

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Одеський державний екологічний університет

ЗАТВЕРДЖЕНО

на засіданні групи  
забезпечення спеціальності  
183 «Технології захисту  
навколишнього середовища»  
від « 22 » березня 2022 року  
протокол № 5

Голова групи  Герасимов О.І.

УЗГОДЖЕНО

Завідувач відділу аспірантури та  
докторантури

МІНІСТЕРСТВО  
ОСВІТИ І НАУКИ  
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ  
ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ



Ільїна А.О.

**СИЛЛАБУС**

навчальної дисципліни

**«Спеціальні розділи «фізико-математичне моделювання систем, явищ,  
процесів довкілля»**

(назва навчальної дисципліни)

**183 «Технології захисту навколишнього середовища»**

(шифр та назва спеціальності)

**Технології захисту навколишнього середовища**

(назва освітньої програми)

**Третій (освітньо-науковий) рівень (PhD)**

(рівень вищої освіти)

**денна**

(форма навчання)

**II**

(рік навчання)

**IV**

(семестр навчання)

**5/150**

(кількість кредитів ЕКТС/годин)

**залік**

(форма контролю)

**«Спеціальні розділи»**

**Загальної та теоретичної фізики**

(кафедра)

Одеса, 2022 р.

183 «Технології захисту навколишнього середовища»

Третій (освітньо-науковий) рівень (PhD)

Автори: Герасимов О.І., зав.кафедри загальної та теоретичної фізики, д.ф.-м.н., проф.; Сідлецька Л.М. зав.лаб. кафедри загальної та теоретичної фізики

(прізвище, ініціали, посада, науковий ступінь, вчена звання)

Поточна редакція розглянута на засіданні кафедри (назва кафедри) від

« 11 » березня \_\_\_\_\_ 2022 року, протокол № 8 .

Викладач: Лекції - Герасимов О.І., зав.кафедри загальної та теоретичної фізики, д.ф.-м.н., проф

Практичні заняття – Герасимов О.І., зав.кафедри загальної та теоретичної фізики, д.ф.-м.н., проф.

---

(вид навчального заняття: прізвище, ініціали, посада, науковий ступінь, вчена звання)

Рецензент \_\_\_\_\_ Софронков О.Н. зав.каф.хімії навк.сер., д.т.н., проф.

(прізвище, ініціали, посада, науковий ступінь, вчена звання)

### Перелік попередніх редакцій

Прізвища та ініціали авторів	Дата, № протоколу	Дата набуття чинності

## 1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Мета	Формування загального уявлення про фізичні концепції в моделюванні процесів у довкіллі, фізичні концепції в екології та елементи фізичного базису, що використовується в моделюванні оточуючого середовища, моделювання систем, явищ та процесів, що відбуваються у довкіллі, за допомогою методів диференціальних рівнянь, та на їх основі - застосування розрахунків за цими моделями до певних прогнозів у довкіллі.
Компетентність	<p><b>Код та зміст компетентності згідно з освітньою програмою:</b></p> <p><b>К13</b> Здатність формулювати та розв'язувати теоретичні фізичні моделі впливу фізичних випромінювань на стан та динаміку систем навколишнього середовища та їх захисту з урахуванням сучасних теорій та розділів фундаментальних наук (теоретичної та експериментальної фізики, біології та медицини, хімії, спеціальних розділів математики, інженерних наук), здійснювати відповідний прогностичний аналіз моделей та систем.</p>
Результат навчання	<p><b>Р131:</b> Здійснювати фізико-математичне моделювання процесів, явищ, які супроводжують створення, експлуатацію та технології систем захисту довкілля.</p> <p><b>Р132:</b> На основі фізико-математичного моделювання систем довкілля, їх взаємодії із збурюючими факторами, здійснювати оцінки та прогноз адекватності, якості та ступенів ризику захисних систем та динамічних сценаріїв захисту.</p>
Базові знання	- основні поняття складних систем, зв'язок між ієрархічними системами, елементів нелінійної динаміки.
Базові вміння	Застосовувати базові фізичні моделі, що використовуються при вивченні екосистем, програмувати та практично здійснювати етапи вирішення конкретної фізичної задачі, а саме - аналіз фізичного процесу, розробку математичної моделі, вибір чисельного методу, складання і відлагодження програми, аналіз результатів розрахунків.

Базові навички	- програмувати в інтегрованому пакеті MATLAB (або MATHEMATICA) як в операційній системі DOS, так і в WINDOWS.
Пов'язані ссиллабуси	-
Попередня дисципліна	-
Наступна дисципліна	-
Кількість годин	лекції: 15 практичні заняття: 15 лабораторні заняття: немає самостійна робота: 120

## 2. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

### Лекційні модулі

Код	Назва модуля та тем	Кількість годин	
		аудиторні	СРС
ЗМ-Л1	<b>Сучасні уявлення про складні системи та їх властивості.</b>		
	Тема 1. <i>Загальні принципи моделювання.</i> Класифікація моделей. Модельні системи, складність, обчислювана складність.	2	5
	Тема 2 <i>Елементи термодинаміки замкнених та відкритих систем</i>	2	5
	Тема 3. <i>Стохастичні системи.</i> Рівняння Ланжевена. Рівняння Фоккера-Планка.	1	5
	Тема 4. <i>Елементи теорії фазових переходів.</i> Фазові переходи I та II роду. Топологічні фазові переходи	2	5
	Тема 5. <i>Мульти-масштабний аналіз впливу нелінійності та неоднорідності на хвильовий транспорт у дискретній та континуальній границі.</i>	1	5
	Підготовка до модульної контрольної роботи МКР1		5
ЗМ-Л2	<b>Методи моделювання фізичних процесів у довкіллі</b>		
	Тема 1. Методи теоретичної побудови моделей у вигляді диференціальних рівнянь та їх систем. Методи символного моделювання.	1	5
	Тема 2. Методи чисельного розв'язку рівнянь руху. Метод молекулярної динаміки.	1	5
	Тема 3. Моделювання за допомогою імовірнісних алгоритмів.	2	5

	Метод Монте-Карло.		
	Тема 4. Моделювання біфуркаційних процесів. Моделювання фракційних об'єктів та процесів.	2	5
	Тема 5. Методи стереологічного аналізу структури багатокомпонентних систем. Фігури Вороного, триангуляція Делоне. Методи графічного представлення результатів моделювання.	1	5
	Підготовка до модульної контрольної роботи МКР2		5
	Разом:	15	60

**Консультації: Герасимов О.І., зав.кафедри загальної та теоретичної фізики, д.ф.-м.н., проф понед. 11.30, ауд. 301**

Прізвище і по батькові викладача, дні тижня та час за розкладом пар академічних годин, аудиторія.

### Практичні модулі

Код	Назва модуля та тем	Кількість годин	
		аудиторні	СРС
ЗМ-ПІ	Практичні заняття - чисельне моделювання фізичних процесів у навколишньому середовищі		
	1. Побудова моделей хвильового транспорту та дифузійних процесів. Використання символічного моделювання для розв'язання теоретичних моделей. Застосування методів графічного представлення результатів.	3	10
	2. Оцінка точності чисельного розв'язку рівнянь руху від алгоритму та кроку дискретизації. Вплив кількості компонентів системи на продуктивність алгоритму, та шляхи її покращення.	3	10
	3. Використання імовірнісних алгоритмів у моделюванні параметрів спектрометричної апаратури. Використання віртуальної $\gamma$ -спектрометричної лабораторії GammaLab для моделювання апаратних спектрів заданих сумішей ізотопів.	2	10
	4. Дослідження критичних процесів на прикладі біфуркації. Дослідження фрактального росту кластера. Перколяція.	2	10
	5. Використання фігур Вороного та триангуляції Делоне, для вивчення структури багатокомпонентних систем.	2	10
	6. Модель Лоренца. Дивний аттрактор. Основи методу розпізнання образів.	3	10
	Разом:	15	60

**Консультації: Герасимов О.І., зав.кафедри загальної та теоретичної фізики, д.ф.-м.н., проф понед. 11.30, ауд. 301**

Прізвище і по батькові викладача, дні тижня та час за розкладом пар академічних годин, аудиторія.

### Самостійна робота студента та контрольні заходи

Код модуля	Завдання на СРС та контрольні заходи	Кількість годин	Строк проведення
ЗМ-Л1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Підготовка до лекційних занять</li> <li>• ПМКР1 (обов'язковий)</li> </ul>	30 5	1-7 тиждень
ЗМ-Л2	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Підготовка до лекційних занять</li> <li>• ПМКР2 (обов'язковий)</li> </ul>	30 5	8-14 тиждень
ЗМ-П1	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Підготовка до практичних занять</li> <li>• УО (обов'язковий)</li> </ul>	50	1-14 тиждень
	• Підготовка до ЗКР	5	15 тиждень
Разом:		120	

#### 1.Методика проведення та оцінювання контрольного заходу ЗМ-Л1.

Модульна контрольна робота МКР1 проводиться у тестовому форматі по завершенню опрацювання матеріалів лекційних занять. Модульна контрольна робота складається з 25 тестових завдань, які охоплюють всі теми даного модуля навчальної дисципліни. Оцінка за правильну відповідь на одне питання – 1 бал. Максимальна оцінка за виконання модульної контрольної роботи дорівнює 25 балам.

#### 2. Методика проведення та оцінювання контрольного заходу ЗМ-Л2.

Модульна контрольна робота МКР2 проводиться у тестовому форматі по завершенню опрацювання матеріалів лекційних занять. Модульна контрольна робота складається з 25 тестових завдань, які охоплюють всі теми даного модуля навчальної дисципліни. Оцінка за правильну відповідь на одне питання – 1 бал. Максимальна оцінка за виконання модульної контрольної роботи дорівнює 25 балам.

#### 3.Методика проведення та оцінювання контрольного заходу ЗМ-П1.

Виконання завдань модуля проводиться у вигляді опрацювання та виконання завдань у вигляді моделювання фізичних процесів у навколишньому середовищі у комп'ютерному класі. На кожному занятті магістри виконують завдання за відповідними темами.

Максимальна оцінка за виконання модуля ЗМ-П1 дорівнює 50 балам.

#### 4. Методика проведення та оцінювання контрольного заходу для семестрового заліку

Допуск до семестрового заліку за підсумками модульного накопичувального контролю регламентуються п. 2.4 Положення про проведення підсумкового контролю знань студентів, а саме, студент вважається допущеним до підсумкового семестрового контролю з навчальної дисципліни, якщо він виконав всі види робіт, передбачені робочою навчальною програмою дисципліни і набрав за модульною системою суму балів не менше 50 балів за теоретичну та практичну частину (для заліку). Якщо дисципліна закінчується заліком, то студент пише залікову контрольну роботу, а інтегральна оцінка (В) по дисципліні

розраховується за формулою

$$B = 0,75 \times O3 + 0,25 \times O3KP,$$

де O3 – кількісна оцінка (у відсотках від максимально можливої) за змістовними модулями;

O3KP – кількісна оцінка (у відсотках від максимально можливої) залікової контрольної роботи.

Студент, який не має на початок заліково-екзаменаційної сесії заборгованості по дисципліні, що завершується заліком, отримує якісну оцінку («зараховано» або «не зараховано»), якщо має на останній день семестру інтегральну суму балів поточного контролю, достатню (60 балів та більше) для отримання позитивної оцінки, та не менше 50 балів за залікову контрольну роботу.

Білет ЗКР у формі тестів складається з 20-питань, в які входять теми лекційних та практичних модулів. Максимальна можлива оцінка 100 балів еквівалентна 100% правильних відповідей.

### **3. РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ СТУДЕНТІВ**

**Повчання по послідовному вивченню теоретичного матеріалу.**

**Модуль ЗМ-Л1 Сучасні уявлення про складні системи та їх властивості.**

**Тема 1.1 Загальні принципи моделювання.**

Під час перших лекційних занять програмою дисципліни рекомендовано ознайомити слухачів із загальними принципами моделювання. Обов'язково потрібно ознайомити їх з існуючою класифікацією моделей, надати поняття: модельні системи, складність, обчислювана складність.

Окремим питанням дисципліни є загальні методи моделювання, методи складання алгоритмів, програмування за цими алгоритмами, програмуванням в інтегрованому пакеті MATLAB (або MATHEMATICA) як в операційній системі DOS, так і в WINDOWS.

Програмою дисципліни запропоновано розібрати у якості першої теми методи теоретичної побудови моделей у вигляді диференціальних рівнянь та їх систем. Вслід за цим питанням магістри мають засвоїти методи символного моделювання.

#### *ЛІТЕРАТУРА*

1. Стратонович Р.Л. Нерівноважна нелінійна термодинаміка, М.: Наука, 1996, с.
2. Худинцев М.М., Співак А.Я. Чисельне моделювання фізичних процесів. Конспект лекцій. – Одеса: ОДЕКУ, 2014, 103 с.
3. Хакен Г. Синергетика. М. Мир, 1980. с.
4. Боголюбов Н.Н., Мітропольський Ю.А. Асимптотичні методи в теорії

нелінійних коливань, М. Наука, 1974. . с.

5. Електронний сайт бібліотеки ОДЕКУ: <http://eprints.library.odeku.edu.ua/>

### *ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ*

- 1.\*Які Ви знаєте модельні системи?
2. Які Ви знаєте методи моделювання навколишнього середовища?
3. \*Що означають поняття складність, обчислювана складність.?
4. \*Що означають алгоритми програмування?
5. Що означає програмування в інтегрованому пакеті MATLAB (або MATHEMATICA)?
6. Які Ви знаєте операційні системи?.

(\* - питання для самоперевірки базових результатів навчання - знань, вмінь, навичок).

### **Тема 1.2 Елементи термодинаміки замкнених та відкритих систем**

Розбираючи цю тему, магістрів потрібно ознайомити з питанням: Релаксація замкненої системи до рівноважного стану; довести Н-теорему Больцмана.

Окремим питанням потрібно розібрати вплив дисипації на незворотність процесів.

Магістрів потрібно ознайомити з питаннями: 1.Стационарні стани у відкритих системах; 2.Зміна ентропії відкритих систем; 3.Життя з точки зору споживання ентропії

### *ЛІТЕРАТУРА*

- 1.Стратонович Р.Л. Нерівноважна нелінійна термодинаміка, М.: Наука, 1996, с.
2. Худинцев М.М., Співак А.Я. Чисельне моделювання фізичних процесів. Конспект лекцій. – Одеса: ОДЕКУ, 2014, 103 с.
3. Хакен Г. Синергетика. М. Мир, 1980. с.
4. Боголюбов Н.Н., Мітропольський Ю.А. Асимптотичні методи в теорії нелінійних коливань, М. Наука, 1974. . с.
5. Електронний сайт бібліотеки ОДЕКУ: <http://eprints.library.odeku.edu.ua/>

### *ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ*

- 1.\*Який стан термодинамічної системи називається рівноважним?
2. Який зміст має Н-теорема Больцмана?
3. \*Що означають у термодинаміці поняття замкненої системи?
4. \*Що означають релаксація замкненої системи ?
5. \*Які процеси у термодинаміці називають зворотними та незворотними?
6. Чи впливає дисипація енергії на незворотність процесів?

(\* - питання для самоперевірки базових результатів навчання - знань, вмінь, навичок).

### **Тема 1.3 Стохастичні системи.**

При розгляді цієї теми магістрам потрібно надати поняття стохастичності, сформулювати основні закони стохастичних систем,



зокрема, згадати закон великих чисел, згадати поняття ймовірності, функцій розподілу та ін..

Магістри мають застосовувати ці поняття та закони до розв'язання задач захисту довкілля.

Слухачам потрібно довести, що для моделювання стохастичного руху окремих дисперсних частинок у фізиці існують чіткі закони, наприклад, закон Ейнштейна. Класичні диференціальні рівняння описують такий рух. Магістрам потрібно записати рівняння Ланжевена і надати його фізичний зміст. Потрібно записати рівняння Фоккера-Планка і показати, як змінюється функція розподілу, яка є розв'язком цього рівняння.

### *ЛІТЕРАТУРА*

1. Стратонович Р.Л. Нерівноважна нелінійна термодинаміка, М.: Наука, 1996, с.
2. Худинцев М.М., Співак А.Я. Чисельне моделювання фізичних процесів. Конспект лекцій. – Одеса: ОДЕКУ, 2014, 103 с.
3. Хакен Г. Синергетика. М. Мир, 1980. с.
4. Боголюбов Н.Н., Мітропольський Ю.А. Асимптотичні методи в теорії нелінійних коливань, М. Наука, 1974. . с.
5. Електронний сайт бібліотеки ОДЕКУ: <http://eprints.library.odeku.edu.ua/>

### *ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ*

1. \*Який фізичний процес називається стохастичним?
  2. Який зміст має рівняння Ланжевена?
  3. \*Що означає поняття стохастичності системи?
  4. \*Як нормується функція ймовірності?
  5. \*Що називається ймовірністю?
  6. \*Який рух у механіці описує закон Ейнштейна?
  7. Як у законі Ейнштейна зміщення броунівської частинки пов'язане із коефіцієнтом дифузії?
  8. Який зміст має рівняння Фоккера-Планка?
- (\* - питання для самоперевірки базових результатів навчання - знань, вмінь, навичок).

### **Тема 1.4 *Елементи теорії фазових переходів.***

При розгляді цієї теми магістрам потрібно надати поняття фазових переходів 1-го та 2-го роду. Навести приклади фазових переходів 1-го роду. Потрібно надати знання, що відбувається з густиною речовини при фазових переходах 1-го роду.

Потрібно розібрати, які фізичні процеси називається фазовими переходами 2-го роду, а також, яка фізична величина має розрив при фазових переходах 2-го роду. Потрібно навести приклади фазових переходів 2-го роду

Під час лекційних занять потрібно роз'яснити магістрам, що називають топологічними процесами і як моделювати такі процеси.

Навести приклади топологічних фазових переходів.

#### *ЛІТЕРАТУРА*

1. Стратонович Р.Л. Нерівноважна нелінійна термодинаміка, М.: Наука, 1996, с.
2. Худинцев М.М., Співак А.Я. Чисельне моделювання фізичних процесів. Конспект лекцій. – Одеса: ОДЕКУ, 2014, 103 с.
3. Хакен Г. Синергетика. М. Мир, 1980. с.
4. Боголюбов Н.Н., Мітропольський Ю.А. Асимптотичні методи в теорії нелінійних коливань, М. Наука, 1974. . с.
5. Електронний сайт бібліотеки ОДЕКУ: <http://eprints.library.odeku.edu.ua/>

#### *ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ*

1. \*Які фізичні процеси називається фазовими переходами 1-го роду?
  2. \*Яка фізична величина має розрив при фазових переходах 1-го роду?
  3. \*Які фізичні процеси називається фазовими переходами 2-го роду?
  4. \*Яка фізична величина має розрив при фазових переходах 2-го роду?
  5. Навести приклади фазових переходів 2-го роду.
  6. Що називають топологічними процесами?
- (\* - питання для самоперевірки базових результатів навчання - знань, вмінь, навичок).

### **Тема 1.5 *Мульти-масштабний аналіз впливу нелінійності та неоднорідності на хвильовий транспорт у дискретній та континуальній границі.***

Такий аналіз під час лекції можливо зробити на прикладі розсіяння хвиль на неоднорідностях, скажімо, гранульованої системи. При цьому розмір гранул повинен відповідати розміру хвиль.

Записуючи хвильове рівняння, проаналізувати вплив неоднорідності на розсіяння хвилі крізь задану нелінійну та неоднорідну систему.

Показати критерії, які характеризують проходження або розсіяння хвиль у дискретній та континуальній границі.

#### *ЛІТЕРАТУРА*

1. Стратонович Р.Л. Нерівноважна нелінійна термодинаміка, М.: Наука, 1996, с.
2. Худинцев М.М., Співак А.Я. Чисельне моделювання фізичних процесів. Конспект лекцій. – Одеса: ОДЕКУ, 2014, 103 с.
3. Хакен Г. Синергетика. М. Мир, 1980. с.
4. Боголюбов Н.Н., Мітропольський Ю.А. Асимптотичні методи в теорії нелінійних коливань, М. Наука, 1974. . с.
5. Електронний сайт бібліотеки ОДЕКУ: <http://eprints.library.odeku.edu.ua/>

#### *ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ*

1. \*Які фізичні процеси називається хвильовими?

2. \*Навести приклади хвильових процесів у довкіллі.
  3. \*Як записується рівняння хвилі?
  4. \*Як екранувати шкідливі випромінювання застосовуючи гранульовані системи?
  5. Які критерії характеризують проходження або розсіяння хвиль у дискретній та континуальній границі?
  6. Чи має значення довжина хвилі у процесі розсіяння хвиль?
  7. Що показує хвильовий вектор?
- (\* - питання для самоперевірки базових результатів навчання - знань, вмінь, навичок).

## **Модуль ЗМ-Л2 Методи моделювання фізичних процесів у довкіллі**

### **Тема 2.1 Методи теоретичної побудови моделей у вигляді диференціальних рівнянь та їх систем. Методи символного моделювання.**

При розгляді цієї теми магістрам потрібно надати поняття фізичної та математичної моделей. Будь-який процес моделювання пов'язаний із виділенням якихось-то одних особливостей та нехтуванням іншими особливостями. Це певне спрощення реальних процесів, яке дозволяє застосувати відомі математичні прийоми для опису процесу та отримати результат розрахунків, який після обов'язково перевіряється дослідним шляхом, наприклад, за допомогою експерименту.

Фізичні моделі допомагають представити механізм процесу у вигляді спрощеної картинки, яку можна записати математично за допомогою диференціальних рівнянь.

Зазвичай природні процеси є нелінійними, тобто у рівняння входять нелінійні математичні функції, наприклад експоненти.

Питання моделювання має достатньо велику історію. Спочатку ці питання розбиралися математично у рамках теорії подібності, яка дозволила виявити певні закони та сформулювати основні правила та теореми, наприклад, теореми Кірпічова. Записані критеріальні відношення для основних фізичних процесів - гідродинамічних, теплових масообмінних та ін. Знайдені критерії цих процесів – Рейнольдса, Грасгофа, Нуссельта та багато інших.

У лекціях потрібно перелічити основні відомі фізичні моделі, наприклад, інерційної системи, модель ідеального газу, моделі атомного ядра та ін. Корисно згадати моделі, які у останні часи використовують для описання поведінки екологічних систем, серед яких – так звані камерні моделі, модель Лоткі - Вольтерра «хижак-жертва» та ін.

### *ЛІТЕРАТУРА*

1. Стратонович Р.Л. Нерівноважна нелінійна термодинаміка, М.: Наука, 1996, с.
2. Худинцев М.М., Співак А.Я. Чисельне моделювання фізичних процесів.

Конспект лекцій. – Одеса: ОДЕКУ, 2014, 103 с.

3. Хакен Г. Синергетика. М. Мир, 1980. с.

4. Боголюбов Н.Н., Мітропольський Ю.А. Асимптотичні методи в теорії нелінійних коливань, М. Наука, 1974. . с.

5. Електронний сайт бібліотеки ОДЕКУ: <http://eprints.library.odeku.edu.ua/>

### *ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ*

1. \*Навести приклади фізичних моделей.

2. \*Як записується рівняння руху?

3.\*Який критерій подібності описує перехід течії з ламінарного у турбулентний?

4.Які критерії характеризують тепло-масообмінні процеси?

5. Які методи символічного моделювання Ви знаєте?

(\*- питання для самоперевірки базових результатів навчання - знань, вмінь, навичок).

### **Тема 2.2 Методи чисельного розв'язку рівнянь руху. Метод молекулярної динаміки.**

При викладанні цієї теми потрібно перш за все пояснити студентам, що для розв'язання диференціальних рівнянь, їх потрібно перетворити у звичайні не диференціальні, оскільки обчислювальна техніка може виконувати тільки дуже прості операції.

Чисельні методи розв'язання різних видів рівнянь - це алгоритми знаходження наближених (а іноді і точних) значень шуканого розв'язання.

Розв'язки алгебраїчних рівнянь мають при цьому вигляд значень аргументів, вчислених з певною мірою точності, а розв'язки диференціальних рівнянь у вигляді таблиці.

Чисельні методи застосовані до дуже широких класів рівнянь і усіх типів завдань для них.

Можна перелічити існуючі чисельні методи і показати у яких випадках застосовується той чи інший метод. Серед них методи ітерацій, різностних схем, метод трапецій, метод Рунге-Кутта та ін..

Методи розв'язання звичайних диференціальних рівнянь вимагають дотримання умови обумовленості, тобто малі зміни початкових умов не повинні призводити до значних змін інтегральних кривих - розв'язок має бути стійким.

Розв'язки систем лінійних рівнянь. Одним з найпоширеніших методів розв'язання систем лінійних рівнянь є метод виключення (Гауса).

У загальному випадку метою є відшукування цим методом розв'язання системи  $n$  неоднорідних рівнянь з  $n$  невідомими .

До уваги магістрів слід довести питання чисельного розв'язання задачі Коші та метод Ейлера Для простоти викладу можна обмежитися розв'язанням задачі Коші. Простою чисельною схемою є метод Ейлера. Виведення методу Ейлера виходить з розкладання в ряд Тейлора функції  $u(x)$  (інтегральної кривої рівняння).

Геометричний зміст методу Ейлера полягає в апроксимації шуканого розв'язання (інтегральній кривій  $y(x)$ ) на відрізку  $[x_k, x_{k+1}]$  відрізком дотичної, проведеної до графіку рішення в точці  $x_k$ ).

Метод Ейлера простий для чисельної реалізації: на кроці  $k$  обчислюється значення  $f(x_k, y_k)$ . Недоліком цього методу є те, що він має високу погрішність обчислень. Основним джерелом похибки обчислень в даному випадку виступає помилка дискретизації, яка виникає в результаті заміни диференціального рівняння різницевою апроксимацією.

Слід розповісти про метод Рунге-Кутти. Ідея методу, запропонованого німецькими математиками К. Рунге і М.В. Куттой, ґрунтується на обчисленні наближеного рішення  $y_{i+1}$  у вузлі  $x_{i+1} = x_i + h$  у вигляді лінійної комбінації з постійними коефіцієнтами. Можна показати, що формула 1-го порядку в даному випадку співпадатиме з формулою Ейлера, який також називається методом Рунге-Кутта першого порядку.

Програмою дисципліни пропонується надати магістрам знання методу молекулярної динаміки, який дозволяє обчислити задачу про рух 10-100 частинок, тобто дає можливість розглядати кластерні системи, у яких кількість частинок знаходиться у такому інтервалі.

#### *ЛІТЕРАТУРА*

1. Стратонович Р.Л. Нерівноважна нелінійна термодинаміка, М.: Наука, 1996, с.
2. Худинцев М.М., Співак А.Я. Чисельне моделювання фізичних процесів. Конспект лекцій. – Одеса: ОДЕКУ, 2014, 103 с.
3. Хакен Г. Синергетика. М. Мир, 1980. с.
4. Боголюбов Н.Н., Мітропольський Ю.А. Асимптотичні методи в теорії нелінійних коливань, М. Наука, 1974. . с.
5. Електронний сайт бібліотеки ОДЕКУ: <http://eprints.library.odeku.edu.ua/>

#### *ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ*

1. \*Який геометричний зміст методу Ейлера?
2. \* Що є основним джерелом похибки обчислень за методом Ейлера?
3. \*Що називається ітераціями у чисельному моделюванні?
4. \*Що дозволяє моделювати метод Рунге-Кутта?
5. Які недоліки методу Ейлера?
6. Яким методом можна розрахувати кластер?

(\* - питання для самоперевірки базових результатів навчання - знань, вмінь, навичок

### **Тема 2.3 *Моделювання за допомогою імовірнісних алгоритмів. Метод Монте-Карло.***

При викладанні цієї теми потрібно перш за все пояснити студентам, що велика кількість задач докільля має ймовірнісний характер. Навіть прогноз погоди, який роблять з дуже давніх часів має ту чи іншу ймовірність.

При розгляді найпростіших задач механіки ми бачимо прояву

стохастичності. Наприклад, броунівський рух маленьких частинок диму обумовлений ймовірнісним характером зіткнень їх з молекулами газового середовища.

При розгляді матеріалу першого модуля магістри мали засвоїти поняття стохастичності, навчитися формулювати основні закони стохастичних систем, знати, що описують функції розподілу та ін..

Магістри мають застосовувати ці поняття та закони до розв'язання задач захисту довкілля.

Викладаючи цю тему, потрібно звернути увагу магістрів на ймовірнісні алгоритми, надати магістрам суть методу Монте-Карло.

Метод Монте-Карло (за назвою міста Монте-Карло, Монако, яке відоме своїми казино) — загальна назва групи числових методів, заснованих на одержанні великої кількості реалізацій стохастичного процесу, який формується у той спосіб, щоб його ймовірнісні характеристики збігалися з аналогічними величинами задачі, яку потрібно розв'язати.

Багато систем є складними для дослідження впливу невизначеності з використанням аналітичних методів. Проте ці системи можна досліджувати, якщо розглядати вхідні дані у вигляді випадкових змінних, повторюючи велику кількість обчислювань  $N$  (ітерацій) задля отримання результату з потрібною точністю.

Метод Монте-Карло — це метод імітації для приблизного відтворення реальних явищ. Він об'єднує аналіз чутливості (сприйнятливості) і аналіз розподілу ймовірностей вхідних змінних. Цей метод дає змогу побудувати модель, мінімізуючи дані.

Побудова моделі починається з визначення функціональних залежностей у реальній системі. Після чого отримують кількісний розв'язок, використовуючи теорію ймовірності й таблиці випадкових чисел.

### *ЛІТЕРАТУРА*

1. Стратонович Р.Л. Нерівноважна нелінійна термодинаміка, М.: Наука, 1996, с.
2. Худинцев М.М., Співак А.Я. Чисельне моделювання фізичних процесів. Конспект лекцій. – Одеса: ОДЕКУ, 2014, 103 с.
3. Хакен Г. Синергетика. М. Мир, 1980. с.
4. Боголюбов Н.Н., Мітропольський Ю.А. Асимптотичні методи в теорії нелінійних коливань, М. Наука, 1974. . с.
5. Електронний сайт бібліотеки ОДЕКУ: <http://eprints.library.odeku.edu.ua/>

### *ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ*

- 1.\* Чи має стохастичний характер рух броунівської частинки?
- 2.\* Чи є стохастичність у природних процесів?



3. \*Що являють собою ітерації у чисельному моделюванні?
  4. \*Що дозволяє моделювати метод Монте-Карло?
  5. \*Яким методом можна розрахувати стохастичний процес?
- (\* - питання для самоперевірки базових результатів навчання - знань, вмінь, навичок)

#### **Тема 2.4 Моделювання біфуркаційних процесів. Моделювання фракційних об'єктів та процесів.**

При розгляді цієї теми магістрам потрібно надати поняття біфуркацій, фракційних об'єктів та процесів із участю таких об'єктів.

Потрібно роз'яснити, що природні процеси найчастіше описуються нелінійними рівняннями, які можуть мати декілька розв'язків, що існують так звані точки біфуркації, які ще називають точками неповернення, оскільки вони пов'язані найчастіше з незворотними процесами.

Об'єкти, розмірність яких не може бути описаною цілочисельним масштабом мають назву фракталів. Потрібно навести приклади фрактальних природних об'єктів: хмари, дерева, беріг моря та ін..

У лекціях потрібно надати основні принципи та методи моделювання таких процесів та об'єктів.

#### *ЛІТЕРАТУРА*

1. Стратонович Р.Л. Нерівноважна нелінійна термодинаміка, М.: Наука, 1996, с.
2. Худинцев М.М., Співак А.Я. Чисельне моделювання фізичних процесів. Конспект лекцій. – Одеса: ОДЕКУ, 2014, 103 с.
3. Хакен Г. Синергетика. М. Мир, 1980. с.
4. Боголюбов Н.Н., Мітропольський Ю.А. Асимптотичні методи в теорії нелінійних коливань, М. Наука, 1974. . с.
5. Електронний сайт бібліотеки ОДЕКУ: <http://eprints.library.odeku.edu.ua/>

#### *ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ*

1. \*Який фізичний процес називається біфуркаційним?
  2. \*Що означає точка біфуркації?
  3. \*Що називається фракталом?
  4. \*Які приклади фрактальних об'єктів?
  5. Яка суть методів моделювання біфуркаційних процесів?
- (\* - питання для самоперевірки базових результатів навчання - знань, вмінь, навичок).

#### **Тема 2.5 Методи стереологічного аналізу структури багатокомпонентних систем.**

Для опису структури складних систем - гранульованих матеріалів, запропонований топологічний метод використання діаграм Вороного. У випадку двовимірної системи встановлені зв'язки між розподілами параметрів моделюючих функцій та структурними характеристиками у конфігураційному просторі.

Корисно ознайомити магістрів з аналітичною формою розподілу площ фігур Вороного та детально проаналізувати поведінку її моментів, яка формується внаслідок структурних перетворень.

Різноманітність типів гранульованих матеріалів, які представлені в природі та використовуються у промисловості (пісок, гравій, ґрунти, будівельні, харчові, фармацевтичні матеріали у гранульованій формі та ін.), зумовлює важливість розуміння природи їх фізичних властивостей.

Завершуючи курс, викладач має надати магістрам методи графічного представлення результатів моделювання.

### *ЛІТЕРАТУРА*

1. Стратонович Р.Л. Нерівноважна нелінійна термодинаміка, М.: Наука, 1996, с.
2. Худинцев М.М., Співак А.Я. Чисельне моделювання фізичних процесів. Конспект лекцій. – Одеса: ОДЕКУ, 2014, 103 с.
3. Хакен Г. Синергетика. М. Мир, 1980. с.
4. Боголюбов Н.Н., Мітропольський Ю.А. Асимптотичні методи в теорії нелінійних коливань, М. Наука, 1974. . с.
5. Електронний сайт бібліотеки ОДЕКУ: <http://eprints.library.odeku.edu.ua/>

### *ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ*

- 1.\* Що являють собою методи стереологічного аналізу?
  - 2.\* Що являє собою фігура Вороного?
  - 3.\* Що називається триангуляцією Делоне?
  - 4.\* Яку особливість має розподіл фігур Пуасона – Вороного для впорядкованих структур?
  5. Як залежить дисперсія розподілу фігур Пуасона – Вороного від ступеня (радіуса) впорядкування структур?
- (\* - питання для самоперевірки базових результатів навчання - знань, вмінь, навичок).

### **Практичний модуль ЗМ-П1. Повчання по послідовному вивченню матеріалу.**

**Практичні заняття - чисельне моделювання фізичних процесів у навколишньому середовищі**

**Тема 1. Побудова моделей хвильового транспорту та дифузійних процесів. Використання символного моделювання для розв'язання теоретичних моделей. Застосування методів графічного представлення результатів.**

При розв'язанні екологічних задач стає зрозумілим, що їхня складність та мультипараметричність вимагають для свого вирішення системного залучення досвіду точних наук, перш за все фізики та хімії.



Природні екологічні системи є надзвичайно складними, у яких весь час відбувається складний енергетичний обмін. Це перш за все тепловий та матеріальний обмін. Ці процеси потребують знань термодинамічних методів розрахунків складних систем, законів екологічної фізики.

Магістри мають вміти моделювати та розраховувати термодинамічні задачі тепло - масообміну природних систем.

Магістри виконують роботу з даної теми за завданням викладача.

Повний опис практичних робіт (теоретичний вступ; методика виконання роботи, завдання до виконання практичних робіт та порядок роботи, послідовність розрахунків та обчислення похибки наведені у відповідних методичних вказівках та конспектах, які має кафедра загальної та теоретичної фізики: [1], [2], [3], [4], [5].

Завдання до виконання практичних робіт та порядок роботи можна знайти на сайті кафедри загальної та теоретичної фізики у системі дистанційного навчання ОДЕКУ [6].

Практичні заняття проводяться у комп'ютерному класі на базі кафедри загальної та теоретичної фізики

**Тема 2. Оцінка точності чисельного розв'язку рівнянь руху від алгоритму та кроку дискретизації. Вплив кількості компонентів системи на продуктивність алгоритму, та шляхи її покращення.**

#### **Повчання**

При викладанні цієї теми потрібно ознайомити студентів з точністю моделювання. Точність моделювання залежить від обраного алгоритму задачі, методу чисельного моделювання, а також від кроку дискретизації. Рекомендується спочатку розібрати ці питання на дуже простих моделях, щоби показати залежність точності розрахунку від цих речей.

Повний опис практичних завдань (теоретичний вступ; методика виконання роботи, завдання до виконання практичних робіт та порядок роботи, послідовність розрахунків та обчислення похибки наведені у відповідних методичних вказівках та конспектах, які має кафедра загальної та теоретичної фізики: [1], [2], [3], [4], [5].

Завдання до виконання практичних робіт та порядок роботи можна знайти на сайті кафедри загальної та теоретичної фізики у системі дистанційного навчання ОДЕКУ [6].

Практичні заняття проводяться в лабораторії радіоекології та комп'ютерному класі на базі кафедри загальної та теоретичної фізики

**Тема 3. Використання імовірнісних алгоритмів у моделюванні параметрів спектрометричної апаратури. Використання віртуальної  $\gamma$ -спектрометричної лабораторії GammaLab для моделювання апаратних спектрів заданих сумішей ізотопів.**

#### **Повчання**

При викладанні цієї теми потрібно ознайомити студентів з

моделюванням за допомогою імовірнісних алгоритмів та з методом Монте-Карло.

Метод Монте-Карло- це метод статистичних випробувань, чисельний метод розв'язку задач за допомогою моделювання випадкових процесів і подій. Вивчаючи цю тему магістри мають ознайомитися з віртуальною  $\gamma$ -спектрометричною лабораторією GammaLab, яка призначена для моделювання апаратних спектрів заданих сумішей ізотопів.

Процес моделювання гамма-спектрів за допомогою GammaLab складається з етапу, коли генеруються так звані шаблони спектрів - набір гамма-спектрів, розрахованих для даного радіонуклідного складу джерела випромінювання та даної геометрії вимірювання.

В основі методики розрахунку шаблонів покладено метод статистичних випробувань (метод Монте-Карло), як найбільш адекватний для розв'язку даної задачі. Застосована схема розрахунку базується на оптимізованому підході, який дозволяє використовувати один і той самий набір стандартизованих функцій відгуку детектора для моделювання спектрів від довільних джерел випромінювання.

Напочатку із використанням імітаційної схеми Монте-Карло відбувається розрахунок нормалізованих функцій відгуку детектора для стандартизованої геометрії вимірювання.

Далі, методом Монте-Карло розраховуються квазіфізичні спектри випромінювання для заданого діапазону енергій гамма-променів, для заданої енергетичної сітки та для заданого набору точок розташування спектрометра (детектор + коліматор) та його орієнтації відносно джерела (контейнер + зразок).

По закінченні розрахунків методом Монте-Карло, із використанням розроблених процедур інтерполяції проводиться суперпозиція квазіфізичних спектрів моноліній у відповідності з інтенсивностями ліній випромінювання джерела для отримання сумарного спектру [5].

Повний опис практичних робіт (теоретичний вступ; методика виконання роботи, завдання до виконання практичних робіт та порядок роботи, послідовність розрахунків та обчислення похибки наведені у відповідних методичних вказівках та конспектах, які має кафедра загальної та теоретичної фізики: [1], [2], [3], [4], [5].

Завдання до виконання практичних робіт та порядок роботи можна знайти на сайті кафедри загальної та теоретичної фізики у системі дистанційного навчання ОДЕКУ [6].

Практичні заняття проводяться в лабораторії радіоекології та комп'ютерному класі на базі кафедри загальної та теоретичної фізики

#### **Тема 4. Дослідження критичних процесів на прикладі біфуркації. Дослідження фрактального росту кластера. Перколяція.**

##### **Повчання**

Перколяція — технологічний процес фільтрування рідини через

нерухомий шар твердої речовини (вилуговування просоченням) з метою вилучення металу (його хімічних сполук) або очищення нафтопродуктів від домішок.

Магістри мають виконати роботу з даної теми за завданням викладача.

Завдання можна знайти у методичних вказівках [1] на сторінках 26-27.

Спостереження явища перколяції у фрактальному кластері.

Побудова графічного зображення фрактала методами «Матлаб».

Повний опис практичних робіт (теоретичний вступ; методика виконання роботи, завдання до виконання практичних робіт та порядок роботи, послідовність розрахунків та обчислення похибки наведені у відповідних методичних вказівках та конспектах, які має кафедра загальної та теоретичної фізики: [1], [2], [3], [4], [5]..

Завдання до виконання практичних робіт та порядок роботи можна знайти на сайті кафедри загальної та теоретичної фізики у системі дистанційного навчання ОДЕКУ [6].

Практичні заняття проводяться у комп'ютерному класі на базі кафедри загальної та теоретичної фізики

**Тема 5. Використання фігур Вороного та триангуляції Делоне, для вивчення структури багатокomпонентних систем.**

#### **Повчання**

Зміст методу Вороного: береться множина з  $n > 3$  точок - центрів  $p$ ,  $q$ , на площині  $S$ . Евклідовська відстань  $pq$  між центрами –це відрізок, який поєднує  $p$  та  $q$ . Береться бісектриса, що є перпендикулярною до відрізка  $pq$  і проходить через його центр. Ця бісектриса розбиває площину на дві півплощини  $D(p,q) = \{x \mid d(p,x) < d(q,x)\}$ , які містять  $p$ ,  $D(q,p)$  та  $q$ .

Отриману ділянку називають фігурою діаграми Вороного для множини  $S$ . Кожна фігура визначається як перетин  $n-1$  відкритих півплощин, в яких містяться центри  $p$ . Кожна фігура Вороного відокремлена від сусідньої. Спільна межа двох фігур Вороного, які відносяться до  $V(S)$ , називається стороною фігури Вороного. Сторона фігури складається більше ніж з однієї точки. Кінцева точка сторони фігури Вороного називається вершиною. Вершина належить не менше ніж трьом фігурам Вороного. Цей метод застосований до опису структури двовимірних гранульованих систем.

Побудови для випадку, коли центри фігур діаграм Вороного випадково розподілені у просторі називаються діаграмами Пуасона – Вороного.

Знаючи функцію розподілу площ Пуасона – Вороного, можна розрізняти структури змішаного типу, оцінювати ступінь впорядкованості та можливість ущільнення системи. Якщо досліджуються системи, які складаються із об'єктів правильної геометричної форми, за допомогою цього методу є можливість безпосереднього моделювання розподілу вільного об'єму у системі.

Метод Вороного дозволяє наочно здійснювати опис характерних змін у структурі гранульованих матеріалів, які відбуваються внаслідок, наприклад, зовнішніх збурень.

Розподіли для визначених типів структур мають характерну поведінку. А саме: для повністю впорядкованих структур має місце різкий максимум у розподілі площ фігур Пуасона – Вороного. Амплітудний коефіцієнт розподілу залежить від ступеня (радіуса) впорядкування. При введенні дефектів у структуру (скажімо - вакансій) відбуваються характерні зміни у поведінці графіку функції розподілу площ фігур Пуасона – Вороного  $f$  у порівнянні із випадком ідеально впорядкованої структури. Якщо система прямує до впорядкованого стану, дисперсія відповідного розподілу зменшується, а також відбувається зсув у бік значень площ фігур Пуасона – Вороного.

Вивчаючи цю тему магістри мають ознайомитися з триангуляцією Делоне.

Кажуть: на безлічі точок на площині задана триангуляція, якщо деякі пари точок сполучені ребром, будь-яка кінцева грань в графові, що вийшов, утворює трикутник, ребра не перетинаються, і граф максимальний за кількістю ребер. Триангуляцією Делоне називається така триангуляція, в якій для будь-якого трикутника вірно, що усередині описаного біля нього кола не знаходиться точок з початкової множини.

Повний опис практичних робіт (теоретичний вступ; методика виконання роботи, завдання до виконання практичних робіт та порядок роботи, послідовність розрахунків та обчислення похибки наведені у відповідних методичних вказівках та конспектах, які має кафедра загальної та теоретичної фізики: [1], [2], [3], [4], [5].

Завдання до виконання практичних робіт та порядок роботи можна знайти на сайті кафедри загальної та теоретичної фізики у системі дистанційного навчання ОДЕКУ [6].

Практичні заняття проводяться у комп'ютерному класі на базі кафедри загальної та теоретичної фізики.

## ***Тема 6. Модель Лоренца. Дивний аттрактор. Основи методу розпізнання образів.***

### ***Повчання***

На останніх практичних заняттях магістри мають достатньо вільно володіти отриманими знаннями, вміннями та навичками. На останньому практичному занятті викладач також має оцінити загальну роботу магістрів на протязі усього семестру. Тому завдання, які мають виконувати магістри, не повинні спрощуватися. Серед таких завдань можна розібрати модель Лоренца, гідродинамічну модель дивного аттрактора та ін., наприклад, екологічні моделі, або моделі захисту від небезпечних випромінювання. Корисно перед виконанням практичного завдання

магістрам ознайомитися з фізичним змістом задач.

Крім того магістри мають ознайомитися при моделюванні з методами розпізнання образів.

Повний опис практичних робіт (теоретичний вступ; методика виконання роботи, завдання до виконання практичних робіт та порядок роботи, послідовність розрахунків та обчислення похибки наведені у відповідних методичних вказівках та конспектах, які має кафедра загальної та теоретичної фізики: [1], [2], [3], [4], [5].

Завдання до виконання практичних робіт та порядок роботи можна знайти на сайті кафедри загальної та теоретичної фізики у системі дистанційного навчання ОДЕКУ [6].

Практичні заняття проводяться у комп'ютерному класі на базі кафедри загальної та теоретичної фізики.

### **ЛІТЕРАТУРА**

#### **для вивчення тем 1-6 практичного модуля ЗМП-1**

1. Герасимов О.І., Худинцев М.М. Методичні вказівки до лабораторних робіт з курсів «Методи нелінійного аналізу та динамічні процеси у радіоекології», Одеса, ОДЕКУ, 2003. 29с.
2. Худинцев М.М. Моделювання фізико-хімічних процесів у радіоекології: Конспект лекцій. Одеса: ТЕС, 2009. 90 с.
3. Герасимов О.І., Настасюк В. А. Методичні вказівки до практичних робіт «Основи екологічної фізики», Одеса, ОДЕКУ, 2003. 61с
4. Худинцев М.М., Співак А.Я. Чисельне моделювання фізичних процесів. Конспект лекцій. – Одеса: ОДЕКУ, 2014, 103 с.
5. Курятников В.В., Співак А.Я., Кільян А.М. Збірник методичних вказівок до лабораторних робіт з дисципліни „Фізичні основи радіометрії та дозиметрії” для студентів 4-го курсу денної форми навчання за спеціальністю «Екологія та охорона навколишнього середовища», Одеса: ОДЕКУ, 2008р., 33 с.
6. Електронний сайт бібліотеки ОДЕКУ: <http://eprints.library.odeku.edu.ua/>

### **ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ**

#### **за темами 1-6 практичного модуля ЗМП-1**

1. \*Сформулювати перший та другий закони термодинаміки.
2. \*Записати диференціальне рівняння теплопровідності Фур'є для нагрітого з одного боку стрижня.
3. \*Сформулювати закон Ньютона для конвективного теплообміну.
4. \*Що означають коефіцієнти теплопровідності та теплопередачі та у які рівняння вони входять?
5. Чому при підвищенні температури дифузія відбувається швидше?
6. \*Які термодинамічні системи називають відкритими?
- 7.\* Знайти товщину залізного екрану від бетта-випромінювання ?

- 8.\* Визначити період напіврозпаду за даними вимірювання питомої активності ізотопів?
  - 9.\* Яка частина  $\gamma$ -випромінювання пройде через екран зі свинцю завтовшки  $d = 1$  см, якщо коефіцієнт поглинання випромінювання  $\mu = 0.50$  1/см?
  10. \*Записати закон поглинання  $\gamma$ -випромінювання.
  11. \*Записати рівняння хвилі.
  12. Найбільш поширеним методом статистичних випробувань є метод, який називається методом...
  13. Побудувати фігури Вороного для двомірної впорядкованої системи дисків.
  14. Знайти фрактальну розмірність хмар з обраного фотознімку.
  15. Побудувати алгоритм розв'язання рівняння руху частинки під дією сили тяжіння.
- (\* - питання для самоперевірки базових результатів навчання - знань, вмінь, навичок).

#### **4. ПИТАННЯ ДО ЗАХОДІВ ПОТОЧНОГО, ПІДСУМКОВОГО ТА СЕМЕСТРОВОГО КОНТРОЛЮ**

##### **Тестові завдання до модульної контрольної роботи модуля ЗМ-Л1 МКР-1**

1. Які Ви знаєте модельні системи?  
*Література:* [1]- с.23 -24; [2]- с.18 [3]- с.11; [4]- с.34.
2. Які Ви знаєте методи моделювання навколишнього середовища?  
*Література:* [1]- с.6; [2]- с. 10 [3]- с.8; [4]- с.22.
3. Що означають поняття складність, обчислювана складність?  
*Література:* [1]- с.23; [2]- с.14 [3]- с.12; [4]- с. 52.
4. Що означають алгоритми програмування?  
*Література:* [1]- с.15; [2]- с.19 [3]- с.9; [4]- с.11.
5. Що означає програмування в інтегрованому пакеті MATLAB (або MATHEMATICA)?  
*Література:* [1]- с.22; [2]- с.11 [3]- с. 12; [4]- с.8.
6. Які Ви знаєте операційні системи?  
*Література:* [1]- с.7; [2]- с.18 [3]- с.8; [4]- с.45.
7. Що означає фізична модель процесу?  
*Література:* [1]- с. 24; [2]- с. 20 [3]- с. 12; [4]- с. 52.
8. Що означає математична модель процесу?  
*Література:* [1]- с. 22; [2]- с.16 [3]- с.9; [4]- с.33.
9. За для якої мети здійснюють моделювання?  
*Література:* [1]- с. 24; [2]- с.12 [3]- с.11; [4]- с.32.
10. Які переваги дає моделювання природних процесів?  
*Література:* [1]- с. 22; [2]- с.16 [3]- с.9; [4]- с.33.
11. Який стан термодинамічної системи називається рівноважним?

- Література:* [1]- с.15; [2]- с.19 [3]- с.9; [4]- с.11.
12. Який зміст має Н-теорема Больцмана?  
*Література:* [1]- с. 22; [2]- с.16 [3]- с.9; [4]- с.33.
13. Що означають у термодинаміці поняття замкненої системи?  
*Література:* [1]- с.15; [2]- с.19 [3]- с.9; [4]- с.11.
14. Що означають релаксація замкненої системи ?  
*Література:* [1]- с.23 -24; [2]- с.18 [3]- с.11; [4]- с.34.
15. Які процеси у термодинаміці називають зворотними та незворотними?  
*Література:* [1]- с.49; [2]- с. 37; [3]- с.5; [4]- с.11.
16. Що означає дисипації енергії?  
*Література:* [1]- с.19; [2]- с.22; [3]- с.25; [4]- с.24.
17. Які термодинамічні системи називаються дисипативними?  
*Література:* [1]- с.49; [2]- с. 37; [3]- с.5; [4]- с.11.
18. Чи впливає дисипації енергії на незворотність процесів?
19. Що означають у термодинаміці поняття відкриті системи?  
*Література:* [1]- с.15; [2]- с.19 [3]- с.9; [4]- с.11.
20. Чи можуть дисипативні системи бути рівноважними?  
*Література:* [1]- с.22; [2]- с.34; [3]- с.5; [4]- с. 52.
21. Який фізичний процес називається стохастичним?  
*Література:* [1]- с. 150; [2]- с.45; [3]- с.44; [4]- с.19.
22. Який зміст має рівняння Ланжевена?  
*Література:* [1]- с. 22; [2]- с.16 [3]- с.9; [4]- с.33.
23. Що означає поняття стохастичності системи?  
*Література:* [1]- с.66; [2]- с.47; [3]- с.22; [4]- с.19.
24. Як нормується функція ймовірності?  
*Література:* [1]- с.19; [2]- с.22; [3]- с.25; [4]- с.24.
25. Що називається ймовірністю?  
*Література:* [1]- с.15; [2]- с.19 [3]- с.9; [4]- с.11.
26. Який рух у механіці описує закон Ейнштейна?  
*Література:* [1]- с.23 -24; [2]- с.18 [3]- с.11; [4]- с.34.
27. Як у законі Ейнштейна зміщення броунівської частинки пов'язане із коефіцієнтом дифузії?  
*Література:* [1]- с.49; [2]- с. 37; [3]- с.5; [4]- с.11.
28. Який зміст має рівняння Фоккера-Планка?  
*Література:* [1]- с. 22; [2]- с.16 [3]- с.9; [4]- с.33.
29. Який процес описує рівняння Фур'є?  
*Література:* [1]- с.15; [2]- с.19 [3]- с.9; [4]- с.11.
30. Який порядок має диференціальне рівняння Фур'є?  
*Література:* [1]- с.49; [2]- с. 37; [3]- с.5; [4]- с.11.
31. Які фізичні процеси називається фазовими переходами 1-го роду?  
*Література:* [2]- с.44; [3]- с. 26; [4]- с.34.

32. Навести приклади фазових переходів 1-го роду.  
*Література:* [2]- с.19 [3]- с.9; [4]- с.11.
33. Яка фізична величина має розрив при фазових переходах 1-го роду?  
*Література:* [2]- с.45; [3]- с.44; [4]- с.19.
34. Які фізичні процеси називається фазовими переходами 2-го роду?  
*Література:* [2]- с.22; [3]- с.25; [4]- с.24.
35. Яка фізична величина має розрив при фазових переходах 2-го роду?  
*Література:* [2]- с.19 [3]- с.9; [4]- с.11.
36. Навести приклади фазових переходів 2-го роду.  
*Література:* [2]- с.41; [3]- с.19; [4]- с.44.
37. Що називають топологічними процесами?  
*Література:* [2]- с.22; [3]- с.25; [4]- с.24.
38. Навести приклади топологічних фазових переходів.  
*Література:* [2]- с.19 [3]- с.9; [4]- с.11.
39. Кипіння – що це за фазовий перехід?  
*Література:* [2]- с.44; [3]- с. 26; [4]- с.34.
40. Конденсація - що це за фазовий перехід?  
*Література:* [2]- с.22; [3]- с.25; [4]- с.24.
41. Які фізичні процеси називається хвильовими?  
*Література:* [1]- с.71; [2]- с. 32; [3]- с.3; [4]- с.9.
42. Навести приклади хвильових процесів у довкіллі.  
*Література:* [1]- с.71; [2]- с.30; [3]- с.5; [4]- с.8-52.
43. Як записується рівняння хвилі?  
*Література:* [1]- с.49; [2]- с. 37; [3]- с.5; [4]- с.11.
44. Як екранувати шкідливі випромінювання застосовуючи гранульовані системи?  
*Література:* [1]- с.66; [2]- с.47; [3]- с.22; [4]- с.19.  
*Література:* [1]- с.71; [2]- с.24; [3]- с.5; [4]- с.11.
45. Які системи називають гранульованими?  
*Література:* [1]- с.71; [2]- с.15; [3]- с.5; [4]- с.9.
46. Які критерії характеризують проходження або розсіяння хвиль у дискретній та континуальній границі?  
*Література:* [1]- с.49; [2]- с. 37; [3]- с.5; [4]- с.11.
47. Чи має значення довжина хвилі у процесі розсіяння хвиль?  
*Література:* [1]- с.71; [2]- с.24; [3]- с.5; [4]- с.12.
48. Що називають хвильовим числом?  
*Література:* [1]- с.49; [2]- с. 37; [3]- с.5; [4]- с.14.
49. Що показує хвильовий вектор?  
*Література:* [1]- с.71; [2]- с.32; [3]- с.5; [4]- с.15.
50. Моделювання диференційних рівнянь та їх систем  
*Література:* [1]- с.71; [2]- с.8; [3]- с.4; [4]- с.11.



## Тестові завдання до модульної контрольної роботи модуля ЗМ-Л2 МКР-2

1. Навести приклади фізичних моделей.  
*Література:* [1]- с.6; [2]- с.22; [3]- с.16.
2. Як записується рівняння руху матеріальної точки?  
*Література:* [1]- с. 69; [2]- с.37; [3]- с.17.
3. Який критерій подібності описує перехід течії з ламінарного у турбулентний?  
*Література:* [1]- с.59; [2]- с.29; [3]- с.11.
4. Що означає ламінарність течії?  
*Література:* [1]- с.43; [2]- с.14; [3]- с.13.
5. Які критерії характеризують тепло-масообмінні процеси?  
*Література:* [1]- с.11; [2]- с.23; [3]- с.32.
6. Що описує критерій Рейнольдса?  
*Література:* [1]- с.6; [2]- с.22; [3]- с.16.
7. Що описує критерій Нуссельта?  
*Література:* [1]- с.12; [2]- с.44; [3]- с.23.
8. Чи мають розмірність критерії подібності?  
*Література:* [1]- с.43; [2]- с.14; [3]- с.13.
9. Які методи символічного моделювання Ви знаєте?  
*Література:* [1]- с.59; [2]- с.29; [3]- с.11.
10. Які процеси описує рівняння дифузії?  
*Література:* [1]- с.6; [2]- с.22; [3]- с.16.
11. Який геометричний зміст методу Ейлера?  
*Література:* [1]- с. 71; [2]- с.35, ; [3]- с. 52.
12. Назвіть декілька відомих Вам методів моделювання?  
*Література:* [1]- с.38; [2]- с.37, ; [3]- с. 100.
13. Що є основним джерелом похибки обчислень за методом Ейлера?  
*Література:* [1]- с.59; [2]- с.29; [3]- с.11.
14. Що називається ітераціями у чисельному моделюванні?  
*Література:* [1]- с.43; [2]- с.14; [3]- с.13.
15. Що дозволяє моделювати метод Рунге-Кутта?  
*Література:* [1]- с.38; [2]- с.35, с.44; [3]- с. 100.
16. Що дозволяє розв'язати метод молекулярної динаміки?  
*Література:* [1]- с. 71; [2]- с.34;
17. Які недоліки методу Ейлера?  
*Література:* [1]- с.12; [2]- с.44; [3]- с.23.
18. Що називають кластерними системами?  
*Література:* [1]- с.6; [2]- с.22; [3]- с.16.
19. Яким методом можна розрахувати кластер?  
*Література:* [1]- с.59; [2]- с.29; [3]- с.11.

20. Похибка методів моделювання.

*Література:* [1]- с.38; [2]- с.35, с.44; [3]- с. 100.

21. Чи має стохастичний характер рух брунівської частинки?

*Література:* [1]- с.11; [2]- с.23; [3]- с.32.

22. Чи є стохастичність у природних процесів?

*Література:* [1]- с.38; [2]- с.35, с.44; [3]- с. 100.

23. Що являють собою ітерації у чисельному моделюванні?

*Література:* [1]- с.59; [2]- с.29; [3]- с.11.

24. Що дозволяє моделювати метод Монте-Карло?

*Література:* [1]- с.12; [2]- с.44; [3]- с.23.

25. Яке відношення має ймовірність до методу Монте-Карло?

*Література:* [1]- с. 71; [2]- с. 37; [3]- с. 36, с.83;

26. Яким методом можна розрахувати стохастичний процес?

*Література:* [1]- с.38; [2]- с.8; [3]- с.8, с.57;.

27. Наведіть приклади стохастичних процесів.

*Література:* [1]- с.11; [2]- с.23; [3]- с.32.

28. Що дає при розрахунках використання методу Монте-Карло?

*Література:* [1]- с.12; [2]- с.44; [3]- с.23.

29. Що означають коефіцієнти теплопровідності та теплопередачі та у які рівняння вони входять?

*Література:* [1]- с.6; [2]- с.22; [3]- с.16.

30. Чому при підвищенні температури дифузія відбувається швидше?

*Література:* [1]- с. 69; [2]- с.37; [3]- с.17.

31. Який фізичний процес називається біфуркаційним?

*Література:* [1]- с.87; [2]- с.4; [4]- с. 52.

32. Що означає точка біфуркації?

*Література:* [1]- с.82; [2]- с.25; [4]- с. 52.

33. Що називається фракталом?

*Література:* [1]- с.11; [2]- с.23; [3]- с.32.

34. Які приклади фрактальних об'єктів?

*Література:* [1]- с.59; [2]- с.29; [3]- с.11.

35. Яка суть методів моделювання біфуркаційних процесів?

*Література:* [1]- с. 71; [2]- с. 37; [3]- с. 36, с.83;

36. Чим відрізняється розмірний масштаб фрактального об'єкту?

*Література:* [1]- с.72; [2]- с.5;

37. Як розрахувати розмірний масштаб фрактального об'єкту?

*Література:* [1]- с.11; [2]- с.23; [3]- с.32.

38. Яку назву має рівняння: 
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \vec{v}) = 0$$
 (1. безперервності,

2. теплопровідності, 3. Ейлера, 4. дифузії)?

*Література:* [1]- с.82; [2]- с.25; [4]- с. 52.

39. Якою командою здійснюється виведення графіка у вікно (частина екрана) (1. plotplot, 2.subplot, 3. plot, 4.print)  
*Література:* [1]- с.6; [2]- с.22; [3]- с.16.
40. Модель Лоренца  
*Література:* [1]- с.80; [2]- с.24;
41. Що являють собою методи стереологічного аналізу?  
*Література:* [1]- с.75; [2]- с.32; [3]- с. 60;
42. Що являє собою фігура Вороного?  
*Література:* [1]- с.55; [2]- с.27; [3]- с.15; [4]- с. 52.
43. Що називається триангуляцією Делоне?  
*Література:* [1]- с.6; [2]- с.22; [3]- с.16.
44. Яку особливість має розподіл фігур Пуасона – Вороного для впорядкованих структур?  
*Література:* [1]- с.6; [2]- с.22; [3]- с.16.
45. Як залежить дисперсія розподілу фігур Пуасона – Вороного від ступеня (радіуса) впорядкування структур?  
*Література:* [1]- с. 71; [2]- с. 37; [3]- с. 36, с.83;
46. Знайти товщину залізного екрану від бетта-випромінювання ?  
*Література:* [1]- с.55; [2]- с.27; [3]- с.15; [4]- с. 52.
47. Як визначити період напіврозпаду за даними вимірювання питомої активності ізотопів?  
*Література:* [1]- с.45; [2]- с.33; [3]- с.55; [4]- с. 52.
48. Яка частина  $\gamma$ -випромінювання пройде через екран зі свинцю завтовшки  $d = 1$  см, якщо коефіцієнт поглинання випромінювання  $\mu = 0.50$  1/см?  
*Література:* [1]- с.55; [2]- с.27; [3]- с.15; [4]- с. 52.
49. Закон поглинання  $\gamma$ -випромінювання.  
*Література:* [1]- с.55; [2]- с.24; [3]- с.46; [4]- с. 52.
50. Записати рівняння хвилі.  
*Література:* [1]- с.38; [2]- с.8; [3]- с.8 , с.57;.

### Приклади розв'язання задач практичного модуля ЗМ-ПІ

#### Задача 1

Використовуючи методи моделювання записати алгоритм та розрахувати річну еквівалентну дозу  $H_T$  на організм дорослої людини, якщо об'єм споживання води складає 2 л на добу і об'ємна активність води зберігається на протязі року. Вода відбирається на відстані  $X=5$  км від місця викиду змуленого радіонукліда в річку. Активність радіонукліда на місці викиду дорівнює 500 Бк/л. Швидкість річки  $U=0,5$  М/с. Константа осадження частинок  $b=5 \cdot 10^{-5} c^{-1}$ , константа розпаду  $\lambda = 10^{-4} c^{-1}$ . Радіаційне забруднення питної води відповідає об'ємній активності  $A_v$ .

**Розв'язання:**

Радіаційна активність води пропорційна концентрації радіонукліда у воді. Тому на відстані  $X$  від місця викиду активність  $A$  води дорівнює

$$A = A_0 \cdot e^{-\frac{x}{u}(b+\lambda)} = 112 \cdot 10^3 \text{ Бк/м}^3$$

Активність води дорівнює 112 тисяч Бк/м<sup>3</sup>

Еквівалентна доза розраховується за формулою

$$H_T = A_v \cdot V_i \cdot v,$$

і дорівнює

$$H_T = 3,2 \cdot 10^{-6} \text{ Зв/рік.}$$

**Відповідь:** еквівалентна доза дорівнює  $3,2 \cdot 10^{-6}$  Зв/рік.

**Тестові завдання до залікової контрольної роботи**

1. Який з наведених процесів відноситься до прямих процесів переносу?  
*Література:* [1]- с.23 -24; [2]- с.18 [3]- с.11; [4]- с.34.
2. Який з наведених процесів відноситься до непрямих процесів переносу?  
*Література:* [1]- с.15; [2]- с.19 [3]- с.9; [4]- с.11.
3. Рівняння безперервності для рідини або газу впливає з локального закону збереження:  
*Література:* [1]- с. 24; [2]- с. 20 [3]- с. 12; [4]- с. 52.
4. Який фізичний процес називається стохастичним?  
*Література:* [1]- с.50; [2]- с.40; [3]- с.5 ; [4]- с.8.
5. Який зміст має рівняння Ланжевєна?  
*Література:* [1]- с. 24; [2]- с.12 [3]- с.11; [4]- с.32.
6. Що означає поняття стохастичності системи?  
*Література:* [1]- с.7; [2]- с.18 [3]- с.8; [4]- с.45.
7. Як нормується функція ймовірності?  
*Література:* [1]- с.15; [2]- с.19 [3]- с.9; [4]- с.11.
8. Який рух у механіці описує закон Ейнштейна?  
*Література:* [1]- с. 150; [2]- с.40; [3]- с. 26; [4]- с. 52.
9. Як у законі Ейнштейна зміщення броунівської частинки пов'язане із коефіцієнтом дифузії?  
*Література:* [1]- с.145; [2]- с.44; [3]- с.6; [4]- с. 52.
10. Який зміст має рівняння Фоккера-Планка?  
*Література:* [1]- с. 135; [2]- с.41; [3]- с.6; [4]- с.8.
11. Які фізичні процеси називається фазовими переходами 1-го роду?  
*Література:* [2]- с.44; [3]- с.23; [4]- с. 52.
12. Навести приклади фазових переходів 1-го роду.  
*Література:* [2]- с.44; [3]- с.23; [4]- с.45.
13. Яка фізична величина має розрив при фазових переходах 1-го роду?

- Література:* [1]- с.23; [2]- с.14 [3]- с.12
14. Які фізичні процеси називається фазовими переходами 2-го роду?  
*Література:* [2]- с.55; [3]- с.22; [4]- с.45.
15. Яка фізична величина має розрив при фазових переходах 2-го роду?  
*Література:* [2]- с.44; [3]- с.23; [4]- с. 52.
16. Навести приклади фазових переходів 2-го роду.  
*Література:* [1]- с.23; [2]- с.14 [3]- с.12
17. Що називають топологічними процесами?  
*Література:* [1]- с. 150; [2]- с.45; [3]- с.44; [4]- с.19.
18. Навести приклади топологічних фазових переходів.  
*Література:* [2]- с.55; [3]- с.35; [3]- с.11.
19. Кипіння – що це за фазовий перехід?  
*Література:* [1]- с.49; [2]- с. 37; [3]- с.5;
20. Конденсація - що це за фазовий перехід?  
*Література:* [2]- с.45; [3]- с.14; [3]- с.34.
21. Які фізичні процеси називається хвильовими?  
*Література:* [1]- с.71; [2]- с.8-32; [3][3]- с.8-52.
22. Навести приклади хвильових процесів у довкіллі.  
*Література:* [2]- с.55; [3]- с.22; [4]- с.45.
23. Як записується рівняння хвилі?  
*Література:* [1]- с.71; [2]- с.23; [4]- с.11.
24. Як екранувати шкідливі випромінювання застосовуючи гранульовані системи?  
*Література:* [1]- с.19; [2]- с.22; [3]- с.25; [4]- с.24.
25. Які системи називають гранульованими?  
*Література:* [1]- с.71; [2]- с.22; [4]- с.33.
26. Які критерії характеризують проходження або розсіяння хвиль у дискретній та континуальній границі?  
*Література:* [1]- с.71; [2]- с.23; [4]- с.45.
27. Чи має значення довжина хвилі у процесі розсіяння хвиль?  
*Література:* [2]- с.55; [3]- с.22; [4]- с.45.
28. Що називають хвильовим числом?  
*Література:* [1]- с.71; [2]- с.9; [4]- с.34.
29. Що показує хвильовий вектор?  
*Література:* [1]- с. 83; [2]- с.25; [4]- с. 52.
30. Чому при підвищенні температури дифузія відбувається швидше?  
*Література:* [1]- с.22; [2]- с.11 [3]- с. 12; [4]- с.8.
31. Який фізичний процес називається біфуркаційним?  
*Література:* [1]- с.15; [2]- с.19 [3]- с.9; [4]- с.11.
32. Що означає точка біфуркації?  
*Література:* [1]- с.23; [2]- с.14 [3]- с.12; [4]- с. 52.

33. Що називається фракталом?

*Література:* [1]- с. 83; [2]- с.25; [4]- с. 52.

34. Моделювання диференційних рівнянь та їх систем

*Література:* [1]- с.71; [2]- с.8-32; [4]- с. 52.

35. Навести приклади фізичних моделей.

*Література:* [1]- с. 22; [2]- с.16 [3]- с.9; [4]- с.33.

36. Як записується рівняння руху матеріальної точки?

*Література:* [1]- с.15; [2]- с.19 [3]- с.9; [4]- с.11.

37. Який критерій подібності описує перехід течії з ламінарного у турбулентний?

*Література:* [1]- с. 22; [2]- с.16 [3]- с.9; [4]- с.33.

38. Які критерії характеризують тепло-масообмінні процеси?

*Література:* [1]- с.19; [2]- с.22; [3]- с.25; [4]- с.24.

39. Які методи символічного моделювання Ви знаєте?

*Література:* [1]- с.49; [2]- с. 37; [3]- с.5; [4]- с.11.

40. Які процеси описує рівняння дифузії?

*Література:* [1]- с.43; [2]- с.33; [4]- с.44.

41. Який геометричний зміст методу Ейлера?

*Література:* [1]- с. 71; [2]- с. 37, с. 57; [4]- с. 52-53.

42. Назвіть декілька відомих Вам методів моделювання?

*Література:* [1]- с.15; [2]- с.19 [3]- с.9; [4]- с.11.

43. Що є основним джерелом похибки обчислень за методом Ейлера?

*Література:* [1]- с. 22; [2]- с.16 [3]- с.9; [4]- с.33.

44. Що називається ітераціями у чисельному моделюванні?

*Література:* [1]- с.15; [2]- с.19 [3]- с.9; [4]- с.11.

45. Що дозволяє моделювати метод Рунге-Кутта?

*Література:* [1]- с.23 -24; [2]- с.18 [3]- с.11; [4]- с.34.

46. Що дозволяє розв'язати метод молекулярної динаміки?

*Література:* [1]- с.49; [2]- с. 37; [3]- с.5; [4]- с.11.

47. Які недоліки методу Ейлера?

*Література:* [1]- с.38; [2]- с.8, с.39; [4]- с. 52-53.

48. Що називають кластерними системами?

*Література:* [1]- с. 71; [2]- с. 37, с. 57; [4]- с. 52-53.

49. Яким методом можна розрахувати кластер?

*Література:* [1]- с.19; [2]- с.22; [3]- с.25; [4]- с.24.

50. Чи має стохастичний характер рух брунівської частинки?

*Література:* [1]- с.49; [2]- с. 37; [3]- с.5; [4]- с.11.

51. Що дозволяє моделювати метод Монте-Карло?

*Література:* [1]- с.15; [2]- с.19 [3]- с.9; [4]- с.11.

52. Що означає точка біфуркації?

*Література:* [1]- с.22; [2]- с.34; [3]- с.5; [4]- с. 52.

## ЛІТЕРАТУРА ДЛЯ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ

### Основна література

1. Худинцев М.М. Моделювання фізико-хімічних процесів у радіоекології: Конспект лекцій. – Одеса: ТЕС, 2009, -90с.
2. Герасимов О.І., Худинцев М.М. Методичні вказівки до лабораторних робіт з дисциплін «Методи нелінійного аналізу та динамічні процеси у радіоекології», «Моделювання фізико-хімічних процесів у радіоекології» . – Одеса: ОДЕКУ, 2003, - 29с
3. Герасимов О.І., Настасюк В.А. Методичні вказівки до практичних робіт «Основи екологічної фізики» для студентів 3 курсу очної форми навчання за спеціальністю «Екологія та охорона навколишнього середовища» – Одеса: ОДЕКУ, 2003, - 61с
4. Худинцев М.М., Співак А.Я. Чисельне моделювання фізичних процесів. Конспект лекцій. – Одеса: ОДЕКУ, 2014, 103 с.

### Додаткова література

1. Стратонович Р.Л. Нерівноважна нелінійна термодинаміка, М.: Наука, 1996, с.
2. Хакен Г. Синергетика. М. Мир, 1980. с.
3. Боголюбов Н.Н., Мітропольський Ю.А. Асимптотичні методи в теорії нелінійних коливань, М. Наука, 1974.
4. Сайт дистанційної освіти кафедри загальної та теоретичної фізики ОДЕКУ. URL: <http://dpt12.odeku.edu.ua/>