



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ОДЕСЬКИЙ
ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ДО ПРАКТИЧНИХ РОБІТ З ДИСЦИПЛІНИ
«МОДЕЛЮВАННЯ ОКЕАНІЧНИХ ПРОЦЕСІВ»
для студентів I року денної та заочної форм навчання
РВО магістр
Спеціальність 103 "Науки про Землю"
ОПІ "Океанологія і гідрографія"

ЗАТВЕРДЖЕНО
на засіданні групи забезпечення
спеціальності
протокол № 12
від « 23 » травня 2023 року
Голова групи  Шакірзанова Ж.Р.

ЗАТВЕРДЖЕНО
на засіданні кафедри океанології та
морського природокористування
протокол № 15
від « 25 » квітня 2023 року
Зав. кафедрою  Берлінський М.А.

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ ОДЕСЬКИЙ
ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
ДО ПРАКТИЧНИХ РОБІТ З ДИСЦИПЛІНИ
«МОДЕЛЮВАННЯ ОКЕАНІЧНИХ ПРОЦЕСІВ»
для студентів I року денної та заочної форм навчання
РВО магістр
Спеціальність 103 "Науки про Землю"
ОПП "Океанологія і гідрографія"

«Затверджено»
на засіданні групи забезпечення спеціальності
103 «Науки про Землю»
Протокол №_12_
від «23» травня 2023 року

ОДЕСА 2023

Збірник методичних вказівок до практичних робіт з дисципліни «Моделювання океанічних процесів» для студентів I року денної та заочної форм навчання спеціальності 103 "Науки про Землю", ОПП "Океанологія і гідрографія", РВО магістр / укл. Ель Хадрі Ю., PhD, ст. викл., Берлінський М.А., д-р геогр.наук, проф., Сліже М.О., канд.геогр.наук, ас. Одеса: ОДЕКУ, 2023. 34 с.

Зміст

ВСТУП	5
1. СТАТИСТИЧНА ОБРОБКА ОКЕАНОЛОГІЧНОЇ ІНФОРМАЦІЇ	6
2. ПРАКТИЧНА ЧАСТИНА	10
Практична робота № 1 «Одномірний статистичний аналіз температури води»	10
Практична робота № 2 «Аналіз часової мінливості рядів температури води»	21
ЛІТЕРАТУРА	25
ДОДАТОК А	26
ДОДАТОК Б	32

ВСТУП

Практичні роботи з курсу «*Моделювання океанічних процесів*» виконуються з ціллю надбання студентами навичок самостійної роботи та закріплення знань з розділів лекційної частини курсу. Особлива увага приділяється розділу побудова та аналіз емпіричних залежностей.

Метою та предметом вивчення дисципліни є полягає у тому, щоб студенти отримали систему теоретичних знань з методів статистичної обробки і аналізу океанологічної інформації й навичок щодо використання відповідних алгоритмів для рішення прикладних задач з моделювання гідрофізичних процесів в Світовому океані.

Базові знання та вміння складаються з знання методів статистичної обробки та аналізу океанологічної інформації, а також принципів побудови математичних моделей океанологічних процесів та полів.

Студент повинен вміти використовувати методи статистичної обробки та аналізу океанологічної інформації, а також застосовувати різні методи математичного моделювання процесів в Світовому океані.

Роботи складені таким чином, щоб значна частка необхідної інформації була одержана з даних натурних експериментів, чи від викладача.

В результаті роботи студентом складається звіт. Його метою є навчити студента зводити в одне ціле теоретичні знання та практичні навички, тобто вміти користуватися теоретичними сентенціями для вирішення конкретних задач.

Не дивлячись на різницю завдань та конкретних звітів з них, загальна **структура звітів** повинна бути такою, тобто складатися з таких розділів:

- 1) *Задача роботи*, в якій коротко формулюється основна мета роботи.
- 2) *Вихідні дані*, які використовуються в завданні.
- 3) *Теоретичне обґрунтування* з наведенням тих відомостей з лекційного курсу, які використовувались в певній роботі.
- 4) *Метод розрахунків* з наведенням використаних розрахункових формул та обґрунтуванням послідовності дій.
- 5) *Аналіз одержаних результатів*, в якому акцентується увага на точності одержаних результатів, розглядаються проблеми практичного використання теоретичних знань (якщо вони є в даній роботі) і обов'язково наводяться приклади можливого використання одержаних знань та навичок в інших прикладних задачах з океанології.
- 6) *Список використаної літератури*.

1. СТАТИСТИЧНА ОБРОБКА ОКЕАНОЛОГІЧНОЇ ІНФОРМАЦІЇ

Первинна обробка інформації, як правило, є важливим етапом більшості фундаментальних та прикладних океанологічних досліджень. Зміст первинної обробки полягає в оцінці принципово важливих властивостей даних, що вивчаються. Насамперед це характеристики стійкості, розкиду мінливості, ймовірності появи окремих значень. Досліджуваними характеристиками може бути: показники центру розподілу – математичне сподівання, медіана, мода; показники варіації (коливання) випадкової величини: розмах варіації, дисперсія, середнє квадратичне відхилення, кuartильне відхилення, коефіцієнт варіації. Для вивчення форми розподілу будують графіки емпіричного розподілу, такі як полігон та гістограма, які згладжують теоретичну криву розподілу. Для симетричних розподілів встановлюють асиметрію та ексцес. Для отримання інтервальних оцінок використовують асимптотичну нормальність вибірових моментів та функцій від них. Сума всіх отриманих значень є основою як розуміння статистичної структури досліджуваних океанологічних явищ, так їх взаємного порівняння. До розділу первинної статистики часто відносять і техніку статистичної перевірки гіпотез, яка дозволяє кількісно оцінити ступінь подібності обчислювальних статистичних оцінок мінливості різних океанологічних характеристик і тим самим привести у відповідність теоретичні та експериментальні дані, що спостерігаються.

Важливе самостійне значення первинний статистичний аналіз несе при виконанні контролю та редагування океанологічної інформації в процесі її накопичення. За допомогою отриманих оцінок стійкості і мінливості ряду можна перевірити приналежність кожного нового спостереження до вже накопиченої вибірки.

Нарешті, висновки, зроблені на етапі первинної обробки океанологічної інформації, є неодмінною умовою застосування складніших статистичних методів аналізу океанологічних процесів і полів. Теорія багатьох методів прикладної статистики ґрунтується на припущеннях стаціонарності, однорідності вихідних вибірок, їх відповідності до нормального закону розподілу. Тому результати перевірки необхідних статистичних гіпотез наперед дозволяють оцінити успішність тих чи інших складних методів аналізу та оптимально спланувати всю; стратегію обробки океанологічної інформації.

Методи одномірного статистичного аналізу

Методи одномірного статистичного аналізу даних використовують у разі, якщо є єдиний вимірник з метою оцінки кожного елемента вибірки або якщо цих вимірників кілька, але кожна змінна аналізується окремо від інших.

Методи одномірного статистичного аналізу можна класифікувати з урахуванням того, які дані аналізуються: метричні чи неметричні. Метричні дані вимірюються за інтервальною або відносною шкалою. Неметричні дані оцінюються за номінальною чи порядковою шкалою. Потім ці методи ділять на класи з урахуванням того, скільки вибірок – одна, дві чи більше – аналізується під час дослідження. Варто зазначити, що кількість вибірок визначається тим, як ведеться робота з даними для конкретного аналізу, а не тим, яким способом збиралися дані.

Однофакторний дисперсійний аналіз

Завданням дисперсійного аналізу є вивчення впливу одного або декількох факторів на ознаку, що розглядається. Однофакторний дисперсійний аналіз використовується у тих випадках, коли є у розпорядженні три або більше незалежні вибірки, отримані з однієї генеральної сукупності шляхом зміни будь-якого незалежного фактора, для якого з якихось причин немає кількісних вимірів. Для цих вибірок припускають, що вони мають різні середні вибіркові та однакові вибіркові дисперсії. Тому необхідно відповісти на питання, чи цей фактор суттєво вплинув на розкид вибіркових середніх чи розкид є наслідком випадковостей, викликаних невеликими обсягами вибірок. Іншими словами, якщо вибірки належать одній і тій же генеральній сукупності, то розкид даних між вибірками (між групами) має бути не більшим, ніж розкид даних усередині цих вибірок (усередині груп).

Варіаційний ряд

Варіація – це відмінність у значеннях будь-якої ознаки в різних одиницях даної сукупності у той самий період чи час. Вона виникає внаслідок того, що індивідуальні значення ознаки складаються під сукупним впливом різноманітних факторів (умов), які по-різному поєднуються у кожному окремому випадку. Отже, величина кожного варіанта об'єктивна.

Варіаційний ряд – це впорядкований розподіл одиниць сукупності найчастіше по зростаючим (рідше за спадаючим) значенням ознаки та підрахунок числа одиниць з тим чи іншим значенням ознаки. Існують такі форми варіаційного ряду: *ранжований ряд* – являє собою перелік окремих одиниць сукупності в порядку зростання (або спадання) ознаки, що вивчається; *дискретний варіаційний ряд* – таблиця, що складається з конкретних значень ознаки x та числа одиниць сукупності з даним значенням f -ознаки частот; *інтервальний ряд* – значення безперервної ознаки задаються інтервалами, які характеризуються інтервальною частотою.

Варіаційний аналіз призначений для перевірки того, чи суттєво впливає зміна незалежних змінних на залежні.

Статистична перевірка значущості результатів океанологічних досліджень

У процесі аналізу даних у дослідника регулярно виникає питання: чи значимі результати дослідження? Іншими словами, чи може результат пояснюватися тим, що у вибірку потрапили значення, які не представляють генеральну сукупність загалом? Для відповіді на це питання використовують *статистичні гіпотези*.

Гіпотези – це припущення чи теорії, які дослідник висуває щодо деяких характеристик генеральної сукупності, що підлягає обстеженню. Користуючись статистичними прийомами, дослідник намагається встановити, чи існує емпіричне підтвердження, яке підтверджує висунуті гіпотези. *Перевірка статистичних гіпотез* дозволяє розрахувати ймовірність настання будь-якої події. Але в умовах відсутності повної всебічної інформації (що природно у випадках використання даних вибірки) завжди є певна ймовірність помилкового висновку.

Висунення гіпотези (нульової чи альтернативної). Нульова гіпотеза (H_0), звана також гіпотезою *status quo*, є твердженням, в якому дослідник констатує факт відсутності будь-яких відмінностей або впливів у вихідних даних. Вона призначена визначити узгодженість вихідних даних з висунутим припущенням. Досліднику необхідно сформулювати нульову гіпотезу так, щоб відмова від неї призводила до бажаного висновку.

Альтернативна гіпотеза (H_1) призначена для визначення узгодженості даних із нульовою гіпотезою та спростовує її. Якщо дані перевірки гіпотези призводять до відмови від нульової гіпотези, то приймається альтернативна гіпотеза.

Існує безліч методів перевірки статистичних гіпотез, основними методами є: перевірка гіпотези про частоту розподілу, перевірка гіпотези про середні величини, перевірка гіпотези про пропорції, тощо.

Перед тим як розібрати основні критерії перевірки статистичних критеріїв, потрібно встановити правила прийняття рішень. Правила ухвалення рішення необхідні для того, щоб підтвердити або спростувати нульову гіпотезу. Ці правила у статистиці називаються "*рівнями значущості*" (α). Вони є показниками якості статистичної перевірки гіпотез і характеризують ймовірність помилкового укладання. А оскільки будь-яке рішення, яке приймається на основі обмеженого ряду спостережень, неминуче супроводжується ймовірністю помилкового рішення, важливо визначити, наскільки ця ймовірність велика. Насправді часто користуються такими стандартними значеннями α : 0,1; 0,05; 0,01; 0,005; 0,001. При фіксованому обсязі вибірки зазвичай задається величина α – ймовірність помилкового відкидання гіпотези, що перевіряється H_0 .

Для перевірки правдоподібності статистичної гіпотези застосовують *критерій значущості* – спосіб перевірки статистичної гіпотези. Критерії перевірки статистичних гіпотез (критерії значущості) можна поділити на три великі групи:

- критерії згоди;
- параметричні критерії;
- непараметричні критерії.

Критерії згоди називаються критерії значущості, що застосовуються для перевірки гіпотези про закон розподілу генеральної сукупності, з якої взято вибірку. Для перевірки статистичної гіпотези найчастіше використовуються такі критерії згоди: критерій Шапіро-Вилки, критерій χ^2 , критерій Колмогорова-Смирнова.

Параметричні критерії – критерії значущості за допомогою яких перевіряють гіпотези про параметри розподілів (найчастіше нормального). Такими критеріями є: *t*-критерій Стьюдента (незалежні вибірки), *t*-критерій Стьюдента (пов'язані вибірки), *F*-критерій Фішера (незалежні вибірки).

Непараметричні критерії – критерії значимості, який при перевірці статистичних гіпотез не використовує припущень про розподіл генеральної сукупності. Як приклад таких критеріїв можна назвати критерій Манна-Уїтні та критерій Вілкоксона.

2. ПРАКТИЧНА ЧАСТИНА

Практична робота № 1

«Одномірний статистичний аналіз температури води»

Задачі роботи

1. Побудувати графіки трьох вихідних рядів температури поверхні океану (ТПО).
2. Розрахувати основні параметри трьох статистичних рядів ТПО.
3. Побудувати емпіричну функцію розподілу ТПО одного з рядів.
4. Перевірити відповідність емпіричного розподілу нормальному закону розподілу.
5. Оцінити взаємозв'язок між двома рядами середньомісячної ТПО.
6. Розрахувати рівняння лінійної регресії між двома рядами середньомісячної ТПО.
7. Проаналізувати отримані результати.
8. Оформити звіт.

Вихідні дані

Середньомісячні дані спостережень за ТПО в Північній Атлантиці (табл. А.1-А.6).

Пояснення та порядок виконання роботи

Завдання 1

Побудувати графіки трьох вихідних рядів ТПО (рис. 1). Візуальний аналіз графіків дозволяє якісно оцінити мінливість рядів, наявність періодичних коливань та тренду.

Розрахувати основні параметри трьох статистичних рядів:

- а) середнє арифметичне, що характеризує центр ваги числового ряду

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

де n – довжина ряду;

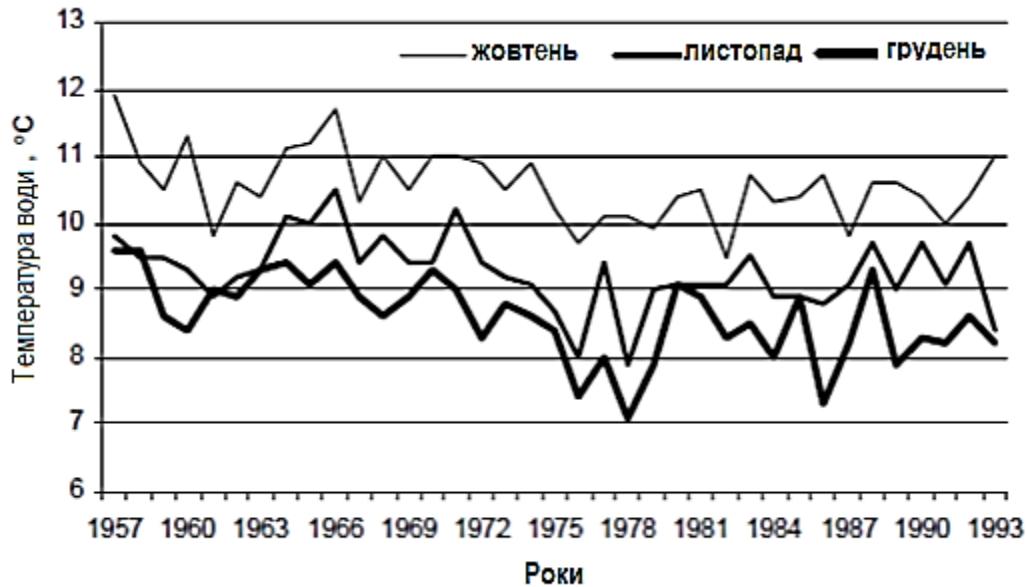


Рис. 1 Міжрічна мінливість ТПО в жовтні, листопаді та грудні в точці 9 (55° пн.ш. 30° зх.д.)

б) дисперсію

$$D = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2;$$

в) стандартне відхилення

$$\sigma = \sqrt{D};$$

г) коефіцієнт варіації

$$c_V = \frac{\sigma}{\bar{x}}.$$

Параметри D , σ і c_V характеризують розсіювання ряду щодо центру ваги числового ряду та відрізняються один від одного розмірністю;

д) коефіцієнт асиметрії, що показує ступінь асиметричності ряду щодо його центру

$$As = \frac{1}{n\sigma^3} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3;$$

е) коефіцієнт ексцесу, що характеризує крутість (островершинність і плосковершинність) емпіричної кривої розподілу

$$Ex = \frac{1}{n\sigma^4} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4 - 3;$$

ж) медіану – центральне значення ранжованого ряду, тобто розташованого в порядку зростання або спадання його членів. При парному числі членів ряду ($N = 2m$) за медіану можна умовно прийняти середнє між центральними значеннями ранжованого числового ряду, тобто

$$Me = \frac{1}{2}(x_m + x_{m+1});$$

з) моду (або моди), що представляє найбільш ймовірне (що часто зустрічається) значення вихідного ряду. Мода оцінюється за емпіричною функцією розподілу (див. завдання 3) як значення характеристики в центрі інтервалу, для якого відзначається локальний максимум ймовірності. Мода може бути одна, дві чи кілька. Відповідно, розподіл називають одномодальним, двомодальним чи багатомодальним.

Приклад розрахунків наводиться у таблиці 1.

Таблиця 1

Основні статистичні параметри ТПО
в жовтні, листопаді, грудні (1957-1993 рр.) у точці 9 (55° пн.ш. 30° зх.д.)

Статистичні параметри	жовтень	листопад	грудень
\bar{x}	10,56	9,27	8,60
D	0,28	0,29	0,39
σ	0,53	0,54	0,62
As	0,32	-0,28	-0,47
Ex	0,28	0,98	-0,09
Mo	10,6	9,0	8,5; 9,4
Me	10,5	9,3	8,6

Провести аналіз отриманих результатів: порівняти основні статистичні параметри для трьох місяців, вказати фізичний зміст отриманих значень асиметрії, ексцесу, моди.

Завдання 2

Побудувати емпіричну функцію розподілу ТПО одного з рядів.

1. Визначить область значень випадкової величини X $[x_{\min}; x_{\max}]$, де x_{\min} – найменше, x_{\max} – найбільше значення із ряду.

2. Всі члени вихідного ряду розташовують у новому порядку, а саме в напрямку їх збільшення (або зменшення) і така послідовність значень випадкової величини називається ранжованим рядом.

3. Розділіть ранжований ряд на k_{\max} інтервалів (класів).

Для оцінки кількості інтервалів можна скористатися наступною наближеною формулою

$$k = 5 \lg n$$

де n – об'єм ряду, за k завжди беруть ціле число.

4. Далі знаходять довжину часткового інтервалу c за формулою

$$c = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k}.$$

5. Потім визначають значення випадкової величини X на межах часткових інтервалів. Для i -того часткового інтервалу, очевидно, значення величини X на лівій межі є $[x_{\min} + (i-1)c]$, а на правій – $[x_{\min} + ic]$. Ліву межу часткового інтервалу як x_{i-1} , а праву – x_{i+1} ($i = \overline{1, k}$).

Примітка: кінець попередньої і початок наступної градації будуть повторюватися. Тому треба визначити закриті й відкриті межі градацій, тобто встановити, яку з величин враховувати в даній градації, щоб виключити повторення одних і тих же значень випадкової величини X в різних градаціях.

6. Підраховують кількість членів ряду, що потрапляють до кожного i -того часткового інтервалу – m_i ($i = 1, 2, \dots, k$). Величини m_i називають інтервальними емпіричними частотами. Зрозуміло, що сума частот по всіх часткових інтервалах дорівнює об'єму вибірки X , тобто

$$\sum_{i=1}^k m_i = n.$$

7. Розраховують інтервальні частоти p_i (відносні інтервальні частоти) за формулою:

$$p_i = \frac{m_i}{n} .$$

Очевидно, сума частотей по всіх k градаціях дорівнює одиниці:

$$\sum_{i=1}^k p_i = 1 ,$$

знаходять \tilde{x}_i – значення випадкової величини X на *середині* кожного часткового інтервалу за формулою:

$$\tilde{x}_i = \frac{x_{i-1} + x_{i+1}}{2} \quad (i = \overline{1, k}).$$

Після останнього етапу всі ознаки згрупованого ряду ϵ , й можна дати його визначення.

Згрупованим називають такий *ранжований статистичний ряд*, який представляють сукупністю значень випадкової величини X на серединах часткових інтервалів \tilde{x}_i і відповідних інтервальних частот m_i :

$$X: \begin{cases} \tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \dots, \tilde{x}_i, \dots, \tilde{x}_k \\ m_1, m_2, m_3, \dots, m_i, \dots, m_k \end{cases} \quad (i = \overline{1, k}).$$

Згрупований статистичний ряд випадкової величини X можна представити і таким чином:

$$X: \begin{cases} \tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \dots, \tilde{x}_i, \dots, \tilde{x}_k \\ p_1, p_2, p_3, \dots, p_i, \dots, p_k \end{cases} \quad (i = \overline{1, k}),$$

де \tilde{x}_i – середина, а p_i – інтервальна частість i -тої градації.

8. Заповнити таблицю 2.

Згрупований ряд середньої місячної ТПО (°C)

i	Межі градацій ТПО, °C		m_i	$\sum_{i=1}^7 m_i$	p_i	$\sum_{i=1}^7 p_i$	$\tilde{x}_i, °C$
	ліва (x_i-1)	права (x_i+1)					
1	[-9,4	-7,6 [4	4	0,11	0,11	-8,5
2	[-7,6	-5,8 [2	6	0,06	0,17	-6,7
3	[-5,8	-4,0 [3	9	0,09	0,26	-4,9
4	[-4,0	-2,2 [7	16	0,20	0,46	-3,1
5	[-2,2	-0,4 [6	22	0,17	0,63	-1,3
6	[-0,4	1,4 [11	33	0,31	0,94	0,5
7	[1,4	3,2]	2	35	0,06	1,00	2,3

9. Побудувати гістограму та полігон.

Гістограма (рис. 2а) та полігон (рис. 2б), які відповідають отриманому згрупованому ряду, наводяться нижче.

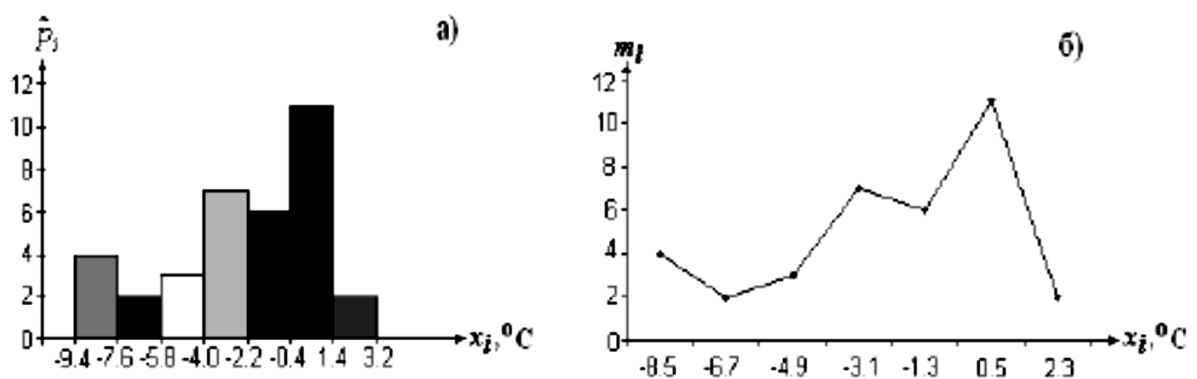


Рис. 2 Гістограма (а) і полігон (б) розподілу середньої місячної ТПО

Завдання 3

Перевірка гіпотези відповідності емпіричного розподілу нормальному закону на основі критерію згоди Пірсона χ^2 .

Для цього передусім потрібно визначити критерій, за допомогою якого втілюється перевірка гіпотези H_0 щодо альтернативної гіпотези H_1 . Гіпотеза H_0 формулюється наступним чином: розбіжності між емпіричними m_i та теоретичними \tilde{m}_i частотами є несуттєвими лише на рівні значимості α .

Для перевірки використовуються так звані «критерії згоди». Одним з них є критерій Пірсона χ^2 , який вважається досить зручним.

1. Розрахувати щільність ймовірності нормального закону розподілу $f(\tilde{x}_i, \bar{x}, \sigma)$ для кожного інтервалу за формулою:

$$f(\tilde{x}_i, \bar{x}, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\tilde{x}_i - \bar{x})^2}{2\sigma^2}}$$

де \tilde{x}_i - середина інтервалу, \bar{x} і σ - середнє значення та стандартне відхилення вихідного ряду, відповідно (рис. 3).

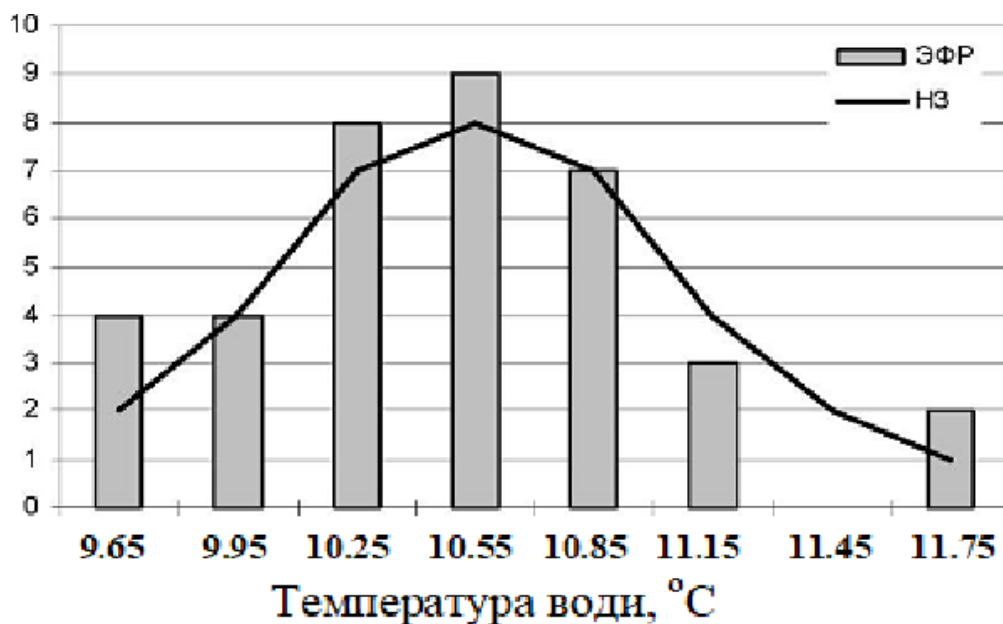


Рис. 3 Емпірична функція розподілу та крива нормального закону розподілу ТПО в грудні (1957-1993 рр.) у точці 9 (55° пн.ш. 30° з.д.)

2. Для кожного інтервалу перевести значення щільності ймовірності нормального закону до значення відповідних частот нормального закону:

$$\tilde{m}_i = f(\tilde{x}_i, \bar{x}, \sigma) \cdot c \cdot N,$$

де c – довжина інтервалу; N – довжина вихідного ряду. Частоти нормального закону округлити до цілих значень.

3. Критерій Пірсона χ^2 визначається формулою:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(m_i - \bar{m}_i)^2}{\bar{m}_i} \quad (1)$$

де k – число інтервалів.

Застосування цього критерію для перевірки узгодженості між емпіричними та теоретичними частотами досить просто, тому що, як випливає з рівності (1), він складається з різниць між цими частотами, що визначає ступінь розбіжності між ними.

Далі отримане за формулою (1) значення критерію Пірсона χ^2 порівнюють із критичним – $\chi_{кр}^2(\alpha, \nu)$ (табл. 3, Б.2). Останнє залежить від рівня значущості α та числа ступенів свободи ν . Рівень значущості α визначає дослідник. Значення α взяти за двох рівнів значимості: 0,05; 0,10.

4. Перевірити умову $\chi^2 \geq \chi_{кр}^2$ при числі ступенів свободи $\nu = k - 3$ та рівні значимості α . Якщо ця умова виконується, то гіпотеза про відповідність емпіричного та теоретичного розподілів відкидається; розбіжність поміж них носить не випадковий характер. Отже, на досліджувану характеристику впливають деякі не випадкові фактори.

Таблиця 3

Критичне значення розподілу $\chi_{кр}^2$ зі ν ступенями свободи при заданому рівні значущості α

ν	Рівень значущості α (%)			
	95 %	90 %	10 %	5 %
1	10^{-3}	0,01	2,7	3,8
2	0,1	0,2	4,6	5,9
4	0,7	1,0	7,7	9,4
6	1,6	2,2	10,6	12,5
8	2,7	3,4	13,3	15,5
10	3,9	4,8	15,9	18,3
15	7,2	8,5	22,3	24,9
20	10,8	12,4	28,4	31,4
25	14,6	16,4	34,3	37,6
30	18,4	20,5	40,2	43,7
40	26,5	29,0	51,8	55,7
50	34,7	37,6	63,7	67,5
60	43,1	46,4	74,4	79,0
80	60,3	64,2	96,5	101,8
100	77,9	82,3	118,5	124,3

Завдання 4

1. Оцінити взаємозв'язок першого (позначимо через x) і другого (позначимо через y) рядів ТПО шляхом розрахунку коефіцієнта кореляції між ними

$$r = \frac{\text{cov}(x,y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{\sum(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n \sigma_x \sigma_y}.$$

2. Визначити значущість коефіцієнта кореляції r :

а) обчислити стандартну випадкову похибку σ_r , як

$$\sigma_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{n-1}};$$

б) оцінити значущість коефіцієнта кореляції. Для цього висунути нульову гіпотезу $H_0: r = 0$, для перевірки якої розрахувати критерій Стюдента t^* : $t^* = r/\sigma_r$.

За статистичними таблицями (табл. Б.1) визначити $t_{кр}$ – критерій Стюдента при заданому рівні значимості ($\alpha = 5\%$) та числі ступенів свободи $\nu = (n - 1)$.

Якщо $|t^*| > t_{кр}$, то нульова гіпотеза відкидається, відхилення r від нуля носить не випадковий характер, і, отже, величина r значима.

Приклад розрахунку представлений у таблиці 4.

Таблиця 4

Модель лінійної регресії зв'язку ТПО у грудні та листопаді (1957-1983 рр.) у точці 9 (55° пн.ш. 30° з.д.)

Параметр лінійної регресії	Оцінка значущості						Висновок	
	r	σ_r	t^*	$t_{кр}$	$t_{кр}$	$t_{кр}$		
r	0,69	0,087	7,91	$t_{кр}(0,05; 36)$	1,69			значущий
R^2	0,48							
a	0,8	0,14	5,65	$t_{кр}(0,05; 35)$	1,69			значущий
b	1,21	1,31	0,93	$t_{кр}(0,05; 35)$	1,69			незначущий

Завдання 5

Розрахувати рівняння лінійної регресії

$$y = ax + b,$$

де $a = r(\sigma_y/\sigma_x)$ – коефіцієнт регресії, що представляє тангенс кута нахилу лінії регресії до осі абсцис,

$b = \bar{y} - a \cdot \bar{x}$ – вільний член, що представляє відстань від початку координат до перетину осі ординат рівнянням регресії.

1. Обчислити значення a і b ;
2. Побудувати графік зв'язку статистичних рядів x і y (рис. 4). На графіку провести рівняння регресії $y = ax + b$;
3. Визначити коефіцієнт детермінації $R^2 = r^2$, який показує частку дисперсії вихідного ряду, що описується моделлю регресії.

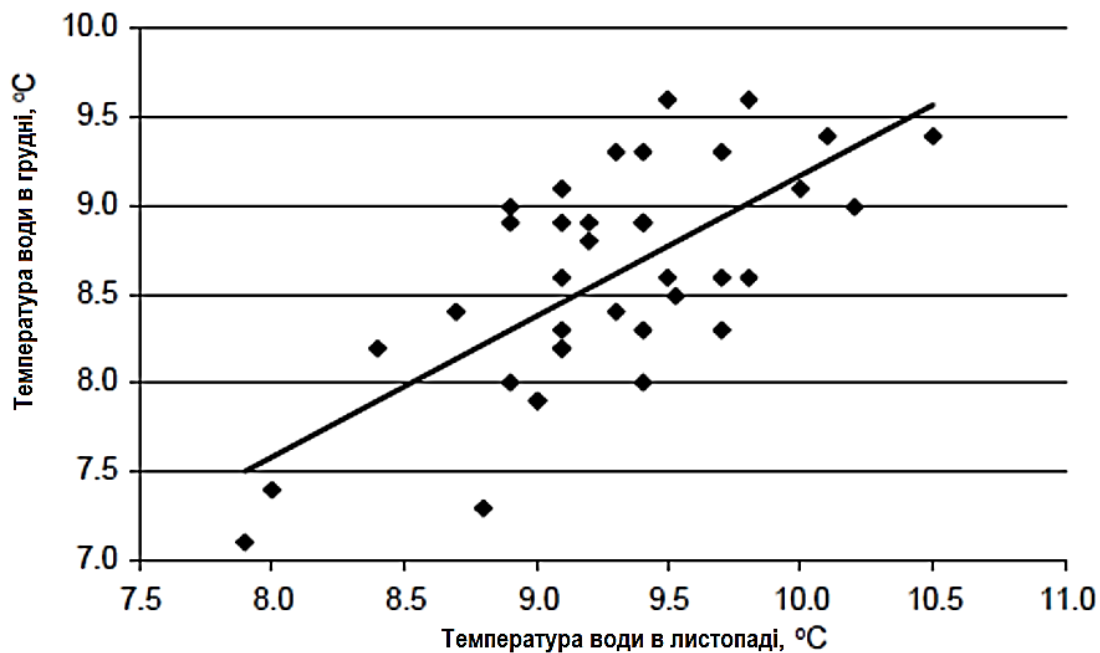


Рис. 4 Графік зв'язку та лінія регресії для рядів ТПО в листопаді та грудні (1957-1993 рр.) у точці 9 (55° пн.ш. 30° зх.д.)

4. Розрахувати стандартні випадкові похибки параметрів a і b

$$\sigma_a = \frac{\sigma_y(1 - r^2)}{\sigma_x\sqrt{n - 1}}, \quad \sigma_b = \frac{\sigma_y\sqrt{1 - r^2}}{\sqrt{n - 1}}$$

5. Оцінити значимість коефіцієнтів регресії. Для цього висунути нульову гіпотезу $H_0: a = 0, b = 0$ для перевірки якої розрахувати критерій Стьюдента t^* :

$$t_a^* = \frac{a}{\sigma_a}, \quad t_b^* = \frac{b}{\sigma_b};$$

6. За статистичними таблицями визначити $t_{кр}$ – критерій Стьюдента при заданому рівні значимості ($\alpha = 5\%$) та числі ступенів свободи $\nu = (n - 2)$.

Якщо $|t_a^*| > t_{кр}$, то нульова гіпотеза відкидається, відхилення a від нуля носить не випадковий характер, і, отже, величина a значуща.

Якщо $|t_b^*| > t_{кр}$, то нульова гіпотеза відкидається, відхилення b від нуля носить не випадковий характер, і, отже, величина b значуща.

Приклад розрахунку представлений у таблиці 4.

Контрольні запитання

1. Дати визначення генеральної сукупності, вибіркової сукупності.
2. Перелічити форми зображення статистичних рядів (вибірок).
3. Дати визначення простої статистичної сукупності? згрупованої?
4. Від яких величин залежить кількість градацій у згрупованій сукупності?
5. Від яких величин залежить розмір градації (довжина часткового інтервалу)?
6. Дати визначення інтервальної частоти. Чому дорівнює сума частот по всіх градаціях?
7. Що називається законом розподілу та які з них найчастіше використовуються при статистичних дослідженнях властивостей випадкових величин?
8. З яких етапів складається дослідження закону розподілу випадкової величини?
9. Якими функціями можна представити теоретичний розподіл? Дати їм визначення та перелічити основні властивості.
10. Чим відрізняються прості статистичні сукупності від згрупованих?
11. Як розраховують межі часткових інтервалів, їх кількість та довжину?
12. Який сенс гістограми та полігону розподілу випадкової величини?
13. Перелічити основні властивості нормального розподілу.
14. Який параметр для кривої нормального розподілу є параметром форми? параметром масштабу?

Практична робота № 2

«Аналіз часової мінливості рядів температури води»

Задачі роботи

1. Відповісти на запитання.
2. Виділити та проаналізувати тренд часового ряду ТПО.
3. Побудувати та проаналізувати автокореляційну функцію ряду ТПО.
4. Проаналізувати отримані результати.
5. Оформити звіт.

Вихідні дані

Середньомісячні дані спостережень за ТПО в Північній Атлантиці (табл. А.1-А.6).

Пояснення та порядок виконання роботи

Завдання 1

Відповісти на запитання:

1. Основні етапи дослідження часової мінливості випадкових величин.
2. Автокореляційний аналіз.

Завдання 2

Виділення та аналіз тренду часового ряду.

1. Вибрати один часовий ряд ТПО та за допомогою методу найменших квадратів (або скористатися стандартною статистичною програмою) розрахувати лінійне рівняння трендової складової

$$T(t) = a_0 + a_1 t,$$

де t – час.

Розрахунок коефіцієнтів a_0 і a_1 здійснюється точно так само, як і в практичній роботі 1. Слід звернути увагу, що оскільки як незалежна змінна виступає час, то вона матиме вигляд $t = 1, 2, 3, \dots, n$, де n – довжина вихідної реалізації, а залежною змінною є ряд температури води.

1. Після цього здійснюється розрахунок коефіцієнта кореляції (r), його стандартної помилки (σ_r), коефіцієнта детермінації ($R^2 = r^2$), що показує вклад тренда в опис дисперсії вихідного ряду.

2. Оцінка значущості тренду виконується шляхом оцінки значущості коефіцієнта кореляції r . Для цього висувається нульова гіпотеза $H_0: r = 0$, для

перевірки якої розраховується критерій Стьюдента t^* : $t^* = r/\sigma_r$.

За статистичними таблицями визначається $t_{кр}$ – критерій Стьюдента при заданому рівні значимості ($\alpha = 5\%$) та числі ступенів свободи $\nu = (n - 1)$.

Якщо $|t^*| > t_{кр}$, то нульова гіпотеза відкидається. Це означає, що тренд не випадковим чином відрізняється від нуля і робить певний внесок у формування мінливості вихідного ряду.

3. Оцінити величину тренду за 1 рік, як $Tr_1 = a_1$; за 10 років, як $Tr_{10} = 10 a_1$.

4. Нанести рівняння тренда на графік часового ряду (рис. 5) та проаналізувати отримані результати. Вказати характер тренду (позитивний або негативний, тобто зростання або падіння температури води) і можливі фізичні причини його формування.

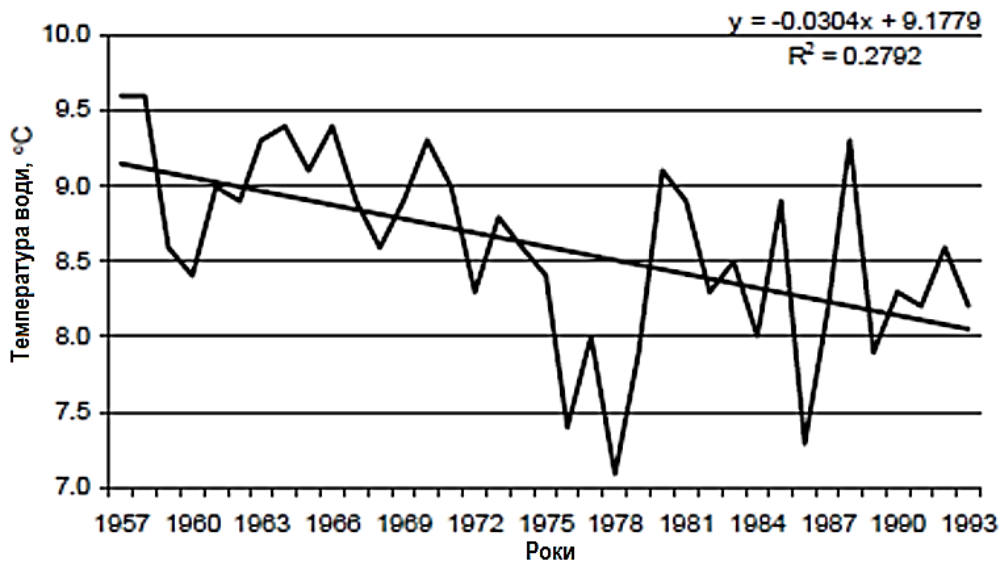


Рис. 5 Міжрічна зміна та лінійний тренд ТПО в грудні в точці 9 (55° пн. ш., 30° зх. д.)

Завдання 3

Побудувати та проаналізувати автокореляційну функцію одного часового ряду.

1. Обчислити коефіцієнт автокореляції $r(\tau)$ для кожного із зсувів ТПО за формулою

$$r(\tau) = \frac{1}{\sigma_x^2(n-1-\tau)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(x_{i+\tau} - \bar{x}),$$

де n – довжина реалізації, τ – зсув, який змінюється від 1 до максимуму, наприклад, $\tau_{max} = 15$. Через парність автокореляційної функції часовий ряд можна зрушувати в будь-який бік (вперед або назад).

Побудувати графік автокореляційної функції (рис. 6).

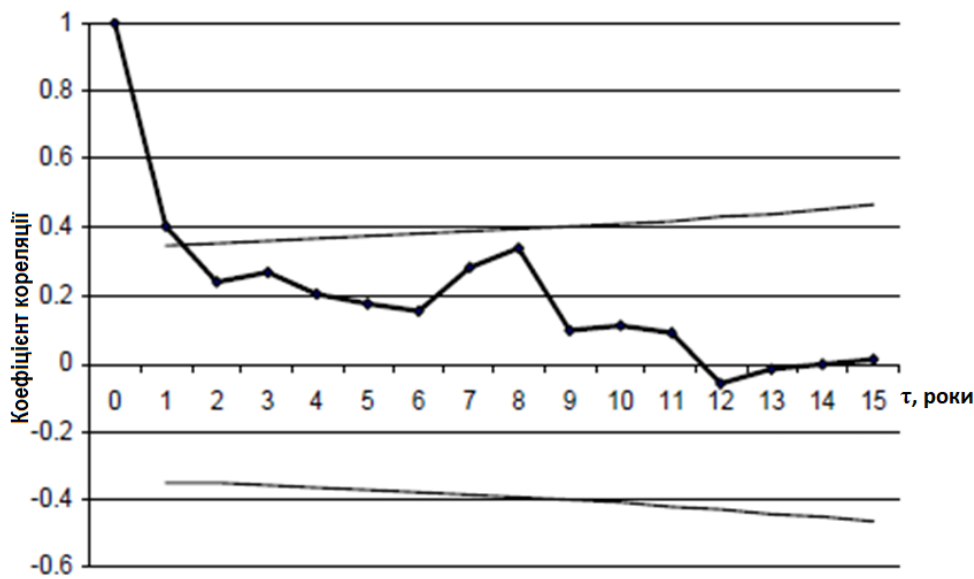


Рис. 6 Автокореляційна функція ТПО в грудні в точці 9 (55° пн. ш., 30° зх. д.)

2. Оцінити значущість коефіцієнтів кореляції $r(\tau)$ на основі нульової гіпотези $H_0: r(\tau) = 0$ при $\tau \neq 0$. Нагадаємо, що коефіцієнт автокореляції виявиться значущим, якщо виконується умова $|r(\tau)| > t_\alpha \sigma_{r(\tau)}$, де t_α – критерій Стюдента з $\nu = n - \tau - 1$ ступенями свободи на рівні значущості $\alpha = 5\%$, а $\sigma_{r(\tau)}$ – стандартне відхилення коефіцієнта кореляції у припущенні $r(\tau) = 0$, тобто $\sigma_{r(\tau)} = \frac{1}{\sqrt{n-1-\tau}}$.

3. *Вказівка:* враховуючи лінійний характер змін критичної області, достатньо обчислити значення $t_\alpha \sigma_{r(\tau)}$ для першого і останнього зсувів τ .

Нанести довірчі інтервали $+t_\alpha \sigma_{r(\tau)}$ та $-t_\alpha \sigma_{r(\tau)}$ на графік автокореляційної функції (рис. 6).

4. Проаналізувати отримані результати. Зазначити тип випадкового процесу, що характеризує графіки автокореляційних функцій («білий шум», «червоний шум», циклічність тощо).

Контрольні запитання

1. Що розуміють під терміном «статистична гіпотеза»?
2. Які критичні області використовуються при статистичних дослідженнях?
3. Який сенс рівня значущості?
4. Що є якісною характеристикою тісноти та форми кореляційного зв'язку між двома випадковими величинами?
5. Які форми кореляційного зв'язку між двома випадковими величинами Вам відомі?
6. Який вигляд має рівняння лінійної регресії та який сенс його коефіцієнтів?

ЛІТЕРАТУРА

Основна література

1. Гончарова Л.Д., Школьний Є.П. Методи обробки та аналізу гідрометеорологічної інформації (збірник задач і вправ): Навч. посібник. Одеса: Екологія, 2007. 464 с.
2. Школьний Є.П., Лоєва І.Д., Гончарова Л.Д. Обробка та аналіз гідрометеорологічної інформації. Підручник. Одеса, ТЕС, 1999. 600 с. (частина I).

Додаткова література

3. Вайновский П.А., Малинин В.Н. Методы обработки и анализа океанологической информации. Ч.1. Одномерный анализ. Ленинград: Изд. ЛГМИ, 1991. 136 с.
4. Вайновский П.А., Малинин В.Н. Методы обработки и анализа океанологической информации. Ч.2. Многомерный анализ. Санкт-Петербург: Изд. РГГМИ, 1992. 96 с.
5. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. Москва: Выс. школа, 1977. 480 с.
6. Бендат Дж., Пирсол А. Применение корреляционного и спектрального анализа. Москва: Мир, 1983. 310 с.

Перелік методичних вказівок до практичних завдань і СРС

7. Електронна бібліотека ОДЕКУ www.library-odeku.16mb.com
8. Репозитарій ОДЕКУ <http://eprints.library.odeku.edu.ua/>

ДОДАТОК А

ВИХІДНІ ДАНІ ДО ПРАКТИЧНИХ РОБІТ

В якості вихідних даних використовуються ряди середньомісячної температури поверхні океану (ТПО) в різних точках акваторії Атлантичного океану з 1957 по 1993 рр. Вибір свого варіанта із вісімнадцяти варіантів вихідних даних проводиться на підставі порядкового номера студента в журналі старости групи. У кожен варіант вихідних даних включені часові ряди за 3 місяці.

Таблиця А.1

Варіанти вибору вихідних даних

Номер варіанту	Номер точки	Місяць
1	3	1,2,3
2	3	4,5,6
3	3	7,8,9
4	3	10,11,12
5	4	1,2,3
6	4	4,5,6
7	4	7,8,9
8	4	10,11,12
9	7	1,2,3
10	7	7,8,9
11	7	10,11,12
12	8	1,2,3
13	8	4,5,6
14	8	7,8,9
15	8	10,11,12
16	9	1,2,3
17	9	4,5,6
18	9	7,8,9

Таблиця А.2

ТПО (°С) в точці 3 (60° пн.ш., 30° зх.д.)

год	місяць											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1957	6.9	6.5	6.9	7.0	7.6	9.5	11.6	12.4	11.2	9.4	7.9	7.6
1958	6.5	7.1	6.7	7.8	7.8	9.9	11.9	12.2	11.5	9.5	7.8	7.5
1959	6.9	6.6	6.6	7.3	8.0	8.9	10.7	11.1	10.5	9.1	7.9	7.2
1960	7.0	6.5	6.9	7.2	8.0	9.3	10.9	11.9	10.8	10.2	8.7	7.4
1961	7.3	7.1	7.2	7.3	8.2	9.4	10.4	10.9	10.3	8.7	7.8	7.1
1962	6.6	6.9	6.8	6.7	7.5	8.9	10.2	11.1	10.5	8.8	7.8	7.0
1963	7.6	6.6	7.1	6.9	7.3	8.6	9.8	10.9	10.0	8.4	7.4	8.0
1964	7.3	7.1	7.3	7.0	8.1	9.5	10.3	11.1	10.7	9.2	8.5	8.1
1965	7.5	7.4	7.4	7.7	8.0	9.7	11.6	12.1	10.9	9.6	8.5	8.0
1966	7.7	7.6	7.8	7.6	8.1	9.4	10.5	12.2	11.3	10.1	9.0	7.7
1967	7.2	7.2	7.0	7.0	7.7	8.4	10.1	10.9	10.2	8.7	7.9	7.2
1968	7.2	7.0	6.7	6.8	7.5	8.8	11.3	11.5	10.7	9.4	8.4	7.7
1969	7.0	7.0	7.4	6.7	7.6	9.0	9.9	10.7	9.7	8.6	7.4	7.4
1970	7.1	6.7	7.0	7.0	7.5	8.1	9.5	10.4	10.5	8.9	7.6	7.0
1971	7.0	6.9	7.0	6.8	7.9	9.3	11.0	11.6	10.2	8.7	8.0	7.2
1972	6.6	6.5	6.4	6.5	7.1	8.1	9.0	9.8	9.5	8.7	7.4	6.8
1973	6.4	6.4	6.0	6.4	7.1	8.1	9.7	10.0	9.9	8.6	7.2	6.6
1974	6.3	6.3	6.3	5.8	7.0	8.8	9.7	10.9	9.9	8.8	7.6	7.0
1975	6.1	6.2	5.6	6.2	7.0	7.8	9.1	9.6	8.9	8.5	7.5	6.6
1976	5.8	5.8	7.0	5.7	6.4	7.2	9.7	9.4	9.6	8.6	7.0	5.7
1977	5.2	6.3	6.4	6.3	7.5	8.8	9.8	10.7	9.2	7.6	8.1	6.0
1978	5.0	6.2	6.7	6.3	7.4	8.6	9.5	9.9	9.6	8.4	6.4	5.1
1979	6.1	6.2	6.7	6.5	7.7	8.0	8.7	9.9	8.7	8.1	6.7	5.4
1980	6.3	6.8	6.3	5.5	8.1	9.2	9.8	11.0	10.5	8.5	7.8	7.1
1981	6.9	5.6	5.7	6.2	6.7	8.5	9.9	9.9	9.5	8.2	6.9	6.6
1982	6.3	6.3	6.1	6.2	7.1	8.3	9.9	10.1	8.9	8.2	7.6	7.5
1983	7.8	7.6	6.1	7.8	8.0	7.8	9.8	8.6	9.1	8.1	7.4	6.5
1984	6.4	5.8	5.7	6.1	6.5	7.6	10.0	10.2	9.4	8.3	7.5	7.1
1985	6.3	7.3	6.1	6.1	7.0	8.1	9.4	10.6	10.0	9.0	7.4	7.5
1986	6.7	6.6	7.4	6.5	6.8	7.8	9.4	10.5	9.5	8.7	7.6	5.8
1987	6.6	5.9	5.9	6.4	6.5	9.5	10.8	11.8	10.2	7.7	7.6	6.5
1988	7.0	6.7	6.5	6.2	7.3	8.1	9.2	9.9	9.9	8.9	8.1	7.5
1989	6.5	6.8	6.1	6.2	6.3	8.0	9.4	9.7	9.3	8.4	6.6	6.9
1990	5.7	5.9	6.2	6.4	6.5	8.0	9.5	10.4	9.6	7.8	7.5	6.0
1991	6.3	6.0	6.3	6.3	6.8	8.4	9.5	11.1	10.0	8.2	6.7	5.9
1992	6.6	6.7	6.1	6.7	6.7	7.7	8.9	9.6	9.1	8.4	7.2	6.4
1993	7.2	5.6	5.9	6.0	6.0	7.4	8.7	10.2	10.2	9.1	6.3	6.6

Таблиця А.3

ТПО (°С) в точці 4 (60° пн.ш., 20° зх.д.)

год	місяць											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1957	8.6	7.9	8.5	9.1	9.6	11.3	12.8	13.3	11.8	10.4	9.6	9.1
1958	8.5	8.2	8.4	9.0	9.4	10.9	12.9	13.4	13.2	11.2	9.5	9.2
1959	8.6	8.3	8.5	9.3	10.1	10.4	12.1	12.4	11.7	11.0	9.6	9.2
1960	8.4	8.4	8.5	8.7	9.6	11.3	12.4	13.2	12.3	11.5	10.3	9.0
1961	8.9	8.4	8.8	8.7	9.9	10.4	11.8	12.0	11.5	9.9	9.0	8.7
1962	8.5	8.2	7.9	8.2	9.1	10.7	11.6	12.3	11.5	10.0	8.9	8.6
1963	8.3	8.2	8.5	9.0	8.8	9.8	11.5	12.1	11.3	9.8	8.9	9.1
1964	9.0	9.0	9.1	8.8	9.4	10.4	11.6	11.8	11.5	10.5	9.9	9.3
1965	8.4	9.0	8.9	8.9	9.3	10.9	12.3	12.7	11.7	11.2	9.5	9.0
1966	8.6	8.6	8.6	8.8	9.1	10.7	11.9	12.6	11.8	10.9	9.3	8.4
1967	8.4	8.8	7.9	8.6	9.1	10.5	11.6	12.0	11.6	10.0	9.1	8.1
1968	8.5	8.5	8.3	8.4	8.8	10.2	12.2	13.1	12.2	10.8	9.8	9.4
1969	8.8	8.2	8.2	8.5	9.1	10.6	11.4	11.8	11.4	10.6	8.9	8.9
1970	8.3	8.3	7.9	8.4	8.9	9.6	10.8	11.5	11.6	10.2	9.1	9.2
1971	8.3	7.8	7.8	8.5	9.4	10.9	11.8	12.9	11.9	10.9	9.9	9.0
1972	8.3	8.0	8.1	8.5	8.9	9.7	10.5	11.3	11.1	10.3	8.7	7.9
1973	8.2	7.7	7.8	7.8	8.6	10.0	10.7	11.5	11.2	10.1	9.0	8.1
1974	8.1	7.8	8.0	8.1	8.9	10.1	11.5	12.2	11.1	9.5	8.6	7.9
1975	7.4	7.2	7.3	7.9	7.9	9.2	10.5	11.2	10.5	9.6	9.2	8.1
1976	7.6	7.2	7.2	7.9	8.3	9.4	11.1	10.6	10.5	9.8	8.4	7.7
1977	6.4	7.3	8.1	7.2	8.9	9.9	11.8	11.6	11.0	9.8	8.6	6.9
1978	6.5	7.5	8.9	7.9	8.5	8.5	11.1	11.1	11.3	9.4	7.2	7.6
1979	9.2	7.9	7.1	7.4	8.9	9.4	10.5	10.7	11.0	9.7	9.2	8.0
1980	9.0	7.8	7.3	7.1	9.1	10.4	11.5	12.4	12.4	9.3	9.1	8.3
1981	8.2	6.3	7.3	8.5	8.8	10.1	11.3	11.1	11.5	9.9	8.5	9.0
1982	6.4	7.9	7.5	7.8	9.3	9.9	11.2	12.3	10.4	8.9	9.3	8.1
1983	9.0	9.0	7.9	9.3	9.6	9.5	10.6	11.2	11.0	10.0	9.2	8.2
1984	8.0	7.4	7.6	7.7	8.5	9.5	11.5	12.5	11.3	10.0	9.1	8.4
1985	8.5	7.9	8.3	7.8	8.9	9.7	11.0	11.8	11.1	10.0	9.4	8.8
1986	8.3	8.4	9.0	7.9	8.4	9.6	11.4	12.0	11.6	10.5	9.0	7.9
1987	8.0	7.7	8.1	7.7	8.5	9.0	11.9	13.1	11.5	9.8	8.8	8.1
1988	7.8	7.6	7.8	7.8	8.8	10.0	10.8	11.7	11.6	10.1	9.5	9.1
1989	8.3	7.9	8.1	8.0	8.7	9.9	11.5	12.0	11.0	10.2	8.5	8.5
1990	8.1	7.6	7.7	7.5	8.6	10.2	11.5	11.9	11.0	9.6	9.1	8.5
1991	7.5	7.6	8.0	7.6	8.6	10.8	12.7	12.9	11.6	9.5	8.7	8.3
1992	8.2	7.9	7.4	7.6	8.6	9.8	11.2	11.7	10.6	9.5	8.7	7.9
1993	7.6	7.6	7.6	7.4	8.4	9.3	10.4	11.6	11.6	10.5	9.3	7.9

Таблиця А.4

ТПО (°С) в точці 7 (55° пн.ш., 50° зх.д.)

год	місяць											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1957	3.2	2.7	2.7	3.7	3.8	6.7	7.6	9.5	8.5	6.4	4.3	2.5
1958	2.6	3.4	2.8	3.5	3.2	5.9	7.8	9.0	7.4	5.2	3.5	2.9
1959	3.3	1.9	3.5	2.4	3.2	5.2	7.7	8.9	8.1	5.2	4.0	2.7
1960	2.7	2.7	2.5	2.6	3.5	4.8	7.8	10.2	7.9	6.1	4.2	2.8
1961	3.0	2.9	3.9	2.6	3.4	4.4	7.0	8.8	7.2	6.3	5.2	3.8
1962	3.6	3.3	3.7	3.6	5.5	4.8	7.4	9.1	7.9	5.9	5.7	6.9
1963	3.4	2.4	2.6	3.0	2.7	5.4	6.5	8.4	7.3	5.8	5.0	3.3
1964	2.5	2.4	2.3	2.4	3.2	5.6	7.5	8.3	7.6	5.7	5.0	3.3
1965	3.0	2.4	2.6	2.5	4.0	5.4	8.0	9.2	7.9	6.5	3.6	3.7
1966	3.3	3.2	3.2	3.3	4.5	5.5	6.8	9.9	9.2	6.8	5.2	3.9
1967	3.2	2.6	2.3	2.5	3.2	5.5	8.3	9.8	8.6	6.2	4.6	3.7
1968	2.9	2.4	2.0	1.9	3.0	4.3	6.8	8.5	8.2	6.8	4.8	3.4
1969	2.8	3.0	2.8	2.1	3.3	4.9	8.2	9.6	7.9	5.7	4.5	3.6
1970	3.2	2.5	1.6	2.2	3.1	4.5	6.8	8.9	8.3	6.7	4.8	3.3
1971	3.0	2.8	1.8	2.4	3.2	5.3	7.4	9.2	8.3	6.1	4.9	4.0
1972	1.9	1.8	1.9	2.2	2.4	3.9	6.4	8.4	6.9	4.2	3.4	3.2
1973	2.0	2.1	1.8	2.5	3.5	5.5	8.4	9.8	8.6	6.6	5.2	3.8
1974	2.4	1.9	1.9	2.3	3.4	4.8	6.8	8.8	8.4	6.3	4.5	3.7
1975	2.0	2.6	2.5	3.0	5.6	4.8	7.4	8.8	8.4	5.9	4.2	3.3
1976	2.6	2.1	2.0	3.9	2.5	3.5	7.1	7.0	7.7	5.2	3.7	2.8
1977	2.1	2.1	2.8	3.1	4.0	4.6	7.7	7.3	7.6	5.9	5.2	3.1
1978	1.8	2.8	4.1	3.1	2.6	3.1	6.8	7.8	7.9	4.8	3.8	2.4
1979	1.4	1.8	1.8	2.5	2.3	6.2	7.6	8.7	7.8	5.8	4.4	3.3
1980	3.1	1.9	2.4	2.1	1.5	5.3	7.6	9.6	8.7	5.2	4.7	2.8
1981	1.0	2.1	0.4	2.8	5.1	5.7	8.3	9.0	8.2	7.0	4.8	5.4
1982	2.2	1.9	3.0	2.9	3.9	5.8	6.1	9.0	7.0	5.1	3.3	3.1
1983	1.4	3.2	1.1	3.8	4.5	4.6	6.5	7.7	6.9	6.1	4.8	2.7
1984	2.9	4.8	2.1	2.0	4.5	4.9	6.3	9.3	7.2	5.4	4.1	2.6
1985	0.4	1.5	2.4	1.9	2.9	3.6	7.6	8.3	8.3	6.2	4.9	3.3
1986	1.6	0.5	4.0	4.6	4.1	5.4	7.7	9.8	8.6	5.1	2.7	2.7
1987	3.0	1.1	1.8	1.1	2.8	5.4	7.6	7.8	8.0	5.6	3.0	1.8
1988	1.9	1.6	1.8	2.4	3.2	5.1	6.1	8.3	8.0	5.2	2.6	3.9
1989	0.1	-0.1	0.8	4.9	2.9	4.7	6.8	8.6	6.2	5.1	3.2	2.9
1990	1.0	1.7	0.7	1.5	5.1	3.8	6.3	8.5	6.0	5.1	2.3	2.6
1991	-0.1	0.8	1.6	2.2	4.6	4.8	5.4	8.2	6.2	5.7	3.4	2.5
1992	0.2	2.5	0.4	1.6	2.5	4.6	6.1	7.3	6.3	5.6	3.0	1.7
1993	-0.9	1.2	2.7	1.3	3.5	5.9	7.2	8.1	7.8	5.0	3.0	2.7

Таблиця А.5

ТПО (°С) в точці 8 (55° пн.ш., 40° зх.д.)

год	місяць											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1957	5.5	6.9	7.2	6.0	6.8	8.2	10.3	11.6	10.7	9.3	7.3	7.5
1958	6.2	6.1	6.4	6.5	8.0	9.0	11.1	12.2	10.7	8.5	7.2	7.2
1959	5.6	5.5	6.0	6.2	6.6	7.9	9.9	11.2	10.4	8.4	7.3	6.1
1960	5.8	5.6	5.6	5.7	7.4	8.0	9.7	11.8	10.1	9.0	7.4	6.8
1961	5.7	5.1	5.5	6.2	7.0	8.1	9.6	10.8	10.2	8.1	7.9	7.4
1962	7.0	6.1	6.4	6.4	7.1	7.6	10.2	10.6	10.0	8.2	7.9	7.8
1963	6.5	6.5	6.6	6.2	7.1	7.8	9.1	10.4	9.7	8.2	7.7	7.5
1964	6.4	6.2	6.6	6.2	7.1	9.0	9.8	10.9	10.5	8.6	8.0	7.1
1965	6.3	6.3	7.3	7.3	7.8	8.4	10.4	11.3	10.6	9.1	7.8	7.1
1966	6.8	7.1	6.7	7.2	7.6	8.2	10.3	12.5	11.6	9.9	8.6	7.4
1967	6.7	6.5	5.9	6.3	7.5	8.2	10.0	10.7	10.1	8.6	7.5	7.0
1968	6.3	5.7	5.4	5.9	6.8	8.0	9.6	10.1	10.1	8.9	7.9	6.4
1969	6.1	6.8	7.1	6.6	7.4	8.4	10.0	11.1	10.1	8.5	7.3	7.4
1970	7.0	6.2	6.4	6.7	7.1	7.4	9.3	10.8	10.4	9.3	7.6	6.8
1971	7.0	6.7	5.3	6.5	6.8	9.1	10.4	11.0	10.0	8.7	8.0	6.7
1972	5.2	5.1	4.9	5.5	5.9	7.5	8.7	10.0	9.9	8.4	7.1	6.0
1973	5.2	5.1	4.4	5.2	6.7	8.3	9.4	10.2	10.0	8.7	7.1	6.3
1974	5.4	5.3	5.1	4.8	6.9	7.9	9.0	10.3	9.5	8.7	7.5	6.2
1975	5.1	5.1	5.2	5.7	9.9	8.3	9.7	10.7	10.0	8.6	7.2	6.7
1976	5.7	5.6	4.4	3.9	6.1	6.9	8.3	9.7	9.4	7.9	6.5	5.6
1977	4.8	5.2	5.1	5.5	6.4	8.7	10.2	10.7	9.7	8.1	7.4	6.1
1978	4.2	5.0	6.8	5.6	6.1	7.7	9.1	9.9	9.8	8.8	6.9	5.1
1979	6.7	4.9	6.6	8.6	8.6	9.1	10.2	10.9	10.1	9.1	6.4	5.6
1980	5.9	5.9	5.4	5.7	6.7	8.8	10.3	10.7	11.0	8.4	7.7	6.6
1981	5.1	5.2	3.7	7.0	6.8	7.4	9.7	10.5	10.3	8.5	8.3	6.7
1982	4.6	5.9	5.4	5.3	5.5	7.2	9.1	12.1	9.2	8.4	6.5	5.9
1983	3.5	6.1	4.8	7.0	7.6	8.0	9.6	10.4	9.9	8.1	7.5	6.9
1984	5.0	5.6	5.0	4.4	6.1	7.3	9.2	10.1	9.5	7.4	6.0	5.4
1985	5.2	4.9	6.6	5.5	6.2	7.5	9.5	9.6	10.1	7.9	7.4	6.2
1986	4.9	4.9	6.3	4.7	6.4	7.2	8.7	10.1	11.3	7.9	6.3	5.3
1987	6.0	6.2	5.4	6.6	6.3	9.0	9.9	11.3	10.0	7.8	6.7	5.4
1988	6.5	5.4	5.6	5.7	6.8	7.9	9.6	9.5	10.2	8.5	7.8	6.7
1989	5.3	4.5	5.7	5.2	5.8	7.6	8.7	9.8	9.4	8.4	7.0	6.2
1990	4.7	5.0	4.8	5.5	5.3	6.6	7.6	9.2	9.2	8.2	7.4	6.6
1991	5.2	4.7	6.0	5.5	6.5	7.7	8.1	9.4	9.4	8.0	7.4	6.3
1992	6.7	5.4	3.6	5.6	5.0	6.6	9.0	9.7	8.9	8.5	7.8	5.8
1993	6.8	4.9	4.9	5.6	6.3	7.8	9.2	11.0	10.8	9.1	6.1	6.8

Таблиця А.6

ТПО (°С) в точці 9 (55° пн.ш., 30° зх.д.)

год	місяць											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1957	8.5	7.6	8.7	8.5	9.1	11.4	12.5	13.8	13.1	11.9	9.8	9.6
1958	8.5	8.7	8.7	9.3	9.8	11.3	13.1	13.8	13.1	10.9	9.5	9.6
1959	8.9	7.8	7.6	8.6	9.5	10.4	11.7	12.7	12.6	10.5	9.5	8.6
1960	8.6	7.8	8.0	8.5	9.2	10.4	11.9	13.2	12.0	11.3	9.3	8.4
1961	8.2	7.9	8.4	8.4	9.3	10.5	12.0	12.7	11.9	9.8	8.9	9.0
1962	8.6	8.3	8.3	7.7	8.9	9.8	12.3	12.3	11.4	10.6	9.2	8.9
1963	9.1	8.2	8.3	8.5	8.8	10.0	11.8	12.3	11.8	10.4	9.3	9.3
1964	8.8	8.7	8.7	8.2	9.3	10.9	11.8	12.9	12.6	11.1	10.1	9.4
1965	8.6	8.9	9.0	9.5	9.7	10.9	12.6	13.0	12.5	11.2	10.0	9.1
1966	8.6	8.5	8.8	9.0	9.0	10.3	12.0	14.0	12.8	11.7	10.5	9.4
1967	8.7	8.3	8.1	8.7	9.5	10.2	11.5	12.3	11.9	10.3	9.4	8.9
1968	8.7	8.5	7.9	7.9	9.0	10.0	12.2	13.3	12.1	11.0	9.8	8.6
1969	8.1	8.2	9.0	8.0	9.2	10.3	11.3	12.1	11.8	10.5	9.4	8.9
1970	9.1	8.1	8.4	9.1	9.2	10.1	11.4	12.4	11.8	11.0	9.4	9.3
1971	8.5	8.3	8.3	8.5	9.5	10.9	12.8	13.1	12.0	11.0	10.2	9.0
1972	8.0	7.5	7.6	8.2	8.8	9.4	10.6	11.9	12.1	10.9	9.4	8.3
1973	7.8	7.2	7.4	7.9	9.1	10.3	11.0	11.8	11.5	10.5	9.2	8.8
1974	8.2	7.9	7.7	7.5	8.3	9.9	11.2	12.3	11.3	10.9	9.1	8.6
1975	7.2	7.2	7.6	7.8	8.7	10.4	11.3	11.9	11.4	10.2	8.7	8.4
1976	8.1	7.4	7.6	7.6	8.0	8.8	11.0	11.9	11.4	9.7	8.0	7.4
1977	6.8	6.5	7.3	7.7	9.2	10.6	11.7	12.3	11.1	10.1	9.4	8.0
1978	7.1	7.8	9.3	8.0	8.5	9.7	11.1	11.9	11.5	10.1	7.9	7.1
1979	8.8	7.9	9.2	8.8	10.6	10.3	11.6	12.1	11.7	9.9	9.0	7.9
1980	7.9	8.0	6.7	6.8	10.3	11.2	11.6	13.0	12.2	10.4	9.1	9.1
1981	8.0	7.2	7.7	8.0	8.9	10.4	11.7	12.5	12.4	10.5	9.1	8.9
1982	8.9	7.4	8.3	7.6	8.3	9.2	11.3	12.5	10.6	9.5	9.1	8.3
1983	9.2	9.1	7.3	9.6	10.2	10.3	12.5	12.1	10.3	10.7	9.5	8.5
1984	7.9	7.2	7.4	7.8	9.2	9.9	12.1	12.8	12.0	10.3	8.9	8.0
1985	8.6	8.5	7.5	7.5	8.7	10.2	11.0	11.5	11.5	10.4	8.9	8.9
1986	8.1	7.6	8.7	7.9	8.0	9.1	11.2	11.6	12.4	10.7	8.8	7.3
1987	7.6	7.1	7.4	7.8	9.1	11.4	13.0	14.1	12.2	9.8	9.1	8.2
1988	8.4	8.1	8.5	7.6	9.2	10.2	11.3	11.9	12.1	10.6	9.7	9.3
1989	8.4	8.2	6.7	7.5	8.1	10.0	11.9	11.9	11.7	10.6	9.0	7.9
1990	7.3	7.1	7.6	7.6	8.5	9.8	10.9	11.7	11.7	10.4	9.7	8.3
1991	7.5	7.2	8.1	7.8	8.8	9.1	10.8	12.0	11.8	10.0	9.1	8.2
1992	8.9	8.8	7.4	7.2	8.4	10.0	10.9	11.2	10.7	10.4	9.7	8.6
1993	7.2	8.0	6.3	7.4	8.7	9.1	11.0	12.4	12.6	11.0	8.4	8.2

ДОДАТОК Б
ОСНОВНІ СТАТИСТИЧНІ ТАБЛИЦІ

Таблиця Б.1

Значення критерію Стьюдента для рівня значущості α і числа степенів вільності ν

ν	Двостороння критична область, α							
	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	0,005	0,002	0,001
6	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71	4,32	5,21	5,96
7	1,41	1,89	2,36	3,00	3,50	4,03	4,79	5,41
8	1,40	1,86	2,31	2,90	3,36	3,83	4,50	5,04
9	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25	3,69	4,30	4,78
10	1,37	1,81	2,23	2,76	3,17	3,58	4,14	4,59
11	1,36	1,80	2,20	2,72	3,11	3,50	4,02	4,44
12	1,36	1,78	2,20	2,68	3,05	3,43	3,93	4,32
13	1,35	1,77	2,16	2,65	3,01	3,37	3,85	4,22
14	1,34	1,76	2,14	2,62	2,98	3,33	3,79	4,14
15	1,34	1,75	2,13	2,60	2,95	3,29	3,73	4,07
16	1,34	1,75	2,12	2,58	2,92	3,25	3,69	4,02
17	1,33	1,74	2,11	2,57	2,90	3,22	3,65	3,97
18	1,33	1,73	2,10	2,55	2,88	3,20	3,61	3,92
19	1,33	1,73	2,09	2,54	2,86	3,17	3,58	3,88
20	1,33	1,72	2,09	2,53	2,85	3,15	3,55	3,85
21	1,32	1,72	2,08	2,52	2,83	3,14	3,53	3,82
22	1,32	1,72	2,07	2,51	2,82	3,12	3,51	3,79
23	1,32	1,71	2,07	2,50	2,81	3,10	3,48	3,77
24	1,32	1,71	2,06	2,49	2,90	3,09	3,47	3,75
25	1,32	1,71	2,06	2,49	2,79	3,08	3,45	3,73
26	1,32	1,71	2,06	2,48	2,78	3,07	3,44	3,71
27	1,31	1,70	2,05	2,47	2,77	3,06	3,42	3,69
28	1,31	1,70	2,05	2,47	2,76	3,05	3,41	3,67
29	1,31	1,70	2,05	2,46	2,76	3,04	3,40	3,66
30	1,31	1,70	2,04	2,46	2,75	3,03	3,39	3,65
40	1,30	1,68	2,02	2,42	2,70	2,97	3,31	3,55
60	1,30	1,67	2,00	2,39	2,66	2,91	3,23	3,46
120	1,29	1,66	1,98	2,36	2,62	2,85	3,16	3,37
∞	1,28	1,64	1,96	2,33	2,58	2,81	3,09	3,29

Таблиця Б.2

Критичне значення розподілу $\chi_{кр}^2$ зі ν ступенями свободи при заданому рівні значущості α

ν	Рівень значущості α (%)			
	95 %	90 %	10 %	5 %
1	10^{-3}	0,01	2,7	3,8
2	0,1	0,2	4,6	5,9
4	0,7	1,0	7,7	9,4
6	1,6	2,2	10,6	12,5
8	2,7	3,4	13,3	15,5
10	3,9	4,8	15,9	18,3
15	7,2	8,5	22,3	24,9
20	10,8	12,4	28,4	31,4
25	14,6	16,4	34,3	37,6
30	18,4	20,5	40,2	43,7
40	26,5	29,0	51,8	55,7
50	34,7	37,6	63,7	67,5
60	43,1	46,4	74,4	79,0
80	60,3	64,2	96,5	101,8
100	77,9	82,3	118,5	124,3

Методичні вказівки
до практичних робіт з дисципліни
"Моделювання океанічних процесів"

Укладач: PhD, ст. викл. Ель Хадрі Ю.,
д-р.геогр.наук, проф. Берлінський М.А.,
канд.геогр.наук ас. Сліже М.О.

Підп. до друку
Умовн. друк. арк.

Формат
Тираж

Папір
Зам. №

Надруковано з готових оригінал – макетів

Одеський державний екологічний університет 65015,
Одеса, вул. Львівська, 15
