

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до практичних занять

**з дисципліни „Динамічна метеорологія”
для бакалаврів III року денної та заочної форм
навчання**

Спеціальність: „Науки про Землю”

Освітньо-професійна програма «Гідрометеорологія»

Одеса 2023

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до практичних занять
з дисципліни „Динамічна метеорологія”
для бакалаврів III року денної та заочної форм
навчання**

Спеціальність: „Науки про Землю”
Освітньо-професійна програма «Гідрометеорологія»

Затверджено
на засіданні групи
забезпечення спеціальності
«Науки про Землю»
Протокол № 2
від « 29 » вересня 2023 р.

Одеса 2023

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до практичних занять
з дисципліни „Динамічна метеорологія”
для бакалаврів III року денної та заочної форм
навчання**

Спеціальність: „Науки про Землю”
Освітньо-професійна програма «Гідрометеорологія»

Затверджено
на засіданні групи забезпечення спеціальності
«Науки про Землю»
Протокол № 2 від «29» вересня 2023 р.

Голова групи забезпечення
 Шакірзанова Ж.Р.

Затверджено
на засіданні кафедри метеорології та кліматології
Протокол № 9 від «10» травня 2023 р.

Завідуючий кафедри  Прокоф'єв О.М.

Одеса 2023

Методичні вказівки до практичних занять з дисципліни „Динамічна метеорологія” для бакалаврів III року денної та заочної форм навчання зі спеціальності «Науки про Землю» (освітньо-професійна програма «Гідрометеорологія») / к. геогр. н., доц. Хоменко І.А, к.геогр.н. Одеса: ОДЕКУ, 2023. 100с.

ЗМІСТ

1	Загальна частина.....	5
1.1	Мета та задачі дисципліни.....	5
1.2	Зміст дисципліни „Динамічна метеорологія”.....	5
1.3	Перелік навчальної і методичної літератури.....	6
1.4	Перелік знань та вмінь студентів і організація навчального процесу.....	6
2	Гradient поля скалярної величини. Основні диференціальні характеристики поля швидкості.....	8
2.1	Повчання по вивченню теми.....	8
2.2	Приклади розв’язання типових задач.....	8
2.3	Контрольні запитання до теми.....	13
2.4	Задачі для самостійного розв’язання.....	14
3	Індивідуальна та локальна похідні.....	17
3.1	Повчання по вивченню теми.....	17
3.2	Приклади розв’язання типових задач.....	17
3.3	Контрольні запитання до теми.....	24
3.4	Задачі для самостійного розв’язання.....	24
4	Геострофічний вітер.....	26
4.1	Повчання по вивченню теми.....	26
4.2	Приклади розв’язання типових задач.....	26
4.3	Контрольні запитання до теми.....	32
4.4	Задачі для самостійного розв’язання.....	32
5	Термічний вітер.....	34
5.1	Повчання по вивченню теми.....	34
5.2	Приклади розв’язання типових задач.....	34
5.3	Контрольні запитання до теми.....	43
5.4	Задачі для самостійного розв’язання.....	44
6	Gradientний вітер.....	45
6.1	Повчання по вивченню теми.....	45
6.2	Приклади розв’язання типових задач.....	45
6.3	Контрольні запитання до теми.....	53
6.4	Задачі для самостійного розв’язання.....	54
7	Зв’язок геострофічного вітру з реальним.....	55
7.1	Повчання по вивченню теми.....	55
7.2	Приклади розв’язання типових задач.....	55
7.3	Контрольні запитання до теми.....	59
7.4	Задачі для самостійного розв’язання.....	60
8	Геострофічна адвекція температури.....	61
8.1	Повчання по вивченню теми.....	61
8.2	Приклади розв’язання типових задач.....	61
8.3	Контрольні запитання до теми.....	66
8.4	Задачі для самостійного розв’язання.....	67
9	Хвилі Россбі.....	69
9.1	Повчання по вивченню теми.....	69
9.2	Приклади розв’язання типових задач.....	69
9.3	Контрольні запитання до теми.....	70
9.4	Задачі для самостійного розв’язання.....	71

10	Критерії розвитку турбулентності в атмосфері. Розрахунок числа Річардсона і Рейнольдса.....	72
10.1	Повчання по вивченню теми.....	72
10.2	Приклади розв'язання типових задач.....	73
10.3	Контрольні запитання до теми.....	78
10.4	Задачі для самостійного розв'язання.....	79
11	Зміна швидкості і напрямку вітру з висотою у вільному граничному шарі. Спіраль Екмана.....	89
11.1	Повчання по вивченню теми.....	89
11.2	Приклади розв'язання типових задач.....	89
11.3	Контрольні запитання до теми.....	94
11.4	Задачі для самостійного розв'язання.....	94

1 ЗАГАЛЬНА ЧАСТИНА

1.1 Мета та задача дисципліни

Дисципліна «Динамічна метеорологія» є вибірковою навчальною дисципліною навчального плану спеціальностей «Науки про Землю» і «Геодезія та землеустрій» для студентів бакалаврів III року навчання.

Основною метою дисципліни є засвоєння студентами закономірностей динаміки повітряних течій у вільній атмосфері та граничному шарі атмосфери.

Завданням курсу є формування у студентів системи знань з фізичних механізмів формування процесів різних масштабів в атмосфері.

Вивчення дисципліни «Динамічна метеорологія» базується на базових знаннях студентів, отриманих при проходженні дисциплін «Вища математика», «Фізика» і «Методи обробки та аналізу г/м інформації».

1.2 Зміст дисципліни «Динамічна метеорологія»

Тема 1. Методи математичного опису стану атмосфери. Основні рівняння гідродинаміки атмосфери

Характеристики стану атмосферного повітря. Рівняння нерозривності. Рівняння руху в формі Ейлера в інерційній та неінерційній системах відліку. Рівняння переносу імпульсу для в'язкої рідини. Рівняння руху в формі Нав'є-Стокса для в'язкої рідини. Рівняння притоку тепла.

Тема 2. Динаміка вільної атмосфери

Спрощення системи гідротермодинаміки для течій у вільній атмосфері. Поняття градієнтного вітру. Геострофічна течія і її властивості. Градієнтний вітер. Зміна геострофічного вітру з висотою. Термічний вітер. Відхилення вітру від геострофічного. Геострофічна адвекція температури.

Тема 3. Теорія збурень атмосферних рухів

Застосування теорії малих коливань до атмосферних течій. Диференціальні рівняння малих збурень. Хвильові рухи атмосфері. Їх класифікації. Лінійна модель одновимірних гравітаційних хвиль на поверхні розділу. Лінійні моделі хвиль Росбі.

Тема 4. Динаміка граничного шару атмосфери

Фізичний механізм формування граничного шару атмосфери. Опис структури приземного шару. Опис структури вільного граничного шару. Методи опису динаміки граничного шару атмосфери. Правила осереднення. Методика осереднення рівнянь гідротермодинаміки. Осереднені рівняння гідротермодинаміки, їх фізичний аналіз. Замкнення системи рівнянь гідротермодинаміки. «К-теорія». Рівняння балансу кінетичної енергії. Спіраль Екмана.

1.3 Перелік навчальної і методичної літератури

Основна

1. Хоменко І.А. Динамічна метеорологія: конспект лекцій. Одеса: ОДЕКУ, 2021. 97 с.
2. Хоменко І.А. Динаміка атмосфери: навчальний посібник. Одеса: Одеський державний екологічний університет, 2022. 179 с.
3. Методичні вказівки до самостійної роботи студентів та практичних занять з дисципліни "Динамічна метеорологія" для студентів III курсу денної форми навчання за напрямом "Гідрометеорологія", спеціальність „Метеорологія”/ Укладачі: доц. Казаков О.Л., ас. Хоменко І.А. Одеса, ОДЕКУ, 2009. 63 с.

Додаткова

1. Задачник по динамической метеорологии. Под редакцией Д.Л. Лайхтмана и Л.С. Гандина. Ленинград: Гидрометеоздат, 1967, 216 с.
2. Задачник по динамической метеорологии. Ленинград: Гидрометеоздат, 1984, 166 с.
3. Метеорологія і кліматологія. Підручник під ред. С.М. Степаненка. Одеса, ТЕС, 2008, 534 с.
4. Тарнопольський А.Г. Фізика граничного шару атмосфери. Одеса, 2001, 155 с.
5. Хоменко Г.В., Бондаренко В.М. Хвильові процеси в атмосфері. Одеса: Екологія, 2012, 104 с.
6. Хоменко Г.В., Хохлов В.М. Гідродинамічні методи прогнозу погоди: підручник. Одеса: Екологія, 2008. 344 с.

1.4 Перелік знань та вмінь студентів

В результаті вивчення дисципліни „Динамічна метеорологія” студенти повинні:

знати:

- кінематичні характеристики метеорологічних полів та їх фізичний сенс;
- фізико-математичний апарат, який використовується для опису процесів, що відбуваються в атмосфері;
- методи спрощення системи рівнянь гідротермодинаміки в залежності від масштабу процесів, до яких застосовується ця система;
- найпростіші рухи в атмосфері без сили тертя;
- агеострофіний рух;
- вертикальна структура систем вітру;
- основні хвильові рухи в атмосфері і основні рівняння теорії хвиль;
- теорія довгих хвиль;
- елементи теорії турбулентності і математичний апарат, який використовується для її опису.

вміти:

- виконувати аналіз течії в атмосфері, застосовуючи основні принципи кінематики рідини;
- виділяти типові течії в атмосфері і, виходячи з кількісних характеристик цих течій, робити висновки щодо їх подальшого розвитку;
- записувати і аналізувати систему рівнянь гідротермодинаміки, використовуючи необхідні фізико-математичні методи, для різних масштабів атмосферних процесів;
- застосовувати масштабний аналіз для визначення домінуючих процесів, що діють в атмосфері, і виводити рівняння, що описують усталені потоки (включаючи геострофічні і градієнтні потоки), гідростатичну рівновагу і рівняння термічного вітру;
- застосовувати ізобаро-ізостеричний аналіз для дослідження циркуляційних систем в атмосфері;
- застосовувати теорію хвильових рухів для виявлення хвиль різних амплітуд, робити якісний і кількісний аналіз їх руху і подальшого розвитку;
- застосовувати елементи теорії турбулентності, розпізнавати ламінарний та турбулентний режими в атмосфері, та робити висновки щодо подальшого розвитку цих течій.

мати базові навички:

- виконувати обчислення гідродинамічних характеристик і на основі їх аналізу робити висновки щодо еволюції процесів різних масштабів в атмосфері.

При вивченні дисципліни студент знайомиться з відповідними розділами в навчальній літературі та власних конспектах лекцій, при необхідності та за вказівкою викладача доповнюють рукопис конспектуванням.

Методичні вказівки до практичних робіт складаються з одинадцяти розділів, перший розділ присвячений загальним положенням, в яких наведено мету, задачі і зміст дисципліни, надано перелік навчальної літератури і перелік знань і вмінь, які набуває студент при опануванні дисципліною «Динамічна метеорологія». Наступні десять розділів (розділ 2 – розділ 11) відповідають темам практичних занять, наведених в силлабусі дисципліни «Динамічна метеорологія». В кожному розділі надано рекомендації щодо вивчення теми, наведено приклади розв'язання типових задач, надано контрольні питання і задачі для самостійного розв'язання для закріплення отриманих вмінь і навичок.

Метою методичних вказівок є опанування і закріплення студентами практичних вмінь та навичок, які необхідні для виконання посадових обов'язків в майбутній професійній діяльності.

2 ГРАДІЄНТ ПОЛЯ СКАЛЯРНОЇ ВЕЛИЧИНИ. ОСНОВНІ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОЛЯ ШВИДКОСТІ

2.1 Повчання по вивченню теми

Перша тема (стор. 12–17, 40–45 Конспекту [1]) знайомить студентів з математичними методами дослідження структури полів метеорологічних величин. В рамках теми студент ознайомлюється з диференціальними характеристиками метеорологічних полів, а саме градієнтом поля скалярної величини, вихором і дивергенцією вектору швидкості, а також з методами їх розрахунку.

При вивченні першої теми необхідно звернути увагу на такі базові знання та вміння:

1. визначення скалярних та векторних характеристик стану атмосфери або, як їх називають ще – метеорологічних величин (стор. 9–10 [1]);
2. оператор Гамільтона та операції з ним (стор. 10–12 [1]);
3. поняття градієнта поля скалярної величини, напрямок градієнта поля скалярної величини (стор. 12–14 [1]);
4. поняття дивергенції і її фізичне тлумачення (стор. 40–45 [1]);
5. поняття відносного вихору швидкості і його фізичне тлумачення (стор. 43–45 [1]);
6. скінченнорізницевий метод і його застосування для визначення диференціальних характеристик полів метеорологічних величин (стор. 14–17 [1]).

Засвоєння цих базових знань дає можливість отримати оцінку „задовільно” на підсумковій атестації.

Закріплення отриманих при вивченні першої теми знань та вмінь здійснюється за допомогою практичних задач, для вирішення яких потрібно використовувати саме ці знання та вміння. Нижче наводяться приклади задач та пояснення по їх розв’язанню.

2.2 Приклади розв’язання типових задач

Задача № 1.

Умова. Визначити значення і напрям горизонтального градієнту тиску $\left(\overline{\frac{\partial p}{\partial n}}\right)$, якщо відомо, що в широтному напрямі воно змінюється на 3 гПа, а в меридіональному – 5 гПа на кожні 100 км.

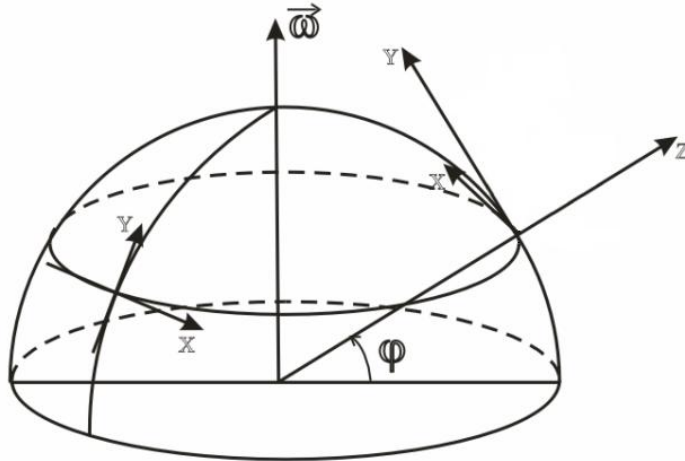
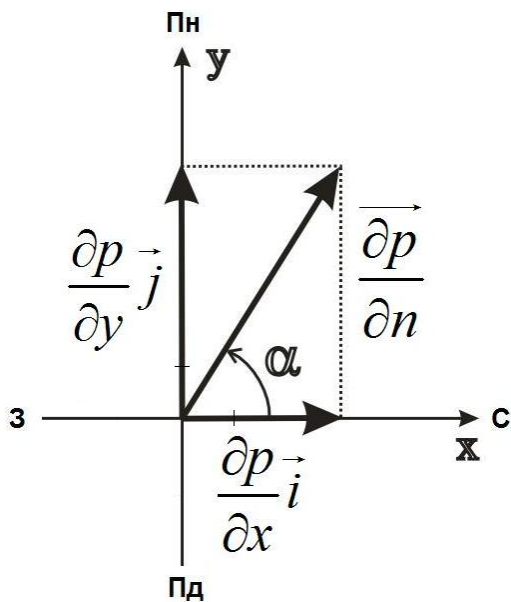


Рисунок 2.1 – Стандартна метеорологічна система координат.

Пояснення до задачі. В метеорології користуються зазвичай стандартною метеорологічною системою координат. В цій системі вісь OX спрямовують по колу широти з заходу на схід, вісь OY – по меридіональному колу з півдня на північ, а вісь перпендикулярно площині XOY вертикально угору (див. рис. 2.1).

Розв’язання задачі.

При використанні стандартної метеорологічної системи координат зміна тиску в широтному та меридіональному напрямках означає зміну тиску у напрямку вісі OX та вісі OY відповідно. Отже, значення горизонтального градієнту тиску (тобто модуль цього вектора) знаходимо за формулою:



$$\left| \frac{\partial p}{\partial n} \right| = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial y} \right)^2} = \sqrt{9 + 25} =$$

$$= \sqrt{34} = 5,8 \text{ гПа/100км},$$

а напрям вектору горизонтального градієнта тиску можна обрахувати так

$$\text{tg } \alpha = \frac{\partial p / \partial y}{\partial p / \partial x} = \frac{5}{3} \cong 1.63.$$

Отже кут $\alpha = \text{arctg}(1.63) \approx 59^\circ$.

Відповідь до задачі № 1: значення горизонтального градієнту складає 5,8 гПа/100км, а напрям – 59° , тобто - північно-північно-східний.

Задача № 2.

Умова. Обчислити плоску дивергенцію та вертикальну складову вихору за даними, що наведені на рис. 2.5 ($r = 500\text{ км} = 5 \cdot 10^5\text{ м}$).

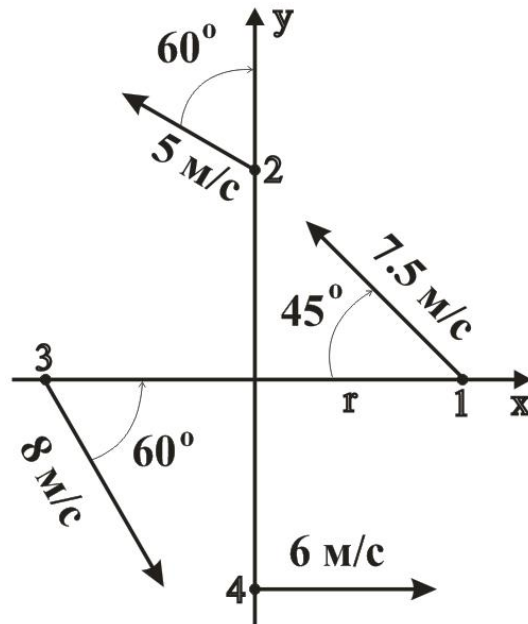


Рисунок 2.2 – Поле швидкості вітру.

Розв'язання задачі.

Запишемо вирази для плоскої дивергенції та вертикальної складової вихору швидкості [Конспект [1], стор. 40 – 45]:

$$\text{div}\vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \quad \text{та} \quad \Omega_z = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$$

Для того щоб знайти ці диференціальні характеристики поля швидкості, необхідно визначити складові швидкості u та v , тобто проекції вектору швидкості на осі x та y відповідно.

Тоді в точці 1: $u_1 = 7.5 \cdot \cos 135^\circ = -5.3\text{ м/с}$, $v_1 = 7.5 \cdot \sin 45^\circ = 5.3\text{ м/с}$;

в точці 2: $u_2 = 5 \cdot \cos 150^\circ = -4.3\text{ м/с}$, $v_2 = 5 \cdot \sin 30^\circ = 2.5\text{ м/с}$;

в точці 3: $u_3 = 8 \cdot \cos 60^\circ = 4.0\text{ м/с}$, $v_3 = 8 \cdot \sin 150^\circ = -6.9\text{ м/с}$;

в точці 4: $u_4 = 6 \cdot \cos 0^\circ = 6\text{ м/с}$, $v_4 = 6 \cdot \sin 90^\circ = 0$.

Зауваження. Кут визначається між напрямком вектору та додатним напрямком осі.

Для обчислення диференціальних характеристик метеорологічних полів використовують наближені скінченнорізницьві співвідношення за допомогою яких можна представити перші та другі похідні через значення метеорологічної величини в точках та крок за простором (стор. 14–17 Конспекту [1]).

Скінченнорізницьві співвідношення можна представити через центральні різниці таким чином:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_0 \approx \frac{f_1 - f_3}{2r}, \quad \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_0 \approx \frac{f_2 - f_4}{2r},$$

Перші похідні від складових швидкості апроксимуємо центральними різницями за формулами:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{u_1 - u_3}{2r} = \frac{-5.3 \text{ М/с} - 4.0 \text{ М/с}}{2 \cdot 5 \cdot 10^5 \text{ м}} = -9.3 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1};$$

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{v_1 - v_3}{2r} = \frac{5.3 \text{ М/с} + 6.9 \text{ М/с}}{2 \cdot 5 \cdot 10^5 \text{ м}} = 12.2 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1};$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{v_2 - v_4}{2r} = \frac{2.5 \text{ М/с}}{2 \cdot 5 \cdot 10^5 \text{ м}} = -2.5 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1};$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{u_2 - u_4}{2r} = \frac{-4.3 \text{ М/с} - 6.0 \text{ М/с}}{2 \cdot 5 \cdot 10^5 \text{ м}} = -10.3 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}.$$

Зауваження. В будь-якій фізичній задачі необхідно привести одиниці вимірювання до однієї системи одиниць. Оскільки в метеорології найчастіше використовується система SI, то, знаходячи дивергенцію та вихор, обов'язково перевести крок сітки з км в метри, оскільки швидкість задано в м/с і одиниця вимірювання дивергенції та вихору буде 1/с або с⁻¹.

Тоді

$$\text{div} \vec{V} = -9.3 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1} + 2.5 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1} = -6.8 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$$

$$\Omega_z = 12.2 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1} - (-10.3 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}) = -22.5 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$$

Додатна вертикальна складова вихору швидкості вказує на циклонічний рух повітряних мас.

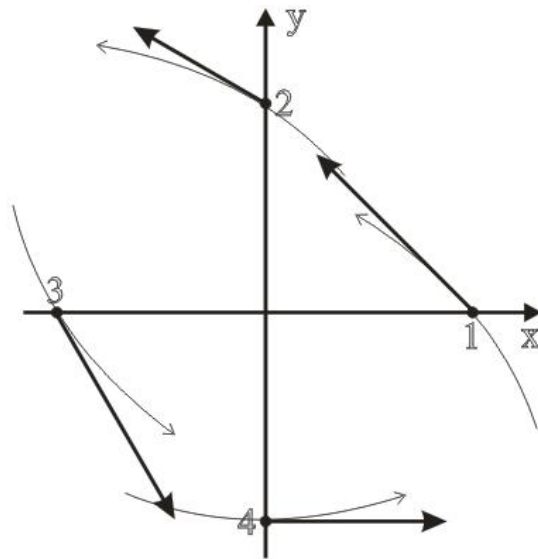


Рисунок 2.3 – Лінії течії в заданому полі швидкостей вітру.

Від’ємна плоска дивергенція має сенс відносного зменшення з часом площі проекції повітряного об’єму у горизонтальній площині, або конвергенції повітряних мас, тобто потік швидкості, що втікає, перевищує той, що витікає. Це можна бачити безпосередньо з рис. 2.3: якщо в кожній точці, в якій задано вектор швидкості вітру, побудувати лінію течії, тобто провести лінію, для якої вектор швидкості спрямований по дотичній, то можна побачити, що загалом повітряні маси рухаються у центр циклона, тобто насправді спостерігається конвергенція повітряних течій (рис. 2.3).

Відповідь до задачі № 2: $div \vec{V} = -6.8 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$, $\Omega_z = -22.5 \cdot 10^{-6} \text{ с}^{-1}$.

Задача № 3.

Умова. Оцінити середнє значення лапласіана тиску в центрі антициклонічної області, якщо відомо, що ізобари, проведені через 5 гПа, мають форму концентричних кіл. Тиск у центрі антициклону складає $p_0 = 1000$ гПа, а віддалення ізобари 995 гПа від центру складає 350 км.

Розв’язання задачі.

Для концентричних кіл значення лапласіана тиску можна визначити за формулою

$$\nabla^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2}.$$

У загальному вигляді другі похідні для будь-якої фізичної величини можна представити у скінченнорізницевому вигляді таким чином (стор. 14–17 Конспекту [1]):

$$\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}\right)_0 \approx \frac{f_1 + f_3 - 2f_0}{r^2}, \quad \left(\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}\right)_0 \approx \frac{f_2 + f_4 - 2f_0}{r^2}.$$

Тоді для лапласіана тиску скінченнорізницевий аналог набуває вигляду $\nabla^2 p = \frac{1}{r^2}(p_1 + p_2 + p_3 + p_4 - 4p_0)$, де r – радіус кола або віддалення ізобари від центру кола.

Тоді, для нашої задачі $r = 3.5 \cdot 10^2$ км, а $(p_1 + p_2 + p_3 + p_4 - 4p_0) = (4 \cdot 995 - 4 \cdot 1000) = -20$ гПа. Підставляємо отримані значення до формули і отримуємо:

$$\nabla^2 p = \frac{1}{12.25 \cdot 10^4} (-20) = -1.6 \cdot 10^{-4} \text{ гПа/км}^2.$$

Відповідь до задачі № 3: *середнє значення лапласіана в центрі антициклонічної області складає $-1,6 \cdot 10^{-4}$ гПа/км².*

2.3 Контрольні запитання до теми

1. Чим відрізняються скалярна та векторна величини?
2. Наведіть приклади скалярних величин (векторних величин).
3. Дайте визначення градієнта скалярної величини.
4. Градієнти яких скалярних величин Ви знаєте?
5. Запишіть вираз для дивергенції швидкості.
6. Визначення та фізичний сенс дивергенції швидкості.
7. Запишіть вираз для вихору швидкості.
8. Визначення та фізичний сенс вихору швидкості.
9. До скалярних чи векторних величин відносяться градієнт скалярної величини, дивергенція швидкості, вихор швидкості?
10. Як представити перші похідні від фізичної величини f за допомогою скінченнорізницевої апроксимації?
11. Як представити другі похідні від фізичної величини f за допомогою скінченнорізницевої апроксимації?

2.4 Задачі для самостійного розв'язання

Задачі на визначення градієнта поля скалярної величини.

1. Визначити значення та напрям горизонтального градієнту тиску, якщо відомо, що в широтному напрямку воно змінюється на 3.0 гПа, а в меридіональному на 4.0 гПа на кожні 100 км.
2. Визначити значення та напрям горизонтального градієнту тиску, якщо відомо, що в широтному напрямку воно змінюється на 5.5 гПа, а в меридіональному на 6.2 гПа на кожні 200 км.
3. Визначити значення та напрям горизонтального градієнту тиску, якщо відомо, що в широтному напрямку воно змінюється на -3.5 гПа, а в меридіональному на 5.0 гПа на кожні 300 км.
4. Визначити значення та напрям горизонтального градієнту тиску, якщо відомо, що в широтному напрямку воно змінюється на -2.5 гПа, а в меридіональному на -3.0 гПа на кожні 200 км.
5. Визначити значення та напрям горизонтального градієнту тиску, якщо відомо, що в широтному напрямку воно змінюється на $-2,4$ гПа, а в меридіональному на $-2,3$ гПа на кожні 100 км.
6. Відстань між двома точками, що розташовані на одному меридіані, складає 500 км. Тиск у цих точках відрізняється на 15 гПа та зростає у північному напрямку. Ізобара проходить між двома цими точками та перетинає меридіан під кутом 30^0 (кут відраховується проти годинникової стрілки). Визначити значення та напрямок горизонтального градієнта тиску.
7. Поле температури T було задано у площині. Область низьких значень T була обкреслена двома замкнутими ізотермами (лініями рівних T) у вигляді концентричних кіл. На двох сусідніх ізотермах температура рівна 289 До і 295 К, а найкоротша відстань між ними – 300 км. Розрахувати модуль градієнта температури і показати на кресленні його напрям.
8. Область низького тиску була обкреслена у площині замкнутими ізобарами (лініями рівних значень тиску) у вигляді концентричних кіл. На двох сусідніх ізобарах тиск дорівнює 995 і 1000 гПа, а найкоротша відстань між ними – 500 км. Розрахувати модуль плоского градієнта тиску і показати на кресленні його напрям.
9. Знайти кут нахилу ізотермічної поверхні до горизонту в стандартній атмосфері, якщо відстань між одиничними ізотермами на карті масштабу $1:10^7$ складає 2 см.
10. Знайти кут нахилу ізобаричної поверхні 1000 гПа до горизонту в стандартній атмосфері, якщо горизонтальний градієнт тиску складає $\frac{2\text{гПа}}{100\text{км}}$.

Задачі на визначення дивергенції та вихору швидкості вітру.

Оцінити дивергенцію та вихор швидкості вітру на ізобаричних поверхнях АТ–850, АТ–700 та АТ–500 за даними, наведеними у таблиці ($r = 100\text{ км}$). Отримані результати проаналізувати.

1 варіант						2 варіант					
АТ	u,v	1	2	3	4	АТ	u,v	1	2	3	4
земля	u	-1.2	-2.4	-9.4	-10.6	земля	u	-0.6	-1.6	-0.6	2.1
	v	-1.0	-3.0	-4.4	-5.8		v	-1.4	-3.4	-4.9	-3.1
850	u	-4.2	-3.6	-13.5	-12.8	850	u	1.2	-5.0	-1.0	3.6
	v	-6.6	-5.0	-5.5	-7.6		v	-8.1	-10.0	-10.5	-7.9
700	u	-5.2	-13.5	-12.5	-12.6	700	u	3.4	-3.8	-1.0	3.4
	v	-8.9	-7.8	-7.2	-8.8		v	-8.6	-10.4	-10.4	-8.1
500	u	-6.8	-6.5	-6.5	-6.2	500	u	-0.6	-4.0	-2.6	-0.4
	v	-7.8	-7.0	-6.8	-8.0		v	-7.0	-7.6	-8.2	-7.2

3 варіант						4 варіант					
АТ	u,v	1	2	3	4	АТ	u,v	1	2	3	4
земля	u	-1.6	-1.4	-4.6	-2.6	земля	u	3.5	4.1	5.0	2.9
	v	-2.6	-3.2	-2.1	-5.4		v	-1.6	-4.6	-1.0	-2.2
850	u	-10.6	-13.6	-9.4	-5.0	850	u	8.5	3.6	3.5	7.5
	v	-9.6	-8.1	-9.2	-10.0		v	-4.6	-7.9	-7.9	-4.6
700	u	-8.1	-13.2	-9.1	-3.8	700	u	7.0	3.4	0.9	4.2
	v	-9.6	-9.2	-9.8	-10.4		v	-5.1	-8.1	-8.2	-5.2
500	u	-5.5	-6.2	-5.6	-4.0	500	u	1.1	-0.4	-0.2	0.8
	v	-7.9	-8.0	-8.2	-7.6		v	-5.4	-7.2	-8.5	-6.8

5 варіант						6 варіант					
АТ	u,v	1	2	3	4	АТ	u,v	1	2	3	4
земля	u	0.1	-0.8	3.0	3.9	земля	u	5.1	2.9	2.1	4.2
	v	-1.6	-3.8	-5.6	-2.6		v	-1.9	-5.4	-5.4	-2.0
850	u	5.8	-0.1	1.6	6.0	850	u	10.9	7.5	7.5	10.0
	v	-6.6	-9.4	-9.4	-6.0		v	-1.9	-4.6	-5.8	-2.6
700	u	6.4	1.1	0.4	3.9	700	u	7.5	4.2	4.0	7.5
	v	-6.8	-9.5	-9.2	-6.6		v	-2.2	-5.2	-7.0	-4.8
500	u	0.9	-1.6	-1.4	0.4	500	u	1.5	0.8	2.6	4.2
	v	-6.2	-7.4	-8.2	-6.8		v	-4.8	-6.8	-10.4	-8.9

7 варіант						8 варіант					
АТ	u,v	1	2	3	4	АТ	u,v	1	2	3	4
земля	u	-2.0	-6.6	-5.6	-2.2	земля	u	3.5	1.4	4.8	1.8
	v	-4.0	-2.3	-2.6	-3.5		v	-0.4	-3.8	-3.8	0.1
850	u	-9.5	-14.6	-10.6	-3.5	850	u	14.6	11.4	10.0	12.9
	v	-9.5	-9.6	-9.6	-8.6		v	-1.0	-3.5	-3.1	0.6
700	u	-5.2	-13.1	-8.1	0.0	700	u	12.1	10.2	6.9	9.6
	v	-7.9	-10.0	-9.6	-9.0		v	-1.4	-3.9	-3.9	-0.9
500	u	-6.1	-7.4	-5.5	-3.0	500	u	2.1	2.0	1.1	1.5
	v	-8.4	-7.8	-7.9	-7.5		v	-3.2	-4.5	-4.6	-3.1

9 варіант						10 варіант					
АТ	u,v	1	2	3	4	АТ	u,v	1	2	3	4
земля	u	5.4	3.8	2.0	3.1	земля	u	-1.6	-3.5	-2.0	-1.6
	v	0.1	-2.6	-2.2	0.8		v	-3.1	-3.1	-4.0	-2.1
850	u	17.4	12.0	13.6	16.5	850	u	-8.4	-14.9	-9.5	-0.4
	v	-0.5	-3.0	-2.5	-0.2		v	-5.0	-9.0	-9.5	-6.0
700	u	16.2	13.9	13.0	14.1	700	u	-3.6	-12.2	-5.2	3.6
	v	-1.2	-3.9	-3.0	-0.8		v	-3.4	-7.2	-7.9	-6.2
500	u	4.8	4.4	2.8	3.0	500	u	-7.0	-10.1	-6.1	-1.4
	v	-3.8	-5.1	-4.2	-3.1		v	-8.0	-7.9	-8.4	-7.5

3 ІНДИВІДУАЛЬНА ТА ЛОКАЛЬНА ПОХІДНІ

3.1 Повчання по вивченню теми

Друга тема (стор. 19–22 Конспекту) знайомить студентів з математичними методами опису зміни метеорологічних величин з плином часу в фіксованих точках простору і в об'ємах повітря, що рухаються. В рамках теми студент ознайомлюється з поняттями індивідуальної, локальної і конвективної похідних, зв'язком між ними і застосуванням цих похідних до векторних і скалярних полів.

При вивченні другої теми необхідно звернути увагу на такі базові знання та вміння:

1. фізичний сенс локальної похідної/частинної похідної за часом (стор. 20);
2. фізичне тлумачення індивідуальної похідної/повної похідної за часом (стор. 20);
3. зв'язок між індивідуальною і локальною похідними (стор. 19-20);
4. які складові у рівнянні 1.31 (стор. 20 Конспекту) враховуються при горизонтальному, а які при вертикальному русі частинки;
5. фізичний сенс адвективної і конвективної складової (стор. 21);
6. різниця між конвективною і адвективною складовими у гідромеханіці і динамічній метеорології (стор. 20);
7. поняття повного і локального прискорення частинки, різниця між ними (стор. 21–22).

Засвоєння цих базових знань дає можливість отримати оцінку „задовільно” на підсумковій атестації. Закріплення отриманих при вивченні другої теми знань та вмінь відбувається за допомогою практичних задач. Нижче наводяться приклади задач та пояснення по їх розв'язанню.

3.2 Приклади розв'язання типових задач

Задача № 1.

Умова. Обчислити зміну температури повітря за 3 години, яке буде зареєстроване приладами на вільному врівноваженому аеростаті, що зсувається на північний схід зі швидкістю 11 м/с, якщо горизонтальний градієнт температури чисельно дорівнює 2°C на 100 км та спрямований на південь, а підвищення температури за останні 3 години за даними станційних спостережень складають 0.5°C .

Пояснення до задачі. Вільний аеростат – це аеростат, яким не керують, і він рухається разом з повітряним потоком, тобто зі швидкістю повітря, а це означає, що прилади у такому аеростаті показуватимуть зміну фізичних величин з часом у об'ємі повітря, що рухається. За умовами задачі аеростат є врівноваженим, це означає, що він рухається суто у горизонтальній площині, тобто вертикальна компонента швидкості w відсутня.

Умову задачі скорочено можна записати наступним чином:

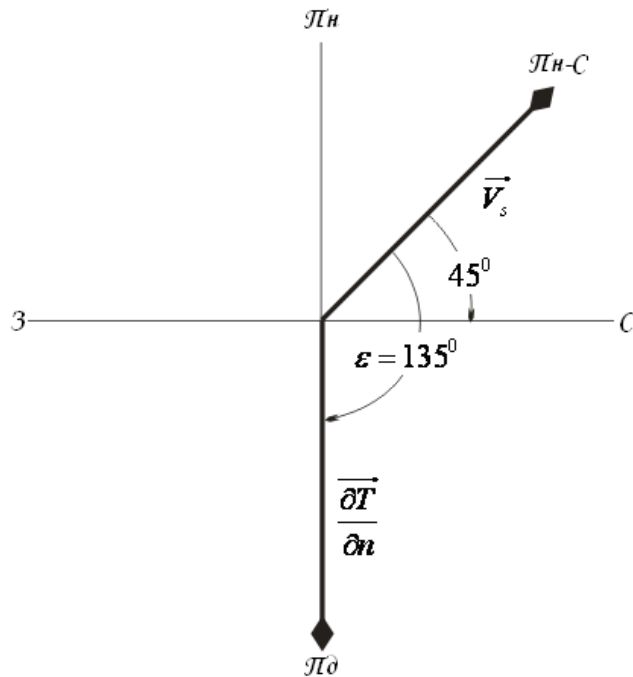
$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0.5^{\circ} \text{C}/3\text{год}$$

$$V_s = 11\text{м}/\text{с}$$

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 2^{\circ} \text{C}/100\text{км}$$

$$\varepsilon = 135^{\circ}$$

$$\frac{dT}{dt} = ?$$



Розв'язання задачі.

Для знаходження зміни температури скористуємось формулою (1.31) з Конспекту [1] на стор. 20 у наступному вигляді:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + V_s \frac{\partial T}{\partial n} \cos \varepsilon .$$

Підставляючи значення всіх величин у цей вираз, треба привести всі одиниці вимірювання до системи SI, тобто

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0.5^{\circ} \text{C}/3\text{год} = \frac{0.5^{\circ} \text{C}}{10800\text{с}} = 4.6 \cdot 10^{-5} \text{ } ^{\circ} \text{C}/\text{с}$$

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 2^{\circ} \text{C}/100\text{км} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^{\circ} \text{C}/\text{м}$$

$$\cos \varepsilon = \cos 135^{\circ} \approx -0.707$$

$$\frac{dT}{dt} = 4.6 \cdot 10^{-5} \text{ } ^{\circ} \text{C}/\text{с} + 11\text{м}/\text{с} \cdot 2 \cdot 10^{-5} \text{ } ^{\circ} \text{C}/\text{м} (-0.707) =$$

$$= -10.954 \cdot 10^{-5} \text{ } ^{\circ} \text{C}/\text{с} \cdot \frac{10800\text{с}}{3\text{год}} \approx -1.2^{\circ} \text{C}/3\text{год}$$

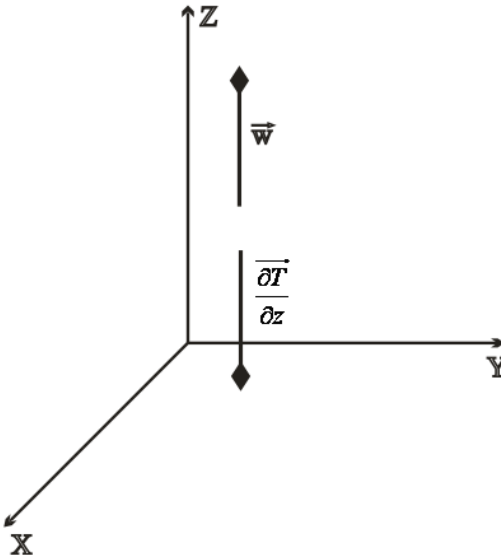
Відповідь до задачі № 1:

приладами на аеростаті за 3 години буде зареєстроване зменшення температури на 1.2^oC.

Задача № 2.

Умова. Повітряна маса підіймається з швидкістю 1 см/с. Обчислити зміну її температури за 3 години, якщо вертикальний градієнт температури у зовнішньому середовищі дорівнює $-0.5^{\circ}\text{C}/100\text{м}$ (температура з висотою зменшується), а на деякій фіксованій висоті температура за цей час зростає на 1°C .

Умову задачі скорочено можна записати наступним чином:

$\frac{\partial T}{\partial t} = 1.0^{\circ}\text{C}/3\text{год}$	
$w = 1\text{см/с}$	
$\frac{\partial T}{\partial z} = -0.5^{\circ}\text{C}/100\text{м}$	
$\frac{dT}{dt} = ?$	

Розв'язання задачі.

З формули (1.31) [стор. 20 Конспекту [1]] бачимо, що зміни температури з часом для цього випадку можна виразити як $\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + w \frac{\partial T}{\partial z}$, оскільки рух у горизонтальній площині є відсутнім.

Оскільки за умовою задачі необхідно знайти зміну температури у повітряній масі, що піднімається, за 3 години, то для того, щоб відповідь одразу отримати у $\frac{^{\circ}\text{C}}{3\text{год}}$, виразимо такі фізичні величини як локальну похідну за часом та вертикальну складову швидкості у $\frac{^{\circ}\text{C}}{3\text{год}}$ та $\frac{\text{м}}{3\text{год}}$ відповідно.

З умови задачі $\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{3^{\circ}\text{C}}{3\text{год}}$. Вертикальний градієнт температури дорівнює $-\frac{0.5^{\circ}\text{C}}{100\text{м}} = -0.5 \cdot 10^{-2} \frac{\text{C}}{\text{м}}$ (знак „-“ вказує на той факт, що температура зменшується з висотою).

Вертикальна швидкість в системі SI дорівнює $w = 0.01 \frac{\text{М}}{\text{с}} = 1 \cdot 10^{-2} \frac{\text{М}}{\text{с}}$
 або за 3 години ($3 \times 3600 \text{с} = 10800 \text{с} = 1.08 \cdot 10^4 \text{с}$) маємо

$$w = 1 \cdot 10^{-2} \frac{\text{М}}{\text{с}} \cdot \frac{1.08 \cdot 10^4 \text{с}}{3 \text{год}} = 1.08 \cdot 10^2 \frac{\text{М}}{3 \text{год}}$$

Тоді

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1^{\circ}\text{C}}{3 \text{год}} - 0.5 \cdot 10^{-2} \frac{^{\circ}\text{C}}{\text{М}} \cdot 1.08 \cdot 10^2 \frac{\text{М}}{3 \text{год}} = 0.46 \frac{^{\circ}\text{C}}{3 \text{год}}$$

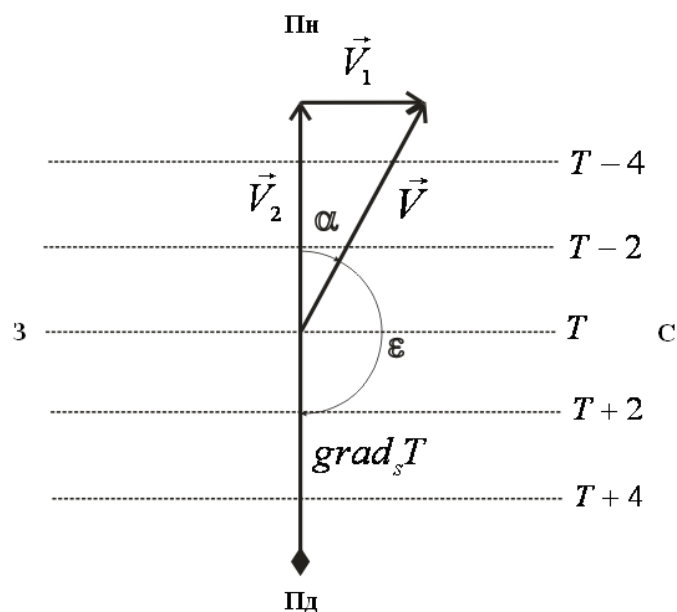
Відповідь до задачі № 2: температури повітряної маси за 3 години підвищиться на $0,46^{\circ}\text{C}$.

Задача № 3.

Умова. Визначити напрямок та швидкість руху вільного врівноваженого аеростату, якщо за 3 год. польоту він перемістився на 100 км східніше, його прилади за цей час зареєстрували зниження температури на 2.0°C , а за даними станційних вимірювань температура підвищилась на $3.0^{\circ}\text{C}/\text{год}$. Відмітимо, що горизонтальний градієнт температури дорівнює $1.5^{\circ}\text{C}/100 \text{км}$ та спрямований на південь.

Умову задачі скорочено можна записати наступним чином:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} &= +0.3^{\circ}\text{C}/\text{год} \\ \frac{dT}{dt} &= -2.0^{\circ}\text{C}/\text{год} \\ |\text{grad}_s T| &= 1.5^{\circ}\text{C}/100 \text{км} \\ |\vec{V}_1| &= \frac{100 \text{км}}{3 \text{год}} \approx 9.3 \text{М}/\text{с} \\ |\vec{V}| &= ? \end{aligned}$$



Розв'язання задачі:

Аеростат перемістився на 100 км східніше відносно свого початкового положення. Це означає, що він перемістився не строго на схід (у такому

випадку $\frac{dT}{dt} = 0$, оскільки шлях аеростату пролягав би уздовж ізотерми), тобто його переміщення було або з північною, або з південною складовою. Оскільки прилади на аеростаті зареєстрували зниження температури, то рухався він у бік протилежний градієнтові температури, тобто з північною складовою (рисунок до задачі).

Отже, швидкість аеростату (\vec{V}) можна розкласти на дві складові:

$\vec{V}_1 = \frac{100\text{км}}{3\text{год}} \approx 17.9 \frac{\text{М}}{\text{с}}$ – складова, яка не викликає зміни температури та \vec{V}_2 –

складова, яка повністю відповідає за зміну температури. Тоді, скориставшись виразом (1.31, стор. 20 Конспекту [1]), можна отримати значення для модуля швидкості \vec{V}_2 (кут між \vec{V}_2 та $\text{grad}_s T$ складає 180°):

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + |\vec{V}_2| |\text{grad}_s T| \cos \varepsilon$$

$$|\vec{V}_2| = \frac{\frac{dT}{dt} - \frac{\partial T}{\partial t}}{|\text{grad}_s T| \cos \varepsilon}$$

$$|\vec{V}_2| = \frac{-2.0 \frac{^\circ\text{C}}{3\text{год}} - 0.3 \frac{^\circ\text{C}}{\text{год}}}{1.5 \frac{^\circ\text{C}}{100\text{км}} \cdot \cos 180^\circ} = \frac{\frac{2.0^\circ\text{C}}{10800\text{с}} + \frac{0.3^\circ\text{C}}{3600\text{с}}}{1.5 \cdot 10^{-5} \frac{^\circ\text{C}}{\text{М}}} \approx$$

$$\approx \frac{18.5 \cdot 10^{-5} \frac{^\circ\text{C}}{\text{с}} + 8.3 \cdot 10^{-5} \frac{^\circ\text{C}}{\text{с}}}{1.5 \cdot 10^{-5} \frac{^\circ\text{C}}{\text{М}}} \approx 17.9 \frac{\text{М}}{\text{с}}$$

Тоді загальна швидкість:

$$|\vec{V}| = \sqrt{|\vec{V}_1|^2 + |\vec{V}_2|^2} = \sqrt{\left(17.9 \frac{\text{М}}{\text{с}}\right)^2 + \left(9.3 \frac{\text{М}}{\text{с}}\right)^2} \approx \sqrt{406.9} \frac{\text{М}}{\text{с}} \approx 20.2 \frac{\text{М}}{\text{с}}$$

Знайдемо напрямок швидкості, для цього обчислимо кут між напрямком на північ та вектором загальної швидкості, α :

$$\alpha = \operatorname{arctg} \left(\frac{|\vec{V}_1|}{|\vec{V}_2|} \right) = \operatorname{arctg} \left(\frac{9.3}{17.9} \right) \approx 27.4^\circ,$$

тобто аеростат переміщувався у північно–північно–східному напрямку.

Відповідь до задачі № 3: аеростат переміщувався у північно–північно–східному напрямку зі швидкістю 20.2 м/с.

Задача № 4.

Умова. Повітряна маса натікає на узгір'я, що має нахил 1° до горизонту, зі швидкістю 10 м/с. Горизонтальний та вертикальний складають $2.5^\circ\text{C}/100\text{ км}$ та $-0.65^\circ\text{C}/100\text{ м}$ відповідно. Як зміниться температура в фіксованій точці за 3 години, якщо рух повітряної маси відбувається адіабатично, а кут між напрямком горизонтального градієнта та напрямком руху повітряної маси складає 135° .

Розв'язання задачі.

Оскільки рух повітряної маси відбувається і у горизонтальній, і у вертикальній площинах одночасно, то і горизонтальна, і вертикальна складова швидкості існуватимуть (див. рис. до задачі).



З рисунку можна бачити, що горизонтальну складову швидкості можна знайти як

$$|\vec{V}_S| = |\vec{V}| \cos(\text{кут нахилу узгір'я до горизонту}) = 10 \frac{\text{М}}{\text{с}} \cos 1^\circ = 9.998 \frac{\text{М}}{\text{с}}$$

а вертикальну складову швидкості як

$$w = |\vec{V}| \sin(\text{кут нахилу узгір'я до горизонту}) = 10 \frac{\text{М}}{\text{с}} \sin 1^\circ = 0.174 \frac{\text{М}}{\text{с}}$$

За умовою задачі відомо, що повітряна маса піднімається адіабатично, тобто у повітряній масі під час підйому потенціальна температура залишається незмінною (це впливає з визначення потенціальної температури). Тобто зв'язок між індивідуальною та локальною похідними ми маємо переписати у термінах потенціальної температури:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\partial\theta}{\partial t} + |\vec{V}_s| |\text{grad}\theta| \cos \varepsilon + w \frac{\partial\theta}{\partial z}.$$

Перейдемо від звичайної температури до потенціальної: $\frac{\partial\theta}{\partial t} = \frac{\partial T}{\partial t}$, $\text{grad}\theta = \text{grad}T$ (оскільки в цьому випадку зміна температури відбувається на фіксованому рівні).

Для того, щоб перейти від вертикального градієнта звичайної температури до вертикального градієнта потенціальної температури маємо спочатку прологарифмувати, а потім про диференціювати по z вираз для потенціальної температури $\theta = T \left(\frac{1000}{p} \right)^{R/C_p}$:

$$\ln \theta = \ln T + \frac{R}{C_p} (\ln 1000 - \ln p),$$

$$\frac{1}{\theta} \frac{\partial\theta}{\partial z} = \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial z} - \frac{R}{C_p} \frac{1}{p} \frac{\partial p}{\partial z}.$$

Якщо замінити $\frac{\partial p}{\partial z}$ з рівняння статички $\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$, а густину з рівняння стану $p = \rho RT$, то отримуємо:

$$\frac{1}{\theta} \frac{\partial\theta}{\partial z} = \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{R}{C_p} \frac{p}{p} \frac{g}{RT} \Rightarrow \frac{1}{\theta} \frac{\partial\theta}{\partial z} = \frac{1}{T} \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{1}{T} \frac{g}{C_p}, \quad (2.1)$$

Враховуючи, що співвідношення $\frac{\theta}{T} \sim 1$, вираз (2.1) можна переписати у вигляді:

$$\frac{\partial\theta}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial z} + \frac{g}{C_p} \Rightarrow \frac{\partial\theta}{\partial z} = \frac{\partial T}{\partial z} + \gamma_a.$$

$$\text{Звідки } \frac{\partial\theta}{\partial z} = -0.65 \frac{^\circ\text{C}}{100 \text{ м}} + 0.98 \frac{^\circ\text{C}}{100 \text{ м}} = 0.33 \frac{^\circ\text{C}}{100 \text{ м}}.$$

Отже

$$\begin{aligned}\frac{\partial \theta}{\partial t} &= \frac{d\theta}{dt} - \left| \vec{V}_s \right| |\text{grad} \theta| \cos \varepsilon - w \frac{\partial \theta}{\partial z}, \\ \frac{\partial \theta}{\partial t} &= 0 - 9.998 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 2.5 \frac{^\circ\text{C}}{100 \text{ км}} \cos 135^\circ - 0.174 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 0.33 \frac{^\circ\text{C}}{100 \text{ м}} = \\ &= 9.998 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 2.5 \cdot 0.707 \cdot 10^{-5} \frac{^\circ\text{C}}{\text{с}} - 17.4 \cdot 3.3 \cdot 10^{-5} \frac{^\circ\text{C}}{\text{с}} \approx \\ &\approx -39.7 \cdot 10^{-5} \frac{^\circ\text{C}}{\text{с}} \cdot \frac{0.108 \cdot 10^5 \text{ с}}{3 \text{ год}} \approx -4.29 \frac{^\circ\text{C}}{3 \text{ год}} \approx -4.3 \frac{^\circ\text{C}}{3 \text{ год}}.\end{aligned}$$

Відповідь до задачі № 4: температура у фіксованій точці підвищилась на 4.3°C за 3 години.

3.3 Контрольні запитання до теми

1. Фізичний сенс локальної похідної.
2. Фізичний сенс індивідуальної похідної.
3. Чим обумовлена зміна температури з часом у фіксованій точці?
4. Чим обумовлена зміна температури з часом у об'ємі повітря, що рухається?
5. Які члени враховуватимуться в виразі 1.31 на стор. 20 Конспекту при горизонтальному (вертикальному) русі?
6. Який процес має назву адіабатичного?
7. Яка характеристика є консервативною при адіабатичному процесі?
8. Як розраховуються складові виразу 1.31 на стор. 20 Конспекту при адіабатичному процесі?
9. Чим будуть обумовлені зміни величини f у частинці, що рухається, якщо локальна похідна $\frac{\partial f}{\partial t}$ дорівнює нулю?

3.4 Задачі для самостійного розв'язання

Задачі на визначення індивідуальної або локальної зміни метеорологічних величин у часі.

1. Розрахувати зміну температури на деякому фіксованому рівні, якщо повітряна маса адіабатично опускається зі швидкістю 2 см/с , а вертикальний градієнт температури в атмосфері складає $0,6^\circ\text{C}/100\text{м}$ (температура з висотою знижується).

2. Збільшення температури в рухомій повітряній масі дорівнює зменшенню температури у фіксованій точці. Знайти кут між градієнтом температури, що дорівнює $4^{\circ}\text{C}/100\text{км}$, і швидкістю вітру, що дорівнює 8 м/с , якщо за 3 години температура в точці зросла на 1.0° .
3. Визначити зміну температури в повітряній масі, що піднімається зі швидкістю 1.5 см/с , якщо температура у фіксованій точці простору збільшилась на 2°C за 3 год., а повітряна маса перемістила за цей час у північно–західному напрямку на 100 км , а горизонтальний градієнт температури дорівнює $1^{\circ}\text{C}/100\text{ км}$ та спрямований на південь. Вертикальний градієнт дорівнює $0.6^{\circ}\text{C}/100\text{ м}$ (температура з висотою зменшується).
4. Визначити напрям та швидкість руху вільного урівноваженого аеростату, якщо за 4 год. польоту він змістився на 120 км західніше, його прилади за цей час показали підвищення температури на 1.5°C , а по даним станційних вимірювань температура знижується на $0.5^{\circ}\text{C}/\text{год}$. Відомо, що горизонтальний градієнт температури дорівнює $1.5^{\circ}\text{C}/100\text{ км}$ та спрямований на південь
5. За який час температура в психрометричній будці зменшиться на 2°C при швидкості східного вітру 7 м/с , якщо температура зменшується з заходу на схід на $4^{\circ}\text{C}/100\text{ км}$, а рух повітряної маси відбувається ізотермічно?
6. На якій відстані відстоять одна від одної ізотерми, що проходять через 5°C на карті масштабу $1:15\ 000\ 000$, якщо адвективне вихолодження дорівнює 1°C за 1 год., а напрямком вітру складає кут 45° з напрямком градієнту температури, а швидкість вітру дорівнює 10 м/с .
7. Повітряна маса зміщується в горизонтальній площині на північ з швидкістю \vec{V} . В цьому ж районі температура в нерухомій точці знижується кожену хвилину на $0,006\text{ К}$. Горизонтальний градієнт температури ∇T направлений на схід. На скільки зміниться температура в частинці, що зміщується, за 3 години?
8. Повітряна маса натікає на узгір'я, що має нахил 1° до горизонту, зі швидкістю 8 м/с . Як зміниться температура у фіксованій точці за 3 год., якщо рух відбувається адіабатично, а зменшення температури з висотою складає $0.5^{\circ}\text{C}/100\text{ м}$.
9. Повітряна маса натікає на узгір'я, що має нахил 1° до горизонту, зі швидкістю 8 м/с . Як зміниться температура у фіксованій точці за 3 год., якщо рух відбувається адіабатично, а вертикальний та горизонтальний градієнти температури складають мінус $0.5^{\circ}\text{C}/100\text{ м}$ та $2^{\circ}\text{C}/100\text{ км}$ відповідно, та кут між напрямком руху повітряної маси та горизонтальним градієнтом температури дорівнює 60° .
10. Повітряна маса зміщується в горизонтальній площині на південь і зміна її температури за годину на $1,5^{\circ}\text{C}$ перевищує відповідну зміну температури за годину в нерухомій точці. Горизонтальний градієнт температури спрямований на південь і його модуль рівний $0,5\text{ К}/10\text{ км}$. Обчислити швидкість руху повітряної маси.

4 ГЕОСТРОФІЧНИЙ ВІТЕР

4.1 Повчання по вивченню теми

Третя тема (стор. 55–59 Конспекту [1]) знайомить студента з моделлю геострофічного вітру. В рамках цієї теми студент опановує модель геострофічного вітру і знайомиться з випадками застосування цієї моделі в практичній метеорології. Модель геострофічного вітру хоча і є найпростішою з усіх моделей атмосферних рухів, але досить добре описує великомасштабні рухи, які відбуваються в полі прямолінійних або близьких до прямолінійних ізобар, і є широко вживаною в практичній метеорології.

При вивченні цієї теми потрібно звернути увагу та такі базові знання та вміння:

1. визначення „вільної атмосфери” та її головні особливості (стор. 51 Конспекту [1]);
2. чинники, під впливом яких формується геострофічна течія (стор. 55–57 Конспекту [1]);
3. баланс сил, який встановлюється в геострофічній течії (стор. 57 Конспекту [1]);
4. визначення геострофічного вітру та його властивості (стор. 55-56 Конспекту [1]).
Зверніть увагу на визначення напрямку руху в залежності від напрямку горизонтального градієнту руху (див. рис.2.3 – стор. 57)!
5. визначення напрямку геострофічного вітру при заданому баричному полі (стор. 56-57 Конспекту [1]);
6. визначення модуля геострофічного вітру в ізобаричній і декартовій системах координат (стор. 58-59 Конспекту [1]).

Засвоєння цих базових знань дає можливість отримати оцінку „задовільно” на підсумковій атестації. Закріплення отриманих при вивченні третьої теми знань та вмінь відбувається за допомогою практичних задач. Нижче наводяться приклади задач та пояснення по їх розв’язанню.

4.2 Приклади розв’язання типових задач

Задача № 1.

Умова. Вивести робочу формулу для визначення швидкості геострофічного вітру (в м/с) на деякій широті, якщо відомий

горизонтальний градієнт тиску в гПа на 100 км. Прийняти густину повітря

$$\rho = 1.3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Розв'язання задачі.

Робочі формули отримують для полегшення розрахунків, найчастіше їх отримують для формул, в яких розмірності вхідних та вихідних величин представлено в різних системах одиниць вимірювання. Наприклад, градієнт тиску зазвичай ми отримуємо в гПа на 100, 150 або 200 км (загальноживані масштаби синоптичних карт), а швидкість геострофічного вітру мусимо одержати в м/с. Тому має сенс мати формули, в які можна підставити градієнт тиску, наприклад, в гПа/100 км, і не переводячи в систему SI, отримати швидкість в м/с, яку і називають робочою формулою для геострофічного вітру. Окрім того, будь-яка формула включає незмінні величини, які зручно звести до постійного коефіцієнту.

Модуль швидкості геострофічного вітру визначається формулою 2.12 (стор. 56 Конспекту [1]).

Враховавши, що

$$\left[\frac{\partial p}{\partial n} \right] = \frac{\text{гПа}}{100\text{км}} = \frac{100\text{Па}}{10^5\text{м}},$$

отримаємо:

$$V_g = \frac{1}{2\rho\omega \sin(\varphi)} \frac{\partial p}{\partial n}$$

$$= \frac{1}{2 \cdot 1.3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 7.29 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{с}} \sin(\varphi)} \frac{\partial p}{\partial n} \frac{100\text{Па}}{10^5\text{м}} \approx \frac{5.3}{\sin(\varphi)} \frac{\partial p}{\partial n}.$$

Тобто робоча формула має вигляд $V_g = \frac{5.3}{\sin(\varphi)} \frac{\partial p}{\partial n}$, в яку підставляємо

зміну тиску на 100 км та широту місця.

Відповідь до задачі № 1: $V_g = \frac{5.3}{\sin(\varphi)} \frac{\partial p}{\partial n}$

Задача № 2.

Умова. Обчислити відстань між ізобарами на карті масштабу $1:1.5 \cdot 10^7$, якщо швидкість геострофічного вітру дорівнює 17 м/с, температура повітря 20°C , тиск 995 гПа, широта 50° .

Дано:

$$V_g = 17 \text{ м/с}$$

$$T = 20^\circ\text{C} = 293 \text{ К}$$

$$p = 995 \text{ гПа} = 995 \cdot 10^2 \text{ Па}$$

$$\varphi = 50^\circ$$

$$M: 1:1.5 \cdot 10^7$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = ?$$

Розв'язання задачі.

Перш ніж обчислити відстань між ізобарами, необхідно розрахувати

горизонтальний градієнт тиску $\frac{\partial p}{\partial n}$:

$$V_g = \frac{1}{2\rho\omega \sin(\varphi)} \frac{\partial p}{\partial n} \rightarrow \frac{\partial p}{\partial n} = 2\rho\omega \sin(\varphi) V_g.$$

Замінімо густину, ρ , з рівняння стану $p = \rho RT \rightarrow \rho = \frac{p}{RT}$.

$$\text{Тоді } \frac{\partial p}{\partial n} = 2\omega \sin(\varphi) \frac{V_g p}{RT}.$$

Знайдемо розмірність градієнту тиску:

$$\left[\frac{\partial p}{\partial n} \right] = \frac{\frac{\text{М}}{\text{с}} \cdot \text{Па}}{\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot \text{К}} \cdot \frac{1}{\text{с}} = \frac{\text{Па}}{\text{м}}.$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \frac{17 \frac{\text{М}}{\text{с}} 995 \cdot 10^2 \text{ Па}}{287 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} 293 \text{ К}} \cdot 2 \cdot 7.29 \cdot 10^{-3} \frac{1}{\text{с}} \sin(\varphi) \approx$$

$$\approx 224.6 \frac{\text{Па}}{\text{м}} \cdot \frac{\text{гПа}}{10^2 \text{ Па}} \frac{1.5 \cdot 10^5 \text{ м}}{150 \text{ км}} \approx 3.3 \frac{\text{гПа}}{150 \text{ км}}.$$

Масштаб карти $1:1.5 \cdot 10^7$ означає, що в 1 см карти міститься $1.5 \cdot 10^7$ см, або 150 км.

Ми отримали, що тиск змінюється на 3.3 гПа на 150 км, нам потрібно визначити на яку відстань (Δn) тиск змінюється на 5 гПа, оскільки саме через 5 гПа проводять ізобари. Тоді

$$\Delta n = \frac{150 \text{ км} \cdot 5 \text{ гПа}}{3.3 \text{ гПа}} \approx 227 \text{ км}.$$

Відстань між ізобарами 227 км, або $\frac{227 \text{ км} \cdot 1 \text{ см}}{150 \text{ км}} \approx 1.5 \text{ см}.$

Відповідь до задачі № 2: відстань між ізобарами на карті складає 1.5 см.

Задача № 3.

Умова. Обчислити швидкість геострофічного вітру на рівні моря, якщо відстань між ізобарами на карті масштабу $1:10^7$ дорівнює 2.5 см. Температура повітря 10°C , тиск в точці 1025 гПа, широта 45° .

Дано:

$$T = 10^{\circ}\text{C} = 283 \text{ К}$$

$$p = 1025 \text{ гПа} = 1025 \cdot 10^2 \text{ Па}$$

$$\varphi = 45^{\circ}$$

$$M: 1:10^7$$

Розв'язання задачі.

Масштаб карти $1:10^7$ означає, що в 1 см карти міститься 10^7 см, або 100 км. Оскільки відстань між ізобарами (вважається, що їх проведено через 5 гПа) дорівнює 2.5 см, то $\frac{\partial p}{\partial n} = \frac{5 \text{ гПа}}{250 \text{ км}}.$

$V_g - ?$

Запишемо формулу для геострофічного

вітру: $V_g = \frac{1}{\ell \rho} \frac{\partial p}{\partial n}$, замінимо густину, ρ , з рівняння стану $p = \rho RT \rightarrow$

$\rho = \frac{p}{RT}$, тобто $V_g = \frac{RT}{\ell p} \frac{\partial p}{\partial n}$, причому, використовуючи цю формулу можна не переводити p з гПа в Па, оскільки вони скорочуються.

$$V_g = \frac{287 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \cdot 283 \text{ К}}{1025 \text{ гПа} \cdot 2 \cdot 7:29 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{с}} \cdot \sin 45^{\circ}} \frac{5 \text{ гПа}}{250 \text{ км}} \approx 15.4 \text{ м/с}.$$

Відповідь до задачі № 3: швидкість геострофічного вітру дорівнює 12.8 м/с.

Задача № 4.

Умова. Побудувати градієнтну лінійку для визначення швидкості геострофічного вітру по відстані між ізобарами на карті масштабу $1:10\,000\,000$ для широт 40° , 50° , 60° . Для цього нанести ізолінії швидкості вітру в системі координат $(\Delta n, \varphi)$, де Δn відкладати в масштабі карти.

Розв'язання задачі.

Градiєнтні лiнiiки необхiднi для визначення швидкостi геострофiчного вiтру по вiдомiй вiдстанi мiж iзобарами на картi.

В кожному окремому випадку швидкiсть геострофiчного вiтру можна обчислити за формулою, проте на практицi, якщо визначати швидкiсть геострофiчного вiтру доводиться досить часто, то має сенс цей процес спростити. Таким спрощенням i є градiєнтні лiнiiки. За допомогою градiєнтної лiнiiки можна визначити швидкiсть геострофiчного вiтру безпосередньо по картi навiть не розраховуючи баричний градiєнт.

Будується градiєнтна лiнiiка для певних обраних швидкостей вiтру, зазвичай заданих в км/год, для певних широт та певного масштабу карти в системi координат $(\Delta n, \varphi)$, де φ , широта, вiдкладається уздовж вiсi y , а Δn , вiдстань мiж iзобарами у сантиметрах, – уздовж вiсi x .

Масштаб карти є заданим – 1:10 000 000, який означає, що в одному сантиметрi карти мiститься 100 км.

Будуватимемо градiєнтну лiнiiку для таких значень швидкостi вiтру 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45 та 50 км/год. Для того, щоб зручнiше було виконувати розрахунки має сенс отримати робочу формулу. Скористаємось робочою формулою, отриманою в задачi № 1

$V_g = \frac{5.3}{\sin(\varphi)} \frac{\partial p}{\partial n}$. Проте у робочiй формулi швидкiсть вiтру виражено у м/с,

а необхiдно, тому ми повиннi перейти вiд м/с до км/год. Тодi

$$V_g = \frac{5.3}{\sin(\varphi)} \frac{\partial p}{\partial n} = \left[\frac{5.3}{\sin(\varphi)} \frac{\partial p}{\partial n} \right] \frac{\text{м}}{\text{с}} \frac{3600 \text{с}}{1 \text{ год}} \frac{1 \text{ км}}{1000 \text{ м}} = \frac{19.08}{\sin(\varphi)} \frac{\partial p}{\partial n}. \quad (2.1)$$

За допомогою цiєї формули швидкiсть геострофiчного вiтру можна отримати одразу в км/год.

Для того, щоб визначити швидкiсть геострофiчного за вiдстанню мiж iзобарами, необхiдно з формули виразити Δn , що буде означати вiдстань мiж iзобарами у см для певної швидкостi вiтру. Перепишемо формулу (2.1)

у такому виглядi $V_g = \frac{19.08}{\sin(\varphi)} \frac{\Delta p}{\Delta n}$, де $\Delta p = 5$ гПа, оскiльки зазвичай iзобари

проводять через 5 гПа.

Отже

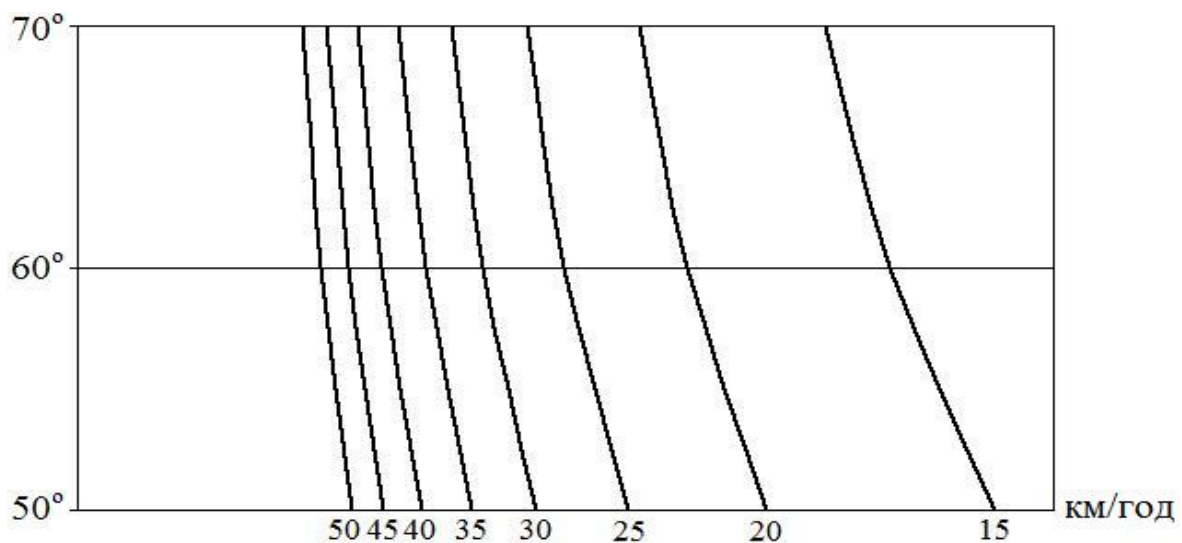
$$\Delta n = \frac{5.3 \Delta p}{V_g \sin(\varphi)} = \frac{19.08 \cdot 5}{V_g \sin(\varphi)} = \frac{95.4}{V_g \sin(\varphi)}, \quad (2.2)$$

тобто, підставивши у вираз (2.2) швидкість геострофічного вітру у км/год та широту місця, отримаємо відстань у см або у сотнях км.

Результати розрахунків представимо в таблиці:

V_g	15	20	25	30	35	40	45	50
φ								
50	8.3	6.2	5.0	4.2	3.6	3.1	2.8	2.5
60	7.3	5.5	4.4	3.7	3.1	2.8	2.4	2.2
70	6.8	5.1	4.1	3.4	2.9	2.5	2.3	2.0

За отриманими розрахунками побудуємо градієнтну лінійку (відстань Δn відкладаємо в см від лівого краю лінійки):



Задача № 5.

Умова. Визначити швидкість геострофічного вітру на поверхні 700 гПа, якщо відстань між сусідніми ізогісами на карті абсолютної топографії цієї поверхні становить 2.5 см. Широта місця $\varphi = 50^\circ$, масштаб карти $1:2 \cdot 10^7$.

Дано:

$$\Delta n = 2.5 \text{ см}$$

$$P = 700 \text{ гПа}$$

$$\varphi = 50^\circ$$

$$M: 2: 10^7$$

$$V_g - ?$$

Розв'язання задачі.

Масштаб карти $1:2 \cdot 10^7$ означає, що в 1 см карти міститься 20^7 см, або 200 км.

В даній задачі необхідно знайти геострофічний вітер не біля поверхні землі, а на ізобаричній поверхні, тому використовувати потрібно формулу, в якій геострофічний вітер визначається через горизонтальний градієнт абсолютного геопотенціалу:

$$V_g = \frac{1}{\ell} \frac{\partial \Phi}{\partial n} = \frac{9.8}{\ell} \frac{\partial H}{\partial n}.$$

Оскільки відстань між ізобарами (вважається, що їх проведено через 4 дкм) дорівнює 2.5 см, то $\frac{\partial p}{\partial n} = \frac{4 \text{ дкм}}{500 \text{ км}} = \frac{40 \text{ м}}{500 \text{ км}}$.

$$V_g = \frac{1}{2 \cdot 7:29 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{с}} \cdot \sin 50^\circ} \frac{40 \text{ м}}{500 \text{ км}} \approx 7.0 \text{ м/с}.$$

Відповідь до задачі № 5: швидкість геострофічного вітру дорівнює 7.0 м/с.

4.3 Контрольні запитання до теми

1. Що таке вільна атмосфера?
2. Які об'єкти в атмосфері називають великомасштабними?
3. Дайте визначення геострофічному вітру.
4. При рівновазі яких сил спостерігається геострофічний вітер?
5. Як визначається напрямок геострофічного вітру?
6. Від яких величин залежать модуль і напрямок геострофічного вітру?
7. Доведіть, як спрямовані градієнт тиску і вектор геострофічного вітру.
8. Зменшуватиметься чи збільшуватиметься геострофічний вітер з висотою у фіксованій точці простору за умови незмінності баричного поля?
9. В якій широтній зоні на Землі поняття «геострофічний рух» і геострофічні співвідношення не можна застосувати? Чому?

4.4 Задачі для самостійного розв'язання

Задачі на визначення геострофічного вітру.

1. Отримати робочу формулу для визначення швидкості геострофічного вітру (в м/с) на деякій широті, якщо є відомим горизонтальний градієнт тиску в гПа на 150 км. Прийняти густину повітря $\rho = 1.3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$
2. Визначити швидкість та напрямок геострофічного вітру, якщо широтна та меридіональна складові горизонтального градієнта тиску дорівнюють відповідно 2.3 та 1.2 гПа/100 км. Широта місця 55° . прийняти густину повітря $\rho = 1.3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

3. На широті 40° ізобари розташовані у 2 рази рідкіше, ніж на широті 60° . Яке співвідношення швидкостей вітру на цих широтах за інших рівних умов?
4. Обчислити швидкість геострофічного вітру на рівні моря, якщо відстань між сусідніми ізобарами на карті масштаба $1:10^7$ дорівнює 4,5 см, температура 10° , тиск 1025 гПа, широта місця 45° .
5. Обчислити відстань між ізобарами на карті масштабу $1:1 \cdot 10^7$, якщо швидкість геострофічного вітру дорівнює 7 м/с, температура 20° , тиск 995 гПа та широта місця 54° .
6. Обчислити відстань між ізобарами на широтах 30° та 60° на карті масштабу $1:1,5 \cdot 10^7$, якщо швидкість геострофічного вітру дорівнює 20 м/с. Густина дорівнює $1,27 \text{ кг/м}^3$.
7. Обчислити швидкість геострофічного вітру на рівні моря, якщо відстань між сусідніми ізобарами на карті масштаба $1:10^7$ дорівнює 2,5 см, температура 0° , тиск 1013,3 гПа, широта місця 55° .
8. В пункті А тиск на 1 % більший за тиск в пункті В, що розташований на той самій широті на відстані 600 км від пункту А. Визначити напрямок та швидкість геострофічного вітру, якщо температура в обох пунктах 5°C , а ізобари проходять меридіонально? Широта місця 55° .
9. При переміщенні уздовж меридіана від широти 57.5° до широти 52.5° тиск збільшився на 1 %. Визначити швидкість та напрямок геострофічного вітру, якщо уздовж широти тиск не змінюється? Температура повітря 7°C .
10. Визначити широту місця та швидкість геострофічного вітру, якщо його меридіональна складова дорівнює 8.5 м/с, а горизонтальний градієнт тиску відхилений на 40° праворуч від напрямку на схід та дорівнює 1.8 гПа/100 км .

5 ТЕРМІЧНИЙ ВІТЕР

5.1 Повчання по вивченню теми

Четверта тема (стор. 62–68 Конспекту [1]) знайомить студента з моделлю термічного вітру. В рамках цієї теми студент опановує модель зміни геострофічного вітру з висотою і знайомиться з випадками застосування цієї моделі в практичній метеорології. При вивченні цієї теми потрібно звернути увагу та такі базові знання та вміння:

1. чинники, під впливом яких змінюється геострофічний вітер з висотою (стор. 62–64 Конспекту [1]);
2. визначення термічного вітру та його властивості (стор. 62-65 Конспекту [1]).
Зверніть увагу на визначення напрямку термічного вітру в залежності від напрямку горизонтального градієнту температури (стор. 65)!
3. величини, від яких залежить зміна геострофічного вітру з висотою і до яких наслідків це призводить у середній і верхній тропосфері (стор. 62-65, 68 Конспекту [1]).
4. визначення зміни геострофічного вітру з висотою при заданому термобаричному полі (стор. 68-70 Конспекту [1]);
5. поняття обертання геострофічного вітру (стор. 69-70 Конспекту [1]);

Засвоєння цих базових знань дає можливість отримати оцінку „задовільно” на підсумковій атестації. Закріплення отриманих при вивченні четвертої теми знань та вмінь відбувається за допомогою практичних задач. Нижче наводяться приклади задач та пояснення по їх розв’язанню.

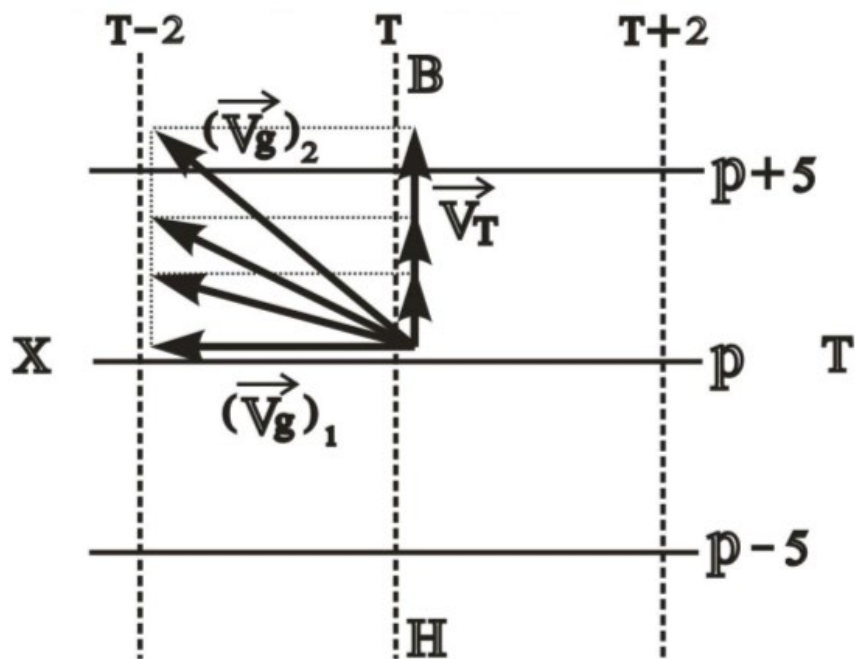
5.2 Приклади розв’язання типових задач

Задача № 1.

Умова. Схематично показати як змінюватиметься з висотою вектор швидкості геострофічного вітру при адвекції тепла.

Розв’язання задачі.

Адвекція тепла має місце при термобаричній ситуації, при якій спостерігається заміщення холодного повітря теплим. Найбільш різко вираженою адвекція тепла є у випадках, якщо ізотерми та ізобари є взаємно перпендикулярними. Таку саме термобаричну ситуацію і представлено на рисунку.



Термічним вітром в деякому шарі називають векторну різницю геострофічного вітру на верхній та нижній границях цього шару [стор. 63 Конспекту], тобто

$$\vec{V}_T = (\vec{V}_g)_2 - (\vec{V}_g)_1$$

Отже, для того, щоб визначити як поводитиметься геострофічний вітер з висотою, необхідно знайти геострофічний вітер на верхньому рівні, який буде являти собою векторну суму геострофічного вітру на нижньому рівні та термічного вітру, тобто

$$(\vec{V}_g)_2 = (\vec{V}_g)_1 + \vec{V}_T.$$

З рисунку видно, що геострофічний вітер на верхній границі шару відхилився від початкового вектора геострофічного вітру праворуч (або в бік високого тиску) та збільшився за модулем.

Проте геострофічний вітер не одразу набув того числового значення та напрямку, що вказані на рисунку, а поступово: із зростанням товщини шару поступово змінювався і геострофічний вітер (це ілюструють проміжні вектори геострофічного вітру).

Тому остаточно можна зробити такий висновок, що при адвекції тепла з висотою геострофічний вітер відхилятиметься праворуч (у бік високого тиску) та збільшуватиметься за модулем.

Задача № 2.

Умова. Отримати робочу формулу для визначення термічного вітру в м/с на деякій широті, якщо відомі градієнт температури в К/200 км і товщина шару в км. Прийняти середню температуру $\bar{T} = 273 \text{ К}$.

Дано:

$$\bar{T} = 273 \text{ К}$$

$$\left[\frac{\partial T}{\partial n} \right] = \frac{\text{К}}{200 \text{ км}} = \frac{\text{К}}{2 \cdot 10^5 \text{ м}}$$

$$\Delta z = \text{км} = 10^3 \text{ м}$$

$$g = 9.8 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}$$

Розв'язання задачі.

Формула для термічного вітру:

$$V_T = \frac{g}{\bar{T} 2 \omega \sin(\varphi)} \frac{\partial \bar{T}}{\partial n} \Delta z.$$

$$V_T = \frac{9.8 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}}{2 \cdot 273 \text{ К} \cdot 7.29 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{с}} \sin(\varphi)} \frac{\partial \bar{T}}{\partial n} \frac{\text{К}}{2 \cdot 10^5 \text{ м}} \Delta z \cdot 10^3 \text{ м}$$

$$V_T \approx \frac{1.23}{\sin(\varphi)} \frac{\partial \bar{T}}{\partial n} \Delta z.$$

Отримуємо робочу формулу для термічного вітру $V_T = \frac{1.23}{\sin(\varphi)} \frac{\partial \bar{T}}{\partial n} \Delta z$, в

яку підставляємо замість градієнту температури різницю температур на 200 км, товщину шару в км та широту.

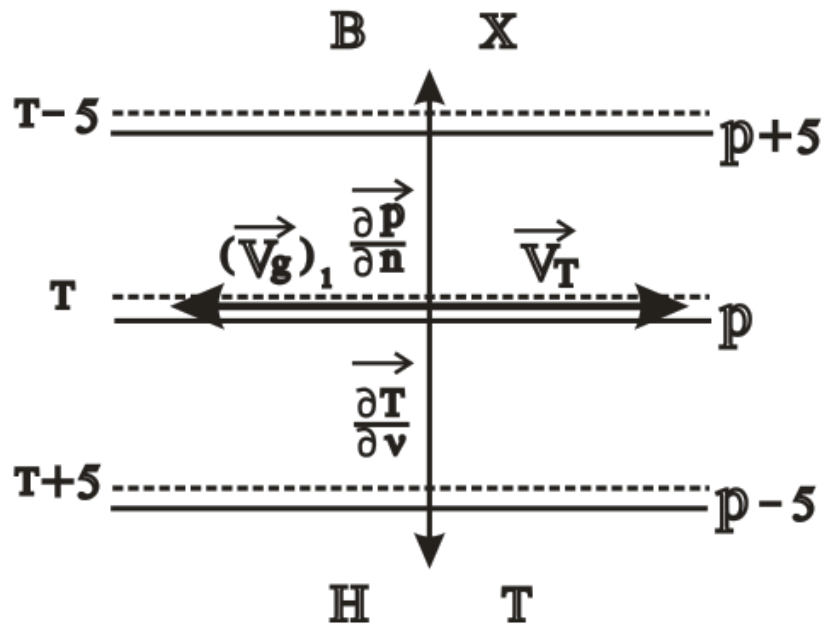
Відповідь до задачі № 2: $V_T = \frac{1.23}{\sin(\varphi)} \frac{\partial \bar{T}}{\partial n} \Delta z.$

Задача № 3.

Умова. Знайти висоту обертання геострофічного вітру, якщо на висоті 1 км, горизонтальний градієнт тиску в гПа/м чисельно дорівнює горизонтальному градієнту температури в К/м. Температура повітря $\bar{T} = 273 \text{ К}$, тиск $p_1 = 900 \text{ гПа}$. Питома газова постійна $R = 287 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$.

Умову задачі скорочено можна записати наступним чином:

$\bar{T} = 273 \text{ K}$ $\frac{\partial T}{\partial v} = \psi \frac{\text{K}}{\text{м}}$ $\frac{\partial p}{\partial n} = \psi \frac{\text{гПа}}{\text{м}}$ $p_1 = 900 \text{ гПа}$ $z_1 = 1 \text{ км} = 10^3 \text{ м}$ <hr/> $z_{\text{обертання}} - ?$



Розв'язання задачі.

Висотою обертання геострофічного вітру називають висоту, на якій геострофічний вітер обертається на нуль, тобто $\left|(\vec{V}_g)_2\right|=0$. З визначення термічного вітру випливає $\vec{V}_T = -(\vec{V}_g)_1$, або $|\vec{V}_T| = |(\vec{V}_g)_1|$ (див. рис. до задачі).

Така ситуація можлива, якщо вектор геострофічного вітру на вихідному рівні z_1 та вектор термічного вітру у шарі спрямовані у протилежні сторони, і при достатній товщині шару та за умови, що горизонтальний градієнт температури залишається незмінним, значення геострофічного вітру, як векторної суми між геострофічним вітром на вихідній висоті та значенням термічного вітру у цьому шарі, поступово зменшується до нуля, а потім значення геострофічного вітру починає збільшуватися, але його напрям змінюється на протилежний.

Для визначення товщини шару, яка необхідна для того, щоб модуль термічного вітру став би рівним модулю геострофічного вітру на вихідному рівні, скористаємося формулами:

$$V_T = \frac{g}{2\omega_z \bar{T}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial n} \Delta z_{\text{обертання}},$$

та

$$V_g(z_1) = \frac{1}{2\omega_z \rho} \frac{\partial P_1}{\partial n}.$$

Прирівнюючи праві частини цих співвідношень (оскільки необхідно, щоб $V_T = V_g(z_1)$), отримуємо

$$\frac{g}{\ell \bar{T}} \frac{\partial \bar{T}}{\partial \nu} \Delta z = \frac{1}{\ell \rho} \frac{\partial p}{\partial n}; \rightarrow \Delta z = \frac{\bar{T}}{g \rho} \frac{\partial p}{\partial T} \frac{\partial n}{\partial \nu}.$$

$$\text{Звідси } z_{\text{обертання}} = z_1 + \frac{\bar{T}}{g \rho} \frac{\partial p}{\partial T} \frac{\partial n}{\partial \nu}.$$

Формулу у такому вигляді можна використовувати для знаходження висоти обертання, якщо є відомими баричний та термічний градієнти, середня температура в шарі та густина повітря, проте в нашому випадку густина є невідомою величиною. Щоб позбутися густини, скористаємось рівнянням стану, $\rho = \frac{p_1}{R \bar{T}}$, тоді формула набуває вигляду:

$$z_{\text{обертання}} = z_1 + \frac{(\bar{T})^2 R}{g p_1} \frac{\partial p}{\partial T} \frac{\partial n}{\partial \nu}.$$

Оскільки чисельні значення обох градієнтів співпадають (за умовою задачі), то введемо для їх чисельних значень однакове позначення – ψ , тоді

$$z_{\text{обертання}} = 1000 \text{ м} + \frac{(273)^2 \text{ К}^2 \cdot 287 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \psi \frac{10^2 \text{ Па}}{\text{м}}}{9.8 \frac{\text{м}}{\text{с}^2} \cdot 9 \cdot 10^4 \text{ Па}} \approx 1000 \text{ м} + 2425 \text{ м} = 3425 \text{ м}.$$

У формулі всі одиниці виражено в системі одиниць SI, тому, оскільки гПа не є системною одиницею, то $p_1 = 900 \text{ гПа} = 9 \cdot 10^4 \text{ Па}$, а

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \psi \frac{\text{гПа}}{\text{м}} = \psi \cdot 10^2 \frac{\text{гПа}}{\text{м}}.$$

Відповідь до задачі № 3: висота обертання геострофічного вітру рівна 3425 м.

Задача № 4.

Умова. Визначити швидкість та напрямок геострофічного вітру на висоті 3 км, якщо на приземній синоптичній карті ізобари проходять паралельно широтному колу на відстані 2 см одна від одної, а ізотерми відхиляються на 30° вліво від ізобар. Тиск зростає з півночі на південь. Відстань між одиничними ізотермами дорівнює 1 см. Температура зменшується з південного–південного сходу на північний–північний захід. Горизонтальний градієнт температури не змінюється з висотою. Широта місця 50° . Масштаб карти $1:1.5 \cdot 10^7$. Прийняти $\bar{T} = 273 \text{ К}$, $\rho = 1.3 \text{ кг/м}^3$.

Умову задачі скорочено можна записати наступним чином:

Дано:

на 1 см (150 км) зміна температури складає 1 К;
на 2 см (300 км) зміна тиску складає 5 гПа;

$z_1 = 0 \text{ м}$

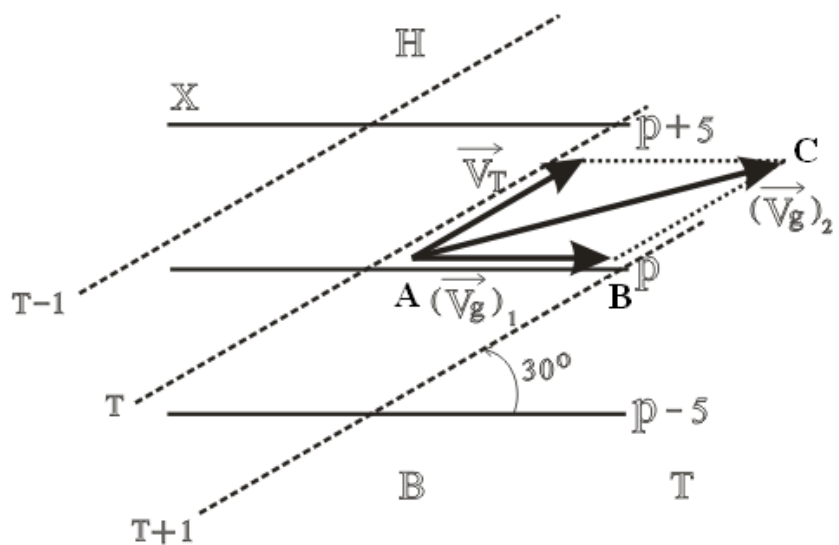
$\bar{T} = 273 \text{ К}$

$\rho = 1.3 \text{ кг/м}^3$

М: $1:1.5 \cdot 10^7$

$\varphi = 50^\circ$

$\left|(\vec{V}_g)_2\right| - ?$



Розв'язання задачі.

Оскільки є відомими відстані між ізобарами та одиничними ізотермами, можна обчислити градієнти тиску та температури, по яких можна отримати модулі геострофічного та термічного вітрів відповідно:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \frac{5 \text{ гПа}}{300 \text{ км}} = \frac{2.5 \text{ гПа}}{150 \text{ км}}, \quad \frac{\partial T}{\partial n} = \frac{1 \text{ К}}{150 \text{ км}}.$$

Всі величини задано для стандартних умов ($\bar{T} = 273 \text{ К}$, $\rho = 1.29 \text{ кг/м}^3$), тому можна скористатись робочими формулами:

для $\frac{\partial p}{\partial n}$, заданого на 150 км, вона матиме вигляд:

$$V_g = \frac{3.6}{\sin \varphi} \frac{\partial p}{\partial n}, \quad V_g = \frac{3.6}{\sin 50^\circ} 2.5 \approx 11.8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

для $\frac{\partial T}{\partial \nu}$, заданого на 150 км, вона матиме вигляд:

$$V_T = \frac{1.64}{\sin \varphi} \frac{\partial T}{\partial \nu} \Delta z, \quad V_T = \frac{1.64}{\sin 50^\circ} \cdot 3 \approx 6.4 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

Геострофічний вітер на рівні 3 км, $(\vec{V}_g)_2$, представляє собою (за визначенням термічного вітру) векторну суму геострофічного вітру біля поверхні землі $(\vec{V}_g)_1$ та термічного вітру \vec{V}_T у трикілометровому шарі. На рисунку показано напрямки термічного вітру та геострофічного вітрів біля поверхні землі та на трикілометровому рівні. Геострофічний вітер на рівні 3 км можна знайти з трикутника ABC , який утворено векторами \vec{V}_T , $(\vec{V}_g)_1$ та $(\vec{V}_g)_2$, якщо перенести вектор \vec{V}_T паралельно самому собі, сполучивши його початок з кінцем вектору $(\vec{V}_g)_1$, а його кінець – з кінцем вектору $(\vec{V}_g)_2$. У трикутнику ABC кут \hat{B} дорівнює 150° , оскільки $\hat{B} = 180^\circ - 30^\circ$, де 30° – це кут між ізобарою та ізотермою (за умовою задачі), або між ізобарою та вектором \vec{V}_T таким чином. У трикутника ABC є відомими дві сторони та кут між ними, що дозволяє скористатись теоремою косинусів, щоб знайти сторону AC , або вектор $(\vec{V}_g)_2$:

$$\begin{aligned} AC &= \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos \hat{B}} = \\ &= \sqrt{(11.8)^2 + (6.4)^2 - 2 \cdot (11.8) \cdot (6.4) \cdot \cos 150^\circ} \approx 17.6 \frac{\text{м}}{\text{с}} \end{aligned}$$

Спрямований вектор $(\vec{V}_g)_2$ приблизно на схід–північний–схід за побудовою, тобто геострофічний вітер захід–південно–західний. Отримати більш точне значення напрямку можна за допомогою теореми синусів:

$$\begin{aligned} \frac{BC}{\sin \hat{A}} &= \frac{AC}{\sin \hat{B}} \rightarrow \sin \hat{A} = \frac{\sin \hat{B}}{AC} \cdot BC; \\ \hat{A} &= \arcsin \left(\frac{\sin \hat{B}}{AC} \cdot BC \right) = \arcsin \left(\frac{\sin 150^\circ}{17.6} \cdot 6.4 \right) \approx 10.5^\circ. \end{aligned}$$

Тобто вектор геострофічного вітру відхиляється від західного напрямку лише на 10^0 вліво.

Відповідь до задачі № 4: *напрямок вектора геострофічного вітру на рівні 3 км становитиме 260^0 , а модуль – 17.6 м/с.*

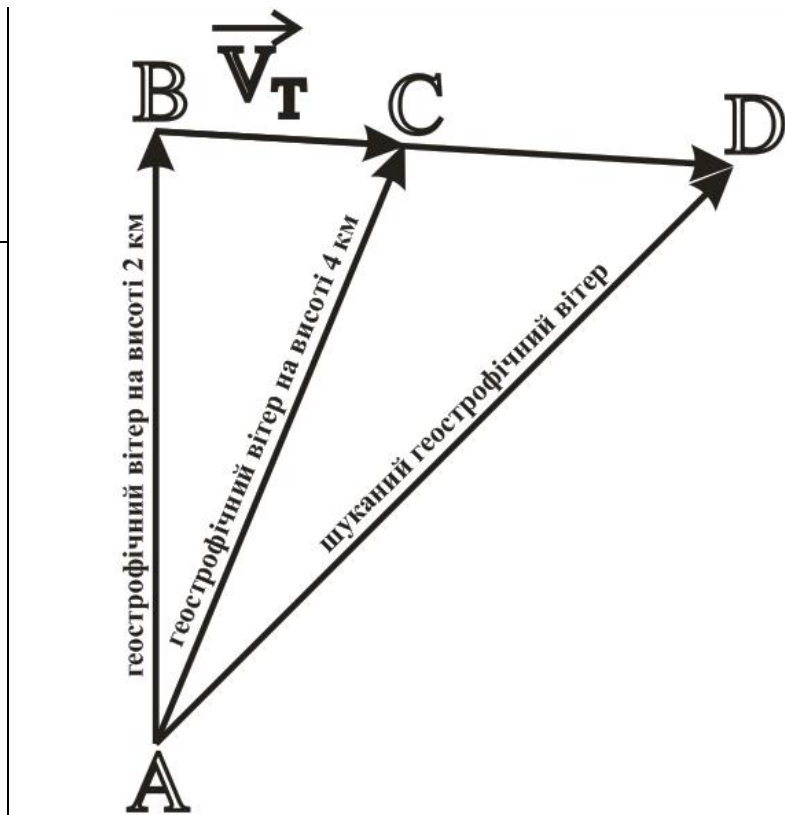
Задача 5.

Умова задачі. Геострофічний вітер на висоті 2 км південний 8.3 м/с; на висоті 4 км він південно-південно-західний 9 м/с. На якому рівні спостерігатиметься південно-західний вітер та яка його швидкість, якщо горизонтальний градієнт температури з висотою є незмінним?

$$(V_g)_{2\text{км}} = 8.3 \text{ м/с}$$

$$(V_g)_{4\text{км}} = 9.0 \text{ м/с}$$

На якій висоті спостерігатиметься південно-західний вітер та чому дорівнюватиме його швидкість?



Розв'язання задачі.

Відомо, що зміна геострофічного вітру з висотою, а, отже, і термічний вітер, визначається горизонтальним градієнтом середньої температури шару та товщиною шару, тобто, якщо горизонтальний градієнт середньої температури залишається з висотою незмінним, то на термічний вітер за інших рівних умов впливатиме тільки товщина шару, що означає, що термічний вітер змінюватиметься тільки за модулем, а напрямок його залишатиметься один й той самий. Тому вектор \overline{BD} , що являє собою вектор термічного вітру у шарі, на нижній границі якого геострофічний

вітер був південний 8.3 м/с, а на верхній – південно-західний, є продовженням вектора \overline{BC} , що є вектором термічного вітру у шарі від 2-х до 4-ьох км.

Таким чином, в задачі вектори термічного та геострофічного вітру утворюватимуть трикутник ABD , а геострофічний вітер на висоті 4 км являтиме собою бісектрису AC у цьому трикутнику при \hat{A} (за умовою задачі). У свою чергу бісектриса AC поділяє трикутник ABD на два трикутники ABC та ACD .

Отже знайдемо термічний вітер у шарі від 2-х до 4-ьох км з трикутника ABC , як сторону BC , користуючись формулою косинусів, оскільки у цьому трикутнику є відомими дві сторони: $AB = (V_g)_{2\text{км}} = 8.3 \text{ м/с}$, $AC = (V_g)_{4\text{км}} = 9.0 \text{ м/с}$ та кут між ними 22.5° .

$$\begin{aligned} |\vec{V}_T| = BC &= \sqrt{(AB)^2 + (AC)^2 - 2 \cdot AB \cdot AC \cdot \cos \hat{A}} = \\ &= \sqrt{(8.3)^2 + (9.0)^2 - 2 \cdot 8.3 \cdot 9.0 \cdot \cos 22.5} \approx 3.4 \frac{\text{М}}{\text{с}}. \end{aligned}$$

Знайдемо кут B у трикутнику ABC , скориставшись теоремою синусів (відношення сторони до синуса протилежного до неї кута є величина стала):

$$\frac{AB}{\sin \hat{C}} = \frac{BC}{\sin \hat{A}} \Rightarrow \sin \hat{C} = \frac{AB}{BC} \sin \hat{A},$$

тоді

$$\sin \hat{C} = \frac{8.3}{3.4} \sin 22.5^\circ \approx 0.9342 \Rightarrow \hat{C} \approx 69.1^\circ.$$

Скористувавшись властивістю трикутника, що сума кутів у трикутнику завжди дорівнює 180° , знайдемо третій кут у трикутнику ABC – \hat{B} , і \hat{D} у трикутнику ABD :

$$\hat{B} = 180^\circ - 22.5^\circ - 69.1^\circ = 88.4^\circ,$$

$$\hat{D} = 180^\circ - 45^\circ - 88.4^\circ = 46.6^\circ.$$

А отже, тепер застосувавши теорему синусів до трикутника ABD , можемо знайти термічний вітер у шарі від 2-х до рівня, на якому спостерігатиметься південно-західний геострофічний вітер:

$$BD = \frac{AB}{\sin \hat{D}} \sin \hat{A} = \frac{8.3}{\sin 46.6^\circ} \sin 45^\circ \Rightarrow BD \approx 8.1 \frac{\text{М}}{\text{с}}$$

Модуль геострофічного вітру, коли він набуває південно-західного напрямку, тобто сторону AD , можна знайти виходячи з властивості бісектриси (бісектриса поділяє протилежну сторону на частини, що є пропорційними прилеглим сторонам):

$$\frac{AD}{CD} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow AD = \frac{AB}{BC} \cdot CD \Rightarrow AD = \frac{8.3}{3.4} \cdot (8.1 - 3.4) \approx 11.5 \frac{\text{М}}{\text{с}}$$

А висоту, на якій спостерігатиметься південно-західний геострофічний вітер, знайдемо виходячи з того, що за інших рівних умов, модуль швидкості термічного вітру повинен бути пропорційним товщині шару, в якому цей має місце, тобто термічний вітер, величина якого складала 3.4 м/с, у шарі від 2-х до 4-ьох км, є пропорційним величині 2 км, а термічний вітер, величина якого складала 8.1 м/с у шарі від 2-х до рівня, на якому спостерігатиметься південно-західний геострофічний вітер, є пропорційним невідомій величині Δz :

$$\Delta z = \frac{8.1 \cdot 2}{3.4} \approx 4.8 \text{ км, тобто } z = 6.8 \text{ км.}$$

Відповідь до задачі № 5: *геострофічний вітер набуде південно-західного напрямку на висоті 6.8 км, а за модулем становитиме 11.5 м/с.*

5.3 Контрольні запитання до теми

1. Дайте визначення термічному вітру.
2. Чи є термічний вітер реальним вітром, що можна безпосередньо спостерігати в атмосфері? Чи можна виміряти термічний вітер?
3. Від яких величин залежить термічний вітер?
4. Що таке висота обертання геострофічного вітру? За яких умов в атмосфері може реалізуватись така ситуація?
5. Як змінюватиметься з висотою геострофічний вітер при адвекції холоду?
6. Як змінюватиметься з висотою геострофічний вітер при адвекції тепла?
7. За допомогою якої синоптичної карти можна визначити напрямок і величину термічного вітру?
8. Яким чином впливає термічний вітер на структуру баричного поля у середній і верхній тропосфері?

5.4 Задачі для самостійного розв'язання

Задачі на визначення термічного вітру.

1. Визначити величину та напрямок термічного вітру в шарі 3 км, якщо середній градієнт температури спрямований на південь та дорівнює $3^{\circ}/100\text{км}$. Середня температура повітря 25° , широта місця 60° .
2. Знайти висоту обертання геострофічного вітру на станції, широта якої 50° , якщо на висоті 1000 м геострофічний вітер становить 9 м/с, а середній горизонтальний градієнт температури 1 град/100 км.
3. Визначити величину і напрямок середнього горизонтального градієнта температури в шарі від 1 до 4 км, якщо вітер на висоті 4 км південний 11 м/с, а на висоті 1 км – південно–східний 8 м/с. Широта місця 60° , $\bar{T} = 290\text{ K}$.
4. Знайти висоту обертання геострофічного вітру, якщо відомо, що на висоті 1 км зростання тиску на 6 гПа відбувається на тій самій відстані, що і зменшення температури на 5° .
5. Знайти висоту обертання геострофічного вітру, якщо на висоті 1 км горизонтальний градієнт тиску в гПа/м чисельно дорівнює горизонтальному градієнту температури в град/м. Температура повітря 273 К, тиск 950 гПа. Питома газова стала $R = 287 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{K}}$.
6. На якій відстані відстоять одна від одної ізотерми, що проходять через 5°C на карті масштабу 1:15 000 000, якщо адвентивне вихолодження дорівнює 1°C за 1 год., а напрямок вітру складає кут 45° з напрямком градієнту температури, а швидкість вітру дорівнює 10 м/с.
7. Визначити геострофічний вітер на висоті 2 км, якщо вітер на рівні 1 км спрямований з півдня на північ та дорівнює 7,9 м/с, а середній горизонтальний градієнт температури дорівнює 2 град/100 км та спрямований з півночі на південь. Широта місця 55° .
8. Як спрямований та чому дорівнює градієнт температури на рівні 1 км, якщо на тому ж рівні тиск зростає з заходу на схід на 7 гПа на кожні 500 км, а на висоті 4 км має місце обертання геострофічного вітру.
9. Геострофічний вітер на висоті 1 км південно–південно–східний 6 м/с; на висоті 2 км він південно–східний 6,5 м/с. На якому рівні спостерігатиметься східний вітер та яка його швидкість, якщо горизонтальний градієнт температури з висотою не змінюється?
10. Визначити геострофічний вітер на висоті 5 км, якщо вітер на рівні 2 км спрямований з заходу на схід та дорівнює 8,1 м/с, а середній горизонтальний градієнт температури дорівнює 2 град/100 км та спрямований зі сходу на захід. Широта місця 45° .

6 ГРАДІЄНТНИЙ ВІТЕР

6.1 Повчання по вивченню теми

П'ята тема (стор. 53–55, 59–62, 70–71 Конспекту [1]) знайомить студента з моделлю градієнтного вітру. В рамках цієї теми студент опановує модель вітру, який спостерігається в циклонах та антициклонах – баричних утвореннях, що відіграють неабияку роль у формуванні погоди біля поверхні землі, також студент знайомиться з випадками застосування цієї моделі в практичній метеорології. При вивченні цієї теми потрібно звернути увагу та такі базові знання та вміння:

1. баланс сил при градієнтному вітрі (стор. 54 Конспекту [1]);
2. визначення градієнтного вітру та його властивості (стор. 53-55 Конспекту [1]).
Зверніть увагу на визначення напрямку градієнтного вітру в залежності від напрямку горизонтального градієнту тиску (стор. 54)!
3. величини, від яких залежить модуль градієнтного вітру (стор. 53 Конспекту [1]).
4. баричне поле, в якому існує обмеження для швидкості градієнтного вітру (стор. 55 Конспекту [1]);
5. зв'язок між швидкостями геострофічного і градієнтного вітру (стор. 59–62 Конспекту [1]);
6. вплив кривизни ізобар на модуль швидкості вітру (стор. 61 Конспекту [1]);
7. різниця в модулі градієнтного вітру в циклоні та антициклоні за інших рівних умов (стор. 61-62 Конспекту [1]);
8. визначення модуля і напрямку градієнтного вітру на деякому рівні при заданому термобаричному полі (стор. 70-71 Конспекту [1]).

Засвоєння цих базових знань дає можливість отримати оцінку „задовільно” на підсумковій атестації. Закріплення отриманих при вивченні п'ятої теми знань та вмінь відбувається за допомогою практичних задач. Нижче наводяться приклади задач та пояснення по їх розв'язанню.

6.2 Приклади розв'язання типових задач

Задача № 1.

Умова. Визначити градієнтний вітер в точці, що знаходиться на відстані 800 км від центру антициклону та розташована на широті 55° , якщо відстань між сусідніми ізобарами на приземній карті дорівнює 2 см. Масштаб карти $1:1.5 \cdot 10^7$. Прийняти, що густина повітря дорівнює 1.3 кг/м^3 .

Розв'язання задачі.

Для знаходження швидкості градієнтного вітру в антициклоні (V_{Az}) скористаємося формулою 2.7 (стор. 53 Конспекту [1]):

$$V_{Az} = -\omega_z r + \sqrt{\omega_z^2 r^2 + \frac{r}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}};$$

Оскільки $\omega_z = \omega \cdot \sin(\varphi)$, де $\omega = 7.29 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}$ – кутова швидкість обертання Землі, маємо розрахункову формулу

$$V_{Az} = -\omega r \sin \varphi + \sqrt{\omega^2 r^2 \sin^2 \varphi + \frac{r}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}}.$$

Знайдемо баричний градієнт. З умови задачі видно, що зміна тиску на 5 гПа відбувається на 2.5 см карти (оскільки ізобари на карті проводяться через 5 гПа). Масштаб карти $1:1.5 \cdot 10^7$ означає, що в 1 см карти міститься $1.5 \cdot 10^7$ см, або 150 км, тобто в 2 см карти міститься 300 км, звідси випливає, що модуль баричного градієнта

$$\left| \frac{\partial p}{\partial r} \right| \approx \frac{5 \text{ гПа}}{300 \text{ км}} = \frac{2.5 \text{ гПа}}{150 \text{ км}}.$$

Для антициклону градієнт тиску $\frac{\partial p}{\partial r} \leq 0$, тоді маємо $\frac{\partial p}{\partial r} = -\frac{2.5 \text{ гПа}}{150 \text{ км}}$.

Радіус–вектор точки, або радіус кривизни ізобар в системі SI становить $r = 800 \text{ км} = 8 \cdot 10^5 \text{ м}$.

Підставивши чисельні значення в формулу швидкості в антициклоні, отримаємо

$$\begin{aligned} V_{Az} &= -7.29 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1} \cdot 8 \cdot 10^5 \text{ м} \cdot \sin 55^\circ + \\ &+ \sqrt{\left(7.29 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1} \cdot 8 \cdot 10^5 \text{ м} \cdot \sin 55^\circ\right)^2 - \frac{8 \cdot 10^5 \text{ м}}{1.3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} \frac{250 \text{ Па}}{1.5 \cdot 10^5 \text{ м}}} \approx \\ &\approx -47.8 + \sqrt{2282.2 - 1025.6} \approx -12.4 \text{ м/с}. \end{aligned}$$

Знак „-” вказує, що в антициклоні рух відбувається по дотичній до ізобари за годинниковою стрілкою таким чином, щоб низький тиск залишається ліворуч.

Відповідь до задачі № 1: швидкість градієнтного вітру в антициклоні становить 11 м/с.

Задача № 2.

Умова. Схематично зобразити змінювання швидкості градієнтного вітру з висотою в циклоні у північній півкулі. Вважати, що середня температура повітря в деякому шарі збільшується з півночі на південь. Надати пояснення до рисунка.

Розв'язання задачі.

Якщо розглядати зміну градієнтного вітру з висотою під впливом термічної горизонтальної неоднорідності, то тут ситуація не має такої однозначності, як у випадку прямолінійних ізобар, оскільки градієнт температури вважається сталим, а баричний градієнт постійно змінює свій напрямок.

Тому має сенс розглядати кожну точку (або частину) баричного утворення окремо. Розглянемо зміну градієнтного вітру з висотою у чотирьох точках, що позначені на рисунку.

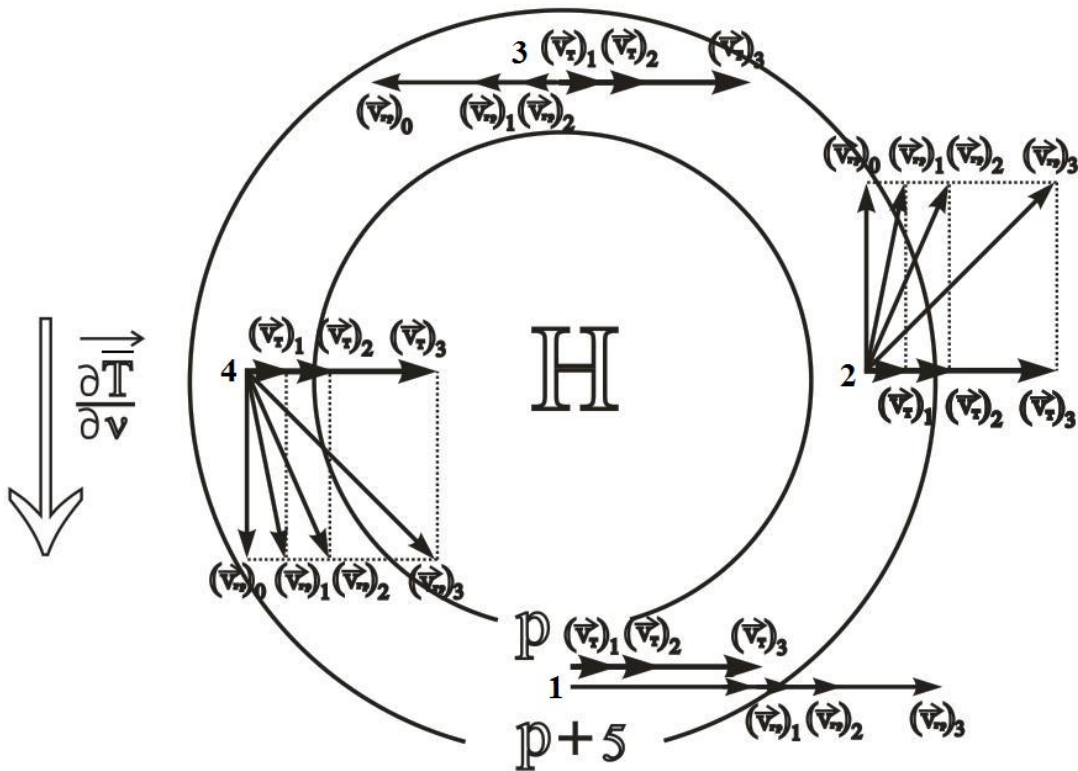


Рисунок 2.5. – Зміна вітру з висотою в циклоні. Вважають, що на рисунку північ знаходиться нагорі, південь – унизу, захід – ліворуч, а схід – праворуч.

1. В цьому випадку обидва градієнти паралельні. Вектори геострофічного $(\vec{V}_g)_1$ та термічного $\vec{V}_T(z)$ вітру спрямовані в один бік, а, отже, на рівнях, що розташовані вище початкового, геострофічний вітер являє собою алгебраїчну суму $(\vec{V}_g)_1$ та $\vec{V}_T(z)$. Він збільшується за модулем

та залишається постійним за напрямком. З рисунку видно, що така ситуація реалізовуватиметься в теплому секторі циклону, що зміщується з заходу на схід, в якому температура зменшується з півдня на північ.

2. Градієнти є перпендикулярними, причому градієнт температури спрямований на південь, а градієнт тиску – на захід. В цьому випадку вектор геострофічного вітру на рівні $z > z_0$ являє собою діагональ паралелограму, що побудований на векторах $(\vec{V}_g)_1$ та $\vec{V}_T(z)$. З рисунка видно, що з висотою геострофічний вітер збільшуватиметься за модулем та повертатиме праворуч (у бік високого тиску). Кут між векторами $\vec{V}_T(z)$ та $\vec{V}_g(z)$ (а, отже, і кут між ізобарою та ізотермою) з висотою зменшуватиметься, наближаючись до нуля. В циклоні така ситуація може мати місце у передній частині циклону.

3. Градієнт тиску на нижньому рівні та градієнт температури є паралельними, проте спрямовані у протилежні боки. В цьому випадку геострофічний вітер на початковому рівні та термічний вітер спрямовані у протилежні боки та їх векторна сума дорівнює алгебраїчній сумі їх модулів, тобто геострофічний вітер зменшується за величиною, не змінюючи свого напрямку доти, доки модуль термічного вітру не дорівнюватиме модулю вітру на початковому рівні. На рівні, де термічний вітер дорівнює за величиною вихідному значенню геострофічного вітру, швидкість геострофічного вітру дорівнює нулю. Цей рівень отримав назву рівня обернення. Вище цього рівня вітер змінює напрямок на протилежний, а його швидкість починає зростати. Очевидно, що висота рівня обернення $z_{\text{обернення}}$ залежить від величини модулів градієнтів тиску та температури та має місце тільки у випадку, коли градієнти тиску та температури спрямовані у протилежні боки.

У природі така ситуація може спостерігатись у північній частині циклону (див. рисунок), за умови, що він зміщується з заходу на схід, і температура в ньому зменшується з півдня на північ.

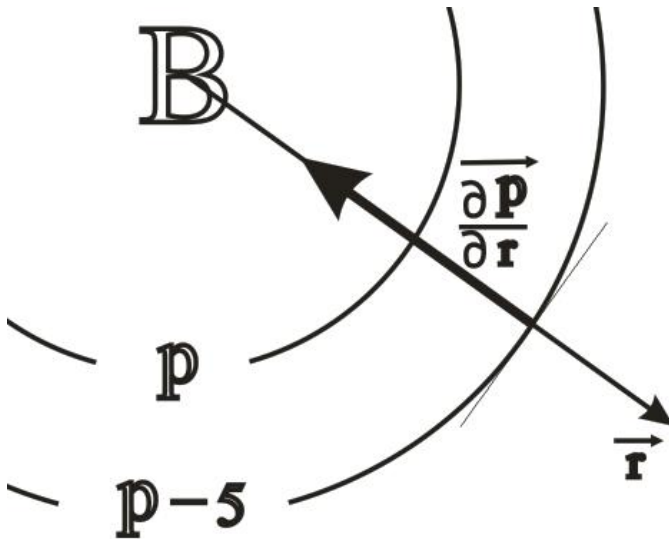
4. Ситуація є аналогічною до ситуації у передній частині циклону. Градієнти також є перпендикулярними, проте градієнт температури спрямований на південь, а градієнт тиску – на схід. В цьому випадку з висотою геострофічний вітер також збільшуватиметься за модулем та повертатиме ліворуч, тобто у бік низького тиску. Така зміна геострофічного вітру зазвичай спостерігається у тилевій частині циклону.

Намагання градієнтного вітру з висотою наблизитись до термічного спостерігається за будь-яких співвідношень між термічним та баричним градієнтами. Якщо кут між градієнтами є тупим, то градієнтний вітер спочатку зменшується за величиною до того рівня, на якому він стає перпендикулярним термічному вітру, а потім вже збільшується.

Задача № 3.

Умова. Отримати формулу для оцінки максимально можливої швидкості градієнтного вітру та мінімально можливої відстані між ізобарами в антициклоні.

Розв'язання задачі.



З формули для градієнтного вітру (Конспект [1], стор. 53)

$$V_{Az} = -\omega_z r + \sqrt{\omega_z^2 r^2 + \frac{r}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}}$$

можна бачити, що градієнт тиску в антициклоні не може перевищувати певного критичного значення. Оскільки в антициклоні баричний градієнт та радіус-вектор мають взаємно протилежні напрямки (див. рисунок), то проекція баричного градієнта на радіус-вектор є від'ємною і якщо $\left| \frac{\partial p}{\partial r} \right| > \omega_z^2 r \rho$, підкореневий вираз $\omega_z^2 r^2 + \frac{r}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}$ стає від'ємним, а швидкість градієнтного вітру уявним числом.

Зауваження. У підкореневий вираз чисельне значення баричного градієнта підставляють з урахуванням знаку.

Отже, при антициклонічному полі модуль баричного градієнта не має перевищувати значення $\omega_z^2 r \rho$, тобто максимальне значення, якого може сягати модуль баричного градієнта в антициклоні, становить $\omega_z^2 r \rho$.

Зауваження. В циклонічному полі такого обмеження не існує. Тому зазвичай в циклонах спостерігаються більші значення градієнтів тиску, а отже, і швидкостей вітру.

Тоді вираз для максимально можливої швидкості вітру в антициклоні можна знайти, підставивши вираз для максимально можливого градієнта, тобто

$$V_{Az} = -\omega_z r + \sqrt{\omega_z^2 r^2 - \frac{r}{\rho} \omega_z^2 r \rho} = -\omega_z r .$$

Зрозуміло, що мінімальна відстань між ізобарами спостерігатиметься при максимальному градієнті тиску, тобто знаходити формулу для оцінки мінімально можливої відстані між ізобарами необхідно, виходячи з формули для оцінки максимально можливого градієнта тиску $\left| \frac{\partial p}{\partial r} \right|_{\max} = \omega_z^2 r \rho$. Для цього зручніше представити $\frac{\partial p}{\partial r}$ у вигляді скінченних різниць, тобто $\frac{\Delta p}{\Delta r}$, де $\Delta p = 5$ гПа (оскільки ізобари проводять саме через 5 гПа), а Δr є відстанню між ізобарами. Тоді

$$\left| \frac{500}{\Delta r} \right|_{\max} = \omega_z^2 r \rho \Rightarrow (\Delta r)_{\min} = \frac{500}{\omega_z^2 r \rho} \text{ (гПа одразу переведено у Па).}$$

Відповідь до задачі № 3: *максимально можлива швидкість та мінімально можлива відстань між ізобарами в антициклоні знаходять за формулами $V_{Az} = -\omega_z r$ та $(\Delta r)_{\min} = \frac{500}{\omega_z^2 r \rho}$ відповідно.*

Задача № 4.

Умова. Отримати наближену формулу для обчислення швидкості градієнтного вітру в точках, що є віддаленими від центру баричного утворення на велику відстань.

Розв'язання задачі.

Для точок, що розташовані на досить великій відстані від центра баричного утворення, формулу для градієнтного вітру (Підручник, стор. 208, рівняння 7.87)

$$V_{sp} = -\omega_z r + \sqrt{\omega_z^2 r^2 + \frac{r}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}} \quad (6.1)$$

можна переписати у спрощеному вигляді:

$$V_{sp} = \frac{1}{4\omega_z r} \left(1 - \frac{1}{2r\rho\omega_z^2} \frac{\partial p}{\partial r} \right) \frac{\partial p}{\partial r}.$$

Підкореневий вираз у формулі (6.1) можна представити у вигляді:

$$\sqrt{\omega_z^2 r^2 + \frac{r}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}} = \omega_z r \left(1 + \frac{1}{\rho \omega_z^2 r} \frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1}{2}},$$

Вираз, який стоїть у дужках, як відомо з математики, представляє собою біном Ньютона (у загальному вигляді $(a+b)^n$), який розвивається у нескінченний ряд, якщо показник степеня є дробовим або від'ємним числом:

$$(a+b)^n = a^n + \frac{n}{1} a^{n-1} b + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} a^{n-2} b^2 + \dots + \frac{n(n-1) \dots (n-k+1)}{1 \cdot 2 \dots k} a^{n-k} b^k + \dots \quad (6.2)$$

Цей ряд збігається, якщо $a < b$. Оскільки наближена формула знаходиться для великих r ($\frac{1}{\rho \omega_z^2 r} \frac{\partial p}{\partial r} < 1$), то ця умова виконується.

Тоді відповідно до формули (4) маємо:

$$\left(1 + \frac{1}{\rho \omega_z^2 r} \frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1}{2}} = 1^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} 1^{\frac{1}{2}-1} \frac{1}{\rho \omega_z^2 r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - 1 \right) 1^{\frac{1}{2}-2} \left(\frac{1}{\rho \omega_z^2 r} \frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 + \dots$$

або

$$\left(1 + \frac{1}{\rho \omega_z^2 r} \frac{\partial p}{\partial r} \right)^{\frac{1}{2}} = 1 + \frac{1}{2} \frac{1}{\rho \omega_z^2 r} \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{1}{8} \left(\frac{1}{\rho \omega_z^2 r} \frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 + \dots$$

Іншими членами у розвиненні можна знехтувати через їх малість.

Тоді, підставивши отриманий вираз у формулу (2.3), отримаємо:

$$V_{sp} = -\omega_z r + \omega_z r \left(1 + \frac{1}{2} \frac{1}{\rho \omega_z^2 r} \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{1}{8} \left(\frac{1}{\rho \omega_z^2 r} \frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 \right);$$

$$V_{sp} = \frac{1}{2} \frac{1}{\rho \omega_z} \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{1}{8 \omega_z^3 r} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{1}{\rho \omega_z} \left(1 - \frac{1}{4r \rho \omega_z^2} \frac{\partial p}{\partial r} \right) \frac{\partial p}{\partial r}. \quad (6.3)$$

Вираз (6.3) дозволяє помітити, що при одному й тому самому значенні градієнта тиску, за інших рівних умов, швидкість градієнтного вітру у циклоні менша, ніж в антициклоні.

Іноді є зручним перейти від спрощеної формули (6.3), що пов'язує швидкість градієнтного вітру з баричним градієнтом, до формули, що пов'язує швидкість градієнтного вітру з швидкістю геострофічного вітру.

Для цього у формулі (6.5) виділимо вираз для геострофічного вітру:

$$V_{ep} = \left(1 - \frac{1}{2r\omega_z} \underbrace{\frac{1}{2\rho\omega_z} \frac{\partial p}{\partial r}}_{V_g} \right) \underbrace{\frac{1}{2\rho\omega_z} \frac{\partial p}{\partial r}}_{V_g} = \left(1 - \frac{1}{2r\omega_z} V_g \right) V_g.$$

Враховуючи, що в антициклоні градієнтний вітер має знак „-“, а в циклоні „+“, то вираз набуває вигляду:

$$|V_{ep}| = \left(1 - \frac{|V_g|}{2r\omega_z} \right) |V_g| \text{ в області циклону,} \quad (6.4)$$

та

$$|V_{ep}| = \left(1 + \frac{|V_g|}{2r\omega_z} \right) |V_g| \text{ в області антициклону.} \quad (6.5)$$

Звідси можна бачити, що вітер під впливом циклонічної кривизни ізобар буде зменшуватись, і під впливом антициклонічної кривизни ізобар – збільшуватись.

Задача № 5.

Умова. Якій радіус кривизни ізобар, якщо вітер швидкістю 10 м/с збільшується під впливом кривизни ізобар на 10%? Широта місця 55°.

Розв'язання задачі.

Для цієї задачі необхідно використовувати спрощену формулу для знаходження градієнтного вітру, оскільки вітер під впливом кривизни ізобар збільшується усього на 10%, що свідчить про досить велику кривизну ізобар. Вітер збільшується під впливом кривизни, тому при розв'язанні цієї задачі ми маємо використовувати формулу для антициклону (2.27) (стор. 62 Конспекту [1]):

$$|V_{ep}| = \left(1 + \frac{1}{2r\omega_z} |V_g| \right) |V_g|.$$

Оскільки за умовою задачі $|V_{sp}| = |V_g| + 0.1|V_g|$, то вираз можна переписати у вигляді:

$$|V_g| + 0.1|V_g| = \left(1 + \frac{1}{2r\omega_z}|V_g|\right)|V_g|,$$

або, скоротивши на $|V_g|$, отримаємо:

$$1.1 = \left(1 + \frac{1}{2r\omega_z}|V_g|\right).$$

Виразимо радіус кривизни ізобар:

$$r = \frac{|V_g|}{0.2\omega_z}.$$

Підставимо значення усіх заданих величин в отриманий вираз:

$$r = \frac{10\text{ м/с}}{0.2 \cdot 7.29 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1} \sin 55^\circ} \approx 8.37 \cdot 10^5 \text{ м} \approx 840 \text{ км}.$$

Відповідь до задачі № 5: *радіус кривизни ізобар складає 840 км.*

6.3 Контрольні запитання до теми

1. Дайте визначення градієнтного вітру.
2. При балансі яких сил спостерігається градієнтний вітер?
3. За інших рівних умов де градієнтний вітер буде більшим в антициклоні чи в циклоні?
4. Як змінюватиметься вітер під впливом кривизни ізобар?
5. В якому баричному утворенні існують обмеження на величину горизонтального градієнта тиску, а отже і на швидкість геострофічного вітру? Чому?
6. Як змінюватиметься градієнтний вітер з висотою в різних частинах циклону (антициклону) при горизонтальному градієнті температури, спрямованому на південь?

6.4 Задачі для самостійного розв'язання

Задачі на визначення градієнтного вітру.

1. Зобразити схематично змінювання швидкості градієнтного вітру з висотою у східній частині антициклону та західній частині циклону у північній півкулі. Вважати, що температура повітря зменшується з півдня на північ. Надати пояснення до рисунка.
2. Зобразити схематично змінювання швидкості градієнтного вітру з висотою у північній частині антициклону та південній частині циклону у північній півкулі. Вважати, що температура повітря зменшується з півночі на південь. Надати пояснення до рисунка.
3. Зобразити схематично змінювання швидкості градієнтного вітру з висотою у північно–східній частині антициклону та південно–західній частині циклону північної півкулі. Вважайте, що температура повітря зростає з півночі на південь. Надайте пояснення до рисунка.
4. Визначити максимально можливу швидкість градієнтного вітру в антициклоні в точках, які віддалені на відстань 600 км від центру. Широта місця 30° .
5. Яким має бути радіус кривизни ізобар, якщо вітер швидкістю 12 м/с зменшується під впливом кривизни ізобар на 10 %? Широта місця 50° .
6. Доведіть, що в циклоні північної півкулі градієнтний вітер менший за геострофічний, а в антициклоні – навпаки.
7. Відстань між сусідніми ізобарами в циклоні на карті масштабу $2:10^7$ дорівнює 1,5 см. Визначити градієнтний вітер в точці на відстані 500 км від центру. Широта місця 40° .
8. Знайти максимально можливу швидкість градієнтного вітру в антициклоні в точках, що віддалені від центру на 500 км, та мінімально можливу відстань між ізобарами на приземній карті масштабу $1:2 \cdot 10^7$, що відповідає цьому значенню. Широта місця 60° .
9. На якій відстані розташовані ізобари на синоптичній карті, якщо геострофічний вітер зменшився під впливом кривизни ізобар на 20 %? Радіус кривизни 500 км. Широта місця 55° .
10. Обчислити горизонтальний градієнт тиску в пункті, що є віддаленим від центру на відстань 700 км, якщо швидкість градієнтного вітру в ньому 14 м/с. Широта місця 50° (скористатись наближеною формулою).

7 ЗВ'ЯЗОК ГЕОСТРОФІЧНОГО ВІТРУ З РЕАЛЬНИМ

7.1 Повчання по вивченню теми

Шоста тема (стор. 72–75, 78–80 Конспекту [1]) знайомить студента з теорією агеострофічних відхилень. В рамках цієї теми студент знайомиться з причинами, через які реальний вітер відхиляється від геострофічного (градієнтного), . При вивченні цієї теми потрібно звернути увагу та такі базові знання та вміння:

1. фактори, пов'язані з горизонтальним прискоренням і відхиленнями реального вітру від геострофічного (стор. 72–75 Конспекту [1]);
Зверніть увагу на внесок
 1. локальної похідної в горизонтальне прискорення і відхилення вітру від геострофічного (стор. 72-73 Конспекту [1])
 2. горизонтальної похідної в горизонтальне прискорення і агеострофічний вітер (стор. 72-73 Конспекту [1])
 3. внесок зміни поля тиску з часом в агеострофічні відхилення (стор. 74-75 Конспекту [1])
2. величини, від яких залежить агеострофічне відхилення (стор. 72-73 Конспекту [1]).
3. визначення напрямку прискорення і напрямку агеострофічного відхилення (стор. 73 Конспекту [1]).
Особливу увагу зверніть на те, при якій конфігурації баричного поля прискорення і агеострофічні відхилення відрізнятимуться від нуля (стор. 73 Конспекту [1]).
4. вплив агеострофічних відхилень на виникнення вертикальних рухів (стор. 78-80 Конспекту [1]).

Засвоєння цих базових знань дає можливість отримати оцінку „задовільно” на підсумковій атестації. Закріплення отриманих при вивченні шостої теми знань та вмінь відбувається за допомогою практичних задач. Нижче наводяться приклади задач та пояснення по їх розв'язанню.

7.2 Приклади розв'язання типових задач

Задача № 1.

Умова. Як спрямоване і чому дорівнює на широті 45° прискорення руху повітряного потоку, якщо геострофічний вітер становить $7,8$ м/с і відхилений на 30° ліворуч від реального вітру, швидкість якого становить 9 м/с.

Розв'язання задачі.

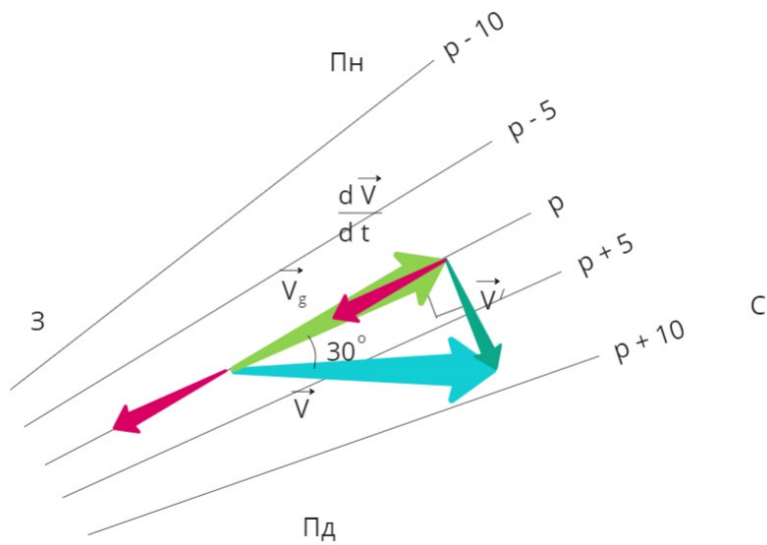
$$\varphi = 30^\circ$$

$$\omega = 7.29 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1}$$

$$|\vec{V}_g| = 7.8 \text{ м/с}$$

$$|\vec{V}| = 9 \text{ м/с}$$

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = ?$$



Для знаходження прискорення скористаємось формулою

$$|\vec{V}'| = \frac{1}{\ell} \left| \frac{d\vec{V}}{dt} \right| \rightarrow \left| \frac{d\vec{V}}{dt} \right| = \ell |\vec{V}'|.$$

Зрозуміло, що для знаходження горизонтального прискорення маємо визначити напрямок і модуль агеострофічного відхилення за формулою $\vec{V}' = \vec{V} - \vec{V}_g$.

На рисунку до задачі показано, напрямки геострофічного вітру і реального вітру. Оскільки різниця геострофічного і реального вітру є векторна, а разом геострофічний, реальний і агеострофічний вітер утворюють трикутник, в якому відомі дві сторони (геострофічний і реальний вітер) і кут між ними (геострофічний вітер відхилений від реального на 30° ліворуч), то для обчислення агеострофічного відхилення скористаємось формулою косинусів:

$$|\vec{V}'| = \sqrt{|\vec{V}_g|^2 + |\vec{V}|^2 - 2 \cdot |\vec{V}_g| \cdot |\vec{V}| \cdot \cos 30^\circ} =$$

$$= \sqrt{7.8^2 + 9^2 - 2 \cdot 7.8 \cdot 9 \cdot \cos 30^\circ} \approx 4.5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Знаходимо горизонтальне прискорення:

$$\left| \frac{d\vec{V}}{dt} \right| = \ell |\vec{V}'| = 2 |\vec{V}'| \omega \sin \varphi =$$

$$= 2 \cdot 4.5 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 7.29 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1} \cdot \sin 30^\circ \approx 31.9 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Зазвичай горизонтальне прискорення виражають в $\frac{\text{м/с}}{1 \text{ год}}$, тому

$$\begin{aligned} \left| \frac{d\vec{V}}{dt} \right| &= 31.9 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м/с}}{\text{с}} \cdot \frac{3600 \text{ с}}{1 \text{ год}} = \\ &= 31.9 \cdot 10^{-5} \frac{\text{м/с}}{\text{с}} \cdot \frac{0.036 \cdot 10^5 \text{ с}}{1 \text{ год}} \approx 1.15 \frac{\text{м/с}}{1 \text{ год}}. \end{aligned}$$

Визначимо напрямок прискорення руху повітряного потоку. На рисунку до задачі показано, що за умовою задачі геострофічний вітер відхиляється від реального на 30° ліворуч, а вектор агеострофічного відхилення, як різниця векторів реального і геострофічного вітру, спрямований від кінця вектору геострофічного вітру до кінця вектору реального вітру. Разом всі ці три вектори утворюють трикутник. За розрахунками отримано, що модуль агеострофічного відхилення ($4.5 \frac{\text{м}}{\text{с}}$) складає половину модуля реального вітру ($9 \frac{\text{м}}{\text{с}}$), що вказує на те, що всі ці три вектори утворюють прямокутний трикутник, а, отже, агеострофічне відхилення спрямоване під прямим кутом до геострофічного вітру.

Напрямок горизонтального прискорення визначається через агеострофічне відхилення: відхилення вітру від геострофічного завжди спрямовано під прямим кутом до прискорення руху повітряного потоку і відхиляється від нього ліворуч. Таким чином, вектор прискорення спрямований в напрямку протилежному вектору геострофічного вітру. Напрямок горизонтального прискорення показаний на рисунку до задачі вектором червоного кольору

Відповідь до задачі № 1: *горизонтальне прискорення спрямоване в бік протилежний вектору геострофічного вітру, а його модуль становить $1.15 \frac{\text{м/с}}{1 \text{ год}}$.*

Задача № 2.

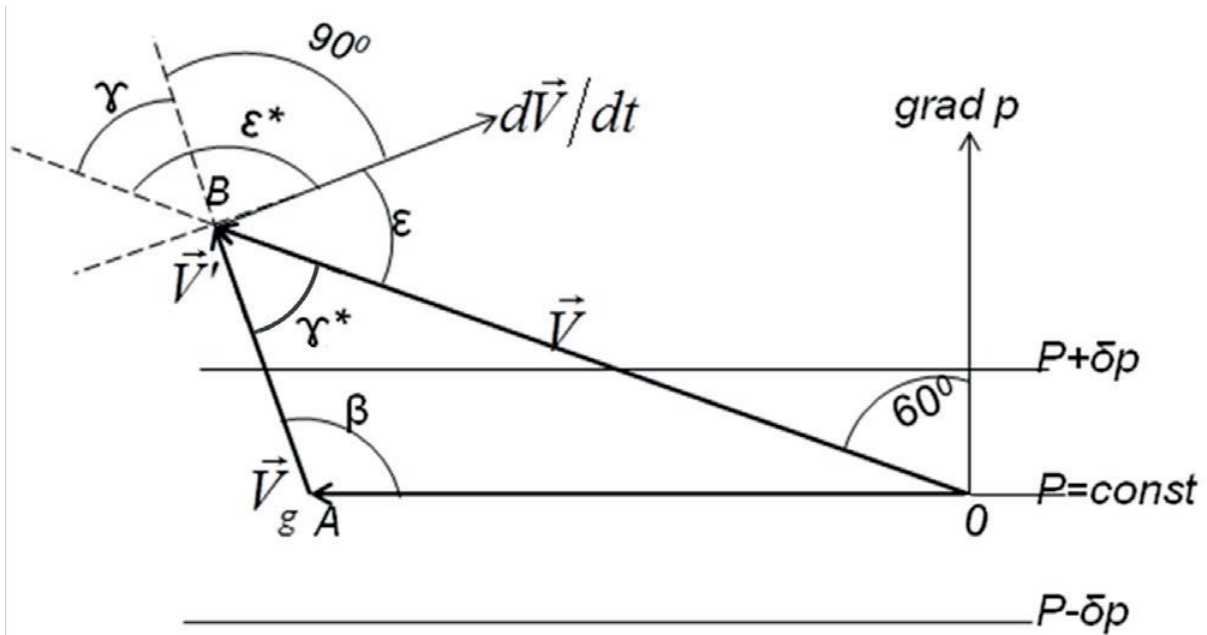
Умова. Горизонтальний градієнт тиску землі на широті 60° дорівнює $1 \text{ гПа}/100 \text{ км}$ і спрямований північ. Реальний вітер складає із напрямком градієнта тиску (спрямованого у бік зростання тиску) 60° і дорівнює 10 м/с . Визначити величину та напрям прискорення, а також зміну модуля швидкості повітряного потоку. Горизонтальний градієнт тиску землі на широті 60° дорівнює $1 \text{ гПа}/100 \text{ км}$ і спрямований північ. Реальний вітер складає із напрямком градієнта тиску (спрямованого у бік зростання тиску) 60° і дорівнює 10 м/с . Визначити величину і напрям прискорення, а також зміна модуля швидкості повітряного потоку.

Розв'язання задачі.

Перш за все знайдемо величину геострофічного вітру

$$V_g = \frac{1}{2 \cdot \omega \cdot (\sin\varphi) \cdot \rho} \frac{\partial p}{\partial n} = \frac{1}{2 \cdot 7,29 \cdot 10^{-5} \cdot (\sin\varphi) \cdot 1,3 \text{ кг/м}^3} \frac{100 \text{ Па}}{10^5 \text{ м}} \approx 7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Зараз відомі дві величини \vec{V} та \vec{V}_g та кут між ними $\alpha = 30^\circ$.



Таким чином, з трикутника AOB на рисунку можна визначити величину $|\vec{V}'|$ за теоремою косинусів:

$$|\vec{V}'| = \sqrt{V^2 + V_g^2 - 2 \cdot V \cdot V_g \cdot \cos\alpha} = \sqrt{10^2 + 7^2 - 2 \cdot 10 \cdot 7 \cdot \cos 30^\circ} \approx 5,3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Напрямок вектору \vec{V} знайдемо за теоремою синусів:

$$\sin\beta = \sin\alpha \cdot \frac{V}{V'} = 0,5 \cdot \frac{10}{5,3} \approx 0,95;$$

$$\beta = 108^\circ, \text{ але не } 72^\circ, \quad \text{оскільки } V > V_g$$

Звідси випливає: $\gamma = \gamma^* = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 42^\circ$.

Відоме значення величини вектору \vec{V}' та його напрямок дозволяють визначити і всі інші невідомі.

З формул $|\vec{V}'| = \frac{1}{2\omega \cdot \sin\varphi} \left| \frac{d\vec{V}}{dt} \right|$ та $|\vec{V}'| = \frac{1}{2\omega \cdot \sin\varphi \cdot \sin\gamma} \frac{d|\vec{V}|}{dt}$ (γ – кут між вектором реального вітру і вектором агеострофічного відхилення, який має додатне значення при відліку кута від вектору \vec{V} до вектору \vec{V}' проти годинникової стрілки), випливає

$$\left| \frac{d\vec{V}}{dt} \right| = |\vec{V}'| 2\omega \cdot \sin\varphi; \quad \frac{d|\vec{V}|}{dt} = |\vec{V}'| 2\omega \cdot \sin\varphi \cdot \sin\gamma.$$

Підставимо числове значення параметрів разом з одиницями вимірювання:

$$\left| \frac{d\vec{V}}{dt} \right| = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 2 \cdot 7.29 \cdot 10^{-5} \text{с}^{-1} \cdot \sin 60^\circ = 2.4 \frac{\text{м}}{\text{с}}/\text{ч};$$

$$\frac{d|\vec{V}|}{dt} = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 2 \cdot 7.29 \cdot 10^{-5} \text{с}^{-1} \cdot \sin 60^\circ \cdot \sin 42^\circ = -1.6 \frac{\text{м}}{\text{с}}/\text{ч}.$$

Як можна бачити, зміна модуля швидкості вітру $\frac{d|\vec{V}|}{dt}$ відрізняється від модуля прискорення.

Як можна бачити з рисунку

$$\varepsilon = 90^\circ - \gamma^* = 48^\circ, \quad \varepsilon^* = 90^\circ - 48^\circ = 132^\circ.$$

Таким чином, з плином часу спостерігатиметься зменшення швидкості повітряної маси з одночасним відхиленням її праворуч.

Відповідь до задачі № 2: $\left| \frac{d\vec{V}}{dt} \right| = 2.4 \frac{\text{м}}{\text{с}}/\text{ч}, \quad \frac{d|\vec{V}|}{dt} = -1.6 \frac{\text{м}}{\text{с}}/\text{ч}.$

7.3 Контрольні запитання до теми

1. Що таке агеострофічне відхилення?
2. Через які чинники агеострофічні відхилення виникають в атмосфері?
3. Від яких факторів залежить величина агеострофічних відхилень?
4. Як спрямовані агеострофічні відхилення?
5. Як пов'язані агеострофічне відхилення і горизонтальне прискорення?
6. Як впливають агеострофічні відхилення на вертикальні рухи в атмосфері?

7.4 Задачі для самостійного розв'язання

Задачі на визначення агеострофічних відхилень.

1. В області з ізобарами, які спрямовані уздовж широтних кіл і відстоять одна від одної в середньому на 400 км, вітер, за даними радіозондування, відхиляється на 60° ліворуч від градієнта тиску і становить 8 м/с. Визначити швидкість і напрямок вектору відхилення вітру від геострофічного. Широта місця 60° .
2. Визначити швидкість і напрямок відхилення вітру від геострофічного, якщо повітряний потік, який рухається уздовж широтного кола $\varphi=55^\circ$, ослаблюється з просуванням на 1 м/с за 1 год., не змінюючи свого напрямку?
3. Чому дорівнює і як спрямований на широті 50° вектор прискорення руху повітряного потоку, якщо геострофічний вітер 8,7 м/с відхиляється на 30° ліворуч від реального вітру, швидкість якого становить 10 м/с.
4. На широті 60° в початковий момент швидкість геострофічного вітру, якій спрямований на північ, дорівнює 12 м/с, а реальний вітер відхиляється від нього праворуч на 25° та більший від нього на 15%. Визначити швидкість і напрямок реального вітру через 2 год.
5. Як і на скільки відсотків зміниться швидкість повітряного потоку за 3 год., якщо в початковий момент вектор відхилення вітру від геострофічного зміщений на 30° ліворуч від вектора реального вітру і менший від нього в 5 разів? Широта місця 60° .
6. В області з ізобарами, які спрямовані уздовж широтних кіл і відстоять одна від одної в середньому на 500 км, вітер, за даними радіозондування, відхиляється на 30° праворуч від градієнта тиску і становить 7 м/с. Визначити швидкість і напрямок вектору відхилення вітру від геострофічного. Широта місця 50° .
7. Визначити швидкість і напрямок відхилення вітру від геострофічного, якщо повітряний потік, який рухається уздовж широтного кола $\varphi=45^\circ$, ослаблюється з просуванням на 1,5 м/с за 1 год., не змінюючи свого напрямку?
8. Чому дорівнює і як спрямований на широті 40° вектор прискорення руху повітряного потоку, якщо геострофічний вітер 5,7 м/с відхиляється на 40° праворуч від реального вітру, швидкість якого становить 8 м/с.
9. На широті 50° в початковий момент швидкість геострофічного вітру, якій спрямований на північ, дорівнює 11 м/с, а реальний вітер відхиляється від нього ліворуч на 30° та більший від нього на 10%. Визначити швидкість і напрямок реального вітру через 3 год.
10. Як і на скільки відсотків зміниться швидкість повітряного потоку за 3 год., якщо в початковий момент вектор відхилення вітру від геострофічного зміщений на 40° праворуч від вектора реального вітру і менший від нього в 4 рази? Широта місця 50° .

8 ГЕОСТРОФІЧНА АДВЕКЦІЯ ТЕМПЕРАТУРИ

8.1 Повчання по вивченню теми

Сьома тема (стор. 75–78 Конспекту [1]) знайомить студента з такою важливою для практики задачею, як оцінка локальних змін температури у вільній атмосфері, які обумовлені адвекцією, за зміною вітру з висотою. При вивченні цієї теми потрібно звернути увагу та такі базові знання та вміння:

1. оцінка локальних змін температури за допомогою адвекції температури (стор. 75–76 Конспекту [1]);
2. в яких випадках адвекція температури дорівнюватиме нулю, а в яких відрізнятиметься від нуля (стор. 75–77 Конспекту [1]).
3. види термобаричних полів при різних типах адвекції температури (стор. 76 Конспекту [1]).
4. зв'язок між адвекцією температури і зміною геострофічного вітру з висотою, тобто термічним вітром (стор. 76 Конспекту [1]);
5. зв'язок адвекції температури з бароклічним фактором (стор. 78 Конспекту [1]);
6. наслідки, до яких призводить адвекція теплого і волого повітря і адвекція холодного сухого повітря [стор. 78 Конспекту].

Засвоєння цих базових знань дає можливість отримати оцінку „задовільно” на підсумковій атестації. Закріплення отриманих при вивченні сьомої теми знань та вмінь відбувається за допомогою практичних задач. Нижче наводяться приклади задач та пояснення по їх розв'язанню.

8.2 Приклади розв'язання типових задач

Задача № 1.

Умова. Вивести робочу формулу для визначення геострофічної адвекції (в $^{\circ}\text{C}/\text{год}$) на деякій широті, якщо відомі значення горизонтальних градієнтів тиску (в $\text{гПа}/100 \text{ км}$), температури (в $^{\circ}\text{C}/100 \text{ км}$) та кут між ними. Густина повітря $1.3 \text{ кг}/\text{м}^3$.

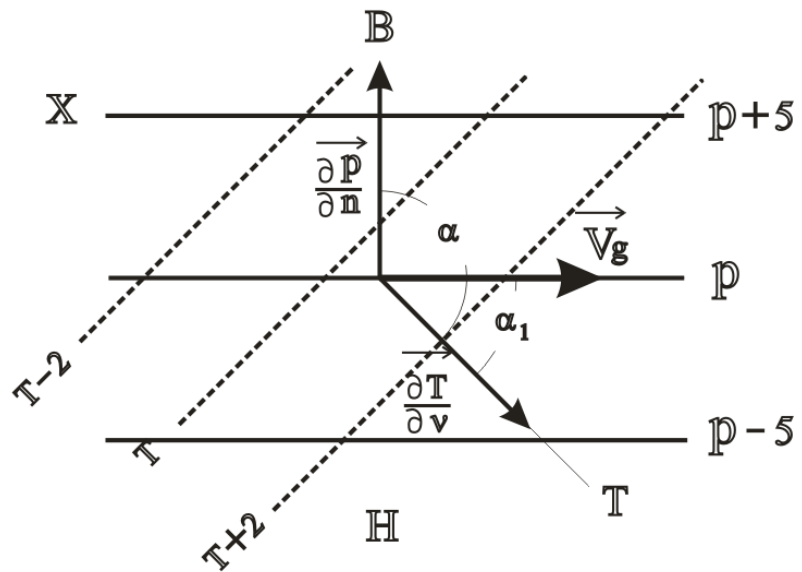
Умову задачі скорочено можна записати наступним чином:

Дано:

$$\left[\frac{\partial T}{\partial n} \right] = \frac{\text{К}}{100 \text{ км}} = \frac{\text{К}}{10^5 \text{ м}}$$

$$\left[\frac{\partial p}{\partial n} \right] = \frac{\text{гПа}}{100 \text{ км}} = \frac{10^2 \text{ Па}}{10^5 \text{ м}}$$

$$\rho = 1.3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$$



Розв'язання задачі.

Формула для геострофічної адвекції температури має вигляд:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = - \left(u_g \frac{\partial T}{\partial x} + v_g \frac{\partial T}{\partial y} \right),$$

або, якщо записати цю формули через скалярний добуток між векторами геострофічного вітру \vec{V}_g та градієнта температури $\frac{\partial T}{\partial v}$, вона матиме вигляд:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = - |\vec{V}_g| \cdot \frac{\partial T}{\partial v} \cdot \cos \alpha_1,$$

де α_1 – кут між векторами \vec{V}_g та $\frac{\partial T}{\partial v}$.

Перепишемо цей вираз з урахуванням формули для геострофічного вітру:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = - \frac{1}{2 \rho \omega \sin \varphi} \frac{\partial p}{\partial n} \frac{\partial T}{\partial v} \cos \alpha_1.$$

Необхідно виразити кут α_1 через кут між горизонтальними градієнтами температури та тиску, α , враховуючи, що задано саме його. З графічної побудови видно, що $\alpha_1 = \alpha - 90^\circ$:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{2\rho\omega\sin\varphi} \frac{\partial p}{\partial n} \frac{\partial T}{\partial v} \cos(\alpha - 90^\circ) = -\frac{1}{2\rho\omega\sin\varphi} \frac{\partial p}{\partial n} \frac{\partial T}{\partial v} \sin\alpha.$$

Знайдемо розмірність геострофічної адвекції температури:

$$\left[\frac{\partial T}{\partial t} \right] = \left[\frac{1}{2\rho\omega\sin\varphi} \frac{\partial p}{\partial n} \frac{\partial T}{\partial v} \sin\alpha \right] = \frac{1}{\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \frac{1}{\text{с}}} \frac{\text{кг}}{\text{м} \cdot \text{с}^2} \frac{^\circ\text{C}}{\text{м}} = \frac{^\circ\text{C}}{\text{с}}.$$

Підставимо всі відомі величини:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{2 \cdot 1.3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 7.29 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{с}} \sin\varphi} \frac{\partial p}{\partial n} \frac{10^2 \text{Па}}{10^5 \text{м}} \frac{\partial T}{\partial v} \frac{^\circ\text{C}}{10^5 \text{м}} \sin\alpha;$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} \approx -5.3 \frac{\partial p}{\partial n} \frac{\partial T}{\partial v} \frac{\sin\alpha}{\sin\varphi} 10^{-5} \frac{^\circ\text{C}}{\text{с}} \frac{3600 \text{с}}{1 \text{год}} \approx -0.19 \frac{\partial p}{\partial n} \frac{\partial T}{\partial v} \frac{\sin\alpha}{\sin\varphi}.$$

Відповідь до задачі № 1: $\frac{\partial T}{\partial t} = -0.19 \frac{\partial p}{\partial n} \frac{\partial T}{\partial v} \frac{\sin\alpha}{\sin\varphi}.$

Задача № 2.

Умова. На рівні 1000 гПа геострофічний вітер південно-західний, 8.5 м/с; на рівні 500 гПа вітер сягає мінімуму. Ізогіпси VT_{1000}^{500} мають широтний напрямок. Знайти геострофічний вітер на рівні 700 гПа.

Розв'язання задачі.

Термічний вітер спрямований уздовж ізогіпс, причому з заходу на схід, оскільки широтна складова геострофічного вітру зменшується з висотою і обертається на нуль на деякій висоті. Складова v_g (перпендикулярна термічному вітру) з висотою не змінюється.

Модуль геострофічного вітру зменшується з висотою. На тій висоті, де складова $u_g = 0$, він дорівнює складовій v_g і сягає мінімуму. Таким чином, $v_{g1} = v_{g2} = v_{g3} = V_{g1} \cos 45^\circ = 6 \frac{\text{м}}{\text{с}}$, тобто мінімальний вітер дорівнює 6 м/с і спрямований на північ. Тепер знайдемо вітер на проміжному рівні 700 гПа. З рис. 8.1 до задачі можна бачити, що $u_{g3} = u_{g1} + u_{T(3,1)} \rightarrow u_{T(3,1)} = -u_{g1} = -V_{g1} \sin 45^\circ = -6.0 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Згідно з формулою $u_T = -\frac{9,8}{\ell} \frac{\partial H_{p_1}^{p_2}}{\partial y}$ в шарі 1000 – 500 гПа:

$$u_{T(3,1)} = -\frac{9,8}{\ell} \frac{\partial H_{1000}^{500}}{\partial y}.$$

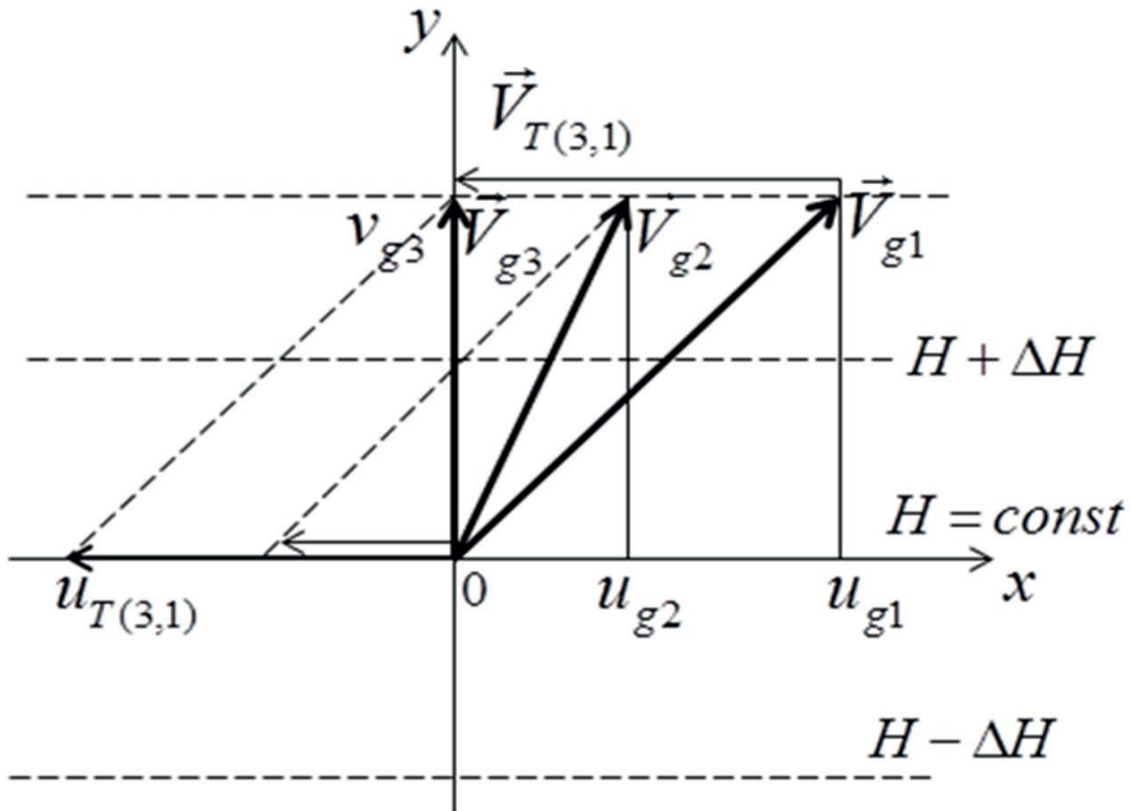


Рисунок 8.1 – Зміна геострофічного вітру з висотою

Але в шарі 1000 – 700 гПа за формулою $u_T = -\frac{9,8}{\ell} \left(\ln \frac{p_1}{p_2} / \ln \frac{p_3}{p_4} \right) \frac{\partial H_{p_3}^{p_4}}{\partial y}$:

$$u_{T(2,1)} = -\frac{9,8}{\ell} \left(\ln \frac{1000}{700} / \ln \frac{1000}{500} \right) \frac{\partial H_{1000}^{500}}{\partial y}.$$

Співвідношення $u_{T(2,1)}/u_{T(3,1)}$ має вигляд:

$$\frac{u_{T(2,1)}}{u_{T(3,1)}} = \ln \frac{1000}{700} / \ln \frac{1000}{500} \rightarrow u_{T(2,1)} \ln \frac{1.43}{2.00} = -3.1 \frac{\text{м}}{\text{с}},$$

$$u_{g2} = u_{g1} + u_{T(2,1)} = (6.0 - 3.1) \frac{\text{м}}{\text{с}} = 2.9 \frac{\text{м}}{\text{с}},$$

$$V_{g1} = \sqrt{u_{g2}^2 + v_{g2}^2} = \sqrt{2.9^2 + 6.0^2} = 6.7 \frac{\text{м}}{\text{с}},$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{u_{g2}}{v_{g2}} = 0.484, \alpha = 25^\circ.$$

Відповідь до задачі № 2: На рівні 700 гПа геострофічний вітер південно-південно-західний 6.7 м/с.

Задача № 3.

Умова. Визначити геострофічну адвекцію температури на рівні 1 км, якщо відстань між сусідніми ізобарами становить 3 см, а між ізотермами – 1 см на карті масштабу 1:10⁷, градієнт температури відхилений від градієнта тиску на 30° ліворуч. Широта місця становить 50°.

Умову задачі скорочено можна записати наступним чином:

Дано:

$$\Delta n = 3 \text{ см}$$

$$\Delta v = 1 \text{ см}$$

$$\varphi = 50^\circ$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$\Delta p = 5 \text{ гПа}$$

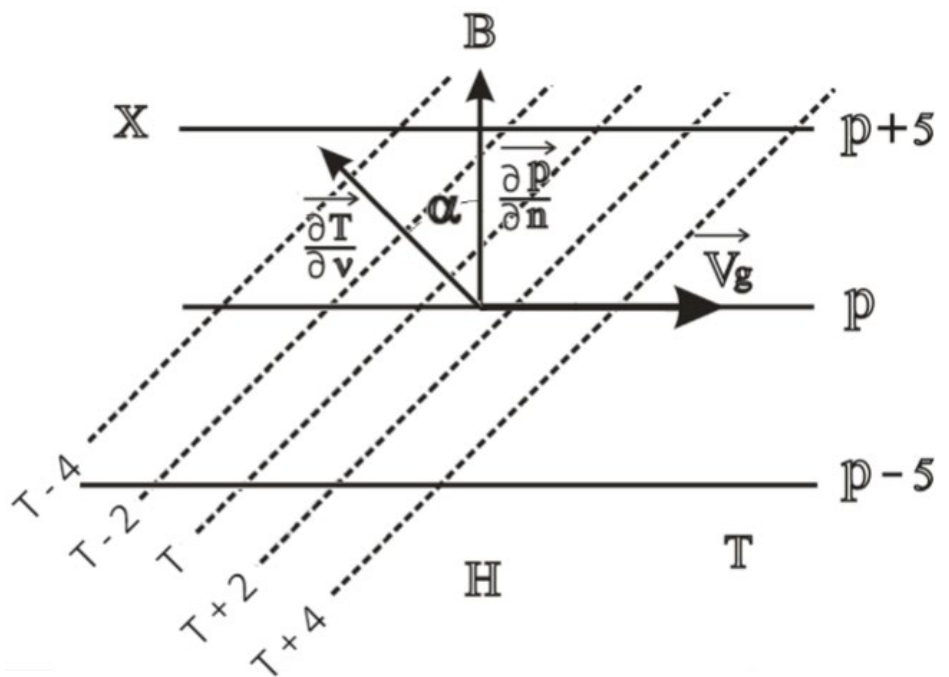
$$\Delta T = 2^\circ\text{C}$$

$$\rho = 1.3 \text{ кг/м}^3$$

$$\omega = 7.29 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$$

$$M = 1:10^7$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = ?$$



Розв'язання задачі.

Якщо відомий кут між градієнтом тиску і градієнтом температури, то формулу для геострофічної адвекції температури маємо записати в такому вигляді:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = - \frac{1}{2\rho\omega\sin\varphi} \frac{\partial p}{\partial n} \frac{\partial T}{\partial v} \sin\alpha$$

Масштаб 1: 10⁷ означає, що в 1 см карти міститься 10⁷ см або 10⁵ м або 100 км. Таким чином, градієнт тиску буде

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \frac{5 \text{ гПа}}{300 \text{ км}} = \frac{500 \text{ Па}}{3 \cdot 10^5 \text{ м}}$$

а градієнт температури:

$$\frac{\partial T}{\partial v} = \frac{2 \text{ }^\circ\text{C}}{100 \text{ км}} = \frac{2 \text{ }^\circ\text{C}}{10^5 \text{ м}}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} &= - \frac{1}{2 \cdot 1.3 \text{ кг/м}^3 \cdot 7.29 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1} \cdot \sin 50^\circ} \cdot \frac{500 \text{ Па}}{3 \cdot 10^5 \text{ м}} \cdot \frac{2 \text{ }^\circ\text{C}}{10^5 \text{ м}} \cdot \sin 45^\circ \approx \\ &\approx -16.2 \cdot 10^{-5} \frac{^\circ\text{C}}{\text{с}} \cdot \frac{3600 \text{ с}}{1 \text{ год}} \approx -0.58 \frac{^\circ\text{C}}{1 \text{ год}} \end{aligned}$$

Визначимо розмірність адвекції температури:

$$\left[\frac{\partial T}{\partial t} \right] = \frac{1}{\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot \frac{1}{\text{с}}} \cdot \frac{\text{Па}}{\text{м}} \cdot \frac{^\circ\text{C}}{\text{м}} = \frac{\text{м}^3 \cdot \text{с}}{\text{кг}} \cdot \frac{^\circ\text{C}}{\text{м} \cdot \text{с}^2} = \frac{\text{м}^3 \cdot \text{с}}{\text{кг}} \cdot \frac{^\circ\text{C} \cdot \text{кг}}{\text{м}^3 \cdot \text{с}^2} = \frac{^\circ\text{C}}{\text{с}}$$

Оскільки отримане значення адвекції зі знаком “-”, то це означає, що вданому випадку спостерігатиметься адвекція холоду.

Відповідь до задачі № 2: *Геострофічна адвекція температури, тобто локальні зміни температури становитимуть*
 $-0.58 \frac{^\circ\text{C}}{1 \text{ год}}$

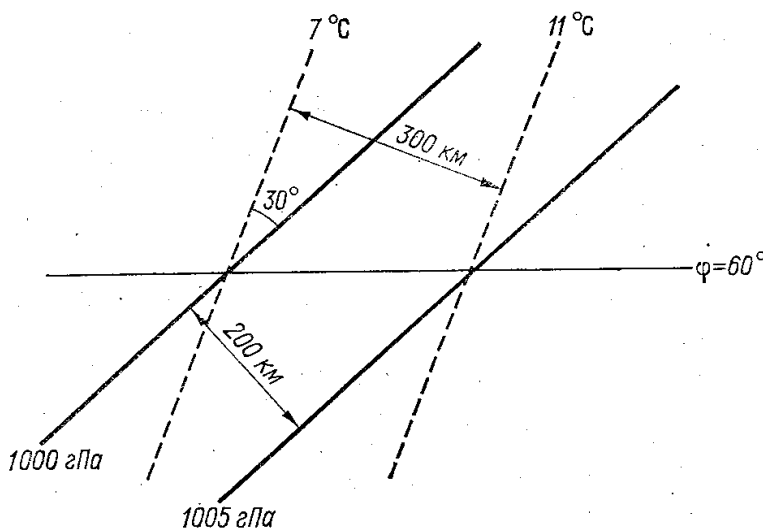
8.3 Контрольні запитання до теми

1. Дайте визначення геострофічній адвекції температури.
2. Як геострофічна адвекція пов'язана з барокліним фактором?
3. При якому термобаричному полі спостерігатиметься максимально можлива адвекція тепла (адвекція холоду)?
4. При якому термобаричному полі адвекція тепла дорівнюватиме нулю?
5. В якому напрямку відбувається поворот вітру з висотою при адвекції тепла а адвекції холоду?

8.4 Задачі для самостійного розв'язання

Задачі на визначення геострофічної адвекції температури.

1. Вивести робочу формулу для визначення геострофічної адвекції (в $^{\circ}\text{C}/\text{год}$) на деякій широті, якщо відомі значення горизонтальних градієнтів тиску (в $\text{гПа}/150 \text{ км}$), температури (в $^{\circ}\text{C}/200 \text{ км}$) та кут між ними. Густина повітря $1.3 \text{ кг}/\text{м}^3$.
2. Розрахувати максимально можливу геострофічну адвекцію на широті 45° , якщо горизонтальні градієнти тиску і температури відповідно дорівнюють 16 гПа і 8°C на 1000 км .
3. Визначити геострофічну адвекцію температури на рівні 1 км , якщо для цього рівня на карті масштабу $1:10\,000\,000$ відстань між сусідніми ізобарами дорівнює 4 см , а між ізотермами – 1 см ; градієнт температури відхилений від градієнта тиску на 30° ліворуч. Широта місця 55° .
4. Визначити геострофічну адвекцію на рівні $1,5 \text{ км}$ на широті 60° , якщо горизонтальний градієнт тиску дорівнює $2 \text{ гПа}/300 \text{ км}$ і відхилений на 60° ліворуч від горизонтального градієнта температури, якій дорівнює $1^{\circ}\text{C}/100 \text{ км}$.
5. Обчислити геострофічну адвекцію за даними, які приведено на рисунку.



6. Розрахувати максимально можливу геострофічну адвекцію на широті 60° , якщо горизонтальні градієнти тиску і температури відповідно дорівнюють 7 гПа і 12°C на 1000 км .
7. Вивести робочу формулу для визначення геострофічної адвекції (в $^{\circ}\text{C}/\text{год}$) на деякій широті, якщо відомі значення горизонтальних градієнтів тиску (в $\text{гПа}/200 \text{ км}$), температури (в $^{\circ}\text{C}/150 \text{ км}$) та кут між ними. Густина повітря $1.2 \text{ кг}/\text{м}^3$.

8. Визначити геострофічну адвекцію температури на рівні 2 км, якщо для цього рівня на карті масштабу 1:15 000 000 відстань між сусідніми ізобарами дорівнює 3 см, а між ізотермами – 2 см; градієнт температури відхилений від градієнта тиску на 40° ліворуч. Широта місця 45° .
9. Визначити геострофічну адвекцію на рівні 1 км на широті 50° , якщо горизонтальний градієнт тиску дорівнює 1 гПа/150 км і відхилений на 30° ліворуч від горизонтального градієнта температури, якій дорівнює $2^\circ\text{C}/100$ км.
10. Розрахувати максимально можливу геострофічну адвекцію на широті 50° , якщо горизонтальні градієнти тиску і температури відповідно дорівнюють 6 гПа і 10°C на 1000 км.

9 ХВИЛІ РОССБІ

9.1 Повчання по вивченню теми

Восьма тема (стор. 82–92 Конспекту [1]) присвячена інерційним хвилям або хвилям Россбі, які підтримуються меридіональним градієнтом сили Коріоліса. Вони мають неабияке прогностичне значення, оскільки безпосередньо обумовлюють формування баричного поля у верхній тропосфері.

В результаті вивчення цієї теми студент повинен зрозуміти які фізичні чинники, а через них – й метеорологічні умови в атмосфері, впливають на розвиток і підтримання хвиль Россбі. Тому, при вивченні цієї теми потрібно звернути увагу та такі базові знання та вміння:

1. чинники, які обумовлюють формування хвильових рухів в атмосфері (стор. 82-86 Конспекту [1]);
2. фізичні механізми поширення хвиль Россбі (стор. 86-88 Конспекту [1]);
3. метеорологічну значущість хвиль Россбі (стор. 87-89 Конспекту [1]);
4. короткі, довгі й стаціонарні хвилі Россбі і їх значущість при формуванні баричного поля біля поверхні землі (стор. 91-92 Конспекту [1]).

9.2 Приклади розв'язання типових задач

Задача № 1.

Умова. Яка довжина стаціонарних хвиль в потоці швидкістю 15 м/с на широті 45°.

Розв'язання задачі.

Якщо хвиля стаціонарна, то її швидкість дорівнює нулю, тобто $c = 0$.

Із формули $c = \bar{u} - \frac{\beta L^2}{4\pi^2}$ маємо

$$0 = \bar{u} - \frac{\beta L_0^2}{4\pi^2},$$

де L_0 – довжина стоячої хвилі. Знайдемо цю довжину

$$L_0 = \sqrt{\frac{4\pi^2 \bar{u}}{\beta}}.$$

Оцінимо порядок параметра Россбі:

$$\beta = \frac{\partial \ell}{\partial y} = \frac{\partial(2\omega \sin \varphi)}{\partial y} = 2\omega \cos \varphi \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} = \frac{2\omega \cos \varphi}{R_3},$$

де R_3 - радіус Землі. Отже, для $\varphi = 45^\circ$:

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{2 \cdot 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1} \cos 45^\circ}{6400 \text{ км}} \approx \frac{14,58 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1} \cdot 0,7}{6,4 \cdot 10^6 \text{ м}} \approx \\ &\approx \frac{10,2}{6,4} \cdot 10^{-11} \text{ м}^{-1} \text{ с}^{-1} \approx 1,5 \cdot 10^{-11} \text{ м}^{-1} \text{ с}^{-1}. \end{aligned}$$

Якщо для швидкості зонального потоку \bar{u} взяти її порядок 10 мс^{-1} , а для $\beta - 10^{-11} \text{ м}^{-1} \text{ с}^{-1}$, то із (7.24) отримаємо

$$\begin{aligned} L_0 &= 2\pi \sqrt{\frac{\bar{u}}{\beta}} = 6,28 \sqrt{\frac{15 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{1,5 \cdot 10^{-11} \frac{1}{\text{м} \cdot \text{с}}}} = 6,28 \sqrt{10^{12} \text{ м}^2} = 6,28 \cdot 10^6 \text{ м} = \\ &= 6280 \text{ км} \end{aligned}$$

Розрахунки показують, що хвилі Россбі дійсно мають великі довжини, які вимірюються тисячами кілометрів, тому і називаються довгими. Довжина стоячих хвиль залежить від швидкості фонових потоку і широти уздовж якої розповсюджуються хвилі.

Відповідь до задачі № 1: *Довжина стоячої хвилі на широті 45° становить 6280 км.*

9.3 Контрольні запитання до теми

1. Які рухи називаються хвильовими?
2. Які рухи в атмосфері можна віднести до хвильових?
3. Які фізичні чинники приводять до виникнення хвиль Россбі в атмосфері?
4. За кінематичною класифікацією до якого класу відносяться хвилі Россбі?
5. Від чого залежить швидкість хвиль Россбі?
6. В якому напрямку рухаються короткі та довгі хвилі Россбі?
7. Як залежить фазова швидкість переміщення хвилі Россбі від: 1) широти; 2) швидкості зонального потоку; 3) довжини та амплітуди самої хвилі?

9.4 Задачі для самостійного розв'язання

1. Знайти швидкість поширення хвиль Россбі довжиною 35° на широті 50° в основному потоці, який рухається зі швидкістю $15^\circ/\text{доб}$.
2. Яка довжина стаціонарної хвилі в потоці швидкістю $10^\circ/\text{доб}$ на широті 35° ? Розрахувати скільки таких хвиль Россбі укладається вздовж широтного кола.
3. Знайти швидкість переміщення та період хвиль Россбі довжиною 40° довготи в потоці 17° довготи на добу на широті 45° ?
4. Знайти період хвиль, що поширюються зі швидкістю 5° довготи за добу, в потоці швидкістю 10° довготи за добу на широті 40° .
5. Знайти період та фазову швидкість хвиль Россбі довжиною 30° довготи на широті 45° в зональному потоці швидкістю $12,5^\circ$ довготи за добу.
6. Через який час на місці улоговини в західному потоці, якій має швидкість 7° довготи за добу, опиниться гребінь, якщо в початковий момент найближчий до неї гребінь розташований на відстані 15° довготи? Широта місця 45° .
7. Яка довжина хвиль Россбі, які поширюються на захід зі швидкістю $5,6 \text{ м/с}$ в західному потоці швидкістю 10 м/с на широті 45° ? Розрахувати скільки таких хвиль Россбі укладається вздовж широтного кола.
8. Через який час на місці улоговини в західному потоці, якій має швидкість 10° довготи за добу, опиниться гребінь, якщо в початковий момент найближчий до неї гребінь розташований на відстані 20° довготи? Широта місця 55° .
9. Знайти швидкість переміщення та період хвиль Россбі довжиною 20° довготи в потоці 12° довготи на добу на широті 60° ?
10. Знайти швидкість поширення хвиль Россбі з періодом 4 доби на широті 50° в потоці швидкістю 15° довготи за добу.

10 КРИТЕРІЇ РОЗВИТКУ ТУРБУЛЕНТНОСТІ В АТМОСФЕРІ. РОЗРАХУНОК ЧИСЛА РІЧАРДСОНА І РЕЙНОЛЬДСА

10.1 Повчання по вивченню теми

Дев'ята тема (стор. 94–95, 113-114 Конспекту [1]) знайомить студента з двома принципово різними режимами руху повітря – турбулентним і ламінарним, – і безрозмірними критеріями, які використовуються для аналізу цих режимів руху повітря. Тому, при вивченні цієї теми студенту потрібно звернути увагу на такі базові знання та вміння:

1. визначення ламінарного і турбулентного рухів і різниця між ними (стор. 94–95 Конспекту [1]);
Зверніть увагу на різницю в характері та організації турбулентного і ламінарного потоків.
2. чинники, які впливають на розвиток турбулентності у рідинах (стор. 94–95 Конспекту [1])
Зверніть увагу на вплив в'язкості і стратифікації рідини на формування режиму руху потоку.
3. фізичний сенс числа Рейнольдса як критерію розвитку турбулентності (стор. 94–95 Конспекту [1]).
Зверніть увагу на те, які саме впливи на режим руху повітря враховуються в числі Рейнольдса (стор. 94)!
4. фізичний сенс числа Річардсона як критерію розвитку турбулентності – (стор. 113–114 Конспекту [1]);
Зверніть увагу на те, які саме впливи на режим руху повітря враховуються в числі Річардсона (стор. 114)!
5. властивості рідин, для яких як критерій розвитку турбулентності використовується число Рейнольдса (число Річардсона) – (стор. 94–95, 113-114 Конспекту [1]).

Засвоєння цих базових знань дає можливість отримати оцінку „задовільно” на підсумковій атестації. Закріплення отриманих при вивченні дев'ятої теми знань та вмінь відбувається за допомогою практичних задач. Нижче наводяться приклади задач та пояснення по їх розв'язанню.

Задача № 1.

Умова. В таблиці надано дані радіозондування. За цими даними визначте інтегральне число Річардсона, ймовірність виникнення турбулентності та її інтенсивність. Зробити аналіз отриманих результатів.

висота, z , км	тиск, p , гПа	температура, T , °С	масова частка водяної пари, q , г/кг	зональна складова швидкості, u , м/с	меридіональна складова швидкості, v , м/с
0.32	975	0.5	3.8	7.2	7.7
0.41	965	0.1	3.8	10.3	8.7
0.50	954	0.1	3.8	12.9	9.3
0.54	949	0.1	3.9	15.4	9.8
0.88	910	-0.6	4.0	18.0	9.8
0.96	900	-1.2	3.9	17.0	10.6
1.00	896	-1.4	3.8	17.0	10.8
1.16	878	-2.5	3.6	15.9	9.3
1.42	850	-3.3	3.5	15.9	8.7
1.46	845	-3.4	3.5	14.7	8.2
1.50	841	-3.7	3.4	14.6	7.1
1.61	830	-4.5	3.3	14.0	6.6
1.90	800	-0.9	2.8	15.7	6.6
1.95	795	-0.2	2.7	16.9	6.6
2.00	790	-0.3	2.6	18.6	7.0

Розв'язання задачі.

При обчисленні інтегрального числа Річардсона скористаємось наступною формулою:

$$R_B = \frac{g\Delta\theta_v\Delta z}{\bar{\theta}_v \left[(\Delta u)^2 + (\Delta v)^2 \right]}, \quad (10.1)$$

де g – прискорення вільного падіння, z – висота, θ_v – це віртуальна потенціальна температура, $\bar{\theta}_v$ – середня віртуальна потенціальна температура у шарі, u та v – зональна та меридіональна складові швидкості вітру.

Саме в інтегральній формі число Річардсона найбільш часто використовується в метеорології, оскільки радіозондування та чисельні прогнози погоди надають дані в дискретних точках простору. Знак

скінченних різниць будь-якої метеорологічної величини f в шарі визначається як $\Delta f = f(z_{\text{верхня границя шару}}) - f(z_{\text{нижня границя шару}})$.

Для обчислення числа Річардсона зручно результати всіх обчислень звести до таблиці.

Потенціальну температуру (стовпчик 6) розраховуємо за формулою:

$$\theta = T \left(\frac{1000}{p} \right)^{R/C_p},$$

де T – це абсолютна температура за шкалою Кельвіна, p – тиск на тому рівні, для якого знаходимо потенціальну температуру, $R = 287 \frac{\text{кДж}}{\text{К} \cdot \text{кг}}$ –

питома газова стала, $C_p = 1007 \frac{\text{кДж}}{\text{К} \cdot \text{кг}}$.

Віртуальну потенціальну температуру (стовпчик 7) знаходимо за наступним виразом:

$$\theta_v = \theta(1 + 0.61 \cdot q),$$

де q – це масова частка водяної пари. Зазвичай ця характеристика вологості надається в г/кг, як і в нашому випадку, при підстановці в формулу необхідно представити q в системі одиниць SI, тобто в кг/кг. При розрахунку числа Річардсона, яке є критерієм переходу від ламінарного характеру течії до турбулентного, є доцільним використовувати саме віртуальну температуру, оскільки тип стратифікації повітря визначається вертикальним розподілом не тільки температури, а й вологості.

В наступних стовпчиках 10–13 обчислюємо скінченні різниці для z , θ_v , u та v , як різницю значень на верхній та нижній границях шару. В чотирнадцятому стовпчику представлено число Річардсона, розраховане за формулою (1).

Для аналізу отриманих результатів необхідно знати критичне значення числа Річардсона, яке розділяє ламінарні та турбулентні течії. Нажаль, критичне значення 0.25, яке використовується для градієнтного числа Річардсона, не можна застосовувати для інтегрального через те, що похідні апроксимовано скінченними різницями, що обчислюються в досить потужних шарах. Дійсно, чим потужнішим є шар, тим більше осереднюються значення похідних, це має результатом те, що виникає певна невизначеність з рівнем виникнення турбулентності, а також необхідність в використанні штучно великих (теоретично необґрунтованих) значень критичного числа Річардсона. Чим більш

тонким є шар, тим ближче критичне число Річардсона буде до 0.25. Тому для того, щоб оцінити ймовірність виникнення та інтенсивність турбулентності використовують емпірично побудовані графіки та таблиці (рис.10.1, табл. 10.1).



Рисунок 10.1 – Залежність між інтегральним числом Річарсона та ймовірністю виникнення турбулентності в шарі. Криву отримано емпіричним шляхом.

Таблиця 10.1 – Залежність, яку отримано емпіричним шляхом між інтенсивністю турбулентності, швидкістю вітру та зсувом вітру.

швидкість вітру (м/с)	зсув швидкості вітру (с ⁻¹)					
	0.0084–0.0118	0.0118–0.0169	0.0169–0.0338	0.0338–0.0506	0.0506–0.0844	0.0844+
20–30	немає	слабка	слабка–помірна	помірна	помірна–сильна	сильна
30–60	слабка	слабка–помірна	помірна	помірна–сильна	сильна	сильна–дуже сильна
60+	слабка	слабка–помірна	помірна	помірна–сильна	сильна	дуже сильна

Таблиця 10.2 – Розрахунок числа Річардсона.

z , м	p , гПа	T , °C	q , г/кг	u , м/с	v , м/с	θ , К	θ_v , К	$\bar{\theta}_v$, К	Δz , м	$\Delta\theta_v$, К	Δu , м/с	Δv , м/с	Ri
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0.32	975	0.5	3.8	7.2	7.7	275.5	276.1	276.3	90	0.4	3.1	1.1	0.12
0.41	965	0.1	3.8	10.3	8.7	275.9	276.5	277.0	90	0.9	2.6	0.5	0.42
0.50	954	0.1	3.8	12.9	9.3	276.8	277.5	277.7	40	0.4	2.6	0.5	0.09
0.54	949	0.1	3.9	15.4	9.8	277.2	277.9	279.2	340	2.7	2.6	0.0	4.79
0.88	910	-0.6	4.0	18.0	9.8	279.8	280.5	280.7	80	0.2	-1.0	0.8	0.41
0.96	900	-1.2	3.9	17.0	10.6	280.1	280.8	280.8	40	0.1	0.0	0.3	2.88
1.00	896	-1.4	3.8	17.0	10.8	280.3	280.9	281.1	160	0.5	-1.0	-1.6	0.70
1.16	878	-2.5	3.6	15.9	9.3	280.8	281.4	282.3	260	1.8	0.0	-0.5	56.84
1.42	850	-3.3	3.5	15.9	8.7	282.5	283.1	283.3	40	0.4	-1.2	-0.5	0.28
1.46	845	-3.4	3.5	14.7	8.2	282.9	283.5	283.5	40	0.1	-0.1	-1.1	0.07
1.50	841	-3.7	3.4	14.6	7.1	283.0	283.6	283.7	110	0.2	-0.6	-0.5	1.17
1.61	830	-4.5	3.3	14.0	6.6	283.2	283.8	287.1	290	6.8	1.7	0.0	23.19
1.90	800	-0.9	2.8	15.7	6.6	290.0	290.5	291.2	50	1.2	1.2	0.0	1.45
1.95	795	-0.2	2.7	16.9	6.6	291.3	291.8	292.0	50	0.4	1.7	0.4	0.22
2.00	790	-0.3	2.6	18.6	7.0	291.7	292.2						

Аналіз отриманих результатів.

На знак інтегрального числа Річардсона впливає тільки знак градієнта потенціальної віртуальної температури. Це означає, що для нестійкої стратифікації число Річардсона є від'ємним, для нейтральної – дорівнюватиме нулю, а для стійкої стратифікації матиме знак „плюс”. Якщо стратифікація атмосфери є нестійкою, то, вважають, що турбулентність в основному виникає за рахунок термічного чинника. В інших випадках вважають, що на утворення турбулентної течії впливає динамічний фактор. В випадках, коли є головним термічний фактор, тобто при нестійкій стратифікації, вважають, що ймовірність виникнення турбулентності дорівнює 100 %.

Таким чином, вже з аналізу знаку числа Річардсона можна сказати який чинник є домінуючим при виникненні турбулентності.

З результатів розрахунків можна зробити висновок, що в усьому шарі атмосфери виникнення турбулентності викликано динамічним фактором, оскільки усюди число Річардсона має знак „плюс”.

Щоб зробити висновок щодо ймовірності виникнення турбулентності у шарі необхідно проаналізувати графік, представлений на рис. 10.1. З цього графіку видно, що

1. якщо $0 \leq Ri \leq 0.25$ ймовірність виникнення турбулентності дорівнює 100 %;
2. якщо число Річардсона знаходиться в межах від 0.25 до 10.25, то ймовірність виникнення турбулентності визначається за допомогою графіку методом лінійної інтерполяції;
3. якщо число Річардсона є більшим за 10.25, ймовірність виникнення турбулентності дорівнює нулю.

Проаналізуємо ймовірність виникнення турбулентності по шарах.

З таблиці 2.2 видно, що в даному випадку відсутні шари, в яких турбулентність було б викликано термічним фактором, оскільки немає шарів з числом Річардсона меншим за нуль.

У шарі від 320 до 410 м число Річардсона більше за нуль, проте менше за 0.25, це означає, що ймовірність виникнення турбулентності у цьому шарі дорівнює 100 %, а турбулентність викликана загалом динамічним фактором. Ті ж самі висновки можна зробити відносно шарів 500–540 м ($Ri = 0.09$), 1460–1500 м ($Ri = 0.07$) і 1950–2000 м ($Ri = 0.22$).

В шарах 1160–1420 м та 1610–1900 м ймовірність появи турбулентності становитиме нуль, оскільки число Річардсона більше за своє критичне значення 10.25.

Для того, щоб знайти ймовірність турбулентності в шарах, в яких число Річардсона коливається в межах від 0.25 до 10.25 необхідно скористуватись графіком і методами лінійної інтерполяції. Зрозуміло, що в усіх цих шарах турбулентність буде вимушено динамічним фактором.

Отже, остаточно всі дані аналізу можна навести у табличному вигляді:

z , м	Ri	ймовірність появи турбулентності (%)	фактор, яким вимушено появу турбулентності
0.32	0.12	100	динамічний
0.41	0.42	98	динамічний
0.50	0.09	100	динамічний
0.54	4.79	45	динамічний
0.88	0.41	98	динамічний
0.96	2.88	74	динамічний
1.00	0.70	95	динамічний
1.16	56.84	0	-----
1.42	0.28	100	динамічний
1.46	0.07	100	динамічний
1.50	1.17	91	динамічний
1.61	23.19	0	-----
1.90	1.45	88	динамічний
1.95	0.22	100	динамічний
2.00			

Окрім ймовірності появи турбулентності можна розрахувати інтенсивність турбулентності, використовуючи дані по зсуву та швидкості вітру. Оскільки зсув вітру характеризує саме динамічний фактор вирушення турбулентності, то має сенс розраховувати інтенсивність турбулентності, використовуючи цей метод, тільки для турбулентності, що викликана динамічним фактором. Дуже часто прогноз інтенсивності турбулентності використовується для авіації, і в такому випадку інтенсивність турбулентності визначається через вертикальне прискорення, що діє на центр тяжіння літака та вимірюється у прискореннях вільного падіння, g . Таким чином, слабка турбулентність відповідає $0.5g$, помірна - $1g$, а сильна - $2g$. Взагалі, для практичних цілей прогноз виникнення турбулентності надається у випадку, якщо ймовірність виникнення турбулентності більша за 50 %, а інтенсивність більша за слабку. Для визначення інтенсивності турбулентності нам знадобляться дані про модуль швидкості вітру і зсув вітру. Результати розрахунків представлено в таблиці 10.3.

Таблиця 10.3 – Дані сумісного аналізу ймовірності виникнення турбулентності та її інтенсивності

$z, \text{ м}$	$u, \text{ м/с}$	$v, \text{ м/с}$	Ri	$ \vec{V} $	ΔV	Δz	$\frac{\partial V}{\partial z}$	інтенсивність турбулентності
0.32	7.2	7.7	0.12	10.5	3.0	90	0.0330	слабка–помірна (100)
0.41	10.3	8.7	0.42	13.5	2.4	90	0.0262	слабка–помірна (98)
0.50	12.9	9.3	0.09	15.8	2.4	40	0.0607	помірна–сильна (100)
0.54	15.4	9.8	4.79	18.3	2.2	340	0.0065	немає (45)
0.88	18.0	9.8	0.41	20.5	-0.5	80	-0.0061	немає (98)
0.96	17.0	10.6	2.88	20.0	0.1	40	0.0035	немає (74)
1.00	17.0	10.8	0.70	20.1	-1.7	160	-0.0107	немає (95)
1.16	15.9	9.3	56.84	18.4	-0.3	260	-0.0010	немає (0)
1.42	15.9	8.7	0.28	18.2	-1.3	40	-0.0337	слабка–помірна (100)
1.46	14.7	8.2	0.07	16.8	-0.6	40	-0.0145	слабка (100)
1.50	14.6	7.1	1.17	16.3	-0.8	110	-0.0070	немає (91)
1.61	14.0	6.6	23.19	15.5	1.6	290	0.0054	немає (0)
1.90	15.7	6.6	1.45	17.0	1.1	50	0.0222	слабка–помірна (88)
1.95	16.9	6.6	0.22	18.1	1.7	50	0.0345	помірна (100)
2.00	18.6	7.0		19.9				

Примітка. У дужках в останньому стовпчику вказано ймовірність виникнення турбулентності.

За отриманими результатами можна бачити, що не завжди, коли навіть ймовірність виникнення турбулентності складає 100 %, інтенсивність турбулентності набуває великих значень.

10.3 Контрольні запитання до теми

1. Які фактори обумовлюють розвиток турбулентності в нестратифікованому і стратифікованому середовищах?
2. Число Рейнольдса та його фізичне тлумачення.
3. Число Річардсона і його фізичне тлумачення.
4. Від яких величин залежить число Рейнольдса?
5. Для стратифікованої рідини як критерій розвитку турбулентності в течії використовується число Рейнольдса чи число Річардсона?
6. Для атмосфери має сенс використовувати число Рейнольдса чи число Річардсона? Відповідь обґрунтуйте.
7. Які значення числа Рейнольдса і Річардсона є критичними для переходу ламінарного руху в турбулентний?

10.4 Задачі для самостійного розв'язання

Задачі на визначення числа Річардсона та його аналіз

Умова. В таблиці надано дані радіозондування. За цими даними визначте інтегральне число Річардсона, ймовірність виникнення турбулентності та її інтенсивність. Зробити аналіз отриманих результатів.

Зауваження. В умовах всіх задач як характеристику вологості надано відносну вологість. Для розрахунку віртуальної температури необхідно відносну вологість перевести у масову частку водяної пари, скориставшись

формулою Магнуса $E = 6.1 \cdot 10^{\frac{7.45t}{235+t}}$, якщо $t \geq -25.0^{\circ}\text{C}$; $E = 6.1 \cdot 10^{\frac{9.5t}{265.5+t}}$, якщо $t < -25.0^{\circ}\text{C}$.

Варіант № 1

Дані радіозондування на військовому аеродромі Пратіка-ді-Маре, Італія, за 00 СГЧ 22 липня 2013 р.

тиск, p , гПа	висота, z , м	температура, T , °C	відносна вологість, r , %	напрямок вітру, dd , °	модуль швидкості вітру, $ \vec{V} $, вузли
1011.0	32	21.0	82	30	8
1010.0	41	20.8	81	35	8
1000.0	134	25.0	54	85	4
995.0	178	25.6	47	82	4
925.0	816	22.8	41	35	4
850.0	1545	17.2	42	15	6
777.0	2303	11.5	52	60	10
769.0	2391	10.8	54	73	11
765.0	2434	10.5	53	80	12
736.0	2753	8.4	51	55	11
700.0	3168	5.6	49	50	12
695.0	3226	5.2	48	50	11
680.0	3404	3.8	48	36	11
663.0	3609	2.5	46	20	11
647.0	3807	1.2	44	32	11
616.0	4200	-0.5	17	55	10
605.0	4345	-1.1	12	58	10
595.0	4477	-1.9	15	60	10
583.0	4638	-2.8	19	45	10
564.0	4901	-4.3	28	51	10
538.0	5272	-6.3	19	61	9
500.0	5840	-10.3	8	75	8
437.0	6858	-17.7	6	75	5
400.0	7510	-23.1	10	75	3

Варіант № 2

Дані радіозондування в аеропорті Бордо, Франція,
за 00 СГЧ 23 серпня 2013 р.

тиск, p , гПа	висота, z , м	температура, T , °С	відносна вологість, r , %	напрямок вітру, dd , °	модуль швидкості вітру, $ \vec{V} $, вузли
1010.0	61	21.0	99	210	2
1000.0	129	20.0	97	220	6
997.0	155	19.6	97	223	7
975.0	348	19.8	94	248	18
973.0	366	20.4	73	250	19
968.0	410	21.8	38	261	17
931.0	748	21.2	53	342	3
925.0	804	20.8	56	355	1
922.0	832	20.6	57	0	0
857.0	1461	16.8	89	174	11
855.0	1481	16.7	87	180	11
850.0	1531	16.4	82	185	11
818.0	1857	14.4	48	194	11
800.0	2045	14.2	6	199	11
761.0	2465	13.6	3	211	10
752.0	2565	13.4	26	213	10
700.0	3162	8.0	49	230	10
618.0	4175	-1.5	91	261	10
600.0	4410	-3.7	42	268	10
564.0	4897	-6.7	53	284	9
552.0	5065	-7.7	32	289	9
540.0	5236	-8.7	67	294	9
522.0	5499	-10.1	73	303	9
514.0	5618	-10.9	40	307	9
507.0	5723	-11.5	33	310	9
500.0	5830	-12.1	28	310	10
486.0	6046	-13.5	15	314	12
475.0	6219	-13.3	6	317	13
400.0	7500	-21.5	4	340	25

Варіант № 3

Дані радіозондування в аеропорту Стамбул, Турція,
за 00 СГЧ 23 серпня 2013 р.

тиск, p , гПа	висота, z , м	температура, T , °С	відносна вологість, r , %	напрямок вітру, dd , °	модуль швидкості вітру, $ \vec{V} $, вузли
1010.0	39	23.2	73	30	2
1000.0	103	23.0	76	50	6
964.0	422	20.8	82	55	20
951.0	541	20.0	84	55	20
925.0	780	18.2	83	55	19
883.0	1177	16.4	52	64	17
855.0	1450	14.2	68	70	15
850.0	1500	13.8	72	65	14
816.0	1843	11.0	82	61	11
805.0	1957	11.4	54	60	10
804.0	1967	11.3	52	60	10
799.0	2019	11.0	43	63	10
796.0	2051	11.0	35	65	10
790.0	2114	11.0	22	87	9
785.0	2167	13.2	24	106	8
778.0	2242	14.0	8	133	6
758.0	2459	12.2	12	210	2
713.0	2968	8.1	32	245	10
700.0	3121	6.8	42	240	13
668.0	3503	3.2	70	237	16
640.0	3845	0.2	67	235	19
609.0	4241	-3.2	64	230	14
596.0	4414	-4.7	63	214	9
585.0	4560	-4.1	8	200	5
581.0	4614	-4.4	7	195	3
553.0	5001	-6.3	2	171	6
525.0	5403	-9.1	5	145	10
500.0	5780	-11.7	11	160	9
435.0	6832	-19.5	34	166	8
418.0	7127	-21.5	20	168	7
411.0	7251	-22.3	53	169	7
400.0	7450	-24.3	66	170	7

Варіант № 4

Дані радіозондування на острові Нордернай, входить до складу Фризьких островів, Німеччина, за 00 СГЧ 23 серпня 2013 р.

тиск, p , гПа	висота, z , м	температура, T , °С	відносна вологість, r , %	напрямок вітру, dd , °	модуль швидкості вітру, $ \vec{V} $, вузли
1010.0	103	7.8	94	320	6
1000.0	182	10.2	79	355	9
998.0	199	10.8	74	0	10
993.0	241	12.2	62	6	11
979.0	360	12.0	58	22	14
972.0	419	11.4	59	30	15
939.0	707	8.8	66	27	16
925.0	831	8.0	61	25	16
895.0	1102	6.0	49	30	15
892.0	1130	5.9	47	30	15
852.0	1504	4.1	33	0	14
850.0	1523	4.0	33	0	14
804.0	1973	2.0	18	344	15
796.0	2054	2.8	14	341	15
778.0	2238	1.8	18	335	15
757.0	2458	0.5	26	350	17
730.0	2749	-1.1	40	350	18
700.0	3083	-2.5	24	350	19
680.0	3313	-3.9	18	349	19
646.0	3715	-7.3	35	346	20
634.0	3861	-7.3	14	346	20
590.0	4418	-11.3	30	342	21
544.0	5037	-14.9	11	339	22
500.0	5670	-19.9	21	335	23
490.0	5816	-21.1	21	330	22
400.0	7280	-32.7	21	345	25

Варіант № 5

Дані радіозондування на ст. Воейково, м. Санкт-Петербург, Російська Федерація, за 00 СГЧ 22 липня 2013 р.

тиск, p , гПа	висота, z , м	температура, T , °С	відносна вологість, r , %	напрямок вітру, dd , °	модуль швидкості вітру, $ \vec{V} $, вузли
1009.0	78	14.6	92	0	0
1000.0	159	14.6	96	335	4
998.0	176	14.6	96	331	4
995.0	201	16.8	96	324	5
966.0	451	15.6	93	260	12
925.0	818	13.8	87	250	12
917.0	891	13.2	87	240	10
895.0	1096	11.7	87	265	12
885.0	1191	11.0	87	256	13
873.0	1305	10.7	84	245	16
850.0	1529	10.0	77	250	17
841.0	1618	10.0	77	249	18
837.0	1657	8.6	72	248	18
813.0	1897	7.4	66	245	19
758.0	2470	4.0	65	237	22
709.0	3007	-0.9	81	230	25
700.0	3110	-1.9	84	230	25
676.0	3387	-3.5	85	235	29
672.0	3434	-3.5	85	236	30
651.0	3686	-2.1	39	241	34
637.0	3859	-3.1	63	245	37
635.0	3883	-3.3	63	245	37
598.0	4356	-6.7	57	247	33
568.0	4757	-7.9	29	249	29
554.0	4951	-8.7	28	250	27
525.0	5367	-10.4	26	235	27
523.0	5396	-10.5	26	235	27
515.0	5514	-12.5	27	237	27
500.0	5740	-13.3	25	240	27
477.0	6093	-16.0	25	245	21
463.0	6316	-17.7	26	248	25
452.0	6495	-18.5	30	250	27
438.0	6728	-19.5	37	249	29
400.0	7390	-25.3	47	245	33

Варіант № 6

Дані радіозондування в м. Шлезвіг, Німеччина, за 00 СГЧ 23 серпня 2013 р.

тиск, p , гПа	висота, z , м	температура, T , °С	відносна вологість, r , %	напрямок вітру, dd , °	модуль швидкості вітру, $ \vec{V} $, вузли
1016.0	48	14.0	91	80	2
1013.0	73	16.2	82	95	6
1010.0	98	16.5	76	110	10
1000.0	182	17.4	59	120	17
997.0	208	17.9	54	120	17
996.0	216	18.0	52	120	17
977.0	381	17.4	44	110	16
971.0	434	17.2	42	111	15
937.0	737	14.6	56	120	10
925.0	846	13.6	63	105	10
923.0	864	13.4	63	105	10
899.0	1084	11.6	69	125	10
850.0	1551	7.6	85	140	8
831.0	1737	5.8	96	138	6
800.0	2047	3.9	79	135	2
793.0	2119	3.4	75	134	3
783.0	2222	4.0	30	132	4
776.0	2295	4.4	33	131	5
769.0	2369	4.2	70	130	6
759.0	2475	4.0	41	128	7
748.0	2594	2.8	78	126	9
743.0	2648	2.5	81	125	10
734.0	2747	1.8	87	119	10
714.0	2969	0.3	87	105	12
700.0	3128	-0.7	86	90	10
697.0	3162	-1.0	86	95	10
691.0	3231	-1.5	86	105	10
669.0	3488	-3.5	84	115	10
659.0	3608	-4.5	83	88	6
649.0	3729	-3.3	18	60	2
645.0	3778	-2.9	10	60	2
614.0	4168	-3.5	4	64	3
500.0	5760	-14.7	10	80	6
420.0	7048	-24.5	5	321	9
410.0	7222	-25.5	14	305	10
400.0	7400	-27.1	42	310	14

Варіант № 7

Дані радіозондування в м. Ноттінгем, Велика Британія,
за 00 СГЧ 23 серпня 2013 р.

тиск, p , гПа	висота, z , м	температура, T , °С	відносна вологість, r , %	напрямок вітру, dd , °	модуль швидкості вітру, $ \vec{V} $, вузли
1005.0	117	17.8	91	170	6
1002.0	143	18.0	89	171	8
991.0	237	17.4	92	175	14
982.0	315	17.0	94	180	20
979.0	342	16.8	95	182	20
971.0	412	17.6	88	188	22
969.0	430	17.6	87	190	22
955.0	554	17.3	79	205	21
934.0	744	17.0	68	213	16
930.0	781	16.7	68	215	15
896.0	1097	14.1	75	205	15
880.0	1249	12.8	79	211	18
871.0	1336	12.4	79	215	20
859.0	1452	11.8	79	215	22
845.0	1589	10.7	81	215	24
833.0	1709	9.8	83	211	27
831.0	1729	9.6	84	210	27
803.0	2013	7.3	93	205	28
802.0	2023	7.2	93	205	28
784.0	2209	5.6	93	205	26
773.0	2325	4.6	93	204	24
753.0	2539	3.4	89	201	19
748.0	2593	3.0	90	200	18
742.0	2658	2.6	90	202	17
733.0	2757	2.1	85	205	15
730.0	2790	2.0	83	206	14
720.0	2902	2.4	65	211	12
711.0	3003	1.7	71	215	10
696.0	3175	0.6	85	215	11
690.0	3245	0.2	80	215	12
679.0	3373	-0.5	73	226	13
670.0	3480	-1.3	76	235	14
662.0	3576	-2.1	79	236	15
638.0	3868	-4.7	84	240	18
632.0	3943	-5.3	85	240	16
621.0	4080	-5.9	58	240	13
616.0	4144	-6.5	80	240	12
609.0	4233	-7.1	67	240	10
606.0	4271	-7.3	62	243	11
601.0	4336	-7.5	86	247	12

Варіант № 8

Дані радіозондування в м. Торсгавн, що розташований на Фарерських островах, Королівство Данія, за 00 СГЧ 23 серпня 2013 р.

тиск, p , гПа	висота, z , м	температура, T , °С	відносна вологість, r , %	напрямок вітру, dd , °	модуль швидкості вітру, $ \vec{V} $, вузли
1011.0	56	11.6	97	150	12
1000.0	148	10.0	89	145	21
935.0	705	7.8	93	155	33
925.0	794	7.4	93	160	33
860.0	1392	4.0	87	164	28
850.0	1487	4.4	85	165	27
841.0	1574	4.6	84	168	28
835.0	1632	3.7	78	170	28
827.0	1710	2.4	71	169	28
781.0	2172	1.6	73	166	31
766.0	2328	-0.7	22	165	32
765.0	2338	-0.7	24	165	32
722.0	2800	-0.3	13	162	35
708.0	2957	0.4	40	161	36
704.0	3002	0.4	37	160	37
700.0	3048	0.2	34	160	37
698.0	3071	0.1	34	160	37
685.0	3220	-0.5	34	165	38
598.0	4298	-4.7	30	178	33
588.0	4430	-5.0	18	180	32
559.0	4827	-5.7	4	180	30
556.0	4869	-5.7	7	180	29
500.0	5690	-11.9	6	180	24
490.0	5842	-13.3	6	175	23
436.0	6720	-21.1	9	194	29
433.0	6771	-21.7	8	195	29
432.0	6788	-21.8	8	195	29
400.0	7350	-26.3	19	190	28

Варіант № 9

Дані радіозондування в м. Сегед, Угорщина, за 00 СГЧ 23 серпня 2013 р.

тиск, p , гПа	висота, z , м	температура, T , °С	відносна вологість, r , %	напрямок вітру, dd , °	модуль швидкості вітру, $ \vec{V} $, вузли
1008.0	83	18.0	56	40	8
1007.0	91	19.2	52	43	9
1002.0	134	19.1	52	60	17
1000.0	151	19.0	52	60	17
987.0	263	18.4	52	60	24
977.0	351	18.9	52	60	29
956.0	538	19.8	52	40	21
925.0	821	18.2	56	10	8
888.0	1168	15.9	57	280	2
850.0	1540	13.4	58	245	4
827.0	1770	11.6	58	241	4
798.0	2068	9.2	87	237	5
775.0	2311	8.2	61	233	6
713.0	2993	2.8	70	222	7
700.0	3142	2.0	75	220	8
662.0	3592	-1.1	90	234	8
647.0	3775	-1.5	64	240	8
597.0	4413	-5.5	86	261	9
579.0	4653	-6.7	49	269	9
551.0	5039	-8.9	34	282	9
545.0	5125	-8.5	8	284	9
524.0	5429	-9.5	18	295	10
523.0	5444	-9.6	18	295	10
500.0	5790	-12.7	36	290	8
477.0	6145	-16.1	55	284	8
464.0	6351	-17.7	34	281	9
459.0	6432	-18.5	74	279	9
452.0	6546	-19.5	83	277	9
451.0	6562	-19.7	82	277	9
440.0	6744	-20.3	40	274	9
428.0	6948	-21.3	58	270	9
410.0	7260	-24.0	65	265	10
400.0	7440	-25.5	70	270	10

Варіант № 10

Дані радіозондування в м. Пасрн, Швеція, за 00 СГЧ 23 серпня 2013 р.

тиск, p , гПа	висота, z , м	температура, T , °С	відносна вологість, r , %	напрямок вітру, dd , °	модуль швидкості вітру, $ \vec{V} $, вузли
960.0	491	13.6	92	210	4
953.0	553	18.0	68	206	4
951.0	572	18.2	67	205	4
947.0	608	18.6	64	140	5
940.0	672	18.5	62	25	6
925.0	810	18.2	60	40	8
921.0	847	18.1	60	55	8
905.0	997	17.6	62	60	0
904.0	1007	17.6	62	0	0
903.0	1016	17.6	62	0	0
901.0	1035	17.5	62	145	0
889.0	1150	17.2	63	158	1
862.0	1413	15.4	67	187	4
850.0	1532	15.6	51	200	6
847.0	1562	15.4	55	201	7
839.0	1643	15.0	73	205	9
830.0	1734	14.3	75	210	12
805.0	1992	12.2	80	214	14
795.0	2096	11.7	63	215	16
792.0	2128	11.6	58	218	15
769.0	2374	9.2	82	238	11
767.0	2395	9.0	83	240	11
758.0	2493	9.0	62	248	9
751.0	2570	9.4	15	255	8
748.0	2603	9.4	10	258	7
742.0	2670	9.0	7	263	6
740.0	2692	8.9	7	265	6
721.0	2907	7.6	7	270	8
718.0	2941	7.4	14	270	8
700.0	3149	5.8	45	275	10
689.0	3278	4.9	46	245	14
642.0	3852	1.0	51	276	7
636.0	3927	0.7	42	280	6
633.0	3965	0.5	38	290	8
627.0	4042	0.2	31	286	8
608.0	4288	-2.1	59	272	9
589.0	4540	-3.5	50	258	10
538.0	5248	-10.1	71	217	14
530.0	5363	-11.3	61	210	14

11 ЗМІНА ШВИДКОСТІ І НАПРЯМКУ ВІТРУ З ВИСОТОЮ У ВІЛЬНОМУ ГРАНИЧНОМУ ШАРІ. СПІРАЛЬ ЕКМАНА

11.1 Повчання по вивченню теми

Десята тема (стор. 115-119 Конспекту [1]) знайомить студента з моделлю Екмана, яка описує зміну вітру з висотою в граничному шарі атмосфери. Тому, при вивченні цієї теми студенту потрібно звернути увагу на такі базові знання та вміння:

1. припущення, при яких будується модель Екмана (стор. 116 Конспекту [1]);
2. діаграма сил, під впливом яких формується рух повітря в граничному шарі атмосфери (стор. 115 Конспекту [1]);
3. вертикальний розподіл швидкості вітру у граничному шарі атмосфери, що випливає з моделі Екмана, та вплив стратифікації та цей розподіл (стор. 118-119 Конспекту [1]);
Зверніть увагу на зміну швидкості і кута нахилу вітру до осі X з висотою (стор. 119)!
Зверніть увагу на годограф швидкості вітру за моделлю Екмана (рис. 4.2 на стор. 118)!
4. вертикальний розподіл основних сил (сили баричного градієнта, сили Коріоліса і сили турбулентної в'язкості) у граничному шарі атмосфери (стор. 116-117 Конспекту [1]).

Засвоєння цих базових знань дає можливість отримати оцінку „задовільно” на підсумковій атестації. Закріплення отриманих при вивченні десятої теми знань та вмінь відбувається за допомогою практичних задач. Нижче наводяться приклади задач та пояснення по їх розв'язанню.

11.2 Приклади розв'язання типових задач

Задача № 1.

Умова. Побудувати спіраль Екмана для широти $\varphi = 55^\circ$ при швидкості геострофічного вітру 5 м/с та коефіцієнті турбулентного обміну $k = 5\text{ м}^2/\text{с}$. Для кожної заданої висоти розрахувати: складові швидкості вітру, кут нахилу вітру, величину та напрямок градієнта тиску, величину та напрямок сили Коріоліса та величину та напрямок сили тертя. Розрахунки провести для висот 25, 50, 100, 200, 400, 600, 800 та 1000 м. Прийняти густину рівною 1.3 кг/м^3 . Визначити висоту граничного шару атмосфери.

Розв'язання задачі.

Спіраль Екмана представляє собою годограф вітру у граничному шарі атмосфери, тобто залежність швидкості вітру від висоти. Спіраль Екмана будується за результатами обчислень аналітичного розв'язку рівнянь руху, отриманим при деяких суттєвих спрощеннях (Підручник [1], стор. 245), а саме:

$$u = u(z), \quad v = v(z), \quad w = 0, \quad k = \text{const}, \quad \rho = \text{const}$$

та таких граничних умовах (Конспект [1], стор. 246–247):

$$\begin{aligned} \text{при } z = 0 \quad u = v = 0, \\ \text{при } z \rightarrow H \quad u \rightarrow u_g, \quad v \rightarrow v_g \end{aligned}$$

Аналітичний розв'язок спрощених рівнянь руху має вигляд:

$$\begin{aligned} u &= u_g - e^{-az} (u_g \cos az + v_g \sin az), \\ v &= v_g - e^{-az} (v_g \cos az - u_g \sin az), \end{aligned}$$

де $a = \sqrt{\frac{\omega_z}{k}}$.

Для окремого випадку, коли вісь OX співпадає за напрямком з напрямком геострофічного вітру ($v_g = 0$, $u_g = V_g$), формули приймають вигляд (Підручник [1], стор. 248):

$$\begin{aligned} u &= V_g (1 - e^{-az} \cos az), \\ v &= V_g e^{-az} \sin az. \end{aligned}$$

Кут між вектором геострофічного вітру та вектором вітру на будь-якій висоті визначається як

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v}{u} = \frac{e^{-az} \sin az}{1 - e^{-az} \cos az}.$$

Розрахуємо величину $a = \sqrt{\frac{\omega_z}{k}} = \sqrt{\frac{7.29 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1} \sin 55^\circ}{5 \frac{\text{M}^2}{\text{c}}}} \approx 0.0034 \text{ M}^{-1}$

Для знаходження складових швидкості вітру та кута нахилу вітру всі розрахунки доречно оформити в таблицю:

z	az	e^{-az}	$\sin az$	$\cos az$	u	v	$\operatorname{tg} \alpha$	α
25	0.0864	0.9169	0.0863	0.9963	0.4	0.4	0.9143	42.4
50	0.1728	0.8407	0.1719	0.9851	0.9	0.7	0.8412	40.1
100	0.3456	0.7068	0.3388	0.9409	1.7	1.2	0.7146	35.5
200	0.6912	0.4995	0.6374	0.7705	3.1	1.6	0.5176	27.4
400	1.3824	0.2495	0.9823	0.1873	4.8	1.2	0.2571	14.4
600	2.0735	0.1246	0.8763	-0.4818	5.3	0.5	0.1030	5.9
800	2.7647	0.0622	0.3680	-0.9298	5.3	0.1	0.0217	1.2
1000	3.4559	0.0311	-0.3092	-0.9510	5.1	-0.05	-0.0093	-0.5

Зауваження. Розраховуючи синус та косинус, слід пам'ятати, що значення величини az отримуємо у радіанах.

Спіраль Екмана зазвичай будують у системі координат u, v де значення u відкладають уздовж вісі OX , а значення v – уздовж вісі OY , отримані точки з'єднують з початком координат векторами, а їх кінцівки – плавною лінією.

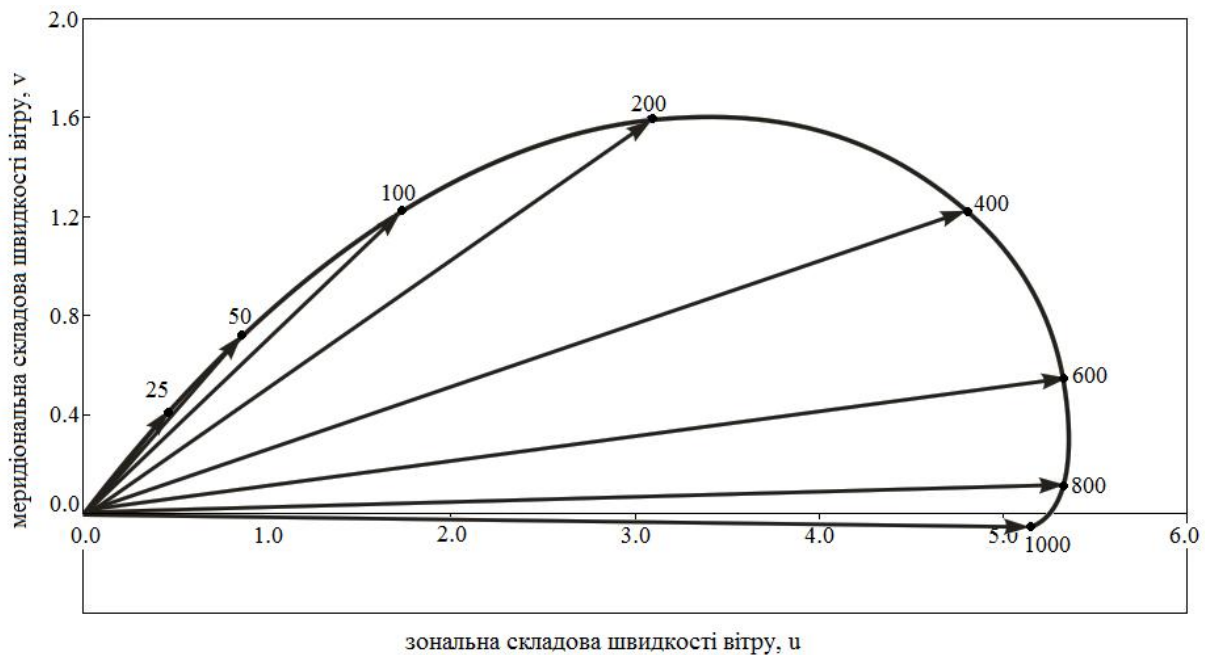


Рисунок 11.1 – Спіраль Екмана, що побудована за даними розрахунків таблиці.

Використовуючи спіраль Екмана для опису зміни вітру у граничному шарі атмосфери з висотою, ми розглядаємо сталий рух (стор. 116 Конспекту [1]), що означає, що цей рух виникає при рівновазі трьох сил, а

саме, сили баричного градієнта, сили Коріоліса та сили турбулентної в'язкості (див. рис. 11.2).

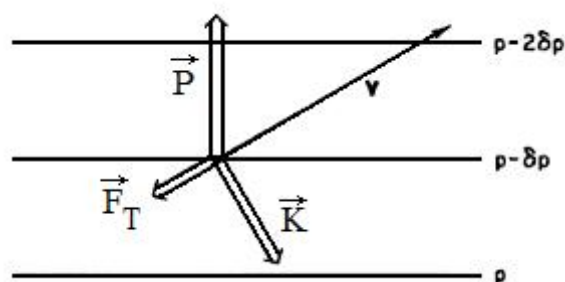


Рисунок 11.2 – Баланс сил при сталому русі в граничному шарі атмосфери (\vec{P} , \vec{F}_T та \vec{K} – сила баричного градієнта, сила турбулентної в'язкості та сила Коріоліса відповідно).

Знайдемо величину та напрямок градієнта тиску. Модель Екмана отримується при припущенні, що градієнт тиску у граничному шарі атмосфери з висотою є величиною незмінною. Таким чином, сила баричного градієнта також не змінюватиметься з висотою.

Отже, змінюватись з висотою будуть тільки сила Коріоліса та сила турбулентної в'язкості таким чином, щоб їх сума на будь-якій висоті та в будь-якій момент часу врівноважувала силу баричного градієнта (див. рис. 2.6).

Оскільки вісь OX спрямовано в напрямку вектора геострофічного вітру, то напрямок баричного градієнта буде протилежним напрямку вісі OY , тому $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$, а $\frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial n}$. Величину баричного градієнта можна отримати з виразу для геострофічного вітру:

$$V_g = \frac{1}{2\omega_z \rho} \frac{\partial p}{\partial n} \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial n} = 2\omega_z \rho V_g,$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 2 \cdot 7.29 \cdot 10^{-5} \text{ c}^{-1} \cdot \sin 55^\circ \cdot 1.3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 5 \frac{\text{м}}{\text{с}} \approx 77.63 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Па}}{\text{м}} = 0.8 \frac{\text{гПа}}{100 \text{ км}},$$

$$\text{або } \frac{\partial p}{\partial y} = -0.8 \frac{\text{гПа}}{100 \text{ км}}$$

Записавши спрощені рівняння руху для балансу трьох сил: сили баричного градієнта, сили Коріоліса та сили турбулентної в'язкості, знайдемо вирази також для сили Коріоліса та сили турбулентної в'язкості:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = 2\omega_z v + k_z \frac{d^2 u}{dz^2},$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = -2\omega_z u + k_z \frac{d^2 v}{dz^2}.$$

Величину сили Коріоліса можна знайти як $|\vec{K}| = 2\omega_z \sqrt{u^2 + v^2}$. Оскільки $\frac{\partial p}{\partial x} = 0$, а $\frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial n}$, то

$$2\omega_z v = -k_z \frac{d^2 u}{dz^2},$$

$$k_z \frac{d^2 v}{dz^2} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + 2\omega_z u.$$

Тоді величину сили турбулентної в'язкості можна знайти як

$$|\vec{F}_T| = \sqrt{\left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + 2\omega_z u\right)^2 + (2\omega_z v)^2}.$$

Для того, щоб знайти величину сили Коріоліса та сили турбулентної в'язкості зручно заповнити таблицю:

z	u	v	$ \vec{V} $	$ \vec{K} \cdot 10^5 \frac{\text{M}}{\text{c}^2}$	$2\omega_z u \cdot 10^5 \frac{\text{M}}{\text{c}^2}$	$2\omega_z v \cdot 10^5 \frac{\text{M}}{\text{c}^2}$	$ \vec{F}_T \cdot 10^5 \frac{\text{M}}{\text{c}^2}$
25	0.4	0.4	0.6	7.0	5.2	4.7	54.8
50	0.9	0.7	1.1	13.4	10.3	8.6	50.2
100	1.7	1.2	2.1	24.6	20.0	14.3	42.2
200	3.1	1.6	3.5	41.4	36.7	19.0	29.8
400	4.8	1.2	4.9	58.8	56.9	14.6	14.9
600	5.3	0.5	5.3	63.6	63.3	6.5	7.4
800	5.3	0.1	5.3	63.2	63.2	1.4	3.7
1000	5.1	-0.05	5.1	61.5	61.5	-0.6	1.9

Зауваження. Підставляючи в вираз $|\vec{F}_T| = \sqrt{\left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + 2\omega_z u\right)^2 + (2\omega_z v)^2}$ модуль сили баричного градієнта $\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y}$ необхідно перевести гПа в Па, а км – в метри.

Висоту верхньої межі граничного шару атмосфери знайдемо за формулою:

$$H = \pi \sqrt{\frac{k}{\omega_z}},$$

$$H = 3.14 \sqrt{\frac{5 \frac{\text{м}^2}{\text{с}}}{7.29 \cdot 10^{-5} \text{с}^{-1} \cdot \sin 55^\circ}} \approx 909 \text{ м}.$$

11.3 Контрольні запитання до теми

1. Які сили діють в умовах стаціонарного горизонтально–однорідного граничного шару атмосфери?
2. При яких припущеннях будується модель Екмана?
3. Від яких величин залежать значення складових швидкості вітру у вільному граничному шарі?
4. Якій профіль вітру спостерігається в екманівському граничному шарі?
5. Як змінюється напрямок вітру з висотою в граничному шарі атмосфери?
6. Що таке кут нахилу вітру? Чому він дорівнює біля поверхні землі (на верхній границі ГША)? Чому дорівнює його максимальне значення?

11.4 Задачі для самостійного розв'язання

Задачі на визначення величини і напрямку вітру в граничному шарі атмосфери

1. Побудувати спіраль Екмана для широти $\varphi = 55^\circ$ при швидкості геострофічного вітру 10 м/с та коефіцієнті турбулентного обміну $k = 5 \text{ м}^2/\text{с}$. Для кожної заданої висоти розрахувати: складові швидкості вітру, кут нахилу вітру, величину та напрямок градієнта тиску, величину та напрямок сили Коріоліса та величину та напрямок сили тертя. Розрахунки провести для висот 25, 50, 100, 200, 400, 600, 800 та 1000 м. Прийняти густину рівною 1.3 кг/м^3 . Визначити висоту граничного шару атмосфери.

2. Побудувати спіраль Екмана для широти $\varphi = 35^{\circ}$ при швидкості геострофічного вітру 7 м/с та коефіцієнті турбулентного обміну $k = 5\text{ м}^2/\text{с}$. Для кожної заданої висоти розрахувати: складові швидкості вітру, кут нахилу вітру, величину та напрямок градієнта тиску, величину та напрямок сили Коріоліса та величину та напрямок сили тертя. Розрахунки провести для висот $100, 200, 300, 500, 700, 900$ та 1200 м. Прийняти густину рівною 1.3 кг/м^3 . Визначити висоту граничного шару атмосфери.
3. Побудувати спіраль Екмана для широти $\varphi = 45^{\circ}$ при швидкості геострофічного вітру 10 м/с та коефіцієнті турбулентного обміну $k = 7\text{ м}^2/\text{с}$. Для кожної заданої висоти розрахувати: складові швидкості вітру, кут нахилу вітру, величину та напрямок градієнта тиску, величину та напрямок сили Коріоліса та величину та напрямок сили тертя. Розрахунки провести для висот $25, 50, 100, 200, 400, 600, 800$ та 1000 м. Прийняти густину рівною 1.3 кг/м^3 . Визначити висоту граничного шару атмосфери.
4. Побудувати спіраль Екмана для широти $\varphi = 60^{\circ}$ при швидкості геострофічного вітру 15 м/с та коефіцієнті турбулентного обміну $k = 5\text{ м}^2/\text{с}$. Для кожної заданої висоти розрахувати: складові швидкості вітру, кут нахилу вітру, величину та напрямок градієнта тиску, величину та напрямок сили Коріоліса та величину та напрямок сили тертя. Розрахунки провести для висот $100, 200, 300, 500, 700, 900$ та 1200 м. Прийняти густину рівною 1.3 кг/м^3 . Визначити висоту граничного шару атмосфери.
5. Побудувати спіраль Екмана для широти $\varphi = 50^{\circ}$ при швидкості геострофічного вітру 20 м/с та коефіцієнті турбулентного обміну $k = 5\text{ м}^2/\text{с}$. Для кожної заданої висоти розрахувати: складові швидкості вітру, кут нахилу вітру, величину та напрямок градієнта тиску, величину та напрямок сили Коріоліса та величину та напрямок сили тертя. Розрахунки провести для висот $50, 200, 400, 600, 800$ та 1200 м. Прийняти густину рівною 1.3 кг/м^3 . Визначити висоту граничного шару атмосфери.
6. Побудувати спіраль Екмана для широти $\varphi = 40^{\circ}$ при швидкості геострофічного вітру 17 м/с та коефіцієнті турбулентного обміну $k = 8\text{ м}^2/\text{с}$. Для кожної заданої висоти розрахувати: складові швидкості вітру, кут нахилу вітру, величину та напрямок градієнта тиску, величину та напрямок сили Коріоліса та величину та напрямок сили тертя. Розрахунки провести для висот $25, 50, 100, 200, 400, 600, 800$ та 1000 м. Прийняти густину рівною 1.3 кг/м^3 . Визначити висоту граничного шару атмосфери.

7. Побудувати спіраль Екмана для широти $\varphi = 65^{\circ}$ при швидкості геострофічного вітру 23 м/с та коефіцієнті турбулентного обміну $k = 6\text{ м}^2/\text{с}$. Для кожної заданої висоти розрахувати: складові швидкості вітру, кут нахилу вітру, величину та напрямок градієнта тиску, величину та напрямок сили Коріоліса та величину та напрямок сили тертя. Розрахунки провести для висот $100, 300, 400, 600, 800, 1000$ та 1300 м. Прийняти густину рівною 1.3 кг/м^3 . Визначити висоту граничного шару атмосфери.
8. Побудувати спіраль Екмана для широти $\varphi = 55^{\circ}$ при швидкості геострофічного вітру 15 м/с та коефіцієнті турбулентного обміну $k = 9\text{ м}^2/\text{с}$. Для кожної заданої висоти розрахувати: складові швидкості вітру, кут нахилу вітру, величину та напрямок градієнта тиску, величину та напрямок сили Коріоліса та величину та напрямок сили тертя. Розрахунки провести для висот $25, 50, 100, 200, 400, 600, 800$ та 1000 м. Прийняти густину рівною 1.3 кг/м^3 . Визначити висоту граничного шару атмосфери.
9. Побудувати спіраль Екмана для широти $\varphi = 55^{\circ}$ при швидкості геострофічного вітру 5 м/с та коефіцієнті турбулентного обміну $k = 5\text{ м}^2/\text{с}$. Для кожної заданої висоти розрахувати: складові швидкості вітру, кут нахилу вітру, величину та напрямок градієнта тиску, величину та напрямок сили Коріоліса та величину та напрямок сили тертя. Розрахунки провести для висот $25, 50, 100, 200, 400, 600, 800$ та 1000 м. Прийняти густину рівною 1.3 кг/м^3 . Визначити висоту граничного шару атмосфери.
10. Побудувати спіраль Екмана для широти $\varphi = 55^{\circ}$ при швидкості геострофічного вітру 5 м/с та коефіцієнті турбулентного обміну $k = 5\text{ м}^2/\text{с}$. Для кожної заданої висоти розрахувати: складові швидкості вітру, кут нахилу вітру, величину та напрямок градієнта тиску, величину та напрямок сили Коріоліса та величину та напрямок сили тертя. Розрахунки провести для висот $50, 200, 400, 600, 800$ та 1200 м. Прийняти густину рівною 1.3 кг/м^3 . Визначити висоту граничного шару атмосфери.

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
з дисципліни
до практичних занять
з дисципліни „Динамічна метеорологія”
для бакалаврів III року денної та заочної форм
навчання

Спеціальність: „Науки про Землю”

Укладач: Хоменко Інна Анатоліївна, к. геогр. н., доц.

Підп. до друку
Умовн. друк. арк.

Формат Папір
Тираж Зам. №

Надруковано з готового оригінал-макета

Одеський державний екологічний університет
65016, Одеса, вул. Львівська, 15
