

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ГЕРАСИМОВ О.І., КУРЯТНИКОВ В.В.

**РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ З
“ТЕХНОЛОГІЙ ЗАХИСТУ НАВКОЛИШНЬОГО СЕРЕДОВИЩА”**

Навчальний посібник

Одеса
Одеський державний екологічний університет
2024

УДК 531
Г37

Герасимов О.І., Курятников В.В.

Г37 Розв'язання задач з «Технологій захисту навколишнього середовища»: навчальний посібник. Одеса; Одеський державний екологічний університет, 2024. 120 с.

ISBN 978-966-186-298-1

Посібник призначається для магістрів при вивченні дисципліни «Технології захисту навколишнього середовища», а також може використовуватися аспірантами та бакалаврами з спеціальності «Технології захисту навколишнього середовища».

УДК 531

Рецензенти:

Доктор фіз.-мат.н., проф, зав. каф. медичної та біологічної фізики Київського Національного медичного університету ім.Богомольця, Член-кор.Академії педагогічних наук України **Чалий О.В.**

Доктор фіз.-мат.н., проф каф. теплофізики Одеського Національного університету ім. І.І.Мечникова **Калінчак В.В.**

Доктор фіз.-мат.н., професор кафедри автоматизованих систем моніторингу навколишнього середовища та інформатики Одеського державного екологічного університету **Мещеряков В.І.**

*Затверджено вченою радою Одеського державного екологічного університету
Міністерства освіти і науки України як навчальний посібник для здобувачів вищої освіти
за спеціальністю 183 Технології захисту навколишнього середовища
(протокол №3 від 25.04. 2024 р.)*

ISBN 978-966-186-298-1

© О.І. Герасимов, В.В. Курятников, 2024
© Одеський державний екологічний університет, 2024

ЗМІСТ

	Стор
Вступ	4
Розділ 1 Термодинамічні методи розрахунків складних систем, як елементів навколишнього середовища в задачах захисту довкілля. Статистичні методи діагностики їх забруднення. Системи та прилади контролю параметрів довкілля.	5
Розділ 2 Сучасні задачі екологічної безпеки та захисту навколишнього середовища. Очищення атмосферного повітря.	27
Розділ 3 Фізичні методи та технології очищення водних об'єктів природного середовища та ґрунтів	38
Розділ 4 Енергетичне забруднення довкілля. Небезпечні випромінювання. Іонізуюче випромінювання. Радіоактивність.	54
Розділ 5 Проходження заряджених частинок іонізуючого випромінювання крізь речовину. Іонізація. Радіаційні втрати енергії.	62
Розділ 6 Застосування систем захисту від зовнішніх випромінювань. Розрахунки екранування небезпечних енергетичних випромінювань	77
Розділ 7 Розрахунки доз радіації та дозових навантажень. Міграція радіонуклідів.	94
Перелік використаної літератури	105
Предметний покажчик.	107
Додаток А	109
Додаток Б	112

Вступ

Мета цього посібника - допомогти студентам спеціальності “Технології захисту навколишнього середовища” в практичній роботі при вивченні дисципліни “ Технології захисту навколишнього середовища ”.

Вивчення технологічних процесів захисту навколишнього середовища, рівно як і природних процесів, потребує їх аналітичного опису та інженерних розрахунків на базі сучасних уявлень та методів розв’язання.

У різних галузях промисловості і сільського господарства, в технологіях очищення об’єктів навколишнього середовища, утилізації, дезактивації, теплоенергетичних та енергозберігаючих технологіях діють процеси переносу енергії (тепла), маси, електричного заряду, які розглядаються у ряді таких розділів наукових дисциплін, як класична і нерівноважна термодинаміка, фізична кінетика, газо-гідродинаміка, фізика поверхневих явищ і дисперсних систем. У останні часи ця галузь наукових знань суттєво розширилася та просунулася уперед. З’явилися нові методи дослідження складних нелінійних, нерівноважних систем, таких як гранульовані та фрактальні системи, складних гідрометеорологічних та атмосферних явищ (цунамі, торнадо, прибережний апвеллінг у Чорному морі та ін.).

Автори посібника пропонують адаптований підхід до розгляду і вивчення цих питань, пов’язаний із складанням та розв’язанням математичних рівнянь в задачах захисту навколишнього середовища. Це підхід фізичного моделювання природних процесів і чисельного їх розв’язання з метою прогнозування, знаходження ступеня ризиків і надійності систем захисту.

Мета і задачі практичної підготовки з “ Технології захисту навколишнього середовища ” полягають у формуванні у студентів практичних знань інженерно-фізичних аспектів захисту об’єктів навколишнього середовища, здатності застосовувати адекватні до умов галузі сучасні технології захисту екосистем.

Задачі практичної частини курсу: засвоєння фізичних принципів захисту об’єктів навколишнього середовища, засобів та методів ліквідування екологічно-небезпечних зовнішніх збурень, придбання навичок та вмінь щодо ліквідації наслідків забруднення довкілля.

В результаті вивчення матеріалу дисципліни студент має вміти:

- оцінювати рівень небезпеки забруднення навколишнього середовища;
- розраховувати режими роботи очисного та захисного обладнання;
- аналізувати шляхи міграції радіонуклідів у природних середовищах;
- організовувати життєдіяльність в умовах радіоактивного забруднення, що забезпечує мінімізацію дозових навантажень.

Розділ 1 Термодинамічні методи розрахунків складних систем, як елементів навколишнього середовища в задачах захисту довкілля. Статистичні методи діагностики їх забруднення. Системи та прилади контролю параметрів довкілля

Термодинамічні принципи в сучасних задачах екологічної безпеки та захисту довкілля. В основі багатьох технологій захисту довкілля лежать фізичні і хімічні перетворення, що стосуються поширення забруднення.

До *теплових процесів*, основою яких є зміна теплового стану взаємодіючих середовищ, відносять нагрівання, охолодження, випарювання і конденсацію, займання та горіння, поширення полум'я. Рушійною силою цих процесів є різниця температур (термічних потенціалів) взаємодіючих середовищ. Основні закони, які керують цими процесами лежать в основах термодинаміки. Це закони збереження та перетворення енергії, яка надходить на Землю у вигляді сонячного випромінювання.

Підвищення впливу антропогенних факторів погрожує порушенням теплового балансу планети.

Дифузія є процес вирівнювання концентрації домішкових частинок в середовищі (газі, рідині, твердому тілі).

Рівняння в задачах дифузії та теплопровідності належать до типових рівнянь, які керують процесами в задачах дослідження структури й кінетики домішок у довкіллі, радіоекологічного моніторингу, поширення тепла та ін.

Ці рівняння є рівняннями у частинних похідних другого порядку за просторовими змінними та першого порядку за часом. Такі рівняння є рівняннями параболічного типу.

Рівняння теплопровідності описує нестационарні процеси теплопередачі при наявності нестационарної конвекції:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + u(t) \frac{\partial T}{\partial x}, \quad x \geq 0 \quad (1.1)$$

де T – температура, x – координата, t – час, a – коефіцієнт теплопровідності, u – швидкість процесу.

Типові задачі, що пов'язані із розв'язанням рівняння (1.1), зазвичай

ставляться для напівнескінченної області. У загальному випадку рівняння (1.1) не розв'язуються. Але є деякі випадки, коли можна отримати точні аналітичні розв'язки цього рівняння. Це дві задачі з точними аналітичними розв'язками, які можна отримати методом дробових похідних, та третя задача з приблизними розв'язками.

Диференціальні рівняння дифузії типу (1.2) в загальному випадку враховують наявність та вплив джерел забруднень (скидів)

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial(u_i C)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} (D_i \frac{\partial C}{\partial x_i}) + \sum_j R_j, \quad (1.2)$$

де C - концентрація частинок, X_i - координата, u_i - швидкість конвективної складової уздовж X_i , D_i - коефіцієнт дифузії, R_j - потужність джерел скиду.

Рівняння конвективної дифузії в формі (1.2) має цілу низку часткових розв'язків, які відповідають власним початковим і крайовим умовам.

Крайові умови для задач тепло-масообміну поділяють на три типи: 1) умови першого роду пов'язані із завданням температури або концентрації на границі, наприклад $T_{x=0}=T_0$; 2) крайові умови другого роду- це завдання градієнта (температури або на концентрації) на границі, наприклад

$$\frac{\partial C}{\partial x} \Big|_{x=0}$$

і 3) крайові умови третього роду потребують завдання потоку субстанції на границі за Ньютонівським законом, наприклад для теплоти Q та маси M

$$Q = \alpha (T - T_0), \quad M = \beta (C - C_0),$$

де α – коефіцієнт тепловіддачі, β – коефіцієнт масовіддачі.

Фундаментальний розв'язок рівняння (1.2) за умов відсутності дії зовнішніх джерел $\sum R_j = 0$, має вигляд [1.3]

$$C(x, t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} \exp\left(-\frac{(x-ut)^2}{4Dt}\right). \quad (1.3)$$

Автори посібника використовують фізичний підхід до розгляду природних процесів та задач захисту довкілля, запропонований і розвинутий їми раніше у роботах [1 – 13, 15, 16]. Частина задач, що пропонують автори, стосується процесів взаємодії з речовиною небезпечних енергетичних випромінювань, зокрема питань ядерного іонізуючого випромінювання [14 – 16]. У запропонованих задачах розглянуті також питання приладів контролю параметрів довкілля, зокрема радіодозиметричних та спектрометричних вимірювань [24, 25].

Аналіз екологічного стану довкілля базується на використанні для

розрахунків затверджених законодавством України норм та правил [17,23], що стосуються п'ятної води, продуктів харчування, радіаційної безпеки.

Моніторинг параметрів довкілля. Статистичні закони розподілу. Системи та прилади контролю параметрів довкілля.

Моніторинг параметрів довкілля пов'язаний з великою кількістю вимірювань, результати яких можна отримати шляхом визначення статистичних законів розподілу даних вимірювань.

Частота появи випадкових величин визначається законом розподілу імовірностей випадкових величин $x_i \rightarrow p(x_i)$ - дискретна ,
 $x \rightarrow p(x)$ - неперервна.

Тут $p(x)$ – густина імовірностей x .

Умова нормування:

$$\int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx = 1, \text{ або для дискретної величини } \sum_{i=0}^{\infty} p(x_i) = 1.$$

Середнє значення

$$\mu \equiv M(x) = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x)dx, \quad \mu \equiv M(x_i) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i p(x_i)$$

Міра розкиду випадкових величин – дисперсія $D(x)$, ($\sigma^2(x)$)

$$D(x_i) = (x_i - \mu)^2 = \bar{x}_i^2 - \mu^2$$

$$D(x) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 p(x)dx = \bar{x}^2 - \mu^2$$

$\sigma(x)$ - стандартне (середньоквадратичне) значення

$$P(\mu - g\sigma \leq x \leq \mu + g\sigma) = \int_{\mu - g\sigma}^{\mu + g\sigma} p(x)dx$$

Гаусс знайшов імовірність P : 1) $g=1$ $P=0,68$

2) $g=2$ $P=0,95$

Асиметрія розподілу характеризується безрозмірним параметром γ :

$$\gamma = \frac{(x - \mu)^3}{\sigma^3}$$

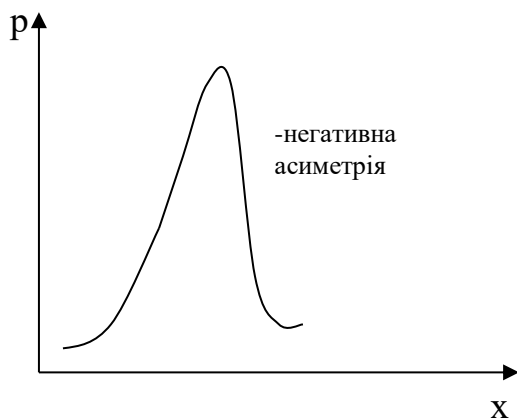


Рисунок 1.1



Рисунок 1.2

Розподіл дискретної величини описують: - 1.1) біноміальний розподіл, - 1.2) розподіл Пуассона (радіоактивний розпад підкорюється розподілу Пуассона).

Повчання з питань систем та приладів параметрів докілья базуються на методичних матеріалах кафедри у вигляді конспектів лекцій з фізики та дисципліни «Основи технологій захисту навколишнього середовища-2», методичних вказівок та задачника [8,9,24,25]

Приклади розв'язання задач

Приклад 1.1

Довести, що взаємне молекулярне перемішування (молекулярна дифузія) не викликає будь якого помітного руху усього середовища в цілому.

Розв'язання:

Перенос будь якої субстанції (маси, енергії, імпульсу і т.п.) може відбуватися як молекулярним (дифузія), так і молярним (конвективним) шляхом. Обидва види переносу мають різну фізичну сутність.

Молекулярний перенос (дифузія) відбувається за допомогою хаотичного молекулярного руху; за своєю фізичною суттю цей вид переносу обумовлений молекулярним перемішуванням. У явищі дифузія відбувається вирівнювання концентрації субстанції шляхом молекулярного перемішування.

Результуючий потік \vec{j}_n у напрямку нормалі до ізоконцентраційної поверхні є густиною молекулярного потоку субстанції

$$\vec{j}_n = v_{dc} \cdot \rho_c,$$

де v_{dc} – лінійна швидкість дифузії, ρ_c – густина середовища.

На відміну від молекулярного переносу конвективний перенос відбувається внаслідок руху середовища, за яким можна слідкувати.

Середня масова швидкість \vec{v} групи молекул k в об'ємі V буде визначатися співвідношенням \vec{v}

$$\vec{v} = \sum_l \rho_k v_k / \rho, \quad (1.4)$$

де ρ_k і v_k – густина і швидкість k – групи молекул.

Очевидь,

$$\rho = \sum_k \rho_k \quad (1.5)$$

Завдяки взаємному молекулярному перемішуванню має місце дифузія, лінійна швидкість якої дорівнює

$$\vec{v}_{dk} = \vec{v}_k - \vec{v} \quad (1.6)$$

Це взаємне перемішування не викликає будь якого руху, про що свідчить наступна рівність

$$\sum_k \rho_k \vec{v}_{dk} = \sum_k \rho_k (\vec{v}_k - \vec{v}) = \sum_k \rho_k \vec{v}_k - \sum_k \rho_k \vec{v} = \rho \vec{v} - \rho \vec{v} = 0$$

так як у відповідності з (1.4)

$$\sum_k \rho_k \vec{v}_k = \rho \vec{v}$$

Відповідь: Таким чином, дифузія не вносить в гідродинаміку руху ні якого внеску.

Приклад 1.2

Довести з рівняння дифузії закон збереження маси. Рівняння дифузії розглянути для більш простого одновимірного випадку, коли $\Delta \rho = \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2}$, де ρ – густина речовини, D – коефіцієнт дифузії, а x – координата

$$\frac{\partial \rho(x, t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \rho(x, t)}{\partial x^2} \quad (1.7)$$

Вважати, що при $x \rightarrow \pm\infty$ густина домішки ρ достатньо швидко прямує до 0.

Розв'язання:

Закон збереження маси.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x, t) dx = M_0 = const \quad (1.8)$$

Для доведення збереження маси домішки візьмемо похідну від лівої частини виразу (1.8) за часом t як за параметром, після цього скористуємося рівнянням (1.7) і дістанемо інтеграл:

$$\frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x,t) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial \rho}{\partial t} dx = D \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} dx = D \frac{\partial \rho}{\partial x} \Big|_{-\infty}^{+\infty}$$

Але на обох кінцях інтервалу, тобто при $x = \pm\infty$, за умовою $\frac{\partial \rho}{\partial x} = 0$.

Таким чином

$$\frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x,t) dx = 0,$$

звідки

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x,t) dx = const.$$

Відповідь: маса домішки не змінюється у часі $M_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(x,t) dx = const$

Приклад 1.3

Методом дробових похідних знайти градієнт температури на границі області $q_0(t) = (\partial T / \partial x)_{x=0}$ по заданих зміннях температури границі $T_0(t)$ і швидкості процесу $u(t)$.

Розв'язання:

Розглянемо прогрівання напівнескінченної області

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) T = 0 \quad x \geq 0 \quad (1.9)$$

$$T|_{x=0} = T_0(t); \quad T|_{x=\infty} = 0; \quad T|_{t=0} = 0$$

Рівняння (1.9) можна записати у вигляді, перетворюючи оператор у дужках методом дробових похідних:

$$\left(\frac{\partial^{1/2}}{\partial t^{1/2}} - \frac{\partial}{\partial x} \right) \cdot \left(\frac{\partial^{1/2}}{\partial t^{1/2}} + \frac{\partial}{\partial x} \right) T = 0 \quad (1.10)$$

Розглянемо рівняння, що утворено правим множником оператора у виразі (1.10)

$$\left(\frac{\partial^{1/2}}{\partial t^{1/2}} + \frac{\partial}{\partial x} \right) T = 0 \quad (1.11)$$

Розв'язки рівняння (1.11) будуть також розв'язками початкового рівняння (1.9). Використовуємо декі властивості дробових похідних (1.12) та перетворюючи вираз (1.11) по Лапласу

$$\frac{\partial^\gamma \overline{f(t)}}{\partial t^\gamma} = p^\gamma \overline{f}, \quad (\gamma < 1); \quad \overline{f} = \int_0^\infty f(t) \cdot e^{-pt} dt, \quad (1.12)$$

отримаємо $\overline{T} = \overline{T_0(p)} \cdot e^{-\sqrt{px}}$

Отже, записавши вираз (1.11) при $x=0$, отримаємо відразу градієнт, що шукаємо, на поверхні

$$-q_0 = \frac{\partial^{1/2} T_0(t)}{\partial t^{1/2}} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{T_0(\tau) d\tau}{\sqrt{t-\tau}}. \quad (1.13)$$

Таким чином, кінцевий результат отриманий безпосередньо, без розв'язання відповідної крайової задачі з розгляду тільки одного множника оператора. Це виявилось можливим, тому що лівий множник у виразі (1.10) дає розв'язання, які зростають безмежно при $x \rightarrow \infty$, і тому може бути виключеним із розгляду. Це відбувається при розгляді напівнескінчених областей.

Відповідь:

$$q_0 = -\frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{T_0(\tau) d\tau}{\sqrt{t-\tau}}$$

Приклад 1.4

Тіло охолоне за 10 хв від 100° до 60° . Температура навколишнього повітря підтримується 20° . За який час тіло охолоне до 25° ? Прийняти, що швидкість охолодження тіла пропорційна різниці температур тіла та навколишнього середовища.

Розв'язання:

Прийmemo до уваги вимогу умови задачі. Швидкість охолодження – це перша похідна температури тіла по часу t . Запишемо диференціальне рівняння

$$\frac{dT}{dt} = B(T - T_0), \quad (1.14)$$

де T_0 – температура навколишнього повітря. Введемо нову змінну $\theta = T - T_0$. Тоді диференціальне рівняння матиме наступний вигляд

$$\frac{d\theta}{dt} = B\theta. \quad (1.15)$$

Інтегрування цього рівняння при даних умови задачі дозволяє знайти величину коефіцієнта B

$$\int_{80}^{40} \frac{d\theta}{dt} = B \int_0^{10} dt$$

$$B = -\frac{\ln 2}{10}$$

Отже, температура тіла дорівнює

$T(t) = 20 + 80 \cdot 2^{-t/10}$; а час охолодження до 25° дорівнює 40 хвилин.

Відповідь: час охолодження тіла до 25° складає 40 хвилин.

Приклад 1.5

Вважаючи, що температура повітря та прискорення вільного падіння не залежать від висоти, визначити, на якій висоті над рівнем моря щільність повітря вдвічі менша за своє значення на рівні моря. Температуру повітря вважати рівною 0°C .

Розв'язання:

За постійної температури густина ідеального газу пропорційна тиску. Тому згідно з барометричною формулою

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{P}{P_0} = \exp\left(-\frac{Mgh}{RT}\right)$$

Звідси

$$h = \frac{RT}{Mg} \ln \frac{\rho_0}{\rho} = 5,5 \cdot 10^3 \text{ м} = 5,5 \text{ км}$$

(для повітря $M = 29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$).

Відповідь: висота дорівнює 5,5 км

Приклад 1.6

У ємності об'ємом 100 м^3 відбувається процес збіднення розчину, у якому міститься у початковий момент часу 20 кг солі. У ємність подається чиста вода із швидкістю $3 \text{ м}^3/\text{хв}$, а виливається з неї розчин із швидкістю $2 \text{ м}^3/\text{хв}$. Знайти, скільки солі залишиться у ємності через 1 годину процесу. Знайти, скільки солі залишиться у ємності через 1 годину процесу.

Розв'язання: Розглянемо процес в деякий момент часу t . На той момент у ємність за t хвилин потрапить $3t \text{ м}^3$, а вийде $2t \text{ м}^3$. В результаті у ємності буде додано

$$3t \text{ м}^3 - 2t \text{ м}^3 = t \text{ м}^3.$$

Позначимо кількість солі $x(t)$. Концентрація суміші буде дорівнювати

$$\frac{x(t)}{100 + t}$$

За 1 хвилину з ємності вийде

$$\frac{2x(t)}{100+t}, \text{ м}^3 \text{ розчину.}$$

а за час dt з ємності вийде

$$\frac{2x(t)}{100+t} dt = -dx, \text{ м}^3$$

Звідси отримаємо рівняння з відокремленими змінними

$$\frac{2dt}{100+t} = -\frac{dx}{x} \quad (1.16)$$

Тут важливо відмітити, що одна умова цієї задачі, а саме те, що спочатку ($t=0$) у ємності було 20 кг солі – початкова умова, виявилася невикористаною при складанні диференційного рівняння. Це значить, що знайдений диференційний закон є слушним не тільки для даного процесу, а й для будь-якого подібного процесу з будь-якою початковою кількістю солі.

Початкова умова буде потрібною далі при виборі з усіх можливих розв'язків диференційного рівняння такого розв'язку, яке задовольняє усім умовам задачі.

У нашому випадку, вочевидь, ми маємо:

$$\int_0^t \frac{2}{100+t} dt = -\int_{20}^x \frac{dx}{x} \quad (1.17)$$

Звідси

$$2 \ln \frac{100+t}{100} = \frac{20}{x},$$

або

$$x = \frac{20 \cdot 100^2}{(100+t)^2}$$

Ця функція і буде розв'язком даного диференційного рівняння. При іншій початковій умові потрібно було б змінити лише нижню границю інтегрування.

Застосуємо невизначене інтегрування рівняння (1.16).

$$\int \frac{2dt}{100+t} = -\int \frac{dx}{x} \quad (1.18)$$

Після інтегрування отримаємо:

$$2 \ln(100+t) = \ln \frac{C}{x}$$

Звідси

$$x = \frac{C}{(100+t)^2}$$

Цей розв'язок описує процес при будь-якій початковій кількості солі. Згідно умові: $x=20$ кг при $t=0$, отримаємо чисельне значення для C .

$$20 = \frac{C}{(100+0)^2}, \text{ тобто } C=20 \cdot 100^2$$

і, значить,

$$x = \frac{20 \cdot 100^2}{(100+t)^2}$$

Покладаючи $t=60$ хвилин, знаходимо

$$x = \frac{20 \cdot 100^2}{160^2} = 7,8 \text{ кг}$$

Відповідь: через одну годину процесу у ємності залишиться $x=7,8$ кг солі.

Приклад 1.7

Кисень знаходиться при температурі 300 К і тиску $1,00 \cdot 10^5$ Па. Визначити середню довжину вільного пробігу молекул кисню. Ефективний діаметр молекул кисню $d=0,35$ нм.

Розв'язання:

Середня довжина вільного пробігу визначається за формулою

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\pi d^2}, \quad (1.19)$$

де n - число молекул в одиниці об'єму. З співвідношення $p = nkT$ випливає, що $n=p/kT$. Підстановка цього значення у формулу (1.19) дає:

$$\lambda = \frac{kT}{\sqrt{2}pd^2} = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1,00 \cdot 10^5 \cdot 3,14 \cdot (0,35 \cdot 10^{-9})^2} = 76 \text{ нм}$$

Відповідь: середня довжина вільного пробігу молекул кисню дорівнює 76 нм.

Приклад 1.8

Посудина об'ємом 20 л містить повітря (80% азоту і 20% кисню). У посудину втікає 0,1 л азоту на секунду, який безперервно переміщується, і витікає така ж кількість суміші. Через скільки часу у посудині буде 99% азоту?

Розв'язання:

Прийmemo за незалежний змінний час t , а за потрібну функцію $y(t)$ – кількість азоту в посудині через t секунд після початку досліду. Початкова концентрація азоту 0,8. Знайдемо, на скільки зміниться концентрація азоту за проміжок часу від моменту t до $t+\Delta t$.

В одну секунду у посудину надходить 0,1 л азоту, а за Δt секунд – 0,1 Δt літрів. З іншого боку, за час Δt із посудини витікає 0,1 $y(t)\Delta t$ літрів азоту. Так як вміст азоту за цей час змінюється на величину, нескінченно малу при $\Delta t \rightarrow 0$, то у об'ємі газу, що витікає. Міститься 0,1 $\Delta t(y(t)+\alpha)$ азоту, де $\alpha \rightarrow 0$ при $\Delta t \rightarrow 0$.

Приріст кількості азоту за цей час $y(t+\Delta t)-y(t)$ дорівнює різниці знайдених величин, тобто $y(t+\Delta t)-y(t)=20 \cdot \Delta t \Delta(y(t)+\alpha)$.

Розділимо на Δt і перейдемо до межі при $\Delta t \rightarrow 0$. У лівій частині вийде $20 \cdot y'(t)$, де $y'(t)$ – похідна по часу, а в правій отримаємо $0,1\Delta t - 0,1 \Delta t \cdot y(t)$, так як $\alpha \rightarrow 0$ при $\Delta t \rightarrow 0$. Отже маємо диференціальне рівняння:

$$\frac{dy}{dt} + \frac{y(t)}{200} = 0,1$$

Вирішуючи це рівняння, отримаємо:

$$y(t) = 20 - C e^{-0,005t} \quad (1.20)$$

Оскільки при $t=0$ в посудині було 16 л азоту, знайдемо постійну C .

$C = -4$ л. Запишемо, скільки азоту буде у посудині на момент часу t .

У посудині буде

$$y(t) = 20 - 4e^{-0,005t} = 19,8 \text{ л при } t = 200 \ln 20 \approx 600 \text{ с} = 10 \text{ хв.}$$

Відповідь: у посудині за 10 хвилин буде 99% азоту.

Приклад 1.9

Записати рівняння дифузії і його розв'язок у стаціонарному випадку дифузії між двома паралельними нескінченними площинами, (S_1) і (S_2) , відстань між якими дорівнює l , з крайовою умовою I-го роду.

Розв'язання: якщо рівняння дифузії стаціонарне, тобто не залежить від часу, то $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ і в одновимірному випадку маємо $\frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2} = 0$, у тривимірному – рівняння Лапласа

$$\nabla^2 \rho = 0. \quad (1.21)$$

В одновимірному випадку розв'язки очевидні: це лінійні функції, яким відповідає однорідний потік маси. Тому розглянемо дифузію у

просторі. Стационарні розв'язки рівняння дифузії задовольняють рівняння Лапласа (1), тобто є гармонічними функціями. Розв'язок, побудований для деякої області, суттєво залежить від того, що відбувається на її межах (S), тобто залежить від крайових умов. На межі може задаватись густина частинок, дифузія яких спостерігається. Якщо задано крайову умову I-го роду: маємо

$$\varphi(p) = \rho(p) \Big|_{p \in (S)}$$

Нехай тіло (Ω) обмежено двома поверхнями (S_1) і (S_2), на яких підтримуються постійні значення густини частинок ρ_1 і ρ_2 , причому $\rho_2 < \rho_1$. Тоді в (Ω) установиться стаціонарний процес дифузії: через (S_1) в (Ω) буде входити маса з деякою інтенсивністю Q , а через (S_2) – із такою самою інтенсивністю виходити. Задача – лінійна, тому Q пропорційно $(\rho_1 - \rho_2)$, і

$$Q = \mu(\rho_1 - \rho_2), \quad (1.22)$$

де μ – коефіцієнт масопередачі.

Знаходимо розв'язок рівняння Лапласа.

$$\frac{d^2 \rho}{dx^2} = 0; \quad \frac{d\rho}{dx} = C_1; \quad \rho = C_1 x + C_2.$$

Для визначення C_1 та C_2 використовуємо крайові умови.

$$\rho(0) = C_2 = \rho_1; \quad \rho(l) = C_1 l + \rho_1 = \rho_2; \quad C_1 = \frac{\rho_2 - \rho_1}{l}.$$

Розв'язок має вигляд $\rho = \rho_1 - \frac{\rho_1 - \rho_2}{l} x$.

У цьому випадку інтенсивність Q передачі маси нескінченна, тому розглянемо потік маси, тобто інтенсивність потоку крізь одиницю площини $q = \tilde{\mu}(\rho_2 - \rho_1)$. Але відповідно до рівняння Фіка

$$q = -D \frac{d\rho}{dx} = \frac{D}{l} (\rho_1 - \rho_2), \text{ тобто } \tilde{\mu} = \frac{D}{l}.$$

Відповідь: $\rho = \rho_1 - \frac{\rho_1 - \rho_2}{l} x; \quad \tilde{\mu} = \frac{D}{l}.$

Приклад 1.10

Стационарна дифузія відбувається між двома коаксіальними циліндрами, бічні поверхні яких задані рівняннями

$$(S_1): \quad x^2 + y^2 = r_0^2; \quad (S_2): \quad x^2 + y^2 = R_0^2$$

при крайових умовах $\rho|_{r=r_0} = \rho_1; \quad \rho|_{r=R_0} = \rho_2.$

Визначити залежність ρ від r , а також коефіцієнт масопередачі.

Розв'язання:

Задача має осьову симетрію, тому розв'язок залежатиме тільки від відстані r до осі. Записуємо рівняння стаціонарної дифузії для густини домішки $\rho = \rho(r)$. Скористаємось тим, що потік маси, яка проходить внаслідок дифузії крізь поверхню $x^2 + y^2 = r^2$, $0 \leq z \leq z_0$, не повинен

залежати від r . Тоді $\frac{d}{dr} \left(z_0 2\pi r \cdot D \frac{d\rho}{dr} \right) = 0$, тобто $\frac{d}{dr} \left(r \frac{d\rho}{dr} \right) = 0$. Звідки

$r \frac{d\rho}{dr} = C_1$; $d\rho = C_1 \frac{dr}{r}$, і загальний розв'язок цього рівняння має вид $\rho = C_1 \ln r + C_2$.

C_1 і C_2 знаходимо з крайових умов $\rho_1 = C_1 \ln r_0 + C_2$; $\rho_2 = C_1 \ln R_0 + C_2$.

Звідки $C_1 = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\ln \frac{R_0}{r_0}}$; $C_2 = \rho_1 - C_1 \ln r_0 = \rho_1 - \frac{\rho_2 - \rho_1}{\ln \frac{R_0}{r_0}} \ln r_0$. Остаточно

отримаємо $\rho = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\ln \frac{R_0}{r_0}} \ln r + \rho_1 - \frac{\rho_2 - \rho_1}{\ln \frac{R_0}{r_0}} \ln r_0 = \rho_1 - \frac{\rho_1 - \rho_2}{\ln \frac{R_0}{r_0}} \ln \frac{r}{r_0}$.

Розв'язок прямує до границі $\rho \equiv \rho_1$ при $R_0 \rightarrow \infty$.

Коефіцієнт масопередачі, віднесений до одиниці висоти циліндра за рівнянням Фіка дорівнює $\frac{q}{l} = -\frac{D}{z_0} \frac{d\rho}{dr}$. З іншого боку, при розв'язанні задачі

отримано $-2\pi r D \frac{d\rho}{dr} = \frac{2\pi D}{\ln \left(\frac{R_0}{r_0} \right)} (\rho_1 - \rho_2)$. Тоді $\tilde{\mu} = \frac{q}{z_0} = \frac{2\pi D}{\ln \left(\frac{R_0}{r_0} \right)}$.

Як і в попередньому випадку знайдений коефіцієнт масопередачі прямує до нуля при $R_0 \rightarrow \infty$.

Відповідь: $\rho = \rho_1 - \frac{\rho_1 - \rho_2}{\ln \frac{R_0}{r_0}} \ln \frac{r}{r_0}$; $\tilde{\mu} = \frac{2\pi D}{\ln \left(\frac{R_0}{r_0} \right)}$.

В задачах 1.11 – 1.13 надати приклади деяких статистичних розподілів (біноміальний розподіл, розподіл Гаусса, розподіл Пуассона та вказати їх перші та другі моменти)

Приклад 1.11 Біноміальний розподіл

Імовірність P події має два результати: 0 і 1. Якщо $P_{\text{спр}}=0$, то $P_{\text{неспр}}=1-0$. Подія відбувається N разів, $p(x)$ - імовірність того, що подія - сприятлива, а несприятлива подія відбувається $(N-x)$ разів.

Повна імовірність x

$$p(x) = \frac{N!}{x!(N-x)!} \theta^x (1-\theta)^{N-x}$$

N - обмежено.

Приклад: розпад; взаємодія з ядрами.

1) Середнє значення

$$\mu = \frac{b-a}{2}$$

2) Дисперсія

$$D = \frac{(b-a)^2}{12}$$

Біноміальний розподіл використовується:

- при аналізі форми ліній у деяких спектрометрах,
- описує розподіл ядер віддачі при пружному розсіюванні n^0 .

Приклад 1.12 Розподіл Гаусса

Це розподіл неперервної величини.

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

$p(x)$ залежить від двох параметрів: μ і σ .

Можна показати: 1. $\bar{x} = \mu$; 2. $D = \sigma^2$

Якщо покласти

$$t = \frac{x-\mu}{\sigma}, \text{ то } p(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right)$$

Використовується:

при описі розподілу кутів пружного розсіювання при проходженні заряджених частинок через речовину;

розподіл пробігів важких заряджених частинок у речовині.

Імовірність попадання в заданий інтервал (α, β) визначається рівністю:

$$P(\alpha \leq X \leq \beta) = \Phi\left(\frac{\beta-a}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha-a}{\sigma}\right),$$

де Φ - інтегральна функція Лапласа.

Приклад 1.13 Розподіл Пуассона:

$$p_k(\mu) = \frac{\mu^k}{k!} \exp(-\mu)$$

де $\mu = nt$, $p_k(\mu)$ - імовірність, що в інтервалі $(0,t)$ відбудеться k подій.

Приклади $\exp(-nt)$:

радіоактивний розпад: $e^{-\lambda t}$;

проходження нейтронів n^0 через речовину: $e^{-\Sigma t}$

$p_k(\mu)$ - характеризується одним параметром - μ

$$\mu - \forall, > 0, k \in \mathbb{N}$$

$$\frac{p_{k+1}(\mu)}{p_k(\mu)} = \frac{\mu}{k+1}$$

Розподіл Пуассона завжди асиметричний $\gamma \neq 0$.

Приклади: 1) реєстрація газорозрядним лічильником фонового космічного випромінювання - випадкова подія.

Властивості:

1. $\bar{k} = \mu$

2. $D(k) = \mu; \sigma = \sqrt{\mu}$

3. $\gamma = \frac{1}{\mu}$ завжди > 0 ; $\gamma \rightarrow 0$ при $\mu \rightarrow \infty$.

2) розподіл тривалості інтервалів

Робота сцинтиляційного лічильника, що опромінюється джерелом з малою інтенсивністю. Нехай середня швидкість рахунка – n в одиницю часу.

Тоді

$$p(t) = n \exp(-nt).$$

Чим менше інтервал між подіями, тим більше імовірність спостерігати такий інтервал.

3) Розподіл δ -електронів. Властивості:

1) $\mu = \frac{1}{n}$

2) $D = \frac{1}{n^2}$

Приклад 1.14

Знайти довірчий інтервал Δ а при кількості елементів $n=1000$ для стандартного значення коефіцієнту надійності.

Розв'язання:

Нехай, наприклад, $n=1000$. Задаючи коефіцієнт надійності $\alpha=0,95$, по таблицях функцій Колмогорова визначаємо $u_\alpha=1,362$, довірчий інтервал Δ а при $n=1000$ дорівнює $\Delta a = \frac{u_\alpha}{\sqrt{n}} = \frac{1,362}{\sqrt{1000}} = 4,3 * 10^{-2}$.

Відповідь: $4,3 * 10^{-2}$

Приклад 1.15

Знайти першій та другий моменти розподілу Гаусса при найбільш ймовірному значенні випадкової величини 10 та $\sigma=2$.

Розв'язання:

Першій момент – це середньоарифметичне значення

$$\bar{x} = \mu;$$

Для розподілу Гауса середньоарифметичне значення співпадає з найбільш ймовірним значенням. Тому $\bar{x} = 10$

Другий момент – це дисперсія

$$D = \sigma^2$$

Тому дисперсія дорівнює $2^2 = 4$

Відповідь:

$$\bar{X} = 10, D = 4.$$

Приклад 1.16

Випадкові похибки вимірів параметра навколишнього середовища відлягають нормальному закону розподілу із середнім квадратичним відхиленням 20 в.о. і математичним сподіванням 0 в.о. Знайти ймовірність того, що з 3-х незалежних вимірів похибка хоча б одного не перевищить за абсолютною величиною 4 в.о.

Розв'язання:

Нехай подія А полягає в тому, що в 3-х незалежних вимірах похибка хоча б одного не перевищить δ :

$$P(|X| \leq \delta) = 2\Phi\left(\frac{\delta}{\sigma}\right), \text{ або } P(|X| \leq 4) = 2\Phi\left(\frac{4}{20}\right) = 2\Phi(0,2) = 2 * 0,0793 = 0,1586.$$

Отже $p=0,1586$; $q=1 - p = 0,8416$.

Тоді $P(A) = 1 - (1 - p)^3 = 1 - 0,8416^3 = 0,40433$.

Приклад 1.17 Знайти математичне очікування та дисперсію нормально розподіленої випадкової величини, яка приймає значення від 3,5 до 10,1.

Розв'язання: Вважатимемо межі інтервалу рівними $m - 3\sigma$ і $m + 3\sigma$. Тоді $m - 3\sigma = 3,5$, а $m + 3\sigma = 10,1$. Отже, $M(X)=m=6,8$, а $\sigma=1,1$.

Відповідь: $M(X)=6,8$; $\sigma=1,1$

Приклад 1.18

Записати функцію розподілу Колмогорова. Вказати для неї довірчу область, що відповідає коефіцієнту довіри α .

Розв'язання:

Розподілом Колмогорова описуються дисперсні системи пилю, подрібнювальні тверді матеріали, мука та т.і.

А.Н. Колмогоровим знайдений асимптотичний розподіл величини $u = S\sqrt{n} = \sqrt{n} \max |F(x) - F(x)|$, при різних значеннях числа відліків n . Тут $F(x)$ – експериментально обумовлене значення функції розподілу.

Колмогоровим було знайдено, що при будь-якому $u = 1\sqrt{n}$

$$K(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} K_n(u) = 1 - 2 \sum_{v=1}^{\infty} (-1)^{v+1} e^{-2v^2 u^2} \quad ,,$$

тут $s = \frac{k}{n}, k = 1, \dots, n - 1$.

Довірча область для будь-якої неперервної функції розподілу $F(\chi)$, що відповідає коефіцієнту довіри α , визначається наступною формулою

$$|F(\chi) - \hat{F}(\chi)| < u_{\alpha} \sqrt{n} \quad \text{для всіх } \chi,$$

де u_{α} знаходиться з рівняння $K(u_{\alpha}) = \alpha$ по таблиці функції Колмогорова.

Ця нерівність визначає смугу, обмежену знизу і зверху лініями, між якими з імовірністю α цілком міститься графік невідомої функції розподілу $F(x)$.

Відповідь: довірча область $|F(\chi) - \hat{F}(\chi)| < u_{\alpha} \sqrt{n}$.

В задачах 1.19 – 1.22 розрахувати деякі вузли схемотехніки для розширення діапазону вимірювання систем та приладів контролю параметрів довкілля:

Приклад 1.19

Розрахувати опір шунта для розширення діапазону вимірювання струмів I до 100 А амперметром, опір якого $R_A=0,1$ Ом, а діапазон вимірювання $0 \div 5$ А. Коефіцієнт масштабного перетворення струму $k=I/I_{ш}$.

Розв'язання:

Знайдемо коефіцієнт масштабного перетворення струму k .

$$k = \frac{I}{I_{ш}} = \frac{100 \text{ А}}{5 \text{ А}} = 20 ,$$

де $I_{ш}$ – струм, що тече через амперметр.

Шунт підключається до амперметра паралельно. Тому

$$\frac{I_{ш}}{I_A} = \frac{R_A}{R_A}$$

Так як за першим правилом Кірхгофа

$$I = I_A + I_{ш}$$

$$k = 1 + \frac{I_{ш}}{I_A}$$

Звідси:

$$R_{ш} = \frac{R_A}{k-1}$$

Підставляючи дані, отримаємо:

$$R_{ш} = \frac{R_A}{k-1} = \frac{0,1 \text{ Ом}}{20-1} = 0,00526 \text{ Ом}$$

Відповідь:

$$R_{ш} = \frac{R_A}{k-1} = \frac{0,1 \text{ Ом}}{20-1} = 0,00526 \text{ Ом}$$

Приклад 1.20

Розрахувати опір додаткового резистора для розширення діапазону вимірювання напруги до 1000 В вольтметром, опір якого $R_V= 20000$ Ом, а діапазон вимірювання $0 \div 75$ В.

Розв'язання:

Коефіцієнт масштабного перетворення напруги

$$k = \frac{U_V}{U_x} = \frac{75}{1000} = 0,075$$

Опір додаткового резистора

$$R_{\text{дод}} = R_V \cdot \frac{1-k}{k} = 2000 \cdot \frac{1-0,075}{0,075} = 246667 \text{ Ом}$$

Відповідь: $R_{\text{дод}} = 246667 \text{ Ом}$

Приклад 1.21 Розрахувати коефіцієнт ділення резистивних подільників напруги з опором 200 Ом і 800 Ом у схемі їх послідовного підключення.

Розв'язання:

Резистивні подільники напруги – це масштабні вимірювальні перетворювачі, які зменшують напругу у задану кількість разів. Напругу можна знімати з резистора $R_1=200$ Ом, або з резистора $R_2=800$ Ом.

Коефіцієнт ділення дорівнює відношенню вхідної напруги $U_{вх}$ до вихідної $U_{вих}$. Тобто $k = \frac{U_{вх}}{U_{вих}}$. $U_{вх}=I(R_1+R_2)$, а $U_{вих} = IR_1$, або IR_2

Тоді коефіцієнт ділення для першого резистора складає $k_1 = \frac{1000}{200} = 5$,

а для другого резистора $k_2 = \frac{1000}{800} = 1,25$

Відповідь: $k_1 = 5, k_2 = 1,25$

Приклад 1.22

Розрахувати опір Z паралельного з'єднання резистора, опір якого $R=1$ Ом, і конденсатора, ємнісний опір якого дорівнює $X_C = 2$ Ом.

Розв'язання:

Використаємося методом комплексних змінних. Комплексні змінні позначимо символом(* - зірочка) над знаком величини.

За правилом Кірхгофа при паралельному з'єднанні

$$\dot{Z} = \frac{R X_C^*}{R + X_C} ,$$

де $X_C^* = -iX_C$, $i = \sqrt{-1}$.

Тому

$$\dot{Z} = \frac{-iRX_C}{R - iX_C}$$

Щоби позбавитися від $i = \sqrt{-1}$ у знаменнику, домножимо чисельник і знаменник на $R + iX_C$. Тоді отримаємо

$$\dot{Z} = \frac{-iRX_C(R + X_C)}{R^2 + X_C^2} = \frac{RX_C^2 - iR^2X_C}{R^2 + X_C^2}$$

Підставимо значення R і X_C в формулу для \dot{Z}

$$\dot{Z} = \frac{4 - 2i}{1 + 4} = \frac{4}{5} - \frac{2}{5}i$$

Залишилося знайти модуль комплексного числа \dot{Z} .

$$Z = \sqrt{\left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^2} = \frac{4}{5} \text{ (Ом)}$$

Відповідь: $Z = 0,8 \text{ Ом}$

Задачі до самостійного розв'язання

1.1 Записати рівняння дифузії і його розв'язок у стаціонарному випадку дифузії між двома концентричними сферами, поверхні яких задані рівняннями (S_1): $x^2 + y^2 + z^2 = r_0^2$; (S_2): $x^2 + y^2 + z^2 = R_0^2$ за крайових умов $\rho|_{r=r_0} = \rho_1$; $\rho|_{r=R_0} = \rho_2$. Визначити залежність ρ від r , а також коефіцієнт масопередачі.

1.2 Металевий предмет з температурою a градусів поміщений у піч, температура якої протягом години рівномірно підвищується від a градусів до b градусів. При різниці температур печі і металу в T градусів метал нагрівається зі швидкістю kT градусів в хвилину. Знайти температуру металу за годину.

1.3 Ідеальна теплова машина, яка працює за зворотним циклом Карно в інтервалі температур $400 \dots 1200 \text{ К}$, за один цикл може виконати роботу $93,02 \text{ кДж}$. Визначити кількість теплоти, що підводиться до машини і віддається нею за один цикл.

1.4 Кисень масою 12 кг охолоджують від $20 \text{ }^\circ\text{C}$ до $-40 \text{ }^\circ\text{C}$. Одночасно підвищують тиск від 1 до 60 бар . Чому дорівнює зміна ентропії, якщо молярна ізобарна теплоємність кисню дорівнює $29,2 \text{ Дж/(моль}\cdot\text{К)}$?

1.5 Фреон, який використовується як холодоагент у холодильних установках, попадає при витіканні його в атмосферу, де опромінюється світловим потоком потужністю 1500 кВт з ККД 40% . Скільки фосгену COCl_2 (у кг) при цьому утвориться за 15 хв. , якщо енергія зв'язку $\text{C}-\text{Cl}$, розрив якої лежить в основі даного процесу, дорівнює $3,04 \text{ еВ}$, а квантовий вихід реакції дорівнює $0,9$? Промені якої довжини хвилі будуть при цьому поглинатися фреоном? Потужність світлового потоку: $\Phi_e = 600 \text{ Вт}$; За 15 хв. у реагуючу систему надходить енергія $5,410 \text{ Дж}$.

1.6 Знезараження води після технологічного циклу здійснюється хлором. Визначити довжину хвилі світла, яким треба обробити 1 моль хлору, щоб розірвати зв'язок $\text{Cl}-\text{Cl}$, якщо енергія її розриву $E = 239 \text{ 000 Дж/моль}$.

1.7 В технології знезараження питної води використовують фільтри з активованого вугілля. Яку питому поверхню має фільтр з масою $0,1 \text{ кг}$

вуглецю з середнім діаметром частинок 50 мкм, якщо густина частинок $1,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

1.8 У скільки разів дисперсність частинок сульфадимезину, меленого на струменевому млині, більше дисперсності частинок сульфадимезину фармакопейного, якщо питомі поверхні їх порошоків відповідно рівні 3800 і 230 м / кг? Форма частинок сферична, густина 1,80 г/см³

1.9 Як відрізняються питомі поверхні порошоків левоміцетину, що випускається трьома заводами, якщо дисперсності частинок рівні 0,0461; 0,0476; 0,0565 мкм (форма частинок сферична, густина 1,52 г/см³)?

1.10 Для приготування лікарської мазі на основі бентоніту необхідно визначити дисперсність частинок бентоніту згідно з такими даними: час осідання частинок бентоніту в водному середовищі на відстань 0,1 м становить 2 с, щільність бентоніту - 2,1 г / см³, щільність середовища - 1,1 г / см³, в'язкість середовища – 10^{-3} Па·с (форма частинок сферична).

1.11 У посудину, що містить 1 кг води при температурі 20 °С, опущений алюмінієвий предмет з масою 0,5 кг, температурою 75 °С і питомою теплоємністю у 5 разів меншою за теплоємність води. За хвилину вода нагрілася на 2°С. Коли температура води та предмета відрізнятимуться одна від одної на 1°С? Втратами тепла на нагрівання судини та іншими знехтувати.

1.12 Знайти довірчий інтервал Δa при кількості елементів $n=1000$ для стандартного значення коефіцієнту надійності 0,95.

1.13 Знайти першій та другий моменти розподілу Гаусса при найбільш ймовірному значенні випадкової величини 20 та $\sigma = 3$.

1.14 Ймовірність виникнення небезпечного для приладу навантаження у кожному досліді дорівнює 0,4. Знайти ймовірність відмови приладу в серії з 3 незалежних дослідів, якщо ймовірності відмови приладу при одному, двох та трьох небезпечних навантаженнях дорівнює відповідно 0,2, 0,5 та 0,8.

1.15 Знайти закон розподілу та дисперсію випадкового числа влучень при 10 пострілах,

1.16 Середня температура T у холодильній камері дорівнює 5°С, а її середнє квадратичне відхилення - 0,4°С. З ймовірністю, не меншою 0,92, знайти межі, в яких лежить величина T .

1.17 Знайти математичне очікування і дисперсію нормально розподіленої випадкової величини X , якщо відомо, що $P\{X < 1\} = 0,1$ і $P\{X > 5\} = 0,2$. Побудувати криву розподілу та знайти її максимум.

- 1.18** Вважається, що відхилення довжини деталей, що виготовляються від стандарту, є випадковою величиною, розподіленою за нормальним законом. Якщо стандартна довжина дорівнює $m = 40$ см і середнє квадратичне відхилення дорівнює $0,4$ см, то яку точність довжини виробу можна гарантувати з ймовірністю $0,8$?
- 1.19** Знайти першій та другий моменти розподілу Гаусса при найбільш ймовірному значенні випадкової величини 15 та $\sigma = 3$.
- 1.20** Знайти довірчий інтервал Δa при кількості елементів $n=2500$ для стандартного значення коефіцієнту надійності $0,95$.
- 1.21** Розрахувати опір котушки індуктивності X_L при проходженні по ній змінного струму 1000 Гц. Індуктивність котушки $L = 20$ мГн.
- 1.22** Розрахувати опір Z паралельного з'єднання резистора, опір якого $R=2$ Ом, і конденсатора, ємнісний опір якого дорівнює $X_C = 4$ Ом.
- 1.23** Розрахувати опір Z послідовного з'єднання резистора, опір якого $R=2$ Ом, і котушки індуктивності, індуктивний опір якого дорівнює $X_L = 4$ Ом.
- 1.24** Розрахувати опір шунта для розширення діапазону вимірювання струмів I до 50 А амперметром, опір якого $R_A=0,2$ Ом, а діапазон вимірювання $0 \div 5$ А. Коефіцієнт масштабного перетворення струму $k=I/I_{ш}$.
- 1.25** Розрахувати коефіцієнт ділення резистивних подільників напруги з опором 100 Ом і 900 Ом у схемі їх послідовного підключення.
- 1.26** Розрахувати коефіцієнт ділення резистивних подільників напруги з однаковим опором 100 Ом у схемі їх послідовного підключення.
- 1.27** Розрахувати опір додаткового резистора для розширення діапазону вимірювання напруги до 1500 В вольтметром, опір якого $R_V= 20000$ Ом, а діапазон вимірювання $0 \div 75$ В.
- 1.28** Розрахувати опір додаткового резистора для розширення діапазону вимірювання напруги до 3000 В вольтметром, опір якого $R_V= 20000$ Ом, а діапазон вимірювання $0 \div 75$ В.
- 1.29** Розрахувати опір шунта для розширення діапазону вимірювання струмів I до 100 А амперметром, опір якого $R_A=0,1$ Ом, а діапазон вимірювання $0 \div 5$ А.
- 1.30** Розрахувати опір Z послідовного з'єднання резистора, опір якого $R=10$ Ом, і конденсатора, ємнісний опір якого дорівнює $X_C = 4$ Ом.

Розділ 2 Сучасні задачі екологічної безпеки та захисту навколишнього середовища. Очищення атмосферного повітря

Способи очищення газових викидів. Захист атмосфери. Гравітаційне осадження. Циклони та їх розрахунки В основу дії пилоуловлюючих і сепараційних пристроїв покладений певний фізичний механізм. У пилоуловлювачах і сепараційних пристроях знаходять застосування наступні способи відділення частинок аерозолію від середовища, тобто повітря (газу): осадження в гравітаційному полі, осадження під дією сил інерції, осадження в відцентровому полі, фільтрування, осадження в електричному полі, мокра газоочистка [1 – 7].

Робота гравітаційних пилоуловлюючих пристроїв заснована на законах гравітаційного осадження, тобто осадження аеродисперсних частинок під дією сили тяжіння [8, 9].

$$F_{\Gamma} = \frac{1}{6} \rho g \pi d^3, \quad (2.1)$$

де d – діаметр частинки, g - прискорення вільного падіння.

Сила Стокса F_c пов'язана із в'язкістю μ_0 , діаметром d та швидкістю осадження частинки $W_{\text{ч}}$:

$$F_c = 3 \pi \mu_0 d W_{\text{ч}} \quad (2.2)$$

Переміщення частинки в броунівському русі Δx відповідно до рівняння Ейнштейна:

$$\Delta x = \sqrt{2DT_0} \quad (2.3)$$

де D - коефіцієнт дифузії частинки, що характеризує інтенсивність броунівського руху, $\text{м}^2 / \text{с}$; T_0 – час, с.

Явища осадження мають місце також в апаратах, дія яких, головним чином, заснована на використанні інших сил, зокрема, відцентрових.

Цей метод відділення частинок аерозолів від повітря (газу) значно ефективніше гравітаційного осадження, так як виникає відцентрова сила, яка у багато разів більше, ніж сила тяжіння. Відцентрова сепарація може застосовуватися по відношенню до більш дрібним частинкам.

В апаратах, заснованих на використанні відцентрової сепарації, можуть застосовуватися два принципових конструктивних рішення:

- потік аерозолію обертається в нерухомому корпусі апарату;
- потік рухається в обертовому роторі.

Перше рішення застосоване в циклонах, друге - в ротаційних пилоуловлювачах.

Швидкість відцентрового осадження кульової частинки можна визначити, порівнявши відцентрову силу F_c , що виникає при обертанні пилогазового потоку, силі опору середовища згідно із законом Стокса

Таким чином, швидкість осадження зважених частинок у відцентрових пилоуловлювачах прямо пропорційна квадрату діаметра частинки.

Основним показником, що характеризує роботу апаратів очищення повітря від пилу в тих чи інших конкретних випадках їх застосування, є коефіцієнт (ступінь) очищення (ефективність знепилювання),%:

$$\varepsilon = \frac{m}{M}$$

де m , M - маса частинок пилу, що містяться в газах на вході в апарат (до очищення), та на виході з апарату після очищення.

У циклонних газу надають обертальний або вихровий рух, щоб на частинки діяли відцентрові сили.

Це досягається або тангенціальним введенням потоку в камеру, або пропусканням газу удовж осі циклону.

У промисловості пилоосаджувальні камери використовуються в якості пристроїв попередньої обробки газів, наприклад, для відділення великих частинок і розвантаження апаратів наступних ступенів. У зв'язку з цим дане обладнання використовують тільки для осадження частинок великих розмірів (понад 100 мкм). Зазвичай середня швидкість руху газів в пилоосаджувальних камерах становить 0,2 ... 1 м / с, а в пилових мішках - 1 ... 1,5 м / с.

Для рівномірного газорозподілу по перетину пилоосаджувальні камери можуть забезпечуватися дифузорами і газорозподільними решітками, а для зниження висоти осадження частинок - горизонтальними або похилими полицями. Метою розрахунку пилоосаджувальних камер є підбір їх габаритних розмірів і визначення коефіцієнта очищення. У загальному випадку коефіцієнти очищення можуть бути знайдені дослідним шляхом.

Конструювання камер осаджування засноване на підрахунку сил, діючих на частинку, і швидкості вертикального руху донизу під дією результуючої сили. Відповідно до закону Ньютона прискорення вертикального руху частинок визначається результуючою дією сили тяжіння, плавучості і опору середовища. У разі газового потоку ефектом плавучості можна знехтувати. Силу опору виражають через коефіцієнт опору ζ , що залежить від числа Рейнольдса Re . Рівняння руху частинки:

$$m \frac{dw_{oc}}{dt} = mg - \zeta \frac{\rho w_{oc}^2}{2} \pi r^2, \quad (2.4)$$

де r , d – радіус та діаметр частинки; m - маса частинки; w_{oc} - швидкість руху частинки; t - час; g - прискорення сили тяжіння; ρ - щільність середовища (газу);

Функціональну залежність між ζ і Re беруть зі стандартних графіків або рівнянь, що описують рух окремої сферичної частинки. При $Re < 0,5$ ця залежність характеризується законом Стокса $\zeta = 24 / Re$. Для великих Re можна використовувати емпіричне рівняння Клячко:

$$\zeta = 24 / Re + 4 / Re^{\frac{1}{2}}, \quad (2.5)$$

яке може бути застосовано в діапазоні $0,5 < Re < 800$. Для маленьких частинок у виразі для сили опору слід вводити поправку Канінгема на ковзання, але в цьому випадку гравітаційне осадження вже не грає ролі.

Вертикальне прискорення частинки продовжується доти, поки сила ваги не стане рівною силі опору; після цього частинка рухається з постійною швидкістю. Ця швидкість називається стаціонарною швидкістю осадження частинки. Час, який необхідний для досягнення цієї швидкості, дуже малий, стаціонарна швидкість може бути знайдена, якщо ліву частину рівняння (2.4) прирівняти нулю. Цей вираз визначає число Галілея Ga .

$$Ga = 4gd^3\rho(\rho_k - \rho) / 3\mu^2, \quad (2.6)$$

де μ - в'язкість газу; ρ - густина газу, ρ_k , d - густина та діаметр дисперсної частинки.

Пряме співвідношення між діаметром частинки і w_{oc} можна дати через комбінацію $(Re / \zeta)^{1/3}$ в функції $Ga^{1/3}$. Ця залежність добре виражається емпіричним співвідношенням

$$\lg (Re / \zeta)^{1/3} = -1,387 + 2,153 \lg Ga^{1/3} + 0,548 \lg 2Ga^{1/3} + 0,05665 \lg 2Ga^{1/3}$$

Таким чином, щоб розрахувати стаціонарну швидкість осадження частинок будь-якого розміру d спочатку треба знайти критерій Ga . Потім розраховують Re / ζ , а потім отримують w_{oc} , використовуючи дане вище визначення Re / ζ .

Запилені гази подаються в циклони через тангенціальні або аксіальні завихрювачі і роблять всередині апаратів складний обертально-поступальний рух.

На частинки, що зважені в потоці усередині циклону, діє сила інерції, яка прагне змістити їх з криволінійних ліній струму по дотичним, спрямованим під деяким кутом вниз і до стінки корпусу.

Частинки, що стикаються з внутрішньою поверхнею стінки, під

дією сил тяжіння, інерції опускаються відносно газового потоку вниз і потрапляють в пилеприємник (бункер). Частинки, які не досягли стінки, продовжують рух по криволінійних лініях струму і можуть бути винесені з циклону газовим потоком, який може захопити і деяку кількість осілих в бункер частинок.

Вважаючи, що траєкторії руху зважених частинок близькі до кіл, можна величину сили інерції прийняти пропорційною квадрату тангенціальної швидкості, масі частинок і обернено пропорційною радіусу обертання. Так, при радіусі обертання менше метра і тангенціальною швидкості в межах 10 ... 15 м / с сила інерції на порядок перевершує силу тяжіння. З цієї причини сепарація частинок в циклонах відбувається набагато інтенсивніше, ніж в гравітаційних осаджувальних камерах.

Оскільки інерційна сила пропорційна масі, то дрібні частинки уловлюються в циклонах погано. Ступінь очищення аерозолів з розмірами частинок понад 10 мкм знаходиться в межах 80 ... 95%, а більш дрібних частинок - набагато гірше. Збільшення ефекту осадження частинок за рахунок зменшення діаметра циклону і підвищення швидкості потоку можливо до деяких меж.

Існує ряд конструкцій циліндричних і конічних циклонів. Широке розповсюдження отримали циліндричні циклони.

Циліндричні циклони ЦН в залежності від необхідної продуктивності можна встановлювати поодинокі або компонувати в групи по два, чотири, шість, вісім циклонів.

Циклони мають подовжену конічну частину і спіральний вхідний патрубок. Циклони мають високу ефективність очищення. Вони призначалися для уловлювання сажі, пилу та ін.

При проектуванні циклону вибирають його геометрію, розмір, фракційну ефективність, перепад тиску і потрібну для кожного циклону потужність. Ці розрахунки ґрунтуються на заданих швидкості потоку газу, складі, температурі, тиску, концентрації пилу, а також на даних про дисперсний склад пилу. Ці дані необхідні, щоб сформулювати вимоги до пристрою для вторинного улавлівання пилу, якщо таке передбачається використовувати.

Надалі проводять розрахунок критичного (мінімального) діаметра частинок d_c , які повністю уловлюються апаратом, ефективності уловлювання пилу η і гідравлічного опору циклону $\Delta P_{ц}$.

Критичний розмір частинок може бути знайдений, наприклад, за такою залежністю:

$$d_{kp} = 3 \left\{ \frac{V \mu D (D + b)}{[\rho_z (v_{vx}^2)^2]} \right\} \cdot [1 - (D + b) / 2D]^{0.5}$$

де V - об'ємна витрата газу, м³ / с; v_{vx} - швидкість газу на вході в циклон, м / с; D, b - характерні розміри циклону.

Приклади розв'язання задач

Приклад 2.1

Знайти кількість дисперсних частинок N розміром $d = 10^{-6}$ м густиною $\rho = 2,7 \cdot 10^{-3}$ г/см³ і концентрацією пилу $C = 10^{-9}$ кг/м³ в 1 м³ повітря

Розв'язання: $m_0 \cdot N = C$, де m_0 - маса однієї частинки

$$m_0 = \rho \frac{\pi d^3}{6}$$

$$m_0 = 2,7 \cdot \frac{3,14}{62} \cdot 10^{-18}$$

$$m_0 = 1,3 \cdot 10^{-18} \text{ г}$$

$$N = \frac{C}{m_0}$$

Відповідь: N дорівнює $0,8 \cdot 10^9$

Приклад 2.2

У скільки разів сила тяжіння F , яка діє на дощову краплю при її падінні більша за силу Архімеда F_A ?

Розв'язання m_0 - маса однієї краплі дорівнює:

$$m_0 = \rho \frac{\pi d^3}{6},$$

де ρ - густина води. Сила тяжіння - $F = mg$. Сила Архімеда $F_A = \rho_{пов} \cdot V \cdot g$,

де $\rho_{пов}$ - густина повітря ($\rho_{пов} = 1,29 \cdot 10^{-3}$ г/м³), V - об'єм краплі ($V = \frac{\pi d^3}{6}$),

g - прискорення вільного падіння.

Підставляючи вирази для сил, отримаємо:

$$\frac{F}{F_A} = \frac{\rho}{\rho_{пов}} = \frac{1 \cdot 10^3}{1,29 \cdot 10^{-3}} \approx 8 \cdot 10^5$$

Відповідь: сила тяжіння у $8 \cdot 10^5$ більша за силу Архімеда.

Приклад 2.3

Якої найбільшої швидкості v може досягти дощова капля діаметром $d = 0,3$ мм, якщо динамічна в'язкість повітря $\eta = 1,2 \cdot 10^{-5}$ Па*с.

Розв'язання.

Під час падіння на каплю діють дві протилежно спрямовані сили. Сила тяжіння $m\vec{g}$ і сила опору повітря \vec{F} (силу Архімеда не враховуємо). При підвищенні швидкості падіння сила опору зростає. Максимальну швидкість падіння крапля досягне, коли сила тяжіння та сила опору повітря стануть рівними. Сила тяжіння

$$F = mg .$$

За законом Стокса

$$F_c = 6\pi\eta r v$$

Тоді

$$3\pi\eta d v = mg .$$

Так як маса

$$m = \rho V = \rho \frac{\pi d^3}{6} ,$$

Де ρ - густина води, то

$$3\pi\eta d v = \rho g \frac{\pi d^3}{6} .$$

Звідки

$$v = \frac{\rho g d^2}{18\eta} ;$$
$$v = \frac{10^3 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 10^{-8}}{18 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5}} = 4,1 \text{ м/с}$$

Відповідь: швидкість $v = 4,1 \text{ м/с}$.

Приклад 2.4

Знайти число Рейнольдса (Re), що характеризує падіння краплі дощу діаметром $d=0,3$ мм, якщо динамічна в'язкість повітря дорівнює $1,2 \cdot 10^{-5}$ Па*с .

Розв'язання:

Число Рейнольдса (Re), - безрозмірна величина, що характеризує відношення нелінійного і диссипативного членів в рівнянні Нав'є - Стокса. Число Рейнольдса визначається наступними співвідношеннями:

$$Re = \frac{\rho v l}{\eta}$$

де: ρ - густина середовища, кг / м³; v - характерна швидкість, м / с;

l - гідравлічний діаметр, м; η - динамічна в'язкість середовища, Па • с або кг / (м • с); $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ - кінематична в'язкість середовища, м² / с .

Знайдемо це число:
$$Re = \frac{\rho v l}{\eta} = \frac{1,2 \cdot 4,1 \cdot 0,3 \cdot 10^{-3}}{1,2 \cdot 10^{-5}} = 1,2 \cdot 10^2$$

Відповідь: число Рейнольдса дорівнює 120

Приклад 2.5

Визначити розмір дисперсних частинок при ефективності осадження їх 50% в пилеосаджувальній камері, якщо вона має довжину $L = 10$ м, висоту $H = 1$ м, ширину $B = 2$ м. Витрата повітря через камеру $V = 3600$ м³ / год, густина частинок 500 ч $\rho =$ кг / м³, в'язкість газу $\mu = 18 \cdot 10^{-6}$ Пас.

Розв'язання:

Знайдемо відносну швидкість осадження дисперсних частинок в осаджувальній камері з ефективністю 50 %:

$$w_{oc} = 1,5 \frac{H}{L} = 1,5 \frac{1}{10} = 0,15 .$$

Знайдемо швидкість осадження дисперсних частинок $(w_{oc})_{50}$

$$(w_{oc})_{50} = 0,075 \text{ м/с}$$

За знайденою швидкістю осадження, заданими густиною та в'язкістю газу визначимо розмір частинок, що осідають у камері при ефективності 50%є

$$d_{50} = \sqrt{\frac{18\mu w_{oc}}{g(\rho_k - \rho)}} = \sqrt{\frac{18 \cdot 10 \cdot 10^{-6} \cdot 0,075}{10(500 - 1,25)}} = 7 \cdot 10^{-5} \text{ м} = 70 \text{ мкм}.$$

Відповідь: діаметр частинок дорівнює 70 мкм.

Приклад 2.6

Знайти концентрацію шкідливої речовини q в повітрі приміщення, якщо відомо, що кількість шкідливих речовин, що виділяються в приміщенні $G = 0,5$ мг / м³, гранично допустима концентрація шкідливих речовин $q_{пдк} = 2$ мг / м³, об'єм приміщення $V_{п} = 300$ м³, а кратність повітрообміну $K = 5$.

Розв'язання:

Кратність повітрообміну K показує, скільки разів протягом години повітря в приміщенні повинен бути замінений повністю:

$$K = 3600 \frac{V}{V_{п}}, \text{ ч-1}.$$

При цьому кількість повітря V , яке треба подати в приміщення для розведення шкідливих речовин до безпечних концентрацій, визначається за формулою

$$V = G / (q_{пдк} - q), \text{ м}^3/\text{с},$$

де G - кількість шкідливих речовин, що виділяються, мг / с; $q_{\text{пдк}}$ - гранично допустима концентрація, мг / м³; q - концентрація шкідливої речовини у вступнику повітрі, мг / м³ (не повинна перевищувати 30% від ГДК).

У випадках, коли кількість шкідливих речовин, у повітря приміщень важко визначити, допускається розраховувати кількість вентиляційного повітря по кратності повітрообміну, встановленого відомчими нормативними документами.

Знайдемо кількість повітря V , яке треба подати в приміщення для розведення шкідливих речовин до безпечних концентрацій

$$V = V_{\text{п}} \cdot K / 3600, \text{ м}^3 / \text{с} .$$

Концентрація шкідливої речовини у повітрі, що поступає дорівнює

$$q = q_{\text{пдк}} - \frac{G}{V}$$

Підставивши чисельні значення, знайдемо q

$$q = 2 \text{ мг/м}^3 - \frac{0,5}{5/12} = 0,8 \text{ мг/м}^3$$

Відповідь: концентрація шкідливої речовини в повітрі приміщення q дорівнює 0,8 мг / м³.

Приклад 2.7

Знайти площу зони можливого хімічного зараження (ЗВХЗ) і час підходу хмари зараженого повітря до населеного пункту на відстані 15 км. в разі аварійного розливу аміаку в кількості 100 т. при швидкості вітру 3 м/с.

Площа ЗВХЗ визначається за формулою:

$$S = \frac{\pi \Gamma^2}{360^0} \varphi, \text{ км}^2$$

де Γ - глибина зони зараження, км; φ - кутовий розмір зони зараження, град. Час підходу зараженої хмари до об'єкта, розташованого на шляху його руху визначається за формулою:

$$t = \frac{X}{V}, \text{ ч}$$

де X - відстань від джерела зараження до об'єкта, км; V - швидкість переносу переднього фронту зараженого повітря, км / год.

Кутовий розмір зони зараження і швидкість переносу переднього

Розв'язання:

З таблиці 2.2 (додатки) глибина зони зараження аміаком дорівнює $\Gamma = 31,3$ км .. За таблиці 2.3 знаходимо кутовий розмір зони зараження. Для

швидкості вітру більше 2 м / с він дорівнює 45 градусів. Тоді площа ЗВХЗ дорівнює

$$S = \frac{3,14 \cdot 31,4^2}{360} 45 = 387 \text{ км}^2$$

Швидкість перенесення переднього фронту зараженого повітря знаходяться за допомогою таблиці 1.4. Для ізотерми вона дорівнює 18 км / год. (див. додатки)

Тоді час підходу зараженої хмари до об'єкта, розташованого на шляху його

руху

$$t = \frac{X}{V} = \frac{15}{18} = 0,83 \text{ год.}$$

Відповідь: час підходу зараженої хмари до об'єкта, розташованого на шляху його руху на відстані 15 км дорівнює 50 хв., А площа забруднення 387 км².

Приклад 2.8

У повітрі кімнати об'ємом 200 м³ міститься 0,15% вуглекислого газу (СО₂). Вентилятор подає за хвилину 20 м³ повітря, що містить 0,04% СО₂. Через який час кількість вуглекислого газу повітря кімнати зменшиться втричі?

Розв'язання:

Прийемо за незалежний змінний час t , а за потрібну функцію $y(t)$ – кількість СО₂ в кімнаті на час t . Знайдемо, на скільки зміниться кількість СО₂ за проміжок часу від моменту t до $t + \Delta t$. В одну хвилину надходить $20 \cdot 0,04 \cdot 10^{-2}$ м³ вуглекислого газу, а Δt хвилин - $20 \cdot 0,04 \cdot 10^{-2} \Delta t$ кубічних метрів. З іншого боку, за час Δt із кімнати витікає $20 \cdot y(t) \cdot \Delta t / 200$ кубічних метрів. У момент t у кімнаті міститься $200 \cdot y(t)$ м³ вуглекислого газу. Так як вміст вуглекислого газу за час Δt змінюється на величину α , нескінченно малу, то $\alpha \rightarrow 0$ при $\Delta t \rightarrow 0$. Складемо рівняння

$$\Delta y = 20 \cdot 4 \cdot 10^{-4} \Delta t - 20 \Delta t \frac{y + \alpha}{200}$$

Розділимо на Δt і перейдемо до межі при $\Delta t \rightarrow 0$. У лівій частині вийде похідна $y'(t)$, а правій отримаємо $80 \cdot 10^{-4} - 0,1y(t)$, так як $\alpha \rightarrow 0$ при $\Delta t \rightarrow 0$. Отже, маємо диференціальне рівняння:

$$dy/dt = 80 \cdot 10^{-4} - 0,1 y(t)$$

Це рівняння типу

$$\frac{dy}{dx} + ay = ce^{bx},$$

де $a=0,1$, $b=0$, $c= 0,008$.

Вирішуючи його, отримаємо:

$$y(t) = \frac{c}{a} + Ce^{-0,1t}$$

Для знаходження постійної C скористуємося початковими умовами.

При $t=0$: $y(0) = 200 \cdot 0,15 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$.

Отже $200 \cdot 0,15 \cdot 10^{-2} = 0,08 + C$

Звідси $C = 0,3 - 0,08 = 0,22$. Підставляючи це значення C в рівняння $y(t)$, отримаємо

$$y(t) = 0,08 + 0,22e^{-0,1t}$$

При $t = \tau$ у кімнаті буде

$$y(\tau) = 200 \cdot 0,15 / 3 = 0,1 \text{ м}^3$$

$$0,1 - 0,08 = 0,22e^{-0,1\tau}$$

Звідки $\tau = 10 \ln \frac{22}{2} = 24 \text{ хв}$.

Відповідь: кількість вуглекислого газу повітря кімнати зменшиться втричі за час 24 хвилини.

Приклад 2.9

При русі у повітрі частинка зустрічає опір середовища, який може бути визначений за законом Ньютона

$$F_c = \zeta S w^2 \rho / 2 .$$

Показати, що при ламінарному русі, діюча на частинку сила опору описується законом Стокса.

Розв'язання:

Прийнявши значення коефіцієнта опору ζ для випадку ламінарного руху в області $Re < 2$,

$$\zeta = 24/Re,$$

підставимо значення його у формулу Ньютона

$$F_c = (24/Re)(\pi d^2 / 4)(w^2 \rho / 2) = 24 \mu d^2 w^2 \rho / (8 w d \rho)$$

і отримаємо $F_c = 3\mu d w$.

Ця формула виражає закон Стокса: сила опору, що випробовується твердим кульовим тілом при повільному русі в необмеженому в'язкому середовищі, прямо пропорційна швидкості поступального руху, діаметру тіла і в'язкості середовища. Закон Стокса застосовується при ламінарному русі частинок, коли $Re < d < 30 \cdot 10^{-4} \text{ см}$, неточність становить 1%; за $1,6 \cdot 10^{-4} < d$

Відповідь: $F_c = 3\mu d w$

Задачі до самостійного розв'язання

2.1 Знайти число Рейнольдса (Re), що характеризує падіння краплі дощу діаметром $d=0.5$ мм, якщо динамічна в'язкість повітря дорівнює $1.2 \cdot 10^{-5}$ Па*с.

2.2 Знайти швидкість W гравітаційного осадження дисперсної частинки діаметром $d = 20$ мкм. в повітрі. Густина речовини частинки - 1 г / см³, абсолютна температура - 293 К, в'язкість повітря - $1,82 \cdot 10^{-4}$ пуаз.

2.3 Знайти концентрацію шкідливої речовини q в повітрі приміщення, якщо відомо, що кількість шкідливих речовин, що виділяються в приміщенні $G = 0,3$ мг / м³, гранично допустима концентрація шкідливих речовин $q_{пдк} = 2$ мг / м³, об'єм приміщення $V_{п} = 500$ м³, а кратність повітрообміну $K = 5$.

2.4 Визначити число Галілея Ga

$$Ga = 4gd^3\rho(\rho_k - \rho)/3\mu^2,$$

де μ - в'язкість газу; ρ - густина газу, ρ_k, d - густина та діаметр дисперсної частинки, для дисперсної частинки вугільного пилу $\rho_k = 1,4 \cdot 10^3$ кг / м³, $d = 40$ мкм

2.5 У повітрі кімнати об'ємом 120 м³ міститься $0,2\%$ вуглекислого газу (CO_2). Вентилятор подає за хвилину 20 м³ повітря, що містить $0,02\%$ CO_2 . Через який час кількість вуглекислого газу повітря кімнати зменшиться втричі?

2.6 Визначити силу Стокса, що діє на рівномірно падаючу у повітрі сферичну алюмінієву частинку.

2.7 При якій швидкості падіння сила тяжіння падаючої у повітрі частинки алюмінію дорівнює силі Стокса?

2.8 Знайти площу зони можливого хімічного зараження (ЗВХЗ) і час підходу хмари зараженого повітря до населеного пункту на відстані 20 км. в разі аварійного розливу аміаку в кількості 150 т. при швидкості вітру 4 м/с.

2.9 При якій лінійній швидкості потоку повітря в циклоні радіусом $1,0$ м відцентрові сили, що діють на частинки пилу, дорівнюватимуть силам тяжіння?

Розділ 3 Фізичні методи та технології очищення водних об'єктів природного середовища та ґрунтів

Якість питної води має відповідати вимогам державних стандартів якості та безпечності і санітарного законодавства.

В Україні у 2017р. згідно законів "Про забезпечення санітарного та епідемічного благополуччя населення"[3] та "Про питну воду та питне водопостачання [4]" введені Державні санітарні норми та правила "Гігієнічні вимоги до води питної, призначеної для споживання людиною"[5].

Гідромеханічні технології та основні інженерно-фізичні методи очищення.

Для усталеного руху ідеальної рідини, що не стискається, має місце рівняння Бернуллі [8, 9]:

$$p + \frac{\rho v^2}{2} + \rho gh = const, \quad (3.1)$$

де ρ - густина рідини, v - швидкість руху рідини у даному перерізі труби, h - висота даного перерізу над деяким рівнем і p – тиск.

Рівняння Бернуллі свідчить, що швидкість рідини, яка витікає з малого отвору дорівнює

$$v = \sqrt{2gh} ,$$

де h – висота поверхні рідини над отвором.

Так як крізь будь який переріз труби проходять рівні об'єми рідини, то

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 ,$$

де v_1 і v_2 - швидкості рідини в двох перерізах труби площиною поперечного перерізу S_1 і S_2 .

Основний закон гідростатики – закон Архімеда

$$F_A = \rho_1 V g \quad (3.2)$$

де F_A - сила Архімеда; ρ_1 , ρ_2 – густина рідини і твердої фази частинки, m – маса частинки.

$$m = \rho_2 V = \rho_2 \frac{\pi d^3}{6}$$

При обтіканні або при падінні частинки діаметром d в рідині на неї діє сила опору Стокса

$$F = 3\pi \eta d v \quad (3.3)$$

Змивання забруднення з твердих поверхонь. Відстоювання стічних вод

Відстоювання стічних вод проводять в відстійниках, які являють собою прямокутні резервуари, що нагадують звичайні басейни. Вода рухається з одного кінця відстійника до іншого. Глибина відстійника зазвичай дорівнює від 1,5 до 4 м, довжина 12 - 48 м, ширина каналу 3 - 6 м [1,2,3].

Для видалення зважених частинок із стічних вод використовують періодичні і безперервні гідромеханічні процеси проціджування, гравітаційного і відцентрового відстоювання і фільтрування. Вибір методу залежить від розміру частинок домішок, фізико-хімічних властивостей, концентрації зважених частинок, витрати стічних вод і необхідного ступеня очищення.

Перед більш тонкої очищенням стічні води направляють на процеживання через решітки і сита, які встановлюють перед відстійниками з метою вилучення з них великих домішок.

Осадженням називається поділ рідких неоднорідних систем шляхом виділення з рідкої фази твердих або рідких зважених частинок під дією сили тяжіння, відцентрової сили.

Осадження відстоюванням відбувається під дією сили тяжіння.

Розглянемо рух кульки під дією сили тяжіння у в'язкій рідині.

При рівномірному русі за другим законом Ньютона

$$mg - F_A - F = 0, \quad (3.4)$$

де маса кульки $m = \rho_2 V = \rho_2 \frac{\pi d^3}{6}$; сила Архімеда $F_A = \rho_1 V g = \rho_1 \cdot g \frac{\pi d^3}{6}$; сила опору масла $F = 3\pi\eta d v$ за законом Стокса. Підставляючи рівняння (3.2)-(3.3) в (3.4), після нескладних перетворень отримаємо

$$18\eta v = d^2 g (\rho_c - \rho_1),$$

звідки

$$v = \frac{d^2 g (\rho_2 - \rho_1)}{18\eta}. \quad (3.5)$$

Формула Пуазейля (3.5) визначає швидкість падіння частинки у в'язкій рідині. Цей процес називається седиментацією.

Фізичне моделювання цих процесів [10] потрібно для розрахунків систем водоочищення з метою підвищення ефективності їх роботи.

Осадження монодисперсної суспензії під дією гравітаційних сил

Розглянемо процес очищення води із суспензією твердих монодисперсних частинок у прямокутній ємності заввишки h та площею дна ємності S . Якщо густина матеріалу частинок більша за густину води, то тоді під дією гравітаційних сил усі частинки суспензії рухаються донизу і за одиницю часу ($1c$) проходять шлях, що дорівнює $X=V_S \cdot 1c$. За цей час повністю очищується верхній шар ємності завтовшки X , а на дно ємності за час Δt випадають частинки, кількістю

$$\Delta N = n \cdot V_S \cdot S \cdot \Delta t, \quad (3.6)$$

де V_S - швидкість гравітаційного осадження частинок, яка визначається формулою Пуазейля (3.5).

Розрахунки відстійників. Відстоювання стічних вод проводять в апаратах, так званих відстійниками або згущувачі.

Розрізняють горизонтальні, радіальні, вертикальні, трубчасті, пластинчасті відстійники з похилими перегородками. Горизонтальні відстійники являють собою прямокутні резервуари, що мають два або більше одночасно працюючих відділення. Вода рухається з одного кінця відстійника до іншого.

Горизонтальні відстійники застосовують при витраті стічної води понад 15000 м³ / добу. Ефективність відстоювання досягає 60%.

Відстійники проектується в розрахунку на осадження найдрібніших частинок, що знаходяться в стічній воді. Тому час перебування стічної води в апараті має бути більше часу осадження крейджних частинок або в межі дорівнює часу, необхідному для обмеженого осадження частинки меншого розміру на дно апарату із заданою висоти.

Продуктивність відстійника по освітленій воді $Q_{осв}$ (м³/с) Виражається рівнянням

$$Q_{осв} = v_n \cdot B \cdot H; \quad (3.7)$$

де v_n - швидкість потоку стічної води уздовж апарату, м / с; B - ширина відстойника, м; H - висота шару освітленої води, м.

Швидкість поділу неоднорідних систем в поле відцентрових сил вище в порівнянні зі швидкістю поділу цих систем в поле сили тяжіння. Відношення відцентрової сили до сили тяжіння можна зробити порівнянням прискорень частинки домішок в відцентровому і гравітаціонном полях, тому що стосовно до частинки певної маси сили пропорційні прискоренням.

Приклади розв'язання задач

Приклад 3.1

Кулька спливає з постійною швидкістю v в рідині, густина якої в 4 рази більше густини матеріалу кульки. У скільки разів сила тертя F , що діє на спливаючу кульку, більше сили тяжіння mg , що діє на цю кульку?

Розв'язання. Запишемо рівняння руху кульки у формі (3.4)

$$F_A - mg - F_{mp} = 0,$$

Сила Архімеда та маса частинки дорівнюють:

$$F_A = \rho_1 V g$$

$$m = \rho_2 V$$

Звідси $V = \frac{m}{\rho_2}$, тоді силу Архімеда можна записати

$$F_A = 4\rho_2 \frac{m}{\rho_2} g = 4mg .$$

Підставимо цей вираз для сили Архімеда в рівняння (3.4) і отримаємо

$$F_{mp} = 3mg ,$$

Остаточно знайдемо відношення сили опору до сили тяжіння

$$\frac{F_{mp}}{mg} = 3.$$

Відповідь: Сила тертя у 3 рази більше сили тяжіння.

Приклад 3.2

Сталева кулька падає в широкій посудині, наповненій трансформаторним маслом, щільність якого $\rho = 0,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ та динамічна в'язкість $\eta = 0,8 \text{ Па} \cdot \text{с}$. Вважаючи, що закон Стокса має місце при числі Рейнольдса $Re \leq 0,5$ (якщо при обчисленні Re в якості величини D взяти діаметр кульки), знайти граничне значення діаметра D кульки.

Розв'язання: Оскільки кулька рухається рівномірно, тоді за другим законом Ньютона $mg - F_A - F = 0$, де маса кульки $m = \rho_c V = \rho_c \frac{\pi d^3}{6}$; сила

Архімеда $F_A = \rho_m V g = \rho_m \cdot g \frac{\pi d^3}{6}$; сила опору масла $F = 3\pi\eta d v$ за законом

Стокса. Рівняння руху: $18\eta v = d^2 g(\rho_c - \rho_m)$, звідки витікає формула Пуазейля

$$v = \frac{D^2 g(\rho_2 - \rho_1)}{18\eta} .$$

Число Рейнольда визначається відношенням $Re = \frac{Dv\rho_m}{\eta}$. За умовою $\frac{Dv\rho_m}{\eta} \leq 0.5$ або, з урахуванням формули Пуазейля, $\frac{D^3 g(\rho_c - \rho_m)\rho_m}{18\eta^2} \leq 0.5$.

Звідси $D \leq \sqrt[3]{\frac{0.5 \cdot 18\eta^2}{g\rho_m(\rho_c - \rho_m)}}$. Підставив чисельні дані, знайдемо, що граничний діаметр кульки $D = 4,6$ мм.

Відповідь: Граничний діаметр кульки $D = 4,6$ мм.

Приклад 3.3

Знайти швидкість гравітаційного осадження дисперсної частинки діаметром $d = 60$ мкм у воді. Густина речовини частинки - 2 г / см³, абсолютна температура - 293 К, в'язкість води дорівнює $1,0019 \cdot 10^{-3}$ Па·с.

Розв'язання: Швидкість гравітаційного осадження дисперсної частинки знайдемо по формулі Пуазейля (3.5):

$$v = \frac{d^2 g(\rho_c - \rho_m)}{18\eta}$$

В'язкість води при температурі 293 К дорівнює $1,0019 \cdot 10^{-3}$ Па·с

Підставляючи у формулу Пуазейля чисельні дані, отримаємо, що швидкість осадження частинок діаметром 60 мкм дорівнює

$$v = \frac{d^2 g(\rho_c - \rho_m)}{18\eta} = 0,2 \cdot 10^{-2} \text{ м/с.}$$

Відповідь: швидкість гравітаційного осадження дисперсної частинки діаметром $d = 60$ мкм у воді дорівнює $0,2 \cdot 10^{-2}$ м/с.

Приклад 3.4

Знайти швидкість спливання дисперсної частинки діаметром $d = 60$ мкм у воді. Густина речовини частинки - $0,5$ г / см³, абсолютна температура - 293 К, в'язкість води (див. довідник).

Розв'язання:

Швидкість спливання дисперсної частинки знайдемо по формулі (3.5):

$$v = \frac{d^2 g(\rho_c - \rho_m)}{18\eta}$$

В'язкість води при температурі 293 К дорівнює $1,0019 \cdot 10^{-3}$ Па·с

Підставляючи у формулу Пуазейля чисельні дані, отримаємо, що швидкість осадження частинок діаметром 60 мкм дорівнює

$$v = \frac{d^2 g (\rho_c - \rho_m)}{18\eta} = 0,1 \cdot 10^{-2} \text{ м/с.}$$

Відповідь: швидкість гравітаційного осадження дисперсної частинки діаметром $d = 60 \text{ мкм}$ у воді дорівнює $0,1 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}$.

Приклад 3.5

За який час під дією гравітаційних сил в ємності з водою заввишки $1,0 \text{ м}$ відбувається повне осадження монодисперсної суспензії з частинками трьох монодисперсних фракцій 60 мкм , 20 мкм , 5 мкм , густина матеріалу яких дорівнює 2 г/см^3 , абсолютна температура води 293 К ? Побудувати графік залежності кількості осаджених частинок від часу.

Розв'язання:

Розглянемо процес очищення води із суспензією твердих монодисперсних частинок у прямокутній ємності заввишки $h=1 \text{ м}$ та площею дна ємності S . Під дією гравітаційних сил усі частинки суспензії рухаються донизу і за одиницю часу (1 с) проходять шлях, що дорівнює $X=V_S \cdot 1 \text{ с}$. За цей час повністю очищується верхній шар ємності завтовшки X , а на дно ємності за час Δt випадають частинки, кількістю

$$\Delta N = n \cdot V_S \cdot S \cdot \Delta t,$$

де V_S - швидкість гравітаційного осадження частинок.

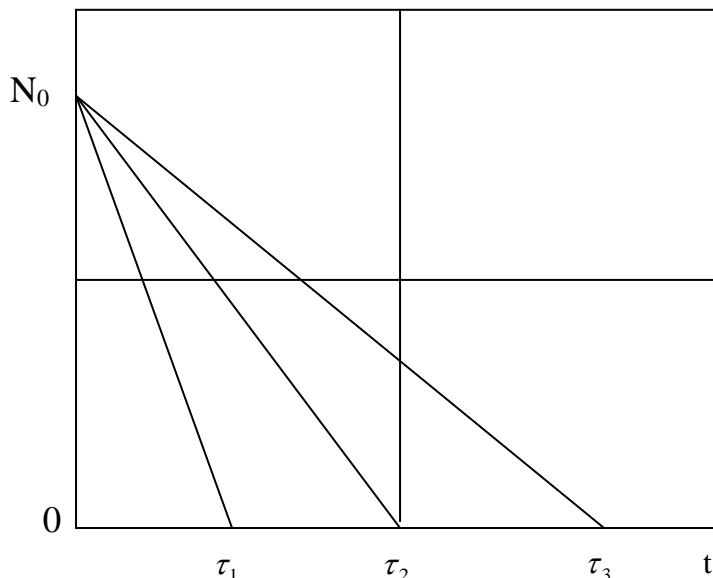


Рисунок 3.1 - Графіки осадження у часі 3-х монодисперсних суспензій. Кількість частинок в прямокутній ємності, дорівнює

$$N_0 = n \cdot S \cdot h.$$

Кількість частинок, що через час Δt залишаються у воді, дорівнює

$$N = N_0 - \Delta N,$$

Тоді
$$N=n \cdot S \cdot (h - V_S \Delta t).$$

Час повного осадження частинок дорівнює

$$\tau = h / V_S$$

Швидкості падіння v_S частинок фракцій 60 мкм, 20 мкм, 5 мкм дорівнюють $0,20 \cdot 10^{-2}$, $2,2 \cdot 10^{-4}$, $1,4 \cdot 10^{-5}$ відповідно. Час осадження:

$\tau_1 = 1 / 0,2 \cdot 10^{-2} = 500$ с, $\tau_2 = 1 / 2,2 \cdot 10^{-4} = 4545$ с, $\tau_3 = 1 / 1,4 \cdot 10^{-5} = 71,4 \cdot 10^3$ с \approx 20 годин,

Графіки осадження монодисперсної суспензії являють собою залежності у вигляді прямих ліній.

Частинки з діаметром d_1 мають час осадження τ_1 , а частинки з діаметром d_2 мають час осадження τ . Причому $d_1 > d_2$. Чим частинка більша за своїм розміром (чим важче), тим менший вона має час осадження. І ця залежність є лінійною.

Відповідь: час осадження частинок трьох монодисперсних фракцій дорівнює відповідно 500 с, 4545 с та 20 годин.

Приклад 3.6

У посудину, що містить 10 л води, безперервно надходить зі швидкістю 2 л за хвилину розчин, у кожному літрі якого міститься 0.3 кг солі. Розчин, що надходить в посудину, перемішується з водою, і суміш витікає з посудини з тією ж швидкістю. Скільки солі буде у посудині через 5 хвилин?

Розв'язання:

Прийmemo за незалежний змінний час t , а за потрібну функцію $y(t)$ – кількість солі в посудині через t хвилин після початку досліду. Знайдемо, на скільки зміниться кількість солі за проміжок часу від моменту t до $t + \Delta t$.

В одну хвилину надходить 2 л розчину, а Δt хвилин - $2\Delta t$ літрів. У цих $2\Delta t$ літрах міститься $0,3 \cdot 2\Delta t = 0,6\Delta t$ кг солі.

З іншого боку, за час Δt із судини витікає $2\Delta t$ літрів розчину. У момент t у всій посудині (10 л) міститься $y(t)$ кг солі.

Отже, в $2\Delta t$ літрах витікаючого розчину містилося б $0,2 \Delta t \cdot y(t)$ кг солі, якби за час Δt вміст солі в посудині не змінювалося.

Але так як вміст за цей час змінюється на величину, нескінченно малу при $\Delta t \rightarrow 0$, то у $2\Delta t$ літрах, що витікають, міститься $0,2 \Delta t (y(t) + \alpha)$ кг солі, де $\alpha \rightarrow 0$ при $\Delta t \rightarrow 0$.

Отже, в розчині, що витікає за проміжок часу $(t, t + \Delta t)$, міститься $0,6 \cdot \Delta t$ кг солі, а в витікає - $0,2 \cdot \Delta t (y(t) + \alpha)$ кг.

Приріст кількості солі за цей час $y(t+\Delta t)-y(t)$ дорівнює різниці знайдених величин, тобто. $y(t+\Delta t)-y(t)=0,6 \Delta t(y(t)+\alpha)$.

Розділимо на Δt і перейдемо до межі при $\Delta t \rightarrow 0$. У лівій частині вийде похідна $y'(t)$, а правій отримаємо $0,6 - 0,2y(t)$, так як $\alpha \rightarrow 0$ при $\Delta t \rightarrow 0$.

Отже, маємо диференціальне рівняння:

$$dy/dt=0,6-0,2 y(t)$$

Вирішуючи його, отримаємо:

$$y(t)=3 - Ce^{-0,2t} \quad (3.8)$$

Оскільки при $t=0$ солі в посудині не було, то $y(0)=0$. Вважаючи в (3.8) $t=0$, знайдемо $y(0)=3 - C$, звідки $C=3$. Підставляючи це значення C в (3.8), отримаємо

$$y(t)=3 - 3e^{-0,2t}$$

При $t=5$ у посудині буде

$$y(5)=3 - 3e^{-0,2 \cdot 5} = 3 - 3e^{-1} = 1,9 \text{ кг}$$

Відповідь: у посудині залишиться 1,9 кг солі.

Приклад 3.7

При відстоюванні стічних вод витрата їх складає понад 15000 м³ / добу. Якою повинна бути глибина відстійника, якщо відомо, що швидкість потоку стічної води уздовж апарату дорівнює 0,5 м / с; B - ширина відстойника дорівнює 5 м, довжина каналу $L= 50$ м.

Розв'язання:

Висоту шару освітленої води H можна визначити з формули

$$Q_{осв} = v_n \cdot B \cdot H,$$

$$Q_{осв} = \frac{15000}{604800} \cdot \frac{L}{v_n} = 2,5 \text{ м}^3 / \text{с}$$

$$H = \frac{Q_{осв}}{v_n B} = \frac{2,5}{0,5 \cdot 5} = 1 \text{ м}$$

Якщо глибина відстійника дорівнює 2 м, то ефективність відстоювання буде досягати лише $\frac{1}{2}$, тобто 50%.

Відповідь: висота шару освітленої води H дорівнює 1 м.

Приклад 3.8

Визначити залежності коефіцієнту дифузії броунівських частинок у воді від температури для частинок діаметром 5 мкм, 2 мкм, 1 мкм та 0,5 мкм. Проаналізувати кінетичну стійкість гравітаційних очищувальних

систем на прикладі суспензії піску у воді, або емульсії олійних частинок у воді.

Розв'язання:

Осіданню (або спливанню) дисперсних частинок перешкоджає броунівський рух, який прагне порушити механізм стоксівського осадження, розподілити частинки рівномірно по всьому об'єму.

Тепловий рух молекул води впливає на швидкість осадження дуже маленьких частинок, тобто має бути мінімальний розмір d частинок, який близький до середньої довжини вільного пробігу молекул води. Нижче цього розміру має відбуватися хаотичний броунівський рух частинок з відхиленням від закону Стокса.

Якщо дисперсна фаза за порівняно короткий час осідає на дно або спливає на поверхню, система є кінетично нестійкою.

Якщо частинки дисперсної фази досить малі й броунівський рух повністю перешкоджає їхньому осадженню, система перебуває у кінетично стійкому стані.

За таких умов очищення системи має відбуватися дуже повільно, або не відбуватися взагалі.

В'язкість води будемо визначати за довідниковими даними, приведеними у [10].

Розрахунки середнього броунівського зміщення частинок Δx і коефіцієнтів дифузії проведемо за класичною теорією Смолуховського, що описує тепловий хаотичний рух дисперсних частинок у рідині чи в газі:

$$\Delta x^2 = \frac{2RTt}{6\pi\eta N_A \cdot r}, \quad (3.9)$$

де Δx – середнє зміщення частинки за час t ; η - коефіцієнт в'язкості середовища; r - радіус частинки; T - температура в K^0 ; N_0 - число Авогадро ($N_A=6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹); R - універсальна газова стала.

За формулою Ейнштейна для теплового руху броунівських частинок

$$\Delta x = \sqrt{2Dt}, \quad (3.10)$$

де D – коефіцієнт дифузії частинок, які перебувають у броунівському русі, t – час, за який відрховується зміщення Δx .

Таблиця 3.1 - Коефіцієнт броунівської дифузії

Температура Т, К	В'язкість води $\eta, 10^{-3} \text{ Па}\cdot\text{с}$	Коефіцієнт дифузії сферичних частинок діаметром d в броунівському русі у воді $D, 10^{-10} \text{ см}^2/\text{с}$			
		$d=5 \text{ мкм}$	$d=2 \text{ мкм}$	$d=1 \text{ мкм}$	$d=0,5 \text{ мкм}$
273	1,7865	30,7	76,7	153,4	306,7
278	1,5138	32,5	81,2	162,4	324,8
283	1,3037	38,4	96,0	192,0	384,0
288	1,1369	44,6	111,4	222,8	445,6
293	1,0019	51,7	129,2	258,4	516,8
298	0,8909	59,1	147,7	295,4	590,8
303	0,7982	66,8	167,0	334,0	668,1
313	0,6540	84,9	212,4	424,7	849,4
323	0,5477	99,7	249,2	498,4	996,9

З порівняння формул (3.8.1) та (3.8.2) може бути знайдено коефіцієнт дифузії

$$D = \frac{RT}{3\pi\eta N_A d} \quad , \quad (3.11)$$

де $d = 2r$ - діаметр частинок.

В таблиці 3.8 приведені дані розрахунків коефіцієнта броунівської дифузії частинок. З таблиці 3.8 видно, що коефіцієнт броунівської дифузії має достатньо суттєві значення тільки для частинок розміром менше 1мкм.

Відповідь: коефіцієнт броунівської дифузії має достатньо суттєві значення тільки для частинок розміром менше 1мкм.

Приклад 3.9

Частинки пилу малих розмірів беруть участь в броунівському русі - безладному хаотичному переміщенні частинок під дією ударів молекул.

Знайти коефіцієнт дифузії переміщення частинки в броунівському русі та відношення броунівського зміщення частинок до швидкості їх осадження за даними таблиці 3.2 у залежності від діаметру частинок.

Таблиця 3.2 - Швидкості осадження і броунівського зміщення частинок

Діаметр частинок, $d_{ч}$, мкм	Критерій Рейнольдса	Швидкість осадження, см/с	Броунівське зміщення за 1 с, см
20	13,2	1,2	$1,54 \cdot 10^{-4}$
6	0,366	0,11	$2,84 \cdot 10^{-4}$
2	$1,43 \cdot 10^{-2}$	$1,3 \cdot 10^{-2}$	$5,07 \cdot 10^{-4}$
0,6	$4,62 \cdot 10^{-2}$	$1,39 \cdot 10^{-3}$	$1,0 \cdot 10^{-3}$
0,2	$2,45 \cdot 10^{-5}$	$2,23 \cdot 10^{-4}$	$2,1 \cdot 10^{-3}$
0,06	$1,37 \cdot 10^{-6}$	$4,16 \cdot 10^{-5}$	$5,5 \cdot 10^{-3}$
0,02	$1,26 \cdot 10^{-7}$	$1,14 \cdot 10^{-5}$	$1,06 \cdot 10^{-2}$

Густина - $1 \text{ г} / \text{см}^3$, абсолютна температура - 293 К, в'язкість повітря $1,82 \cdot 10^{-4}$ пуаз.

Розв'язання:

Відповідно до рівняння Ейнштейна переміщення частинки в броунівському русі Δx :

$$\Delta x = \sqrt{2Dt}$$

де D - коефіцієнт дифузії частинки, що характеризує інтенсивність броунівського руху, $\text{м}^2 / \text{с}$; t - час (с).

Чим менше розмір частинки, тим більшу роль в її переміщенні має броунівський рух.

Із зменшенням розміру частинок швидкість осадження різко знижується і зростає броунівське зміщення. Для частинок розміром 0,05 ... 0,02 мкм воно вже на два - три порядки перевищує шлях частинки при вільному падінні. Тому високодисперсні аерозольні частинки практично не осідають, а переміщуються при броунівському русі в будь-якому напрямку.

Відповідь: Для частинок розміром 0,05 ... 0,02 мкм броунівське зміщення на два - три порядки перевищує шлях частинки при вільному падінні.

Приклад 3.10

Провести розрахунки параметрів відстійника для очищення стічної води від дисперсних частинок діаметром 5 мкм з густиною $\rho = 2 \cdot 10^3 \text{ кг} / \text{м}^3$ при температурах 273К та 323К. Знайти швидкість потоку води уздовж апарату, якщо відомо, що довжина каналу $L = 48 \text{ м}$.

Розв'язання:

Для очищення стічної води час перебування її в апараті має бути більше часу осадження частинок критичного діаметра $d_{кр}$ або в межі часу,

необхідному для осадження їх на дно апарату із заданої висоти. Тобто, для розрахунків осадження частинок з діаметром більше критичного користуємося моделлю стоксівського осадження. Вважаючи, що висота шару освітленої води $H=2\text{м}$, знайдемо час осідання частинок діаметром 5 мкм з густиною $\rho = 2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ при температурах 273К та 323К .

Час повного осадження частинок дорівнює

$$\tau = h/V_s$$

При температурі $T=273\text{ К}$ час осідання $\tau_{273} = 250 \cdot 10^3 \text{ с} = 69\text{ годин}$, а при $T=323\text{ К}$ час осідання $\tau_{323} = 40 \cdot 10^3 = 22\text{ години}$, тобто у 3 рази менше.

Знайдемо швидкість потоку стічної води уздовж апарату, якщо відомо, що довжина каналу $L=48\text{ м}$. Швидкість потоку стічної води уздовж апарату, дорівнюватиме

$$v_{n273} = \frac{L}{\tau_{273}} = \frac{48}{69} = 0,7 \text{ м/год}, \text{ а } v_{n323} = \frac{48}{22} = 2,2 \text{ м/год}$$

Розрахунки показують, що сезонні або кліматичні температурні зміни помітно впливають на режим роботи відстійників, швидкість якої має змінюватися у 3 рази.

Відповідь: $v_{n273} = \frac{L}{\tau_{273}} = \frac{48}{69} = 0,7 \text{ м/год}$, $v_{n323} = \frac{48}{22} = 2,2 \text{ м/год}$ Час осідання частинок у гравітаційних системах при підвищенні температури на 50 К скорочується майже у 3 рази.

Приклад 3.11

Тіло, рухаючись у воді, уповільнює свій рух під впливом опору води, який пропорційний швидкості тіла. Початкова швидкість тіла $1,5\text{ м/с}$, через 4 сек. швидкість його стає 1 м/с . За який час швидкість зменшиться до 1 см/сек ? Який шлях може пройти тіло до зупинки?

Розв'язання:

Запишемо рівняння руху:

$$\frac{dv}{dt} = kv$$

Інтеграл рівняння

$$\int_{v_0}^v \frac{dv}{v} = k \int_0^t dt$$

$$\ln \frac{v}{v_0} = kt$$

Підставимо в отримане рівняння дані задачі:

$$\ln \frac{1}{1,5} = k \cdot 4$$

Звідси

$$k = \frac{\ln 1 - \ln 1,5}{4} = \frac{\ln \frac{2}{3}}{4}$$

Швидкість

$$v(t) = \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{t}{4}-1}$$

Знайдемо час, за який швидкість зменшиться до 1 см/с

$$v(t)=0,001 \text{ при } t=4\left(\frac{2}{\lg 1,5} + 1\right) \approx 50 \text{ с, путь } S = \frac{6}{\ln 1,5} \approx 15 \text{ м}$$

Відповідь: швидкість зменшиться до 1 см/с за час 50 секунд ; шлях, який може пройти тіло до зупинки $S=15$

Приклад 3.12

Розрахувати середнє броунівське зміщення дисперсних частинок суспензії Δx у воді і коефіцієнти дифузії їх у воді

Розв'язання:

Розрахунки середнього броунівського зміщення частинок Δx і коефіцієнтів дифузії проведемо за класичною теорією Смолуховського, що описує тепловий хаотичний рух дисперсних частинок у рідині чи в газі:

$$\Delta x^2 = \frac{2RTt}{6\pi\eta N_A \cdot r}, \quad (3.12)$$

де Δx – середнє зміщення частинки за час t ; η - коефіцієнт в'язкості середовища; r - радіус частинки; T - температура в K^0 ; N_0 - число Авогадро ($N_A=6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹); R - універсальна газова стала.

За формулою Ейнштейна для теплового руху броунівських частинок

$$\Delta x = \sqrt{2Dt}, \quad (3.13)$$

де D – коефіцієнт дифузії частинок, які перебувають у броунівському русі, t – час, за який відраховується зміщення Δx .

З порівняння формул (3.12) та (3.13) може бути знайдено коефіцієнт дифузії

$$D = \frac{RT}{3\pi\eta N_A d} \quad , \quad (3.14)$$

де $d = 2r$ - діаметр частинок.

В таблиці 3.1 приведені дані розрахунків коефіцієнта броунівської дифузії частинок. З таблиці 3.1 видно, що коефіцієнт броунівської дифузії має достатньо суттєві значення тільки для частинок розміром менше 1мкм.

Приклад 3.13

В процесі сепарації рідини її наливають в циліндричну судину, яку потім обертають з постійною кутовою швидкістю ω . Показати, що відкрита поверхня рідини, що знаходиться під постійним тиском, набуде форми параболоїда обертання.

Розв'язання:

Розглянемо невеликий елемент об'єму рідини поблизу поверхні. Його потенційна енергія на одиницю об'єму дорівнює

$$V = \rho g y - \frac{\rho \omega^2 x^2}{2}$$

Рівняння поверхні отримаємо, прирівнявши потенційну енергію константі (у разі через спеціального вибору початку координат ця константа дорівнює нулю). Отже,

$$y = \frac{\omega^2 x^2}{2g}$$

Відповідь: рівняння свідчить, що $y \sim x^2$, тобто поверхня рідини утворює параболоїд.

Приклад 3.14

Знайти, як залежить швидкість осадження дисперсних частинок у воді від їх діаметра.

Розв'язання:

Розглянемо стоксівський гравітаційний механізм осадження (спливання) дисперсних частинок.

На завислу у воді частинку діаметра d_c діють сила тяжіння, яка спрямована вертикально донизу:

$$G = m_c \cdot g = \pi \cdot \frac{d_c^3}{6} \cdot \rho_c \cdot g \quad (3.15)$$

та відштовхувальна (архімедова) сила, що дорівнює вазі рідини в об'ємі частинки і спрямована, відповідно, вертикально вгору,

$$A = mg = \pi \rho_0 g d_c^3 / 6 \quad , \quad (3.16)$$

де ρ_0 - густина води.

Рівнодіюча цих двох сил дорівнює

$$G - A = \pi \frac{d_q^3}{6} g (\rho_q - \rho_0), \quad (3.17)$$

де ρ_q - густина речовини частинки.

Швидкість осадження v_s визначається із умови рівності цієї рівнодіючої сили та сили опору водного середовища:

В якості сили опору виберемо відому силу Стокса F_c . Вона дорівнює:

$$F_c = 6\pi\eta r v. \quad (3.18)$$

Відповідну швидкість стоксівської седиментації v_s знаходимо за формулою

$$v_s = \frac{gd^2(\rho_q - \rho_0)}{18\eta}, \quad (3.19)$$

Відповідь: швидкість стоксівської седиментації пропорційна квадрату діаметра частинок.

Задачі до самостійного розв'язання

3.1 При відстоюванні стічних вод витрата їх складає 25000 м³ / добу. Якою повинна бути глибина відстійника, якщо відомо, що швидкість потоку стічної води уздовж апарату дорівнює 1 м / с; В - ширина відстійника дорівнює 5 м, довжина каналу L= 40 м.

3.2 Знайти швидкість W гравітаційного осадження дисперсної частинки діаметром $d = 10$ мкм у воді. Густина речовини частинки - 2 г / см³, абсолютна температура - 293 К, в'язкість води(див.довідник).

3.3 Знайти швидкість W гравітаційного осадження дисперсної частинки діаметром $d = 20$ мкм у воді. Густина речовини частинки - 3 г / см³, абсолютна температура - 293 К, в'язкість води(див.довідник).

3.4 Знайти швидкість спливання дисперсної частинки діаметром $d = 60$ мкм у воді. Густина речовини частинки - 0,5 г / см³, абсолютна температура - 293 К.

3.5 Кулька спливає з постійною швидкістю в рідині, щільність якої в 4 рази більша за щільність матеріалу кульки. У скільки разів сила тертя, що діє на спливаючу кульку, більша за вагу цієї кульки?

3.6 Сталева кулька діаметром 1мм падає з постійною швидкістю 0,185 см/с у посудині, наповненою олією. Знайти в'язкість олії.

3.7 Суміш свинцевих дробинок діаметром 3 мм і 1 мм опустили в бак із гліцерином глибиною 1 м. На скільки пізніше впадуть на дно дробинки меншого діаметра порівняно з дробинками більшого діаметра? Динамічна в'язкість при температурі досвіду $1,47 \text{ Па} \cdot \text{с}$

3.8 Коркова кулька радіусом 5 мм спливає в посудині, наповненій касторовою олією. Чому дорівнюють динамічна і кінематична в'язкості олії в умовах досвіду, якщо кулька спливає з постійною швидкістю $3,5 \text{ см/с}$?

3.9 Сталева кулька падає в широкій посудині, наповненій трансформаторною олією, щільність якої $\rho=900 \text{ кг/м}^3$ і динамічна в'язкість $0,8 \text{ Пас}$. Вважаючи, що закон Стокса має місце при $Re \leq 0,5$ (якщо при обчисленні Re у якості величини D взяти діаметр кульки), знайти граничне значення діаметра кульки.

3.10 У дні циліндричної судини є круглий отвір діаметром $d=1$ див. Діаметр судини $D=0,5$ м. Знайти залежність швидкості v зниження рівня води в посудині від висоти цього рівня. Знайти чисельне значення цієї швидкості висоти $h=0,2$ м.

3.11 При відстоюванні стічних вод витрата їх складає $20000 \text{ м}^3 / \text{добу}$. Якою повинна бути швидкість потоку стічної води уздовж апарату, якщо відомо, що глибина відстійника дорівнює 4 м ; B - ширина відстійника дорівнює 5 м , довжина каналу $L=40 \text{ м}$.

3.12 Знайти швидкість $W_{\text{ч}}$ гравітаційного осадження дисперсної частинки діаметром $d=20 \text{ мкм}$ у воді. Густина речовини частинки - 3 г/см^3 , абсолютна температура - 293 К , в'язкість води (див. довідник).

3.14 Знайти швидкість спливання дисперсної частинки діаметром $d=60 \text{ мкм}$ у воді. Густина речовини частинки - $0,5 \text{ г/см}^3$, абсолютна температура - 293 К .

3.15 У скільки разів швидкість спливання дисперсної частинки діаметром $d=150 \text{ мкм}$ у воді більше швидкості спливання такої ж частинки діаметром 50 мкм ? Густина речовини частинки - $0,5 \text{ г/см}^3$, абсолютна температура - 293 К .

Розділ 4 Енергетичне забруднення довкілля. Небезпечні енергетичні випромінювання. Іонізуюче випромінювання. Радіоактивність

Енергетичні випромінювання – теплові, звукові, ядерне, електромагнітні, серед яких рентгенівське та гамма-випромінювання, взаємодіючи з речовиною, здійснюють на неї певний вплив.

Радіаційне забруднення. Захист від радіації. Радіометрія - сукупність методів вимірювання величин, що характеризують швидкість радіоактивного розпаду речовини. До таких величин відносять активність, об'ємну активність, питому масову активність. Прилади для вимірювання цих величин називаються радіометрами.

Види радіоактивного розпаду: α - розпад, β - розпад, γ - випромінювання, спонтанний поділ важких ядер, а також протонна радіоактивність.

Закон радіоактивного розпаду має експоненціальний характер

$$N = N_0 \cdot e^{-\lambda t}, \quad (4.1)$$

де N і N_0 - кількість радіоактивних ядер в момент часу t і початкова їх кількість відповідно, λ - константа розпаду.

Стала розпаду λ , яка входить до закону радіоактивного розпаду, має імовірнісний зміст.

Активність a - це швидкість радіоактивного розпаду.

$$a = -\frac{dN}{dt} = \lambda \cdot N. \quad (4.2)$$

Одиниця активності в системі SI - 1 Бк = 1 розпад/с.

Позасистемна одиниця 1 Ки = $3.7 \cdot 10^{10}$ Бк. (1 Бк - 1 Бекерель, 1 Ки - 1 Кюрі).

Період піврозпаду $T_{1/2}$ - це час, за який розпадається половина початкової кількості ядер

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}. \quad (4.3)$$

З поняттям активності пов'язане поняття питомої активності. Питома активність q - це відношення активності радіоактивної речовини до її маси m

$$q = \frac{a}{m}, \quad (4.4)$$

За даними вимірювання питомої активності можна визначити період піврозпаду речовини. Якщо радіоактивний ізотоп A помістити в зачинену

посудину, і в цій посудині в результаті розпаду ізотопу А утвориться радіоактивний ізотоп В, то через достатньо великий час кількість ізотопу В може бути визначена з співвідношення

$$N_A \cdot \lambda_A = N_B \cdot \lambda_B \quad (4.5)$$

Це співвідношення є умовою радіоактивної рівноваги. Ізотоп В при розпаді утворює інший радіоактивний ізотоп С і т.д. Таким чином утворюється ланцюжок або ряд радіоактивних елементів.

З формул (4.2) і (4.3) витікає

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2 \cdot N}{a} \quad (4.6)$$

Кількість радіоактивних ядер дорівнює

$$N = N_A \cdot \frac{m}{M}, \quad (4.7)$$

де N_A - число Авогадро, M - молярна маса.

Отже з формул (4.6) і (4.7) можна знайти період піврозпаду

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2 \cdot N_A}{M \cdot q} \quad (4.8)$$

Для визначення вмісту радіонуклідів у об'єктах досліджень використовується **питома активність**.

Для будь-якого нукліда можна розрахувати його питому активність q (Бк/кг) користуючись двома, як правило відомими показниками: масовим числом A та періодом напіврозпаду $T_{1/2}$ (с).

Якщо маса проби дорівнює молярній M (кг/моль), $m = M$, отримуємо

$$q = \frac{a_M}{M}, \quad (4.9)$$

де a_M - активність 1 моля речовини (Бк/моль) (тобто активність $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ ядер ізотопу). Зауважимо, що у загальному випадку для активності проби a довільної маси m , виконуються наступні співвідношення

$$a = a_M \nu, \quad m = M \nu,$$

де ν - кількість речовини у пробі (моль).

З закону радіоактивного розпаду

$$a_M = \lambda N_A. \quad (4.10)$$

Таким чином

$$q = \frac{N_A \ln 2}{T_{1/2} M} . \quad (4.11)$$

Враховуючи $A \approx M$, остаточно отримуємо

$$q = \frac{N_A \ln 2}{T_{1/2} A} . \quad (4.12)$$

Співвідношення (4.12) дозволяє знайти питому активність хімічного елемента, який складається із суміші ізотопів:

$$q_e = \frac{\sum_i \omega_i q_i}{100} , \quad (4.13)$$

де ω_i - вміст i -го ізотопу у суміші (%). У найпростішому випадку хімічний елемент має лише один радіоактивний ізотоп. Тоді вираз (4.13) суттєво спрощується

$$q_e = \frac{\omega_1 q_1}{100} . \quad (4.14)$$

Прикладом елемента, що містить у природній суміші ізотопів один радіоактивний - є калій. А саме, вагова частка радіоактивного калію-40 (^{40}K) складає 0,01%. У деяких елементах радіоізотопу значно більше ніж стабільних: ^{115}In міститься близько 95% у природній суміші! Але внаслідок великого періоду напіврозпаду їх питома активність дуже мала і тому розташована за межами чутливості приладів.

Якщо проба складається із суміші різних речовин, для розрахунку питомої активності такої проби q_0 (Бк/кг) треба ще врахувати частку елемента c (%) у ній:

$$q_0 = \frac{c q_e}{100} . \quad (4.15)$$

Основні методи захисту від радіації - захист відстанню, захист екранами.

Приклади розв'язання задач

Приклад 4.1

Визначити початкову активність A_0 радіоактивного препарату магнію $^{27}_{12}\text{Mg}$ масою $m = 0.2$ мкг, а також його активність A через 6 годин.

$$m = 0.2 \text{ мкг} = 2 \cdot 10^{-8} \text{ кг}$$

$$T_{1/2} = 10 \text{ хв} = 600 \text{ с}$$

$$T = 6 \text{ год} = 2.16 \cdot 10^4 \text{ с}$$

$$A_0 = ? \quad A = ?$$

Розв'язання:

Активність A ізотопу характеризує швидкість розпаду:

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t}.$$

Для початкової активності $t = 0$, тобто $A_0 = \lambda N_0$.

$$\lambda = (\ln 2) / T_{1/2}.$$

Число радіоактивних ядер : $N = mN_A/\mu$, N_A - число Авогадро, μ - молярна маса. В таблицях знайдемо період напіврозпаду та молярну масу, таким чином отримаємо: початкова активність препарату

$$A_0 = \frac{m \cdot \ln 2 \cdot N_A}{\mu T_{1/2}};$$

його активність через час t :

$$A = \frac{m \cdot \ln 2 \cdot N_A}{\mu T_{1/2}} \exp\left(-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t\right);$$

$$\mu = 27 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}; N_A = 6.02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

$$A_0 = \frac{2 \cdot 10^{-10} \cdot 0.693 \cdot 6.02 \cdot 10^{23}}{27 \cdot 10^{-3} \cdot 600} = 5.13 \cdot 10^{12} \text{ Бк.}$$

$$A_0 = \frac{2 \cdot 10^{-10} \cdot 0.693 \cdot 6.02 \cdot 10^{23}}{27 \cdot 10^{-3} \cdot 600} \exp(-0.693 \cdot 2.16 \cdot 10^4 / 600) = 81.3 \text{ Бк.}$$

Відповідь: початкова активність A_0 дорівнює 81.3 Бк.

Приклад 4.2

Знайти питому активність радіоактивного ізотопу за даними значеннями періоду його напіврозпаду $T_{1/2}$ (таблиця 4.1).

Таблиця 4.1

Варіант №	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ізотоп	Sr ⁹⁰	I ¹³¹	Cs ¹³⁷	C ¹⁴	Po ²¹⁰	Rn ²²²	Ra ²²⁶	U ²³⁵	U ²³⁸	Pu ²⁴²
T _{1/2}	28 років	8 діб	30 років	5730 років	138 діб	3,82 діб	1590 років	7·10 ⁸ років	4,5·10 ⁹ років	3,8·10 ⁵ років

Розв'язання:

Період напіврозпаду $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$, де λ - постійна розпаду.

Питома активність

$$q = \frac{a}{m},$$

де a - активність, m - маса ізотопу.

$$a = \lambda \cdot N,$$

де N – кількість радіоактивних ядер.

Звідси

$$q = \frac{\ln 2 \cdot N_A}{A \cdot T_{1/2}}.$$

де N_A - число Авогадро, q –питома активність, A – атомна маса

Підставляючи в останню формулу значення періоду напіврозпаду, які наведені у таблиці, знаходимо питому активність.

Приклад 4.3

Визначити період напіврозпаду цезію 137 за даними вимірювання питомої активності ізотопів q , Бк/кг, яка дорівнює $3,2 \cdot 10^{15}$ Бк/кг.

Розв'язання:

Період напіврозпаду визначається формулою 4.6

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2 \cdot N}{a},$$

де $N = N_A \cdot \frac{m}{M}$,

N_A - число Авогадро, M - молярна маса.

Отже $T_{1/2} = \frac{\ln 2 \cdot N_A}{M \cdot q} = 30$ років.

Відповідь: 30 років.

Приклад 4.4

Внаслідок радіоактивного розпаду уран 238 перетворюється в ізотоп свинцю 206. Скільки альфа- та бетта-розпадів відбувається при цьому?

Розв'язання:

Кількість альфа-розпадів дорівнює

$$n_{\alpha} = \frac{\Delta A}{4} = \frac{238 - 206}{4} = 8,$$

кількість бетта-розпадів дорівнює

$$n_{\beta} = 2n_{\alpha} - \Delta Z = 2 \cdot 8 - (92 - 82) = 6$$

Відповідь: $n_{\alpha} = 8$, $n_{\beta} = 6$.

Приклад 4.5

Розрахувати активність води на відстані $X=5$ км від місця викиду змуленого радіонукліда в річку. Активність радіонукліда на місці викиду дорівнює 500 Бк/л. Швидкість річки $U=0,5$ М/с. Константа осадження частинок $b=5 \cdot 10^{-5} c^{-1}$, константа розпаду $\lambda = 10^{-4} c^{-1}$.

Розв'язання:

Радіаційна активність води пропорційна концентрації радіонукліда у воді. Тому на відстані X від місця викиду активність A води дорівнює

$$A = A_0 \cdot e^{-\frac{X}{U}(b+\lambda)} = 112 \cdot 10^3 \text{ Бк / м}^3$$

Відповідь: активність води дорівнює 112 тисяч Бк/м³

Приклад 4.6

Визначити питому активність ізотопів q , Бк/кг цезію 137 за даними періоду його напіврозпаду, який дорівнює 30 років

Розв'язання:

Період напіврозпаду визначається формулою 4.6

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2 \cdot N}{a},$$

де $N = N_A \cdot \frac{m}{M}$,

N_A - число Авогадро, M - молярна маса.

Отже $q = \frac{\ln 2 \cdot N_A}{M \cdot T_{1/2}} = 3,2 \cdot 10^{15} \text{ Бк/кг}$.

Відповідь: $3,2 \cdot 10^{15} \text{ Бк/кг}$.

Задачі до самостійного розв'язання

4.1 Активність 5 г ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ дорівнює 10 Кі. Знайти період напіврозпаду цього ізотопу, порівняти з табличним значенням.

4.2 Активність 1г ${}^{226}_{88}\text{Ra}$ дорівнює 1 Кі. Знайти період напіврозпаду цього ізотопу, порівняти з табличним значенням.

4.3 Визначити початкову активність препарату ^{210}Po , якщо за період - частинки з кінетичною енергією 5,30 MeV).

4.4 Визначити енергію α -частинок, що виникають у процесі радіоактивного розпаду ядер $^{148}_{84}\text{Po}$.

4.5 α -частинка зіткнулась з ядром бора $^{10}_5\text{B}$, внаслідок такої ядерної реакції утворились два нових ядра. Одним з них є ядро водню. Визначити друге ядро та енергетичний ефект реакції.

4.6 Яке ядро утвориться після послідовних двох α -, β - та γ - розпадів?

4.7 У закритому сосуді знаходиться 1.5 г радію. Яка кількість радону накопичиться у ньому за час, що дорівнює періоду напіврозпаду радону?

4.8 Яка кількість радію знаходиться у закритому сосуді. Через який час кількість атомів радону в ньому буде відрізнятись на 10% від початкового?

4.9 Кінетична енергія α -частинки, що вилітає з ядра атома радію дорівнює 4.78 MeV. Знайти: 1) швидкість α -частинки, 2) повну енергію, що виділяється при виліті α -частинки.

4.10 Яку кількість тепла виділяє 1 Кі радону 1) за годину, 2) за середній час життя, якщо кінетична енергія вилітаючої α -частинки дорівнює 5.5 MeV.

4.11 1 г урану $^{238}_{92}\text{U}$ у рівновазі з продуктами розпаду виділяє 0.107 мкВт. Знайти повну кількість тепла, що виділяє 1г урану за середній час свого життя.

4.12 При бомбардуванні ^7_3Li протонами утворюються дві α – частинки. Енергія кожної з них у момент їх утворення дорівнює 9.15 MeV. Чому дорівнює енергія бомбардуючих протонів?

4.13 Визначити константу розпаду λ за даними вимірювання питомої активності ізотопів $q, \text{Бк/кг}$ (таблиця 4.2)

Таблиця 4.2

Варіант №	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ізотоп	Ca^{45}	Sr^{90}	Cs^{137}	I^{131}	C^{14}	Po^{210}	Rn^{222}	Ra^{226}	U^{235}	U^{238}
$q, \text{Бк/кг}$	6,6 $\cdot 10^{17}$	5,2 $\cdot 10^{15}$	3,2 $\cdot 10^{15}$	4,6 $\cdot 10^{18}$	1,6 $\cdot 10^{14}$	1,6 $\cdot 10^{17}$	5,7 $\cdot 10^{18}$	3,6 $\cdot 10^{13}$	7,9 $\cdot 10^7$	1,2 $\cdot 10^7$

4.14 Знайти скільки α - і β - розпадів відбувається при перетвореннях радіонукліда 1 в радіонуклід 2, що приведені в таблиці 4.3. Визначити до яких радіоактивних рядів належать ці радіонукліди.

Таблиця 4.3

Варіант №	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Р/нуклід 1	U^{238}	Th^{229}	U^{235}	Rn^{219}	Ra^{228}	Po^{216}	Th^{212}	U^{233}	U^{238}	Np^{237}
Р/нуклід 2	Po^{210}	Po^{213}	Pb^{212}	Bi^{207}	Pb^{208}	Pb^{208}	Rn^{220}	Bi^{213}	Rn^{222}	Bi^{209}

4.15 За даними в таблиці 4.1 знайти, скільки атомів радіоактивного елементу розпадеться на протязі часу $\Delta t = 1$ доба з $N = 10^6$ атомів.

Розділ 5 Проходження заряджених частинок іонізуючого випромінювання крізь речовину. Іонізація. Радіаційні втрати енергії

Для кожного з видів іонізуючого випромінювання характерні свої особливі фізичні механізми взаємодії з речовиною. При цьому процес взаємодії можна розглядати з двох боків. По-перше, досліджується, що відбувається з іонізуючим випромінюванням при проходженні крізь речовину, а по-друге, стає питання, що відбувається з речовиною, крізь яку проходить випромінювання (іонізація, порушення кристалічної решітки, наведена активність і т.д.).

При проходженні заряджених частинок іонізуючого випромінювання (наприклад, α -частинок або β -частинок), основні механізми цього процесу полягають в іонізації та збудженні атомів речовини. Іонізаційні втрати таких частинок визначають за формулою Бора

$$-\frac{dE}{dx} = \frac{2\pi \cdot Z^2 \cdot e^4 \cdot n \cdot M}{E \cdot m} \cdot \ln \frac{2m \cdot E}{I \cdot M}, \quad (5.1)$$

де E , M - енергія та маса частинки, m - маса електрона в атомі, $I = 13,5 \text{ eV}$ - середній іонізаційний потенціал.

У випадку взаємодії з речовиною важких заряджених частинок (протонів, альфа-частинок) найбільшу ймовірність мають 2 основних механізми - іонізація, збудження атомів і молекул та 2 протилежних зворотних процеси - рекомбінація іонів з вільними електронами та висилання фотонів при поверненні збуджених атомів і молекул в основний стан.

Для взаємодії легких заряджених частинок з речовиною характерним є ще один механізм процесу - гальмівне випромінювання.

Це випромінювання обумовлює радіаційні втрати енергії легких частинок.

Для β - частинок з енергією декілька МеВ відношення радіаційних втрат енергії до іонізаційних втрат η дорівнює

$$\eta = \frac{E_m \cdot Z}{800}, \quad (5.2)$$

де E_m - максимальна енергія (МеВ) β - частинок, Z - атомний номер елемента речовини, у якій рухається β - частинка. При певній енергії радіаційні втрати дорівнюють іонізаційним. Ця енергія називається *критичною* $E_{кр}$

$$E_{кр} = \frac{800}{Z}. \quad (5.3)$$

Пробіг R - це мінімальна товщина шару речовини, що затримує частинки іонізуючого випромінювання.

Масовий пробіг R_m - це добуток лінійного пробігу R на густину речовини, що поглинає частинки

$$R_m = \rho \cdot R. \quad (5.4)$$

Для визначення пробігу існує ряд емпіричних формул. Так, наприклад, для моноенергетичних електронів максимальний масовий пробіг дорівнює

$$R_m = 0,526 \cdot E(\text{MeV}) - 0,24, \text{ г/см}^2. \quad (5.5)$$

Усі легкі заряджені частинки іонізуючого випромінювання, що гальмуються, стають джерелами електромагнітного випромінювання, енергія цього випромінювання пропорційна прискоренню у четвертому степені. Тому таке випромінювання треба враховувати для легких заряджених частинок, але ним можна знехтувати для важких. Втрати на це випромінювання у речовині прийнято називати радіаційними.

Питомі радіаційні втрати на одиницю пройденого частинкою шляху пропорційні енергії. Коефіцієнт пропорційності має розмірність $1/\text{см}$. Обернену величину цього коефіцієнта (визначимо його літерою l_0) називають радіаційною довжиною.

Радіаційні лінійні втрати енергії можна записати у вигляді

$$\left(-\frac{dE}{dx} \right)_{\text{рад.}} = \frac{E}{l_0}, \quad (5.6)$$

де l_0 – радіаційна довжина. Розв'язавши це рівняння відносно енергії, можна отримати

$$E = E_0 \exp(-x / l_0). \quad (5.7)$$

З цього виразу зрозуміло, який зміст має радіаційна довжина - це відстань, на якій енергія іонізуючої частинки в речовині зменшується в e раз, тобто майже втричі. Ця довжина залежить тільки від порядкового номера атомів речовини та густини електронів в ньому, вона визначається формулою

$$l_0 = \frac{4.31 \cdot 10^{26}}{n_e \cdot Z \cdot \ln(183 / Z^{1/3})} (\text{см}). \quad (5.8)$$

Послаблення потоку β -частинок з суцільним спектром відбувається за експоненціальним законом

$$J = J_0 e^{-\mu x}, \quad (5.9)$$

де μ – масовий коефіцієнт послаблення в одиницях $\text{см}^2/\text{г}$; x – товщина захисту в $\text{г}/\text{см}^2$. Масовий коефіцієнт в алюмінії визначається емпіричною формулою

$$\mu = 22/E_{\text{макс.}}^{1.33}, \text{ см}^2/\text{г} \quad (0.5 \leq E_{\beta} \leq 6 \text{ MeV}).$$

Шар половинного послаблення β -частинок в алюмінії

$$\Delta_{1/2} = 0,032E_{\beta}^{1,33} \text{ (г/см}^2\text{)} \quad (5.10)$$

Можна оцінити іонізаційні здатності чи питому іонізацію (кількість іонних пар, що утворюються на одиницю довжини пробігу частинки). Оскільки енергія, що затрачується в середньому на утворення однієї пари іонів w , мало залежить і від енергії пролітаючої частинки, і від сорту поглинаючої речовини (вона дорівнює приблизно 33eV), то лінійна густина іонізації (питома іонізація) – кількість пар іонів, що були утворенні випромінюванням на одиниці шляху, дорівнює

$$i = \frac{dE/dx}{w}. \quad (5.11)$$

Повна іонізація J – кількість пар іонів, які були утворені на всьому шляху випромінювання у речовині, визначається виразом

$$J = E/w.$$

Поглинаючу дію речовини характеризують лінійним та масовим пробігами, а також величиною шару половинного послаблення. Лінійний пробіг R – шлях, що проходить частинка до повної зупинки, чи мінімальна товщина поглинача, яка потрібна для повного поглинання іонізуючого випромінювання. Вона залежить від природи поглинача та його стану, а також від типу та енергії випромінювання.

Пробіг збільшується з ростом енергії іонізуючих частинок, він пропорційний її масі та обернено пропорційний квадрату її заряду.

Масовий пробіг – пробіг частинки в одиниці маси, він вимірюється в грамах на квадратний сантиметр і пов'язаний лінійним співвідношенням:

$$R_m = \rho R.$$

На практиці часто користуються емпіричними формулами для пробігу іонізуючих частинок у речовині.

Наприклад, пробіг α -частинки в повітрі можна розрахувати за емпіричною наближеною формулою

$$R_{\alpha}^{\text{пов.}} = 0.31 \cdot E^{3/2} \text{ (см)} \quad (5.12)$$

Для пробігу у речовині з масовим числом A інша відома емпірична формула дає

$$R_m = 0.56 R_{\text{пов}} A^{1/3} \text{ (в одиницях мг/см}^2\text{)}. \quad (5.13)$$

Приклади розв'язання задач

Приклад 5.1

У скільки разів пробіг у повітрі α -частинок, що випромінюються ${}^{239}_{94}\text{Pu}$, більше пробігу α -частинок від ${}^{238}_{92}\text{U}$.

Розв'язання:

У таблиці знайдемо періоди напіврозпадів ядер:

$$T_{1/2}(\text{Pu}) = 2 \cdot 10^4 \text{ років} = 2 \cdot 10^4 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ сек.} = 6.31 \cdot 10^{10} \text{ сек.}$$

$$T_{1/2}(\text{U}) = 4.5 \cdot 10^9 \text{ років} = 1.42 \cdot 10^{16} \text{ сек.}$$

За формулою Гейгера-Неттола:

$$E = \left(\frac{D}{\lg T_{1/2} - C} \right)^2$$

визначимо енергію α -частинок, що випромінюються:

$$E_{\alpha}(\text{Pu}) = 5.15 \text{ MeV};$$

$$E_{\alpha}(\text{U}) = 4.18 \text{ MeV}.$$

За формулою для пробігів α -частинок у повітрі:

$$R_{\alpha}(\text{Pu}) = 0.31 \sqrt{E_{\alpha}^3} = 0.31 \sqrt{5.15^3} \approx 3.6 \text{ см.}$$

$$R_{\alpha}(\text{U}) = 0.31 \sqrt{4.18^3} = 0.31 \cdot 8.55 = 2.6 \text{ см.}$$

Звідси

$$R(\text{Pu})/R(\text{U}) = 3.6/2.6 = 1.4 \text{ рази.}$$

Відповідь: 1.4 рази.

Приклад 5.2

Знайти відношення лінійних іонізаційних втрат енергії α -частинки та протона з однаковими кінетичними енергіями 5 MeV в азоті.

$$M_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

$$M_{\alpha} = 4 M_p$$

$$Z = 7$$

$$E = 5 \text{ MeV} = 5 \cdot 10^6 \text{ eV.}$$

$$L_{\alpha}/L_p = ?$$

Розв'язання:

Відношення лінійних втрат можна знайти, враховуючи що енергії у частинок однакові.

Отримаємо:

$$\frac{L_\alpha}{L_p} = \frac{B_\alpha \ln \frac{2Em}{4M_p I}}{B_p \ln \frac{2Em}{4M_\alpha I}} = \frac{16 \ln \frac{5 \cdot 10^6}{2 \cdot 1840 \cdot 94.5}}{\ln \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^6}{1840 \cdot 94.5}} = 10.5$$

Таким чином при такої енергії перевищують іонізаційні втрати.

Зверніть увагу, що при розрахунку було враховано, що відношення маси протона до маси електрона $M_p/m_e = 1840$. Потенціал іонізації азоту за формулою:

$$I(Z) = 13.5 \cdot Z \text{ eV} = 13.5 \cdot 7 \text{ eV} = 94.5 \text{ eV}.$$

Під знаком логарифму стоїть відношення енергетичних величин: E та I , вони обидві були визначені в eV.

Відповідь: 10,5

Приклад 5.3

У скільки разів відрізняються енергетичні втрати протонів та K^+ -мезонів з кінетичною енергією $T = 100 \text{ MeV}$ у алюмінієвій фользі товщиною 1 мм ?

Розв'язання:

Величина питомих іонізаційних втрат енергії $\frac{dT}{dx}$ для важких заряджених частинок (за умов $E \ll \frac{Mc^2}{m_e}$), де M і m_e – маси важкої частинки і електрона, визначається співвідношенням

$$-\frac{dT}{dx} = 3,1 \cdot 10^5 \frac{Zz^2 d}{A\beta^2} \left(11,2 + \ln \frac{\beta^2}{Z(1-\beta^2)} - \beta^2 \right), \frac{\text{eB}}{\text{см}},$$

де z – заряд частинки, $\beta = \frac{v}{c}$ (v – швидкість частинки), Z , A – заряд і масове число ядер речовини середовища, d – густина речовини середовища в $\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Так як заряди протона і K^+ -мезона однакові, співвідношення втрат

буде залежати тільки від швидкостей частинок, а точніше від $\beta^2 = \frac{v^2}{c^2}$:

$$\begin{aligned} \left(-\frac{dT_p}{dx} / -\frac{dT_{K^+}}{dx} \right) &= \\ &= \frac{\beta_{K^+}^2}{\beta_p^2} \left(\left(11,2 + \ln \frac{\beta_p^2}{Z_{Al}(1-\beta_p^2)} - \beta_p^2 \right) / \left(11,2 + \ln \frac{\beta_{K^+}^2}{Z_{Al}(1-\beta_{K^+}^2)} - \beta_{K^+}^2 \right) \right) \end{aligned}$$

$$\text{Повна енергія частинки } E = T + mc^2 = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

$$\text{звідки } \frac{T}{mc^2} + 1 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \text{ и } \beta^2 = \frac{T^2/m^2c^4 + 2T/mc^2}{T^2/m^2c^4 + 2T/mc^2 + 1}.$$

Позначимо α відношення кінетичної енергії частинки T до енергії покою mc^2 , тоді
$$\beta^2 = \frac{\alpha^2 + 2\alpha}{\alpha^2 + 2\alpha + 1}$$

Для протонів $\alpha = \frac{100 \text{ MeV}}{938,3 \text{ MeV}} = 0,1066$, $\beta^2 = \frac{0,1066^2 + 2 \cdot 0,1066}{0,1066^2 + 2 \cdot 0,1066 + 1} = 0,183$.

Для K^+ - мезонів $\alpha = \frac{100 \text{ MeV}}{493,6 \text{ MeV}} = 0,2026$, $\beta^2 = \frac{0,2026^2 + 2 \cdot 0,2026}{0,2026^2 + 2 \cdot 0,2026 + 1} = 0,309$.

Відношення втрат для протонів і K^+ - мезонів:

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{dT_p}{dx} / -\frac{dT_{K^+}}{dx} \right) = \\ & = \frac{0,309}{0,183} \left(\left(11,2 + \ln \frac{0,183}{13(1 - 0,183)} - 0,183 \right) / \left(11,2 + \ln \frac{0,309}{13(1 - 0,309)} - 0,309 \right) \right) \\ & = 1,56 \end{aligned}$$

Відповідь: енергетичні втрати відрізняються у 1,56 разів

Приклад 5.4

Пучок протонів з кінетичною енергією $T = 500 \text{ MeV}$ і струмом $I = 1 \text{ mA}$ проходить через мідну пластину завтовшки $D = 1 \text{ cm}$. Розрахувати потужність W , що розсіюється пучком у пластині.

Розв'язання:

Визначимо енергію, що втрачає один протон в пластині. Для протонів з кінетичною енергією $T = 500 \text{ MeV}$ величина α (див попередню задачу)

буде: $\alpha = \frac{T}{mc^2} = \frac{500 \text{ MeV}}{938,3 \text{ MeV}} = 0,533$ і тоді $\beta_p^2 = \frac{0,533^2 + 2 \cdot 0,533}{0,533^2 + 2 \cdot 0,533 + 1} = 0,574$.

Питомі іонізаційні втрати протонів в міді будуть (див попередню задачу)

$$\begin{aligned} -\frac{dT_p}{dx} &= 3,1 \cdot 10^5 \frac{Z_{Cu} \cdot z_p^2 D}{A_{Cu} \cdot \beta_p^2} \cdot \left(11,2 + \ln \frac{\beta_p^2}{Z_{Cu} \cdot (1 - \beta_p^2)} - \beta_p^2 \right) = \\ &= \frac{3,1 \cdot 10^5 \cdot 29 \cdot 1^2 \cdot 8,96}{63,55 \cdot 0,574} \cdot \left(11,2 + \ln \frac{0,574}{29 \cdot (1 - 0,574)} - 0,574 \right) = 1,67 \cdot 10^7 \frac{\text{eV}}{\text{cm}}. \end{aligned}$$

Потужність, що розсіюється пучком в пластині $W =$

$$\frac{D \cdot I \cdot \left(-\frac{dT_p}{dx} \right)}{z_p} = \frac{1 \text{ cm} \cdot 1 \cdot 10^{-3} \text{ A} \cdot 1,67 \cdot 10^7 \frac{\text{eV}}{\text{cm}} \cdot 1,67 \cdot 10^{-12} \frac{\text{epr}}{\text{eV}}}{1,6 \cdot 10^{-19} \frac{\text{Кл}}{\text{протон}}} = 1,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{epr}}{\text{с}} = 1,67 \cdot 10^4 \text{ Вт}$$

Відповідь: Потужність, що розсіюється в пластині $W = 1,67 \cdot 10^4 \text{ Вт}$

Приклад 5.5

Визначити питомі іонізаційні втрати мюонів в алюмінії, якщо їхня

кінетична енергія дорівнює: 1) 50 МеВ, 2) 100 МеВ, 3) 500 МеВ.

Розв'язання:

Відношення кінетичної енергії частинки до енергії покою позначимо α , тоді $\beta^2 = \frac{\alpha^2 + 2\alpha}{\alpha^2 + 2\alpha + 1}$, $\rho_{Al} = 2,7 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Використаємо формулу (див. попередні задачі)

$$-\frac{dE}{dx} = 3,1 \cdot 10^5 \frac{Z \cdot Z^2 \cdot \rho}{A \beta^2} \left(11,2 + \ln \frac{\beta^2}{Z(1-\beta^2)} - \beta^2 \right), \frac{\text{еВ}}{\text{см}}$$

Тоді, для: 1. $E = 50 \text{ МеВ}$: $\beta^2 = 0,539$ і $\frac{dE}{dx} \approx 6,2 \frac{\text{МеВ}}{\text{см}}$;

2. для: $E = 100 \text{ МеВ}$: $\beta^2 = 0,736$ і $\frac{dE}{dx} \approx 5,1 \frac{\text{МеВ}}{\text{см}}$;

3. для: $E = 500 \text{ МеВ}$: $\beta^2 = 0,97$ і $\frac{dE}{dx} \approx 4,8 \frac{\text{МеВ}}{\text{см}}$.

Відповідь: 1. $E = 50 \text{ МеВ}$: $\beta^2 = 0,539$ і $\frac{dE}{dx} \approx 6,2 \frac{\text{МеВ}}{\text{см}}$;

2. для: $E = 100 \text{ МеВ}$: $\beta^2 = 0,736$ і $\frac{dE}{dx} \approx 5,1 \frac{\text{МеВ}}{\text{см}}$;

3. для: $E = 500 \text{ МеВ}$: $\beta^2 = 0,97$ і $\frac{dE}{dx} \approx 4,8 \frac{\text{МеВ}}{\text{см}}$.

Приклад 5.6

Розрахувати питомі іонізаційні втрати енергії для протонів з енергією 10 МеВ в алюмінію.

Розв'язання:

Повна енергія частинки $E = T + Mc^2 = \frac{Mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$, звідки $\frac{T}{Mc^2} + 1 = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ і

$$\beta^2 = \frac{\frac{T^2}{M^2 c^4} + 2 \frac{T}{Mc^2}}{\frac{T^2}{M^2 c^4} + 2 \frac{T}{Mc^2} + 1}$$

Відношення кінетичної енергії частинки до енергії покою частинки позначимо $\alpha = \frac{T}{mc^2}$. Тоді $\beta^2 = \frac{\alpha^2 + 2\alpha}{\alpha^2 + 2\alpha + 1}$, $\alpha = \frac{10 \text{ МеВ}}{938,3 \text{ МеВ}} = 0,0107$, $\beta^2 = 0,021$, $\rho_{Al} = 2,7 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Якщо ці дані підставити в формулу для іонізаційних втрат:

$$-\frac{dE}{dx} = 3,1 \cdot 10^5 \frac{13 \cdot 1^2 \cdot 2,7}{27 \cdot 0,021} \left(11,2 + \ln \frac{0,021}{13 \cdot (1-0,021)} - 0,021 \right) \frac{\text{еВ}}{\text{см}} = 92,314 \frac{\text{МеВ}}{\text{см}}$$

Звернемо увагу на те, що вклад останнього члена в скобках малий і ним можна нехтувати при невеликих значеннях кінетичних енергій частинок.

Можна помітити, що при $\beta^2 \ll 1$ два останніх доданки є малими

поправками до першого і компенсують один одного. Дійсно, використовуючи розкладання в ряд Тейлора, можна отримати: $\ln(1 - \beta^2) - \beta^2 = -\left(-\beta^2 + \frac{1}{2}\beta^4 + \dots\right) - \beta^2 \approx -\frac{1}{2}\beta^4 \rightarrow 0$ при $\beta^2 \ll 1$.

Отримаємо той же результат: 92,314 МеВ/см, при цьому вклад кожного доданку

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_1 = \frac{4\pi Z^2}{\beta^2} n_e r_0 m_e c^2 \ln\left(\frac{2m_e c^2 \beta^2}{I}\right) = 93,310 \text{ МеВ/см}$$

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_2 = -\frac{4\pi Z^2}{\beta^2} n_e r_0 m_e c^2 \ln(1 - \beta^2) = 0,407 \text{ МеВ/см}$$

$$-\left(\frac{dE}{dx}\right)_3 = -\frac{4\pi Z^2}{\beta^2} n_e r_0 m_e c^2 \beta^2 = -0,403 \text{ МеВ/см}$$

Можна показати, що роль двох останніх доданків стає помітною, коли кінетична енергія стає більшою ніж її енергія покою.

Відповідь: питомі іонізаційні втрати енергії дорівнюють 92,314 МеВ/см,

Приклад 5.7

Визначити питомі іонізаційні втрати протонів в алюмінії, якщо їхня кінетична енергія дорівнює: 1) 1 МеВ, 2) 10 МеВ, 3) 100 МеВ, 4) 500 МеВ, 4) 1 ГеВ.

Розв'язання:

Розрахунки за формулою попереднього приклада показують, що із зростанням енергії протона питомі втрати енергії на іонізацію спочатку швидко падають, а починаючи з деякої енергії (більше 500 МеВ) виходять на насичення. Розрахуємо значення в декількох точках:

$$E = 1 \text{ МеВ} : -\frac{dE}{dx} = 477 \text{ МеВ/см}$$

$$E = 10 \text{ МеВ} : -\frac{dE}{dx} = 92 \text{ МеВ/см}$$

$$E = 100 \text{ МеВ} : -\frac{dE}{dx} = 15 \text{ МеВ/см}$$

$$E = 500 \text{ МеВ} : -\frac{dE}{dx} = 6 \text{ МеВ/см}$$

$$E = 1 \text{ ГеВ} : -\frac{dE}{dx} = 5 \text{ МеВ/см}$$

Приклад 5.8

Розрахувати відношення питомих іонізаційних втрат протонів та α -частинок з однаковою кінетичною енергією 10 МеВ у залізі.

Розв'язання:

Питомі іонізаційні втрати важких частинок пропорційні квадрату

заряда частинки. Тому для частинок із різними Z , що рухаються в одному середовищі з однією швидкістю V_0 (тобто з однією величиною β^2), відношення питомих втрат енергії дається виразом:

$$\left(-\left(\frac{dE_1}{dx}\right)_{V_1=V_0} / -\left(\frac{dE_2}{dx}\right)_{V_2=V_0} \right) = \left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^2, \text{ де } Z_1 \text{ і } Z_2 - \text{ заряди першої і другої частинок.}$$

При використанні в розрахунках не швидкості, а кінетичної енергії необхідно враховувати, що квадрати швидкостей відносяться обернено пропорційно їхнім масам ($\beta^2 = \frac{2E}{mc^2}$). Тому формула для відношення питомих іонізаційних втрат буде більш громіздкою.

Розрахуємо величину втрат протонів і альфа-частинок з однаковою кінетичною енергією 10 МеВ в залізі.

Нехтуючи в формулі для іонізаційних втрат останнім доданком (внаслідок його малості при даних β^2), запишемо

$$\begin{aligned} & \left(\left(-\frac{dE}{dx}\right)_\alpha / \left(-\frac{dE}{dx}\right)_p \right) \\ &= \frac{Z_\alpha^2 \cdot \beta_p^2}{\beta_\alpha^2 \cdot Z_p^2} \left(11,2 + \ln \frac{\beta_\alpha^2}{Z_{Fe}(1 - \beta_\alpha^2)} \right) / \left(11,2 + \ln \frac{\beta_p^2}{Z_{Fe}(1 - \beta_p^2)} \right) \\ &= \frac{2^2 \cdot 0,021}{0,0053 \cdot 1^2} \\ & \cdot \left(\left(11,2 + \ln \frac{0,0053}{26 \cdot (1 - 0,0053)} \right) / \left(11,2 + \ln \frac{0,021}{26 \cdot (1 - 0,021)} \right) \right) \\ &= 10,5 \end{aligned}$$

Тобто α -частинка, яка має таку ж кінетичну енергію як протон і зарядом вдвічі більшим, витрачає на іонізацію в 10 разів більше енергії ніж протон.

Відповідь:

$$\left(\left(-\frac{dE}{dx}\right)_\alpha / \left(-\frac{dE}{dx}\right)_p \right) = 4 \text{ (при енергії 1 МеВ)}$$

$$\left(\left(-\frac{dE}{dx}\right)_\alpha / \left(-\frac{dE}{dx}\right)_p \right) = 7 \text{ (при енергії 1000 МеВ)}$$

Приклад 5.9

Розрахувати відношення питомих іонізаційних втрат для протонів з енергією 10 МеВ у вуглеці та свинці.

Розв'язання:

$$\alpha = \frac{10 \text{ MeV}}{938,3 \text{ MeV}} = 0,01066 \text{ (див. приклад 5.8)}$$

$$\beta^2 = \frac{0,01066^2 + 2 \cdot 0,01066}{0,01066^2 + 2 \cdot 0,01066 + 1} = 0,02098;$$

$$\rho_C = 2,25 \text{ г/см}^3 \text{ (вуглець у формі графіту);}$$

$$\rho_{Pb} = 11,34 \text{ г/см}^3.$$

$$\begin{aligned} & \left(\left(-\frac{dT_{PB}}{dx} \right) / \left(-\frac{dT_C}{dx} \right) \right) = \\ & = \frac{Z_{Pb} \cdot \rho_{Pb} \cdot A_C}{Z_C \cdot \rho_C \cdot A_{Pb}} \left(11,2 + \ln \frac{\beta^2}{Z_{Pb}(1-\beta^2)} - \beta^2 \right) / \left(11,2 + \ln \frac{\beta^2}{Z_C(1-\beta^2)} - \beta^2 \right) = \\ & = \frac{6 \cdot 2,25 \cdot 207}{12 \cdot 82 \cdot 11,34} \frac{\left(11,2 + \ln \frac{0,02098}{82 \cdot (1-0,02098)} - 0,02098 \right)}{\left(11,2 + \ln \frac{0,02098}{6 \cdot (1-0,02098)} - 0,02098 \right)} \approx 2 \end{aligned}$$

Відповідь: у свинці питомі іонізаційні втрати у 2 рази більші, ніж у графіті

Приклад 5.10

Визначити питомі іонізаційні втрати та середню кількість іонів на 1 см пробігу в повітрі для α -частинки з енергією 10 МеВ. На утворення одного іона у повітрі необхідно ≈ 35 еВ.

Для повітря: $Z = 7$; $A = 14$; густина $\rho = 1,29 \cdot 10^{-3} \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. Маса α -частинки $M = 3727$ МеВ.

Розв'язання:

Використовуючи такі ж позначення, як і в попередніх задачах, отримаємо:

$$\alpha = \frac{10 \text{ MeV}}{3727 \text{ MeV}} = 0,0027, \beta^2 = 0,0053.$$

$$\begin{aligned} \left(-\frac{dE}{dx} \right)_\alpha &= 3,1 \cdot 10^5 \\ & \cdot \frac{7 \cdot 2^2 \cdot 1,29 \cdot 10^{-3}}{14 \cdot 0,0053} \left(11,2 + \ln \frac{0,0053}{7 \cdot (1-0,0053)} - 0,0053 \right) \\ &= 6,1 \cdot 10^5 \frac{\text{eV}}{\text{см}} = 0,61 \frac{\text{MeV}}{\text{см}} \end{aligned}$$

Середня кількість іонів, що створюються на 1 см пробігу α -частинки:

$$N = \frac{\left(-\frac{dE}{dx} \right)_\alpha}{35 \text{ eV}} = 1,74 \cdot 10^4 \frac{\text{іонів}}{\text{см}}$$

Відповідь: $\left(-\frac{dE}{dx}\right)_\alpha = 0,61 \frac{\text{MeV}}{\text{см}}; N=1,74 \cdot 10^4 \frac{\text{іонів}}{\text{см}}$

Приклад 5.11

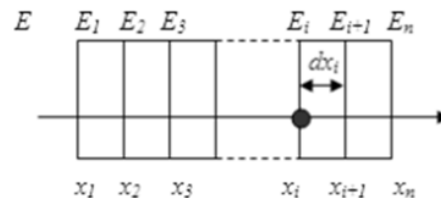
Енергія протонів у прискорювачі 100 МеВ. Підрахувати товщину поглиначу з вуглецю, необхідну для зниження енергії пучка протонів до 20 МеВ.

Розв'язання:

Як витікає із формули для іонізаційних втрат, питомі іонізаційні втрати частинок в речовині залежать від їхньої кінетичної енергії: $\frac{dE}{dx} = f(E)$.

У міру проходження частинок в речовині їхня кінетична енергія зменшується. Тому для того, щоб розрахувати втрати енергії в самому товстому поглиначу (такому, щоб втрачаєма енергія ΔE за величиною була співставима із величиною початкової енергії частинки E), треба проінтегрувати витрати по всій товщині речовини $\Delta E = \int f(E) dx$. Так як залежність $f(E)$ досить складна, обчислити такий інтеграл в аналітичній формі дуже трудно. Можна розрахувати інтеграл чисельно, розбиваючи всю товщину поглиначу на n малих шарів товщиною dx_i і замінити інтеграл сумою:

$\Delta E = \int f(E) dx \approx \sum_{i=1}^n f(E_i) dx_i = \sum_{i=1}^n \frac{dE_i}{dx} \cdot E_i \cdot dx_i$, де E_i – енергія частинок, які пройшли шлях x_i в поглиначу (див. рисунок).



$$\Delta E = E - E_n = \sum_{i=1}^n \frac{dE_i}{dx} \cdot E_i \cdot dx_i.$$

Так як в цій задачі ми розбиваємо речовину на шари рівної товщини $dx_i = dx$, перед нами виникла нова задача. Тепер потрібно знайти таке n , щоб в шарі поглиначу $\Delta x = ndx$, була втрачена енергія $\Delta E = E - E_n$.

Для цієї задачі $E = 100$ МеВ, $E_n = 20$ МеВ, $\Delta E = 80$ МеВ, поглинач вуглець, для якого $Z = 6$, $A = 12$, $\rho = 2,25 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

Розрахунки дають $\Delta x = 3,6$ см.

Відповідь: $\Delta x = 3,6$ см.

Приклад 5.12

Розрахувати питомі іонізаційні втрати енергії в алюмінії електронів з енергіями 1 МеВ, 100 МеВ та 1 ГеВ.

Розв'язання:

$$\alpha = \frac{E}{m_e c^2}, \beta^2 = \frac{\alpha^2 + 2\alpha}{\alpha^2 + 2\alpha + 1}.$$

Маємо:

$$\alpha = \frac{1 \text{ MeV}}{0,511 \text{ MeV}} \approx 1,96, \quad \beta^2 \approx 0,886.$$

$$\alpha = \frac{100 \text{ MeV}}{0,511 \text{ MeV}} \approx 196, \quad \beta^2 \approx 1.$$

$$\alpha = \frac{1000 \text{ MeV}}{0,511 \text{ MeV}} \approx 1960, \quad \beta^2 \approx 1.$$

Підставляючи знайдені величини в формулу для питомих іонізаційних втрат, яка наведена вище маємо:

$$1 \text{ MeV: } \left| \frac{dE}{dx} \right| \approx 4 \frac{\text{MeV}}{\text{см}}; \quad 100 \text{ MeV: } \left| \frac{dE}{dx} \right| \approx 6,4 \frac{\text{MeV}}{\text{см}}; \quad 1 \text{ GeV: } \left| \frac{dE}{dx} \right| \approx 7,9 \frac{\text{MeV}}{\text{см}}.$$

Відповідь: 1 MeV: $\left| \frac{dE}{dx} \right| \approx 4 \frac{\text{MeV}}{\text{см}};$ 100 MeV: $\left| \frac{dE}{dx} \right| \approx 6,4 \frac{\text{MeV}}{\text{см}};$ 1 GeV: $\left| \frac{dE}{dx} \right| \approx 7,9 \frac{\text{MeV}}{\text{см}}.$

Приклад 5.13

Оцінити співвідношення питомих іонізаційних втрат у залізі для протонів та електронів з енергіями: 10 MeV, 100 MeV та 1 GeV.

Розв'язання:

Врахуємо, що при заданих енергіях електронів в формулі питомих іонізаційних втрат можна нехтувати поправочними доданками і залишати тільки перший доданок. Тому:

$$\left(\left(\frac{dE_p}{dx} \right) / \left(\frac{dE_e}{dx} \right) \right) = \frac{2 \cdot Z_p^2 \cdot \beta_e^2}{\beta_p^2} \left(\ln \left(\frac{2 \cdot m_e \cdot c^2 \cdot \beta_p^2}{I} \right) - \ln(1 - \beta_p^2) - \beta_p^2 \right) / \left(\ln \left(\frac{m_e \cdot c^2 \cdot E_e \cdot \beta_e^2}{I^2 \cdot (1 - \beta_e^2)} \right) \right)$$

$$\text{Для } 10 \text{ MeV: } \left(\left(\frac{dE_p}{dx} \right) / \left(\frac{dE_e}{dx} \right) \right) \approx 17,5; \quad \text{для } 100 \text{ MeV: } \left(\left(\frac{dE_p}{dx} \right) / \left(\frac{dE_e}{dx} \right) \right) \approx 2,4;$$

$$\text{для } 1 \text{ GeV: } \left(\left(\frac{dE_p}{dx} \right) / \left(\frac{dE_e}{dx} \right) \right) \approx 0,6.$$

Відповідь: для 10 MeV – 17,5; для 100 MeV – 2,4; для 1 GeV – 0,6

Приклад 5.14

Розрахувати питомі радіаційні втрати у мідному поглиначі електронів з енергіями 20 MeV та 1 GeV.

Розв'язання:

Розрахуємо питомі радіаційні втрати електронів. Концентрація атомів речовини $n = \frac{\rho \cdot N_A}{A}$ тут N_A – число Авогадро; A – масове число ядер речовини

середовища; ρ – густина речовини середовища. Для міді $Z = 29$; $A = 64$; густина $\rho = 8,93 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$.

1. Для енергій електронів $E = 20 \text{ MeV}$ $\alpha = \frac{E}{m_e c^2} = 39,14$.

Так як $1 < 39,14 < 137 \cdot Z^{-1,3} = 44,6$, радіаційні втрати:

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}} = -nE \frac{Z^2 r_0^2}{137} \left(4 \ln \frac{2E}{mc^2} - \frac{4}{3}\right) = -\frac{\rho \cdot N_A}{A} E \frac{Z^2 r_0^2}{137} \left(4 \ln \frac{2E}{mc^2} - \frac{4}{3}\right) = 13,4 \frac{\text{MeV}}{\text{см}}.$$

2. Для енергій електронів $E = 1 \text{ GeV}$ $\alpha = \frac{E}{m_e c^2} = 1957$.

Так як $1957 > 137 \cdot Z^{-1,3} = 44,6$, використовуємо формулу для радіаційних втрат:

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}} = -\frac{\rho \cdot N_A}{A} E \frac{Z^2 r_0^2}{137} \left(4 \ln \frac{183}{Z^{1,3}} + \frac{2}{9}\right) = 670 \frac{\text{MeV}}{\text{см}}$$

Відповідь: для енергій електронів $E = 20 \text{ MeV}$ $\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}} = 13,4 \frac{\text{MeV}}{\text{см}}$;

для енергій електронів $E = 1 \text{ GeV}$ $\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}} = 670 \frac{\text{MeV}}{\text{см}}$.

Приклад 5.15

Визначити питомі радіаційні втрати під час проходження електронів з енергією 50 MeV через алюмінієву мішень і порівняти їх із питомими втратами на іонізацію.

Розв'язання:

Для алюмінію $\frac{137}{Z^{1,3}} \approx 58 < \frac{E}{m_e c^2} \approx 98$. Використовуємо формули для питомих радіаційних втрат

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}} = -\frac{\rho \cdot N_A}{A} E \frac{Z^2 r_0^2}{137} \left(4 \ln \frac{183}{Z^{1,3}} + \frac{2}{9}\right) = -5,2 \frac{\text{MeV}}{\text{см}}.$$

Для іонізаційних втрат знаходимо (враховуючи $\beta^2 \approx 1$ при енергії електронів MeV): $\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{іонізац}} = -6 \frac{\text{MeV}}{\text{см}}$.

Таким чином $\frac{\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{іонізац}}}{\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{рад}}} = 1,2$.

Іонізаційні втрати наближені до радіаційним, так як енергія 50 MeV для електронів в алюмінії наближена до критичної.

Критична енергія $E_{\text{кр}}(Al) \approx 42,7 \text{ MeV}$.

Відповідь: відношення іонізаційних до радіаційних втрат енергії дорівнює $1,2$.

Приклад 5.16

Електрони та протони з енергією $E = 100 \text{ MeV}$ падають на алюмінієву пластинку завтовшки $\Delta x = 5 \text{ мм}$. Визначити енергію електронів і протонів на виході із пластинки.

Розв'язання:

Використовуючи дані задач 8.10 і 8.13, отримаємо наступні сумарні втрати (іонізаційні + радіаційні) електронів при проходженні пластинки:

$$\Delta E_e = \left(\left| \left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{іонізац}} \right| + \left| \left(\frac{dE}{dx} \right)_{\text{рад}} \right| \right) \cdot \Delta x = (6,4 + 2 \cdot 5,2) \cdot 0,5 = 8,4 \text{ MeV}$$

Питомі іонізаційні втрати протонів з $E \text{ MeV}$ при проходженні пластинки з алюмінію було отримано $\left| \frac{dE_p}{dx} \right|_{\text{іоніз}} = 15 \frac{\text{MeV}}{\text{см}}$. Тому $\Delta E_p = 15 \cdot 0,5 = 7,5 \text{ MeV}$.

Тоді:

$$(E_e)_{\text{вих}} = E - \Delta E_e = 100 - 8,4 = 91,6 \text{ MeV}$$

$$(E_p)_{\text{вих}} = E - \Delta E_p = 100 - 7,5 = 92,5 \text{ MeV}$$

Задачі до самостійного розв'язання

5.1. Визначити іонізаційні втрати енергії дейтрона з кінетичною енергією $8,5 \text{ MeV}$ у повітрі при нормальних умовах.

5.2. Визначити відношення іонізаційних втрат енергії: а) α - частинки та протона з кінетичними енергіями $5,0 \text{ MeV}$ у повітрі; б) α - частинки з кінетичною енергією $10,0 \text{ MeV}$ у міді та алюмінії.

5.3 Знайти за допомогою емпіричних формул число пар іонів, які утворює α - частинка з початковою кінетичною енергією $5,5 \text{ MeV}$ на першому сантиметрі свого шляху у повітрі.

5.4 Визначити відношення іонізаційних втрат енергії α - частинки та протона, що рухаються зі швидкістю $5 \cdot 10^7 \text{ м/с}$ повітрі.

5.5 У скільки разів радіаційні втрати енергії у свинці більші, ніж в алюмінії: а) при однакових енергіях; б) при однакових швидкостях.

5.6 Визначити лінійні втрати енергії протона з кінетичною енергією $0,8 \text{ MeV}$ у алюмінії.

5.7 Оцінити кінетичну енергію електронів, при якій радіаційні витрати в алюмінії дорівнюють іонізаційним.

5.8 Визначити довжину пробігу α - частинок у свинцю, якщо їх енергія дорівнює 1 MeV .

5.9 Знайти товщину шару половинного поглинення β -частинок з енергією $0,1 \text{ MeV}$ у воді.

5.10 Визначити радіаційну довжину електрона з енергією 0,8 MeV у повітрі при нормальних умовах.

5.11 При проходженні шару деякої речовини товщиною 0.40 см енергія швидких електронів зменшилась у середньому на 25%. Знайти радіаційну довжину електрона, якщо відомо, що втрати енергії електрона при цьому в основному радіаційні.

5.12 Оцінити початкову енергію електронів, якщо після проходження свинцевої пластинки завтовшки 5.0 мм енергія електронів у середньому дорівнює 42 MeV.

5.13 Визначити критичні енергії електронів для вуглецю, алюмінію, заліза, свинцю.

5.14 Розрахувати відношення питомих іонізаційних та радіаційних втрат в алюмінії для електронів з енергіями: 10 та 100 MeV.

5.15 Оцінити повні питомі втрати енергії електронів з енергією 150 MeV в алюмінії та свинці.

Розділ 6 Застосування систем захисту від зовнішніх випромінювань. Розрахунки екранування небезпечних енергетичних випромінювань

Захист об'єктів навколишнього середовища від зовнішніх збурень та енергетичних дій в умовах роботи з джерелами іонізуючого випромінювання, наприклад при роботі з ядерним реактором - це використання захисних екранів.

Основні фізичні закономірності такої технології захисту полягають у процесах поглинання та розсіяння частинок або квантів випромінювання при проходженні його крізь товщу екранів.

Однією із задач захисту є розрахунки товщини екранів на шляху потоку частинок або квантів небезпечних випромінювань.

На відміну від заряджених частинок іонізуючого випромінювання, які швидко втрачають свою енергію при взаємодії з електронами атомів речовини, частинки, які не мають свого електричного заряду, здатні проходити великі відстані у речовині, змінюючи її властивості на всьому своєму шляху. До таких частинок відносяться гамма-кванти та нейтрони,

Проходження γ - випромінювання крізь речовину

При проходженні γ - квантів крізь речовину їх енергія не змінюється, але в результаті зіткнень поступово зменшується інтенсивність пучка I . Закон ослаблення інтенсивності пучка зумовлений характерними для γ - випромінювання механізмами взаємодії з речовиною. До цих механізмів належать: 1) фотоефект, 2) ефект Комптона, 3) народження електрон-позитронних пар. Для першого і третього механізмів взаємодії характерним є експоненціальний закон ослаблення інтенсивності пучка

$$I = I_0 \cdot e^{-\mu x}, \quad (6.1)$$

де I - початкова інтенсивність, x - товщина шару речовини, μ - коефіцієнт поглинання.

Масовий коефіцієнт поглинання дорівнює

$$\mu_M = \mu / \rho, \quad (6.2)$$

де ρ - густина речовини.

Товщина шару половинного ослаблення $x_{1/2}$ інтенсивності випромінювання дорівнює

$$x_{1/2} = \ln 2 / \mu = 0,693 / \mu \quad (6.3)$$

Товщина шару десятикратного ослаблення I_{10}

$$I_{10} = \ln 10 / \mu = 2,3 / \mu \quad (6.4)$$

Проходження нейтронів крізь речовину

Для нейтронів немає кулонівської взаємодії. Один тільки вид витрат енергії при проходженні їх крізь речовину пов'язаний з ядерними зіткненнями. При таких зіткненнях швидкі нейтрони можуть так сильно штовхнути ядро, що воно відірветься від своїх власних електронів і полетить уперед, утворюючи іонізацію атомів речовини.

Повільні (теплові) нейтрони з енергією E менше 0,1 МеВ не можуть надати ядру таку велику швидкість, але вони дуже легко проникають усередину ядра і спричиняють різні ядерні реакції. Уламки ядра, що утворюються в реакції, розлітаються, утворюючи іонізацію і збудження атомів середовища.

Ефективний переріз взаємодії σ в цілому зменшується при збільшенні енергії нейтронів, проте ця залежність не є монотонною. Вона має резонансний характер.

Ослаблення інтенсивності пучка нейтронів речовиною приблизно описується експоненціальним законом

$$\varphi = \varphi_0 \cdot e^{-\mu x}, \quad (6.5)$$

де μ - коефіцієнт поглинання.

Товщина шару десятикратного ослаблення

$$I_{10} = \ln 10 / \mu = 2,3 \cdot M / \sigma \cdot N_A \cdot \rho. \quad (6.6)$$

Лінійні втрати енергії часто вимірюють в МеВ/мкм.

Основне призначення екологічних приладів – контроль параметрів навколишнього середовища. Для цього використовують різноманітні спектрометричні методи та прилади. Друге призначення систем та пристроїв – це функція захисту. Захисний пристрій може являти собою екран, який поглинає або розсіює небезпечне випромінювання. Робота такого пристрою залежить від механізмів взаємодії такого пристрою з небезпечним випромінюванням.

Знайомство з ними в рамках даної дисципліни здійснюється на прикладі вивчення роботи віртуального гамма-спектрометричного комплексу ГАММАЛАБ, який дозволяє вивчати спектри гамма-випромінювання довільних ізотопів.

Основні характеристики приладів, які реєструють іонізуючі випромінювання.

1. **Функція відгуку**, яка визначає зв'язок між властивостями реєстрованих частинок і характеристиками сигналу. Якщо функція $\Phi(E)$ описує енергетичний спектр частинок іонізуючого випромінювання, то функція $N(U)$, яка описує апаратурний спектр сигналів (імпульсів), які виходять в системі завдяки реєстрації ядерних частинок, не обов'язково повинна бути ідентичною до функції $\Phi(E)$. Тут E - це енергія ядерних частинок, а U - це амплітуда напруги імпульсів. Зв'язок між апаратурним спектром імпульсів і відповідної дійсності енергетичним спектром ядерних частинок можна описати інтегральним рівнянням Фредгольма першого роду за допомогою функції відгуку $G(E, U)$.

$$N(U) = \int \Phi(E) \cdot G(E, U) dE. \quad (6.7)$$

2. **Ефективність** (чутливість) приладу визначається мінімальним вторинним ефектом, який може бути зареєстрованим. Чутливістю називається відношення кількості зареєстрованих частинок до кількості частинок, які входять в чутливий об'єм приладу. Для заряджених частинок чутливість близька до 100%. Для гамма-квантів і нейтронів вона є найменшою.

3. **Енергетичне розділення** - це мінімальна різниця в енергіях двох груп частинок, при якій прилад реєструє їх як частинки з різними енергіями.

4. **Часове розділення** - це мінімальний час між послідовними влученнями в детектор двох частинок, при якому вони реєструються окремо. Цей час називається "мертвим" часом.

$$\tau = \frac{N_{1вим.} + N_{2вим.} - N_{12вим.}}{2 \cdot N_{1вим.} \cdot N_{2вим.}}, \quad (6.8)$$

де N_1, N_2, N_{12} - кількість імпульсів за одиницю часу для першого, другого та обох препаратів.

Часова розрізнявальна здатність лічильника

$$\beta = \frac{1}{\tau}. \quad (6.9)$$

Основними особливостями спектрів, індивідуальними для різних ізотопів, які безпосередньо можуть бути використані для кількісних розрахунків, є піки повного поглинання гамма-квантів.

Інтенсивність ("площа") піку повного поглинання S (імп / с), відповідна γ -квантів з енергією E (і), однозначно пов'язана з активністю A , (роз / с) даного ізотопу співвідношенням:

$$S = K_\gamma \cdot K_{ef} \cdot A, \quad (6.10)$$

де S - площа фотопіка, K_γ - коефіцієнт гамма-виходу ізотопу зразкового джерела, A - активність зразкового джерела в момент вимірювання.

Площа активності фотопіка визначається по спектру, як відношення суми імпульсів в кожному каналі фотопіка, за винятком фону, до часу експозиції.

Розрахувавши площа фотопіка, можна визначити ефективність реєстрації спектрометра:

$$K_{ef} = \frac{S}{K_\gamma \cdot A} . \quad (6.11)$$

Ефективність реєстрації спектрометра - це відношення кількості зареєстрованих частинок до числа частинок, випущених контрольним джерелом. Ця характеристика залежить від енергії γ - квантів.

Після визначення кількох значень K_{ef} для різних препаратів потрібно побудувати калібрувальну криву ефективності реєстрації, яка використовується для визначення активності проби.

Ще одна важлива характеристика спектрометра - енергетичне розділення, яке визначається в процесі калібрування за формулою:

$$R = \frac{N_{1/2}}{N_{цтп}} \cdot 100\% , \quad (6.12)$$

де $N_{1/2}$ - ширина фотопіка на половині висоти піка, $N_{цтп}$ - номер каналу, в якому знаходиться центр ваги даного фотопіка.

Шкала спектрометра (1024 канали) повинна бути відкаліброваною з ціною поділки в межах 1-3 (кев / канал). Для цього використовують препарати з відомим радіонуклідним складом ($Cs-137$, $Ra-226$, $Am-241$, $Co-60$).

Регулюванням підсилення намагаються зробити запис фотопіку $Cs-137$ у 331 канал. Вони повинні бути рівномірно розподіленими на всій ширині діапазону спектра від 30 до 1500 КЕВ.

Екранування небезпечних випромінювань. Екранування випромінювань (звукових, теплових, електромагнітних та ядерних) є одним з основних способів захисту від небезпечних енергетичних впливів. Фізичні механізми екранування залежать від природи випромінювання та властивостей матеріалу екранів, і пояснюються процесами поглинання та розсіяння випромінювань.

Якість екранування показують коефіцієнти проходження випромінювання, розсіяння випромінювання, коефіцієнт ефективності екранування. Так наприклад, для екранування звукових випромінювань

використовують коефіцієнт ефективності звукоізоляції E , який розраховується за формулою:

$$E = 10 \cdot \lg(1/\tau) = 10 \cdot \lg(W_+/W_-) = 10 \cdot \lg(I_{\text{пад}}/I_{\text{пр}}). \quad (6.13)$$

Для розрахунків поглинання світла та рентгенівського випромінювання використовуються закони Бугера-Ламберта-Бера, для розрахунків взаємодії γ - випромінювання та нейтронного випромінювання з речовиною розглядають характерні перерізи захоплення або розсіяння σ .

Приклади розв'язання задач

Приклад 6.1

Знайти ефективність звукоізоляції екрану в децибелах і коефіцієнт проходження τ , якщо інтенсивність звуку, що падає, від джерела складає $I = 10 \text{ Вт/м}^2$, а інтенсивність звуку на границі чутливості $I_0 = 10^{-12} \text{ Вт/м}^2$:

Розв'язання:

Для оцінки звукового тиску P (Па), інтенсивності I (Вт/м²) і звукової потужності W (Вт) різних джерел прийнято характеризувати їх рівні L_i , які виражають у безрозмірних одиницях (дБ) - децибелах:

$$L_P = 10 \lg (P/P_0)^2; \quad (1)$$

$$L_I = 10 \lg (I/I_0); \quad (2)$$

$$L_W = 10 \lg (W/W_0), \quad (3)$$

де $P_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Па}$ - стандартний звуковий тиск, що відповідає границі чутливості;

$I_0 = 10^{-12} \text{ Вт/м}^2$ - інтенсивність звуку на границі чутливості;

$W_0 = 10^{-12} \text{ Вт}$ - опорна звукова потужність.

Збільшення інтенсивності звуку в 10 разів відповідає одному белу (Б):
1Б = 10дБ.

Ефективність звукоізоляції розраховується за формулою (6.13):

$$E = 10 \cdot \lg(1/\tau) = 10 \cdot \lg(W_+/W_-) = 10 \cdot \lg(I_{\text{пад}}/I_{\text{пр}}) = 10.$$

При наявності ділянок із більш низкою звукоізоляцією, ніж у основній конструкції, акустичні властивості конструкції визначаються коефіцієнтом проходження τ .

Відповідь: ефективність дорівнює $E=10$

Приклад 6.2

Обчислити перерізи комптонівського розсіювання для фотонів з енергією 100 кеВ та 50 МеВ.

Розв'язання:

Використовуємо формулу для перерізу комптонівського розсіювання фотонів, яка при $\epsilon = E_\gamma / (m_e c^2) \gg 1$ набуває спрощеного вигляду

$$\sigma_C = \pi r_e^2 \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{1}{2} + \ln 2\epsilon \right).$$

Отримуємо;

1) Енергія фотонів $E_\gamma = 100$ кеВ: $\sigma_C = 4,9 \cdot 10^{-25} \text{ см}^2$

2) Енергія фотонів $E_\gamma = 50$ МеВ: $\sigma_C = 1,45 \cdot 10^{-26} \text{ см}^2$

При розрахунках останнього перерізу ми врахували, що $\epsilon = 50 / 0,511 = 98 \gg 1$ і використовували спрощену формулу. Для порівняння розрахунків по точній формулі дає $\sigma_C = 1,44 \cdot 10^{-26} \text{ см}^2$

Відповідь: $\sigma_C = 4,9 \cdot 10^{-25} \text{ см}^2$ і $\sigma_C = 1,45 \cdot 10^{-26} \text{ см}^2$

Приклад 6.3

Фотон з енергією 10 МеВ розсіявся на нерухомому електроні. Визначити кінетичну енергію електрона після зіткнення, якщо довжина хвилі розсіяного фотона збільшилася вдвічі.

Розв'язання:

Збільшення довжини хвилі розсіяного фотона вдвічі означає, що його енергія зменшилася у стільки ж разів. Тоді кінетична енергія електрона після розсіювання дорівнює

$$E_e = h\nu - h\nu^1 = h\nu(1 - 1/2) = h\nu/2 = \frac{10}{2} = 5 \text{ МеВ}$$

Відповідь: $E_e = 5$ МеВ

Приклад 6.4

γ -квант з енергією 1.5 МеВ розсіюється на електроні на кут 150° . Визначити зміну енергії та довжини хвилі розсіяного γ -кванта.

Розв'язання:

Змінення довжини хвилі розсіяного γ -кванта:

$$\Delta\lambda = \lambda^1 - \lambda = \lambda_0(1 - \cos\theta) = 2\sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right),$$

де $\lambda_0 = h/m_e c = 2,42 \cdot 10^{-10}$ см - комптонівська довжина хвилі електрона. Маємо

$$\Delta\lambda = 2,42 \cdot 10^{-10} \left(1 - \cos\left(\frac{150\pi}{180}\right) \right) = 4,5 \cdot 10^{-10} \text{ см},$$

Енергія розсіяного γ -кванта

$$hv^1 = \frac{hv}{\left(1 + \frac{hv}{m_e c^2} (1 - \cos\theta)\right)} = \frac{1,5}{1 + \frac{1,5}{0,511} (1 - \cos(\frac{150\pi}{180}))} = 0,23 \text{ MeV}$$

Отже змінення енергії γ -кванта

$$\Delta hv = hv - hv^1 = (1,5 - 0,23) \text{ MeV} = 1,27 \text{ MeV}$$

Відповідь: змінення енергії γ -кванта дорівнює 1,27 MeV, а змінення довжини хвилі $\Delta\lambda$ дорівнює $4,5 \cdot 10^{-10}$ см

Приклад 6.5

Інтенсивність пучка γ -квантів з енергією 3 MeV послаблюється свинцевим фільтром завтовшки 10 см. Якою має бути товщина алюмінієвого поглинача, щоб викликати таке ж ослаблення інтенсивності пучка γ -квантів?

Розв'язання:

Знайдемо лінійні коефіцієнти поглинання: $\tau(\text{Pb})=0,45$ для $E_\gamma=3$ MeV, $\tau(\text{Al})=0,09$ для $E_\gamma=3$ MeV, з умови задачі маємо:

$$I/I_0 = e^{-\tau(\text{Pb}) \cdot x(\text{Pb})} = e^{-\tau(\text{Al}) \cdot x(\text{Al})}$$

Звідси
$$x(\text{Al}) = \frac{\tau(\text{Pb}) \cdot x(\text{Pb})}{\tau(\text{Al})} = \frac{0,45 \cdot 10}{0,09} = 50 \text{ см}$$

Відповідь: $x(\text{Al})=50$ см

Приклад 6.6

Якою має бути товщина стінок алюмінієвого контейнера, щоб у них поглиналося не більше 1% γ -квантів з енергією 10 кеВ?

Розв'язання:

З таблиць знаходимо, що лінійний коефіцієнт поглинання $\tau(\text{Al})=24,3$ см²/г для енергії фотонів $E_\gamma=10$ кеВ. В одиницях см⁻¹:

$$\tau(\text{Al})[\text{см}^{-1}] = \tau(\text{Al})[\text{см}^2/\text{г}] \cdot \rho[\text{г}/\text{см}^3] = 24,3 \cdot 2,7 = 65,6 \text{ см}^{-1}$$

При цьому $I/I_0=e^{-\tau x}=0,99$. Звідси

$$x \leq -\left(\frac{1}{\tau}\right) \ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = -\left(\frac{1}{65,6}\right) \ln(0,99) = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ см}$$

Відповідь: $x \leq 0,015$ мм

Приклад 6.7

Яка частина γ -випромінювання пройде через пластину зі свинцю завтовшки $d = 1$ см, якщо коефіцієнт поглинання випромінювання $\mu = 0,50$ см⁻¹. Пучок γ -випромінювання вузький.

Дано:

$$E = 6.0 \text{ MeV}$$

$$d = 1 \text{ см}$$

$$\mu = 0.50 \text{ см}^{-1}$$

$$I/I_0 = ?$$

Розв'язання:

Закон поглинання γ -випромінювання

$$I = I_0 \exp(-\mu d),$$

де I – інтенсивність пучка γ -випромінювання.

З цього закону отримаємо:

$$I/I_0 = \exp(-\mu d) = \exp(-0.5 \cdot 1) = 0.6.$$

Тобто через пластину пройде 60% γ – випромінювання.

Відповідь: частка γ -випромінювання, яка пройде через пластину зі свинцю завтовшки $d = 1 \text{ см}$ дорівнює 60%.

Приклад 6.8

Розрахувати та порівняти повні перерізи фотоефекту, комптонівського розсіювання та ефекту народження пар при опроміненні алюмінію γ - квантами з енергіями: 1) 0.51 MeV, 2) 5 MeV, 3) 25 MeV.

Розв'язання:

Врахуємо, що при $\varepsilon = \frac{E_\gamma}{m_e \cdot c^2} \gg 1$:

$$\sigma_C = \pi r_e^2 \cdot \frac{1}{\varepsilon} \cdot \left(\frac{1}{2} + \ln 2\varepsilon \right).$$

Розрахунок з використанням вказаних формул дає:

1. Енергія електрона $E = 0,51 \text{ MeV}$:

$$\sigma_{ph} = 5 \cdot 10^{-27} \text{ см}^2,$$

$$\sigma_C = 3 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2,$$

$\sigma_p = 0 \text{ см}^2$, так як енергії недостатньо для створення пари.

2. Енергія електрона $E = 5 \text{ MeV}$:

$$\sigma_{ph} = 1,2 \cdot 10^{-28} \text{ см}^2,$$

$$\sigma_C = 1 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2,$$

$$\sigma_p = 1,1 \cdot 10^{-25} \text{ см}^2,$$

2. Енергія електрона $E = 25 \text{ MeV}$:

$$\sigma_{ph} = 2,5 \cdot 10^{-29} \text{ см}^2,$$

$$\sigma_C = 3,3 \cdot 10^{-25} \text{ см}^2,$$

$$\sigma_p = 6 \cdot 10^{-25} \text{ см}^2,$$

Приклад 6.9

Як впливає заряд ядер речовини на абсолютні величини перерізів і відносний внесок окремих перерізів у повний переріз взаємодії γ - квантів з речовиною?

Розв'язання:

Сумарний переріз взаємодії γ – квантів з речовиною:

$$\sigma_{tot} = \sigma_{ph} + \sigma_C + \sigma_p, \text{ де } \sigma_{ph} \sim Z^5, \sigma_C \sim Z, \sigma_p \sim Z^2.$$

Абсолютне значення сумарного і парціальних перерізів тим більше, чим більше заряд ядра.

Залежність окремих перерізів від Z пояснюється різними механізмами процесів, що відбуваються. Так, фотоефект особливо важливий для важких ядер, в яких він проходить з помітною вірогідністю навіть при великих енергіях γ – квантів. Фотоефект можливий тільки на зв'язаному електроні. Чим менше зв'язок електрона з атомом, тим вірогідність фотоефекту менше. В важких елементах з великим Z електрони притягуються кулонівськими силами до ядра більше ніж в легких.

Комптон-ефект відбувається на електроні, який знаходиться в атомі. Енергія зв'язку цього електрона мала порівняно з енергією γ – квантів. Тому цей електрон можна вважати вільним. Число електронів в атомі пропорційно Z , тому $\sigma_C \sim Z$.

Відповідь: $\sigma_C \sim Z$

Приклад 6.10

Радіоактивне джерело, що випускає γ -кванти з енергією 1.5 МеВ, поміщено у залізний контейнер, що послаблює інтенсивність γ -квантів у 10^6 разів. Чому дорівнює товщина стін контейнера?

Розв'язання:

Із таблиць знаходимо, що лінійний коефіцієнт поглинання для енергії фотонів $E_\gamma = 1,5$ МеВ. В одиницях см^{-1} :

$$\tau(Fe)[\text{см}^{-1}] = \tau(Fe) \left[\frac{\text{см}^2}{\text{г}} \right] \cdot \rho \left[\frac{\text{г}}{\text{см}^3} \right] = 0,0484 \cdot 7,87 = 0,3809 \text{ см}^{-1}$$

Так як інтенсивність випромінювання в поглиначу спадає із зростанням його товщини x за законом $I = I_0 e^{-\tau x}$, то для товщини стінок контейнера отримаємо: $x = -\frac{1}{\tau} \ln \frac{I}{I_0} = -\frac{1}{0,3809} \ln(10^{-6}) = 36,3 \text{ см}$

Відповідь: $x = 36,3 \text{ см}$

Приклад 6.11

Радіоактивне джерело випускає дві γ -лінії з енергіями $E_1 = 170$ кеВ та $E_2 = 450$ кеВ. Інтенсивність обох ліній однакова. Підрахувати відношення інтенсивностей γ -ліній після проходження поглинача зі свинцю завтовшки: 1) 1 мм; 2) 10 мм.

Розв'язання:

Визначимо лінійні коефіцієнти поглинання фотонів свинцем із рисунку: $\tau_1(Pb) = 20 \text{ см}^{-1}$ для $E_1 = 170$ кеВ, $\tau_2(Pb) = 2,5 \text{ см}^{-1}$ для $E_2 = 450$ кеВ. Так як інтенсивність обох ліній однакова, для відношення інтенсивностей після проходження поглинача завтовшки x маємо: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{e^{-I_1 x}}{e^{-I_2 x}}$.

Звідки маємо:

1. $x = 1$ мм: $\frac{I_1}{I_2} = 0,17$.

2. $x = 10$ мм: $\frac{I_1}{I_2} = 2,5 \cdot 10^{-8}$

Відповідь: $x = 1$ мм: $\frac{I_1}{I_2} = 0,17$; $x = 10$ мм: $\frac{I_1}{I_2} = 2,5 \cdot 10^{-8}$.

Приклад 6.12

Знайти лінійний і масовий коефіцієнти поглинання залізом рентгенівських променів з енергією $E=1$ МеВ. Яка довжина хвилі λ рентгенівських променів відповідає даному значенню енергії. Товщина шару половинного ослаблення $x_{1/2}=1,56 \cdot 10^{-2}$ м. Густина заліза $\rho =7,9 \cdot 10^3$ кг/м³.

Розв'язання:

$$\mu = \frac{\ln 2}{X_{1/2}} = 44,4 \text{ м}^{-1}, \quad \mu_m = \mu / \rho = 5,6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 / \text{кг}.$$

З формули Планка $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ витікає, що

$$\lambda = h \cdot c / E = 6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 / 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 11,8 \cdot 10^{-13} \text{ м}.$$

Відповідь:

Коефіцієнт поглинання дорівнює $\mu = 44,4 \text{ м}^{-1}$

Приклад 6.13

Знайти ослаблення пучка нейтронів залізом завтовшки 0,1м, якщо початкова густина потоку нейтронів $\sigma = 5 \cdot 10^4$ нейт / см \cdot с, а ефективний переріз процесу $\sigma = 2,3$ барн.

Розв'язання:

Густина потоку нейтронів ϕ дорівнює

$$\varphi = \varphi_0 \cdot e^{\mu l} = 7,1 \cdot 10^3 \text{ нейт/см}^2 \cdot \text{с}$$

Коефіцієнт поглинання дорівнює $\mu = \sigma \cdot N = \sigma \cdot N_A \cdot \rho / A = 0,2 \text{ см}^{-1}$.

Відповідь: Коефіцієнт поглинання дорівнює $\mu = 0,2 \text{ см}^{-1}$.

Приклад 6.14

Пучок нейтронів з енергією 0.5 MeV падає на алюмінієву фольгу завтовшки 1 мм. Визначити, яка частина нейтронів пучка буде захоплена ядрами фольги, якщо переріз захоплення ядрами ^{27}Al нейтронів вказаної енергії дорівнює $2 \cdot 10^{-26} \text{ см}^2$. Щільність алюмінію 2.7 г/см^3 .

Розв'язання:

Густина потоку нейтронів, що пройшли крізь фольгу:

$$I_{\text{пр}} = I_0 e^{-n\sigma x}$$

Густина потоку, що поглинається фольгою:

$$I_{\text{погл}} = I_0 - I_{\text{пр}} = I_0(1 - e^{-n\sigma x})$$

$$I_{\text{погл}}/I_0 = 1 - e^{-n\sigma x} = 1 - \exp(-N_A \rho x / A) = 1,2 \cdot 10^{-4}.$$

Відповідь: $I_{\text{погл}}/I_0 = 1,2 \cdot 10^{-4}$.

Приклад 6.15

Якої товщини має бути шар ^{10}B , щоб поглинути 99% падаючого пучка теплових нейтронів? Переріз захоплення теплових нейтронів ядром ^{10}B близько 4000 б. Щільність бору складає 2.4 г/см^3 . Наскільки зросте товщина поглиначя, якщо його зробити із природного бору? Перетин захоплення теплових нейтронів ядром ^{11}B дорівнює 50 мб.

Розв'язання:

Використовуємо формулу $I/I_0 = e^{-n\sigma x}$

У випадку поглинання 99% падаючого пучка $I/I_0 = 0,01$. Тому для поглиначів з чистих ізотопів ^{10}B і ^{11}B маємо:

$$x_{^{10}\text{B}} = \frac{\ln I/I_0}{n_{^{10}\text{B}} \sigma_{^{10}\text{B}}} = \frac{-A_{^{10}\text{B}} \ln I/I_0}{\rho N_A \sigma_{^{10}\text{B}}} \approx 0,008 \text{ см}$$

$$x_{^{11}\text{B}} = \frac{\ln I/I_0}{n_{^{11}\text{B}} \sigma_{^{11}\text{B}}} = \frac{-A_{^{11}\text{B}} \ln I/I_0}{\rho N_A \sigma_{^{11}\text{B}}} \approx 700 \text{ см}$$

Природний бор містить 20% ядер ^{10}B ($\delta_{10} = 0,2$) і 80% ядер ^{11}B ($\delta_{11} = 0,8$). У цьому випадку товщина поглиначя розраховується за допомогою виразу

$$x_{\text{прир.бор}} = \frac{-A_B \ln I/I_0}{\rho N_A \sigma_B},$$

де $A_B = (\delta_{10}A_{10B} + \delta_{11}A_{11B})$ і $\sigma_B = (\delta_{10}\sigma_{10B} + \delta_{11}\sigma_{11B})$. Розрахунки дають

$$x_{\text{прир.бор}} \approx 0,04 \text{ см}$$

Таким чином, для теплових нейтронів товщина поглинача з природного бора приблизно у 5 разів перевищує товщину поглинача з чистого ізотопу ^{10}B . Цей результат можна б було отримати відразу, враховуючи, що переріз захоплення теплових нейтронів ядрами ізотопу ^{10}B (4000 б) у багато разів перевищує аналогічний переріз для ядер ^{11}B (0,05 б).

Тому присутні у природній суміші ядра ^{11}B (навіть при 80% їх вмісту) практично не беруть участь у захопленні нейтронів. Вони лише у 5 разів знижують концентрацію захоплюючих нейтрони ядер ^{10}B у поглиначі з природного бору.

У зв'язку з цим і товщина поглинача з природного бору збільшується у 5 разів у порівнянні з товщиною поглинача з чистого ізотопу ^{10}B .

Відповідь: $x_{\text{прир.бор}} \approx 0,04 \text{ см}$

Приклад 6.16

Яка частка падаючого пучка теплових нейтронів поглинеться у пластині заліза завтовшки 1 см? Щільність заліза $7,8 \text{ г/см}^3$. Переріз захоплення $\sigma_{\text{захв}}$ теплових нейтронів ядрами заліза 2,5 б.

Розв'язання:

Відношення густини потоку нейтронів після проходження шару речовини завтовшки x см до густини потоку, що падає дається формулою (див.задачу 33)

$$I/I_0 = e^{-n\sigma x},$$

($n = N_A \cdot \rho / A$ - кількість ядер в одиниці об'єму речовини, σ - повний переріз взаємодії нейтронів з речовиною). Вважаючи $\sigma \approx \sigma_{\text{захоп}}$, маємо

$$\frac{I}{I_0} = \exp\left(-\frac{7,8 \cdot \text{г}}{56 \text{ г}} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 2,5 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2 \cdot 1 \text{ см}\right) \approx 0,81$$

$$I_{\text{захоп}}/I_0 = 1 - I/I_0 = 0,19.$$

Відповідь: $I_{\text{захоп}}/I_0 = 0,19$.

Приклад 6.17

Переріз захоплення $\sigma_{\text{захв}}$ теплових нейтронів ядрами заліза 2.5 б, щільність заліза 7.8 г/см³. Оцінити довжину вільного пробігу теплових нейтронів у залізі.

Розв'язання:

Ослаблення потоку нейтронів тонким шаром речовини відбувається за експоненціальним законом

$$I_{\text{пр}} = I_0 e^{-n\sigma x}$$

де I , I_0 – значення густини потоку нейтронів до і після проходження шару речовини завтовшки x , $n = N_A \cdot \rho / A$ – кількість ядер в одиниці об'єму речовини, σ – повний переріз взаємодії нейтронів з речовиною.

Довжина вільного пробігу нейтронів в речовині $L = \frac{1}{n\sigma}$. Вважаючи $\sigma \approx \sigma_{\text{зах}}$, отримуємо

$$L = \frac{1}{n\sigma} = \frac{A}{\rho N_A \sigma} = \frac{56 \text{ г}}{7,8 \text{ г/см}^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 2,5 \cdot 10^{-24} \text{ см}^2} = 4,8 \text{ см.}$$

Відповідь: $L = 4,8 \text{ см.}$

Приклад 6.18

Середня енергія нейтронів, що випускаються радій-бериллієвим джерелом реакції ${}^9\text{Be}(\alpha, n){}^{12}\text{C}$, дорівнює 6 МеВ. Оцінити середню кількість актів розсіювання нейтрона на ядрах водню, необхідне для зменшення його енергії до теплової.

Розв'язання:

Як було показано вище, середня енергія, що втрачає нейтрон з початковою енергією E_0 у зіштовкуванні з протоном, дорівнює $E_0/2$. Тоді після другого співударяння середня енергія нейтронів буде $E_0/(2)^2$. Аналогічно, отримаємо після n -го співударяння середню енергію нейтронів $E_0/(2)^n$. Звідси можна отримати, що число співударянь, яке потрібне для уповільнення нейтронів з енергією E_0 до енергії E , дорівнює

$$n = \log_2 \frac{E_0}{E} = \frac{\ln(E_0/E)}{\ln 2} \approx 1,4 \ln \left(\frac{E_0}{E} \right).$$

Підставляючи значення $E_0 = 6 \text{ МеВ}$ і $E = E_{\text{тепл}} = 0,025 \text{ еВ}$, отримаємо:

$$n \approx 1,4 \ln \left(\frac{6 \cdot 10^6}{0,025} \right) = 27 \text{ зіштовкувань.}$$

Відповідь: $n \approx 27$ зіштовкувань.

Приклад 6.19

Визначити кут, під яким найефективніше відбиватимуться від поверхні кристала NaCl ($d = 0.28$ нм) нейтрони наступних енергій: 1) 1 еВ, 2) 0.01 еВ?

Розв'язання:

З формули (3) витікає:

$$\sin\varphi = \frac{nh}{2d\sqrt{2mE}}$$

де n – ціле число. Тобто для різних порядків спектра нейтрони з енергією E можуть спостерігатися під різними кутами:

$$\sin\varphi_1 = \frac{nh}{2d\sqrt{2mE}},$$

$$\sin\varphi_1 = \frac{h}{2d\sqrt{2mE}}, \quad \sin\varphi_2 = \frac{2h}{2d\sqrt{2mE}}, \quad \sin\varphi_3 = \frac{3h}{2d\sqrt{2mE}} \text{ і так далі, поки}$$
$$\frac{nh}{2d\sqrt{2mE}} \leq 1.$$

Отже маємо:

- 1) Енергія нейтронів $E=1$ еВ: нейтрони з цією енергією, як видно з розрахунків, можна спостерігати під різними кутами для 19 порядків спектра. Знайдемо кут для першого порядку спектра:

$$n \leq \frac{2d\sqrt{2mc^2E}}{hc} = \frac{2 \cdot 0,28 \cdot 10^{-7} \text{ см} \sqrt{2 \cdot 939 \cdot 6 \cdot 10^6 \text{ еВ} \cdot 1 \text{ еВ}}}{2\pi \cdot 197 \cdot 10^6 \text{ еВ} \cdot 10^{-13} \text{ см}} = 19,$$

Так як кут є малим, то $\sin\varphi_1 \approx \varphi_1 = 0,05$ рад $\approx 3^\circ$.

- 2) Енергія нейтронів $E=0,01$ еВ:

$$n \leq \frac{n(E=1\text{еВ})}{10} = 1,9,$$

Тобто нейтрони з енергією $E=0,01$ еВ можна спостерігати лише у першому порядку спектра під єдиним кутом φ :

$$\sin\varphi = \frac{2\pi \cdot 197 \cdot 10^6 \text{ еВ} \cdot 10^{-13} \text{ см}}{2 \cdot 0,28 \cdot 10^{-7} \text{ см} \sqrt{2 \cdot 939 \cdot 6 \cdot 10^6 \text{ еВ} \cdot 1 \text{ еВ}}} = 0,51$$

Таким чином, $\varphi \approx 30^\circ$.

Відповідь: при $E=1$ еВ $\varphi_1 = 0,05$ рад $\approx 3^\circ$; при $E = 0,01$ еВ $\varphi \approx 30^\circ$.

Приклад 6.20

Знайти енергетичне розділення спектрометра по Cs-137, якщо відомо, що ширина фотопіку на половині його висоти дорівнює 6 кеВ

Розв'язання:

Енергетичне розділення визначається за формулою

$$R = \frac{N_{1/2}}{N_{\text{цтп}}} \cdot 100\% ,$$

де $N_{1/2}$ - ширина фотопіка на половині висоти піка, $N_{\text{цтп}}$ - номер каналу, в якому знаходиться центр ваги даного фотопіка.

Знаходимо з таблиці 6.1 номер каналу.

Таблиця 6.1

№	Ізотоп	Енергія γ -кванта, кеВ	Коефіцієнт виходу, % γ -	Номер каналу, де розташований центр фотопіку	Коефіцієнт ефективності реєстрації %
1	Am-241	59,537	35,37	31	90
2	Cs-137	661,660	85,08	331	90
3	Co-60	1173,237	99,80	582	90
	— — —	1332,502	99,9	662	90

Підставив дані з умови задачі та номер каналу, отримаємо

$$R = 6 \cdot 100/661 = 1\%$$

Відповідь: 1 %

Приклад 6.21

Знайти часове розділення детектора методом двох препаратів, якщо відомо, що $N_1 = 50$ імп/с, $N_2 = 60$ імп/с, $N_{12} = 85$ імп/с

Розв'язання:

Часове розділення визначається за формулою 2.5.16

$$\tau = \frac{N_{1\text{вим.}} + N_{2\text{вим.}} - N_{12\text{вим.}}}{2 \cdot N_{1\text{вим.}} \cdot N_{2\text{вим.}}}$$

Підставляючи дані з умови задачі, отримаємо

$$\tau = \frac{50 + 60 - 85}{2 \cdot 50 \cdot 60} = 0,004 \text{ с.}$$

Відповідь: 4 с.

Приклад 6.22

Визначити активність проби харчової продукції, якщо відома площа фотопіка повного поглинання гамма-спектрометра S (імп/с), що відповідає γ -квантам з енергією E (і). Час експозиції спектра по цезію-137 - 20 секунд.

Розв'язання:

Шкала спектрометра (1024 канали) є відкаліброваною з ціною поділки в межах 1 - 3 (КеВ / канал). Для цього використовують препарати з відомим

радіонуклідним складом (Cs-137, Ra-226, Am-241, Co-60).

Вони повинні бути рівномірно розподіленими на всій ширині діапазону спектра від 30 до 1500 KeV.

Регулюванням підсилення домагаються запису фотопіку Cs-137 в 331 канал (таблиця 6.1).

Вимірюємо спектр враховуючи, що мінімальна кількість імпульсів в ЦТП повинно бути не менш за 2000 імп.

Основними особливостями γ -спектрів, індивідуальними для різних ізотопів, що безпосередньо можуть бути використані для кількісних розрахунків, є піки повного поглинання гамма-квантів.

Інтенсивність ("площа") піка повного поглинання S (імп/с), що відповідає γ -квантам з енергією E (і), однозначно зв'язана з активністю A , (розп/с) даного ізотопу співвідношенням.

$$S = K_{\gamma} \cdot K_{ef} \cdot A ,$$

де S - площа фотопіка, K_{γ} - коефіцієнт гамма виходу ізотопу зразкового джерела, A - активність зразкового джерела на день виміру.

Ефективність реєстрації спектрометра - це відношення кількості зареєстрованих частинок до числа частинок, випущених контрольним джерелом. Ця характеристика залежить від енергії γ - квантів.

Площа активності фотопіка визначається зі спектра як відношення суми імпульсів у кожному каналі фотопіка, за винятком фону, до часу експозиції.

Розрахувавши площу фотопіка, можна визначити ефективність реєстрації спектрометра:

$$K_{ef} = \frac{S}{K_{\gamma} \cdot A} ,$$

або активність проби:

$$A = \frac{S}{K_{ef} \cdot K_{\gamma}} .$$

Після визначення декількох значень K_{ef} для різних препаратів потрібно побудувати калібрувальну криву ефективності реєстрації, яка використовується для визначення активності проби. Беремо ефективність реєстрації спектрометра $K_{ef} = 90\%$

Використовуючи чисельні дані завдання, отримаємо:

$$A = \frac{2000}{20 \cdot 0,8508 \cdot 0,9} = 76 \text{ Бк}$$

Відповідь: 76 Бк

Приклад 6.23

Знайти енергетичне розділення спектрометра по Cs-137, якщо відомо, що ширина фотопіку на половині його висоти дорівнює 13 кеВ

Розв'язання:

Енергетичне розділення визначається за формулою

$$R = \frac{N_{1/2}}{N_{цтп}} \cdot 100\% ,$$

де $N_{1/2}$ - ширина фотопіка на половині висоти піка,

$N_{цтп}$ - номер каналу, в якому знаходиться центр ваги даного фотопіка.

Знаходимо з таблиці 2.5.2 номер каналу

Підставляючи дані з умови задачі та номер каналу, отримаємо

$$R = 13 \cdot 100 / 661 = 2 \%$$

Відповідь: 2 %

Задачі до самостійного розв'язання

6.1 Знайти лінійний μ і масовий μ_m коефіцієнти поглинання речовиною пучка теплових нейтронів за даними значеннями товщини шару десятикратного послаблення l_{10} (таблиця 6.2).

Таблиця 6.2

Варіант№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Речовина	Cd	B	Li	Fe	H ₂ O	Pb	Cu	Sn	Al	C (графіт)
$l_{10}, 10^{-2} \text{м}$	0,02	0,023	0,8	3,4	6,7	3,0	2,26	15,4	24	5,0

6.2 Розрахувати коефіцієнт поглинання і товщину шару половинного ослаблення пучка теплових і швидких нейтронів за даними значеннями повного перерізу процесу поглинання нейтронів σ (таблиця 6.3).

Таблиця 6.3

Варіант №	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Речовина	C (графіт)	Fe	Cd	B	Al	Cu	Si	Pb	Sn	Ag
Густина $\rho, 10^3 \text{кг/м}^3$	2,3	7,9	8,6	2,3	2,7	9,0	2,4	11,3	7,3	10,5
Теплові нейтрони σ , барн	3,83	8,5	4500	600	1,6	11,9	2,5	12,5	4,0	3560
Швидкі нейтрони σ' , барн	1,9	3,2	4,1	2,2	2,1	2,9	2,0	6,7	3,6	430

Розділ 7 Розрахунки доз радіації та дозових навантажень. Міграція радіонуклідів

В умовах підвищеної радіаційної безпеки одним з методів захисту є захисні екрани, які гальмують високоенергетичні частинки іонізуючого випромінювання.

Доза випромінювання – це енергетична характеристика іонізуючого випромінювання. Розрізняють поглинуту, експозиційну та еквівалентну дози.

Поглинута доза D_n - це енергія, що поглинута одиницею маси речовини. Одиниця дози в системі SI - 1 Грей.

$$1 \text{ Гр} = \frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ кг}} .$$

Позасистемна одиниця поглинутої дози 1 рад. 1 Гр. = 100 рад.

Експозиційна доза X - це кількість заряду, що утворився в одиниці маси речовини при проходженні іонізуючого випромінювання. Одиниця експозиційної дози в системі SI - 1 Кл/кг, внесистемна одиниця - 1 Рентген.

$$1 \text{ Р} = 2,58 \cdot 10^{-4} \text{ Кл/кг} .$$

Доза еквівалентна в органі чи тканині H_T — величина, що визначається як добуток поглиненої дози в окремому органі чи тканині на радіаційний зважувальний фактор w_R :

$$H_T = D w_R \quad (7.1)$$

Одиниця еквівалентної дози в системі СИ - Зіверт (Зв). 1 Зв = 100 бер.

Доза ефективна (E). Міжнародна комісія з радіологічного захисту (МКРЗ) як міру радіаційного впливу на живий організм ввела ефективну дозу E , яка є сумою добутків еквівалентних доз H_T в окремих органах і тканинах на відповідні тканеві фактори w_T .

Ця доза визначається формулою

$$E = \sum w_T H_T , \quad (7.2)$$

Розрахунки доз та потужностей доз випромінювання в умовах підвищеної радіаційної безпеки.

Еквівалентну дозу H можна розрахувати за формулою (метод дозових коефіцієнтів)

$$H_T = A_{\beta v} \cdot V_i \cdot v , \quad (7.3)$$

де $A_{\beta v}$ - об'ємна активність, V_i - дозовий коефіцієнт, v - швидкість споживання.

Дозовий коефіцієнт може бути розрахований за формулою

$$V_i = \text{ГД/ГДР} \quad (7.4)$$

За нормами НРБУ-97 границя дози $\Gamma Д=1\text{мЗв/година}$. Границя річного приходу ГРП для повітря дорівнює $3 \cdot 10^4 \text{Бк/ година}$. Границя річного приходу ГРП для води дорівнює $7,1 \cdot 10^4 \text{Бл/ година}$.

Таким чином, дозовий коефіцієнт, що визначається за формулою (7.4) для повітря

$$V_{ih}=0,33 \cdot 10^{-7} \text{Зв/ Бк},$$

а для води

$$V_{ig}=1,4 \cdot 10^{-8} \text{Зв/Бк}.$$

в) Еквівалентна доза H_T показує у скільки разів біологічна дія даного випромювання більша за дію рентгенівського. Одиниця дози в системі SI - 1 Зіверт.

$$1 \text{Зв} = 100 \text{бер}.$$

Моделювання переносу радіонуклідів у навколишньому середовищі [10,11] пов'язане з розв'язанням диференціальних рівнянь переносу типу

$$\partial C / \partial t + \partial(u_i C) / \partial x_i = \partial / \partial x_i (D_i \partial C / \partial x_i) + \lambda C + \sum_j R_j, \quad (7.5)$$

Приклади розв'язання задач

Приклад 7.1

Визначити еквівалентну дозу для дорослих і дітей, якщо в атмосферному повітрі була зареєстрована об'ємна активність 100Бк/м^3 . Час перебування в зоні дорівнює 1 добу.

Розв'язання:

Дозовий коефіцієнт розраховується за формулою (7.4) і для повітря він дорівнює

$$V_{ih} = 0,33 \cdot 10^{-7} \text{Зв/Бк}.$$

Швидкість споживання повітря V - це середня швидкість дихання. Для дорослих її вважають рівною $23 \text{м}^3/\text{добу}$; для дітей - $13 \text{м}^3/\text{добу}$, або $8,4 \cdot 10^3$ і $5,5 \cdot 10^3 \text{м}^3/\text{рік}$ відповідно.

Еквівалентна доза розраховується за формулою (7.3). Для дорослих вона дорівнює

$$H_T = 100 \cdot 0,33 \cdot 10^{-7} \cdot 23 = 0,08 \text{мЗв},$$

для дітей

$$H_T = 100 \cdot 0,33 \cdot 10^{-7} \cdot 13 \cdot 1 = 0,44 \text{мЗв}.$$

Відповідь: Еквівалентна доза дорівнює $0,08 \text{мЗв}$ для дорослих і $0,44 \text{мЗв}$ для дітей.

Приклад 7.2

Радіаційне забруднення питної води відповідає об'ємній активності $A_v=370$ Бк/л. Розрахувати річну еквівалентну дозу H_T на організм дорослої людини, якщо об'єм споживання води складає 2 л на добу і об'ємна активність води зберігається на протязі року.

Розв'язання:

Дозовий коефіцієнт розраховується за формулою (7.4), і для води він дорівнює

$$B_{ig} = \Gamma Д / \Gamma Р П = 10^{-3} / 7,1 \cdot 10^4 = 1,4 \cdot 10^{-8} \text{ (Зв/Бк)}.$$

Використовуючи значення дозового коефіцієнта та об'єм річного споживання води $V=2 \cdot 365=730$ л/рік = $0,73$ м³/рік, за формулою (7.3) отримаємо еквівалентну дозу

$$H_T = 370 \cdot 10^3 \cdot 1,4 \cdot 10^{-8} \cdot 0,73 = 3,7 \cdot 10^{-3} \text{ Зв/рік}.$$

Відповідь: еквівалентна доза дорівнює $3,7$ мЗв/рік

Приклад 7.3

Розрахувати активність води на відстані $X=5$ км від місця викиду змуленого радіонукліда в річку. Активність радіонукліда на місці викиду дорівнює 500 Бк/л. Швидкість річки $U=0,5$ М/с. Константа осадження частинок $b=5 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}$, константа розпаду $\lambda = 10^{-4} \text{ c}^{-1}$.

Розв'язання:

Радіаційна активність води пропорційна концентрації радіонукліда у воді. Тому на відстані X від місця викиду активність A води дорівнює

$$A = A_0 \cdot e^{-\frac{X}{U}(b+\lambda)} = 112 \cdot 10^3 \text{ Бк/м}^3$$

Відповідь: активність води дорівнює 112 тисяч Бк/м³

Приклад 7.4

Під час аварії на АЕС річний викид ізотопу йоду I^{131} в атмосферу складає $Q = 8,1 \cdot 10^{11}$ Бк.

Розрахувати еквівалентну дозу на щитовидну залозу дорослої людини, що потрапляє в організм через органи дихання, якщо відомо, що коефіцієнт метеорологічного розбавлення дорівнює $G=5 \cdot 10^{-8} \text{ c/м}^3$.

Розв'язання:

Об'ємна активність повітря розраховується за формулою

$$A_v = Q \cdot G / t = 8,1 \cdot 10^{11} \cdot 5,0 \cdot 10^{-8} / 3,16 \cdot 10^7 = 1,3 \cdot 10^{-3} \text{ Бк/м}^3,$$

де $t = 3,16 \cdot 10^7 \text{ c} = 1 \text{ рік}$.

Еквівалентна доза розраховується за формулою

$$H_T = A_v \cdot V_i \cdot v,$$

і дорівнює

$$H_T = 3,2 \cdot 10^{-6} \text{ Зв/рік}.$$

Відповідь: еквівалентна доза дорівнює $3,2 \cdot 10^{-6} \text{ Зв/рік}$.

Приклад 7.5

Визначити розподіл концентрації радіонуклідів вздовж течії річки в усталеному режимі, якщо викид відбувся із труби круглого перерізу, розташованої вздовж течії річки. Механізм міграції радіонукліда молярний.

Розв'язання:

Припустимо, що при витіканні суміші, яка містить радіонуклід, з труби радіусу R , в ній після вирівнювання швидкостей річки (v) і потоку (u) утворюється трубка току радіусом r , через бокову поверхню якої відбувається молярна дифузія радіонукліду. Радіус трубки r можна знайти за витратами суміші Q , що витікає у річку.

$$Q = \pi R^2 u.$$

Із рівняння нерозривності трубки току:

$$\pi R^2 u = \pi r^2 v,$$

звідки можна виразити радіус трубки току:

$$r = \sqrt{\frac{Q}{\pi v}}$$

Запишемо рівняння матеріального балансу

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{v} \text{grad} C = - \text{div} \vec{j} + I, \quad (7.6)$$

де C – концентрація радіонуклідів; I – функція джерела; \vec{j} – густина потоку радіонукліду, внаслідок якого відбувається розбавлення суміші.

Внаслідок стаціонарності процесу $\frac{\partial C}{\partial t} = 0$.

Функція стоку знаходиться із закону радіоактивного розпаду, оскільки це кількість радіонукліда, яка розпадається за одиницю часу в одиниці об'єму речовини:

$$I = \frac{1}{V} \cdot \frac{dN}{dt} = \frac{dC}{dt} = -\lambda C,$$

де $\lambda = \frac{\ln 2}{T_{1/2}}$ - константа розпаду ($T_{1/2}$ - період напіврозпаду радіонукліда).

Направимо вісь ОХ вздовж течії річки. Тоді в циліндричних координатах з віссю ОХ у якості циліндричної вісі з урахуванням радіальної симетрії отримаємо:

$$\operatorname{div} \vec{j} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \vec{j}) + \frac{\partial j}{\partial x}$$

Для молярного механізму дифузії $j = \beta C$. $\operatorname{div} \vec{j} = \frac{\beta C}{r}$.

З урахуванням наведених виразів рівняння матеріального балансу (7.6) приймає вигляд:

$$(v + \beta) \cdot \frac{\partial C}{\partial x} = -\frac{\beta C}{r} - \lambda C, \quad \text{або} \quad (7.7)$$

$$\frac{\partial C}{\partial x} = -aC, \quad (7.8)$$

де $a = \frac{\frac{\beta}{r} + \lambda}{v + \beta} \approx \frac{\beta \sqrt{\frac{\pi v}{Q}} + \lambda}{v}$ (7.9)

оскільки $\beta \ll v$. Розв'язок рівняння (8) має вид

$$C = C_0 e^{-ax}. \quad (7.10)$$

Отже, зміна концентрації радіонукліда у річці відбувається за експоненціальним законом, показник степені якого визначається константою розпаду λ і швидкістю масообміну β .

Враховуючи вираз (7.9) розв'язку (7.10) можна надати вигляд:

$$C = C_0 f e^{-\frac{\lambda x}{v}},$$

де $f = e^{-\beta \sqrt{\frac{\pi v}{Q}} x}$ - функція розбавлення.

Тоді: $C = C_0 e^{-\beta \sqrt{\frac{\pi v}{Q}} x} e^{-\frac{\lambda x}{v}},$

або $C = C_0 e^{-\frac{x}{v} (\beta v \sqrt{\frac{\pi v}{Q}} + \lambda)}$

Відповідь:
$$C = C_0 e^{-\frac{x}{v}(\beta v \sqrt{\frac{\pi v}{Q}} + \lambda)}$$

Приклад 7.6

Розрахувати еквівалентну дозу на поверхні землі, що утворює фотонне випромінювання від хмарини радіоактивних газів суміші ізотопів Кг і Хе. Хмара утворилася внаслідок аварії на реакторі ВВЕР-440, коли $\delta = 10\%$ загальної кількості радіоактивного пального, що знаходилося в активній зоні реактора, потрапило в атмосферу. Висота викиду - 60 м, швидкість вітру $U = 1.6$ м/с, відстань від місця викиду - 3 км у напрямку вітру.

Розв'язання:

При даних умовах час руху радіоактивної хмарини до точки вимірювання: $t = x/u = 30$ хвилин. Повне завантаження активної зони реактора ураном складає 41,5 т, а питома активність q суміші ізотопів Кг і Хе дорівнює $4,06 \cdot 10^{16}$ і $1,07 \cdot 10^{17}$ Бк/т відповідно. Таким чином, активність суміші радіоактивних газів в точці вимірювання дорівнює

$$Q = q \cdot m \cdot \delta = (0,41 + 1,07) \cdot 10^{17} \cdot 41,5 \cdot 0,1 = 6,14 \cdot 10^{17} \text{ Бк.}$$

Для умови даної задачі коефіцієнт метеорологічного розбавлення $G = 6,0 \cdot 10^{-5} \text{ с/м}^3$. Для суміші ізотопів Кг і Хе за довідковими даними дозовий коефіцієнт $V_{\alpha\gamma}$ дорівнює

$$V_{\alpha\gamma} = 1,07 \cdot 10^{-6} \text{ Зв} \cdot \text{м}^3 / \text{рік} \cdot \text{Бк}.$$

Знаючи дозовий коефіцієнт, еквівалентну дозу H_T від короткочасного викиду Q можна розрахувати за формулою

$$H = Q \cdot V_{\beta\alpha\gamma} \cdot G_0 / u = 0,31 (\text{Зв}).$$

Відповідь: еквівалентна доза дорівнює 0,31 Зв.

Приклад 7.7

На незораному пасовищі поверхнева активність радіонуклідів унаслідок аварії на ЧАЕС становила $18,5 \cdot 10^{10} \text{ Бк/км}^2$ ^{137}Cs . Наступного року після аварії (коли повітряним забрудненням трав можна було нехтувати) питома активність ^{137}Cs у біомасі рослин становила 3,7 Бк/кг, а в 5-сантиметровому шарі ґрунту $-7,4 \cdot 10^2 \text{ Бк/кг}$. Визначити коефіцієнти накопичення і переходу.

Розв'язання.

Позначимо: $C_1 = 3,7 \text{ Бк/кг}$; $C_2 = 7,4 \cdot 10^2 \text{ Бк/кг}$;
 $C_3 = 18,5 \cdot 10^{10} \text{ Бк/км}^2$.

Розраховуємо шукані коефіцієнти. Коефіцієнт накопичення дорівнює:

$$K_H = \frac{C_1}{C_2} = \frac{3,7 \frac{\text{Бк}}{\text{кг}} \left(\frac{1 \cdot 10^{-10} \text{Ки}}{\text{кг}} \right)}{7,4 \cdot 10^2 \frac{\text{Бк}}{\text{кг}}} = 0,005 .$$

Коефіцієнт накопичення дозволяє оцінити частку активності радіонуклідів, що переходять в 1 кг біомаси із 1 кг ґрунту.

Коефіцієнт переходу в перший рік після аварії становив

$$K_n = \frac{C_1}{C_3} = \frac{3,7 \frac{\text{Бк}}{\text{кг}} \left(\frac{1 \cdot 10^{-10} \text{Ки}}{\text{кг}} \right)}{18,5 \cdot 10^{10} \frac{\text{Бк}}{\text{км}^2} \left(\frac{5 \text{Ки}}{\text{км}^2} \right)} = 0,2 .$$

Коефіцієнт переходу дає змогу оцінити частку активності радіонуклідів, що переходять у 1 кг біомаси рослин від $3,7 \cdot 10^{10}$ Бк (1Ки) активності радіонуклідів, що випали на поверхню території.

Відповідь: коефіцієнт накопичення $K_H=0,005$, а коефіцієнт переходу $K_n=0,2$.

Приклад 7.8

Визначити вміст ^{137}Cs та ^{90}Sr в свіжих масляках та придатність їх до вживання. Гриби заготовлені на території Лісостепової зони Київської області. Щільність забруднення ґрунту ^{137}Cs становить 37 кБк/м^2 , ^{90}Sr – 30 кБк/м^2 . Коефіцієнт переходу: по ^{137}Cs КП = 4,1; по ^{90}Sr КП= 13,7

Розв'язання: Знайдемо питому активність сировини ПА

$$\text{ПА} = \text{ЩЗ} \cdot \text{КП},$$

де ПА – питома активність сировини, Бк/кг; ЩЗ – щільність забруднення ґрунту ^{137}Cs ; ^{90}Sr , кБк/м²; КП – коефіцієнт переходу.

1. Визначаємо вміст ^{137}Cs в масляках: ЩЗ = 37 кБк/м^2 ;

$$\text{КП} = 4,1$$

$$\text{ПА} = 37 \cdot 4,1 = 151,7 \text{ Бк/кг}$$

Допустимий рівень забруднення свіжих дикоростучих грибів за ^{137}Cs становить 500 Бк/кг .

2. Визначаємо вміст ^{90}Sr в масляках: ЩЗ = 30 кБк/м^2 ;

$$КП = 13,7$$

$$ПА = 30 \cdot 13,7 = 411 \text{ Бк/кг}$$

Допустимий рівень забруднення свіжих дикоростучих грибів за ^{90}Sr становить 50 Бк/кг (табл. Б2).

Висновок: Забруднення маслюків за ^{137}Cs становить 151,7 Бк/кг, що нижче за допустимі рівні у 3,29 рази ($500 : 151,7 = 3,29$), а за ^{90}Sr становить 411Бк/кг, що перевищує допустимі рівні у 8,22 рази ($411 : 50 = 8,22$). Ці гриби вживати в їжу не можна.

Задачі для самостійного розв'язання

7.1 Визначити ефективну еквівалентну дозу і потужність дози γ - випромінювання з енергією квантів ~ 200 кеВ, якщо вимірена в повітрі експозиційна доза досягає величини X_T , а час перебування в зоні випромінювання дорівнює t . Значення X_T і t наведені в таблиці 7.1.

Таблиця 7.1

Варіант №	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_T , Рентген	50	50	50	100	100	100	150	150	150	200
t , годин	20	15	10	20	15	10	30	20	10	20

7.2 Визначити еквівалентну дозу та потужність дози для дорослих та дітей, якщо в атмосферному повітрі зареєстрована об'ємна активність A_V . Час перебування в зоні випромінювання - t , годин (таблиця 7.2).

Таблиця 7.2.

Варіант №	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A_V , Бк/м ³	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
t , годин	10	10	5	5	5	5	5	5	10	10

7.3 В результаті аварійного викиду цезію Cs^{137} молоко стало забрудненим до значень об'ємної активності A_V . Розрахувати річну еквівалентну дозу H_T на організм людини, якщо добовий об'єм споживання молока $V = 0,5$ л на добу і об'ємна активність молока зберігається на протязі року. Границю річного приходу радіонуклідів вважати рівною $7,1 \cdot 10^4$ Бк/год. В парних варіантах вважати, що $A_V = 300$ Бк/л, в непарних варіантах – $A_V=400$ Бк/л.

7.4 Визначити еквівалентну дозу для дорослих і дітей, якщо в атмосферному повітрі була зареєстрована об'ємна активність 200 Бк/м^3 . Час перебування в зоні дорівнює 2 доби.

7.5 Визначити поглинуту дозу та потужність дози, якщо відомо, що у масі 100 кг поглинута енергія 200 Дж за час 1 година.

7.6 Визначити експозиційну дозу та потужність дози фотонного випромінювання, якщо відомо, що у масі 100 кг поглинута енергія 400 Дж за час 1 година. Одиниця експозиційної дози 1 Рентген = $2,58 \cdot 10^{-4} \text{ Кл/кг}$.

7.7 Експозиційна доза в 1 Рентген відповідає поглинутій дозі 8,8 мГр, або еквівалентній дозі фотонного випромінювання 8,8 мЗв. Чому дорівнює потужність поглинутої та еквівалентної дози звичайного радіаційного фону 12 мкР/год ?

7.8 Еквівалентна доза 1 бер (біологічний еквівалент рада) складає 0,01 Зв. Чому дорівнює у системі СІ еквівалентна летальна доза $\text{ЛД}_{50/30}$, якщо відомо, що у позасистемних одиницях вона дорівнює 400 рад?

7.9 Знайти колективну дозу випромінювання, якщо відомо, що мешканці міста отримали у середньому еквівалентну ефективну дозу 0,02 Зв, а населення міста складає 200 тисяч мешканців.

7.10 Розрахувати річну еквівалентну дозу H_T на організм дорослої людини, якщо об'єм споживання води складає 2 л на добу і об'ємна активність води $A_V=200 \text{ Бк/л}$. зберігається на протязі року.

7.11 Визначити потужність еквівалентної дози \dot{H} від зовнішнього γ -випромінювання, якщо зареєстрована потужність експозиційної дози $\dot{X}=10 \text{ мР/год}$

7.12 За даними таблиці 1.2 побудувати криву розподілу даних вимірювань. Оцінити характер розподілу. Знайти середню потужність дози, середнє квадратичне відхилення та довірчий інтервал Δa .

Таблиця 7.3

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P_X,$ мкР/год	8	8	9	10	11	12	14	14	15	17

7.13 Визначити еквівалентну дозу H , яку отримує працівник протягом робочого тижня від зовнішнього γ -випромінювання, якщо потужність експозиційної дози на робочому місці становить $X'=200 \text{ мкР/год}$. Врахувати, що тривалість зміни 8 годин, тиждень має 2 вихідних дня.

7.14 Визначити потужність експозиційної дози X' в Р від зовнішнього γ - випромінювання, якщо протягом доби поглинена доза в тілі людини склала $0,3\text{сГр}$.

7.15 Повітря при нормальних умовах опромінюється γ - променями. Визначити енергію W , яка поглинається повітрям масою $m=5$ г при експозиційній дозі випромінювання $X=258\text{мкКл/кг}$.

7.16 Під дією космічних променів у повітрі об'ємом $V=1$ см^3 на рівні моря утворюється в середньому $N=120$ пар іонів за проміжок часу $\Delta t = 1$ хв. Визначити експозиційну дозу X випромінювання, дія якої впливає на людину протягом часу $t = 1$ доба.

7.17 Об'єм V іонізаційної камери кишенькового дозиметра дорівнює 1 см^3 , електроємність $C=2$ пФ. Камера містить повітря при нормальних умовах. Дозиметр був заряджений до потенціалу $\phi_1=150$ В. Під дією випромінювання потенціал упав до $\phi_2=110$ В. Визначити експозиційну дозу X випромінювання.

7.18 Вимірювання потужності експозиційної дози випромінювання у 3-х дослідах показало 9 мкР/год , у 4-х дослідах 12 мкР/год та у 3-х дослідах – 15 мкР/год . Знайти середню потужність дози, середнє квадратичне відхилення та довірчий інтервал Δa .

7.19 Потужність X' експозиційної дози, яка створюється джерелом γ - випромінювання з енергією фотонів $E=2\text{МеВ}$, дорівнює $0,86\text{мкА/кг}$. Визначити товщину x свинцевого екрану, що знижує потужність експозиційної дози до рівня $X' = 0,86\text{нА/кг}$.

7.20 Потужність експозиційної дози X' γ -випромінювання на відстані $r_1=40\text{см}$ від точкового джерела дорівнює $4,30\text{мкА/кг}$. Визначити час t , протягом якого можна знаходитись на відстані $r_2=6\text{м}$ від джерела, якщо за гранично допустиму експозиційну дозу X прийняти $5,16\text{мкКл/кг}$. Поглинанням γ -випромінювання у повітрі знехтувати.

7.21 Визначити потужність еквівалентної дози H' від зовнішнього γ - випромінювання, якщо потужність експозиційної дози $X' = 10$ мР/год .

7.22 Визначити поглинену дозу при споживанні протягом 1 року забрудненого ^{90}Sr м'яса при питомій активності 100Бк/кг . Добове споживання м'яса – 50 г/добу.

7.23 Визначити поглинену дозу при споживанні людини 400л питної води, забрудненої ^{60}Co до об'ємної активності 100 Бк/м^3 . Добове споживання питної води – 2 л/добу.

7.24 На відстані $l=10$ см від точкового джерела γ -випромінювання потужність експозиційної дози $X' = 0,86 \text{ мкА/кг}$. На якій найменшій відстані l_{\min} від джерела експозиційна доза випромінювання X за робочу зміну $t=6$ год не перебільшить $5,16 \text{ мкКл/кг}$? Поглинанням γ -випромінювання у повітрі знехтувати.

7.25 Оцінити чинник радіоємності біоти прісноводного водоймища за параметрами: $P = 5 \text{ г/м}^3$, $K = 300$, $H = 4 \text{ м}$, $F = 0,7$ (чинник радіоємності донних відкладень).

7.26 Оцінити чинник радіоємності біоти ділянки моря за наведеними параметрами: $H = 200 \text{ м}$, $S=2000 \text{ км}^2$, $F = 0,1$ (чинник радіоємності донних відкладень), $P = 1 \text{ г/м}^3$, $K_0 = 2000$.

7.27 Визначити ефективну дозу від внутрішнього опромінення ^{131}I , якщо його приземна об'ємна активність сягає 500 Бк/м^3 . При середньо добовій швидкості подиху $1 \text{ м}^3/\text{год}$.

7.28 Розрахувати винос ^{137}Cs з урожаєм біомаси в агросистемах, якщо $A_0 = 3,7 \cdot 10^{11} \text{ Бк/км}^2$ (10 Кі/км^2), V_0 (за перший вегетаційний період) = 4000 т/км^2 , $K_0 = 0,1$.

7.29 Визначити коефіцієнт виносу радіонуклідів із врожаєм соняшнику, якщо рівень поверхневої активності ^{137}Cs у ґрунті становить $3,7 \cdot 10^{10} \text{ Бк/км}^2$ (1 Кі/км^2), врожай зеленої маси – 400 ц/га , $K_n=0,2$; $K_p=1,0$.

7.30 Поверхнева активність ґрунту ^{137}Cs - $55,5 \cdot 10^{10} \text{ Бк/км}^2$ (15 Кі/км^2), а об'ємна активність повітря – $0,6 \text{ Бк/м}^3$. Оцінити індивідуальну інгаляційну дозу випромінювання для тракториста, що працює протягом місяця польових роботах (споживана кількість повітря $8 \cdot 10^3 \text{ м}^3/\text{рік}$).

Перелік використаної літератури

1. Герасимов О.І. Технології захисту навколишнього середовища: підручник / Одеськ. держ. еколог. ун-т. Одеса: ТЕС, 2019. 268 с.
2. Герасимов О.І. Теоретичні основи технологій захисту навколишнього середовища: навчальний посібник. Одеса: ТЕС, 2018. 228с.
3. Герасимов О. І. Фізичні основи технологій захисту навколишнього середовища: підручник. Одеса: Одеський державний екологічний у-т , 2023. 168 с.
4. Герасимов О.І. Фізика гранульованих матеріалів: монографія. Одеса: ТЕС, 2015. 264 с.
5. Посібник для пошукувачів рівня підготовки доктор філософії за спеціальністю Технології захисту навколишнього середовища: навчальний посібник./ Герасимов О. І., Андріанова І. С., Курятников В. В.,Співак А. Я. Одеса, Одеський державний екологічний університет, 2021. 213 с.8.
6. Курятников В.В. Інженерно-фізичні аспекти захисту навколишнього середовища: Конспект лекцій/ Одеса: ОДЕКУ, 2017,50 с.
7. Курятников В.В., Співак А.Я, Кільян А.М. Конструювання та інженерно-фізичні принципи систем захисту довкілля: конспект лекцій/ Одеса: ОДЕКУ, 2019. 60 с.
8. Герасимов О.І., Фізика в задачах. Підручник. /О.І.Герасимов, І.С.Андріанова, Одеський державний екологічний університет.— Одеса: Вид-во “ТЭС”, 2017 – 564с.
9. Герасимов О. І. та ін. Конспект лекцій із загальної фізики. / Одеса: ТЕС, 2004. – 200с.
10. Герасимов О.І., Курятников В.В. Фізичне моделювання в технологіях водоочищення // Фізика аеродисперсних систем. 2023. №61. С.17-31. <http://fas.onu.edu.ua/issue/view/17225>
11. Курятников В.В. Моделювання міграції радіонуклідів у ґрунті та ґрунтово-екологічний радіаційний моніторинг. Матеріали доповідей Міжнародної заочної мультимедійної (інтернет) конференції «Роль фізики в розвитку міждисциплінарних напрямків», 2-5 травня, 2016, Одеса, ТЕС,2016, С.35-38
12. Концептуальні питання освітньо-професійної підготовки фахівців з спеціальності «Технології захисту навколишнього середовища» // Андріанова І.С., Герасимов О.І., Курятников В.В., Співак А.Я. Фізика аеродисперсних систем. 2021. №59. С. 184-193. <https://doi.org/10.18524/0367-1631.2021.59.227380>

13. Технології радіаційного захисту з використанням гранульованих матеріалів // Герасимов О.І., Андрианова І.С., Сідлецька Д.М., Співак А.Я., Курятников В.В., Кільян А.М. Фізика аеродисперсних систем. 2021. №59. С. 194-200. <https://doi.org/10.18524/0367-1631.2021.59.227384>
14. Кухлахмедов Ю.О., Корогодін В.І., Кольтовер В.К. Основи радіоекології: навч. посібн. Київ: Вища шк., 2003. 319с.
15. Герасимов О.І. Радіоекологія за галузями: підручник. Одеса: ТЕС, 2016. 100с.
16. Радіаційна безпека при здійсненні окремих видів діяльності в сфері використання ядерної енергії: посібник / Герасимов О.І., Курятников В.В., Співак А.Я., Кільян А.М. ; за ред. О.І. Герасимова. Одеса: Одес. держ. еколог. ун-т, 2022. – 80 с.
17. Норми радіаційної безпеки України (НРБУ-97); Державні гігієнічні нормативи. Київ: Відділ поліграфії Українського центру держсанепіднагляду МОЗ України, 1997. 121с.
18. Закон України „Про забезпечення санітарного і епідеміологічного благополуччя населення» від 07.02.02 № 3037-III [Електронний ресурс]. - Режим доступу: <http://zakon0.rada.gov.ua/laws/show/4004-12>.
19. Закон України „Про захист людини від впливу іонізуючого випромінювання» від 14.01.98. № 15/98-ВР» [Електронний ресурс]. — Режим доступу : <http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/15/98-вр>.
20. Основні санітарні правила забезпечення радіаційної безпеки України (ОСПУ). ДСП 6.177-2005-09.02. – К, 2005.
21. Державні гігієнічні нормативи. Допустимі рівні вмісту радіонуклідів ^{137}Cs і ^{90}Sr у продуктах харчування та питної води (ДР-2006) // Офіційний вісник України. – 2006. – № 29. – С. 142–150.
22. "Про питну воду та питне водопостачання" № 2047-VIII від 18.05.2017
23. Державні санітарні норми та правила "Гігієнічні вимоги до води питної, призначеної для споживання людиною" (ДСанПіН 2.2.4-171-10).2017.
24. Курятников В.В., Кільян А.М. Системи та прилади контролю параметрів довкілля: Конспект лекцій для студентів за спеціальністю «Технології захисту навколишнього середовища» / Одеса: ОДЕКУ, 2018,73 с.
25. Курятников В.В. Основи електроніки, автоматики та цифрової техніки. Методичні вказівки для студентів з/о форми навчання за напрямом «Гідрометеорологія» - Одеса, ОГМІ, 2000, С.37.

ПРЕДМЕТНИЙ ПОКАЖЧИК

А

аерозоль 27
альфа-розпад 54
атмосфера 27

Б

барометрична формула 12
бета випромінювання 62, 72
бета розпад 58

В

вуглець 24
відстоювання 39
вода 38
-стічна 39, 40
- питна 24, 38

Г

гальмівне випромінювання 62
гамма- випромінювання 77, 80
гідродинамічні методи 38
гравітаційний метод 39
гранично допустимий рівень 100
густина 8

Д

дисперсія 7,18, 20
дифузія 6
доза 94
- експозиційна доза 94
- ефективна доза 95
- еквівалентна доза 95
дробові похідні 6, 10

Е

екранування 80, 84, 92
електромагнітне поле 62
емульсія 41
ефект Комптона 77, 81

Є

ємність 23

З

забруднення 4, 5
закон радіоактивного розпаду 54
закон послаблення 77
захисний пристрій 78
залізо 85,86,88,89,93

І

індуктивність 26
іонізаційні втрати 62
іонізація 62
іонізуюче випромінювання 62

К

коефіцієнт дифузії 9
коефіцієнт масовіддачі 6
коефіцієнт накопичення 100
коефіцієнт переходу 100, 101
коефіцієнт теплопровідності 5
комptonівське розсіювання 81,82
контрольний рівень 100

Л

лінійчасті спектри 86

М

маса 6, 9, 28, 29,31
метод комплексних змінних 23
механізми процесів 84, 97
міграція радіонуклідів 95, 96, 98
молекулярна дифузія 8
молярна дифузія 8
моніторинг 6
мюони 67, 68

Н

нейтрони теплові 78

нейтронне випромінювання 79

О

осідання 36, 42,

- гравітаційне 39,40

- відстоюванням 39

П

переріз розсіяння 78

питома активність 55

повільні теплові нейтрони 79

повний опір 23

поглинена доза 94

пробіг 64

процеси 6

- фізико-хімічні 6

Р

радіація 54

радіаційні втрати 63

радіоактивність 54

радіоактивний розпад 54

резистор 23

рентген 94

рентгенівське випромінювання 86

рівняння 5, 6

-дифузії 6

-теплопровідності 5

С

седиментація 40

сепарація 51

середня дов-на вільного про-гу14

сила тяжіння 39

суспензія 40

Т

термодинамічний метод 5

Ф

фотоелектричне поглинання 80, 83

фотоэффект 77

Я

ядро 54

ДОДАТОК А

Таблиця А1 - Характеристики аварійних хімічно небезпечних речовин (АХНР) для визначення глибини зони зараження

Найменування АХНР	Густина АХНР, т/м ³		Температура АХНР	Порогова токсодоза	Значення допоміжних коефіцієнтів							
	Газ	Рідина			К ₁	К ₂	К ₃	К ₇ [□] /К ₇ ^{□□}				
								для -40°C	для -20°C	для 0°C	для 20°C	для 40°C
Аміак, зберігання під тиском	0,0008	0,681	-33,42	15	0,18	0,025	0,04	0/0,9	0,3/1	0,6/1	1/1	1,4/1
Аміак, ізотермічне зберігання	-	0,681	-33,42	15	0,01	0,025	0,04	0/0,9	1/1	1/1	1/1	1/1
Водень миш'яковистий	0,0035	1,64	- 62,47	0,2	0,17	0,054	0,857	0,3/1	0,5/1	0,8/1	1/1	1,2/1
Водень фтористий	-	0,989	19,52	4	0	0,028	0,15	0,1	0,2	0,5	1	1
Водень хлористий	0,0016	1,191	- 85,10	2	0,28	0,037	0,30	0,64/1	0,6/1	0,8/1	1/1	1,2/1
Водень бромистий	0,0036	1,490	-66,77	2,4	0,13	0,055	6,0	0,2/1	0,5/1	0,8/1	1/1	1,2/1
Метиламін	0,0014	0,699	- 6,5	1,2	0,13	0,034	0,5	0/0,3	0/0,7	0,5/1	1/1	2,5/1
Метил бромистий	-	1,732	3,6	1,2	0,04	0,039	0,5	0/0,2	0/0,4	0/0,9	1/1	2,3/1

Таблиця А2 - Значення глибини зони можливого зараження, км

Швидкість вітру,	Еквівалентна кількість АХОВ Q_3 , т																	
	0,01	0,05	0,1	0,5	1	3	5	10	20	30	50	70	100	300	500	700	1000	2000
1	0,38	0,85	1,25	3,16	4,75	9,18	12,5	19,2	29,6	38,13	52,67	65,2	81,9	166	231	288	362	572
2	0,26	0,59	0,84	1,92	2,84	5,35	7,20	10,8	16,4	21,02	28,79	35,4	44,1	87,8	121	150	189	295
3	0,22	0,48	0,68	1,53	2,17	3,99	5,34	7,96	11,9	15,18	20,59	25,2	31,3	61,5	84,5	104	130	202
4	0,19	0,42	0,59	1,33	1,88	3,28	4,36	6,46	9,62	12,18	16,43	20,1	24,8	48,2	65,9	81,2	101	157
5	0,17	0,38	0,53	1,19	1,68	2,91	3,75	5,53	8,19	10,33	13,88	16,9	20,8	40,1	54,7	67,2	83,6	129
6	0,15	0,34	0,48	1,09	1,53	2,66	3,43	4,88	7,20	9,06	12,14	14,8	18,1	34,7	47,1	56,7	71,7	110
7	0,14	0,32	0,45	1,0	1,42	2,46	3,17	4,49	6,48	8,14	10,87	13,2	16,2	30,7	41,7	50,9	63,2	96,3
8	0,13	0,3	0,42	0,94	1,33	2,30	2,97	4,20	5,92	7,42	9,90	12,0	14,7	27,8	37,5	45,8	56,7	86,2
9	0,12	0,28	0,40	0,88	1,25	2,17	2,80	3,96	5,60	6,86	9,12	11,0	13,5	25,4	34,2	41,8	51,6	78,3
10	0,12	0,26	0,38	0,84	1,19	2,06	2,66	3,70	5,31	6,50	8,50	10,2	12,5	23,5	31,6	38,5	47,5	71,9

Таблиця А3 - Кутовий розмір зони зараження φ

Швидкість вітру U, м/с	Кутовий розмір зони зараження φ , град.
Менше 0,5	360
0,6 – 1,0	180
1,1 – 2,0	90
Більше 2,0	45

Таблиця А4 - Швидкість переносу переднього фронту забрудненого повітря V в залежності від швидкості вітру U, м/с

Швидкість вітру U, м/с	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Швидкість переносу V, км/ч	Інверсія														
	5	10	16	21	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	Ізотермія														
	6	12	18	24	29	35	41	47	53	59	65	71	76	82	88
	Конвекція														
	7	14	21	28	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

ДОДАТОК Б

Таблиця Б1 - Назви, символи та атомні маси деяких хімічних елементів

№ п/п	Назва	Символ	Атомна маса	№ п/п	Назва	Сим вол	Атомна маса
1	Водень	H	1,0079	56	Барій	Ba	137,33
2	Гелій	He	4,00260	57	Лантан	La	138,9055
3	Літій	Li	6,90041	58	Церій	Se	140,12
4	Берилій	Be	9,01218	59	Прасеодим	Pr	140,9077
5	Бор	B	10,81	60	Неодим	Nd	144,24
6	Вуглець	C	12,011	61	Прометій	Pm	[145]
7	Азот	N	14,0067	62	Самарій	Sm	150,4
8	Кисень	O	15,9994	63	Європій	Eu	151,96
9	Фтор	F	18,9984	64	Гадоліній	Gd	157,25
10	Неон	Ne	20,179	65	Тербій	Tb	158,9254
11	Натрій	Na	22,98977	66	Диспросій	Dy	162,50
12	Магній	Mg	24,305	67	Гольмій	Ho	164,9304
13	Алюміній	Al	26,98154	68	Ербій	Er	167,26
14	Кремній	Si	28,0855	69	Тулій	Tm	168,9342
15	Фосфор	P	30,97376	70	Ітербій	Yb	173,04

16	Сера	S	32,06	71	Лютецій	Lu	174,967
17	Хлор	Cl	35,453	72	Гафній	Hf	178,49
18	Аргон	Ar	39,948	73	Тантал	Ta	180,947
19	Калій	K	39,0983	74	Вольфрам	W	183,85
20	Кальцій	Ca	40,08	75	Реній	Re	186,21
21	Скандій	Sc	44,9559	76	Осмій	Os	190,2
22	Титан	Ti	47,90	77	Іридій	Ir	192,22
23	Ванадій	V	50,9415	78	Платина	Pt	195,08
24	Хром	Cr	51,996	79	Золото	Au	196,97
25	Марганець	Mn	54,9380	80	Ртуть	Hg	200,59
26	Залізо	Fe	55,847	81	Талій	Tl	204,38
27	Кобальт	Co	58,9332	82	Свинець	Pb	207,2
28	Нікель	Ni	58,71	83	Вісмут	Bi	208,98
29	Мідь	Cu	63,546	84	Полоній	Po	[209]
30	Цинк	Zn	65,38	85	Астат	At	[210]
31	Галій	Ga	69,735	86	Радон	Rn	[222]
32	Германій	Ge	72,59	87	Францій	Fr	[223]
33	Миш'як	As	74,9216	88	Радій	Ra	226,03
34	Селен	Se	78,96	89	Актиній	Ac	[227]
35	Бром	Br	79,904	90	Торій	Th	232,04

36	Криптон	Kr	83,80	91	Протактиній	Pa	[231]
37	Рубідій	Rb	85,467	92	Уран	U	238,03
38	Стронцій	Sr	87,62	93	Нептуній	Np	[237]
39	Ітрій	Y	88,9059	94	Плутоній	Pu	[244]
40	Цирконій	Zr	91,22	95	Америцій	Am	[247]
41	Ніобій	Nb	92,9064	96	Кюрій	Cm	[247]
42	Молібден	Mo	96,94	97	Берклій	Bk	[247]
43	Технецій	Tc	98,9062	98	Каліфорній	Cf	[251]
44	Рутеній	Ru	101,07	99	Ейнштейній	Es	[252]
45	Родій	Rh	102,9055	100	Фермій	Fm	[257]
46	Паладій	Pd	106,4	101	Менделеві	Md	[258]
47	Срібло	Ag	107,868	102	Нобелій	No	[259]
48	Кадмій	Cd	112,401	103	Лоуренсій	Lr	[260]
49	Індій	In	114,82	104	Дубній	Db	[261]
50	Олово	Sn	118,69	105	Джоліотій	Jl	[262]
51	Сурма	Sb	122,75	106	Резерфордій	Rf	[263]
52	Телур	Te	127,60	107	Борій	Bh	[262]
53	Йод	I	125,9045	108	Ганій	Hn	[265]
54	Ксенон	Xe	131,30	109	Майтнерій	Mt	[266]
55	Цесій	Cs	132,9054	110	Унуннілій	Uun	

Таблиця Б2 - Допустимі рівні вмісту радіонуклідів ^{137}Cs і ^{90}Sr в основних продуктах харчування та питній воді (Бк·кг,л⁻¹)

ДОПУСТИМІ РІВНІ ВМІСТУ РАДІОНУКЛІДІВ ^{137}Cs і ^{90}Sr (Бк·кг,л ⁻¹)			
№п\п	Найменування продукту	^{137}Cs	^{90}Sr
1.	Хліб, хлібопродукти	20	5
2.	Картопля	60	20
3.	Овочі	40	20
4.	Фрукти	70	10
5.	М'ясо і м'ясопродукти	200	20
6.	Риба свіжа та морожена	150	35
7.	Молоко та молокопродукти	100	20
8.	Яйця птиці	100	30
9.	Вода питна	2	2
10.	Алкогольні напої	50	30
11.	Безалкогольні напої	20	20
12.	Лікарські рослини	200	100
13.	Гриби свіжі	500	50
14.	Дитяче харчування	40	5

Таблиця Б3 - Період напіврозпаду $T_{1/2}$ деяких радіоактивних нуклідів

Нуклід	$T_{1/2}$	Нуклід	$T_{1/2}$
Вуглець (^{14}C)	5 730 років	Радій (^{226}Ra)	1 620 років
Кобальт (^{58}Co)	71 доба	Торій (^{232}Th)	$1,41 \cdot 10^{10}$ років
Стронцій (^{90}Sr)	28 років	Уран (^{238}U)	$4,5 \cdot 10^9$ років
Полоній (^{210}Po)	140 діб	Уран (^{239}U)	23,54 хвилини
Радон (^{226}Rn)	3,82 доби	Плутоній (^{239}Pu)	24 390 років

Фундаментальні фізичні константи

Гравітаційна стала	$G = 6,6720 \cdot 10^{-11} \text{Н} \cdot \text{м}^2/\text{кг}^2$
Швидкість світла в вакуумі	$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
Магнітна стала	$\mu_0 = 12,5663706144 \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$
Електрична стала	$\epsilon_0 = 8,85418782 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$
Стала Планка	$h = 6,626176 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$
Маса спокою електрону	$m_e = 9,109534 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
Маса спокою протону	$m_p = 1,6726485 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Маса спокою нейтрону	$m_n = 1,6749543 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Елементарний заряд	$e = 1,6021892 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$
Атомна одиниця маси	$1 \text{ а.о.м.} = 1,6605655 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
Стала Авогадро	$N_A = 6,022045 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$
Універсальна газова стала	$R = 8,31441 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К})$
Стала Больцмана	$k = 1,380662 \cdot 10^{-23}$
Комптонівська довжина хвилі електрона	$\lambda_c = 2,426 \cdot 10^{-12} \text{ м}$

Навчальне електронне видання

ГЕРАСИМОВ Олег Іванович, КУРЯТНИКОВ Владислав Володимирович

Навчальний посібник

**РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ З
“ТЕХНОЛОГІЙ ЗАХИСТУ НАВКОЛИШНЬОГО СЕРЕДОВИЩА”**

Видавець і виготовлювач

Одеський державний екологічний університет

вул. Львівська, 15, м. Одеса, 65016

тел./факс: (0482) 32-67-35

E-mail: info@odeku.edu.ua

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи

ДК № 5242 від 08.11.2016