

**ЧИСЛЕННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЦИРКУЛЯЦИИ
ВОД В КЕРЧЕНСКОМ ПРОЛИВЕ**

Приведено описание трехмерной нестационарной гидродинамической модели, используемой для расчета течений в Керченском проливе, а также полученных на ее основе результатов.

Географическое положение Керченского пролива определяет его важную роль в формировании особенностей гидролого-гидрохимического режима Азово-Черноморского бассейна. Пролив является важнейшим промысловым районом и судоходной магистралью. Кроме того на его акватории расположены перегрузочные комплексы порта Керчь, ведущего активную производственную деятельность. В связи с необходимостью получения оценки воздействия хозяйственной деятельности порта на качество вод его акватории, а также прилегающих районов Черного и Азовского морей, актуальной является задача разработки гидродинамической модели циркуляции вод и переноса примесей в Керченском проливе. В предлагаемой статье дано описание одного из возможных вариантов такой модели.

Данные наблюдений свидетельствуют [1], что основная роль в формировании поля течений в Керченском проливе принадлежит ветру, разности уровней на границах пролива, обусловленной сгонно-нагонными явлениями, а также различиями роли пресной составляющей в водном балансе Черного и Азовского морей. Вклад плотностных течений в формирование циркуляции вод в проливе незначителен.

Общее направление движения вод по проливу определяется перепадом уровней между Черным и Азовским морями у входов в пролив. При действии ветров северных направлений уровенная поверхность принимает наклон от Азовского моря к Черному, а при южных ветрах – наоборот. Отметим, что этот наклон уровня является противоположным естественному уклону, который возник бы в замкнутой акватории под действием ветров указанных направлений. Результатом является совпадение направлений дрейфовых и градиентных (компенсационных) течений в проливе.

Согласно [1], перепад уровня между северной и южной границами пролива зависит от направления и силы ветра и в первом приближении может быть описан следующей эмпирической зависимостью:

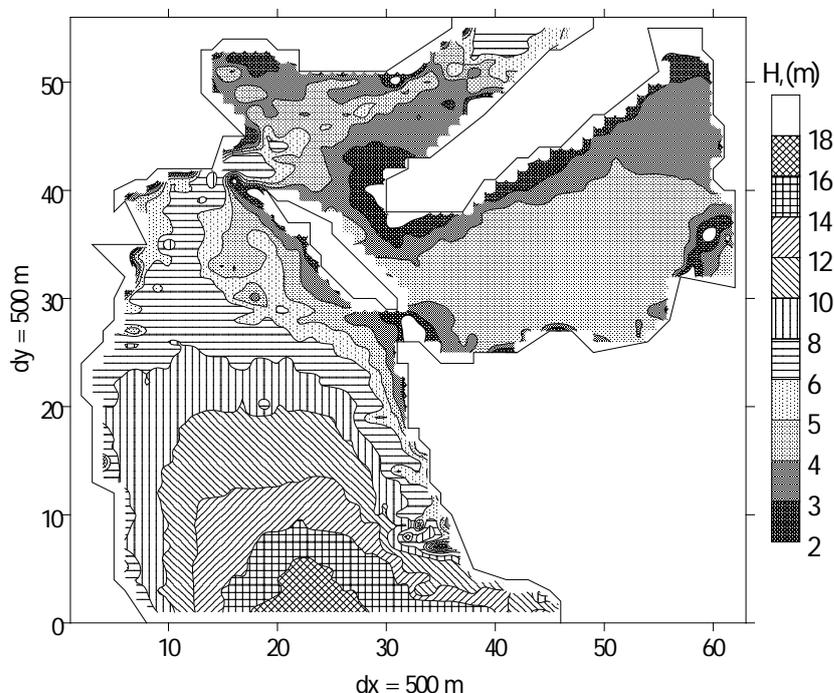
$$\Delta\xi = 1,55W_a + 1,35, \quad (1)$$

где W_a – проекция ветра на ось $45-225^\circ$ в м/с. Проекция ветра от северо-запада до юго-востока через восток дается знаком плюс, а проекция ветра от юго-востока до северо-запада через запад – знаком минус. Вход в уравнение делается с соответствующим знаком.

Вертикальная эпюра течений является однонаправленной в узких частях пролива и характеризуется значительной изменчивостью в широких его частях. Например, при северо-западных и юго-восточных ветрах, когда

влияние перекоса уровня моря на границах пролива за счет сгонно-нагонных колебаний в бассейнах Черного и Азовского морей минимально, следует ожидать образования в широких частях пролива двунаправленной по вертикали структуры течений, как это обычно имеет место в приглубых прибрежных областях моря. Таким образом, описание только интегральной по глубине циркуляции вод может оказаться явно недостаточным при решении ряда прикладных задач морской экологии, связанных с необходимостью моделирования переноса примеси. Двунаправленная по вертикали структура течений может образоваться и при быстрой смене направления ветра над проливом.

Ниже приведено описание трехмерной нестационарной гидродинамической модели, учитывающей указанные выше факторы, формирующие циркуляцию вод в Керченском проливе (рис.1).



Р и с. 1 Батиметрическая карта расчетной области Керченского пролива.

Описание модели. Исходная система гидродинамических уравнений модели в декартовой системе координат в приближении Буссинеска, дополненная блоком переноса пассивной, консервативной примеси, записывается следующим образом:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{W})\vec{V} + w\frac{\partial \vec{V}}{\partial z} + 2\Omega \times \vec{V} = -\rho_0^{-1}\vec{\nabla}P + A_L\Delta\vec{V} + \frac{\partial}{\partial z}[K_z\frac{\partial \vec{V}}{\partial z}], \quad (2)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \rho g, \quad (3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (4)$$

$$K_z = C_\varepsilon^{-1/2} L^2 \left| \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} \right| (1 - Ri)^{1/2},$$

$$\partial C / \partial t + (\vec{W})C + (w + w_g) \partial C / \partial z = A_{LC} \Delta C + \partial / \partial z [K_z \partial C / \partial z], \quad (5)$$

где t – время; $\vec{V} = (u, v)$ – вектор горизонтальных составляющих скорости течений; w – вертикальная компонента вектора скорости; ρ, P – плотность и гидростатическое давление, соответственно; $\rho_0 = const$; x и y – горизонтальные координаты, направленные на восток и север, соответственно; z – вертикальная координата, направленная с поверхности водоема ($z=0$) вниз; f – параметр Кориолиса; A_L, K_z – коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентной вязкости; $Ri = \alpha_\rho g \rho_0^{-1} (\partial \rho / \partial z) / (\partial \vec{V} / \partial z)^2$ – динамическое число Ричардсона; C – концентрация примеси, скорость гравитационного оседания которой составляет w_g ; $\alpha_\rho, C_\varepsilon$ – эмпирические константы. Остальные обозначения общеприняты.

Масштаб турбулентности L задается формулой Монтгомери [2]:

$$L = \chi H^{-1} Z_0 Z_H Z_\xi, \quad (6)$$

где

$$Z_0 = 1 - \beta_1 H^{-2} Z_H Z_\xi,$$

$$Z_H = H - z - z_{0h},$$

$$Z_\xi = z + \xi + z_{0\xi}; \quad \beta_l = 1, 2,$$

H – глубина; $z_{0\xi}$ – параметр шероховатости морской поверхности; z_{0h} – параметр шероховатости, характеризующий вертикальный масштаб неровностей дна; $\chi \cong 0,4$ – постоянная Кармана.

Граничные условия на поверхности $z = -\xi(x, y, z)$ задаются следующим образом:

$$K_z \partial \vec{V} / \partial z = -\rho_0^{-1} \vec{\tau}_s; \quad w = -d\xi / dt; \quad P = P_a; \quad -w_g C + K_z \partial C / \partial z = E_a. \quad (7)$$

На дне $z = h(x, y)$:

$$K_z \partial \vec{V} / \partial z = -\rho_0^{-1} \vec{\tau}_b; \quad w = u \partial h / \partial x + v \partial h / \partial y; \quad -w_g C + K_z \partial C / \partial z = E_b. \quad (8)$$

Здесь P_a – атмосферное давление; $\vec{\tau}_s = (\tau_{sx}, \tau_{sy})$ – вектор касательного напряжения ветра, вычисляемый как $\tau_s = \rho_a C_a |W_a| W_a$, где ρ_a – плотность воздуха, W_a – вектор скорости ветра, м/с;

$$C_a = \begin{cases} 1,1 \cdot 10^{-3} & \text{при } |W_a| \leq 6 \\ 10^{-3} (0,61 + 0,063 |W_a|) & \text{при } 6 < |W_a| < 22 \end{cases};$$

$\vec{\tau}_b = (\tau_{bx}, \tau_{by})$ – вектор касательного напряжения донного трения, рассчитываемый с помощью квадратичного закона сопротивления:

$$\vec{\tau}_b = \rho_0 C_d |\vec{V}_h| \vec{V}_h$$

где $C_d=0,0026$ – коэффициент донного трения; E_a, E_b – потоки примеси через верхнюю и нижнюю границы акватории, обусловленные процессами гравитационного осаждения примеси из атмосферы и водного столба.

Коэффициенты горизонтальной турбулентности поставим в зависимость от минимального пространственного масштаба движения, описываемого в модели, т.е. шага конечно-разностной сетки λ [3]:

$$A_L = C_L \varepsilon^{1/3} \lambda^{4/3}, \quad (9)$$

где C_L – константа; ε – коэффициент диссипации турбулентной энергии.

В качестве боковых граничных условий для системы (2) – (4) примем условия прилипания на береговом контуре $\Gamma_{ТВ}$: $u = v = 0$, а для примеси – условие отсутствия потока через твердую границу $\partial C / \partial \bar{n} = 0$, где \bar{n} – нормаль к береговому контуру.

На жидких границах задаются отклонения уровня от невозмущенного положения так, чтобы обеспечить его перекося в соответствии с эмпирической формулой (1). Для примеси ставится условие $\partial^2 C / \partial \bar{N}^2 = 0$, где \bar{N} – единичный вектор внешней нормали к жидкой границе.

Метод решения задачи. Решение динамических уравнений осуществляется после расщепления на среднюю по глубине $\bar{\vec{V}}$ и сдвиговую \vec{V}' компоненты скорости, т.е.

$$\bar{\vec{V}}_k = \bar{\vec{V}} + \vec{V}'_k, \quad (10)$$

где k – номер горизонта.

Усредняя уравнения (2) – (4) в пределах слоя $H = h + \xi$ с учетом условий (7) – (8), принимая обозначения

$$L(\bar{\vec{V}}) = (\bar{\vec{W}}) \bar{\vec{V}}; \quad F(\bar{\vec{V}}) = A_L \Delta \bar{\vec{V}},$$

и полагая, что

$$\frac{1}{H} \int_{-\xi}^h L(\bar{\vec{V}}) dz \cong (\bar{\vec{W}}) \bar{\vec{V}},$$

получим уравнения движения для баротропной моды

$$\partial \bar{\vec{V}} / \partial t + (\bar{\vec{W}}) \bar{\vec{V}} + 2\bar{\vec{\Omega}} \times \bar{\vec{V}} = -g \bar{\vec{V}} \xi + \frac{1}{H} \int_{-\xi}^h F(\bar{\vec{V}}) dz + (\bar{\tau}_s - \bar{\tau}_b) \rho_0^{-1} H^{-1}, \quad (11)$$

$$\partial \xi / \partial t + \text{div}_L(\bar{\vec{V}} H) = 0. \quad (12)$$

Для получения уравнения эволюции бароклинных составляющих скорости выпишем уравнения движения, аппроксимированные по вертикали на неравномерной несовмещенной сетке с использованием спрямляющего преобразования $\theta = (z + \xi) / H$ [4]:

$$\partial \bar{\vec{V}}_k / \partial t + \bar{G} \bar{\vec{V}}_k - \frac{1}{H^2 \delta \theta_k} \left[K_z^{k+1/2} \frac{\bar{\vec{V}}_{k+1} - \bar{\vec{V}}_k}{\delta \theta_{k+1/2}} - K_z^{k-1/2} \frac{\bar{\vec{V}}_k - \bar{\vec{V}}_{k-1}}{\delta \theta_{k-1/2}} \right] = \bar{F}_k, \quad (13)$$

где $\vec{V}_k = (u, v)_k^T$; $\vec{G} = \begin{pmatrix} 0 & -f \\ f & 0 \end{pmatrix}$; $f = 2\omega \sin \varphi$; $\vec{F}_k = \begin{pmatrix} -\rho_0^{-1} P_x + \tilde{F}(u) - \tilde{L}(u) \\ -\rho_0^{-1} P_y + \tilde{F}(v) - \tilde{L}(v) \end{pmatrix}$;

$\delta\theta_k = \theta_{k+1/2} - \theta_{k-1/2}$; $\delta\theta_{k+1/2} = \theta_{k+1} - \theta_k$. $\tilde{F}(\vec{V})$; $\tilde{L}(\vec{V})$ – операторы диффузии и адвекции импульса, соответственно, в которых учтено спрямляющее отображение.

Если определить вертикальный сдвиг скорости выражением $\vec{S}_k = \vec{V}_{k+1} - \vec{V}_k$, то вычитанием из уравнения (13), записанного для $k+1$ слоя, аналогичного уравнения для k -го слоя, получим уравнение для сдвига скорости [4]:

$$\begin{aligned} \partial \vec{S}_k / \partial t + \left\{ \vec{G} + (1/\delta\theta_{k+1} + 1/\delta\theta_k) \frac{K_z^{k+1/2}}{H^2 \delta\theta_{k+1/2}} \right\} \vec{S}_k - \\ - \frac{K_z^{k+3/2}}{H^2 \delta\theta_{k+1} \delta\theta_{k+3/2}} \vec{S}_{k+1} - \frac{K_z^{k-1/2}}{H^2 \delta\theta_k \delta\theta_{k-1/2}} \vec{S}_{k-1} = \vec{F}_{k+1} - \vec{F}_k, \end{aligned} \quad (14)$$

с граничными условиями по вертикали

$$\rho_0 K_z^{1/2} \vec{S}_0 / H \delta\theta_{1/2} = -\bar{\tau}_s, \text{ при } \theta = 0,$$

$$\rho_0 K_z^{k_h+1/2} \vec{S}_{k_h} / H \delta\theta_{k_h+1/2} = -\bar{\tau}_b, \text{ при } \theta = 1.$$

Учитывая определение для сдвига скорости $\vec{S}_k = \vec{V}_{k+1} - \vec{V}_k$ и тот факт, что

$$\int_0^1 \vec{V}' d\theta = 0,$$

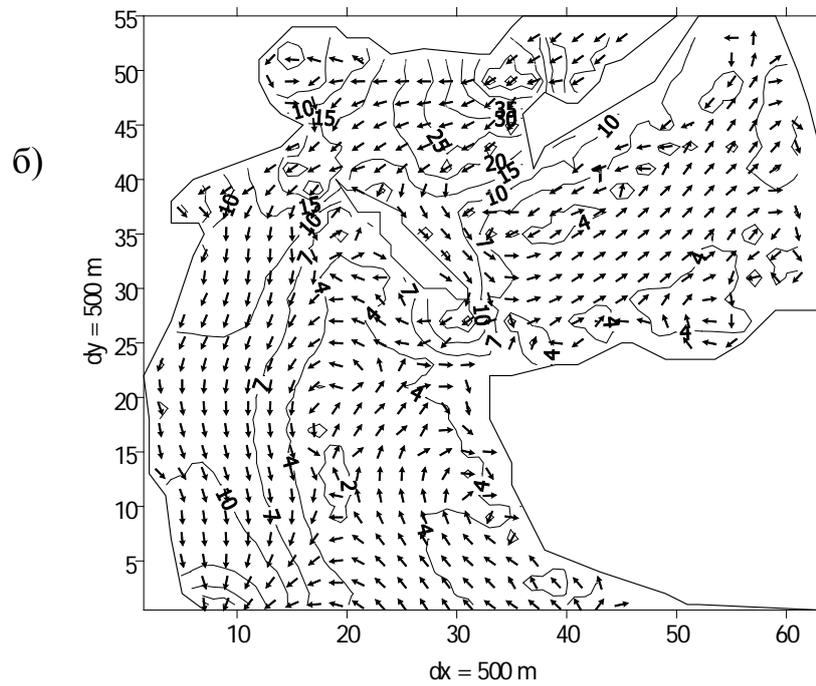
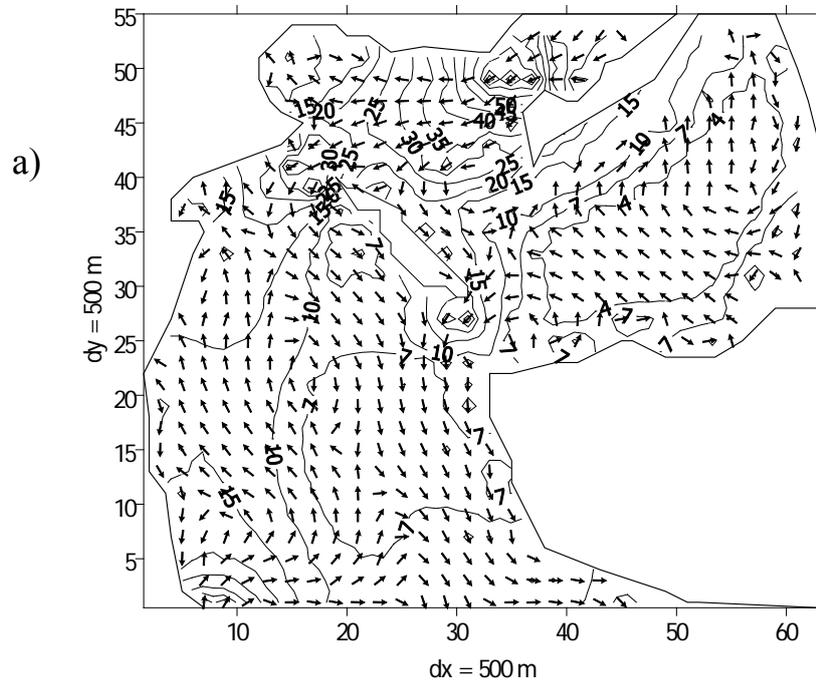
получим выражения для пересчета сдвиговых скоростей течений:

$$\vec{V}'_h = \sum_1^N \theta_{k+1/2} \vec{S}_{k-1},$$

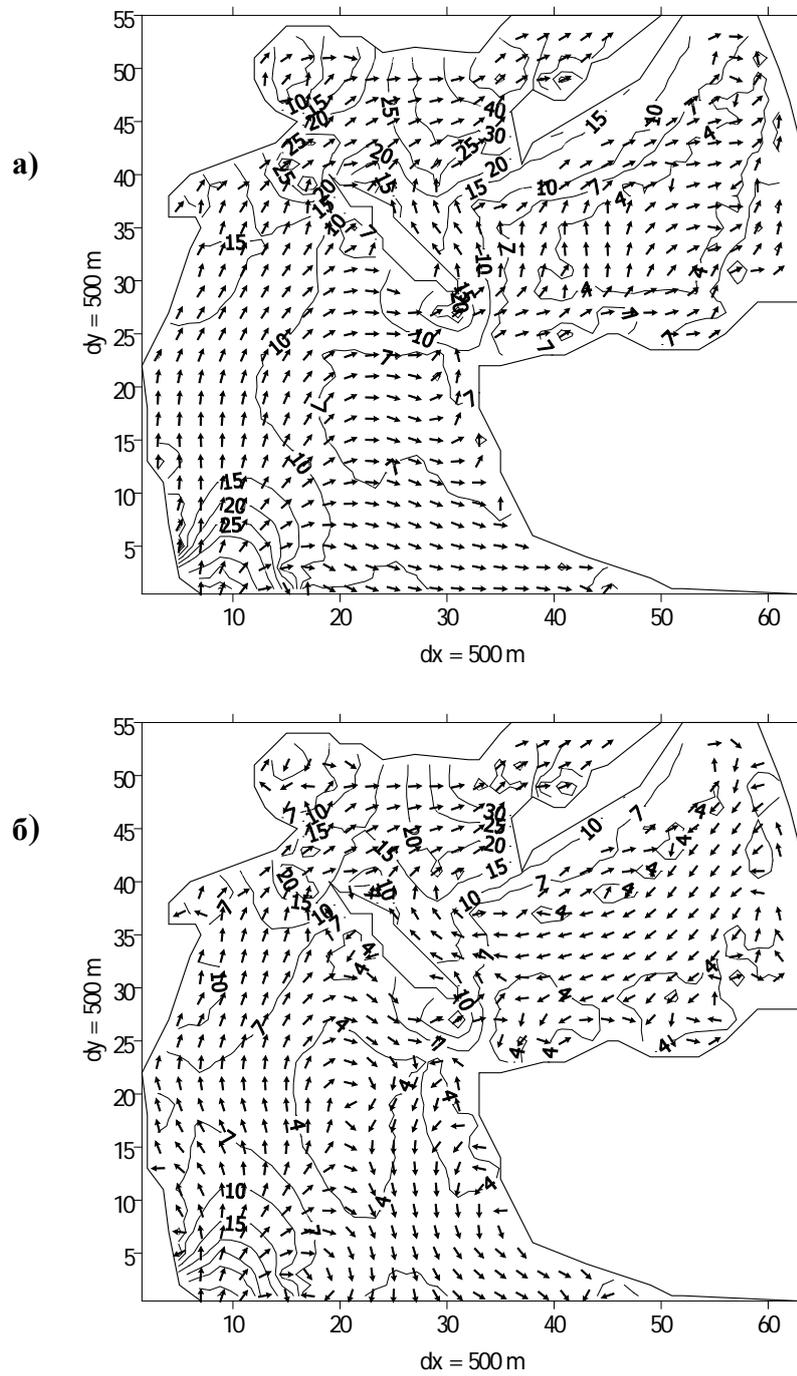
$$\vec{V}'_k = \vec{V}'_{k+1} - \vec{S}_k.$$

После решения уравнений (11), (12) и (14) полный вектор скорости находится с помощью соотношения (10).

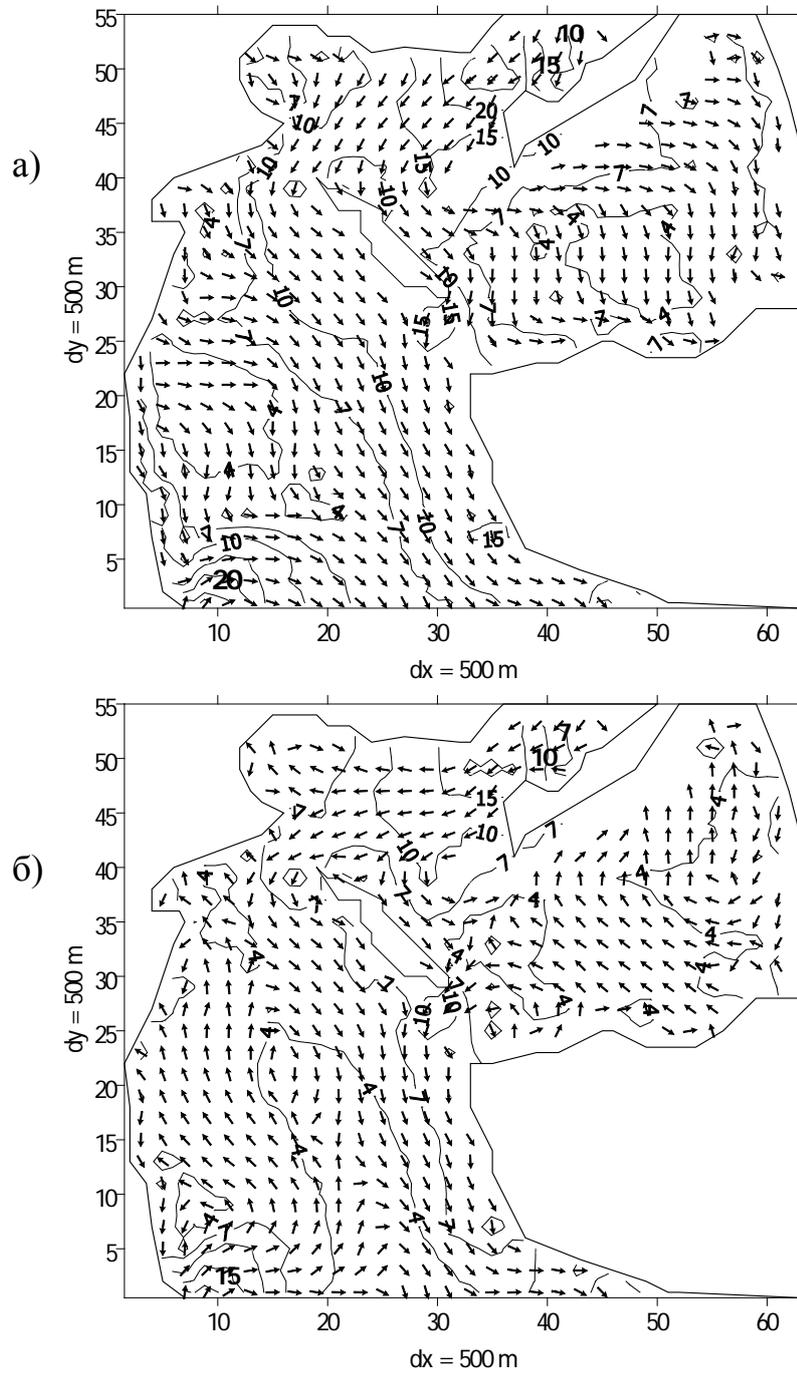
Численная реализация блока переноса примеси (уравнение (5) с соответствующими граничными условиями) производится с использованием двуциклического покомпонентного расщепления с последовательными прогонками по каждой координате на основе двухшагового метода коррекции потоков (ФСТ- алгоритм) [4], [5].



Р и с. 2 Направления и изотахи течений (в см/с) в поверхностном (а) и придонном (б) слоях Керченского пролива при северо-восточном ветре силой 7 м/с.



Р и с. 3 Направления и изотахи течений (в см/с) в поверхностном (а) и придонном (б) слоях Керченского пролива при юго-западном ветре силой 7 м/с.



Р и с. 4 Направления и изотахи течений (в см/с) в поверхностном (а) и придонном (б) слоях Керченского пролива при северо-западном ветре силой 7 м/с.

Результаты численных экспериментов. При расчетах ветровой циркуляции вод пространственная область Керченского пролива аппроксимировалась расчетной сеткой 55 x 63 узлов с шагом 500 м. Шаг по времени составлял 12 сек. Константы используемые в уравнениях модели полагались равными: $\rho_0=1018 \text{ кг/м}^3$, $z_{0\xi}=0,1 \text{ м}$, $z_{0h}=6\cdot 10^{-4} \text{ м}$, $z_h=1,5 \text{ м}$, $C_I=0,01$, $\varepsilon=5,4\cdot 10^{-4} \text{ см}^2/\text{с}^3$, $\alpha_\rho=1,0$. Коэффициент горизонтального турбулентного обмена, согласно (9), равен $0,3 \text{ м}^2/\text{с}$. На открытых северной и южной границах канала, задавался перепад уровня моря в соответствии с эмпирической формулой (1). Счет велся до установления поля скоростей течений при данной силе ветра, т.е. до момента стабилизации кинетической энергии поля. Батиметрическая карта пролива представлена на рис.1, а отдельные результаты расчетов на рис. 2–5.

В целом расчеты показали, что максимальная скорость течений наблюдается в районе северной узости. При ветре силой 7 м/с, в случае когда его проекция на ось $45\text{--}225^\circ$ максимальна (что соответствует наибольшему перекосу уровня между границами канала при данной силе ветра), течения здесь достигают 60 – 70 см/с. Менее значимые максимумы скорости течений отмечаются также в районах Павловской узости и Тузлинской промоины (до 35 и 25 см/с, соответственно). Рассчитанные коэффициенты вертикального турбулентного обмена изменяются по глубине в пределах $10^{-3}\text{--}10^{-2} \text{ м}^2/\text{с}$.

Минимальная скорость течений (до 10 см/с) наблюдается в южной части Керченского пролива и в Таманском заливе.

При южных ветрах уровенная поверхность в проливе принимает наклон от Черного моря к Азовскому и, соответственно, развивается перенос вод из Черного моря в Азовское – черноморский тип течений. При ветрах северных направлений наблюдается обратная картина и развивается азовский тип течений.

На большей части моделируемой акватории отклонение уровня от невозмущенного состояния имеет знак соответствующий южной границе (рис. 5). Смена знака происходит в северной узости. Таким образом, границей распространения возмущений уровня моря, обусловленных сгонно-нагонными явлениями в Азовском море, является северная узость Керченского пролива. Часть пролива, находящаяся южнее, находится под влиянием колебаний уровня в Черном море.

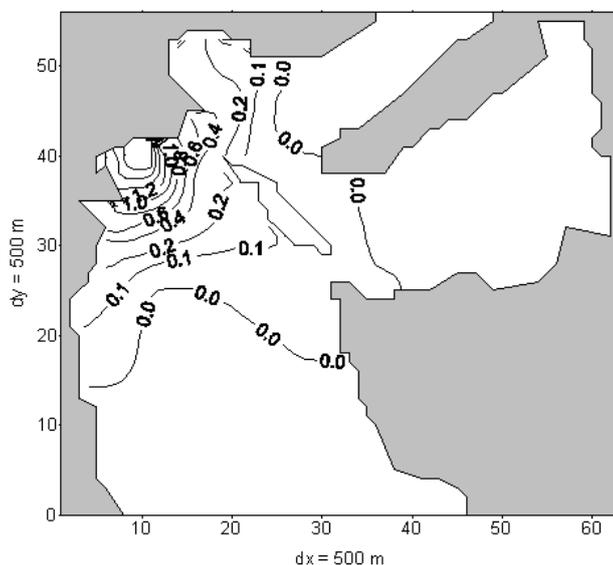
В случае, когда направление ветра перпендикулярно оси $45 - 225^\circ$ (например, северо-западный ветер) влияние на циркуляцию вод в проливе сгонно-нагонных колебаний уровня в Черном и Азовском морях минимально. В этом случае наблюдаются минимальные при данной скорости ветра течения в узостях, хотя в широкой южной части пролива и в Таманском заливе ослабление скорости течений незначительно.

Расчеты показали, что в узостях водный поток имеет однонаправленную по вертикали структуру, в то время как в южной части пролива, а также в Таманском заливе структура течений двунаправленная.

Сравнение модельных результатов с данными натурных наблюдений за течениями в проливе при аналогичных ветровых ситуациях, опубликован-

ными в [1], показало, что модель качественно и количественно верно описывает циркуляцию вод на исследуемой акватории.

На рис. 6 приведены результаты тестового расчета границ зоны загрязнения условным нерастворимым в воде веществом с диаметром частиц 10^{-6} м и плотностью 1500 кг/м^3 , при северо-западном ветре силой 7 м/с . Скорость гравитационного оседания примеси w_g , рассчитанная по закону Стокса, составляла $2,7 \cdot 10^{-5} \text{ м/с}$. Загрязняющее вещество поступало с интенсивностью 100 у.е./с от точечного поверхностного источника загрязнения, расположенного на акватории п. Керчь. Расчет велся до установления границ зоны загрязнения.



Р и с. 6 Распределение в поверхностном слое пролива загрязняющего вещества (в условных единицах), поступающего с интенсивностью 100 у.е./с от расположенного на акватории п. Керчь точечного источника загрязнения постоянного действия.

Выводы. Модель качественно и количественно верно описывает особенности циркуляции вод на акватории Керченского пролива, известные из данных наблюдений [1].

Предложенная гидродинамическая модель может быть использована в качестве рабочего инструмента при оценке воздействия хозяйственной деятельности порта Керчь на морскую среду, а также для расчета полей течений в других прибрежных акваториях Черного и Азовского морей, где ветровые течения являются доминирующими.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Гидрометеорология* и гидрохимия морей СССР. Т. 4. Черное море. Вып. 1. Гидрометеорологические условия.– СПб.: Гидрометеоздат, 1991. – С. 291-324.
2. *Вольцингер Н.Е., Клеванный К.А., Пелиновский Е.Н.* Длинноволновая динамика прибрежной зоны.– Л.: Гидрометеоздат, 1989. – 266 с.
3. *Боуден К.* Физическая океанография прибрежных вод. – М.: Мир, 1988. – 322 с.
4. *Лонин С.А.* Моделирование циркуляции и динамики взвешенных частиц в мелководной зоне Черного моря. Автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата физ.-мат. наук.– СПб., ЛГМИ, 1994. – 22 с.
5. *Флетчер К.* Вычислительные методы в динамике жидкостей. – т.1.– М.: Мир, 1991. – 551 с.

Одесский филиал Института биологии южных морей НАН Украины,
г. Одесса