УДК 551.464

Ю.С. Тучковенко

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФОРМИРОВАНИЯ ТЕРМОХАЛИННОЙ СТРУКТУРЫ И ЦИРКУЛЯЦИИ ВОД В ЛИМАНАХ, ПРИУСТЬЕВЫХ И ШЕЛЬФОВЫХ ОБЛАСТЯХ СЕВЕРО-ЗАПАДНОЙ ЧАСТИ ЧЕРНОГО МОРЯ

Описана математическая структура трехмерной нестационарной численной гидродинамической модели прибрежной циркуляции вод. Модель позволяет рассчитывать распределение температуры и солености, ветровые и плотностные течения в заливах, лиманах, устьях рек и других мелководных областях шельфа. Модель предназначена для работы с сопряженными водными объектами типа «река-море». Приведены результаты адаптации модели к условиям Одесского и Приднепровско – Бугского районов Черного моря.

Северо-западная часть Черного моря (СЗЧМ) имеет свои специфические особенности, отличающие ее от остальной акватории. Прежде всего это мелководность, обуславливающая преобладание ветровой составляющей в формировании циркуляции вод, и наличие приустьевых областей четырех крупных рек – Дуная, Днепра, Южного Буга и Днестра, пресный сток которых оказывает существенное влияние на формирование термохалинной структуры и определяет плотностную составляющую течений. СЗЧМ характеризуется сильной изрезанностью берегов с образованием многих мелководных заливов (Жебриянский, Одесский, Егорлыцкий, Тендровский, Джарылгачский) и лиманов, сообщающихся с открытым морем через узкие проливы (Сухой, Днестровский, Днепровско-Бугский, Григорьевский). В ряде случаев заливы и лиманы фактически являются частью устьевой области рек (Жебриянский залив, Днестровский и Днепровско-Бугский лиманы).

Важнейшим гидрологическим фактором, способствующим возникновению гипоксии в придонном слое СЗЧМ, является развитие в весенне-летний период обостренного сезонного пикноклина, обусловленного прогревом поверхностных вод и распреснением их в результате речного стока.

Следовательно, математическая модель динамики вод СЗЧМ и ее импактных зон должна удовлетворять следующим требованиям: описывать ветровые (дрейфовые и компенсационные), плотностные и стоковые течения в мелководных областях шельфа; эволюцию сезонного термоклина; изменчивость пространственной структуры халоклина в приустьевых районах; позволять производить расчеты не только в приустьевых районах моря, но и непосредственно в устьях рек; корректно рассчитывать водообмен через узкие проливы либо каналы.

Целью данной статьи является описание математической структуры трехмерной нестационарной гидродинамической модели MECCA (Model for Estuarine and Coastal Circulation Assessment) [17], [18], которая полностью удовлетворяет предъявляемым выше требованиям, что выгодно отличает ее от других моделей, используемых для расчета динамики вод в СЗЧМ [2, 5, 6, 7, 9]. В статье рассмотрены также отдельные результаты адаптации вышеуказанной модели к условиям Приднепровско-Бугского и Одесского районов СЗЧМ.

Исходная система уравнений модели в приближении Буссинеска в правой декартовой системе координат записывается следующим образом:

$$\begin{aligned}&\frac{\partial u}{\partial t}+B_x^{-1}\frac{\partial B_x uu}{\partial x}+\frac{\partial uv}{\partial y}+\frac{\partial uw}{\partial z}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial P}{\partial x}+fv+B_x^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(2B_x A_h\frac{\partial u}{\partial x}\right)+\\&+(1-\beta_c)\frac{\partial}{\partial y}\left(A_h\left[\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial y}\right]\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(A_v\frac{\partial u}{\partial z}\right)-\beta_c C_{ws}B_x^{-1}u|u|,\end{aligned}\tag{1}$$

$$\begin{aligned}&\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{\partial vu}{\partial x}+B_y^{-1}\frac{\partial B_y vv}{\partial y}+\frac{\partial vw}{\partial z}=-\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial P}{\partial y}-fu+B_y^{-1}\frac{\partial}{\partial y}\left(2B_y A_h\frac{\partial v}{\partial y}\right)+\\&+(1-\beta_c)\frac{\partial}{\partial x}\left(A_h\left[\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}\right]\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(A_v\frac{\partial v}{\partial z}\right)-\beta_c C_{ws}B_y^{-1}v|v|,\end{aligned}\tag{2}$$

Уравнение неразрывности:

$$B_x^{-1}\frac{\partial B_x u}{\partial x}+B_y^{-1}\frac{\partial B_y v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0,\tag{3}$$

Уравнения сохранения тепла и солей:

$$\begin{aligned}&\frac{\partial S}{\partial t}+B_x^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(B_x uS-B_x D_h\frac{\partial S}{\partial x}\right)+B_y^{-1}\frac{\partial}{\partial y}\left(B_y vS-B_y D_h\frac{\partial S}{\partial y}\right)+\\&+\frac{\partial}{\partial z}\left(wS-D_v\frac{\partial S}{\partial z}\right)=0,\end{aligned}\tag{4}$$

$$\begin{aligned}&\frac{\partial T}{\partial t}+B_x^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(B_x uT-B_x D_h\frac{\partial T}{\partial x}\right)+B_y^{-1}\frac{\partial}{\partial y}\left(B_y vT-B_y D_h\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\\&+\frac{\partial}{\partial z}\left(wT-D_v\frac{\partial T}{\partial z}\right)=R\end{aligned}\tag{5}$$

Уравнение гидростатики:

$$\frac{\partial P}{\partial z}=-g\rho,\tag{6}$$

Уравнение состояния:

$$\rho=\rho_0\left[1+F_\rho(T,S)\right].\tag{7}$$

Здесь u, v, w - компоненты вектора скорости течений $\vec{v}$ в направлениях x, y, z, соответственно; t – время; P – давление; $\rho_0 = \mathrm{const}$; f - параметр Кориолиса; A_h, A_v - коэффициенты горизонтальной и вертикальной турбулентности, соответственно; ρ - плотность воды; g – ускорение свободного падения; T, S - температура и соленость воды; D_h и D_v - коэффициенты горизонтальной и вертикальной диффузии, соответственно; R - внутренний источник тепла, связанный с поглощением солнечной радиации; B_x и B_y - безразмерная, относительно размера ячейки расчетной сетки, ширина потока в направлениях x и y, соответственно; β_c - множитель, принимающий значение 0 или 1; C_{ws} - коэффициент бокового трения о стенки канала.

Система уравнений (1) - (7) отличается от традиционной наличием множителей $(1-\beta_c)$, B_x и B_y в уравнениях (1) - (5) и последнего члена в правой части уравнений (1) - (2), описывающего боковое трение о стенки узкого канала. В такой модификации модель позволяет рассчитывать течения и перенос субстанции в каналах или реках, имеющих подсеточный масштаб в одном из горизонтальных направлений (ширина потока меньше масштаба расчетной сетки).

Приведенная система получена из традиционной следующим образом. Традиционная исходная система уравнений интегрировалась поперек потока (т.е. в нормальном к потоку направлении в горизонтальной плоскости). Пределы интегрирования определяют ширину потока (реки, канала). Интегрирование выполнялось в соответствии с [13, 14, 23]. При этом полагалось, что ширина потока B не изменяется во времени и по глубине, а также, что скорость потока не изменяется в поперечном направлении. Затем полученная система уравнений сравнивалась с исходной. Обе системы объединялись так, чтобы при отсутствии канала получалась исходная система уравнений в традиционной форме, а при его наличии – осредненные поперек потока уравнения (1) - (5).

В соответствии с вышесказанным, в уравнениях (1)- (5) β_c - множитель, равный нулю, если канал отсутствует, и единице, в случае наличия канала. Уравнения (1) - (5) автоматически переходят в традиционные уравнения, если положить $\beta_c = 0$ и $B_x = B_y = 1$. Уравнения гидростатики и состояния не изменяются.

При численной реализации приведенной выше системы уравнений переходят к криволинейной по вертикали системе координат (σ - системе), что, с одной стороны, улучшает вычислительные свойства модели, а с другой - позволяет более точно описать вертикальную динамическую и термохалинную структуру вод в области малых глубин. Для этого используется спрямляющее преобразование дна вида:

$$\sigma = (h - z)/H; \qquad H = h + d, \tag{8}$$

где σ - новая координата, изменяющаяся от поверхности до дна в пределах $[0,-1]$; H - полная локальная глубина; d - глубина при невозмущенном уровне моря; h - отклонение уровня моря от его невозмущенного состояния.

Уравнения движения в x, y, σ - системе координат принимают вид:

$$\frac{\partial Hu}{\partial t} + B_x^{-1}\left(\frac{\partial HB_x uu}{\partial x}\right) + \frac{\partial Huv}{\partial y} + \frac{\partial u\tilde{w}}{\partial \sigma} = -gH\frac{\partial h}{\partial x} - \frac{H}{\rho_0}\frac{\partial P_a}{\partial x} - HG_x + fHv +$$
$$+ B_x^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(2HB_x A_h \frac{\partial u}{\partial x}\right) + (1-\beta_c)\frac{\partial}{\partial y}\left(A_h H\left[\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right]\right) + H^{-1}\frac{\partial}{\partial \sigma}\left(A_v \frac{\partial u}{\partial \sigma}\right) -$$
$$-\beta_c C_{ws} HB_x^{-1} u|u|, \tag{9}$$

$$\frac{\partial Hv}{\partial t} + \frac{\partial Hvu}{\partial x} + B_y^{-1}\frac{\partial (HB_y vv)}{\partial y} + \frac{\partial (v\tilde{w})}{\partial \sigma} = -gH\frac{\partial h}{\partial y} - \frac{H}{\rho_0}\frac{\partial P_a}{\partial y} - HG_y - fHu +$$
$$+ B_y^{-1}\frac{\partial}{\partial y}\left(2HB_y A_h \frac{\partial v}{\partial y}\right) + (1-\beta_c)\frac{\partial}{\partial x}\left(A_h H\left[\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right]\right) + H^{-1}\frac{\partial}{\partial \sigma}\left(A_v \frac{\partial v}{\partial \sigma}\right) -$$
$$-\beta_c C_{ws} HB_y^{-1} v|v|, \tag{10}$$

где $$\tilde{w} = H\frac{\partial \sigma}{\partial t} = w - (1+\sigma)\frac{\partial h}{\partial t} - u\left(\frac{\partial h}{\partial x} + \sigma\frac{\partial H}{\partial x}\right) - v\left(\frac{\partial h}{\partial y} + \sigma\frac{\partial H}{\partial y}\right) \tag{11}$$

и $$G_x = \frac{1}{\rho_0} g\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left[H\int_\sigma^0 (\rho - \rho_0)d\sigma\right] + \left(\frac{\partial h}{\partial x} + \sigma\frac{\partial H}{\partial x}\right)(\rho - \rho_0)\right\}, \tag{12}$$

$$G_y = \frac{1}{\rho_0} g\left\{\frac{\partial}{\partial y}\left[H\int_\sigma^0 (\rho - \rho_0)d\sigma\right] + g\left(\frac{\partial h}{\partial y} + \sigma\frac{\partial H}{\partial y}\right)(\rho - \rho_0)\right\}. \tag{13}$$

Уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + B_x^{-1}\frac{\partial}{\partial x}(HB_x u) + B_y^{-1}\frac{\partial}{\partial y}(HB_y v) + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \sigma} = 0. \tag{14}$$

Уравнения сохранения тепла и солей:

$$\frac{\partial HS}{\partial t} + B_x^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(B_x H\left[uS - D_h\frac{\partial S}{\partial x}\right]\right) + B_y^{-1}\frac{\partial}{\partial y}\left(B_y H\left[vS - D_h\frac{\partial S}{\partial y}\right]\right) +$$
$$+\frac{\partial}{\partial \sigma}\left(\tilde{w}S - H^{-1}D_v\frac{\partial S}{\partial \sigma}\right) = 0, \tag{15}$$

$$\frac{\partial HT}{\partial t}+B_x^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(B_x H\left[uT-D_h\frac{\partial T}{\partial x}\right]\right)+B_y^{-1}\frac{\partial}{\partial y}\left(B_y H\left[vT-D_h\frac{\partial T}{\partial y}\right]\right)+$$
$$+\frac{\partial}{\partial\sigma}\left(\tilde{w}T-H^{-1}D_v\frac{\partial T}{\partial\sigma}\right)=HR. \qquad (16)$$

Метод решения гидродинамической задачи предусматривает расщепление полной скорости течений на среднюю по глубине скорость (баротропная составляющая) и отклонения от нее на каждом расчетном горизонте (бароклинная составляющая). Это позволяет использовать при численном решении уравнений динамики различные временные шаги для баротропной и бароклинной составляющих горизонтальной скорости течений, поскольку первая связана с колебаниями уровня моря при прохождении длинных гравитационных волн и изменяется более быстро, чем вторая.

Компоненты баротропной составляющей скорости течений определяются как

$$U=\int_{-1}^{0}u\,d\sigma \quad и \quad V=\int_{-1}^{0}v\,d\sigma, \qquad (17)$$

а проинтегрированные по вертикали уравнения движения имеют вид:

$$\frac{\partial HU}{\partial t}+B_x^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(HB_x\theta_{uu}UU\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(H\theta_{uv}UV\right)=-gH\frac{\partial h}{\partial x}-\frac{H}{\rho_0}\frac{\partial P_a}{\partial x}-HG_x^*+$$
$$+fHV+B_x^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(2A_hHB_x\frac{\partial U}{\partial x}\right)-(1-\beta_c)\frac{\partial}{\partial y}\left(A_hH\left[\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{\partial U}{\partial y}\right]\right)+\tau_{sx}- \qquad (18)$$
$$-\tau_{bx}-\beta_c C_{ws}B_y^{-1}H\theta_{su}U|U|,$$

$$\frac{\partial HV}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(H\theta_{uv}UV\right)+B_y^{-1}\frac{\partial}{\partial y}\left(HB_y\theta_{vv}VV\right)=-gH\frac{\partial h}{\partial y}-\frac{H}{\rho_0}\frac{\partial P_a}{\partial y}-HG_y^*-$$
$$-fHU+B_y^{-1}\frac{\partial}{\partial y}\left(2A_hHB_y\frac{\partial V}{\partial y}\right)+(1-\beta_c)\frac{\partial}{\partial x}\left(A_hH\left[\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{\partial U}{\partial y}\right]\right)+\tau_{sy}- \qquad (19)$$
$$-\tau_{by}-\beta_c C_{ws}B_y^{-1}H\theta_{sv}V|V|,$$

где $G_x^*=\int_{-1}^{0}G_x d\sigma$ и $G_y^*=\int_{-1}^{0}G_y d\sigma$; $\theta_{uu}=\int_{-1}^{0}\frac{uu}{UU}d\sigma$, $\theta_{uv}=\int_{-1}^{0}\frac{uv}{UV}d\sigma$, $.\theta_{vv}=\int_{-1}^{0}\frac{vv}{VV}d\sigma$, $\theta_{su}=\int_{-1}^{0}\left(\frac{u}{U}\right)\left|\frac{u}{U}\right|d\sigma$, $\theta_{sv}=\int_{-1}^{0}\left(\frac{v}{V}\right)\left|\frac{v}{V}\right|d\sigma$.

Уравнение неразрывности для баротропной составляющей:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + B_x^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(B_x HU\right) + B_y^{-1}\frac{\partial}{\partial y}\left(B_y HV\right) = 0\,. \tag{20}$$

Бароклинные компоненты вектора скорости определяются как отклонения от средней по глубине скорости: $u^{'} = u - U$ и $v^{'} = v - V$, а уравнения для них получают вычитанием уравнений для баротропной составляющей скорости из уравнений для полной скорости:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial Hu^{'}}{\partial t} + B_x^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(B_x H\left[uu - \theta_{uu}UU\right]\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(H\left[uv - \theta_{uv}UV\right]\right) + \frac{\partial \tilde{w}u^{'}}{\partial \sigma} = HG_x^{*} - \\
&- HG_x + fHv^{'} + B_x^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(2A_h HB_x \frac{\partial u^{'}}{\partial x}\right) + \left(1-\beta_c\right)\frac{\partial}{\partial y}\left(A_h H\left[\frac{\partial v^{'}}{\partial x} + \frac{\partial u^{'}}{\partial y}\right]\right) + \\
&+ H^{-1}\frac{\partial}{\partial \sigma}\left(A_v \frac{\partial u^{'}}{\partial \sigma}\right) - \tau_{sx} + \tau_{bx} - \beta C_{ws} HB_x^{-1}\left(u|u| - \theta_{su}U|U|\right),
\end{aligned} \tag{21}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial Hv^{'}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}\left(H\left[uv - \theta_{uv}UV\right]\right) + B_y^{-1}\frac{\partial}{\partial y}\left(B_y H\left[vv - \theta_{vv}VV\right]\right) + \frac{\partial \tilde{w}v^{'}}{\partial \sigma} = HG_y^{*} - \\
&- HG_y - fHu^{'} + B_y^{-1}\frac{\partial}{\partial y}\left(2A_h HB_y \frac{\partial v^{'}}{\partial y}\right) + \left(1-\beta_c\right)\frac{\partial}{\partial x}\left(A_h H\left[\frac{\partial v^{'}}{\partial x} + \frac{\partial u^{'}}{\partial y}\right]\right) + \\
&+ H^{-1}\frac{\partial}{\partial \sigma}\left(A_v \frac{\partial v^{'}}{\partial \sigma}\right) - \tau_{sy} + \tau_{by} - \beta_c C_{ws} HB_y^{-1}\left(v|v| - \theta_{sv}V|V|\right).
\end{aligned} \tag{22}$$

Уравнение неразрывности для бароклинной составляющей:

$$B_x^{-1}\frac{\partial}{\partial x}\left(B_x Hu^{'}\right) + B_y^{-1}\frac{\partial}{\partial y}\left(B_y Hv^{'}\right) + H^{-1}\frac{\partial \tilde{w}}{\partial \sigma} = 0\,. \tag{23}$$

Конечно-разностная аппроксимация уравнений модели выполнялась с использованием неявных конечно-разностных схем. В частности, при аппроксимации дифференциальных уравнений для компонент баротропной составляющей скорости течения и уровня моря, использовался метод переменных направлений Аббота [21]. В уравнениях (15)-(16) для описания горизонтального переноса применялась численная схема FCT [12, 15], а для вертикального - TVD [16]. Численные реализации остальных уравнений модели являются оригинальными и подробно описаны в [18].

Параметризации. Вертикальная турбулентная вязкость описывается на основе полуэмпирической теории турбулентности с использованием длины пути смешения. Мгновенная вязкость определяется как функция длины пути смешения, локального вертикального сдвига скорости и устойчивости водной колонки следующим образом:

$$A_v = A_{v0} + A_z\left[C_{R0}\left(1 + C_{R1}R_i\right)^{-C_{R2}}\right],$$

$$D_v = D_{v0} + A_z\left[C_{R3}\left(1 + C_{R4}R_i\right)^{-C_{R5}}\right], \qquad (24)$$

где $$A_z = [\kappa z(1 - z/H)]^2\left(\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2\right)^{1/2},$$

$$R_i = -g\frac{\partial \rho}{\partial z}\Bigg/\left[\rho_0\left(\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)^2\right)\right].$$

Здесь $\kappa = 0.4$ - постоянная Кармана; A_{v0}-пороговая вязкость; D_{v0}-пороговая диффузия; R_i- число Ричардсона; $C_{R0}, C_{R1}, C_{R2}, C_{R3}, C_{R4}$ и C_{R5} - константы, принимаемые равными 1.0; 10.0; 0.5; 1.0; 3.33 и 1.5, соответственно [19].

Коэффициенты горизонтального турбулентного обмена рассчитываются исходя из значения локального сдвига горизонтальной скорости и пространственного шага горизонтальной конечно-разностной сетки ΔL [22]:

$$A_h = A_{h0} + C_{AH}\Delta L^2\left[2\left(\left(\frac{\partial U}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial V}{\partial y}\right)^2\right) + \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x}\right)^2\right]^{1/2}, \; D_h = A_h, \qquad (25)$$

где коэффициент $C_{AH} = 0.1$ и $A_{h0} = 1.0$ м^2/с – фоновая величина.

Ветровые напряжения трения на верхней границе (воздух-вода) записываются как

$$\tau_{sx} = \left(C_{aw1} + C_{aw2}W_{10}\right)W_{10}W_x\,;\; \tau_{sy} = (C_{aw1} + C_{aw2}W_{10})W_{10}W_y, \qquad (26)$$

где W_x и W_y - составляющие вектора скорости ветра на высоте 10 м над уровнем моря по осям x и y, соответственно; W_{10} - модуль скорости ветра на высоте 10 м; C_{aw1} и C_{aw2} - коэффициенты трения, полагаемые равными 0.0008 и 0.000065 с/м, соответственно.

Придонные напряжения трения на нижней границе (вода-дно):

$$\tau_{bx} = \Phi u_b \quad \text{и} \quad \tau_{by} = \Phi v_b, \; \text{где} \quad \Phi = \left[C_{wb1} + C_{wb2}\left(u_b^2 + v_b^2\right)^{1/2}\right]. \qquad (27)$$

Здесь u_b и v_b- составляющие вектора придонной скорости течения; C_{wb1} и C_{wb2}- коэффициенты трения с типичными значениями 0.001 и 0.003 м/с, соответственно.

Уравнение состояния записывается в виде, предложенном Мамаевым (1964):

$$\rho = \rho_0 \left[1 + F_\rho (S, T)\right], \qquad (28)$$

где

$$F_\rho = 0.00007 + 0.000802 \cdot S - 0.000002 \cdot S \cdot T - 0.0000035 \cdot T - 0.00000469 \cdot T^2;$$

S – соленость (в $^o/_{oo}$), T – температура воды (в ^{o}C).

Граничные и начальные условия. Граничные условия на поверхности моря определяются следующим образом:

$$\tau_{sx} = A_v \frac{\partial u'}{\partial z} \quad \text{и} \quad \tau_{sy} = A_v \frac{\partial v'}{\partial z}; \; D_v \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{Q_T}{\rho C_w}; \; D_v \frac{\partial S}{\partial z} = 0. \qquad (29)$$

На дне: $\tau_{bx} = A_v \frac{\partial u'}{\partial z}$ и $\tau_{by} = A_v \frac{\partial v'}{\partial z}$; $D_v \frac{\partial S}{\partial z} = 0$;

$$D_v \frac{\partial T}{\partial z} = \left[C_{bed1} + C_{bed2}\left(u_b^2 + v_b^2\right)^{1/2}\right]\left(T_{bed} - T\right). \qquad (30)$$

Здесь, $\tau_{sx}; \tau_{sy}$ - компоненты вектора касательного напряжения трения ветра; $\tau_{bx}; \tau_{by}$ - компоненты вектора касательного напряжения придонного трения; Q_T – поток тепла, вычисляемый на основе метеорологических данных; C_w – удельная теплоемкость воды; C_{bed1}, C_{bed2} - коэффициенты обмена, принимаемые равными 0.000001 м/с и 0.003, соответственно; T_{bed} - температура морского дна.

На открытой морской границе задаются возмущения уровня моря обусловленные, например, приливами, сгонно-нагонными явлениями и т.п., либо ставится условие излучения, описывающее свободное прохождение через границу длинных гравитационных волн:

$$h = h_o(x, y, t); \qquad h = h_0 + \vec{v}\vec{n}\sqrt{H/g}, \qquad (31)$$

где h_0 - возмущение уровня на жидкой границе расчетной области, задаваемое на основе данных наблюдений или расчетов; $\vec{v}\vec{n}$ - проекция вектора течений, рассчитанного в граничных точках области, на внешнюю нормаль $\vec{n}$ к открытой боковой границе.

Для температуры и солености условия формулируются следующим образом: если поток входит в расчетную область, то на границе с открытым морем задаются фоновые значения температуры и солености (T^*, S^*), характерные для открытого моря; в противном случае значения моделируемых переменных экстраполируются из расчетной области с помощью упрощенного уравнения адвекции:

$$T_o = T^*; S_o = S^*, \qquad \text{если } \vec{v}\vec{n} \le 0$$
$$\frac{\partial T_o}{\partial t} = -\vec{v}\vec{n}\frac{\partial T}{\partial \vec{n}}; \frac{\partial S_o}{\partial t} = -\vec{v}\vec{n}\frac{\partial S}{\partial \vec{n}}, \text{ если } \vec{v}\vec{n} > 0, \tag{32}$$

где T_o, S_o - значения моделируемых переменных на открытой морской границе.

В точках впадения рек граничные условия формулируются по типу «открытого канала» или «водопад». В первом случае задаются расходы воды Q_r, а также вертикальные профили бароклинной скорости, температуры и солености:

$$U = Q_r/(B_x \Delta LH); V = Q_r/(B_y \Delta LH); u' = u_{top}\cos(\pi z/H); v' = v_{top}\cos(\pi z/H);$$
$$S = S_{top} + (S_{top} - S_{bot})[(1 - \cos(\pi z/H))];$$
$$T = T_{top} + (T_{top} - T_{bot})[(1 - \cos(\pi z/H))]. \tag{33}$$

Здесь, ΔL - размер ячейки расчетной сетки; величины с индексом “top” соответствуют поверхностному слою воды, тогда как с индексом “bot” – придонному слою.

Задание граничных условий по типу «водопад» осуществляется следующим образом:

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{Q_r}{B_x B_y \Delta L^2}; \quad \frac{\partial HS}{\partial t} = 0; \quad \frac{\partial HT}{\partial t} = \frac{T_{top} Q_r}{B_x B_y \Delta L^2}. \tag{34}$$

В качестве начальных условий принималось состояние покоя:

$$U = V = u' = v' = w = 0; \qquad A_h = A_{h0}, \qquad A_v = A_{v0}, \qquad D_v = D_{v0}. \tag{35}$$

Температура, соленость и уровень моря в начальный момент времени во внутренних точках расчетной области определяются путем интерполяции граничных значений с весами обратно пропорциональными расстоянию от границы. Задается также температура донных отложений T_{bed}.

Теплообмен с атмосферой. Полный удельный поток тепла Q_T, поступающий на границу раздела «воздух-вода», записывается в виде суммы двух составляющих:

$$Q_T = Q_1 + Q_2, \tag{36}$$

где Q_1 - коротковолновая составляющая солнечной радиации, которая проникает в водную колонку через поверхность; Q_2 - длинноволновой поток радиации, поглощаемый поверхностью.

Удельный поток коротковолновой радиации Q_1 используется при определении внутреннего источника тепла R (^{o}C/c) в слое:

$$R = \left(Q_1 / \rho C_w\right)\left[\exp\{2.3 z_a / D_{10}\} - \exp\{2.3 z_b / D_{10}\}\right] / \left(z_b - z_a\right), \tag{37}$$

где z_a, z_b - координаты z верней и нижней границы слоя, соответственно; D_{10}– глубина, на которую проникает только 10 % от потока, поступающего на поверхность воды. При этом полагается, что исходный поток убывает с глубиной по экспоненциальному закону, а коэффициент затухания определяется как $2.3/D_{10}$.

Солнечная коротковолновая составляющая удельного потока тепла определяется как:

$$Q_1 = Q_{ss}\left(1 - A_{1b}\right)F_{cc}\left(C_c\right), \tag{38}$$

где Q_{ss} -поток, поступающий на поверхность моря в условиях облачности; A_{1b} - альбедо морской поверхности; $F_{cc}\left(C_c\right) = 1 - C_c$ - функция облачности; C_c - часть неба покрытая облаками.

Согласно [20]:

$$Q_{ss} = C_{sol} \cos^2(\zeta) / \left[0.10 + 1.085 \cos(\zeta) + 10^{-5}\{\cos(\zeta) + 2.7\} e_v\right]. \tag{39}$$

Здесь C_{sol} - солнечная постоянная (1353 Вт/м^2), e_v - давление водяного пара; ζ - зенитный угол солнца, определяемый как:

$$\cos(\zeta) = \sin(\lambda_a)\sin(\varphi) + \cos(\lambda_a)\cos(\varphi)\cos(\nu),$$

где λ_a - географическая широта; $\varphi = 23.44^0 \cos\left(2\pi[172 - \mathrm{Nday}]/365\right)$ - деклинация, Nday - номер дня года; $\nu = 2\pi(12 - \mathrm{Shr})/24$ - часовой угол, Shr - солнечный час, т.е. час суток.

Давление пара e_v определяется как

$$e_v = R_h e_s(T), \tag{40}$$

где R_h - относительная влажность; e_s - насыщающее давление водяного пара, мб. Согласно [20]:

$$e_s(T) = 611 \cdot 10^{\left(7.5[T - 273.16]/[T - 35.86]\right)}.$$

В (40) e_v рассчитывается при T_{a0} - температуре атмосферы (°K) на границе раздела «воздух-вода».

Поток тепла на поверхности границы раздела «воздух-вода» представляет собой сумму нескольких составляющих:

$$Q_2 = Q_L + Q_B + Q_e + Q_S, \qquad (41)$$

где Q_L - длинноволновое излучение атмосферы; Q_B - обратное излучение черного тела морской поверхностью; Q_e - потери тепла на испарение; Q_s - поток тепла при контактном теплообмене моря с атмосферой.

$$Q_L = C_{sb} T_a^4 \left(1 - 0.26 \exp\left[-0.000777 (273 - T_a)^2\right]\right),$$
$$Q_B = -0.97 C_{sb} \left(T\big|_{\sigma=0}\right)^4,$$
$$Q_e = -0.00175 \rho_a L_v W_{10} (\gamma_{10} - \gamma_0),$$
$$Q_s = 0.00175 \rho_a c_p W_{10} (T_{a10} - T_{a0}).$$

Здесь C_{sb} - константа Стефана-Больцмана ($5.67 \cdot 10^{-8}$ Вт/м^2°К^4) и T_a - наблюдаемая температура воздуха (°К); ρ_a - плотность воздуха; W_{10} - скорость ветра на высоте 10 м; γ_{10}, γ_0 - удельная влажность на высоте 10 м и у поверхности воды, соответственно; L_v - скрытое тепло испарения ($2.5 \cdot 10^6$ Дж/кг); c_p - удельная теплоемкость сухого воздуха (1004 Дж/кг°К); T_{a10}, T_{a0} - температура воздуха на высоте 10м и у поверхности моря, соответственно. Предполагается, что у поверхности моря температуры воздуха и воды равны и, следовательно, $T_{a0} = T\big|_{\sigma=0}$, а $T_{a10} = T_a$.

Удельная влажность связана с давлением пара:

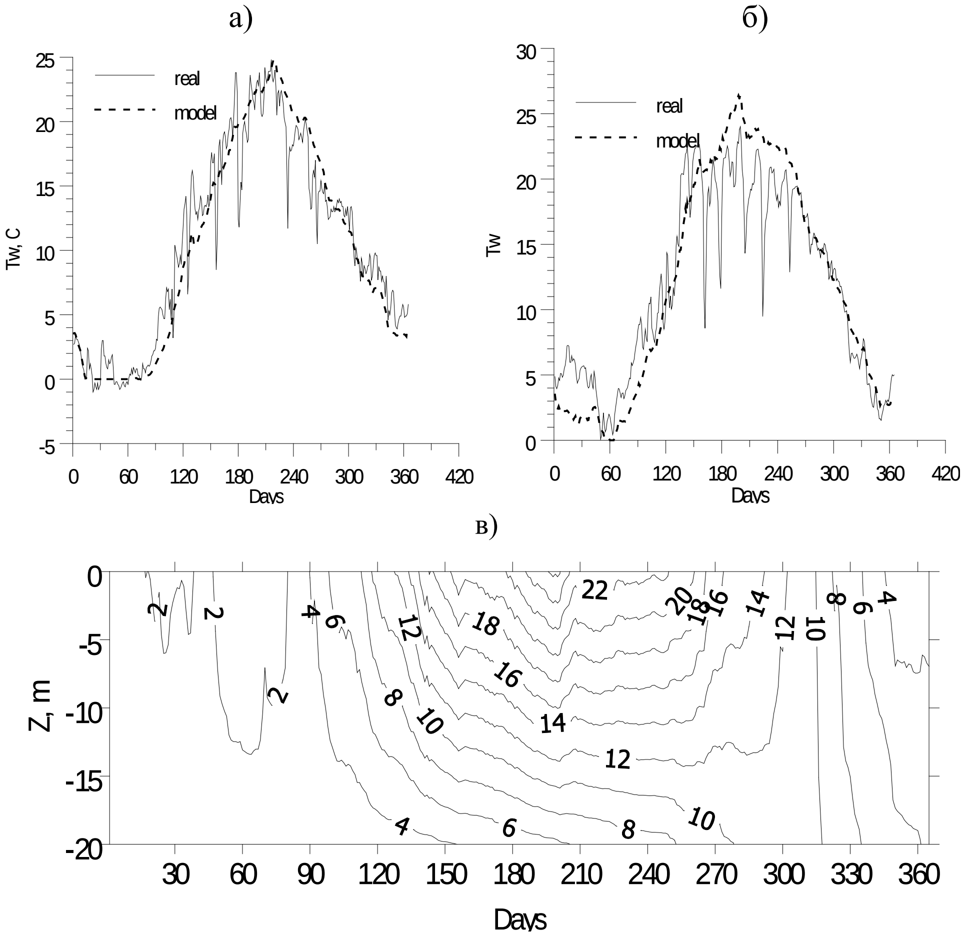
$$\gamma = 0.622 e_v / \left[P_a - (1 - 0.622) e_v\right],$$

где 0.622 есть соотношение молекулярных весов сухого воздуха и водяного пара; P_a - атмосферное давление, мб.

Программная реализация модели, выполненная на языке FORTRAN-90, позволяет рассчитывать как суммарные течения, так и выделять отдельно их ветровую, термохалинную и стоковую составляющие. С заданной временной дискретностью в ходе счета модель усваивает новую информацию о скорости и направлении ветра, температуре воздуха, расходах рек, температуре и солености речных вод, термохалинной стратификации и возмущениях уровня моря в отдельных точках морской границы. Между вводимыми дискретными значениями выполняется линейная интерполяция: для метеорологических и речных параметров – во времени; для значений возмущения уровня моря, вертикального распределения температуры и солености воды на открытых границах – в пространстве и во времени.

Результаты адаптации модели. Вышеописанная модель адаптирована к условиям Приднепровско-Бугского и Одесского районов СЗЧМ и используется в качестве базовой для разработки более общей модели качества вод указанного региона.

Расчетная область аппроксимировалась пространственной сеткой 68×32 узла с шагом 2000 м. Шаг по времени составлял 6 секунд для баротропной составляющей скорости течений и 72 с. – для бароклинной. Использовались десять расчетных уровней по глубине в σ-системе координат.



Р и с. 1 Измеренный и рассчитанный в одномерном варианте модели годовой ход температуры поверхностного слоя воды в 1981 (а) и 1983 гг. (б), а также внутригодовая изменчивость вертикального распределения температуры воды (в), рассчитанная по метеорологическим данным 1983 г.

Первоначально модель испытывалась в одномерном (по вертикали) варианте, когда отключались члены уравнений, описывающие горизонтальный турбулентный обмен и адвективный перенос, а также предполагалась независимость всех функций от горизонтальных координат. В такой постановке учитывается только дрейфовая составляющая скорости течений, которая используется для расчета коэффициентов вертикального турбулентного обмена и диффузии. Таким образом, фактически решалась задача формирования вертикальной термической (термохалинной) структуры вод в результате вертикального турбулентного обмена импульсом и диффузии тепла (и солей). Целью расчетов являлось изучение воспроизведения моделью годовой изменчивости вертикальной термической и термохалинной структуры вод под воздействием ветра и теплообмена с атмосферой. В качестве исходных данных использовались ежесрочные 6 - часовые наблюдения за температурой воздуха, скоростью и направлением ветра, выполненные на ГМС Одесса-порт и Геофизической обсерватории ОГЭУ.

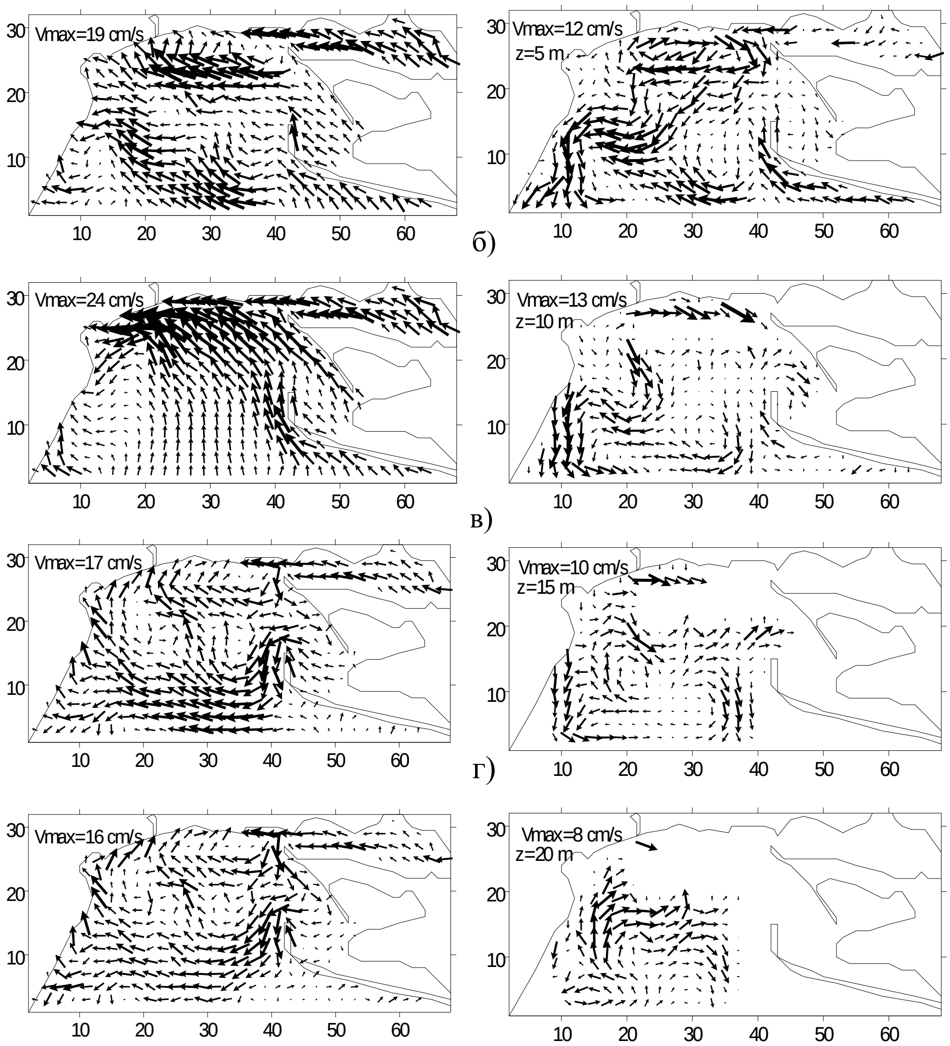
Расчеты выполнялись в двух вариантах: с фиксированным среднегодовым вертикальным распределением солености и с учетом ее сезонной изменчивости, обусловленной изменчивостью стока рек Днепр и Южный Буг. При втором варианте расчетов, по данным [4, 3] задавался годовой ход среднемесячных значений солености на поверхностном и придонном горизонтах водной колонки, а вертикальное ее распределение формировалось в ходе счета. Отдельные результаты расчетов представлены на рис.1.

Расчеты показали, что модель правильно описывает годовой ход температуры поверхностного слоя воды, формирование и разрушение сезонного термоклина. Имеют место и некоторые расхождения результатов расчетов с данными наблюдений: в летние месяцы рассчитанные значения температуры поверхностного слоя воды в ряде случаев превышают наблюдаемые значения на несколько градусов; медленнее, чем это следует из наблюдений, прогревается придонный слой в весенне-летние месяцы. Однако эти расхождения в значительной степени обусловлены исключением вклада горизонтальной адвекции вод в теплообмен между поверхностной и придонной водными массами (за счет сгонно-нагонных явлений).

Следующая серия численных экспериментов, уже с трехмерным вариантом модели, заключалась в расчетах, при неизменных ветровых условиях, изменчивости трехмерной термохалинной структуры вод и поля течений в период весеннего половодья, когда вклад термохалинного фактора в динамику вод максимален. В данном случае целью расчетов было воспроизведение распространения языка распресненных вод от Днепровско – Бугского лимана до Одесского региона СЗЧМ, исследование пространственной структуры поля течений, а также роли различных факторов в ее формировании.

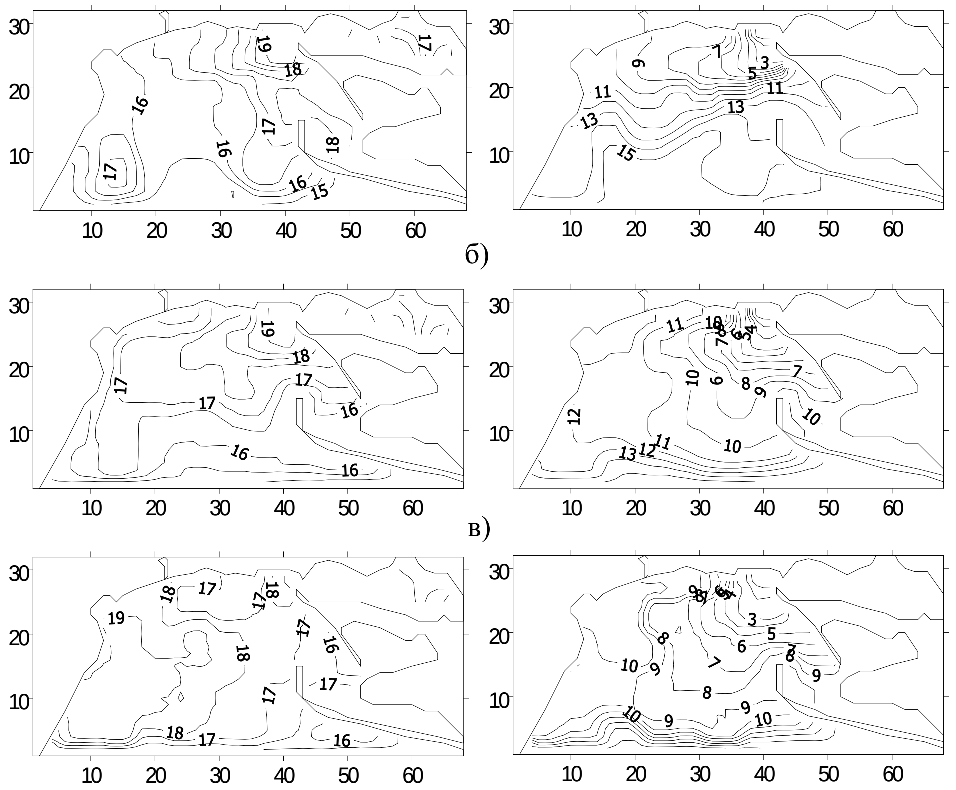
Отдельные результаты расчетов для последней декады мая представлены на рис.2-3. Расчет велся начиная со второй декады марта с усвоением информации о температуре воздуха и термохалинной структуре на открытой морской границе, при неизменных ветровых условиях. Термохалинная стратификация на жидкой границе задавалась подекадно на основе [3], а температура воздуха – с 6-часовой дискретностью по данным за 1994 г. Средний, за период расчета, расход р.Днепр полагался равным 1520 м^3/с, а р.Южный Буг – 80 м^3/с.

I. а) II.



Р и с. 2 Рассчитанные по модели поля векторов течений, соответствующие последней декаде мая:
I) поверхностный слой: I.а – суммарные течения при ЮВ ветре силой 7 м/с, I.б – ветровые течения при ЮВ ветре силой 7 м/с, I.в - суммарные течения при ЮВ ветре силой 3 м/с, I.г – термохалинные и стоковые течения при отсутствии ветра;
II) суммарные течения при ЮВ ветре силой 7 м/с на горизонтах: 5 м (II.а), 10 м (II.б), 15 м (II.в), 20 м (II.г).

I. а) II.

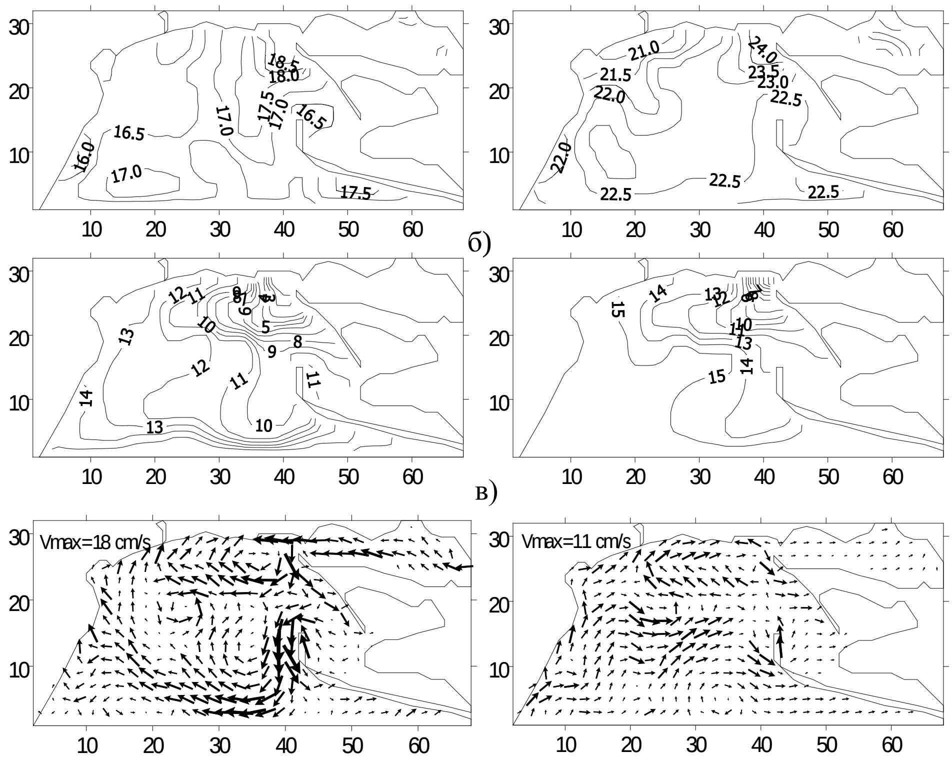


Р и с. 3 Рассчитанное по модели распределение температуры (I) и солености (II) воды в поверхностном слое в последнюю декаду мая при ЮВ ветре силой 7 м/с (а); 3 м/с (б);   0 (штиль) (в).

Среди общих закономерностей следует выделить следующие. На большей части акватории в поверхностном слое течения направлены по ветру (рис.2.I.а). Исключение составляет область языка распресненных вод над Одесской банкой, где в весенний период всегда доминирует термохалинная составляющая течений. При юго-восточном ветре термохалинные поверхностные течения в области языка распресненных вод компенсируют ветровые течения (рис.2.I.б), поэтому интенсивность результирующей циркуляции вод меньше, чем при учете только ветровой составляющей течений. В придонном слое южной, относительно глубокой части расчетной области формируется компенсационное течение со знаком завихренности обратным поверхностной циркуляции (рис.2.II.г). При ослаблении силы ветра увеличивается прогрев и распреснение поверхностного слоя (рис.3). Температура воды в Днепровско-Бугском лимане и прилегающей акватории моря в апреле-мае всегда выше на несколько градусов, чем в остальной части расчетной области, что соответствует данным, приведенным в [3]. Пространственная структура и интенсивность ветровой составляющей циркуляции вод в Одесском регионе СЗЧМ близка к рассчитанной в [10] по независимой модели.

Полученное с помощью вышеописанной модели распространение языка распресненных вод от Днепровско – Бугского лимана хорошо согласуется с данными наблюдений, представленными в [1]. Согласно климатическим данным ГМС Одесса-порт [4], средняя соленость вод в апреле-мае в этом районе составляет 12,8 и 11,7 $^0/_{00}$, соответственно, что также согласуется с результатами расчетов.

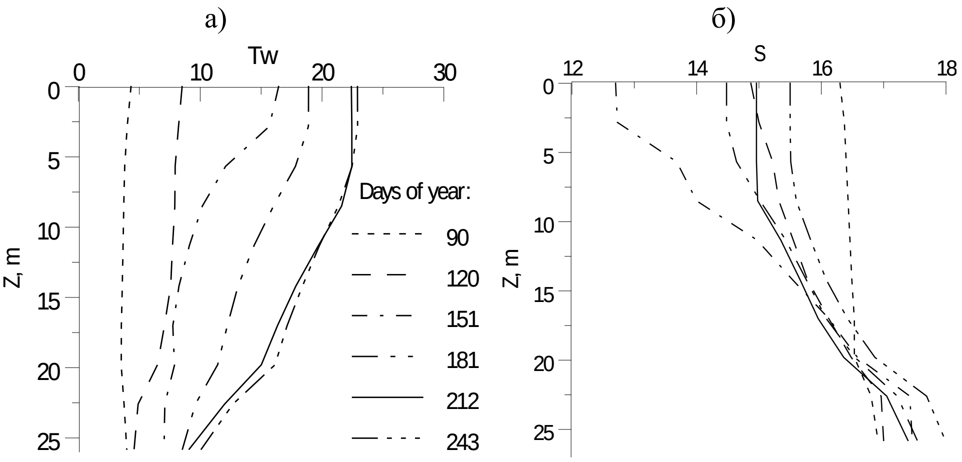
I. а) II.



Р и с. 4 Рассчитанное по модели, с усвоением реальной гидрометеорологической информации за 1986 год, пространственное распределение температуры (а) и солености (б) поверхностного слоя воды, а также поле векторов поверхностных течений в последнюю декаду мая (I) и августа (II).

Третья серия численных экспериментов заключалась в моделировании формирования термохалинной структуры и изменчивости циркуляции вод в весенне-летний период (март-август), с усвоением данных ежесрочных 6 - часовых наблюдений за температурой воздуха, скоростью и направлением ветра, выполненных на ГМС Одесса-порт в 1986 году. На рис. 4 приведены результаты расчетов температуры, солености и циркуляции вод поверхностного слоя, соответствующие последней декаде мая, когда влияние речного стока максимально, и последней декаде августа, когда речной сток минимален. Обращает на себя внимание смена на большей части акватории циклонической завихренности общей циркуляции вод весной на антициклоническую – летом, что соответствует результатам независимых расчетов [1, 11]. Лишь в районе Одесской банки антициклоническая завихренность течений отмечается как летом, так и весной.

На рис. 5 приведена эволюция в период с марта по август рассчитанных с помощью модели вертикальных профилей температуры и солености в точке с координатами 42°23′с.ш.; 30°53′ в.д. (узел (16;16) расчетной сетки), расположенной в Одесском регионе СЗЧМ на удалении ≈ 16 км от мыса Большой Фонтан в сторону моря. Обращает на себя внимание образование верхнего квазиоднородного слоя (ВКС) в летний период года. Глубина нижней границы ВКС колеблется от 5 до 10 метров в зависимости от силы ветра. В придонном слое температура воды возрастает за расчетный период с 3 до 10 °C, тогда как на поверхности – с 3 до 23 °C.



Р и с. 5 Изменчивость вертикального распределения температуры (а) и солености (б) воды в точке (16; 16) при расчетах с усвоением метеоинформации по данным ГМС Одесса за 1986 г. Приведенные кривые соответствуют последнему дню каждого месяца в период с марта по август.

Выводы. Результаты расчетов эволюции термохалинной структуры и циркуляции вод в Одесском и Приднепровско-Бугском районах СЗЧМ в весенне-летний период, выполненные с помощью вышеописанной модели, показали, что модель адекватно отражает природные процессы. Полученные результаты хорошо согласуются с данными других источников информации.

Характеризуясь высокой информативностью и относительной простотой в эксплуатации, модель может быть использована в качестве базового блока для создания более сложных моделей морских систем, а также как составная диагностическая и прогностическая часть геоинформационных систем, работающих с устьевыми участками рек и приустьевыми районами моря.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Большаков В.С.* Трансформация речных вод в Черном море.– К.: Наукова Думка, 1970.– 328 с.

2. *Блатов А.С., Булгаков Н.П., Иванов В.А.* и др. Изменчивость гидрофизических полей Черного моря.– Л.:Гидрометеоиздат, 1984.– 240 с.

3. *Виноградов К.А., Розенгурт М.Ш., Толмазин Д.М.* Атлас гидрологических характеристик северо-западной части Черного моря.– К:Наукова Думка, 1966.

4. *Гидрометеорологические* условия шельфовой зоны морей СССР: Справочник. Т.4. Черное море .–Л.:Гидрометеоиздат, 1986.– 99 с.

5. *Иванов В.А., Кубряков А.И., Михайлова Э.Н., Шапиро Н.Б.* Формирование и эволюция вихревых образований, обусловленных стоком рек на северо-западном шельфе Черного моря // Исследования шельфовой зоны Азово-Черноморского бассейна. – Севастополь: МГИ НАН Украины, 1995.–С. 147-167.

6. *Климок В.И., Макетов К.К., Перцева М.В.* и др. О численном моделировании течений на северо-западном шельфе Черного моря // Морской гидрофизический журнал.–1989.– № 3.– С.20-27.

7. *Лонин С.А.* Моделирование течений и распространения примеси в северо-западной части Черного моря / ОдО ГОИН.– Одесса, 1990.–28 с.–Рус.–Деп. в ИЦ ВНИИГМИ-МЦД 09.07.90, № 1007-гм90, 1990.

8. *Судольский А.С.* Динамические явления в водоемах.– Л:Гидрометеоиздат, 1991. – 261 с.

9. *Толмазин Д.М., Шнайдман В.А., Ациховская Ж.М.* Проблема динамики вод северо-западной части Черного моря. – К.: Наукова Думка, 1969. – 130 с.

10. *Тучковенко Ю.С.* Математическая модель для расчета ветровых течений в Одесском регионе северо-западной части Черного моря // Метеорологія, кліматологія та гідрологія.–2002 .–Вип. 25.– С.107 – 117.

11. *Тучковенко Ю.С., Доценко С.А., Рубан И.Г.* Сезонные особенности термохалинной циркуляции Одесского региона северо-западной части Черного моря // Екологічні проблеми Чорного моря.–Одесса: ОЦНТЕІ.– 2002.–С.249-253.

12. *Флетчер К.* Вычислительные методы в динамике жидкостей: В 2 т.- М.:Мир, 1991.

13. *Blumberg A.F.* The influence of density variations on estuarine tides and circulations // Estuarine and Coastal Marine Science.–1978.– № 6.– P. 2209-215.

14. *Blumberg A.F.* A numerical investigation into the dynamics of estuarine circulation: Chesapeake Bay Institute Tech. Report 91 / Johns Hopkins University.–USA, 1975.– 110 p.

15. *Boris J.P. , Book D.L.* // Methods Comput. Phys.– 1976. –№ 16.– P. 85-129.

16. *Harten A.J.* // J.Comput.Phys.–1983.– Vol.49.– P. 357-393.

17. *Hess K.W.* Assessment model for estuarine circulation and salinity: Technical Memorandum / NOAA; National Environmental Satellite, Data, and Information Service.–NESDIS AISC 3.– USA, 1985.– 39 p.

18. *Hess K.W.* MECCA Programs documentation: Technical Report / NOAA.– NESDIS 46.– Washington, D.C., 1989.– 97 p.

19. *Munk W.H., Anderson E.R.* Notes on the theory of the thermocline // J.Mar.Res.–1948.–№ 7.– P.276-295.

20. *Parkinson C.L., Washington W.M.* A large-scale numerical model of sea ice // J.Geophys.Res.–1979.–№ 84.-P.311-337.

21. *Sobey R.J.* Finite-difference schemes compared for wave-deformation characteristics in mathematical modeling of two-dimensional long-wave propagation: Technical Memorandum, 32 / U.S. Army Corps of Engineers, Coastal Engineering Research Center.–USA, 1970.– 29 pp.

22. *Tag P.M., Murray F.W., Koenig L.R.* A comparison of several forms of eddy viscosity parametrization in a two-dimensional long-wave propagation: Technical Memorandum 32 / U.S.Army Corps of Engineers, Coastal Engineering Research Center.– USA, 1979.– 29 p.

23. *Wang D.P., Kravitz D.W.* A semi-implicit two-dimensional model of estuarine circulation // J. Phys. Oceanog.– 1980.–№ 3.– P.441-454.

Одесский филиал Института биологии южных морей НАН Украины,
г. Одесса