

$$l^2 = (R\cos\varphi - r)^2 + R^2\sin^2\varphi + Z_0^2 + h^2 - 2Z_0h.$$

Коли платформа знаходиться у положенні рівноваги (рис.1,а) за теоремою Піфагора

$$l^2 = (R - r)^2 + Z_0^2.$$

З останніх двох рівнянь випливає $2Rr(1-\cos\varphi) = 2Z_0h - h^2$.

З урахуванням $1-\cos\varphi = 2\sin^2\dfrac{\varphi}{2}$ маємо: $4Rr\sin^2\dfrac{\varphi}{2} = 2Z_0h - h^2$.

Оскільки h << Z_0, а при малих кутах $\sin\dfrac{\varphi}{2} \approx \dfrac{\varphi}{2}$ для h отримуємо вираз (5):

$$h = \frac{Rr\varphi_0{}^2}{2Z_0}.$$

На основі (3) з урахуванням (4) і (5)

$$m_0g\,\frac{Rr\varphi_0{}^2}{2Z_0} = \frac{I}{2}\left(\frac{2\pi\varphi_0}{T}\right)^2,$$

звідки:

$$I = \frac{mgRr}{4\pi^2 Z_0} T^2 \quad .$$

Якщо позначити параметр трифілярного підвісу

$$A = \frac{gRr}{4\pi^2 Z_0} \ , \tag{6}$$

Вираз для моменту інерції платформи набуває простого виду:

$$I = mAT^2 . \tag{7}$$

Порядок виконання роботи.

1. Штангенциркулем виміряти радіуси платформ R та r, лінійкою – відстань Z_0 між платформами. Результати вимірювань занести у таблицю.

Значення m_0 – маси платформи та m_1 – одного з тіл, якими навантажують платформу, наведені у таблиці біля роботи.

2. За формулою (6) обчислити параметр пристрою А.

Таблиця.

№ п.п.	r, м	R, м	Z_0, м	t_0, с	T_0, с	t_1, с	T_1,с	l_0, м	t_2, с	T_2, с
1 2 3 ...										
	$\langle r \rangle =$	$\langle R \rangle =$	$\langle Z_0 \rangle =$	$\langle t_0 \rangle =$	$\langle T_0 \rangle =$	$\langle t_1 \rangle =$	$\langle T_1 \rangle =$	$\langle l_0 \rangle$	$\langle t_2 \rangle =$	$\langle T_2 \rangle =$

Вправа 1. Визначення моменту інерції вантажу**.**

1. Визначити період коливань T_0 порожньої платформи. Для цього надати платформі невеликий обертальний імпульс. За допомогою секундоміру, задля зменшення похибки при вимірах періоду, визначити час 10 - 20 повних коливань. $T_0=t_0/n$, n – кількість повних коливань підвісу.

Виміри повторити 3-5 разів.

За середніми значеннями виміряних величин визначити момент інерції порожньої платформи:

$$I_0 = m_0 A \langle T_0 \rangle^2 .$$

2. Визначити момент інерції навантаженої платформи I_1.

Для цього помістити у центрі платформи тіло правильної форми (наприклад, порожнистий циліндр) так, щоб його центр мас співпадав з центром платформи, і виміряти новий період коливань системи T_1.

Розрахувати момент інерції платформи з вантажем:

$$I_1 = (m_0 + m_1) A \langle T_1 \rangle^2 .$$

Момент інерції I вантажу визначають як різницю моменту інерції всієї системи I_1 та моменту інерції I_0 порожньої платформи:

$$I = I_1 - I_0.$$

3. Розрахувати теоретичне значення моменту інерції досліджуваного тіла. Якщо тіло має форму порожнистого товстостінного циліндра, його момент інерції дорівнює $$I_{теор.} = \frac{m_1\left(R_1^2 + R_2^2\right)}{2} = \frac{m_1}{8}\left(D_1^2 + D_2^2\right).$$

Значення зовнішнього D_1 та внутрішнього D_2 діаметрів циліндру виміряти штангенциркулем та записати у таблицю.

4. Порівняти експериментальний та теоретичний результати, оцінюючи точність їх збігу:

$$\varepsilon = \frac{\left|I_{теор} - I\right|}{I} \cdot 100\%.$$

Вправа 2. Перевірка теореми Штейнера.

1. Взяти два вантажі однакових мас m_1 і розмістити їх симетрично на платформі на відстані l_0 від осі обертання. Виміряти штангенциркулем l_0 та занести значення у таблицю.

3. Виміряти період коливань платформи з двома тілами T_2 та розрахувати момент інерції I_2 системи за формулою:

$$I_2 = (m_0 + 2m_1)A\langle T_2\rangle^2.$$

2. Обчислити експериментальне значення моменту інерції I' одного вантажу, зміщеного на відстань l_0 від осі обертання:

$$I' = \frac{I_2 - I_0}{2}.$$

3. Обчислити $I'_{теор.}$ за теоремою Гюйгенса – Штейнера:

$$I'_{теор.} = I_{теор.} + m_1 l_0^2$$

Теоретичне значення $I_{теор.}$ моменту інерції тіла (порожистого циліндру) відносно його осі симетрії було обчислено у вправі 1.

4. Порівняти експериментальний та теоретичний результати, оцінюючи ступінь їх збігу за формулою:

$$\varepsilon = \frac{\left|I'_{теор} - I'\right|}{I'} \cdot 100\%.$$

Контрольні запитання.

1 – 10. Відповісти на контрольні запитання до теоретичного вступу „Обертальний рух”.

11. Виведіть формулу для визначення моменту інерції методом трифілярного підвісу.

12. Як перевіряють теорему Гюйгенса – Штейнера у цій роботі?

КОЛИВАЛЬНИЙ РУХ

(Теоретичний вступ до лабораторних робіт №107,108)

Гармонічними коливаннями фізичної величини називають процес її зміни з часом за законом синуса або косинуса:

$$x = A\cos(\omega t + \alpha_0) \qquad (1)$$

У випадку механічних гармонічних коливань:
$x(\varphi)$ – лінійне (кутове) зміщення, тобто відхилення тіла або точки від положення рівноваги; A – амплітуда, тобто максимальне за модулем зміщення; $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$ – циклічна (колова) частота коливань (T– період; ν– частота); $\alpha = \omega t + \alpha_0$ – фаза коливань; α_0 – початкова фаза.

Гармонічні коливання відбуваються під дією пружних або квазіупружних сил, пропорційних зміщенню і направлених до положення рівноваги:

$$F = -kx, \text{ де } k = \text{const}.$$

Якщо пружні, або квазіупружні сили – внутрішні сили системи, її коливання називають власними гармонічними коливаннями. В цьому випадку рівнянню руху $\vec{F} = m\vec{a}$ (з урахуванням того, що $F_{пр.} = -kx$, $a = \frac{d^2x}{dt^2}$) можна надати виду: $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0$, (2)

де $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ - циклічна частота власних гармонічних коливань системи.

Рівняння (2) – це рівняння власних гармонічних коливань. Його розв'язок, тобто закон руху при гармонічному коливанні – це функція (1).

Власні гармонічні коливання можуть виконувати, наприклад, маятники при малих кутах відхилення.

Фізичний маятник. Фізичним маятником називають тіло, що здійснює коливання під дією сили тяжіння відносно горизонтальної осі, яка не проходить через центр мас (рис.1).

В положенні рівноваги центр мас фізичного маятника C знаходиться на одній вертикалі з точкою підвісу O. При відхиленні маятника від положення рівноваги на кут φ, виникає обертальний момент M сили тяжіння, плече якої $l_0 = l\sin\varphi$, де l – відстань від осі обертання до центру тяжіння C: $M = -mgl\sin\varphi$, де m – маса маятника, g – прискорення вільного падіння; знак „мінус" відповідає тому, що момент сили повертає тіло до положення рівноваги, а кут φ відраховується в протилежному напрямі.

За основним рівнянням динаміки обертального руху

$$I\left(\frac{d^2\varphi}{dt^2}\right) = -mgl\sin\varphi, \qquad (3)$$

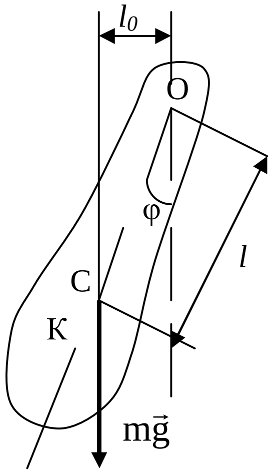

Рис.1.

де I – момент інерції маятника відносно горизонтальної осі, що проходить через точку підвісу O (на рисунку вісь перпендикулярна до його площини); $\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \varepsilon$ – кутове прискорення.

При малих кутах відхилення $\sin\varphi \approx \varphi$ і рівняння (3) набуває вигляду:

$$I\left(\frac{d^2\varphi}{dt^2}\right) = -mgl\varphi,$$

або $$\left(\frac{d^2\varphi}{dt^2}\right) + \frac{mgl}{I}\varphi = 0. \qquad (4)$$

Рівняння (4) – це рівняння власних гармонічних коливань фізичного маятника. Коефіцієнт при φ – квадрат циклічної частоти ω_0 його власних коливань:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{I}}. \qquad (5)$$

Тобто, для періоду власних коливань $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ отримуємо:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}}. \qquad (6)$$

Математичний маятник. Математичним маятником називають матеріальну точку, підвішену на невагомій нерозтяжній нитці.

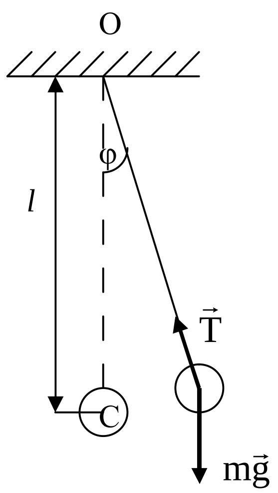

Рис.2

Як випливає з визначення, математичний маятник – поняття абстрактне (модельне уявлення). Якщо маленьку кульку підвісити на малорозтяжній нитці (рис.2), її момент інерції I відносно осі, що проходить через точку підвісу O, може бути визначений за теоремою Гюйгенса – Штейнера: $I = I_0 + ml^2 = \frac{2}{5}mR^2 + ml^2$,

де $I_0 = \frac{2}{5}mR^2$ – момент інерції відносно осі, що проходить через центр кульки, R – радіус кульки, l – довжина нитки.

Якщо $l >> R$, то $ml^2 >> \frac{2}{5}mR^2$. Доданком I_0 можна знехтувати. Тоді $I = ml^2$ (7), тобто кульку можна вважати матеріальною точкою, а формула (6) після підстановки виразу (7) трансформується у формулу Гюйгенса для періоду коливань математичного маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \qquad (8)$$

Оборотний маятник. Порівняння формул (6) та (8) показує, що фізичний маятник коливається синхронно (тобто з тим самим періодом) з математичним маятником, довжина якого $L = \frac{I}{ml}$. Цю довжину називають **зведеною довжиною** фізичного маятника.

Точку К (рис.1), що міститься на лінії ОС на відстані L від точки підвісу, називають точкою коливань, або **центром коливань** фізичного маятника. Точка підвісу О та центр коливань К мають властивість взаємності: якщо маятник підвісити так, щоб вісь підвісу пройшла через точку К, то точка О стане центром коливань, а період коливань не зміниться. На цій властивості фізичного маятника заснований пристрій, що має назву оборотного маятника.

Контрольні запитання.

1. Які коливання називають гармонічними? Запишіть рівняння та закон гармонічних коливань. Під дією яких сил виникають гармонічні коливання?
2. Що називають зміщенням, амплітудою, періодом, частотою, циклічною частотою та фазою коливань?
3. Що таке фізичний маятник?
4. Що називають математичним маятником? Яку систему практично можна вважати математичним маятником?
5. Виведіть формулу циклічної частоти і періоду коливань фізичного та математичного маятників.
6. Що таке зведена довжина фізичного маятника?
7. Який маятник називають оборотним?
8. Що називають центром коливань фізичного маятника?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 107
УНІВЕРСАЛЬНИЙ МАЯТНИК
(Вивчити теоретичний вступ „Коливальний рух”)

Мета роботи: визначення прискорення вільного падіння в даній точці Землі.

<u>Теоретичний вступ.</u>

Прискоренням вільного падіння $\vec{g}$ називають прискорення, якого тіло набуває під дією сили тяжіння. Воно різне в різних точках Землі: на полюсах – максимальне, а на екваторі – мінімальне.

Пояснюється це, по-перше, тим, що на вільно падаюче тіло діє не тільки сила гравітаційного притягання Землі $\vec{F}_{грав.}$ ($F_{грав.} = G\frac{mM_З}{R_З^2}$), але й відцентрова сила інерції $\vec{F}_{в.ц.}$, яка обумовлена добовим обертанням Землі навколо власної осі. Відцентрова сила інерції спрямована вздовж радіуса $r = R_З \cos\varphi$ кола, по якому обертається тіло, що знаходиться на широті φ, від його центра (рис.1) і дорівнює $\vec{F}_{в.ц.} = m\omega_З^2\vec{r}$ ($\omega_З$ – кутова швидкість добового обертання Землі, $R_З$ - радіус Землі). Отже, значення відцентрової сили зменшується з широтою φ, від максимального на екваторі, де $r=R_З$, до нуля на полюсах.

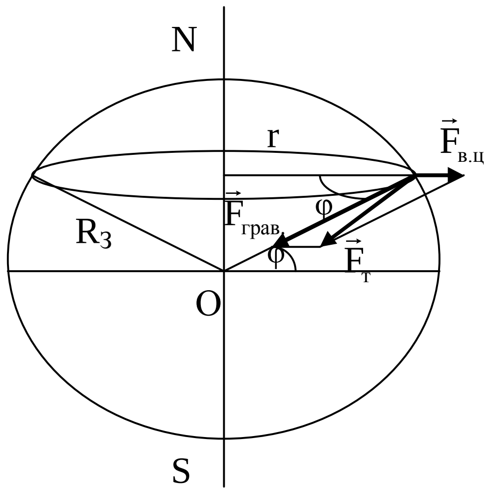

Рис.1

Таким чином, сила тяжіння $\vec{F}_т = m\vec{g}$ є векторною сумою двох сил, $\vec{F}_т = \vec{F}_{грав.} + \vec{F}_{в.ц.}$.

Відповідно, прискорення вільного падіння також має дві складові: $\vec{g} = \vec{g}_{грав.} + \vec{g}_{ін.} = \vec{g}_{грав.} + \omega_З^2\vec{r}$.

$\vec{g}_{грав.}$– вектор, який характеризує гравітаційне поле Землі. У кожній точці земної кулі він визначається тільки розмірами та формою Землі, а також розподілом маси. Якби Земля була ідеальною кулею, а розподіл мас – однорідним, то вектор $\vec{g}_{грав.}$ був би напрямлений до центра Землі, а його значення – незмінним і дорівнювало

$$g_{грав.} = G\frac{M_З}{R_З^2},$$

де G – гравітаційна стала, $M_З$ – маса Землі.

Реально Земля є еліпсоїдом обертання, сплюснутим з боку полюсів, і її радіус $R_З$ залежить від широти. Отже, залежність $\vec{g}_{грав.}$ від радіусу Землі є другою причиною залежності прискорення вільного падіння від географічної широти.

Модуль результуючого прискорення без урахування неоднорідності розподілу маси Землі можна наближено представити як різницю $g_{грав.}$ і проекції $g_{ін.}$ на напрям вектора $\vec{g}_{грав.}$ (напрями $\vec{g}_{грав.}$ і $\vec{g}$ відрізняються незначно внаслідок того, що $g_{ін.} << g_{грав.}$)

$$g = g_{грав.} - g_{ін.}\cos\varphi = g_{грав.} - \omega_З^2 R_З \cos^2\varphi \,.$$

Звідки випливає, що на полюсах

$$g_{пол.} = g_{грав.} = G\frac{M_З}{R^2_{З\,пол.}}\,,$$

а на екваторі $$g_{екв.} = g^{екв}_{грав} - \omega_З^2 R_{екв.}\,.$$

Виміри дають $g_{пол.}$ = 9,832 м/с^2; $g_{екв.}$ =9,78 м/с^2.

Значення g=9,80665 м/с^2 прийняте за нормальне (стандартне) значення.

Дана робота дозволяє встановити значення g для широти Одеси. Для визначення прискорення вільного падіння в ній використовуються універсальний маятник, до складу якого входять математичний і фізичний (оборотний) маятники.

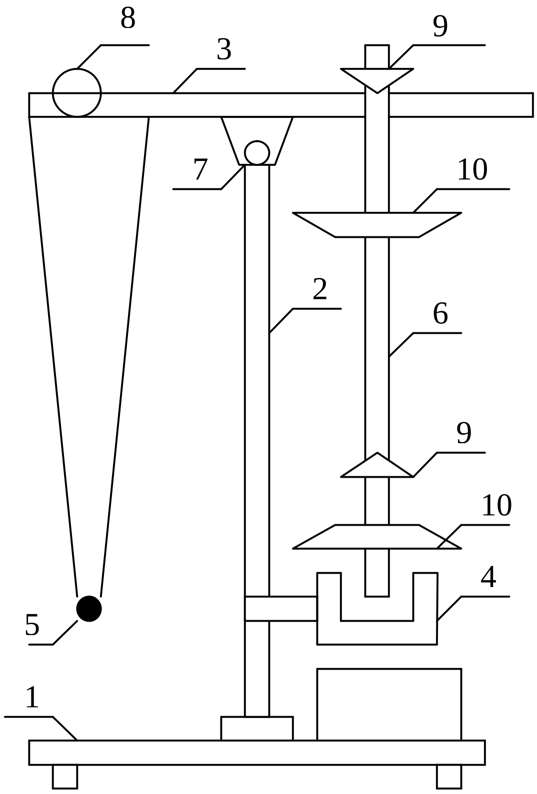

Рис.2.

Опис приладу

Загальний вид універсального маятника схематично показаний на рис.2. На масивній підставці 1 укріплено вертикальну колону 2 з рухомим кронштейном 3 та фотоелементом 4. З одного боку кронштейна підвішений математичний маятник 5, з другого – фізичний (оборотний) маятник 6. Кронштейн можна повертати навколо колони, фіксуючи положення маятників за допомогою гвинта 7. Довжина математичного маятника регулюється за допомогою корби 8 і визначається по шкалі на колоні.

Оборотний маятник – циліндричний стрижень з сантиметровими насічками, на якому закріплені дві призми (ножі) 9, призначені для підвісу. На стрижень насаджені асиметрично відносно його середини дві лінзи 10: одна – ближче до кінця, друга зсунута до середини стрижня. Лінзи фіксуються гвинтами у пазах насічок.

Нижній кронштейн разом із фотоелементом можна переміщати вздовж колони та закріпляти у потрібному положенні. Фотоелектричний датчик з'єднаний з секундоміром, на лицьову панель якого винесено табло лічильників часу та кількості періодів повних коливань та управляючі клавіші.

Вправа 1. Визначення прискорення вільного падіння за допомогою математичного маятника.

З формули періоду коливань математичного маятника (формула (8) теоретичного вступу „Коливальний рух")

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

випливає

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}. \qquad (1)$$

Таким чином, для визначення прискорення вільного падіння за допомогою математичного маятника треба виміряти його довжину l та період коливань T.

Порядок виконання вправи

1. Нижній кронштейн установити на поділці 50-52 см (по верхній грані кронштейну).
2. Повернути верхній кронштейн до лицьової панелі математичним маятником.
3. За допомогою корби 8 установити певну довжину l математичного маятника. При цьому риска на кульці повинна збігатися з рискою на фотоелементі 4. Відхилити кульку від положення рівноваги на невеликий кут (не більше 10^0).
5. Натиснути клавішу „сброс" та відпустити кульку.
6. Після 9 коливань натиснути клавішу „стоп" при цьому лічильник відрахує час 10 повних коливань.
7. Записати довжину маятника l, показання лічильника часу t та лічильника кількості коливань n до таблиці 1. За формулою $\langle T\rangle = \frac{\langle t\rangle}{n}$ обчислити середнє значення періоду коливань. При даному l провести експеримент не менш 3 разів.

Таблиця 1.

№ п./ п.	l, м	t, с	n	$T=\frac{t}{n}$, с	$\langle T\rangle^2$, c^2	g, м/с^2	Δg, м/с^2	$(\Delta g)^2$, (м/с^2)^2
1. 2. 3.								
1. . .								

8. Повторити вимірювання ще при інших 3-5 значеннях довжини. Значення та кількість l встановлює викладач.

9. За формулою (1) підрахувати g для кожної довжини маятника та обробити отримані значення за схемою обробки прямих вимірювань. Результат представити у виді:

$$g_{\text{експ.}} = \left(\langle g_{\text{експ.}}\rangle \pm \Delta g_{\text{експ.}}\right)\text{м/с}^2$$
$$\alpha = ...$$
$$\varepsilon = \dots\ \%$$

10. Порівняти одержане значення прискорення вільного падіння з його табличним значенням на широті Одеси ($g_{\text{таб.}}$=9,81 м/с^2), визначивши точність їх збіжності:

$$\varepsilon_1 = \frac{\left|g_{\text{таб.}} - g_{\text{експ.}}\right|}{g_{\text{експ.}}}\cdot 100\%\,.$$

Вимірювання вважати задовільними, якщо $\varepsilon_1 \le \varepsilon$.

11. За результатами експерименту побудувати графік залежності квадрату періоду коливань від довжини маятника і перевірити лінійний характер залежності T^2 від l, тим самим перевіряючи формулу Гюйгенса.

<u>Вправа 2.</u> Визначення прискорення вільного падіння за допомогою фізичного маятника.

З формули періоду коливань фізичного маятника $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}}$ (формула (6) теоретичного вступу „Коливальний рух”) визначимо g:

$$g = \frac{4\pi^2}{T^2}\frac{I}{ml}\,.$$

Якщо призначена для підвісу призма закріплена близько до кінця маятника, що має форми циліндричного стрижня, за теоремою Гюйгенса – Штейнера
$$I = \frac{1}{3}mL^2,$$
де L – довжина стрижня, m – його маса.

Оскільки відстань l від осі обертання до центру тяжіння у цьому випадку дорівнює L/2, $$g = \frac{8\pi^2 L}{3T^2}. \qquad (2)$$

Порядок виконання вправи.

1. Повернути верхній кронштейн фізичним маятником (стрижень без лінз) до лицьової панелі.
2. За допомогою насічок на стрижні визначити його довжину L.
3. Відрегулювати положення фотоелементу: стрижень при коливаннях повинен перетинати світловий промінь.
5. Відхилити маятник від положення рівноваги на невеликий кут (не більше 10^0) та відпустити. Визначити час t, кількість коливань n, значення періоду T та записати до таблиці 2 (див. п.п.5-7 вправи 1).
6. Виміри повторити ще два рази.

Таблиця 2

№ п./п.	l, м	t, c	n	$T=\frac{t}{n}$, c	g, м/с^2	Δg, м/с^2	$(\Delta g)^2$, (м/с^2)^2
1. 2. 3.							

7. За формулою (2) обчислити прискорення вільного падіння для кожного досліду, визначити $\langle g \rangle$ та обробити отримані значення за схемою обробки прямих вимірювань. Результат представити у виді:

$$g_{\text{експ.}} = \left(\langle g_{\text{експ.}} \rangle \pm \Delta g_{\text{експ.}}\right) \text{м/с}^2$$
$$\alpha = \ldots$$
$$\varepsilon = \ldots \ \%$$

8. Порівняти одержаний результат з табличним значенням прискорення вільного падіння на широті Одеси згідно п.10 попередньої вправи.

Додаткове завдання. Визначення прискорення вільного падіння за допомогою оборотного маятника.

Якщо положення ножових опор оборотного маятника відповідає точці підвісу О та центру коливань К (див. рис.1. теоретичного вступу „Коливальний рух”), то його можна підвішувати в будь-якій з цих двох точок без зміни періоду коливань. Взаємозамінні точки О і К знаходяться по різні боки від центру тяжіння маятника на відстанях l_1 та l_2. Момент інерції відносно осей, що проходять крізь ці точки, можна визначити за теоремою Гюйгенса - Штейнера:

$$I_1 = I_0 + ml_1^2; \qquad I_2 = I_0 + ml_2^2,$$

де I_0 – момент інерції оборотного маятника відносно осі, що проходить крізь його центр тяжіння.

Після підстановки I_1 та I_2 у формулу для періоду коливань фізичного маятника одержуємо:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + ml_1^2}{mgl_1}}\ ; \qquad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I_0 + ml_2^2}{mgl_2}}\ .$$

$T_1 = T_2$, тому

$$\frac{T^2 mgl_1}{4\pi^2} = I_0 + ml_1^2; \qquad \frac{T^2 mgl_2}{4\pi^2} = I_0 + ml_2^2.$$

Різниця цих двох виразів призводить до такого результату:

$$g = \frac{4\pi(l_1 + l_2)}{T^2},$$

де $l_1 + l_2 = L$ – відстань між точками підвісу.

Остаточно $$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}. \qquad (3)$$

Порядок виконання вправи

1. Повернути верхній кронштейн оборотним маятником до лицьової панелі.
2. Зафіксувати лінзи на стрижні: одну – поблизу кінця стрижня, другу – декілька зсунутою до його середини. Призми – ножі закріпити по обидва боки так, щоб вони були обернені одна до одної лезами, а леза відповідали нарубкам на стрижні.
3. Закріпити маятник на укладці верхнього кронштейну.
4. Відрегулювати положення фотоелементу: стрижень при коливаннях повинен перетинати світловий промінь.
5. Відхилити маятник від положення рівноваги на кут ~ 10^0, відпустити. Визначити час t_1, кількість коливань n, обчислити значення періоду T_1 та записати до таблиці 3 (див. п.п.5-7 вправи 1). Виміри провести 3 рази. Обчислити $\langle T_1 \rangle$.

Таблиця 3.

L = , м									
№ п.п.	t_1, с	n	T_1, с	t_2, с	n	T_2, с	g, м/с^2	Δg, м/с^2	$(\Delta g)^2$, (м/с^2)^2
1 2 3									

6. Зняти маятник та закріпити на другому ножі.

7. Визначити один раз період коливань T_2. Порівняти T_2 з одержаною величиною $\langle T_1 \rangle$.

8. Якщо $T_2 < \langle T_1 \rangle$, то другий ніж треба перемістити у напрямку лінзи, що міститься у кінці стрижня; якщо $T_2 > \langle T_1 \rangle$, то у напрямку середини стрижня. Положення лінз та першого ножа не змінювати!

9. Змінювати положення другого ножа і продовжувати виміри T_2, поки $T_2 \cong \langle T_1 \rangle$ з точністю до сотих секунди. Підібравши T_2, повторити виміри ще двічі.

10. За формулою (3) тричі обчислити прискорення вільного падіння для кожного досліду, визначити $\langle g \rangle$та Δg за схемою обробки прямих вимірювань. Результат представити у виді:

$$\boxed{\begin{array}{l} g_{\text{експ.}} = \left(\langle g_{\text{експ.}} \rangle \pm \Delta g_{\text{експ.}}\right) \text{м/с}^2 \\ \alpha = ... \\ \varepsilon = \ldots\ \% \end{array}}$$

11. Порівняти значення прискорення вільного падіння, одержане за допомогою оборотного маятника, з табличним значенням на широті Одеси аналогічно п.10 вправи 1.

<u>Контрольні запитання.</u>

1–8. Відповісти на контрольні запитання теоретичного вступу „Коливальний рух”.

9. Що називають прискоренням вільного падіння? Чим пояснюється те, що воно різне у різних точка Землі?

10. Виведіть формули для прискорення вільного падіння, що визначається методом математичного та фізичного маятників; оборотного маятника.

11. Що таке момент інерції тіла? У чому полягає теорема Гюйгенса – Штейнера?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА № 108
БАЛІСТИЧНИЙ МАЯТНИК

Мета роботи: визначення швидкості польоту кулі методом балістичного крутильного маятника.

Швидкість польоту кулі досягає значної величини. Тому безпосереднє вимірювання швидкості, тобто визначення часу, за який куля пролітає певну відстань, потребує спеціальних приладів. Простіше визначати швидкість кулі посереднім методом, використовуючи, наприклад, непружне зіткнення кулі з будь – яким тілом.

Якщо куля влучає у нерухоме тіло значно більшої маси, то внаслідок непружного удару тіло разом з кулею почне рухатись. При цьому швидкість тіла з кулею буде значно меншою за швидкість польоту кулі.

Визначаючи порівняно невелику швидкість тіла, легко обчислити швидкість кулі.

До методів, що базуються на такій ідеї, належить метод крутильного маятника.

Теорія методу та опис приладу.

Крутильно-балістичний маятник – закріплений на дроті стрижень, вздовж якого можуть переміщуватись два вантажі. На кінцях стрижня закріплені мішені у вигляді мисочок, заповнених пластиліном (рис.1). До кронштейну, розташованому на рівні мішеней, прикріплений стріляючий пристрій, а також прозорий екран з кутовою шкалою та фотоелектричний датчик, поєднаний з електричним секундоміром.

При влученні кулі в мішень маятник відхиляється від положення рівноваги: кінетична енергія маятника переходить у потенціальну енергію пружної деформації закрученого дроту підвісу. Пружний момент дроту повертає маятник до рівноваги, потенціальна енергія переходить у кінетичну і т. ін. Маятник здійснює гармонічні коливання, період яких значно більший часу гальмування кулі в мішені.

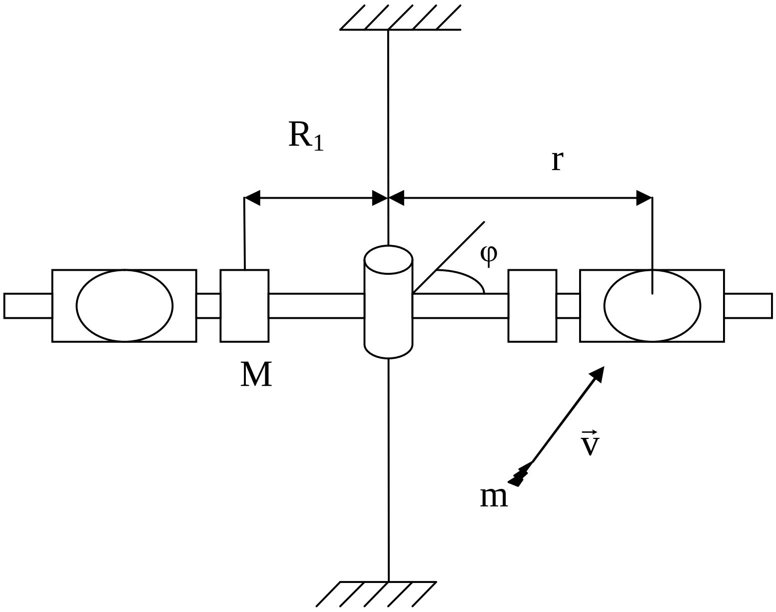

Рис.1.

Для визначення швидкості польоту кулі скористаємося законом збереження моменту імпульсу. Вважаючи удар кулі в мішень непружним, запишемо:

$$mvr = (I_0 + I_1)\omega, \qquad (1)$$

де I_0 – момент інерції кулі відносно осі обертання маятника;

I_1 - момент інерції маятника з двома вантажами, закріпленими на відстані R_1 від осі обертання стрижня;

ω - початкова кутова швидкість маятника; r – відстань від лінії польоту кулі до осі обертання; v – швидкість кулі; m – маса кулі.

Оскільки $I_0 << I_1$ значенням I_0 можна знехтувати. Тоді з формули (1) швидкість кулі

$$v = \frac{I_1 \omega}{mr}, \qquad (2)$$

де m та r можна виміряти безпосередньо, а початкову кутову швидкість маятника ω та I_1 слід знайти.

а. Визначення кутової швидкості маятника.

Визначимо ω, скориставшись законом збереження енергії. Нехтуючи незначними втратами на тертя, одержуємо:

$$\frac{I_1 \omega^2}{2} = \frac{D\varphi^2}{2} \qquad (3)$$

Тут D – стала крутіння дроту, φ - максимальний кут повороту маятника.

З формули (3) одержуємо: $\omega = \varphi\sqrt{\frac{D}{I_1}}$. (4)

Відношення $\sqrt{\frac{D}{I_1}}$ можна знайти з відомої формули періоду крутильних коливань маятника

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_1}{D}}. \qquad (5)$$

Остаточно з урахуванням (5):

$$\omega = \frac{2\pi\varphi}{T_1}. \qquad (6)$$

б. Визначення моменту інерції маятника.

В формулу (2) входить момент інерції I_1, для визначення якого скористуємося формулою (5), записавши її у вигляді:

$$T^2 D = 4\pi^2 I_1.$$

Оскільки на стрижні на відстані R_1 від осі закріплено два вантажі масою M кожний (при цьому відстань R_1 набагато більша за розміри вантажів, отже їх можна вважати матеріальними точками), момент інерції цієї системи I_1 дорівнює:

$$I_1 = I + 2MR_1^2,$$

де I – момент інерції маятника без вантажів.

Тоді $$T_1^2 D = 4\pi^2\left(I + 2MR_1^2\right) \qquad (7)$$

Аналогічно, при переміщенні вантажів на іншу відстань R_2 від осі обертання, маємо

$$T_2^2 D = 4\pi^2\left(I + 2MR_2^2\right) \qquad (8)$$

З формул (7) та (8) можна виключити невідому сталу крутіння дроту D:

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{I + 2MR_1^2}{I + 2MR_2^2} \ .$$

Звідки

$$I = \frac{2M\left(R_2^2T_1^2 - R_1^2T_2^2\right)}{T_2^2 - T_1^2}$$

та

$$I_1 = \frac{2M\left(R_2^2T_1^2 - R_1^2T_2^2\right)}{T_2^2 - T_1^2} + 2MR_1^2 = \frac{2MT_1^2\left(R_2^2 - R_1^2\right)}{T_2^2 - T_1^2} \qquad (9)$$

Остаточно, підставивши (6) та (9) у формулу (2) для швидкості польоту кулі, одержуємо:

$$v = 4\pi \frac{MT_1\varphi\left(R_2^2 - R_1^2\right)}{mr\left(T_2^2 - T_1^2\right)} \qquad (10)$$

<u>Порядок виконання роботи.</u>

1. Визначити на терезах масу кулі m.
2. Максимально наблизити один до одного вантажі масою M, розташовані на стрижні. Визначити відстань R_1 від вантажу до осі обертання.
3. Встановити маятник у положення, при якому риска на мішені (мисочці) показує кут відхилення $\varphi_0 = 0$.
4. Зробити постріл із спеціального пристрою та визначити максимальний кут відхилення φ крутильного маятника. Записати значення φ, виразивши його у радіанах, до таблиці. (1 рад. = 57, 3^{o})
5. Визначити відстань r від осі обертання до місця влучення кулі у мішень. Занести значення r до таблиці.

Постріл повторити тричі.

Таблиця

№	m, кг	r, м	φ, град.	φ, рад.	R_1, м	T_1, с	R_2, м	T_2, с	v, м/с	Δv, м/с	$(\Delta v)^2$ (м/с)^2
1 2 3											

6. Визначити період коливань маятника T_1.

Для цього:

а) увімкнути лічильник часу натиском клавіші “сеть”;

б) відхилити маятник на кут φ та відпустити його;

в) натиснувши клавішу “сброс”, деблокувати вимірювач часу. Після виміру часу 9 коливань натиснути кнопку “стоп”. При цьому вимірюється час повних 10 коливань;

г) за показаннями лічильника часу (t_1) та лічильника періодів (n_1), обчислити період коливань $T_1 = \frac{t_1}{n_1}$.

Вимірювання T_1 повторити тричі. Обчислити середнє значення $\langle T_1 \rangle$.

10. Максимально відвести вантажі один від одного, визначити відстань від вантажу до осі обертання.

11. Визначити період коливань $T_2 = \frac{t_2}{n_2}$, як описано у п.6. Знайти середнє значення $\langle T_2 \rangle$.

12. Визначити швидкість кулі при кожному пострілі за формулою (10). При обчисленні можна скористатись середніми значеннями $\langle T_1 \rangle$ і $\langle T_2 \rangle$.

13. Знайти середнє значення швидкості польоту кулі $\langle v \rangle$ та обробити результати за схемою обробки прямих вимірювань (з коефіцієнтом надійності $\alpha = 0{,}9$ або 0,95).

Записати остаточний результат:

$v = (\langle v \rangle \pm \Delta v)$ м/с
$\alpha =$...
$\varepsilon =$... %

Контрольні запитання.

1. Відповісти на контрольні запитання 1, 2 теоретичного вступу „Коливальний рух”.
2. Що таке балістичний маятник?
3. Які закони збереження використовуються для виводу формули швидкості кулі в цій роботі?
4. Що називається моментом імпульсу? Як визначають його напрямок?
5. Сформулюйте закон збереження моменту імпульсу. На його основі запишіть рівняння для системи “куля – балістичний маятник”.
6. Сформулюйте закон збереження енергії. Запишіть рівняння, що виражає закон збереження енергії для балістичного маятника.
7. Чому дорівнює період коливань балістичного маятника?
8. Виведіть формулу для визначення кутової швидкості балістичного маятника.
9. Що називають моментом інерції тіла? В яких одиницях він вимірюється?

10. Яка властивість моменту інерції використовується при виведенні формули для моменту інерції балістичного маятника? Виведіть цю формулу.
11.Які припущення, що спрощують розгляд, покладені в основу теорії досліду?
12. Чи справедлива наведена теорія в разі, коли куля влучає у мішень під кутом, що відрізняється від прямого?

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

ДО ВИКОНАННЯ ЛАБОРАТОРНИХ РОБІТ

З ФІЗИКИ

„МЕХАНІКА”

для студентів 1 курсу

Напрям підготовки – гідрометеорологія, екологія,
комп'ютерні науки

„Затверджено”
на засіданні методичної комісії
природоохоронного факультету

Протокол № від 2007 р.

Декан____________________ Шекк П.В.

„Затверджено”
на засіданні кафедри загальної
та теоретичної фізики

Протокол № від 2007 р.

Зав. кафедрою__________Герасимов О.І.

Одеса – 2007