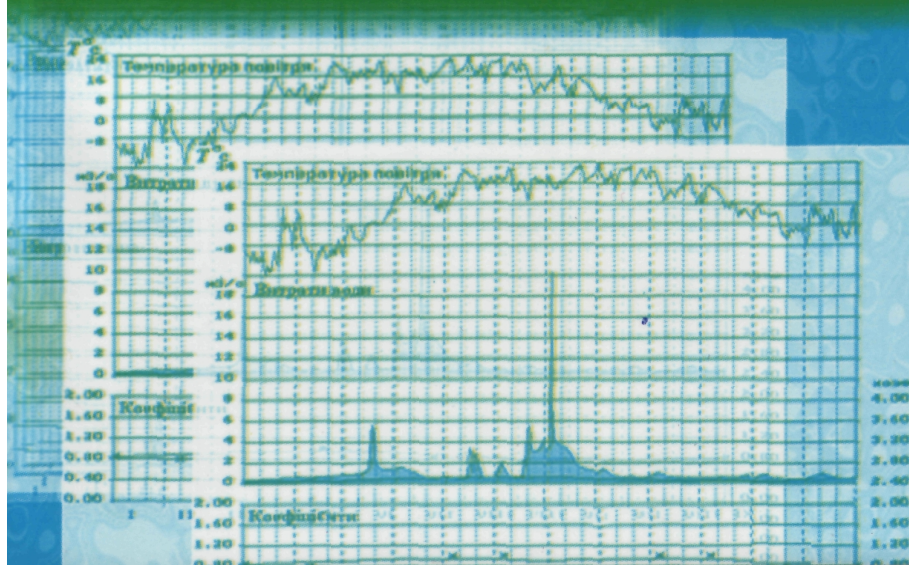


О. Г. ІВАНЕНКО

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ГІДРОЕКОЛОГІЧНИХ СИСТЕМ



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ОДЕСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ЕКОЛОГІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

О.Г. Іваненко

Математичне моделювання гідроекологічних систем

Навчальний посібник

Рекомендовано
Міністерством освіти і науки України
як навчальний посібник
для студентів вищих навчальних закладів
(лист № 1.4/18-Г-1152 від 21.11.06)

Одеса
«Екологія»
2007

ББК 28.081

I 18

УДК 504.4:519.876.5

*Гриф надано міністерством освіти і науки України (лист №1.4/18-Г-1152)
від « 21 » 11 2006 р.*

Рецензенти:

О.О. Світличний, д.г.н., проф.

Б.В. Кіндюк, д.г.н., проф.

Г.М. Андрієвська, к.г.н., доц.

Іваненко О.Г.

I 18 Математичне моделювання гідроекологічних систем: Навчальний посібник. – Одеса, Вид-во «Екологія», 2006. – 141.

В навчальному посібнику послідовно викладені методи моделювання потоків хімічних речовин в річках, проточних водоймах і лиманах. Описані моделі міських і сільськогосподарських стоків, а також просторові моделі виносу забруднень з річкових водозборів. Рекомендовані програми на ПЕОМ для набуття студентами практичних навичок обчислення виносу речовин річковим стоком.

Навчальний посібник розраховано на студентів, магістрів, аспірантів гідроекологічного профілю.

В учебном пособии последовательно изложены методы моделирования потоков химических веществ в реках, проточных водохранилищах и лиманах. Описаны модели городских и сельскохозяйственных стоков, а также современные пространственные модели выноса загрязнений с речных водосборов. Предложены программы на ПЭОМ для приобретения студентами практических навыков расчета выноса веществ речным стоком.

Учебное пособие рассчитано на студентов, магистров, аспирантов гидроэкологического направления.

© Іваненко О.Г., 2007

© Одеський державний
екологічний університет, 2007

З м і с т

Передмова	5
------------------------	---

Розділ 1 Методи системного аналізу з використанням математичних моделей 8 |

1.1	Поняття про системи і основні їх властивості.	8
1.2	Основні етапи системного аналізу.	11
1.3	Ціль побудови і класифікація математичних моделей	12
1.4	Аналітичне моделювання	15
	Контрольні запитання	20
	Завдання самостійної роботи. Приклад 1.	20

Розділ 2 Моделювання потоків хімічних речовин в річках, проточних водоймищах і лиманах. 23 |

2.1	Загальна база моделей перенесення речовин	25
2.2	Стаціонарні моделі однокомпонентної речовини.	24
2.2.1	Аналітичне вирішення спрощеної стаціонарної моделі.	25
2.2.2	Розв'язання рівнянь за допомогою скінченнорізницевих методів. .	29
2.3	Динамічні моделі	31
2.4	Моделі багатокомпонентної річкової системи	33
	Контрольні запитання	38

Розділ 3 Моделювання якості води озер і водосховищ 39 |

3.1	Моделі входу - виходу для озер постійного об'єму з повним перемішуванням	39
3.2	Моделі стратифікованих водоймищ	41
	Контрольні запитання	45

Розділ 4 Моделювання міських і сільськогосподарських стоків. 46 |

4.1	Моделі міських стоків.	48
4.2	Моделі сільськогосподарських стоків	52
	Контрольні питання	54

Розділ 5 Просторові моделі виносу забруднень з річних водозборів в водойми 55

5.1	Характер розподілу забруднень води на поверхні річкових і водозборів і чинників їх виносу.	55
5.2	Основи просторової моделі стоку води і речовин	57
5.3	Методи представлення полів чинників якості вод поверхневого стоку	61
5.3.1	Розрахунки полів опадів методами просторової оптимізації за даними наземної мережі постів.	61
5.3.2	Дистанційні способи визначення полів факторів стоку.	65
5.3.3	Оптимальна дискретизація водозбору на частинні площини – основа просторового моделювання.	74
5.4	Кінематично-хвильова модель процесів стоку води і винесення наносів і речовин зі схилів річкових водозборів	78
5.4.1	Водоотдача і стік води зі схилів.	78
5.4.2	Модель змиву наносів і речовин з поверхні схилів.	86
	Контрольні запитання	94
	Завдання для самостійної роботи на ПК	94
	Приклад 2.	95
	Додаток 1 для роботи на диску CD-R).	110

Розділ 6 Алгоритмізація розрахункової схеми просторової моделі і діалогового методу оптимізації її параметрів. . . . 111

6.1	Алгоритми обробки вхідних даних	111
6.2	Алгоритми розрахунків стоку води та виносу наносів і речовин русловою системою з річкових водозборів.	114
6.3	Визначення параметрів моделі формування стоку води і речовин методами поетапної оптимізації	123
	Контрольні запитання.	132
	Завдання для самостійної роботи. Приклад 3 (Додаток 2 для роботи з диском CD-R).	133

Бібліографічний опис.	135
Предметний покажчик	138
Іменний покажчик	140

ПЕРЕДМОВА

Пропонований посібник присвячений дуже важливій темі – вивченню проблем захисту і контролю стану водних екосистем з використанням сучасних методів математичного моделювання для управління якістю природних вод і планування їх охорони. Освоєння методів математичного моделювання є важливим етапом підготовки гідроекологів в вищому навчальному закладі екологічного профілю для виконання ними комплексу робіт по визначенню процесів, що формують якість води. Все це дасть їм можливість розробити такі функціональні і управлінські моделі, які забезпечують необхідну інформацію, що стане підґрунтям для прийняття відповідних адміністративних і науково-технічних рішень в боротьбі за підвищення якості природних вод.

Посібник призначено для вивчення студентами дисципліни, яка практично завершує підготовку спеціалістів і магістрів. Тому в ньому послідовно викладаються теми, зв'язані з основними положеннями про функціонування водних екосистем. Основна увага приділена моделюванню водних екосистем, починаючи з розгляду головних питань системного аналізу, звідки вийшли поняття систем всіх явищ в широкому розумінні цього слова, а саме – правильність в розміщенні частин зв'язного цілого.

Особливе значення для моделювання екосистем має ідеалізація системи в формі вербальної моделі. Тому в посібнику в **розділі 1 „Методи системного аналізу з використанням математичних моделей”** виділено ряд етапів системного аналізу дуже важливих, наприклад, для побудови вербальної моделі водної екосистеми. Для цього студент повинен мати не тільки глибокі знання по заданій професії але і знання по широкому кругу дисциплін учбового плану, починаючи від фізико-математичних, біологічних, гідрохімічних, гідрометеорологічних і других наук, економічних та соціальних. Студент самостійно може оцінити правильність вибору типу вербальної моделі на прикладі 1 в кінці розділу.

В розділі 2 посібника „Моделювання потоків хімічних речовин в річках, проточних водоймищ і лиманах” розглянута загальна база моделей перенесення речовин водним середовищем, як однокомпонентним, так і багатокомпонентним.

Розділ 3 “Моделювання якості води озер і водосховищ” присвячений моделюванню якості водного середовища в водоймах з стоячою во-

дою, математична база яких відрізняється від бази моделей проточних водоймищ.

Розділ 4 „Моделювання міських і сільськогосподарських стоків”, викладений дещо скорочено і розрахований на ознайомлення студентів з заліковим модулем, що зв’язано з емпіричним характером моделей.

Розділ 5 „Просторові моделі виносу забруднень з річних водозборів в водойми” відіграє центральне значення в напрямку використання результатів математичного моделювання для формування якості водних ресурсів регіону. Мається на увазі також вдосконалення моделей для цілей управління і прогнозування якості річкових вод. В сучасний період введення в дію просторових дистанційних методів вимірювання головних факторів природного середовища (радіолокаційні станції, данні знімання з орбіти ШСЗ) на величезних площах річкових водозборів дає можливість використати ці дані в моделях для визначення якості вод цілих регіонів з подальшим переходом до розробки прогнозів і управління якістю вод. При цьому виникає необхідність створення системи просторових полів факторів виносу водним стоком речовин і наносів. Таким чином, ця тема стала досить актуальною для майбутньої діяльності випускників в сферах наукової і практичної роботи екологічного характеру. Саме це визначило виділення окремого розділу для вивчення просторових полів діючих факторів якості природних вод.

В кінці розділу в Прикладі 2 рекомендується вирішення задачі по програмі на ПК для обчислення таблиць середньодобових концентрацій заданої речовини і її витрат в створі річок по даним аналізів проб води, що відбираються епізодично. Використання в подальшому моделюванні добових даних витрат і концентрацій з добовими значеннями гідрометеорологічних факторів виносу речовин з водозборів (опаді, температура повітря, витрата води) задовольняє головним принципі гідрометеорологічної діяльності: комплексності, системності і безперервності спостережень за станом природного середовища..

Останнім є **розділ 6 «Алгоритмізація розрахункової схеми просторової моделі і діалогового способу оптимізації її параметрів»**. Цей розділ завершує посібник і відіграє головну роль в справі підготовки майбутніх спеціалістів для ефективного використання моделей в управлінні якістю природних вод, яке неможливе без визначення оптимальних параметрів моделей. Освоєння студентами-спеціалістами і магістрами практичних навичок обчислень за програмою на ПЕОМ оптимальних параметрів моделі діалоговим способом. – по діючій програмі оптимізації в Прикладах 2 і 3 в розділі 6 посібника відповідає завданням наказу МОН України «Тимчасові вимоги до педагогічних програмних засобів для загальноосвітніх, професійно-технічних і вищих навчальних закладів, що створюються за державні кошти» від 15.05.2006 року. В бібліотеці ОДЕКУ студенту видається диск CD-R з детальними інструкціями і програмним діалоговим модулем, який

дозволить не тільки відобразити змістовну частину моделювання, але і встановити параметри моделей для передачі їх на невивчені водозбори і розширити район управління якістю водних ресурсів..

Таким чином, посібник містить передмову і 6 розділів. Після 1-го розділу студент самостійно вивчає методи побудови вербальної моделі схилового стоку на базі виконаних раніше розрахунків на ПК. Після 5 і 6 розділів студенти виконують Приклади 2 і 3. Відповідно обидва приклади виконуються на ПК по програмам і інструкціям до них на диску CD-R, який можна одержати в бібліотеці ОДЕКУ.

В основу курсу лекцій покладені наукові видання по гідроекології і іншим наукам в кількості 60 посилань. Посібник повністю охоплює матеріал навчальної програми дисципліни.

Посібник розрахований на студентів, які на перших курсах університету засвоїли курси фізики, вищої математики і програмування, природничі дисципліни: метеорологію, гідрологію суші, гідрохімію, гідробіологію і інші. Важливе значення в підготовці студентів має вивчення ними курсів гідроекологія, математичне моделювання гідроекологічних систем, а також спецкурси по річній гідравліці, річковому стоці, гідродинаміці і інші, які передують навчанню студентів по математичному моделюванню гідроекологічних систем.

Розділ 1 МЕТОДИ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ З ВИКОРИСАННЯМ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

У дисципліні “Математичне моделювання гідроекологічних систем” моделі розглядаються у формі аналітичного опису процесів функціонування водної екосистеми. Істотна трудність в побудові моделей екологічної системи перш за все пов'язана з недостатньою вивченістю основоположних законів біології. У цьому полягає відмінність від положення, що має місце в моделюванні гідродинамічних явищ, де основні рівняння, що описують потік рідини, відомі. Проте, вже побудовані і успішно функціонують різні екологічні моделі.

Математичне моделювання екологічних систем вже пройшло через період дискусій щодо тенденцій його подальшого розвитку і вступило в новий етап, який припускає широке використання *методів теорії систем*.

Вивчення складних взаємозв'язків між різними елементами об'єктивної реальності привело до виникнення загальної теорії, що одержала назву *теорії систем*.

Теорія систем застосовується на етапі узагальнення для дослідження законів динаміки різних систем. Це стимулювало інтерес до *математичних моделей*, які можна використовувати для отримання додаткової інформації про реальні системи. Всі методи, що передбачаються таким підходом, були об'єднані під загальною назвою *системний аналіз*.

Поява в науці загальної теорії систем спричинила революційний переворот у нашому науковому світогляді. Б.С. Флейшман [41] навіть назвав цей період системним періодом, що є новим етапом в історії науки після стародавнього і Ньютонівського періодів.

1.1 Поняття про системи і основні їх властивості

Система - це частина об'єктивної реальності, обмежена рядом умов. Вона складається з дрібніших одиниць - *елементів* (окремоностей), зв'язаних між собою різними *відносинами* (зв'язками). Все, що знаходиться за межами системи, називається *навколишнім середовищем*. Система і навколишнє середовище розділені оболонкою - *межею системи* (Рис. 1.1). Наприклад, водні маси в озері, пов'язані один з одним, а також з супутніми чинниками (наприклад, води, які впадають в них), складають одну гідроекосистему,

тоді як суша буде для цієї системи навколишнім середовищем. Межа системи проходить по береговій лінії, водній поверхні і поверхні дна. Визначення меж системи носить умовний характер і будується на ряді припущень.

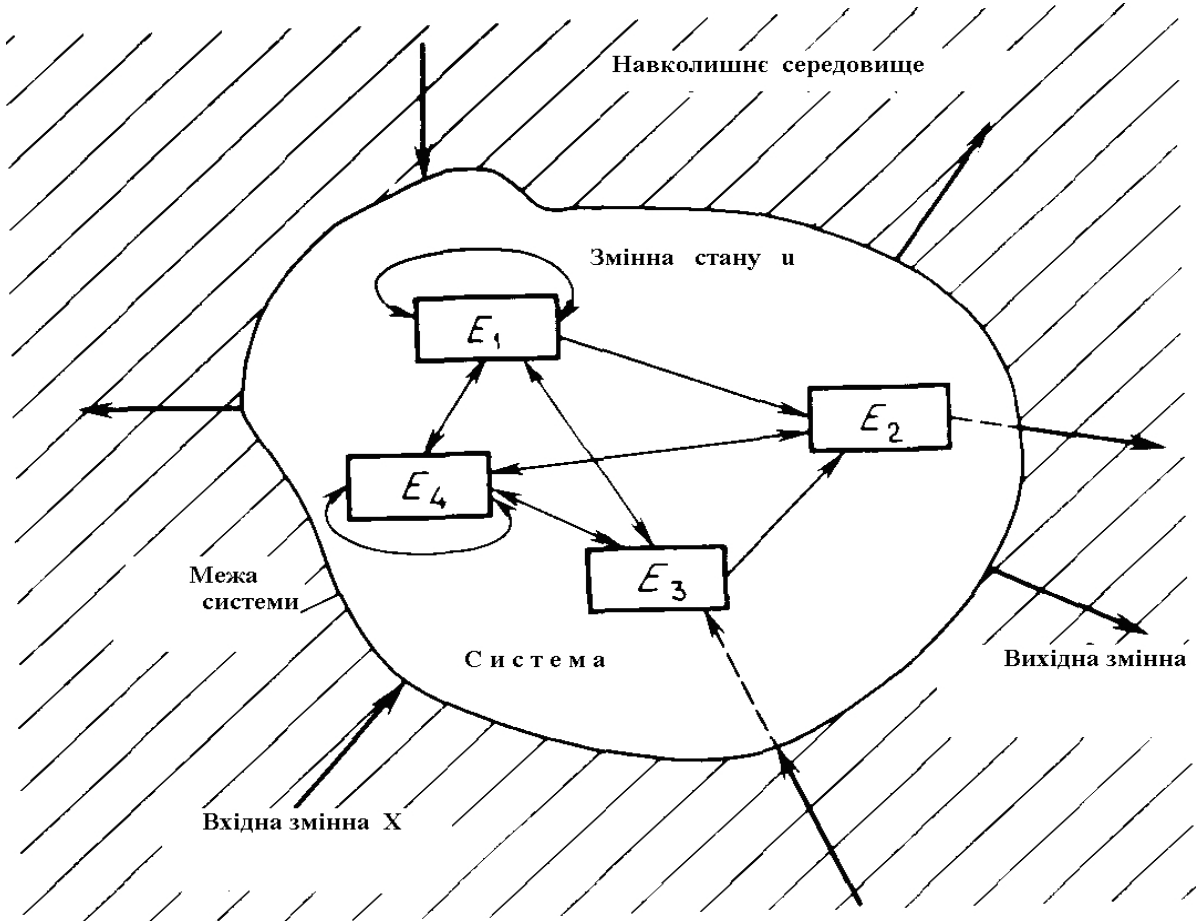


Рис. 1.1 - Схема виділення системи з навколишнього середовища.

Один і той же елемент може бути частиною системи або навколишнього середовища залежно від того, в якому аспекті він розглядається. Проте це не означає, що ми не маємо в своєму розпорядженні критеріїв, які дозволяють відносити елементи до системи або навколишнього її середовища. Оскільки зв'язки між елементами системи є важливою характеристикою, межа системи звичайно проводиться так, щоб велика частина взаємозв'язків, особливо зворотних зв'язків, знаходилася всередині системи і лише деякі з них виходили за її межі.

Звичайно системи бувають *ізолюваними, відкритими* або *замкнутими*. У замкнутих системах не відбувається обміну енергією, речовиною, інформацією з навколишнім середовищем і в більшості випадків вони є ідеалізацією реальної дійсності. Маючи справу з природними системами, в

кращому разі можна говорити про замкнутість лише відносно речовини і енергії. Наприклад, прісноводні гідросистеми з погляду обміну речовин можуть бути замкнутими (озера і ставки з незначним припливом і відтоком води) або відкритими (загачені водоймища або річкові водосховища з високим рівнем припливу і відтоку води, потоки).

1.2 Основні етапи системного аналізу

Системний аналіз з використанням математичних моделей є однією з найбільш поширених концепцій в науково-технічних дослідженнях. Він має в своєму розпорядженні великий набір порівняно нових математичних методів. До них відносяться сіткове моделювання, аналіз функцій відгуку, стохастичне моделювання, дослідження стійкості, теорія графів, теорія ігор, математичне моделювання, імітаційне моделювання, лінійне програмування, теорія управління і т.д. Застосування системного аналізу до екології відомо під назвою «системної екології».

Основні етапи системного аналізу представлені на мал. 1.2, верхня частина якого відображає діяльність фахівця, який працює з тим або іншим класом систем. Дослідження реальної дійсності, що проводяться ним, завдяки *індуктивній* (як правило, статистичній) і *дедуктивній* (теоретичній) *абстракції* приводять до ідеалізації системи, визначуваної як *абстрактна* або *вербальна модель* (лат. - словесна, уявна) [2,37]. Конкретна форма моделі звичайно обумовлена результатом об'єднання теоретичних концепцій з експериментальними (емпіричними) даними.

Вербальна модель *формалізується* за допомогою математичних методів (нижня половина мал. 1.2), внаслідок чого ми одержуємо *математичну модель*. Формалізована теорія дозволяє виконати опис більшості явищ на основі лише невеликої кількості фундаментальних закономірностей. Моделі використовуються для заміни реальних процесів і систем, проте їх поведінка повинна бути порівнянною з поведінкою реальних об'єктів. Звідси витікає, що будь-яка модель є компромісом між теорією і експериментом. Обчислювальний алгоритм моделі, що реалізовується на ПЕОМ, робить можливою імітацію явища за допомогою моделі. Одержані в результаті імітації дані використовуються для порівняння з результатами спостережень, а також з наявною інформацією про поведінку реальних систем.

Відношення між основними змінними стану певної моделі звичайно не узгоджуються повністю зі змінними стану реальної системи. Порівняння моделі і об'єкта з метою оцінки похибки дає можливість поліпшити узгодження моделі з реальною екосистемою. Таке *випробування* дозволяє поліпшити вербальну і математичну модель та розширити наші знання про реальну систему. Ця процедура може виконуватися багато разів.

Після закінчення випробування математичної моделі її можна застосовувати для вивчення інших станів тієї ж системи і навіть інших систем. Такий підхід одержав назву *прогнозування*. Використання моделей з метою збільшення наших теоретичних і експериментальних знань називається *аналізом моделі*.

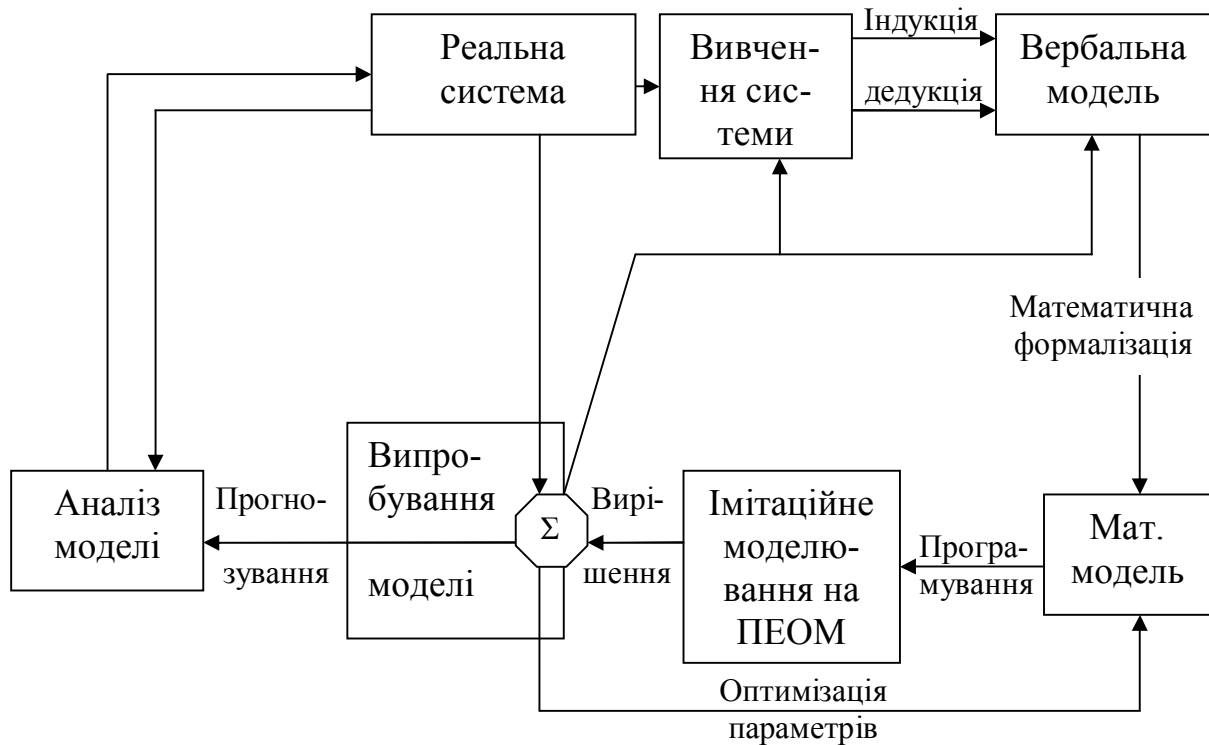


Рис. 1.2 - Основні етапи системного аналізу.

У основі *системного аналізу* лежить *абстрагування*, що дозволяє виявити головні властивості математичної моделі. Воно означає *граничне спрощення реальності*, що розглядається під певною точкою зору. Модель ніколи не ідентична реальності, а швидше є продуктом нашої власної уяви.

1.3 Ціль побудови і класифікація математичних моделей

Створення і практичне використання моделей є головними проблемами в теорії систем і системному аналізі стосовно проблем екології, де необхідно приділяти увагу наступному – модель повинна будуватися на основі гнучкої гіпотези, а не бути штучним створенням, яке ще необхідно переві-

ряти. Модель, заснована на гнучкій гіпотезі, сприяє поступальній ході пізнання, навіть якщо впевний момент часу не має відповідного математичного розв'язку. Нездатність моделі передбачити зміни в стані екосистеми на майбутнє може стати корисною, оскільки це дасть можливість виявити недоліки концептуальної схеми, що лягла в основу моделі.

Якість моделей можна встановити за трьома їх властивостями (цілями): *реалістичністю, точністю і загальністю*. Реалістичність – це ступінь, з якого вербальна модель відповідає екологічним уявленням, закладеним в основу моделі. Точність – це здатність моделі кількісно передбачити зміни в стані екосистеми та імітувати дані. Загальність – це діапазон застосовності моделі в різних ситуаціях, де модель може працювати.

Задачі, поставлені перед екологічними моделями часто бувають дуже складними, мають комплексний, випадковий характер або ж неймовірну складність взаємодії між рослинами і живими організмами. В такому випадку екологічні моделі не можуть бути одночасно і реалістичними і загальними, тому ці два показники часто приносять в жертву точності.

Відповідно до напрямку читаної дисципліни надалі обмежимося тільки тими методами, які найширше використовуються в гідроекологічному моделюванні. Застосування моделей відбувається у двох напрямках:

- для прогнозування вихідних даних екосистеми;
- з метою управління водними екосистемами.

Ці напрями є найбільш важливими, оскільки вони визначають головні причини, що сприяли появі самого моделювання.

Найзагальніша *мета математичного моделювання гідроекосистем* - вироблення *прогнозів* зміни системи з перебігом часу. Звичайно за цим виникає запитання: як поведеться та або інша водна система, що зазнає антропогенного впливу?

При великих тимчасових масштабах невизначеність і число можливих збурюючих ефектів зростає, а допущення про стаціонарність спостережуваних процесів часто не задовольняється.

З проблемою прогнозування межує використання математичних моделей з метою управління станом екосистем і особливо якістю їх вод. Вивчення різних альтернатив управління за допомогою прогностичної моделі є основою для вироблення рішення, а використання при цьому моделі називаються *моделями управління*. Вони інтенсивно застосовуються в сучасних наукових і технічних дослідженнях екосистем [37].

В наукових виданнях з моделювання екологічних систем часто зустрічаються класифікації моделей за їхніми видами. Найбільш детальну класифікацію розробив С.Е. Йоргенсен, її опубліковано в фундаментальній роботі з екологічного моделювання [46]. В таблиці 1.1, складеній цим автором, показано 16 видів моделей попарно з їх типовими характеристиками.

Таблиця 1.1 - Класифікація моделей екосистем для пар зразкових типів.

Види моделей	Характеристика
Моделі досліджень Моделі управлінь	Використовуються як інструмент досліджень Використовується як інструмент управління
Детерміністичні моделі Стохастичні моделі	Прогнозовані значення вважаються точними Прогнозовані значення залежать від ймовірностей
Камерні моделі Матричні моделі	Змінні системи обчислюються за значеннями диференціального рівняння Використовуються матриці математичної форми
Скорочені моделі Цілісні моделі	Включається якнайбільше деталей Використовуються загальні принципи
Моделі сталих форм Динамічні моделі	Змінні, що визначають систему, не залежать від часу (або простору) Змінні, що визначають систему – функції часу (або, можливо, простору)
Просторові моделі Зосереджені моделі	Параметри - функції часу і простору Параметри в межах просторового розміщення (або часу) беруться за константами.
Лінійні моделі Нелінійні моделі	Послідовно використовуються рівняння I порядку Одне або більше рівнянь мають не перший порядок
Причинні моделі Моделі чорного ящ.	Входи, структура і виходи взаємопов'язані Вхідні збурення діють тільки на відповідну реакцію

Як вказано автором класифікації, більшість моделей є інструментами управління, не дивлячись на те, що майже всі моделі також можуть використовуватися в контексті дослідження. Більшість екологічних моделей, опублікованих в цитованій книзі, детерміністичні, але є і стохастичні. В сфері екологічного моделювання широко використовуються матриці математичної форми. Обмежені спроби були зроблені також в групі цілісних моделей,

хоча цей метод також представлено в екологічному моделюванні.

Просторові моделі найчастіше застосовуються, коли доводиться моделювати великі екосистеми. Використання просторових моделей виникає у випадках комбінування гідродинамічних і екологічних моделей для великих водоймищ.

1.4 Аналітичне моделювання

Аналітичне моделювання є однією з поширених форм моделювання екосистем. Воно ґрунтується на побудованні теоретичної моделі на базі відомих при аналізі системи основних вхідних змінних і рівнянь стану, які відносяться до класичних математичних методів. Кроки (етапи) аналітичного моделювання показані на схемі, що зображена на рис. 1.3.

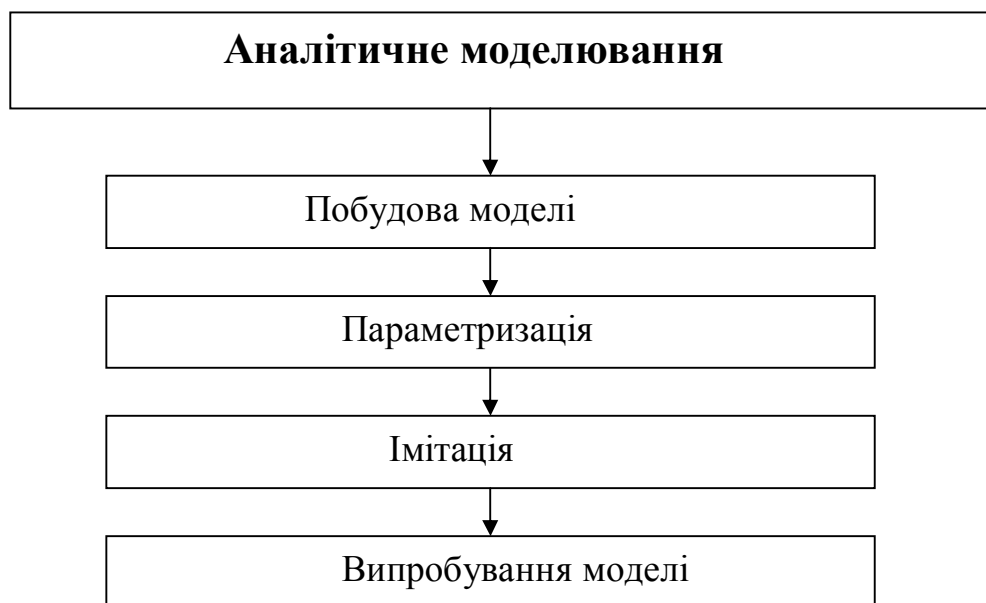


Рис. 1.3 - Етапи аналітичного моделювання

Перший етап аналітичного моделювання – *формування концепції моделі і її побудова*. Будується концепція моделі, потім складаються рівняння, що описують поведінку системи – це звичайно диференціальні рівняння, які описують причинно-наслідкові зв'язки в екосистемі. Після цього слідує – оцінка параметрів (параметризація), імітація і випробування моделі. Таким чином, аналітичне моделювання має 4 етапи реалізації моделі. Якщо остання має складний характер, то її числова реалізація включає часткові розрахункові блоки.

Другий етап – *параметризація моделі*. Термін параметризація означає обчислення числових значень параметрів моделі. Диференціальні рівняння містять похідні від змінних стану за незалежними змінними (часу, глибини, відстані). Розв'язки (інтеграли) таких рівнянь визначаються як аналітичні, що дозволяє змінним стану набути значень у момент часу t . Аналітичні розв'язки деяких звичайних диференціальних рівнянь є простими. Але для складних рівнянь звичайно подібних рішень неможливо одержати. Тому доводиться вдаватися до математичних спрощень, якщо вони не спричиняють втрату інформації. В такому разі для більшості екологічних моделей системи диференціальних рівнянь замінюються системами *різницьових* рівнянь, які вирішуються чисельними методами.

Математична модель, як і будь-яка інша модель, означає спрощення об'єктивної реальності. Вона повинна відображати найбільш істотні властивості реальної системи, а зовсім не всі її деталі. Але навіть та реальність, з якою ми маємо справу при проведенні лабораторного експерименту (тобто спрощена фізична модель), дуже складна, часто буває неможливо точно виразити її у вигляді математичної моделі. Вибір найбільш важливих характеристик залежить від мети, ради якої створюється модель.

Змінні, що характеризують систему і наявні в моделі екосистеми, поділяться на три групи: *змінні стану*, *рушійні змінні*, *постійні місцеположення*.

Змінні стану часто називають камерами моделі. Будь-яка змінна стану підпорядковується закону збереження маси і енергії, а різні зміни описуються за допомогою диференціальних рівнянь (рівняння балансу). Різні швидкості, що зустрічаються в подібному балансовому рівнянні – притоки і відтоки, привнесення і винесення, є питомими величинами, віднесеними до даної одиниці маси.

Рушійні змінні призводять до *зовнішніх збурень*, що викликають динаміку змінних стану системи, хоча самі вони не залежать від цих змінних. Їх часто називають *вхідними змінними*. Температура, сумарна радіація, тривалість сонячного освітлення і вхідні потоки - типові рушійні змінні екосистем. Математично вони виражаються за допомогою функції $y=f(t)$, оскільки апроксимація із залученням (постійних) середніх значень не відображає тимчасової залежності цих змінних. У простому випадку функція $y = f(t)$ представляється таблицею даних спостережень.

Постійні місцеположення характеризують фізичні межі, в яких відбуваються процеси, що вивчаються. У прісноводних екосистемах такими є зовнішня форма і внутрішня структура водного басейну.

Далі йде коротке викладення методів попередньої оцінки, оптимізації та попередньої чутливості обчислених параметрів моделі.

Попередня оцінка виходить на основі даних лабораторних і польових спостережень за ходом процесів і впливом різних чинників за допомогою кореляційного аналізу або різних методів оцінки параметрів.

Комбінації параметрів, що відповідають модельованій ситуації, можна одержати, виходячи з оцінки, що базується на методах *оптимізації параметрів*. Перше завдання параметричної оптимізації полягає в правильному визначенні цільової функції, відповідно до якої мінімізується різниця між спостережуваними і прогнозованими значеннями. Друге завдання пов'язане із знаходженням глобального мінімуму, при цьому в процесі пошуку виявляються локальні мінімуми. Розроблені методи систематичної оцінки поля параметрів, проте вони вимагають досить великої кількості машинного часу. Іноді оптимізація параметрів складної системи, в якій їх багато, - завдання нерозв'язне, зокрема через недостатній об'єм і якість реальних даних. Практична оптимізація параметрів імітаційних моделей реальна лише для обмеженого числа параметрів (< 10), проте для цього необхідно мати якісні початкові оцінки. Тому така операція може мати цінність лише при остаточному доведенні моделі, яка сама по собі вже є якісною.

Оцінити роль тих або інших параметрів імітаційної моделі можна за допомогою *аналізу чутливості*. Мета його - визначити, як модель реагує на зміну значень параметрів, що в свою чергу дозволяє зробити висновок про правильний вибір параметрів.

Третій етап аналітичного моделювання – *імітаційне моделювання*. Термін *імітаційне моделювання* означає отримання за допомогою ПЕОМ розв'язків модельних при фіксованих значеннях параметрів і початкових умовах.

Використання алгоритмічних мов і систем програмування на сучасних ПЕОМ дозволяє задовільно вирішити завдання імітаційного моделювання. При цьому необхідно не тільки розбити процес обчислення на кроки, що вирішуються за допомогою даного алгоритму інтеграції, але і разом з цим слід визначити необхідні зміни встановлених параметрів, а також форму представлення результатів, таблиць і ілюстрацій.

Четвертий етап – *випробування моделі*. Під *випробуванням моделі* мається на увазі порівняння її вихідних параметрів з вихідними даними системи. Чим реалістичнішою є гідрологічна модель, тим більшої важливості набуває проблема випробування. Розрізняються два способи випробування моделі:

Перевірка. Дані, одержані в результаті імітаційного моделювання, порівнюються з даними вимірювань параметрів реальної системи. Можна виконати якісне (суб'єктивне) або кількісне (об'єктивне) порівняння сумісних часових графіків, побудованих на основі вихідних даних моделі і системи. *Якісна оцінка* збігу кривих виконується досить часто, проте вона має чисто

суб'єктивний характер. У науковій літературі описано достатньо багато моделей, які представлені разом з даними подібних порівнянь, проте виникають сумніви в достовірності їх схожості з реальною дійсністю.

Кількісне порівняння носить об'єктивний характер, проте певна частка суб'єктивності присутня при виборі критерію для порівняння. Методи порівняння, вживані в різних областях моделювання, перераховані в роботі, в якій дано огляд статичних випробувань і критеріїв порівняння, використаних в моделях прісноводних екосистем [37]. При оптимізації параметрів звичайно використовують квадратичний інтегральний критерій або його спрощену форму - суму квадратів відхилень (об'єктивна функція). З метою порівняння різних аспектів моделі і даних часто використовують наступні об'єктивні функції :

а) Відносна похибка середніх значень змінних стану:

$$R = (u_{сер,с} - u_{сер,м}) / u_{сер,м} \quad (1.1)$$

$$V = (1 / n) \cdot \Sigma(u_c - u_m)^2 / 2u_m . \quad (1.2)$$

в) Відносна похибка максимальних значень змінних стану:

$$REMV = (u_{c,max} - u_{m,max}) / u_{m,max} . \quad (1.3)$$

г) Часова помилка:

$$TI = \text{Дата } u_{c,max} - \text{дата } u_{m,max} \quad (1.4)$$

В формулах (1.1-1.4) використовуються такі позначення:

R , V і $REMV$ – значення об'єктивних функцій в формі відносних похибок;
 u - відповідні змінні стану, індекси при яких означають:

$сер$ – середні значення всієї вибірки,

$с$ - фактичні значення змінних при n – загальній їх кількості,

$т$ – обчислені по моделі значення змінних,

max – максимальні значення змінних.

TI - відхилення дат фактичних і обчислених змінних.

Перевірка значущості моделі. Цей вид випробування моделі є вищим рівнем зіставлення модельних даних з дійсністю. Проводяться експериментування для вивчення поведінки моделі і системи з метою виявлення їх схожості.

Моделі можна оцінювати по таких основних властивостях: *реалістичності, точності і загальності*. Реалістичність — це ступінь, за яким вербальне ствердження моделі відповідає гідроекологічним характеристикам моделі, які вони повинні відображати. Точність — здатність моделі кількісно передбачити зміни та імітувати вихідні дані. Загальність — діапазон різних ситуацій, за яких модель може працювати.

На завершення аналізу показників випробування моделей можна сказати, що в більшості наукових робіт основна увага приділяється проблемі верифікації [41,36]. Деякі з авторів вважають, що це не можна вважати за правильне, оскільки головне призначення аналітичного моделювання - більш глибоко зрозуміти теоретичну основу екологічних процесів і на їх базі скласти надійні прогнози для практичного використання. Сукупність вільних параметрів, що становлять вихід моделі, який має схожість з реальною дійсністю, можна одержати в багатьох моделях. При оптимізації параметрів певний ризик пов'язаний з необмеженим характером тих параметрів, які можуть набувати нереальних значень.

Більшість спеціалістів з моделювання вважають, що моделювання та імітація можуть дати значну економію часу і коштів, якщо цими методами розумно користуватися. Ці моделі можуть бути використані, коли експериментування з реальною системою непрактичне. Застосування фізичних моделей річки для вивчення математичного моделювання і чисельної імітації при виборі відповідного місця уздовж течії річки для будівництва великих очисних споруд також служать прикладами застосування моделей.

Контрольні запитання.

1. Поняття про систему. Основні задачі системного аналізу.
2. Виділення системи з навколишнього середовища.
3. Основні етапи системного аналізу.
4. Математичне моделювання — метод системного аналізу.
5. Мета побудови математичних моделей водних екосистем.
6. Класифікація математичних моделей водних екосистем.
7. Поняття про аналітичне моделювання.
8. Параметризація моделей.
9. Критерії якості моделі, її випробування.
10. Поняття про вербальну модель і її значення (за Прикладом 1).

Завдання до самостійної роботи

Студент при виконанні Прикладу 1 повинен ознайомитися з метою вибору типу і структури вербальної моделі. Слід звернути увагу на основні

показники явища, яке необхідно реалізувати в прийнятій моделі при її математичній формалізації. В прикладі показані результати пошуку більш доцільної вербальної моделі для подальшого створення математичної моделі, яка більш точно відображає реальні процеси формування дощового схилового стоку та виносу ним речовин. Викладений приклад має реальне походження, про яке можна прочитати в цитованій далі літературі. На завершення відзначимо, що ефективний вибір вербальної гідроекологічної моделі і її перетворення в математичну модель може зробити тільки той дослідник, хто ґрунтовано вивчив положення про природні процеси, викладені в дисциплінах екологічного напрямку, а також в гідробіології, гідравліці, гідрології, метеорології і, звичайно, в математиці.

Бажаю успіхів!

Приклад 1. Приклад практичного уточнення вербальної моделі стоку за рахунок введення суттєвих характеристик схилового стоку - у формі сітки струмків.

Постановка задач моделювання геосистем, в тому числі екологічних систем, важливою метою вважає вивчення достовірних зв'язків між різними елементами природної системи, закономірні процеси якої повинна відобразити майбутня модель. Методи визначення цих зв'язків вивчає *теорія систем*, яка є одним із розділів кібернетики.

В основному тексті 1-го розділу посібника показано формування моделі початкової форми стоку – стікання води з поверхні схилу з одночасним винесенням нею розчинених речовин і рухомих наносів. Незважаючи на досить детальну визначеність в науковій літературі цього виду стоку, питання змиву речовин схиловим стоком є актуальним для сучасного періоду. Це зв'язано в першу чергу з необхідністю створення моделей виносу силовим стоком забруднюючих речовин з водозбірних площ до водоймищ питного водопостачання або забезпечення водою зрошуваного землеробства і інше. Системний аналіз рекомендує основні методи побудови моделі, представлені діаграмою на рис.1.2. Верхня частина діаграми відображає діяльність того, хто займається вивченням реальних взаємозв'язків між факторами, які будуть надалі враховані в моделі.

Спочатку можливі елементи припущеної моделі відносяться до так званої вербальної моделі, яка враховує тільки типові якості середовища і явища, що моделюється. Загальні правила побудови вербальної моделі схилового стоку, яка повинна відтворити головні особливості середовища і основні його характеристики, визначив А.М. Бефані [9]. Стік в цій моделі розглядається як рух води, який змінюється в часі і просторі. Живлення руху починається з утворення на поверхні схилу шару вільної для стікання води (водоутворення). Інтенсивність наростання цього шару дорівнює різниці інтенсивностей опадів і їх втрат в ґрунти. Вважаючи, що кожен схил займає незначну частину водозбору і його площі, можна допустити, що

інтенсивність опадів і їх вбирання фрунтами для всього схилу така, що їх можна вважати незмінними по всій його площі. Але водоутворенню надається несталий, довільний характер, що в реальних умовах спостерігається завжди.

М.А. Веліканов[12] вказував, що рух води через величезне число струмків дуже малих розмірів, тобто поверхневий схиловий стік, треба замінити фіктивним *суцільним рухом* води по всьому схилу. Цей суцільний потік є основою *вербальної моделі*. Подальша її математична формалізація приводить до відповідної математичної моделі за участю таких функцій, які не допускали ніякого розділення води в загальному потоці. Саме на цій моделі довгий час проводилися розрахунки стоку майже за всіма широко відомими моделями. Їх використання досить помітно сказалося на формі вихідних розрахунків схилового стоку, про що можна судити з наведених нижче результатів зіставлення фактичного і обчисленого гідрографу схилового стоку, побудованого по моделі на базі описаної вище вербальної моделі суцільного стікання води зі схилів. В цьому прикладі використовувалися дані стоку зі схилового водозбору “Відкритий” (ЗВБС) з площею водозбору $0,28 \text{ км}^2$.

Як видно з рис. 1.4, спад стоку, розрахованого за математичними моделями, складеним з участю різних вербальних моделей, має різну тривалість спаду стоку після кінця дощу. Найбільш довгу тривалість дає розрахунок за моделлю, яка враховує струмковий характер поверхневого стоку. Причина цього відома – спад схилового стоку при суцільній моделі розглядається як поступове звільнення від води плоскої поверхні схилу, починаючи з верхнього його вододілу і до підосви. Тому за час, поки площа схилу звільняється від води, оператори моделі підраховують втрати води на інфільтрацію по всій затопленій поверхні. В результаті завищення обчислених втрат води на спаді стоку спостерігається заниження ординат гідрографу по зрівнянні з фактичним гідрографом на рис. 1.4.

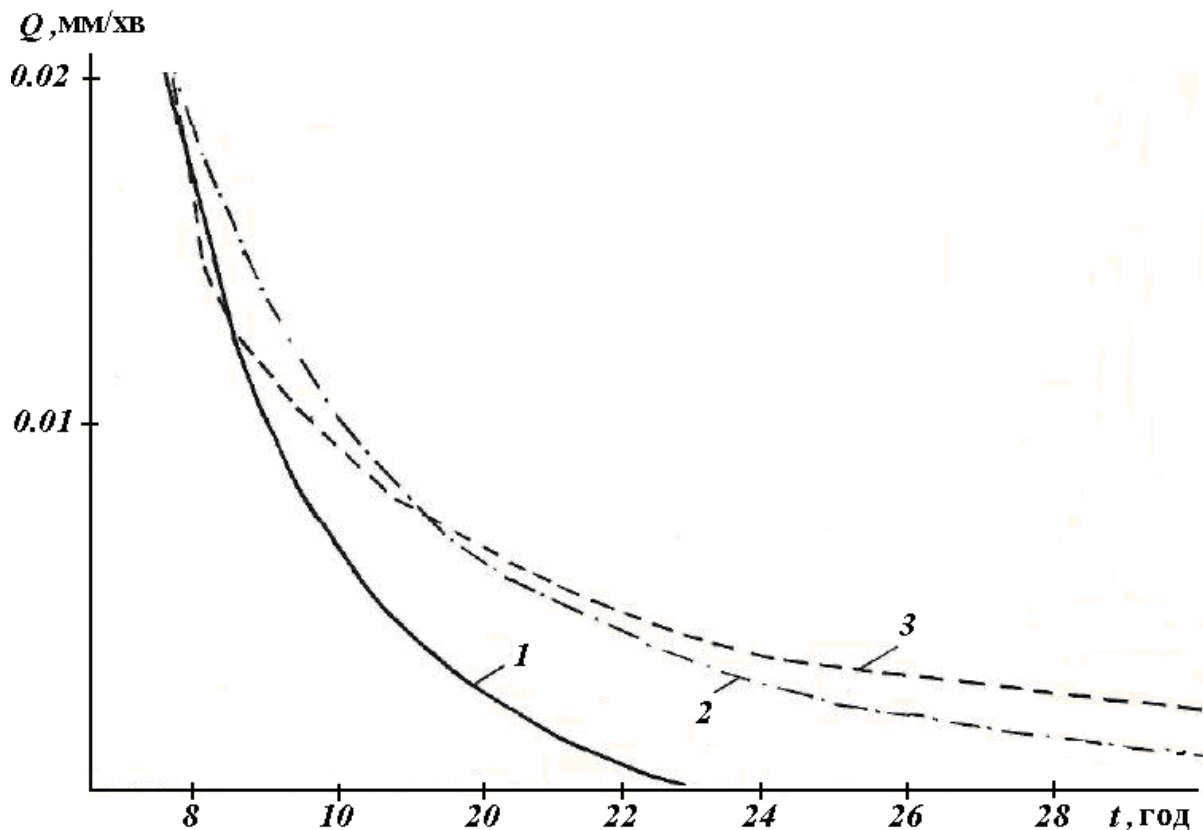


Рис. 1.4 - Спад гідрографів дощового паводку 30.05 1976 р.
на лощині Відкритий (ЗВБС), обчислених на базі різних
вербальних моделей

Позначення: 1 – за моделлю суцільного стоку; 2 – за моделлю
струмкового стоку; 3 – за даними вимірювання.

Математична модель стоку, побудована на базі струмкової вербальної моделі, обчислює втрати води на інфільтрацію виключно в дно струмків, площа водної поверхні яких після дощу різко скорочується і продовжує зменшуватися в зв'язку з обсиханням найдрібніших мікротальвегів. Потім поступово порожніють більші за розмірами мікротальвеги, поки вода не стече з самих глибоких рівчаків в пониззі схилу. Така модель обчислить втрати меншими ніж попередня вербальна модель, що і відображено спадом стоку на рис. 1.4, де гідрограф обчисленого паводку по математичній моделі на базі “струмкової” вербальної моделі більш співпадає з фактичним гідрографом.

Слід відзначити, що в моделях для розрахунків максимального річкового стоку таке спотворене обчислення гідрографів схилового припливу може вплинути на точність генетичних методів розрахунків максимальних витрат зливого стоку з річкових водозборів.

Представлені вище положення вказують на велике значення правильного первинного підбору типу і форми вербальної моделі для подальшої її математичної формалізації з метою одержання ефективної розрахункової моделі для обчислення гідрографу річного стоку. Вони дають можливість студентам більш досконально зрозуміти роль вербальних моделей на етапі вибору структури моделей формування стоку води і виносу речовин з поверхні річкових водозборів. Особливе значення це має при вивченні виносу водним стоком залишків хімічних речовин з ораних земель на водозборах, де вносяться добрива. Тема викладеного має особливе значення для формування моделі виносу речовин з оброблюваних земель рівнини х водозборів країни. Вони мають досить Вони мають пологі схили і тому розрахункова модель без сумніву, повинна враховувати не тільки тривалий спад, але і підвищену концентрацію виносу хімічних речовин стоком води на спаді гідрографу за рахунок височування розчинів речовин з верхнього шару ґрунтів в мікротальвеги схилових струмків.

Розділ 2 МОДЕЛЮВАННЯ ПОТОКІВ ХІМІЧНИХ РЕЧОВИН В РІЧКАХ, ПРОТОЧНИХ ВОДОЙМИЩАХ І ЛИМАНАХ

В 2-му розділі посібника розглядаються моделі потоків хімічних речовин в руслах річок, проточних водоймищ і лиманів, які разом з водним стоком визначають просторово-часовий розподіл показників якості води по довжині їх русел. В практиці планування водогосподарських систем фактори водного стоку і показники його якості взаємозв'язані, що потребує розробляти сумісні математичні моделі процесів стоку води і виносу хімічних речовин. На наш час існує безліч різних типів таких моделей, які використовуються для прогнозу і управління якістю води різних водних об'єктів. Тому в цьому розділі розглядаються найбільш поширені типи моделей формування якостей води для річок, лиманів (естуарій) і озер [27,30,37,41,46 і ін.].

На базі моделей якості води вирішуються завдання проектування і побудови гідротехнічних споруд, пов'язаних з великим капіталовкладенням. Вживаються також економічні заходи для визначення вартості очисних споруд, спроектованих для зменшення скиду забруднювальних речовин в річки або для поліпшення якості вод в місцях водозаборів.

На цей час в зв'язку з широким розподілом по поверхні річкових водозборів джерел забруднень (сільськогосподарські, міські) природних вод необхідні просторові моделі. За допомогою таких моделей забезпечується управління міськими стоками, каналізацією та прогнозування якості води, що створюється. Вивчення просторових моделей стоку води і виносу хімічних речовин наведено в останніх розділах посібника.

Найбільша кількість розглянутих в розділі моделей відносяться до типу детерміністичних моделей, в яких оцінюються середні показники гідрологічних, біологічних або хімічних процесів. Серед розглянутих моделей превалюють види відносно простих одновимірних, стаціонарних і динамічних моделей.

2.1 Загальна база моделей перенесення речовин

Моделі формування і трансформації хімічного складу природних вод часто називають *гідрохімічними* моделями або *моделями якості* вод. Враховуючи програму курсу «Методи математичного моделювання гідроеко-сисием», в цьому посібнику розглядаються в основному моделі винесення з річкових водозборів біогенних речовин, що визначають формування і режим еколого-гідрологічних характеристик і процесів у водних екосистемах.

Моделі виносу речовин з водозборів і їх перенесення водотоками розрізняються не тільки вибраними методами управління якістю, але також типом джерел забруднення води, вибором мети управління якістю води, придатністю стаціонарних чи динамічних умов. Теоретичною основою всіх розглянутих моделей управління якістю води є фундаментальний принцип збереження маси.

Принцип збереження маси стосовно до концентрації $C(x,t)$ джерела забруднювача всередині будь-якої водної ділянки річкового русла формулюється просто: у будь-який інтервал часу маса заданої речовини, перенесена всередину ділянки русла водотоку, мінус маса, винесена з ділянки, плюс маса бокового припливу чи відтоку вздовж ділянки (позитивна або негативна) дорівнює зміні маси всередині ділянки.

На основі аналога закону дифузії і допущення про постійність концентрацій як в горизонтальному, так і у вертикальному напрямі може бути записано одновимірне диференціальне рівняння збереження маси в частинних похідних :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial C(x,t)}{\partial t} = \frac{1}{A(x)} D(x) A(x) \frac{\partial C(x,t)}{\partial x} \right] - \frac{1}{A(x)} \frac{\partial}{\partial x} [Q(x,t) \cdot C(x,t)] + R(x,t), \quad (2.1)$$

де t - час; x – відстань створу водної ділянки від початкового створу; $A(x)$ - площа поперечного перерізу русла в створі x ; $D(x)$ - коефіцієнт подовжньої дифузії в x ; $C(x,t)$ - концентрація заданої речовини в x і t ; $Q(x,t)$ - витрата водної течії в x і t ; $R(x,t)$ - сумарна швидкість додавання (або зменшення) речовини в ділянці за рахунок бокових джерел і зливів в створі x на час t .

Розв'язок цього диференціального рівняння в частинних похідних при відповідних обмеженнях і початкових умовах представляє тимчасовий і просторовий розподіли речовини, що цікавить нас, уздовж напрямку перебігу води.

2.2 Стаціонарні моделі однокомпонентної речовини

Якщо період часу вибрано так, що як природна течія, так і скид стічних вод постійні, може бути взята умова стаціонарності. Воно має на увазі, що концентрація речовини-забруднювача в даній точці x не змінюється з часом, тобто $\frac{\partial}{\partial t} C(x,t) = 0$. Потрібно визначити тільки концентрації даної речовини в різних пунктах x уздовж течії.

Ясно, що стаціонарний режим концентрації речовин в заданому створі русла можливий тільки в періоди стійкого в часі водного режиму і режиму скидів забруднювальних речовин в річку. Такий режим може спостеріга-

тися в періоди межені, коли річка одержує тільки підземне живлення, тому глибини течії і витрати стоку звичайно низькі. Але саме в цей період водозабір з річки для господарських цілей має велике значення і дуже впливає на якість вод стоку річки, яка в цей час може досягти критичних умов. Тому для тих способів управління якістю води, в яких не передбачається яких-небудь змін з часом, часто розумно розглядати деякий критичний набір умов, які можуть виникнути в заданих точках по довжині річки в заданий період дня або року. Для цього використовують стаціонарні моделі для обчислення розподілу критично високих концентрацій заданих речовин по довжині річки.

Якщо на додаток до припущення, що течії і концентрації джерел забруднювача не змінюються з часом, допустити, що для кожного моменту параметри дифузії $D(x)$, витрат $Q(x)$ і площі перерізу річки $A(x)$ постійні для всіх точок x усередині деякої обмеженої ділянки уздовж перебігу води, то стаціонарну форму рівняння (2.1) можна записати у вигляді [30]

$$D \frac{d^2 C(x)}{dx^2} - \frac{Q}{A} \frac{dC(x)}{dx} + R(x) = 0. \quad (2.2)$$

Щоб використовувати рівняння (2.2) для оцінки концентрацій заданої речовини, необхідно визначити член $R(x)$, що описує її утворення. Для цього припустимо, що швидкість зміни концентрацій речовини з відстанню (швидкість течії постійна) пропорційна наявній концентрації, тобто можна записати:

$$R(x) = KC, \quad (2.3)$$

де K - константа швидкості реакції - коефіцієнт розпаду.

2.2.1 Аналітичне вирішення спрощеної стаціонарної моделі

В розділі 1 було указано, що в окремих випадках можливо виконати аналітичне вирішення диференційного рівняння, яке описує причинно-наслідкові зв'язки модельованого явища і власне складає саму математичну модель. Зрозуміло, що це може бути у випадках простих аналітичних рівнянь моделі, наприклад, коли вдається інтегрувати систему диференціальних рівнянь, що зустрічається при значному спрощенні вербальної моделі. Такі спрощення зустрічаються при виборі стаціонарної моделі, в якій можна знехтувати першим членом рівняння (2.1), тобто виключити з рівняння похідну концентрації речовини по змінній t . Це поведе за собою

інші спрощення і рівняння буде просто інтегровано широко відомими методами. Але не слід забувати, що така спрощена модель уже відповідає другій, теж спрощеній вербальній моделі – вона стане також стаціонарною і буде відповідати річці зі стабільним розподілом концентрацій по довжині водотоку. В природних водотоках стабільна концентрація може спостерігатися тільки в меженні періоди року. Таким чином, спрощення моделі скорочує придатність стаціонарної моделі до розрахунків.

Введемо в розрахунки середню швидкість води вниз за течією $U=Q/A$. Для водосховищ і лиманів вона усереднюється через цикл. Рівняння (2.2) інтегрується для простого випадку з постійними параметрами річки. Розглянемо довгу ділянку річки або лиману, в якому D , Q , A і U постійні, а концентрація C наближається до нуля як проти течії ($X<0$), так і вниз ($X>0$) за течією на значній відстані від місця скиду заданої речовини ($X=0$). За такими граничними умовами інтегрування рівняння (2.2) приводить до наступних виразів для концентрації речовини в будь-якому створі X від скиду речовини в початковому створі $X=0$ при наявності постійної швидкості W_0 :

$$C(x) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{W_0}{Qm} \exp \left[\frac{U}{2D} (1+m)X \right] & \text{для } X < 0 \\ \frac{W_0}{Qm} \exp \left[\frac{U}{2D} (1-m)X \right] & \text{для } X \geq 0 \end{array} \right\} \quad (2.4)$$

$$\text{де} \quad m = \sqrt{\frac{U^2 + 4KD}{U^2}}. \quad (2.5)$$

Відзначимо, що $m \geq 1$, а швидкість U і коефіцієнт дифузії D позитивні, тому що експоненти в (2.4) завжди негативні, а $C(X)$ прагне до нуля для великих X , що відповідає граничним умовам. Рівняння (2.4) допускає, що немає джерел або стоків речовини інших, чим постійне скидання при $X=0$ і природний розпад KC .

За умов повного перемішування в точці скидання початкова концентрація речовини при швидкості надходження W_0 при $X=0$ є

$$C_0 = \frac{W_0}{Qm} \quad (2.6)$$

Для річок з прісною водою, де немає приливів і відливів, коефіцієнт дифузії D часто малий, і, отже, m , визначене рівнянням (2.5), близьке до одиниці. В результаті можна записати:

$$C_0 = W_0 / Q. \quad (2.7)$$

Якщо D мале і дифузія незначна, то (2.4) набуває простої форми. Зокрема, для $X < 0$ $C(X)$ дорівнює нулю, тоді як для $X > 0$

$$C(x) = \frac{W_0}{Q} \exp\left(-\frac{KX}{U}\right). \quad (2.8)$$

Рівняння (8) є експоненціальним розпадом речовини за час перенесення її вниз за течією з точки скидання $X=0$.

У міру наближення до моря або озера коефіцієнт дифузії D збільшується, а швидкість течії U зменшується. Зважаючи на те, що витрата води в річці Q дорівнює площі поперечного перерізу A , помноженій на швидкість U , тобто $Q=AU$, а m може бути записане рівним йому виразом $[(U^2+4KD)^{1/2}]/U$, і, оскільки U наближається до нуля, Q_m в (2.4) наближається до A . В такому разі експонента

$$\frac{UX}{2D}(1 \pm m) = \frac{UX}{2D} \left[\frac{U \pm (U^2 + 4KD)^{1/2}}{U} \right] \quad (2.9)$$

наближається до $\pm X\sqrt{K/D}$. Таким чином, для малих значень U з (2.4) $C(X)$ стає рівним:

$$\left. \begin{aligned} C(X) &= \frac{W_0}{2A\sqrt{KD}} \exp(+X\sqrt{K/D}) && \text{при } X < 0 \\ C(X) &= \frac{W_0}{2A\sqrt{KD}} \exp(+X\sqrt{K/D}) && \text{при } X \geq 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

Зважаючи, що для прийнятих умов дифузія набагато перевищує адвективне перенесення, профіль концентрації симетричний щодо точки скидання при $X=0$. Рисунок 2.1 ілюструє профілі концентрації речовини згідно з рівняннями (2.4), (2.8) і (2.10).

Рівняння (2.4), (2.8) і (2.10) можуть бути використані як результат розв'язання задачі розподілу концентрації заданої речовини по довжині річки на базі одновимірної стаціонарної моделі якості води. Припустимо, що

параметри моделі K , D , A і U постійні по всій довжині однорідної ділянки річки і що концентрація $C(X)$ наближається до нуля для великих X . На рис 2.1 показані схеми поздовжнього розподілу концентрації контрольованої речовини згідно з наведеним вище рівнянням стаціонарної однокомпонентної моделі. Форма представлених на рис.2.1 графіків відповідає дії сумісного впливу адвекції і дифузії на розподіл концентрації по довжині річки або водосховища, чи лиману.

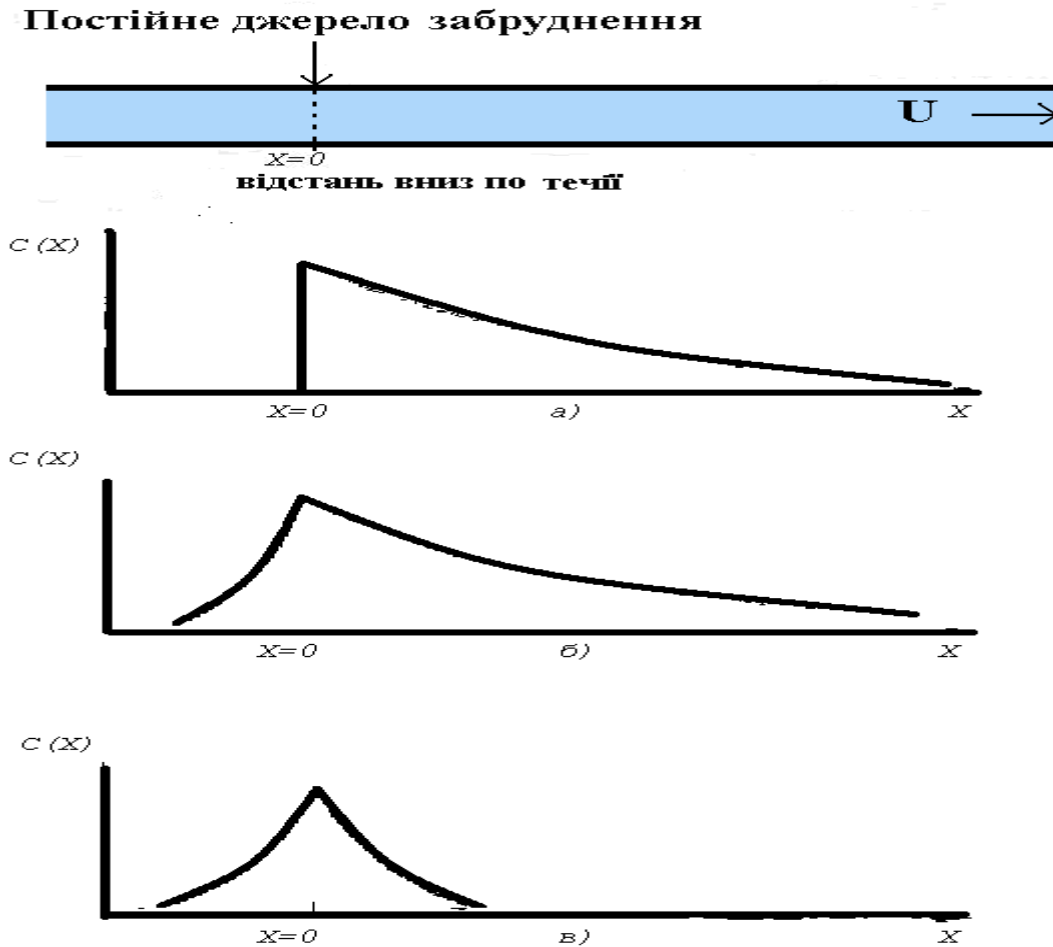


Рис. 2.1 - Залежність концентрації речовини $C(X)$ у річці або естуарії від відстані X при скиданні речовин від одного точкового джерела: а)- тільки адвекція; б) - адвекція і дифузія; в) - тільки дифузія.

Описані вище моделі застосовуються для простої однорідної ділянки річки, в якій параметри моделі якості K , D , A і U постійні і де концентрація речовини $C(X)$ наближається до нуля для великих X .

2.2.2 Розв'язання рівнянь за допомогою кінченнорізницевих методів

В практиці екологічного моделювання якості природних вод широко використовуються скінченнорізницевий метод рішення диференціальних рівнянь моделі [27,30,39]. Основна ідея цього методу полягає в розділенні річкового русла річки, водосховища чи лимана деяке число однорідних секцій. На рис. 2.2, який взято з роботи [30], показано можливий розділ річки або естуарію на секції. Розглянемо баланс, наприклад, концентрації розчиненого кисню (РК) в деякій секції k . Якщо дефіцит концентрації речовини РК в центрі секції буде C_k , то відповідні концентрації в сусідніх секціях будуть C_{k-1} і C_{k+1} . В скінченнорізницевому методі передбачається повне перемішування води в кожній секції.

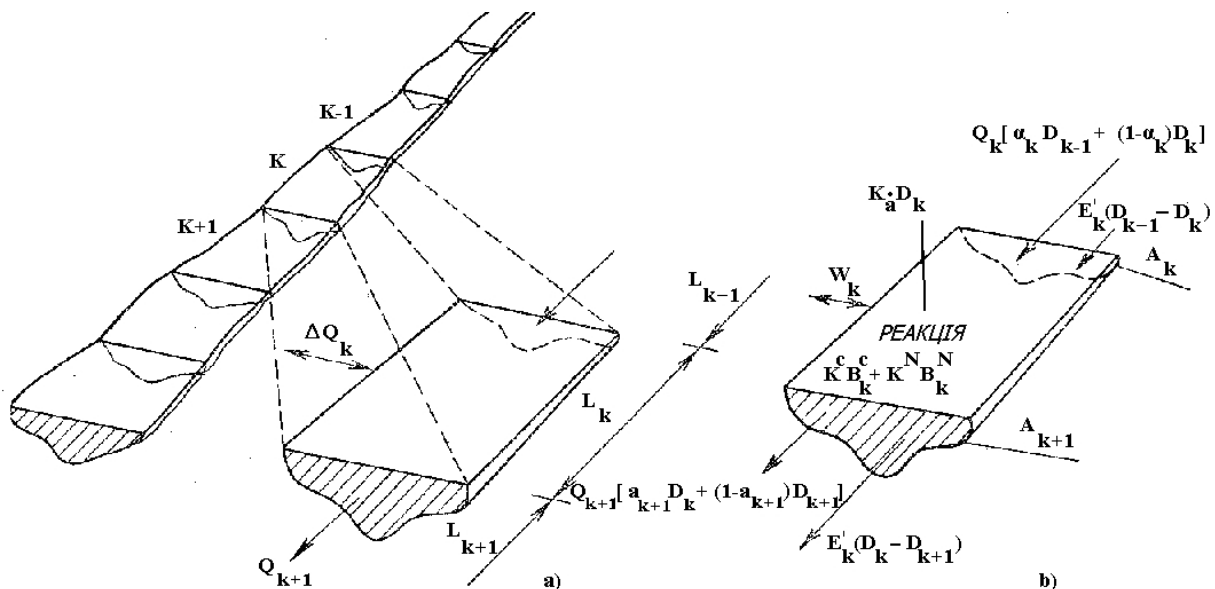


Рис. 2.2 - Розділення річки або естуарію на секції для скінченнорізницевого наближення.

В лівій частині схеми рис.2.2 показано розділення русла річки на секції, а в правій виписані елементи рівняння балансу маси для заданої k -ї секції. Переміщення води і речовин здійснюється завдяки процесам адвекції та дифузії. Елементи рівняння балансу речовин для k -ї секції показані такими: адвекція— на вході $Q_k[a_k D_{k-1} + (1-a_k) D_k]$, на виході $Q_{k+1}[a_{k+1} D_k + (1-a_{k+1}) D_{k+1}]$; дифузія – на вході $E'_k(D_{k-1} - D_k)$, на виході $E'_{k+1}(D_k - D_{k+1})$.

Далі автори роботи [30], використовуючи обчислені для k -ї секції вхідні і вихідні потоки РК, а також зміну змінної концентрації РК в середині се-

кції в зв'язку з впливом аерації, записали наступне рівняння (2.11), яке відображає для однієї k -ї секції. Рівняння балансу речовини для k -ї секції з використанням рівняння балансу має вигляд

$$0 = E_k (D_{k-1} - D_k) - E'_{k+1} (D_k - D_{k+1}) + Q_k [\alpha_k D_k + (1 - \alpha_k) D_k] - Q_{k+1} [\alpha_{k+1} D_{k+1} + (1 - \alpha_{k+1}) D_{k+1}] - V_k K_k D_k + W_k, \quad (2.11)$$

де V_k —об'єм води в секції k ; C_k —концентрації речовини в секції k ; Q_k —потік води в секцію k із секції $k-1$; E'_k — коефіцієнт обміну між секціями k і $k-1$; D_k — дефіцит РК в секції k ; α_k — безрозмірний коефіцієнт перемішування між секціями k і $k-1$; K_k —константа швидкості реакції для речовини в секції k ; W_k — швидкість додатка або усунення дефіциту РК в секцію k внаслідок скидів, водозаборів і штучної аерації в секції.

В цьому розділі розглядаються стаціонарні моделі якості води, тому в рівнянні (2.1) необхідно врахувати незалежність параметрів моделі від часу t , тобто з аналізу виключено похідну концентрації речовини за часом. Крім цього, при моделюванні процесу формування дефіциту розчиненого кисню необхідно використати так звані спарені реакції, які сумісно впливають на концентрацію РК. Одночасно в природних водах проходить реакція окислення органічних вуглецевих сполук, а також азотних, які впливають на РК і БСК. Тому в праву частину рівняння (2.11) для k -ї секції необхідно ввести такі додаткові члени: $V_k K_k^c B_k^c$ і $V_k K_k^N B_k^N$, в яких V_k — об'єм води в k -й секції; K_k^c і K_k^N - коефіцієнти швидкості розпаду відповідно вуглецевих і азотних сполук; B_k^c і B_k^N - концентрації відповідно від органічного вуглецевого і азотного БСК.

Після упорядкування рівняння (2.11) воно має такий вигляд:

$$-(E'_k + \alpha_k Q_k) D_{k-1} + [(E'_k + E'_{k+1}) - Q_k (1 - \alpha_k) + Q_{k+1} \alpha_{k+1} + V_k K_k^c B_k^c - [E'_{k+1} - (1 - \alpha_k) Q_{k+1}] D_{k+1} = V_k K_k^N B_k^N + W_k. \quad (2.12)$$

На базі рівняння (2.12) програмним способом можна скласти систему лінійних рівнянь з неперервним вирішенням задачі для русел річок значної довжини. За цією моделлю обчислюються параметри показників якості води по всіх секціях, для яких вони невідомі. З точки зору авторів роботи [30] такими параметрами є B_k^c і B_k^N , їх можна обчислити розрахунками за системою рівнянь.

Викладена в цьому розділі модель відноситься до типу стаціонарних моделей першого порядку і є досить простою. Якщо необхідно вирішити задачі і наявні дані не вимагають більш складних програм, то ці відносно

прості моделі можуть допомогти виконати численні питання управління якістю вод річкових систем.

2.3 Динамічні моделі

Моделювання природних річкових систем з врахуванням змінювання в часі концентрацій речовин і стаціонарними витратами води виконується на основі рівняння перенесення (2.1), яке для даного випадку записується у такому вигляді:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left(DA \frac{\partial C}{\partial x} \right) - \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} (QC) \pm \sum_k S_k, \quad (2.12)$$

де C - концентрація контрольованої речовини (що розкладається або не розкладається); D - коефіцієнт дифузії; A - площа поперечного перерізу при координаті x ; x -координата вздовж річки; U -швидкість перебігу води і $\sum S_k$ - джерела і стоки речовини. Необхідно знайти загальне рішення для концентрації C в усіх створах x і в будь-який час t .

Рівняння (2.12) може застосовуватися для розрахунку концентрації різних речовин в створах річкової системи із стаціонарними витратами води. Як приклад нижче наведено рівняння для розрахунку біохімічного споживання кисню $B(x,t)$ для річкових систем в такій формі (пояснення до членів рівняння наведені під ними):

$$\begin{aligned} \frac{\partial DO(x,t)}{\partial t} &= \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left[EA \frac{\partial DO(x,t)}{\partial x} \right] - \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} [Q(x)DO(x,t)] - \\ &\left[\begin{array}{c} \text{швидкість} \\ \text{зміни БСК} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{зміна в часі} \\ \text{БСК від дифузії} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{зміна в часі} \\ \text{БСК від адвекції} \end{array} \right] - \\ &- K_a [DO_{\text{нас}}(x,t) - DO(x,t)] - K^c [B^c(x,t)] - K^N [B^N(x,t)] + \\ &\left[\begin{array}{c} \text{добавка за} \\ \text{рахунок аерації} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{спад за рахунок} \\ \text{від БСК – розпаду} \end{array} \right] \text{ споживання } O_2 \\ &+ P(x,t) - R(x,t) - S_B B(x,t) + \frac{\sigma^c_{\text{БСК}}}{A}. \quad (2.13) \\ &\left[\begin{array}{c} \text{добавка від} \\ \text{фотосинтезу} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{споживання} \\ \text{на дихання} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{споживання РК} \\ \text{в придонні} \end{array} \right] + \left[\begin{array}{c} \text{добавка від по-} \\ \text{верхнього стоку} \end{array} \right] \end{aligned}$$

В наведеному вище рівнянні використовувалися такі позначення : P – швидкість утворення кисню в процесах фотосинтезу; R – швидкість споживання кисню в процесі дихання; S_B – швидкість споживання кисню в

придонні; $\sigma_{БСК}^C$ - однорідно розподілене вхідне вуглецеве БСК при річному стоці;

K_a, K^C, K^N – константи швидкості реаерації, розпаду $БСК^C$ і $БСК^N$; позначки (x, t) після літерного символу вказують на змінюваність позначеного символом параметра з часом і по довжині річки. Інші позначення пояснюються вище по тексту в розділі 2.

Рівняння типу (2.13) з простими формами виразів, що складають його праву частину і залежні від координат відстані x і часу t , може дати просте рішення. Тому воно може бути проінтегроване для визначення змінних в часі поздовжнього розподілу $БСК$ і $РК$. Слід відзначити, що рішення можна одержати при інтегруванні рівняння, приймаючи, що K^C, K^N, K_a, A і U можуть бути осереднені в межах кожної секції, на які розділене русло річки. При цьому необхідно мати дані концентрацій $БСК, B^C(0, t)$ і $B^N(0, t)$ для першої і останньої точки русла річки, що вивчається. Як початкові і граничні умови необхідно знати зміну в часі концентрації БПК для початкового створу (при $x=0$), а також розподіл по довжині річки $БСК$ в початковий момент часу (при $t=0$). Інтегралом цього рівняння є $B(x, t)$, тобто розподіл в часі і по довжині річки шуканого значення $БСК$. Аналітичний розв'язок рішення рівняння (2.13) можливий для випадку нехтовно малої дифузії $БСК$ по зрівнянні з адвективним перенесенням.

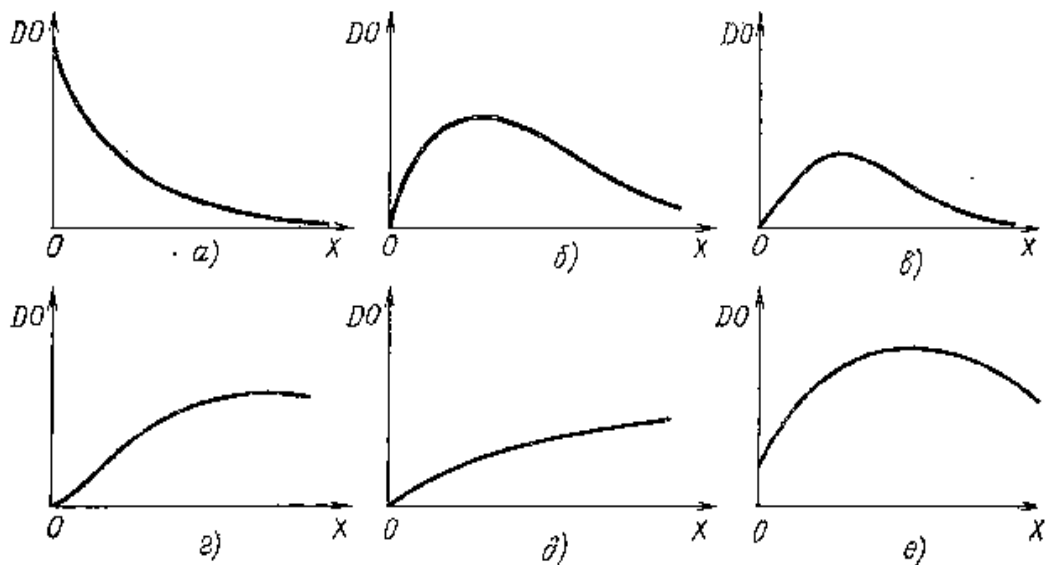


Рис. 2.3 - Результати розрахунків розчиненого кисню по моделі (2.13).

Пояснення до рис. 2.3:

а – початковий дефіцит РК; б – дефіцит кисню від $БСК^C$; в – дефіцит кисню від розподіленого $БСК^N$; г - дефіцит кисню від розподіленого $БСК^C$; д - усереднений в часі дефіцит кисню від $\sigma_{РК}$; е – повний середній дефіцит кисню з урахуванням усіх складових.

Кожна складова інтегрованого рівняння по частинах представляє різні ефекти їх впливу на форму поздовжнього профілю. Автором в роботі [30] наведені алгебраїчні форми часткових рішень рівняння (2.13). В даному у замість їх на рис. 2.3 зображені тільки криві внесків кожної із частин від кожної складової рівняння в загальну концентрацію розчиненого кисню (DO) і форму поздовжнього профілю $DO = f(x)$, де x – відстань від початкового створу. В поясненні під рис.2.3 наводиться перелік причин формування дефіцитів кисню, а схема профілю на рис. 2.3,е відповідає повній осередненій кривій DO з врахуванням всіх складових ($a-\partial$).

Описані в цьому розділі моделі дозволяють оцінити просторовий розподіл параметрів та індексів якості води і їх можна після оптимізації параметрів використовувати для прогнозування і управління якістю їх вод.

2.4 Моделі багатокomпонентної річкової системи

Скиди антропогенних вод, особливо ті, що містять велику кількість біогенних елементів, впливають на водні екосистеми і на їх загальну біологічну продуктивність, а також на окремі популяції бактерій, одноклітинних, фітопланктону, зоопланктону, риби і інших організмів. З метою безперервного контролю і управління якістю природних вод необхідно розробляти операційні імітаційні моделі для водних екосистем, які можуть чисельно інтегрувати рівняння типу (2.12). Такі моделі використовуються для різних показників якості води, включаючи консервативні речовини, біомасу водоростей, амонійний, нітритний і нітратний азот, фосфор, вуглецеве біохімічне споживання кисню, розчинений кисень, коліформи і радіонукліди. Нижче наведені математичні вирази, що описують характерні реакції і взаємодії між цими біотичними компонентами. Вплив дифузії і перенесення тут не враховані. Представлені нижче рівняння імітаційних моделей складають модель для водної екосистеми під назвою QUAL II, побудовану для Американського Агентства охорони навколишнього середовища [30,37,47]. Нижче наведені математичні рівняння, які описують характерні реакції і взаємодію між біотичними компонентами. Саме вони представляють значний інтерес для всіх, хто вивчає закономірності формування якостей природних вод з наміром складання моделей управління водними екосистемами і прогнозування їх стану.

Хлорофіл a має концентрацію C_a , яка вважається пропорційною концентрації фітопланктону A :

$$C_a = \alpha_0 A. \quad (2.14)$$

Зростання і продукція біомаси водоростей A оцінюється похідною (dA/dt) , що змінюється з часом і залежить від їх питомої швидкості росту

μ_A , питомої швидкості відмирання ρ_A , швидкості осідання σ_A , та середньої глибини потоку h_a . Всі величини відносяться до окремого елементу річки dx . Концентрація водоростей залежить також від функції виїдання G_z вищими трофічними рівнями, таким, як зоопланктон. Отже,

$$\frac{dA}{dt} = \mu_A A - \rho_A - \frac{\sigma_A A}{h_a} - G_z. \quad (2.15)$$

Показники швидкості росту водоростей залежить від температури, біогенних елементів (азот, вуглець, фосфор) і світла. Питома швидкість росту водоростей μ в даній точці річкової системи обчислюється по стандартній формулі Михаеліса-Ментен [30], згідно якої швидкість росту є зростаючою функцією від існуючої концентрації S :

$$\mu = \mu_{max} \frac{S}{K_s + S}. \quad (2.16)$$

Наведемо методи обчислення коефіцієнту μ . З формули (2.16) видно, що при $K_s = S$ μ дорівнює половині максимальної швидкості росту μ_{max} , тому цей параметр називається константою *напівнасичення*. У моделі швидкість росту водоростей може лімітуватися недовіком нітратного азоту NO_3 , фосфору P , вуглецю C , світла L або температурою:

$$\mu_A = (\mu_{A,29}^{max}) (\Theta^{T-20}) \left(\frac{NO_3}{K_{NO_3} + NO_3} \right) \left(\frac{P}{K_P + P} \right) \left(\frac{C}{K_C + C} \right) \left[\frac{1}{\lambda D_a} \ln \left(\frac{K_L + L}{K_L + L e^{-\lambda D_a}} \right) \right], \quad (2.17)$$

де μ_A - питома швидкість росту біомаси водоростей; $\mu_{A,20}^{max}$ - максимальна питома швидкість росту біомаси водоростей при 20°C; Θ - температурний коефіцієнт в межах від 1,02 до 1,06; T -дійсна температура води °C; NO_3 , P , C -концентрація нітратного азоту, фосфору фосфатів і вуглецю; K_c , K_{NO_3} , K_p - залежні від температури константи напівнасичення для водоростей; L -інтенсивність світла; K_L - коефіцієнт напівнасичення для світла; λ -коефіцієнт ослаблення світла у воді; D_a - середня глибина потоку.

При відсутності в воді будь-якого лімітуючого біогенного елементу швидкість росту водоростей рівна нулю. Останній метод включає тільки просту формулу Михаеліса-Ментен для головних лімітних факторів - субстрату або світла, які стримують зростання водоростей. При цьому

$$\mu_A = (\mu_{A,20}^{\max})(\Theta^{T-20})\left(\frac{NO_3}{K_{NO_3} + NO_3}\right), \quad \text{якщо лімітує } NO_3; \quad (2.18)$$

$$\mu_A = (\mu_{A,20}^{\max})(\Theta^{T-20})\left(\frac{P}{K_P + P}\right), \quad \text{якщо лімітує } P; \quad (2.19)$$

$$\mu_A = (\mu_{A,20}^{\max})(\Theta^{T-20})\left(\frac{C}{K_C + C}\right), \quad \text{якщо лімітує } C; \quad (2.20)$$

$$\mu_A = (\mu_{A,20}^{\max})(\Theta^{T-20}) \left[\frac{1}{\lambda h_a} \ln \left(\frac{K_L + L}{K_L + L e^{-\lambda h_a}} \right) \right], \quad \text{якщо лімітує } L. \quad (2.21)$$

З метою подальшого аналізу введемо рівняння для обчислення швидкості питомого спадання біомаси ρ_A :

$$\rho_A = \rho_{20} \Theta^{T-20}, \quad (2.22)$$

де T -температура води, $^{\circ}C$; Θ - температурна константа; ρ_{20} - швидкість питомого спаду при $20^{\circ}C$.

Функція видання G_z записується по формулі:

$$G_z = \mu_z Z F_{A,z}, \quad (2.23)$$

де μ_z - питома швидкість росту зоопланктону обчислюється по так:

$$\mu_z = (\mu_{z,20}^{\max})(\Theta^{T-20})\left(\frac{A}{K_A + A}\right), \quad (2.24)$$

а K_A залежна від температури константа напівнасичення для концентрації біомаси водоростей. Питома швидкість росту зоопланктону μ_z , помножена на концентрацію зоопланктону Z і коефіцієнт трансформації $F_{F,z}$, оцінює спад біомаси водоростей унаслідок виїдання зоопланктоном G_z .

Азотний цикл описується диференціальними рівняннями, що визначають трансформацію азоту з однієї форми в іншу. Для амонійного азоту NH_4

$$\frac{dNH_4}{dt} = \alpha_1 \rho_A A - \beta_1 NH_3 + \frac{\sigma_3}{A_x}, \quad (2.25)$$

де NH_3 - концентрація амонійного азоту; α_l - частина мертвої біомаси водоростей, перетворена бактеріями в амонійний азот; ρ_A - питома швидкість спаду, залежна від температури; A - концентрація біомаси водоростей; β_l — швидкість біологічного окислення NH_3 , залежна від температури; σ_3 - швидкість надходження NH_3 унаслідок життєдіяльності бентосу; A_x - середня площа поперечного перетину потоку для координати X .

Для нітритного азоту NO_2

$$\frac{dNO_2}{dt} = \beta_1 NH_3 - \beta_2 NO_2 \quad (2.26)$$

де NO_2 - концентрація нітритного азоту; β_l - швидкість окислення NH_3 до NO_2 ; β_2 - швидкість окислення NO_2 до NO_3 .

Для нітратного азоту NO_3

$$\frac{dNO_3}{dt} = \beta_2 NO_2 - \alpha_1 \mu_A A \quad (2.27)$$

Тут параметри і змінні визначаються так само, як для рівнянь (2.25) і (2.26), які описують азотний цикл.

В циклі фосфору розглядаються тільки взаємодії фосфору і водоростей, а також надходження фосфору. Таким чином, диференціальне рівняння, що описує змінну в часі концентрацію фосфору ортофосфатів P , записується так:

$$\frac{dP}{dt} = \alpha_2 A (\rho_A - \mu_A) + \frac{\sigma_2}{A_x}, \quad (2.28)$$

де α_2 - частина фосфору в біомасі водоростей; σ_2 - швидкість прибутку фосфору з бентосу.

Вуглецеве біохімічне споживання кисню $БПК^C$ записується у вигляді реакції першого порядку

$$\frac{dБПК^C}{dt} = -K^C БПК^C - K^S БПК^C \quad (2.29)$$

де K^C - константа швидкості споживання кисню або розпаду вуглецевого $БПК^C$, яка залежить від температури; K^S - швидкість спаду вуглецевого $БПК^C$ унаслідок осідання.

Поглинання кисню бентосом передбачається залежним тільки від площі поперечного перетину A в координаті x і рівним σ_b/A_x , де σ_b — відповідна константа швидкості.

Диференціальне рівняння, яке описує швидкість зміни концентрації розчиненого кисню, записується у вигляді

$$\frac{d}{dt} DO(x) = K_a [DO^s(x) - DO(x)] + (\alpha_3 \mu_A - \alpha_4 \mu_A) A - K^c БПК^c - \sigma_b / A_x - \alpha_5 \beta_1 NH_3 - \alpha_6 \beta_2 \quad (2.30)$$

В рівнянні (2.30) крім понять, визначених вище, $DO^s(x)$ - насиченість розчиненого кисню, змінне в часі, в координаті x ; $DO(x)$ - концентрація розчиненого кисню в координаті x ; K_a -константа швидкості реаерації, залежна від температури; α_3 - швидкість надходження кисню при фотосинтезі на одиницю біомаси водоростей; $\alpha_4, \alpha_5, \alpha_6$ - швидкість споживання кисню відповідно на одиницю біомаси водоростей, на одиницю окисленого амонійного азоту, на одиницю окисленого нітритного азоту.

Іншими показниками якості води є концентрації коліформ і радіонуклідів. Для найбільш вірогідного числа коліформ F швидкість зміни рівна

$$\frac{dF}{dt} = -K^d F, \quad (2.31)$$

де K^d -константа смертності. Швидкість зміни радіонуклідів може бути описана рівнянням диференціальним наступним:

$$\frac{dR}{dt} = -\gamma_r R - \gamma_a R, \quad (2.32)$$

де γ_r - швидкість радіоактивного розпаду; γ_a - швидкість радіоактивної абсорбції на облягаючі частинки і інших механізмів відходу радіонуклідів з водної товщі. Тепло - остання змінна, яка впливає на швидкість більшості реакцій і сама по собі є можливим забруднювачем. Моделювання температури одновимірного потоку включає те ж рівняння безперервності і перенесення (2.12). Змінна C в цих рівняннях може бути визначена як $\rho c T$ - кількість теплоти на одиницю об'єму води, де T -температура води; ρ - щільність води, c - питома теплоємність води.

Швидкість перенесення теплоти через кордон зручно представляти як потік на одиницю площі H_N з розмірністю. Для ділянки потоку завдовжки

Δx і середньої ширини поверхні W повна швидкість перенесення теплоти через водну поверхню складає $H_N(\Delta x)W$. Якщо середня площа поперечного перетину рівна A і розподіл температури за всім обсягом $A(\Delta x)$ постійний, то $S_h = H_N/D$, де D - гідравлічна глибина ділянки $D=A/W$. Таким чином, рівняння для температури може бути записано як функції часу t і відстані x :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left(EA \frac{\partial T}{\partial x} \right) -$$

$$\left[\begin{array}{c} \text{швидкість зміни} \\ \text{температури з} \\ \text{часом} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \text{зміна в зв'язку} \\ \text{з дифузією} \end{array} \right]$$

$$- \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} (TQ) \pm \frac{H_N}{\rho c D} \quad (2.33)$$

$$\left[\begin{array}{c} \text{зміна в зв'язку} \\ \text{з переносом} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} \text{зміни в зв'язку з} \\ \text{джерелами і стоками} \end{array} \right]$$

Тепловий потік H_N може бути виражений як $\lambda(T_E - T)$, де T_E - рівноважна температура водної поверхні, при якій швидкість теплового потоку через поверхню повітря-вода рівна нулю; параметр λ - потік теплоти на одиницю різниці температур. Цей параметр і рівноважна температура T_E залежать від атмосферних умов і якості води, тому вони непостійні.

Контрольні запитання.

Загальна математична база перенесення речовин водою.

Стационарна модель однокомпонентної речовини.

Аналітичне вирішення спрощеної стаціонарної моделі.

Рішення рівнянь стаціонарної моделі скінченнорізницеvim методом.

Моделювання потоків хімічних речовин динамічними рівняннями.

Моделі багатокомпонентної річної системи.

Моделювання зміни концентрацій азотного циклу і циклу фосфору.

Моделі процесу зміни БПКс і концентрації розчиненого кисню.

Моделювання змін концентрацій і радіонуклідів. Моделювання температурного потоку в воді.

Розділ 3 МОДЕЛЮВАННЯ ЯКОСТІ ВОДИ ОЗЕР І ВОДОСХОВИЩ

Водоймища як сховища природних поверхневих вод часто мають постійний об'єм протягом року і добре перемішування води, тому вони зазвичай моделюються з використанням простих вхідних-вихідних залежностей. Проте, на більшості водосховищ мають місце температурні градієнти, стратифікація густини води, а також виявлення впливу різних способів експлуатації водосховищ на фізичні, хімічні і біологічні якісні характеристики стоячої води. В цьому випадку запропоновані складніші моделі якості води озер і водосховищ, основані на рівняннях балансу мас, які аналогічні відповідним рівнянням для прогнозу якості води у водотоках і лиманах. Але в порівнянні з річковими системами в моделях прогнозування якості води озер і водосховищ є свої особливості. Методи моделювання обох типів озер і водосховищ розглядаються далі.

3.1 Моделі входу - виходу для озер постійного об'єму з повним перемішуванням

В Україні, особливо в її південній частині, більшість водоймищ відносяться до типу озер і лиманів з повним перемішуванням вод. Це пов'язано з тим, що ці водойми, наприклад, Придунайські озера, лимани Північно-Західного Причорномор'я мають невеликі глибини і плоскі днища. Досить часті тут вітри з середньомісячною швидкістю від 3 до 10 м/с формують на озерах і лиманах циркуляційні течії по всій площі кожного водоймища і забезпечують добре перемішування їхніх вод. Тому викладені в цьому розділі прості балансові моделі можуть бути корисними для моделювання і прогнозів часового розподілу концентрації речовин в численних озерах і лиманах країни.

Зміна маси будь-якої речовини в озерах з повним перемішуванням дорівнює різниці вхідної маси та тої, що виходить, мінус втрати речовини внаслідок розпаду або седиментації. Баланс речовини може бути записаний для будь-якого інтервалу часу ΔT . Швидкість течії N і загальна швидкість розпаду і осадження K беруться постійними для входу компонентів, зокрема біогенних елементів. Нехай V - постійний об'єм, Q - постійна витрата води і C -концентрація біогенного елемента, тоді [30,34,36,37]

$$\Delta C = \frac{1}{V} [N\Delta t - QC\Delta t - KCV\Delta t]. \quad (3.1)$$

Розділивши рівняння (3.1) на Δt і спрямувавши t до нуля, одержимо диференціальне рівняння

$$\frac{dC}{dt} = \frac{N}{V} - \frac{QC}{V} - KC. \quad (3.2)$$

Вираз оцінки концентрації біогенного елемента $C(t)$ у будь-який час t одержуємо при інтеграції рівняння (3.2), а якщо припустимо, що початкова концентрація дорівнює нулю ($C_0=0$), одержимо:

$$C(t) = \frac{N}{Q + KV} \{1 - \exp[-t(\frac{Q}{V} + K)]\}. \quad (3.3)$$

Рівноважна концентрація C^* може бути визначена з рівняння (3.3) при $t \rightarrow \infty$, або з рівняння (3.2) при $\frac{dC}{dt} = 0$, тоді

$$C^* = \frac{N}{Q + KV}. \quad (3.4)$$

Час t_a , необхідний для досягнення заданої частини α від рівноважної концентрації при заміні $C(t)/C^* = \alpha$, одержимо

$$t_a = \frac{-V}{Q + KV} \ln(1 - \alpha). \quad (3.5)$$

Аналогічні рівняння можуть бути записані для оцінки концентрації і часу, пов'язаного із зменшенням концентрації джерел забруднення. Для ідеально перемішаного водоймища, що має початкову концентрацію біогенного елемента $C(0)=C_0(t=0)$, за відсутності надходження біогенного елемента ($N=0$), при постійному об'ємі V , витраті Q і загальному коефіцієнті розпаду і осадження K зміна концентрації C з часом відповідно до (3.2) дорівнює

$$\frac{dC}{dt} = -C(\frac{Q}{V} + K). \quad (3.5)$$

Після інтегрування рівняння (3.5) з врахуванням викладених вище умов, одержуємо концентрацію $C(t)$ у будь-який час t :

$$C(t) = C_0 e^{-t(Q/V + K)}. \quad (3.6)$$

З цього виразу можна знайти час t_a , потрібний для досягнення концентрації біогенного елемента частини $1-\alpha$ від початкової концентрації $C_0[C(t)/C_0=1-$

α]. В роботі [30,36] успішно використана описана вище модель входу - виходу для прогнозу концентрації фосфору в великих озерах.

3.2 Моделі стратифікованих водоймищ

Велика кількість озер і різні водоймища України призначені сховищами для води в господарських цілях, особливо в районах посушливої степової зони країни. Всі вони мають досить глибоко врізані русла і в місцях тальвегів значні глибини. Це – глибокі водосховища, розміщені в руслах великих і середніх річок або ставки в місцях глибоких долин та балок, підпертих високими греблями. Моделювання розподілу концентрацій розчинених речовин по об'єму таких водойм має велике значення. Особливо важливим є можливість прогнозування розподілу концентрацій речовин в зв'язку з різного роду аваріями на притоках чи в водосховищі, коли екологічно небезпечні речовини великою кількістю попадають в воду. Саме такі події мали місце на накопичувальному сховищі Калійного комбінату після розмиву його греблі. Значні об'єми калійних солей по притоці Дністра були винесені до Верхньо-Дністровського водосховища і спричинили значні збитки рибному і сільському господарству, водопостачанню містам і селам регіону біля водосховища і на територіях вздовж Дністра нижче водосховища. Своєчасне застосування описаних нижче моделей для періоду початку описаної аварії безумовно сприяло б вжиттю ефективних заходів для зменшення збитків від аварії шляхом комбінації витрат води через скидний отвір в греблі чи інших.

Частіше стратифіковані водоймища - це річкові водосховища з малими проточними витратами, тому вони стають стратифікованими протягом деякого періоду року, і тоді градієнти температур по глибині ефективно запобігають перемішуванню. Зокрема, влітку озера часто мають дві зони - верхній шар теплої води під назвою *епілімніон*, і нижній холодний шар - *гіполімніон*. Кожний з шарів добре перемішаний, але різна густина їх заважає повному перемішуванню озера. Для цих випадків використовувалися моделі, в яких протягом літньої стратифікації епілімніон і гіполімніон розглядалися як два окремі об'єми озера з деяким водообміном через перехідну зону між ними – термоклин. Також була запропонована модель для зимових умов, в якій озеро вважалось ідеально перемішаним. Модель для літніх умов містить чотири зв'язані лінійні диференціальні рівняння балансу речовини для концентрацій фосфору ортофосфатів (*OP*) і зв'язаного фосфору (*PP*) в кожній зоні. Пояснення для цих моделей показані на рис.3. Протягом літа епілімніон вважається добре перемішаним. Припливи води Q поступають в цей шар в точках j і мають концентрації двох

форм фосфору OP_j і PP_j . Припливи збалансовані стоком з озера Q_e , який також відноситься до епілімніону.

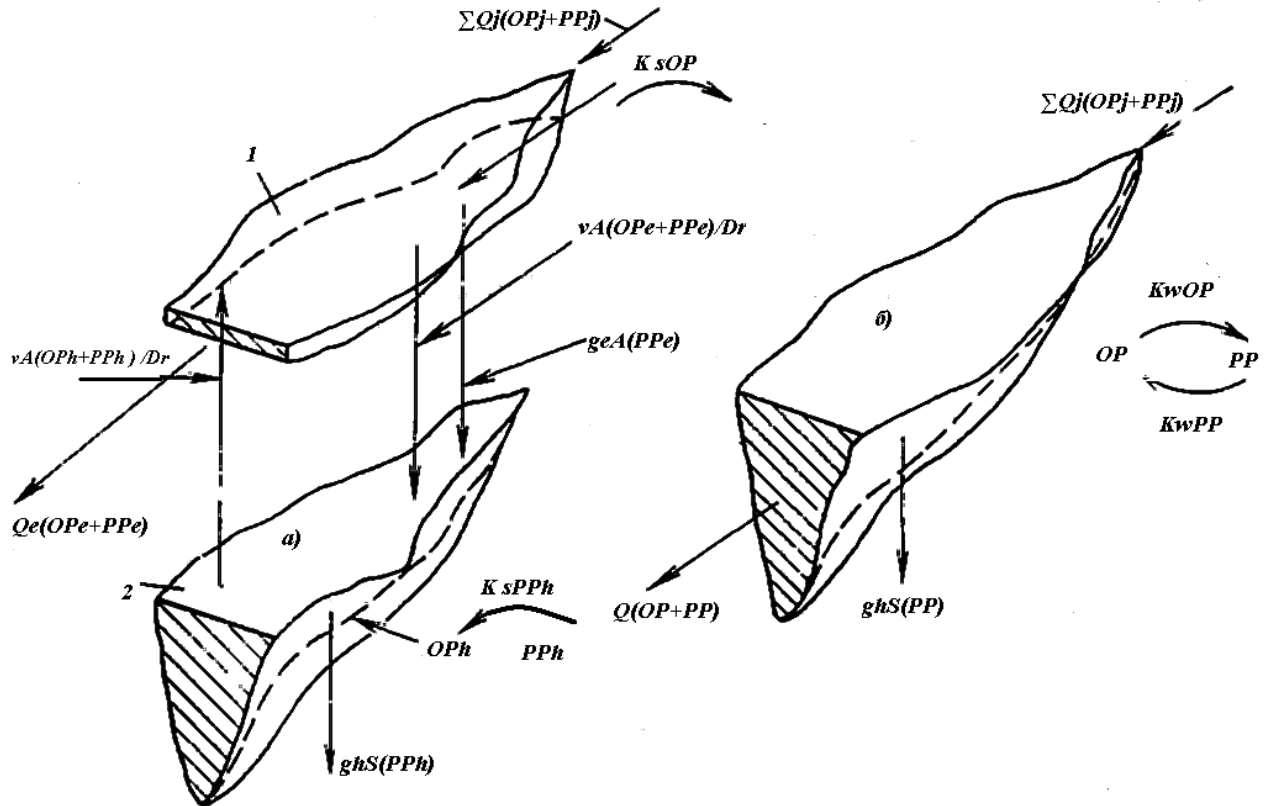


Рис. 3.1 - Схема пояснень до моделі концентрації фосфору у вигляді фосфатів і зваженого фосфору в озерах:
 а - літня стратифікація; б - зимова циркуляція;
 1 - епілімніон; 2 - гіполімніон.

Швидкість зміни в часі концентрацій вказаних двох форм фосфору в епілімніоні постійного об'єму V_e запишеться:

$$V_e \frac{dOP_e}{dt} = \sum_{jj} Q_j OP_j - Q_e OP_e -$$

«швидкість зміни маси» «приплив речовин» «відтік речовин»

$$- K_{OP}^S V_e OP_e + \frac{vA}{D_T} (OP_h - OP_e); \quad (3.7)$$

«перехід з OP_e в PP_e » «вертикальний перенос через термоклин»

$$V_e \frac{dPP_e}{dt} = \sum_{jj} Q_j PP_j - Q_e PP_e + K_{OP}^s V_e OP_e -$$

«швидкість зміни маси PP_e » «приплив речовини» «відтік речовини» «перехід PP_e з OP_e » -

$$- g_e A(PP_e) + \frac{vA}{D_T} (PP_h - PP_e), \quad (3.8)$$

- «осідання» «вертикальний перенос через термоклин»

де K_{OP}^s - коефіцієнт швидкості для переходу PP з OP в літньому епілімніоні; v - коефіцієнт вертикального обміну, який включає ефекти молекулярної і турбулентної дифузії, зміна гіполімніону і подібні процеси по перенесення речовини через термоклин; A - площа термоклини; g_e - ефективна швидкість осадження для PP_e ; D_T - товщина термоклини.

Для добре перемішаного літнього гіполімніона (відмічено індексом h) з об'ємом V_h маємо

$$V_h \frac{dOP_h}{dt} = K_{PO}^s V_h PP_h + \frac{vA}{D_r} (OP_e - OP_h); \quad (3.9)$$

«швидкість зміни маси OP_h » «перетворення PP_h в OP_h » «вертикальне перенесення через термоклин»

$$V_h \frac{dPP_h}{dt} + g_e A(PP_e) + g_h A(PP_h) -$$

«швидкість зміни маси PP_h » «осідання PP_e через термоклин» «осідання PP_h на дно» -

$$- K_{PO}^s V_h PP_h + \frac{vA}{D_r} (PP_e - PP_h), \quad (3.10)$$

«перетворення PP_h в PO_h » «вертикальний перенос через термоклин»

де K^S - коефіцієнт швидкості перетворення PP_h в OP_h в літньому гіполімніоне; S -площа поверхні розділу дно - водна товща ; g_h - ефективна швидкість осадження PP_h в гіполімніоні.

Модель для зимових умов припускає, що протягом осені (осіннього перемішування) озеро стає ідеально перемішаним. Таким чином, для зимової моделі початкова концентрація фосфору по всьому озеру рівна

$$OP = \frac{U_e OP_e + V_h OP_h}{V_e + V_h}; \quad (3.11)$$

$$PP_n = \frac{V_e PP_e + V_h PP_h}{V_e + V_h} \quad (3.12)$$

Вважається, що озеро протягом зими залишається добре перемішаним, але перетворення PP з OP має місце тільки у верхній зоні озера, де досить світла для зростання водоростей. Нехай $V = V_e + V_h$ дорівнює повному об'єму озера і V_u об'єму верхньої зони, тоді диференціальні рівняння, що описують концентрації фосфору в озері у вигляді зважених частинок і ортофосфатів, мають вигляд

$$\begin{aligned} V \frac{dOP}{dt} = & \quad \Sigma Q_j OP_j \quad - \quad Q(OP) \quad - \\ & \left[\begin{array}{l} \text{швидкість зміни} \\ \text{маси } OP \end{array} \right] \quad \left[\begin{array}{l} \text{приплив} \\ \text{речовин} \end{array} \right] \quad \left[\begin{array}{l} \text{відтік} \\ \text{речовин} \end{array} \right] \\ & - K^w_{OP} V_u(OP) \quad + \quad K^w_{OP} V(PP); \\ & \left[\begin{array}{l} \text{перетворення } PP \text{ з} \\ \text{OP у верхній зоні} \end{array} \right] \quad \left[\begin{array}{l} \text{перетворення } PP \\ \text{в } OP \text{ по всьому озеру} \end{array} \right] \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} V \frac{dPP}{dt} = & \quad \Sigma Q_j PP_j \quad - \quad Q(PP) \quad + \quad K^w_{OP} V_u(OP) \quad - \\ & \left[\begin{array}{l} \text{швидкість зміни} \\ \text{маси } PP \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} \text{приплив} \\ \text{речовин} \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} \text{винос} \\ \text{речовин} \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} \text{перетворення } PP \\ \text{в } OP \text{ в верхній.зоні} \end{array} \right] \\ & - K^w_{OP} V(PP) \quad - \quad g_h S(PP). \\ & \left[\begin{array}{l} \text{перетворення } PP \text{ з} \\ \text{OP в усьому озері} \end{array} \right] \quad \left[\begin{array}{l} \text{осідання } PP \\ \text{на дно озера} \end{array} \right] \end{aligned} \quad (3.14)$$

На початку весняної стратифікації концентрації OP_e , OP_h , PP_e і PP слід покласти рівними концентраціям OP і PP , що відповідно представляють концентрації компонентів в кінці зимового періоду. Рівняння (3.7)-(3.14) ілюструються на рис.3.

Модель для концентрації фосфору в літніх умовах припускає, що об'єми епілімніону і гіполімніону протягом літнього сезону відомі. Були побудовані моделі для прогнозу температурних градієнтів в стратифікованих водоймищах, місцеположення термоклин, що дають оцінки у будь-який час при різних типах водосховищ і їх експлуатації. Моделювання глибоких термально стратифікованих озер і водосховищ здійснюється із застосуванням одновимірних рівнянь перенесення і дифузії та рівнянь збереження теплової енергії.

Контрольні запитання.

1. Особливості стратифікації озер за температурою і густиною води.
2. Моделі зміни речовин в озерах постійного об'єму з перемішуванням .
3. Моделі зміни розчиненого і зваженого фосфору в епілімніоні озер.
4. Моделі зміни розчиненого і зваженого фосфору в гіполімніоні озер.
5. Модель зміни видів фосфору в літньому гіполімніоні озер.
6. Модель зміни видів фосфору в озерах в зимових умовах.

Розділ 4 МОДЕЛЮВАННЯ МІСЬКИХ І

СІЛЬСЬКОГОСПОДАРСЬКИХ СТОКІВ

В попередніх розділах посібника вивчалися моделі формування якостей води водосховищ різних типів під впливом привнесених до них з водою припливів різноманітних забруднювачів. При цьому передбачалося, що входи різних забруднювачів відомі. Визначення цих входів можна легко оцінити, якщо забруднювачі є точковими, наприклад, коли джерелами забруднень є колекторні випуски очищених і неочищених стічних вод. Вони можуть бути визначені досить точно і стаціонарні моделі виявляються придатними для оцінки якості води в водосховищах при наявності таких джерел забруднень.

В умовах реальних стокових поверхонь частіше зустрічаються неточкові, або, як їх ще називають розподілені забруднюючі стоки, що поступають з окремих площ річкових басейнів. Головними неточковими джерелами забруднювачів є вуглецеве і азотне БСК, хвороботворні бактерії, біогенні речовини, донні відкладення, пестициди і метали.

Представлені в цьому параграфі моделі дуже прості по формі і мають характер емпіричних залежностей, форма яких встановлюється на базі численних вимірювань показників водного стоку та виносу ним наносів і хімічних речовин, як зв'язаних, так і розчинених. Прості математичні вирази цих моделей використовувані без калібрування для приблизної оцінки розподіленого навантаження, тому такі моделі рідко бувають достовірними.

Деякий позитивний ефект мали ці моделі для розрахунків якості водного стоку з водозбірної площі в межах забудованої міської ділянки або сільськогосподарської площі. Від забудованих площ джерела забруднення переносяться у водні об'єкти через каналізаційні системи, як загальні, так і спеціально для дощового стоку. Перенесення сільськогосподарських джерел забруднення здійснюється через поверхневі потоки і частково підземні.

Слід відмітити, що розподілене моделювання на базі неточкових джерел може бути реалізовано в основному для міського і так званого сільськогосподарського стоку [30]. Міський стік може моделюватися з використанням звичайних методів гідравліки для проектування каналізації. Неточковому моделюванню сільськогосподарського стоку і змиву речовин сприяє виділення окремих оброблюваних полів з однорідними умовами формування стоку на обмежених площах. Більш детального врахування неточкового характеру джерел і стоків забруднень в цих моделях не проводилося. Не враховувався також просторовий розподіл таких факторів стоку і змиву речовин, як зливові опади та попередня зволоженість ґрунтів і інших чинників якості вод поверхневого стоку, не кажучи вже про структуру розрахункових формул. В наступних розділах посібника викладено просторові моделі формування полів стоку води і виносу речовин, оснований на теоре-

тичному обґрунтуванні структури моделей і їх реалізації на базі просторово-часових полів факторів якості вод стоку. Ознайомлення з моделями, викладеними в цьому розділі, мало мету показати досить оригінальні способи оцінки характеристик поверхневого регулювання і змиву речовин з забудованих та зайнятих під сільське господарство територій.

Викликають інтерес методи розрахунків виносу речовин з міських та сільськогосподарських територій при достатньому для стоку об'ємі дощової води, коли хімічні речовини транспортуються з поверхні водозбору як в твердій, так і в розчиненій формах. Співвідношення концентрацій розчиненої і твердої фаз хімічної речовини в суспензії і безпосередньо у воді часто моделюються лінійним співвідношенням у формі

$$S = k d, \quad (4.1)$$

де d - концентрація хімічної речовини в розчині ‰ або мг/дм^3 ; S - концентрація хімічної речовини в зваженому стані ‰ або мг/дм^3 . Коефіцієнт пропорційності k до може бути одержаний дослідним шляхом під час сильного дощу - визначаються концентрація хімічної речовини s_0 , мг/кг , об'єм дощового стоку Q , м^3 , втрата відкладень, що поступає в стік, є X , кг . Повна втрата хімічної речовини P може бути розділена на тверду фазу (адсорбовану) і розчинені речовини s і d , мг , відповідно:

$$P = S + D = s_0 X + d(1000 \cdot Q). \quad (4.2)$$

Якщо основна частина відкладень, накопичених на поверхні водозбору, відразу вимита дощем, тоді P може бути оцінене як $s_0 X$. Тоді концентрації s і d можуть бути знайдені з рівнянь (4.1) і (4.2):

$$S = \left[\frac{k s_0 X}{k X + 1000 \cdot Q} \right] X; \quad (4.3)$$

$$D = \left[\frac{s_0 X}{k X + 1000 \cdot Q} \right] \cdot 1000 \cdot Q. \quad (4.4)$$

Викладені методи розділу виносів речовин на розчинені і зважені використовуються про моделюванні змивів як з міських так і сільськогосподарських територій. У моделях для сільськогосподарської водозбірної ділянки наявність джерел забруднення іноді обчислюється за допомогою хімічних моделей ґрунту, які піддаються штучному дощуванню.

4.1 Моделі міських стоків

Водонепроникна частина площі водозбору (наприклад, вулиця, площі міста, ділянка для стоянки, поверхня даху) вважається ключовим параметром в моделях міського стоку. Коефіцієнт стоку і швидкість водних потоків з таких площ набагато вищі, ніж з непокритих поверхонь. Крім того, пил і інші атмосферні джерела забруднення, послід, листя попадають в стічні канави та колектори з водонепроникними поверхнями. Таким чином, розподілене навантаження джерел забруднень від забудованої площі водозбору прямо залежить від площі його водонепроникної поверхні. Розглянемо окремо елементи розрахункової схеми виносу хімічних речовин міським стоком.

Об'єм стоку. При добових опадах R_t , см на забудовану площу водозбору деяка частина опадів $(1-C)$ обов'язково витрачується на просочування в ґрунти (C - коефіцієнт стоку). Остаток опадів CR_t , який кожної миті спрямовується у вигляді стоку по поверхні схилу. Якщо дощова вода попала в безстічні виїмки, то деякий час вона буде їх заповнювати, утворюючи DS_t - місткість накопиченої в калюжах води, сток якої почнеться тільки після їх переливу. Таким чином, якщо позначити повний об'єм стоку за добу Q_t , см, то його можна записати таким рівнянням при виконанні поруч наведеної умови[30]:

$$Q_t = CR_t - DS_t \quad \text{для} \quad CR_t > DS_t. \quad (4.5)$$

На рис. 4.1, накопичення в низинах може розглядатися як водозбірний накопичувальний резервуар з об'ємом DS^* . Опади за попередню добу можуть складати частину накопичення, так що накопичення опадів за поточний день DS_t буде менше, ніж повна місткість DS^* .

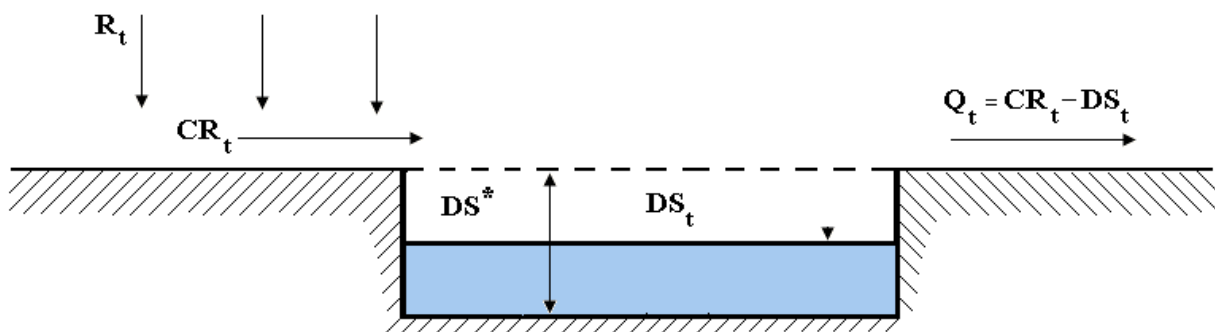


Рис. 4.1 - Схематична модель міського стоку.

Місткість накопиченої на поверхні води в поточну добу DS_t рівно наявному шару опадів за попередню добу DS_{t-1} мінус вода, що стекла за добу із стоком, плюс втрати L_{t-1} унаслідок випаровування або просочування. Таким чином:

$$DS_t = \max (DS_{t-1} - CR_{t-1} + L_{t-1}). \quad (4.6)$$

Втрати L_t не можуть перевищувати $DS^* - DS_t$ або деякої константи L_t^{max} , яку можна оцінити. Можна припустити, що при відсутності дощу низини висихають через 1 добу. В цьому випадку:

$$DS_t = \begin{cases} \max(DS_{t-1} - CR_{t-1}; 0) & R_{t-1} > 0 \\ DS^* & R_{t-1} = 0. \end{cases} \quad (4.7)$$

Таким чином, модель міського стоку включає рівняння (4.6) і (4.7), засновані на даних добових опадів, коефіцієнті стоку C і накопичувального об'єму в низинах DS^* . Останні два параметри C і DS^* можуть бути оцінені по водонепроникній частині поверхні водозбору b . Якщо c_i і c_p - частина опадів, які випадають відповідно на водонепроникні і водопроникні поверхні, то середній коефіцієнт стоку для водозбору буде таким:

$$C = c_i b + c_p (1 - b). \quad (4.8)$$

Позначимо об'єми накопичення води на ділянках водонепроникних і водопроникних низин відповідно літерами d_i і d_p , тоді повний об'єм накопичення в низинах запишеться так:

$$DS^* = d_i b + d_p (1 - b). \quad (4.9)$$

Водонепроникна частина території може бути оцінена за матеріалами аерофотознімання або по картам місцевості. Іноді використовуються рівняння регресії, які зв'язують розміри цієї території з щільністю населення PD_d , наприклад:

$$b = 0.069 PD_d^{0.48}. \quad (4.10)$$

У цьому рівнянні b -водонепроникна частина забудованої поверхні водозбору, а PD_d -щільність населення, людей/га, що проживає на забудованій площі. Але якщо площа стоку забудована тільки частково, при підрахунках щільності населення PD_d враховується тільки фактична забудована площа.

Накопичення осадного матеріалу. В містах об'єми щодобових відкладень на заселених територіях визначаються службами спостережень середніми значеннями, які зв'язуються з довжиною узбіччя доріг. Вважається, що саме вони є головними збирачами грязі і сміття, добове відкладення яких, Y , кг/доба, в свою чергу представляється так:

$$Y = yL, \quad (4.11)$$

де L - повна довжина, км, узбіччя на поверхні міського водозбору; y - добове накопичення відкладень на одиницю довжини узбіччя, кг/(км·доба). Оцінені значення Y є функціями землекористування і географічних областей. Сумарна довжина узбіччя L може бути прийнята рівній подвоєній довжині вулиць на площі водозбору.

При великій щільності населення PD , люд/га може бути одержана з регресії апроксимація[30]:

$$L = A[0,31 - 0,27(0,93)^{PD}], \quad (4.12)$$

де A - площа водозбору, га.

Накопичення джерел забруднення. Забруднювачі з міських неточкових джерел адсорбуються в поверхневих відкладеннях, тому різні речовини накопичуються пропорційно кількості відкладень, що утворилися. Концентрація джерел забруднень в осаді звичайно пов'язується з типом землекористування, а саме – комерційне, індустріальне, середовище 1-ої чи 2-х сімей, парк та інше.

Якщо концентрація i -го забруднювача у відкладеннях є s_i мг/кг, то щодобове накопичення від цього забруднювача, кг/доб, складе:

$$Y_i = 10^{-6} s_i y L, \quad (4.13)$$

Це рівняння представляє функцію навантаження міських поверхонь забруднювачем, яку можна застосувати для оцінки концентрації і накопичення відкладень на міських площах водозбору, причому, слід враховувати різні види землекористування. Наприклад, якщо a_j - частина поверхні водозбору при землекористуванні під номером j , тоді s_{ij} і y_i - концентрації забруднювача і щодобове накопичення осаду для цього виду землекористування, тобто:

$$Y_{ij} = 10^{-6} L \sum a_j s_{ij} y_i. \quad (4.14)$$

Щодобова імітаційна модель виносу речовин стоком з міського водозбору. Щодобова імітаційної модель може бути скомбінована з рівнянь (4.5) - (4.14) для визначення втрат забруднювача в стоці і оцінці впливу режиму прибирання вулиць на ці втрати. Позначимо Y_{it} - накопичення i -го забруднювача в кг на початку t -го дня, тоді накопичення на кінець наступної доби буде обчислюватися так:

$$Y_{i,t+1} = Y_{it} + Y_i + P_{it} - W_{it}, \quad (4.15)$$

де Y_i може бути одержане з (4.13); P_{it} і W_{it} , - винесення забруднювача - відповідно стоком і очистка вулиць міста при їх прибиранні, кг/доб. Якщо вулиці вбираються з ефективністю e кожні h днів після $t=0$, то

$$W_{it} = \begin{cases} e(Y_{it} + Y_i), & t = h, 2h, 3h, \dots; \\ 0 & t \text{ не рівне } h, 2h, 3h, \dots \end{cases} \quad (4.16)$$

Частина накопичених відкладень і забруднювача W_t буде вимита з поверхні водним стоком, тому W_t залежить від об'єму стоку і може бути обмежене пороговим стоком Q_0 , см. Якщо сток його перевищує, то відбудеться повне вимивання, а при об'ємі стоку меншим Q_0 вимивання передбачається лінійним:

$$P_{it} = W_{it}(Y_{it} - Y_i) \quad (4.17)$$

i

$$W_t = \begin{cases} 1 & \text{при } Q_t > Q_0 \\ Q_t / Q_0 & Q_t \leq Q_0 \end{cases}, \quad (4.18)$$

де Q_t - стік, см, за добу t по (4.5). Отже, повна модель складається з рівнянь (4.5), (4.7), (4.14) і (4.17) - (4.18). Щодобові кількості опадів є гідрологічними вхідними даними, а щодобова кількість Q_t і якість P_t стоку є вихідними характеристиками моделі.

Таким чином, якість води, що стікає з водозбірної території міста, залежить від забруднювача і його вимивання при різних способах очищення, а також обов'язково залежить від розподілу твердих і розчинених забруднюючих речовин в стоці.

4.2 Моделі сільськогосподарських стоків

Основні домішки у вигляді відходів, що знаходяться в сільськогосподарському стоці, є біогенні речовини, пестициди і зважені частинки. Поверхневі води, які стікають по відкладенням мілкозему є транспортуючим середовищем для біогенів і інших потенційних забруднювачів з прибраних полів.

Стік. Модель стоку Q_{ijt} см, з посіву j на ґрунті i протягом доби t використовує такі рівняння з умовами[30]:

$$Q_{ijt} = \frac{(R_t - 0,25S_{ijt})^2}{R_t + 0,8S_{ijt}}, \quad \text{якщо } R_t > 0,25S_{ijt} \quad (4.19)$$

і $Q_{ijt} = 0$ інакше,

де R_t - опади, см, протягом доби t ; S_{ijt} - параметр затримання води, см, який залежить від гідрологічних і ґрунтових умов, способу посіву, а також кількості п'ятиденних опадів. Опади R_t розглядаються протягом 1 доби.

Рівняння (4.19) завдяки своїй простоті має широке застосування, проте воно не прогнозує графік стоку. Цей недолік заповнюють використанням параметричних гідрологічних моделей, які будуть викладені в наступному розділі посібника.

Винесення наносів. Моделі, що описують винесення наносів з поверхні ґрунтів або моделі їх ерозії, засновані на універсальному рівнянні втрати ґрунту, яке має вигляд:

$$X_{ij} = E (K_i LS_i CF_j P_i), \quad (4.20)$$

де X_{ij} - середньорічна втрата ґрунту i -ою площею з посівом j , т/га; E - індекс ерозійності опадів (EK_i вимірюється в т/га); K_i - фактор схильності ґрунту до ерозії; LS_i -топографічний чинник, який визначається ухилом посівної площі і завдовжки схилу; CF_i - чинник покриття для посіву j ; P_i - фактор способу утримання ґрунту (оранка перпендикулярно ухилу, створення терас і т. д.). Останні три параметри безрозмірні. Оскільки параметри, що входять в (5.10), визначені і зведені в спеціальних таблицях, оцінка середньорічної ерозії є достатньо простою.

Оцінка середньорічної втрати ґрунту є складним завданням при визначенні факторів, що впливають на якість води з водозбірних територій. Тому універсальне рівняння втрати ґрунту було модифіковано - запропоновано таке рівняння для опису втрат ґрунту X_{ijt} , т/га, за добу t , пов'язаних з кількістю стоку V_{ijt} , м³, і піковим стоком q_{ijt} , м³/с:

$$X_{ijt} = \frac{11,8}{A_{ij}} (V_{ijt} q_{ijt})^{0,56} LS_i CF_{jt} P_i, \quad (4.21)$$

де A_{ijt} - площа водозбору, га; CF_{jt} - чинник прикриття за t діб.

Забруднювачі в сільськогосподарському стоці.

Відомо, що забруднювачі від розподілених джерел мають розчинену і адсорбовану форми, стік з посівних земель виносить речовини в розчині разом з речовинами, адсорбованими на зважених частинках наносів.

Прості моделі оцінюють втрату джерел забруднень «на краю поля» шляхом перемноження значень стоку і ерозії на усереднені концентрації джерел забруднень стоку.

Втрати джерел забруднювача у вивіреному ґрунті можуть бути визначені з рівняння

$$L_{ijt} = 10 \cdot e_i C_i^s X_{ijt} A_{ij}, \quad (4.22)$$

де C_i^s - концентрація забруднювача, мг/кг, в ґрунті; L_{ijt} , X_{ijt} , і A_{ij} визначені вище. Величина e_i - безрозмірний коефіцієнт збагачення, який звичайно більше 1, бо концентрація джерел забруднення у вивіреному ґрунті звичайно вище, ніж в ґрунті, не схильному ерозії. Типові значення коефіцієнтів збагачення - від 2 до 4 для азоту і від 1,5 до 2,5 для фосфору. При оцінці втрат біогенних речовин концентрації азоту і фосфору в рівнянні (4.21) іноді можуть визначатися за даними ґрунтових проб.

Рівняння (4.20), (4.21) і (4.22) можуть бути зведені в просту імітаційну модель для оцінки вимивання джерел забруднювачів від розподілених джерел на сільськогосподарському полі водозбору.

При складанні цього розділу конспекту були використані російський переклад видання монографії американських авторів D.P.Loucks, J.R.Stadinger, D.A.Haith "Water resource systems planning and analysis" - Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice - Hall, 1981 - "Планирование и анализ водохозяйственных систем", 1984 р. Основна ціль викладення матеріалів 4-го розділу - ознайомлення студентів-гідроекологів з так званими моделями просторового джерел забруднення. В зв'язку з тим, що в сучасний період поняття посторових моделей природних явищ прийняло інші форми, в даному випадку моделей стоку води, виносу хімічних речовин і наносів, тому в посібнику вони викладені в наступному розділі 5 «Просторове моделювання стоку води і виносу хімічних речовин річками». відповідно розділ 4 а одержав назву «Моделювання міських і сільськогосподарських стоків», контроль знань студентів по якому буде оцінюватися заліком.

Імітаційні моделі, розглянуті в цьому розділі, або їх складніші модифікації є відносно грубими апроксимаціями взаємодій між різними речовинами, що містяться в реальному водному об'єкті. В даний час моделювання якості водного стоку удосконалюється і заглиблюються дослідження фізичних, хімічних і біологічних процесів, які впливають на якість води. Тому читачі, зацікавлені в докладнішому вивченні цих досліджень по спеціальній літературі.

Основна увага в наступному розділі зосереджена на побудові і використанні оптимізаційних моделей якості води. Такі моделі можуть допомогти у визначенні і оцінці дій на економіку і навколишнє середовище різних способів управління якістю води, а також можуть служити для відсіювання менш бажаних способів управління, перш ніж переходити до докладнішого аналізу за допомогою імітаційних моделей.

Контрольні запитання.

1. Особливості формування стоків при неточкових джерелах забруднення.
2. Емпіричні моделі концентрації зважених і розчинених речовин.
3. Аналіз схематичної моделі міського стоку.
4. Модель накопичення осадового матеріалу і забруднень в містах.
5. Щодобова модель виносу речовин стоком з міського водозбору.
6. Моделі виносу води і наносів з поверхні оброблених ґрунтів.
7. Моделі витрат джерел забруднювачів з сільськогосподарських земель.

Розділ 5 ПРОСТОРОВІ МОДЕЛІ ВІНОСУ ДЖЕРЕЛ ЗАБРУДНЕНЬ З РІЧНИХ ВОДОЗБОРІВ В ВОДОЙМИ

5.1 Характер розподілу джерел забруднень води на поверхні річкових водозборів і чинників їх виносу

Вибір просторового підходу для розрахунку і прогнозу джерел водних забруднень методично виправданий, оскільки водозбірні площі водоймищ країни часто розорані на 85% під сільськогосподарські угіддя. Підвищення їх родючості пов'язане з внесенням в ґрунти значної кількості органічних і мінеральних добрив, що задовольняють специфічні потреби рослин в азоті (N), калії (K), фосфорі (P) і інших хімічних елементах. Звичайні агрохімікати знаходяться в ґрунті у вигляді складних речовин і сполук за участю таких елементів - N_{03} , N_{02} , NH_4 , P_2O_5 , K_2O і ін. Всі ці речовини отримали назву біогенних, оскільки вони необхідні для життєдіяльності рослинних і тваринних організмів. Рослинами використовується тільки частина внесених агрохімікатів, наприклад, азоту - від 30% до 50% його внесення в ґрунти за рік. Деяка кількість речовин може споживатися мікроорганізмами, фіксуватися ґрунтовими частинками і т.п. Частина азоту і інших елементів, що залишилася, втрачається з ґрунту у вигляді газоподібних сполук, в результаті вилугування і вимивання водою. Тому останніми роками виник підвищений інтерес до вивчення поведінки сполук азоту і інших речовин, оскільки вони є одним з показників джерел забруднення природних вод.

Особливо небезпечним для навколишнього середовища може виявитися змив агрохімікатів поверхневим стоком з полів в річки і водоймища. Вода з високим вмістом нітратного азоту (NO_3) небезпечна для здоров'я людини і тварин, які вживають воду. Збільшення вмісту фосфору у воді не має помітного впливу на здоров'я людей, проте його винесення у водоймища приводить до їх евтрофікації, що супроводжується швидким розмноженням планктону і синьо-зелених водоростей. Це у свою чергу призводить до погіршення кисневого живлення і розкладання органіки, тобто до погіршення якості вод. Змив сполук калію до водоймищ також приводить до погіршення якості їх вод.

Значної шкоди навколишньому середовищу, зокрема природним водам, завдають так звані просторові джерела забруднення води [3,13,18]. Вони надходять на поверхню водоймищ і водозборів шляхом осадження частинок речовин, що переносяться повітряними потоками з місць викиду хімічними і іншими промисловими підприємствами.

Не дивлячись на нормоване внесення агрохімікатів на кожен одиницю площі полів, рівномірний їх розподіл можливий тільки в межах одного або декількох обмежених за розмірами полів. Зважаючи на застосування системи сівозмін, а також особливості ґрунту і рельєфу на окремих ділянках

площі водозбору, норми внесення і вид добрив на них можуть істотно розрізнятися, а деякі поля і ділянки - взагалі не удобрюватися. Таким чином, по площі водозбору навіть малих і середніх річок слід чекати строкатої картини нерівномірного розподілу агрохімікатів. Інші площі джерел забруднення речовинами також нерівномірні по території, наприклад, осадження речовин з атмосфери від факела викидів промислових підприємств спостерігається найінтенсивніше по осі переважаючих напрямів рози вітрів і зменшується у міру віддалення від місць викидів. Наявність на поверхні басейну джерел "точкових" джерел забруднень - населених пунктів, тваринницьких ферм, різних промислових підприємств підсилює чинник нерівномірності просторового розподілу забруднювальних речовин за площею річкового водозбору.

На підставі викладеного можна зробити висновок про те, що модель формування якості річкових вод повинна враховувати просторову мінливість показників джерел забруднення за площею водозбору. Це особливо важливо при вивченні перенесення поверхневими водами джерел забруднювальних речовин, в процесі якого ці речовини піддаються якісній і кількісній зміні. Моделі із зосередженими параметрами не можуть врахувати особливості цієї трансформації, оскільки вони оперують поняттям водозбору як однорідного стічного майданчика. У реальних же умовах місце розташування на водозборі площини з тим або іншим рівнем джерел забруднення поверхні грає важливу роль, оскільки визначає ступінь зміни речовин, в міру їх переносу до замикального створу басейну, де контролюється якість вод.

Структура моделі виносу речовин з водозборів повинна враховувати просторовий характер всіх факторів поверхневого стоку з водозбору. Такого типу моделі розроблені в гідрології і називаються двовимірними. Це вказує на їхню здатність описувати процеси стоку, що розвиваються на площі водозбору [18,19]. Процес виносу речовин з поверхні схилів залежить значною мірою від гідравлічних чинників інтенсивності поверхневого стоку води на схилах. Саме вони визначають швидкість і гідродинаміку водного потоку, які впливають на процеси ерозії, розчинення речовин, абсорбції, окислення і інші види трансформації речовин. Крім цього, слід мати на увазі можливість співпадання зон інтенсивного дощу з найбільш забрудненими ділянками водозбору, коли може сформуватися значне внесення речовин поверхневим стоком в порівнянні з розрахунком виносу за середніми показниками дощу та джерел забруднень на всій площі водозбору. Зрозуміло, що при зворотному розміщенні цих показників відносно першого варіанта результати виносу будуть більш вразливими. Тому при розробці просторової моделі формування якості річкової води необхідно використовувати поля розподілу головних чинників, що визначають якість води.

Поняття "поле" застосовано відносно інтенсивності стоку води зі схилу

сумісно з речовинами, що містяться в ній в завислій і розчиненій формах. У фізиці поняття поля звичайно пов'язують з позначенням просторово-безперервного розподілу фізичних величин [16]. У роботі А.Д. Арманд [3] обґрунтована застосовність поняття поля до явищ, що вивчаються географією. На думку А.Д.Арманд, характеристики будь-якого географічного явища, що займає деякий простір, зіставлені з координатами точок в межах цього простору, можуть розглядатися як *поле у фізичному сенсі слова*. Крім того, картографічне представлення фізико-географічного районування певного елемента за принципом однорідності є ніщо інше, як зображення на карті в дискретній формі поля цього елементу.

В цьому розділі викладені методи розробки просторової математичної моделі процесів формування стоку поверхневих вод, винесення ними наносів і забруднювальних речовин з поверхні водозборів в річки, озера, лимани і інші водоймища. Серед джерел забруднень особливо небезпечні набувають розподілені стоки з сільськогосподарських угідь, при інтенсивному застосуванні добрив і отрутохімікатів, забруднення від джерел таких стоків може порівнятися зі стоками промислових підприємств. Скиди промислових і комунально-побутових стоків у водоймища можуть бути враховані, локалізовані і очищені, а стоки від розподілених джерел локалізувати практично неможливо [11]. До того ж витрати просторово розподілених джерел забруднень зміряти взагалі неможливо. Вони оцінюються тільки розрахунковими способами із застосуванням просторового моделювання.

5.2 Основи просторової моделі стоку води і виносу речовин

Найбільш простий варіант просторової моделі дощового стоку і виносу ним речовин з поверхні річкового басейну може бути виведений на базі докладного аналізу рівнянь балансів водного стоку і виносу речовин з частинних ділянок водозбору в часі і по довжині річки. Спочатку розглянемо ділянки водозбору, які виділяються системою ліній – *еквідистант*. Кожна еквідистанта проводиться на схемі річкового басейну через точки русел, розташовані на однаковій відстані від замикального створу. В подальшому система еквідистант буде використана при нанесенні на площу водозбору осереднених значень вхідних полів факторів стоку з домішками і їх розподілу за кожною частинною площиною водозбору для розрахунків за просторовою моделлю (рис. 5.1).

При незмінній відстані Δx між сміжними еквідистантами, рівній довжині пробігу води і речовин з постійною швидкістю v за один і той же інтервал часу Δt еквідистанти одержують назву – *ізохрони*, тобто лінії, які з'єднують точки русел водозбору з однаковим часом добігання води до

замикального створу. Якщо середня швидкість течії води змінюється впродовж русел і з часом, то відстань між ізохронами буде різною. Зрозуміло, що в такому випадку система ізохрон буде також змінюватися за часом і по довжині річки. Тому баланси води з речовинами обчислюються для кожного i -го інтервалу часу Δt по всіх ділянках водозбору між суміжними ізохронами, віддаленими одна від одної на довжину пробігу водою ділянки русла $\Delta x_i = v_i \Delta t$.

В роботі [22] розроблені формули сумарної витрати води в замикальному створі водозбору для найбільш складного варіанта розрахунку, що враховує просторово-часову динаміку швидкості добігання руслового стоку і схилового припливу. Нижче наведена розрахункова формула для обчислення ординати гідрографа дощового паводку в i -му створі руслової системи на j -ий інтервалі часу Δt :

$$Q_{j,i} = \sum_{l=j}^1 v_{j,l} \frac{B(x_g)}{n} R_{j,l} \sum_{k=1}^{ni} q_l(x_g, y_k) \Delta t, \quad (5.1)$$

де $q_l(x_g, y_k)$ - модуль схилового припливу на елементарній ділянці водозбору з координатами її центра x_g і y_k , де x_g - відстані до центру від замикального створу, а y_k - відстань по ізохроні від головного русла; ni - число елементарних ділянок на заданій ізохроні, для яких визначається модуль схилового припливу q (методи обчислення схилового припливу води і винесення хімічних речовин викладені в розділах...); $v_{j,i}$ - швидкість перебігу води; $B(x)$ - ширина водозбору по ізохроні на відстані перебігу води до замикального створу, рівній x_g :

$$x_g = \sum_{k=l}^j v_{k,j-k+1} \Delta t - 0.5 v_{j,1} \Delta t; \quad (5.2)$$

для всіх значень x_g , які перевищують довжину русла l_p , береться $x_g = l_p$; R_{ji} - параметр, що враховує сумарний ефект трансформації руслових об'ємів за рахунок зміни швидкості перебігу води по довжині русла, розраховується по формулі:

$$R_j = \prod_{k=i}^j r_{j,i}, \quad (5.3)$$

де r - частковий коефіцієнт трансформації води на ділянці між нижнім i -м і верхнім $(i+1)$ -м створами ділянок русел, що розраховується з формули:

$$r_{j,i} = 1 + \left(1 - \frac{v_{j,i}}{v_{j,i+1}} \right) \frac{Q_{j,i+1}}{Q_{j,i}}. \quad (5.4)$$

Формула (5.1) правомірна при значеннях $x \leq l_p$, а при $x_g > l_p$ підсумовування по ній припиняється і розрахунок починається для наступної одиниці часу.

Для обліку русло-заплавного регулювання паводка в роботі складена формула

$$\Delta W_{a,j,i} = \rho_i Q_{j,i}^{\mu} \Delta Q_{j,i} \Delta x_{j,i}, \quad (5.5)$$

де $\Delta W_{a,j,i}$ - об'єм акумуляції води в j -й інтервал часу на i -й ділянці довжиною $\Delta x_{j,i} = v_{j,i} \Delta t$; $\rho_i Q_{j,i}^{\mu}$ - приріст витрати за цей інтервал; ρ і μ - параметри, залежні від характеру русло-заплавних ділянок. Рівняння (5.5) служить для уточнення витрат води, що обчислюються з (5.1). Воно використовується при розрахунках паводку на середніх і великих водозборах з розвиненою заплавою.

Розрахунок ординат гідрографа дощового паводка на основі рівняння (5.1) проводиться за розрахунковими інтервалами часу Δt , величина яких встановлюється або з умови задовільної деталізації гідрографа, або на основі врахування трансформуючої здатності водозбору і забезпеченні стійкості обчислювальної схеми [22].

У роботі проведено дослідження залежності середніх відхилень обчислених за (2.1) витрат паводка від змінних для річок Карпат і інших районів, при різних розрахункових інтервалах часу. Встановлено, що при виборі інтервалу Δt не більше $(0,15 \div 0,20)t_p$, де t_p - час пробігу води по всій довжині русла, помилка розрахунку не перевищує $(10 \div 12)\%$. Показано, що помилка розрахунку при одному і тому ж розрахунковому інтервалі Δt пропорційна мінливості ординат графіка припливу води зі схилу.

Відповідно до вимог розрахункової формули (5.1) швидкість добігання води береться змінною за часом і довжиною русла. Для її обчислення розроблена формула, що пов'язує швидкість з поточною витратою паводку $Q_{j,i}$ і місцевим уклоном русла [22,29]:

$$v_{j,i} = a_p \frac{(1 + l_p)^{0,25}}{(1 + l_i)} \cdot I_j^{0,33} Q_{j,i}^{0,33}, \quad (5.6)$$

де a_p - параметр формули, залежний від шорсткості і форми русла; l_p - повна довжина річки; l_i - довжина русла до i -го створу.

За відсутності даних подовжніх профілів русел для визначення поточного уклому русла можна скористатися залежністю між місцевим уклоном макропрофілю русла і середнім його уклоном [33]. Числові значення параметрів формули (5.6) встановлені за даними фактичних швидкостей

добігання води між гідрометричними створами, обладнаними лімніграфними установками.

Швидкість добігання, будучи функцією часу і просторових координат русла, обчислюється залежно від шуканої витрати паводка в заданому створі, тому її розрахунок вирішується за (5.6) шляхом ітеративного підбору з використанням рівняння (5.1). Досвід численних розрахунків показує, що 6-ти кроків ітерацій виявляється достатньо, щоб досягти значень двох послідовних результатів розрахунку швидкості, які відрізняються на величину не більше 5%.

У зв'язку з просторово-часовою мінливістю швидкості добігання величина x_g , що обчислюється за (5.2), виявляється для кожного розрахункового інтервалу часу різною, тому формулою (5.1) передбачено введення в розрахунок модуля схилового припливу q з урахуванням координат центра кожної частинної площини водозбору. Таким чином, розрахунок за (5.1) може здійснюватися тільки за наявності просторових полів схилового припливу для різних інтервалів часу. Розрахунковими формулами (5.1) і (5.6) передбачена дискретизація цих полів на елементарні площини - квадрати з координатами центрів (x_g, y_k) і розмірами сторін

$$\Delta x_{j,i} = v_{j,i} \Delta t, \quad (5.7)$$

оскільки елементарною одиницею підсумовування є об'єм схилового припливу з елементарного майданчика до русел.

Саме ця властивість розрахункової моделі дозволяє обґрунтувати дискретизацію поля припливу, оскільки більшість полів чинників стоку і змиву речовин є неоднорідними, тому використання методів просторової інтерполяції для визначення даних про стік з часткових водозборів є не правомірним. На цій підставі можна піддати дискретизації поля основних чинників схилового стоку і замінити їх в межах виділених елементарних площин середніми значеннями, оскільки в даному випадку не вимагається деталізації в розрахунках припливу всередині кожної площини.

Описана вище методика дискретизації полів чинників стоку має важливе значення для використання матеріалів просторових вимірювань чинників. Вхідні дані цих вимірювань, представлені картами або аерокосмічними знімками необхідно усереднювати в межах частинних площин, розміри яких слід встановлювати за (5.7). Оскільки оптимальна величина розрахункового інтервалу часу встановлена для середніх умов формування паводка, то при розрахунку оптимального розміру елементарного квадрата необхідно Δx_0 обчислювати, орієнтуючись на середню швидкість v_c . При такій дискретизації вхідних даних просторових матеріалів для розрахунку гідрографа використовується мінімально можливий об'єм матеріалів і од-

ночасно для оптимального інтервалу часу дотримується умова неперевикнення допустимої помилки обчислення ординат гідрографа.

5.3 Методи представлення полів чинників якості вод поверхневого стоку

Використання просторової моделі стоку з поверхні річкових водозборів вимагає нового виду інформації про просторовий розподіл факторів стоку і змиву речовин. Така інформація вже зараз стає важливим джерелом знань про стан річкових водозборів.

В цьому розділі розглядаються способи відновлення полів опадів методами просторової інтерполяції за даними вимірювань опадів на пунктах густої мережі так званих «зливомірних кушів». Наводиться приклад обробки полів яскравості випромінювання земних покривів, зафіксованих в 1995 році приймальною апаратурою першого українського супутника «СПЧ-1» на поверхні областей півдня України, розроблено спосіб їх переведення в поля попереднього зволоження ґрунтів. Показані також дані дистанційного вимірювання полів зливових опадів метеорологічними радіолокаторами в Закарпатті.

5.3.1 Розрахунки полів опадів методами просторової інтерполяції за даним наземної мережі постів

Одним з найбільш прийнятних способів відновлення полів опадів є метод оптимальної інтерполяції, що має принципову перевагу перед поліноміальними й іншими методами обчислення інтерполяційних полів, тому числі і сплайн-інтерполяції [1,2,15,22,25,35]. Ця перевага полягає в порівняно малій чутливості методу до густоти мережі станцій і точності виміру на них елементів. Останнє пов'язано з тим, що при оптимальній інтерполяції середній квадрат помилки інтерполяції не перевищує дисперсію аналізованого елемента.

Однак, використання оптимальної інтерполяції правомірно тільки для випадку ізотропного й однорідного поля вихідних даних. Багато авторів вважають, що для таких даних методи просторової інтерполяції - поліноміальної і вагових функцій - показують меншу похибку [25]. Очевидно, вимога ізотропності і однорідності просторового розподілу елемента є загальною для застосування методів просторової інтерполяції. В літературі також відомий спосіб перевірки однорідності поля за допомогою аналізу *ізокорелят* (ліній однакових значень коефіцієнтів кореляції). Однак найбільш об'єктивним варто вважати спосіб Г.О.Алексєєва [1] для перевірки однорідності поля шляхом аналізу залежності попарних коефіцієнтів коре-

ляції від відстані між точками, названої просторовою кореляційною функцією.

В зв'язку з тим, що в процесі реалізації просторової моделі ординати гідрографа стоку обчислюються через визначений інтервал часу, інтерполювати опади також необхідно осередненими за цей інтервал. Докладні дослідження просторових кореляційних функцій за матеріалами водно-балансових станцій показали, що частина дощів не формують однорідних полів, а отже, до них неправомірно застосовувати методи інтерполяції. Поля таких опадів необхідно трансформувати в однорідні шляхом застосування згладжуючих функцій з коефіцієнтами, що зменшуються з ростом відстані між постами, наприклад:

$$\bar{X}_k = \frac{1}{\sum_{i=1}^N \theta_{k,i}} \sum_{i=1}^N \theta_{k,i} X_i, \quad (5.8)$$

де $\bar{X}_k$ - згладжена кількість опадів на k -ій станції;
 X_i - опади на i -ій станції;
 N - число станцій;
 $\theta_{k,i}$ - ваговий множник, що обчислюється із залежності:

$$\theta_{k,i} = e^{-\alpha_c l_{k,i}^2}, \quad (5.9)$$

де $l_{k,i}$ - відстань між станціями з номерами k і i ;
 α_c - числовий коефіцієнт, що визначає ступінь згладжування поля опадів.

За даними проведених оптимізаційних розрахунків по матеріалах водно-балансових станцій встановлено, що при значенні параметра $\alpha_3=100$ досягається мінімальна трансформація поля вхідних опадів до рівня однорідності його просторової кореляційної функції.

Відновлення інтерполяційних полів опадів для кожного моменту часу від початку випадання опадів здійснюється за формулою зважування, що у методі оптимальної інтерполяції має вигляд [22,35]:

$$Z(x, y) = \sum_{i=1}^n P_i \cdot Z(x_i, y_i), \quad (5.10)$$

де n - число пунктів виміру опадів;
 $Z(x, y)$ - значення опадів у точці інтерполяції з координатами x, y ;
 $Z(x_i, y_i)$ - опади в пунктах з координатами x_i і y_i ;

P_i - так звані інтерполяційні ваги, з якими величини $Z(x_i, y_i)$ входять в інтерполяційну формулу, причому:

$$\sum_{i=1}^n P_i = 1. \quad (5.11)$$

Інтерполяція по рівнянню (5.10) називається оптимальною за умови такого набору ваг P_i , при якому середня квадратична помилка інтерполяції виявляється найменшою. Цій умові відповідають ваги P_i , що обчислюються шляхом розв'язання наступної системи n - лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\sum_{j=1}^n r_{j,i} P_j = r_{0,i}, \quad (5.12)$$

де $r_{j,i}$ - коефіцієнти кореляції між опадами в пунктах їхнього вимірювання;
 $r_{j,0}$ - коефіцієнти кореляції між опадами в точці інтерполяції фактичними даними на станціях;

n - число станцій.

Методика оптимальної інтерполяції детально розроблена і може застосовуватися з метою інтерполяції при вирішенні задачі розрахунку гідрографа стоку води з водозбору чи в інших задачах, де потрібен розрахунок динаміки досліджуваного елемента по площі водозбору. Однак при наявності обмеженого числа пунктів спостережень на річковому водозборі обчислення кореляційних функцій не забезпечує точне визначення ваг [28]. У цьому випадку можна рекомендувати більш простий спосіб просторової інтерполяції, заснований на попередньому аналізі просторових кореляційних функцій, характерних для вимірюваних у даному регіоні полів опадів. Кореляційна функція може бути описана рівнянням гіперболічного типу [22]:

$$r_i = \frac{1}{\left(1 + \frac{l_i}{l_0}\right)^m}, \quad (5.13)$$

де l_i - відстань від точки інтерполяції до i -ї станції;

l_0 - так званий радіус кореляції - відстань, при якій значення коефіцієнтів кореляції стають мало значущі;

m - параметр рівняння, що набуває значення від 2 до 3.

За даними автора [35] для району, наприклад, Велико-Анадольської водно - балансової станції l_0 складає 40 км.

На базі формули оптимальної інтерполяції (5.10) і рівняння (5.13) для кореляційної функції розроблена формула просторової інтерполяції в точці водозбору з координатами x, y від трьох найближчих станцій з координатами x_i, y_i [22]:

$$Z(x, y) = \sum_{i=1}^3 \frac{Z(x_i, y_i)}{\left(1 + \frac{l_i}{l_0}\right)^m \sum_{j=1}^3 \frac{1}{\left(1 + \frac{l_j}{l_0}\right)^m}}. \quad (5.14)$$

Дослідження побудованих за формулою (5.16) полів значних опадів фронтального походження для ряду районів України показало, що при $m=2$ обчислені поля опадів безперервні, мають плавні переходи від центрів дощів до їх периферії, властиві природним дощам, що зрошують великі площі річкових водозборів. З ряду інших якостей - простота алгоритмів і невеликий обсяг обчислень, точність і плавність апроксимації реальної поверхні - викладений вище метод просторової інтерполяції важливіший за метод сплайн-інтерполяції. Основний недолік останньої пов'язаний з явищем биття обчислюваної сплайн-функції через помилки вимірів.

Слід зазначити, що просторова інтерполяція за формулою (5.14) з відновленням неперервних полів факторів і елементів стоку може застосовуватися не тільки до опадів, але і до інших факторів стоку і змиву, наприклад, до показників зволоження ґрунтів і до інших факторів якості вод, якщо вони виміряні на досить великому числі точок(пунктів) водозбору. Але слід пам'ятати, що застосування просторової інтерполяції для відновлення полів опадів ефективно тільки у випадку однорідності вхідного поля наземних вимірювань.

5.3.2 Дистанційні способи визначення полів факторів стоку

З альтернативних інтерполяції заслуговують уваги дистанційні способи визначення полів опадів. Автор роботи [25] вважає, що самим надійним методом установлення просторового розподілу опадів є спосіб їх наземних радіолокаційних вимірів. У літературі [25,35] наведені описи підбадьорюючих результатів визначення полів опадів за даними космічних зйомок у тепловій зоні спектра радіації.

Визначення полів опадів метеорологічними радіолокаторами (МРЛ). Визначення полів опадів при використанні метеорологічних локаторів ілюстровано зразками вихідних матеріалів локаційного зондування в Закарпатті. Майже вся територія Українських Карпат перекривається променем метеорологічного радіолокатора, вихідними матеріалами якого є цифро-карти інтенсивностей дощових опадів. Цей локатор розміщено на території Угорщини, а його цифро-карти передаються в Гідрометеорологічне Управління Закарпаття в формі обміну матеріалами.

На рисунку 5.1 показана частина карти розподілу інтенсивностей опадів в межах території Закарпаття, обведена лінією червоного кольору. На цій карті розподіл дощу зображено кольорами. Площі без опадів мають чорний колір і тому складають чорний фон для площ зрошення, які позначені яскравими кольорами в залежності від інтенсивності дощу. Так, площі, зрошувані дощем інтенсивністю менше 1 мм/год мають відтінки голубого кольору, площі з дощем 1-5 мм/год відповідають відтінкам зеленому кольору, 5- 20 мм/год – від жовтого до помаранчевого кольору, більше 20 мм/год – відтінкам червоного. Слід відзначити, що растрова система карти розподілу інтенсивностей опадів по території Закарпаття, яка показана на рис. 5.2, досить детально відображає поле інтенсивностей зрошування дощем земної поверхні.

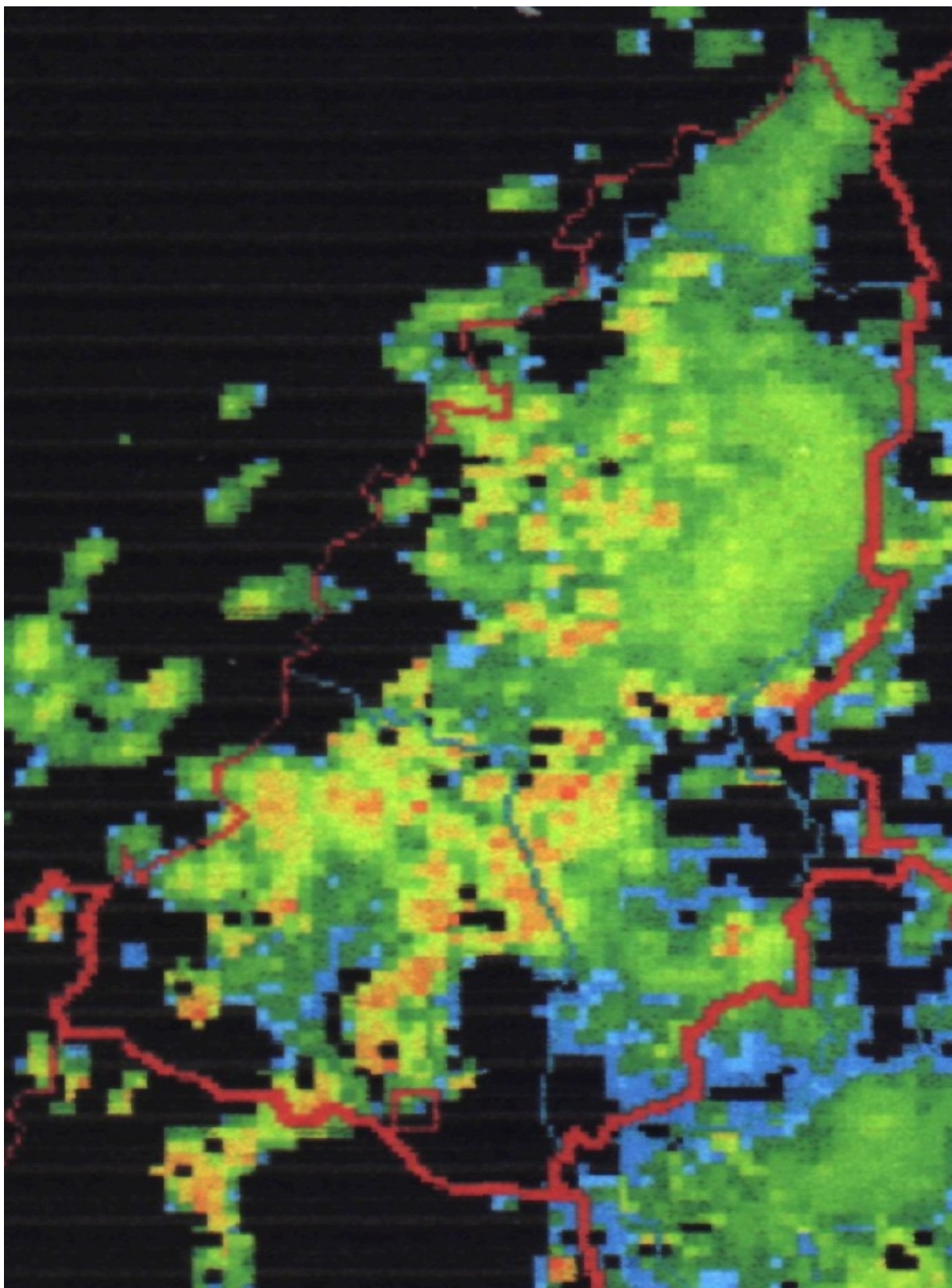


Рис. 5.1 - Інтенсивності дощу 29.05.2000 р. в 16:00 в Закарпатті (метеолокатор).

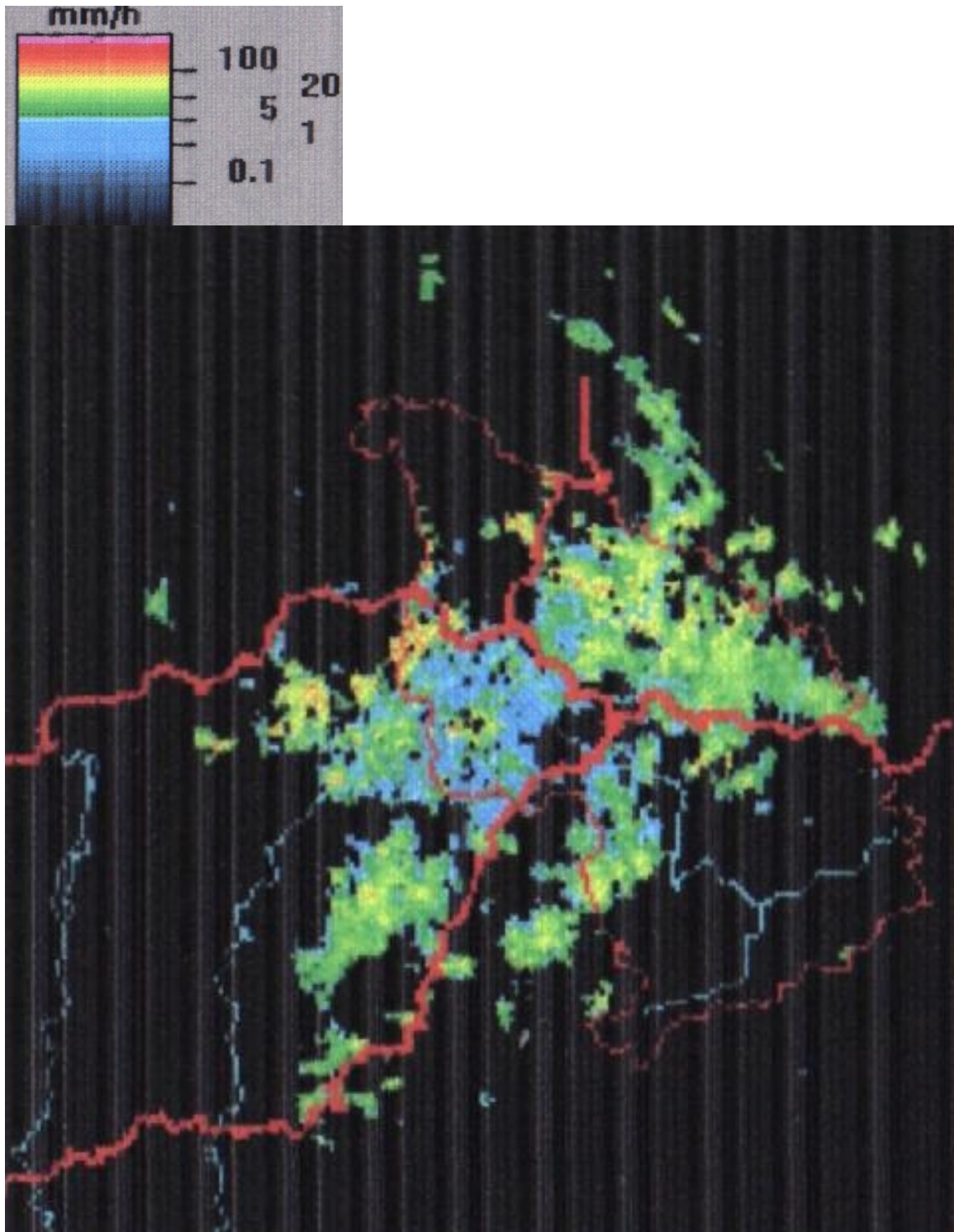


Рис. 5.2 - Карта інтенсивності дощу 29.05.2005 р. за 17:00
(по метеолокатору).

Як видно з цих карт на рис. 5.1 і 5.2, крок растру зміни кольорової розцвітки на площі карти складає всього 1мм мінімального однокольорового відображення. При ширині полоси області в поперечному напрям-

ку приблизно 10 см при наявному масштабі цей крок растру дає можливість оцінити динаміку інтенсивностей поля зрошення десятками значень інтенсивностей опадів для водозборів річок, які течуть від головного карпатського водорозділу до впадіння в річку Тиса. Таким чином досягається висока деталізація вимірювання головного фактора формування паводкового стоку, яка не може бути досягнута при використанні даних звичайної наземної мережі вимірювання опадів. Крім цього, вихідні цифро-карти можуть видаватися з різною частотою, починаючи з хвилин.

Дошові поля на електронних картах локатора можуть бути автоматично скановані за всіма частковими площинами в межах річкового водозбору, а їх дані введенні даних в пам'ять ПЕОМ для подальшого обчислення гідрографа паводка, або його прогнозування.

Поля зволоженості за даними супутникових зйомок з ШСЗ “СІЧ-1”

Сьогодні вологість ґрунтів вимірюється на рідкій агрометеорологічній мережі станцій і постів. Ці дані не можуть повною мірою задовольнити вирішення поставлених вище задач. Природна просторова варіація вологості ґрунтів за площею робить необхідними її повторні визначення на заданій площині і обчислення середнього значення з повторних вимірювань. Трудомісткість відбору проб бурами і тривалість подальших операцій по їх зважуванню і висушуванню обмежує число повторностей і періодичність визначення вологості ґрунтів на сільськогосподарських полях.

Сучасні дані дистанційного зондування суші з орбіт штучних супутників Землі дають можливість одержати виключно докладну інформацію про розподіл по поверхні регіонів показників зволоження їх ґрунтів. Проте практична реалізація цих даних в сучасних моделях природних процесів вимагає інтерпретації і перерахунку яскравості полів випромінювання, які фіксуються з орбіти, в прямі показники зволоження.

У науковій літературі з радіометеорології розроблені фізичні основи пасивного методу зондування, заснованого на фіксації з орбіти супутника полів власного випромінювання ґрунтів з врахуванням їх вологості, властивостей рослинності і інших характеристик [13,14,19,26,43]. Проте реалізація теоретичних положень навіть для довгохвильової частини представляє значні складнощі у зв'язку з необхідністю врахування фізичних параметрів ґрунтів по глибині профілю, шорсткості їх поверхні і особливостей рослинного покриву. Тому на практиці для інтерпретації даних дистанційного зондування проводяться дорогі польові експерименти, в яких виконуються літакові зйомки пасивного радіовипромінювання ґрунтів на заданих ділянках місцевості з одночасним вимірюванням на них ґрунтової вологості контактним способом. За цими даними одержують радіаційно-вологісні залежності.

На рис.5.3 показано фото-космічний знімок з борту супутника СІЧ-1, на

якому по території західної частини Північного Причорномор'я зафіксовано розподіл яскравостей пікселів поля випромінювання довжиною хвилі 3.1 см, при якій яскравість кожного пікселя залежить від вологості ґрунтів в його межах. Розглядаючи карту на рис. 5.4, можна помітити, що на ній є широкі затінені площі, саме вони вказують на те, що ці площі більше зволожені, ніж сусідні. Більш світлі місця на карті вказують на малу зволоженість – можливо це території промислових районів або міст. Наприклад, зверху карти велике освітлене п'ятно – м.Одеса. Зрозуміло, майже чорні зони – водні об'єкти. Інформативність карти величезна – запаси вологи в межах кожної області обчислюються за даними яскравості декількох десятків тисяч пікселів.

На думку авторів робіт [22,26] похибки цих зв'язків залежать від екрануючих властивостей рослинності, які можна врахувати введенням додаткових даних від датчиків інших діапазонів хвиль, довівши точність зв'язків до задовільного рівня з коефіцієнтом кореляції 0,75.

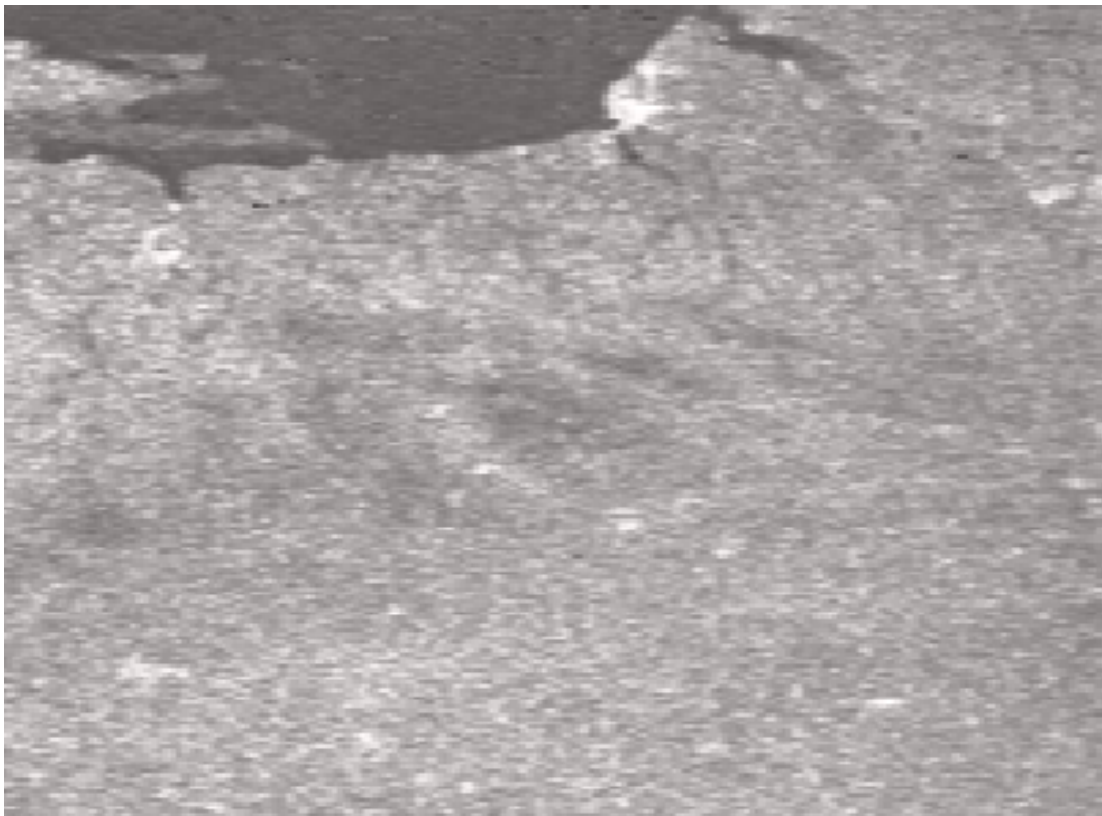


Рис.5.3 - Поля яскравості випромінювання верхніх покривів ґрунтів Північного Причорномор'я (зйомка з орбіти ШСЗ Січ-1, 1996 р., Херсонська, Миколаївська і частково Одеська області).

Далі описані результати дослідження радіаційно-зволожених залежностей за матеріалами активного зондування поверхні території Північно-

західного Причорномор'я - в межах Одеської, Миколаївської і Херсонської областей. Використовувалися дані зйомки полів відображеного випромінювання радіолокатора бічного огляду (РЛСБО) з орбіти супутника СІЧ-1 на довжині хвилі 3,1 см. Всього аналізувалося 8 знімків РЛСБО за різні дати вегетаційного періоду - з 24.03.1996 р. до 7.07.96 г, а також один знімок НОАА для координації об'єктів зйомок РЛСБО. Цей підбір знімків в основному характеризує динаміку відображеного випромінювання ґрунтів за період витрачання запасів вологи в ґрунтовому шарі 20 см від максимальних весною до мінімальних в літні місяці. Зйомки зафіксували відображені випромінювання ґрунтів при значному діапазоні їх зволоження. На першому етапі дослідження використовувалися опубліковані дані середніх по області запасів вологи в ґрунті за даними агрометпостів на дати зйомок РЛСБО СІЧ-1. У відповідності їм ставилися встановлені для кожної області показники інтенсивності відображеного поля РЛСБО.

Елементом розв'язності зйомки РЛСБО є прямокутник (піксел) з розмірами 2,5 на 1,3 км, смуга огляду - 460 км, знімки в чорно-білому кольорі. Кожний піксел представлений відтінками сірого кольору і оцифрований показником яскравості, що змінюється в діапазоні від 0 (чорний) до 255 (білий). Обробка перерахованих в табл.5.1 знімків проводилася на ПЕОМ. В першу чергу на знімки наносилася географічна мережа і на кожному з них фіксувалися межі областей. Аналіз проводився по південних областях України. Області «вирізувалися» із загального знімка для аналізу розподілу яскравості випромінювання по пікселях. Кожна область представлена даними яскравості по декількох десятках тисяч пікселів.

У зв'язку з необхідністю отримання радіаційно-вологісних залежностей зі всіх даних вимірюваної вологості по областях вибиралися ті, що співпадають за часом спостережень з датою фіксації знімку. Якщо дата зйомки не співпадала з датою вимірювань вологості, остання встановлювалася шляхом інтерполяції між суміжними термінами контактичних вимірювань. Складнішою виявилася задача виділення по всій місцевості пікселів, які характеризують площі, контрольовані вимірюваннями вологості на агрометстанціях. Відповідно до існуючих вимог ділянки спостережень вибиралися з врахуванням їх репрезентативності для великих площ оброблюваних земель.

Таким чином, всі без виключення дані вимірювань вологості на постах виконані на площах сільськогосподарського освоєння, зайнятих найпоширенішою в регіоні культурою. Саме для таких площ слід відібрати на знімку пікселі і встановити по ним загальну обласну яскравість випромінювання для ув'язки її з даними вологості. Рішення цієї задачі виконувалося шляхом аналізу кривих розподілу яскравості пікселів, як приклад, представлених на рис.5.4, який складений за даними знімка РЛСБО СІЧ-1 за 7.07.96 р. Як видно з рисунків показники яскравості

займають вісь абсцис від мінімальних значень 30-40 одиниць прийнятої шкали яскравості до максимальної 190-210 одиниць.

Таблиця 5.1 - Осереднені по областях запаси вологи в мм-му шарі води в 20 - см шарі ґрунту і модальні значення яскравості відображеного поля РЛСБО СІЧ-1 на дати зйомок 1996 р.

№	Дати зйомки	Херсонська обл.		Миколаївська обл.		Одеська обл.	
		мода яскравості	волога, мм	мода яскравості	волога, мм	мода яскравості	волога, мм
1	24.03	44,0	67	61,5	77	31,0	71
2	24.03	-	-	61,5	67	31,0	66
3	10.04	30,5	93	38,5	101	38,0	112
4	13.04	-	-	39,5	84	39,0	85
5	25.04	-	-	29,0	106	28,0	114
6	14.05	12,0	132	14,5	123	10,5	127
7	17.05	10,4	140	12,0	125	9,4	145
8	7.07	15,0	112	14,0	104	17,0	94

Таким чином, праву периферію гістограми формують поверхні з підвищеною яскравістю пікселів, причому, вони не відносяться до площ сільськогосподарського освоєння, а вологість на таких площах не контролюється вимірюваннями на агрометпостах.

Ліва частина осі яскравості відповідає затемненим ділянкам, зайнятим водною поверхнею лиманів, водосховищ, озер - пікселі в цих місцях показують значення від 10 до 30 для значних по площі акваторій, в межах яких можуть розташуватися цілком окремі або групами затемнені пікселі.

Для менших поперечних розмірів водних об'єктів - річок, ставків, каналів яскравість ділянок збільшується, оскільки в межі пікселів входить як водна поверхня, так і ділянки прилеглої суші. Заболочені ділянки суші - низинні болота, заплавні ділянки та інші перезволожені поверхні на знімку звичайно затемнені, проте мають дещо більшу яскравість, ніж відкриті водні простори - залежно від площі і ступеня зволоження ґрунтів. В результаті, залісені ділянки - лісові масиви, меншою мірою лісосмуги, мають менший показник яскравості в порівнянні із звичними сільськогосподарськими угіддями, зайнятими просапними культурами. В літературних джерелах це пояснюється більш високим розсіянням електромагнітного випромінювання ґрунтів у зв'язку з підвищеною шорсткістю поверхні і екрануванням їх рослинністю.

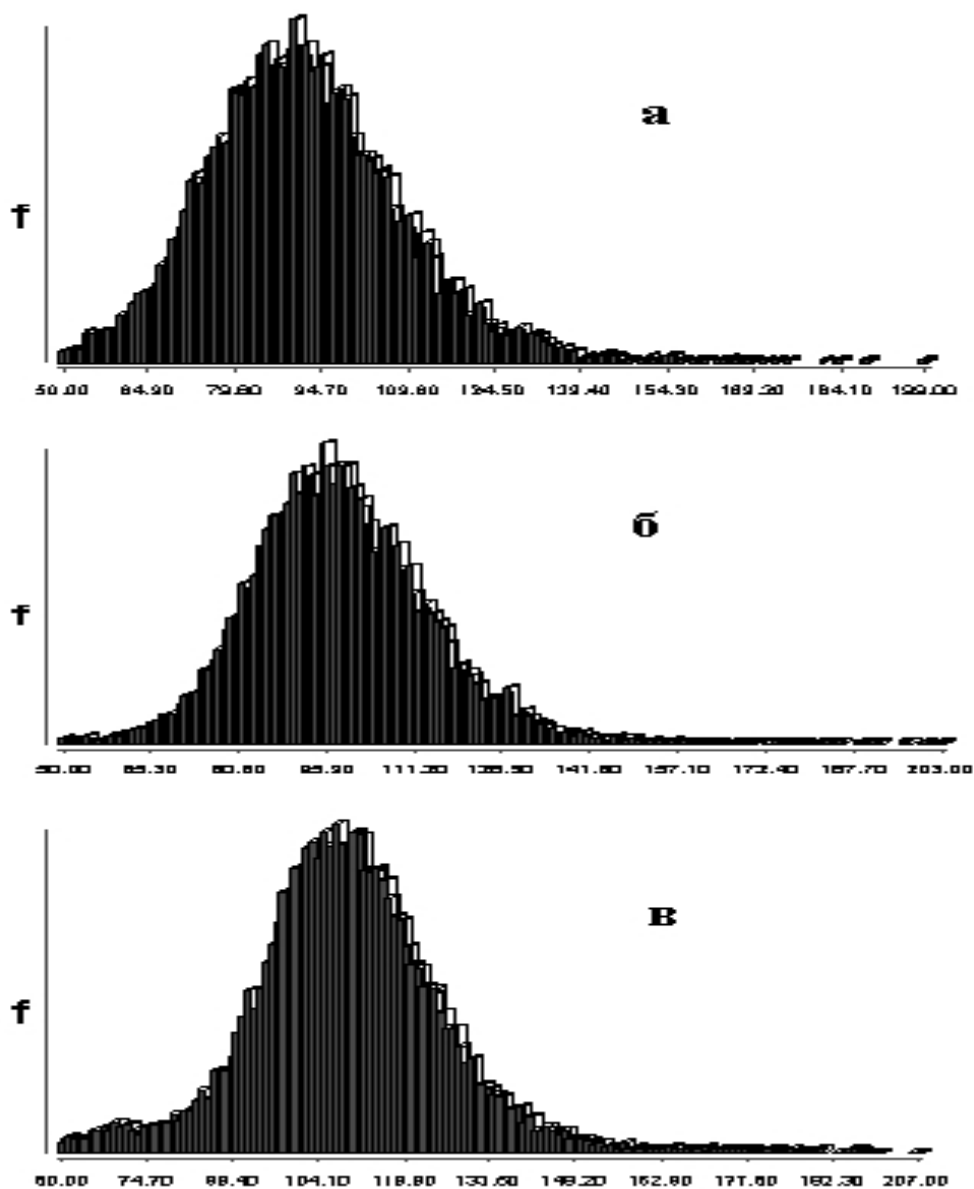


Рис 5.4 - Гістограми розподілу яскравості пікселів знімка РЛСБО СІЧ-1 від 7.07.96 р. для Одеської (а), Миколаївської (б) і Херсонської (в) областей.

Таким чином, на підставі проведеного вище аналізу можна зробити висновок про те, що тільки центральну частину діаграми яскравості формують сільськогосподарські угіддя, де вологість контролюється агрометеорологічними станціями.

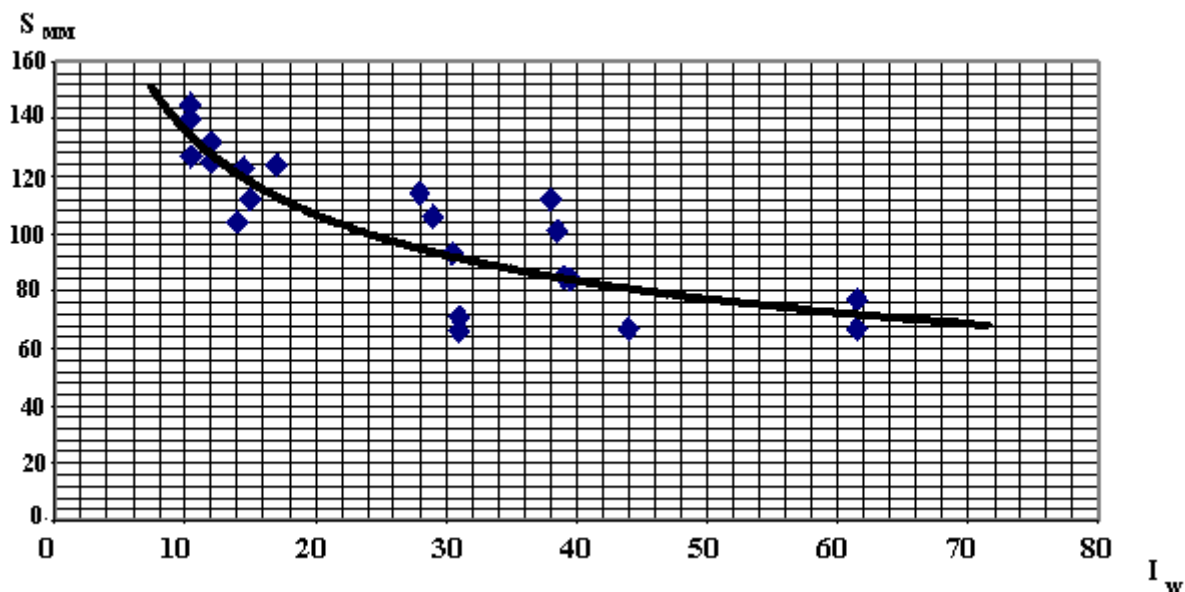


Рис. 5.5 - Залежність між модальним випромінюванням за даними СІЧ-1 і середніми запасами вологи за даними контактних вимірювань (Одеська, Миколаївська і Херсонська області).

Розглянемо структуру сільгоспугідь і особливо посівних площ, до яких прив'язана вологомірна мережа в межах трьох південних областей, що розглядаються. Вони належать до степової зони України, в межах якої за даними літературних джерел [36] зернові і технічні культури займають до 70% всіх угідь. На підставі проведеного аналізу можна зробити висновок про те, що приблизно половина площі центральної частини гістограм розподілу яскравості пікселів відноситься до площ під провідними культурами. Саме на них проводяться вимірювання вологості. Тому узагальнений показник яскравості центральної частини гістограми правомірно поставити у відповідність середній по області вологості ґрунтів. У зв'язку з тим, що в центральній частині графік має симетричні гілки, як узагальнений показник яскравості можна взяти модальне значення графіка.

У таблиці 5.1 наведені модальні значення яскравості для досліджуваних областей. За даними цієї таблиці на рис.5.5 побудований зв'язок між середніми по області значеннями яскравості випромінювання, що фіксується, і запасами ґрунтової вологи в 20 см шарі ґрунту.

Коефіцієнт кореляції цього зв'язку виявився рівним 0,83. Дослідження надійності розрахунків коефіцієнта кореляції показало, що зв'язок між досліджуваними явищами може вважатися достовірним.

5.3.3 Оптимальна дискретизація площі водозбору на частинні площини – основа просторового моделювання

Як указувалося вище, в розділі 5.1, схиловий стік води і винос речовин береться як показник їх бічного припливу в русло зі всієї довжини схилу. Більш того, розрахунки припливу відноситься до деякої площі, що включає цілий ряд схилів. Це пов'язано з тим, що інтенсивність стоку зі схилів доводиться розраховувати за формулами залежно не тільки від опадів, але і від морфометричних і геоботанічних показників поверхні заданої площини. Так, наприклад, середню довжину схилів можна обчислити за картографічними даними тільки для найдрібніших водозборів з площею декілька км² і брати її рівною відношенню площі водозбору до подвоєної довжини русла. Те ж можна сказати і відносно інших характеристик поверхні схилових водозборів - середньої густоти балочної мережі, середнього уклону схилів і т.п. Все це підказує, що перелічені вище чинники не можуть мати характеру точкових елементів для просторової моделі. Крім цього, один з основних чинників водного стоку і виносу речовин - інтенсивність схилового стоку - складає неоднорідне поле [22]. Це ж властиво і іншим чинникам винесення речовини, наприклад, показнику вмісту хімікатів на схилах, який з указаних вище причин відрізняється значною просторовою нерівномірністю.

Враховуючи викладене вище, просторовий розподіл чинників винесення не можна представити безперервними полями. Їх слід замінити середніми значеннями чинників стоку води і виносу речовин окремими частинними площинами. Саме такий підхід запропонований в роботі [22] при створенні просторової моделі формування дощових паводків. У цій роботі автором застосовується оптимальна дискретизація полів чинників стоку за частинними площинами водозбору, розміри яких координуються з величинами швидкості перенесення води по руслу і розрахункового інтервалу тимчасової дискретизації процесу. В цьому випадку весь водозбір розбивається на деяке число оптимального розміру площин, в межах кожної з яких значення інтенсивності схилового стоку можна усереднити і віднести до центру площини з певними просторовими координатами.

Тому для успішної реалізації просторової моделі доцільно розробити оптимальну структуру більшості вхідних даних, яка задовольнила б вимогам моделі. Основне призначення такої оптимізації полягає в мінімізації обсягу вхідної інформації при забезпеченні достатньої точності розрахунків витрат стоку, що пов'язано не тільки з необхідністю зменшити обсяг обчислень. Інформація повинна бути адаптована до розподілення даних за часом і частинними площинами заданого розміру та координатами їх

центрів. Це розподілення визначається структурою формул (5.1) та (5.8), а також тих, за якими обчислюють параметри формул. Оскільки процес обчислень стоку по моделі здійснюється по дискретних інтервалах часу Δt , виникає необхідність вхідні дані представляти також дискретно через цей розрахунковий інтервал, що неминуче приводить до дискретизації форм стоку через просторовий крок $\Delta x = v \cdot \Delta t$. Суть її відображає особливості географічних полів, в яких "... своєрідна єдність простору і часу, виражається в безперервній зміні просторової структури поля через безперервну зміну величин в часі" [35]. Розглянемо спочатку оптимальне значення кінцевого інтервалу часу Δt – часовий крок дискретизації розрахункового процесу.

Оптимізація часового кроку дискретизації процесу стоку води і речовин. Початкові дані для розрахунку стоку, в першу чергу графік дощу, перетворюються в дискретну форму з часовим кроком квантування, рівним розрахунковому інтервалу Δt . Розрахунковий інтервал часу не повинен перевищувати той період, протягом якого очікується значне коливання інтенсивності випадання опадів, інакше графік дощу виявиться надто згладженим і не будуть враховані його короточасні піки. Проте, процес трансформації опадів в русловий стік включає ряд стадій тимчасової акумуляції води на поверхні схилів і в русло-заплавних місткостях, вплив дрібномасштабних пульсацій графіка опадів на коливання графіка стоку носить згасаючий характер, Тому розрахунковий інтервал часу Δt може бути дещо збільшеним в порівнянні з потрібним при дискретизації графіка дощу. Ступінь цього збільшення визначається регулюючою здатністю водозбору, яка залежить від ряду перелічених чинників, і в першу чергу від розмірів басейну або пов'язаного з ним часу добігання води від найбільш віддалених точок водозбору до замикального створу.

У деяких роботах були висловлені пропозиції встановлювати розрахунковий інтервал часу, виходячи з умови задовільної деталізації гідрографа [19]. Однак вимога деталізації гідрографа не є єдиним критерієм вибору розрахункового інтервалу часу, особливо для методів обчислення гідрографів, заснованих на розв'язанні диференціальних рівнянь несталої руху, представлених в різницевій формі (рівняння 5.1 та 5.8 відносяться до такої форми). В цьому випадку правильний вибір розрахункового інтервалу часу визначає точність апроксимації похідних і одночасно забезпечує стійкість обчислювальної схеми, яка досягається за умови неперевикнення розрахунковим інтервалом Δt часу добігання води на ділянці русла довжиною Δx .

Дискретний інтервал часу Δt зазвичай вибирається таким, щоб для економії обсягів введення вхідних даних в модель стоку число часових кроків розрахунку було як можна меншим і в той же час помилка розрахунку гідрографа не перевищувала деяку допустиму похибку. В роботі [22] обчислено графік, що показує залежність помилки розрахунку гідрографа

паводка від відносної величини розрахункового інтервалу часу $\Delta t/t_p$, де t_p - повний час добігання води по довжині річки. Ординати апроксимуючої кривої цього графіка приведені в табл.5.2.

Таблиця 5.2 - Середні відносні похибки обчислення ординат гідрографів дощового стоку ΔQ в % в річках Закарпаття для різних значень $\Delta t/t_p$ [22].

$a=\Delta t/t_p$	0.065	0.10	0.15	0.17	0.28	0.42	0.58
Похибка ΔQ в %	5	7	8	10	15	20	25

Таблиця 5.2 містить відомості про похибки розрахунку гідрографа стоку в залежності від відносного розміру розрахункового інтервалу часу $\Delta t/t_p$. Із зростанням Δt для однієї і тієї ж річки з визначеним t_p похибка розрахунку зростає. Звичайно для вимірювань витрат за граничну береться похибка в 5-6%, проте при підрахунку стоку для складних випадків перебігу води по заплаві з виконанням методів графічної чи аналітичної екстраполяції кривої витрат ця похибка може досягти 7-10%. Тому як допустиму похибку розрахунку ординат гідрографа візьмемо з цих крайніх випадків похибку в 7%, яка згідно з даними таблиці 5.2 забезпечується для всіх $\Delta t/t_p$, які не перевищують значення 0,10.

Оптимізація просторового кроку дискретизації полів факторів стоку води та змиву хімічних речовин. Часова дискретизація процесу стоку по розрахунковому інтервалу часу Δt одночасно означає дискретизацію форм стоку в просторі з кроком Δx . Проведемо аналіз вибору оптимального розміру просторового кроку дискретизації площі водозбору і перетворимо розрахункові формули (5.1) в іншу форму. Для цього складові частини цих формул зробимо рівними їм виразами, а саме: перша заміна $\frac{B(x_g)}{n} = \Delta y$ - це поперечний розмір частинної площі, який співпадає з ізохроною. Внесемо його під знак другої суми, оскільки він є для неї скалярною величиною, яка не залежить від границь підсумування; за того ж пояснення внесемо під другу суму $v_{j,l}$, яке перемножується на Δt з результатом, рівним $\Delta x_{j,k}$. В результаті рівняння (5.1) змінить свій вид на такий:

$$Q_{j,i} = \sum_{l=j}^1 R_{j,l} \sum_{k=1}^{ni} q_l(x_g, y_k) f_{j,k}, \quad (5.15)$$

де $q_l(x_g, y_k)$ - модуль припливу води зі схилів, середній в межах елементарної площі-квадрата, координати центра якого вказані в круглих дужках;

u_k – відстань по еквідистанті від центра елементарної площини до замикального створу; n_i - число елементарних площ на відстані x_g від замикального створу; $f_{j,k}$ - розмір площі однієї частинної площини, який обчислюється так:

$$f_{j,k} = \Delta x_{j,k} \cdot \Delta y_k(x_g), \quad (5.16)$$

де $\Delta x_{j,k}$ і $\Delta y_k(x_g)$ - відповідно подовжній і поперечний розміри елементарної площини, причому, при виборі однаковими поперечного і подовжнього розмірів площини, коли вони набувають форми квадратів, досягається зручність у виділенні площин і розрахунків з їх участю;

Отриманий вираз для розрахунку гідрографа водного стоку визначає ординату гідрографа у вигляді суми об'ємів стоку з елементарних площ басейну річки, на які розділяється водозбір відповідно до схеми добігання при змінній швидкості руху води в руслі. Розрахункова формула (5.15) припускає дискретизацію всієї площі водозбору на окремі елементарні площини $f_{j,k}$, об'єми схилового стоку з яких в певній послідовності підсумовуються русловою системою, утворюючи витрати води та речовини в замикальному створі. При цьому інтенсивність припливу зі схилів усереднюється в межах кожної елементарної площини. Дискретизація поля стоку води і винесення речовин зі схилу вимагає попередньої просторової дискретизації параметрів моделі і вхідних даних для розрахунку [42]. Ці дані можна вибрати з топографічної карти по великому числу точок поверхні схилів або методами просторової інтерполяції обчисленого поля вхідних даних, наприклад, поля інтенсивності дощових опадів. Для виконання розрахунків паводка за формулою (5.16) виникає необхідність усереднення цих даних по окремих елементарних площинах, координати центрів яких встановлюються в процесі обчислень за рівняннями моделі. Розмір частинних площин і їх кількість залежить від швидкості перебігу води на заданій довжині русла і в задану одиницю часу.

На рис. 5.6 як приклад наведена схема дискретизації водозбірної басейну загальною площею 375 км^2 на частинні площини розмірами 9 км^2 кожна, виконана відповідно до наведених вище положень.

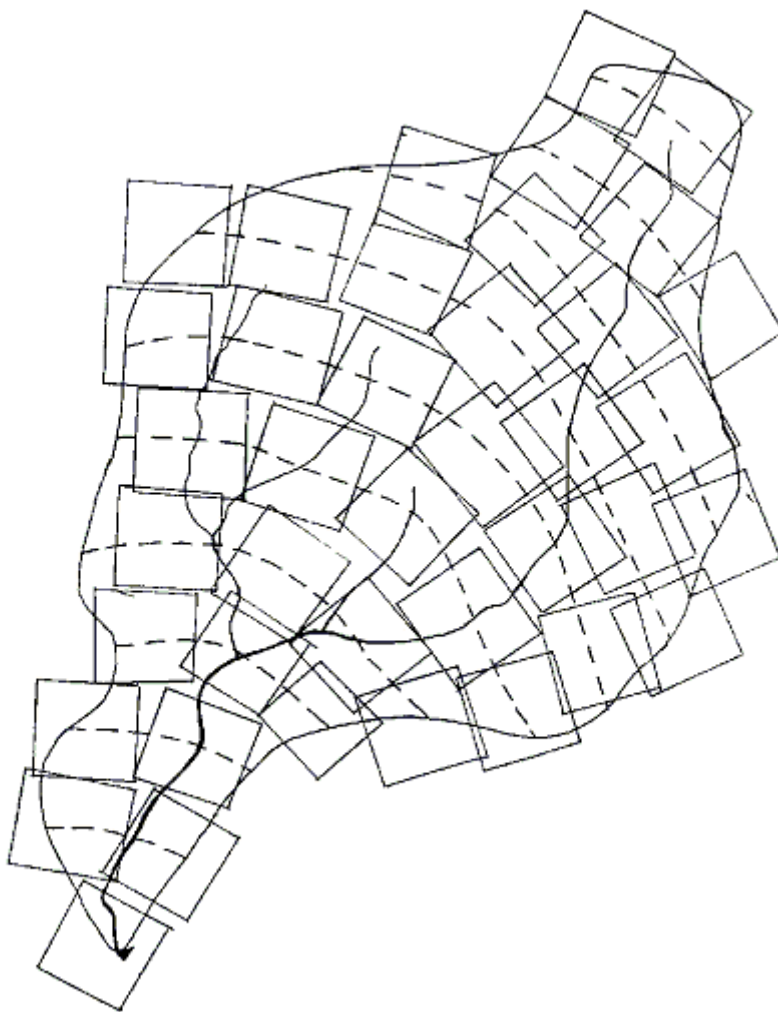


Рис. 5.6 - Схема дискретизації водозбору на частинні площини (квадрати).

Примітка: --- - еквідистанти.

5.4 Кінематично-хвильова модель процесів стоку води і виносу наносів і речовин зі схилів річкових водозборів

5.4.1 Водоутворення і стік води по поверхні схилів

Динаміка схилового стоку. Представлені полями чинники стоку - дощові опади в поєднанні з чинниками поглинальної поверхні, попередньої зволоженості, вбирної здатності ґрунтів і іншими, утворюють за певних умов

поля водоутворення, які для кожного елементарного майданчика водозбору можна обчислити за формулою [6,8]:

$$h_t = a_t - (k_0 + A / t^b), \quad (5.17)$$

де h_t і a_t - відповідно, інтенсивності водоутворення і дощу на момент часу t від його початку; k_0 - стала інтенсивність інфільтрації при дуже великому часі t ; A і b - параметри формули, залежні від властивостей ґрунту і його вологості.

Ординати графіка водоутворення можна обчислити наступного одночленного виразу з використанням коефіцієнта водоутворення σ_t :

$$h_t = \sigma_t \cdot a_t. \quad (5.18)$$

Коефіцієнт водоутворення обчислюється за такою формулою [9]:

$$\sigma_t = \eta \cdot a_t^\alpha \cdot t^\beta, \quad (5.19)$$

де a_t - інтенсивність дощу на час t від початку водоутворення; α , η і β - параметри, які залежать від механічного складу ґрунту, а параметр η залежить також від попереднього зволоження ґрунтів.

Стік води зі схилів починається у момент перевищення інтенсивності дощу над інтенсивністю вбирання і супроводжується водною ерозією. Його супроводять інші явища: вимивання з ґрунту водою хімічних речовин в розчиненому вигляді і виносом їх разом з ґрунтовими частками, з якими вони міцно пов'язані. Під впливом ударів дощових крапель по поверхні вологого ґрунту і скаламучення водної маси до неї надходять обмінні хімічні форми як в розчиненому вигляді, так і разом із завислими твердими частинками.

Динаміку поверхневого стоку зі схилу звичайно описують за допомогою кінематичної моделі, широко вживаної при розрахунках паводкового стоку. Модель складається з рівняння нерозривності елемента потоку, що стікає із смуги схилу одиничної ширини і рівняння для швидкості течії:

$$\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} = h_t \quad (5.20)$$

$$v = m y^n I^u. \quad (5.21)$$

Витрата поверхневого схилового стоку для смуги схилу одиничної ширини при глибині потоку y запишеться в формі рівняння:

$$q = v \cdot y = m y^{n+1} I^m, \quad (5.22)$$

Після підстановки цього рівняння в (5.20) одержують загальне диференціальне рівняння схилового стоку :

$$(n + 1) m I^u y^{n+1} \partial y / \partial x + \partial y / \partial t = h_t. \quad (5.23)$$

В цих рівняннях y - глибина схилу фіктивного (рівномірно розподіленого по ширині схилу) потоку в момент часу t від початку його руху на відстані x від вододілу; I - уклон поверхні схилу; m , u і n - параметри формули швидкості течії, залежні від шорсткості поверхні схилу і його мікрорельєфу.

Скінченнорізницеві обчислення рівнянь схилового стоку.

Рівняння (5.23) можна записати в скінченнорізницевій формі:

$$\frac{m_{j+1} I_{j+1}^u (y_{j+1}^{i+1})^{n+1} - m_j I_j^u (y_j^{i+1})^{n+1}}{\Delta x} + \frac{y_{j+1}^{i+1} - y_{j+1}^i}{\Delta t} = \frac{h_{j+1}^{i+1} + h_{j+1}^i}{2}, \quad (5.24)$$

де i й j – відповідно номери інтервалів часу Δt та ділянок схилу Δx по його довжині.

Після помноження обох частин рівності на Δx та виконання переносу в ліву частину тих членів рівності, які містять шукане значення y_{j+1}^{i+1} , одержимо:

$$m_{j+1} I_{j+1}^u (y_{j+1}^{i+1})^{n+1} + \frac{\Delta x}{\Delta t} y_{j+1}^{i+1} = m_j I_j^u (y_j^{i+1})^{n+1} + \frac{\Delta x}{\Delta t} y_{j+1}^i + \frac{\Delta x}{2} (h_{j+1}^{i+1} + h_{j+1}^i). \quad (5.25)$$

Введемо позначення для окремих груп параметрів цього рівняння[22] :

$$a = m_{j+1} I_{j+1}^u; \quad a_I = m_j (I_j)^u; \quad b = \frac{\Delta x}{\Delta t}; \quad f_h = y_{j+1}^{i+1}; \quad (5.26)$$

$$\varphi = m_j I_j^u (y_j^{i+1})^{n+1} + \frac{\Delta x}{\Delta t} y_{j+1}^i + \frac{\Delta x}{2} (h_{j+1}^{i+1} + h_{j+1}^i).$$

Якщо поздовжній профіль схилу вважати прямолінійним, тоді параметр a_I стане рівним параметру a . В результаті використання заміни (5.26) рівняння (5.25) перепишеться у наступному вигляді:

$$a f_h^{n+1} + b f_h - \varphi = 0. \quad (5.27)$$

Це рівняння містить тільки одну невідому величину f_h , що дорівнює

шуканому значенню глибини шару схилового стоку y_{j+1}^{i+1} , яку по рівнянню (5.22) можна перерахувати у витрати стоку води q зі схилу. Визначення f_h проводиться методом простого ітераційного добирання. В літературі з обчислювальної математики відомий ефективний спосіб розв'язання подібних рівнянь, який організує ефективний пошук коренів рівняння і має швидку збіжність[20]. Запишемо нев'язку f_a для рівняння (5.27):

$$F_a = af^{n+1} + bf - \varphi. \quad (5.28)$$

Розкладемо функцію F_a в ряд Тейлора, позначимо коефіцієнти розкладу через F з індексами, які означають рівень похідної функції:

$$F_0 = af_k^{n+1} + bf - \varphi; \quad F_1 = a(n+1)f_k^n + b; \quad F_2 = \frac{1}{2}an(n+1)f_k^{n-1}. \quad (5.29)$$

В наступному рівнянні (5.30) індекс k означає порядковий номер кроку ітерацій, а шукане значення f_k знаходиться за узагальненою формулою Ньютона, знаменник якої може набутися нульового значення тільки в тому випадку, коли відсутній шар стоку на схилі, а це має місце за межами обчислювальної схеми:

$$f_{k+1} = f_k - \frac{F_0 \cdot F_1}{F_1^2 - F_0 \cdot F_2}. \quad (5.30)$$

Досвід використання описаного методу ітерацій показує, що на кожному кроці ітерація подвоює число правильних цифр результату. Однак уповільнення ітерацій можливо через вибір невдалого початкового наближення для кореня f_0 . Тому спочатку слід знайти якнайближче до кореня значення f_0 . Перший спосіб такого обчислення f_0 рекомендується скласти на базі рівняння (5.27) з параметром $n=1$. Останнє доцільно, по-перше, в зв'язку з використанням в роботах А.М.Бефані [9] значення показника n у околиці 1; по-друге, при значенні $n=1$ рівняння (5.27) перетворюється в квадратне, єдиний додатний корінь якого обчислюється за наступним рівнянням, що має межі застосовності тільки при наявності шару стоку води на схилі:

$$f_0 = \frac{1}{2a}(\sqrt{b^2 + 4a\varphi} - b). \quad (5.31)$$

Широкий досвід використання обчисленого при $n=1$ початкового значення f_0 показав, що при такій схемі підбору вже після 2-3 кроків ітера-

цій розходження між послідовними значеннями кореня складає число менше 10^{-6} .

Врахування струмкового стоку води зі схилів. У роботі [6,22] проведений аналіз схилового стоку з метою явного врахування струмкового характеру стікання як на підйомі так і на спаді. На основі рівняння профілю поперечного перерізу схилу у формі хвилястої лінії, наприклад, косинусоїди (рис.5.7), з урахуванням якої одержано рівняння зв'язку глибини у суцільного потоку з коефіцієнтом затоплення ψ і середнім перерізом мікрорельєфу H :

$$y = \frac{H}{2} \left(\frac{\sin \pi \psi}{\psi} - \psi \cos \pi \psi \right) \quad (5.32)$$

Коефіцієнт затоплення ψ визначається через y підбором з (5.32).

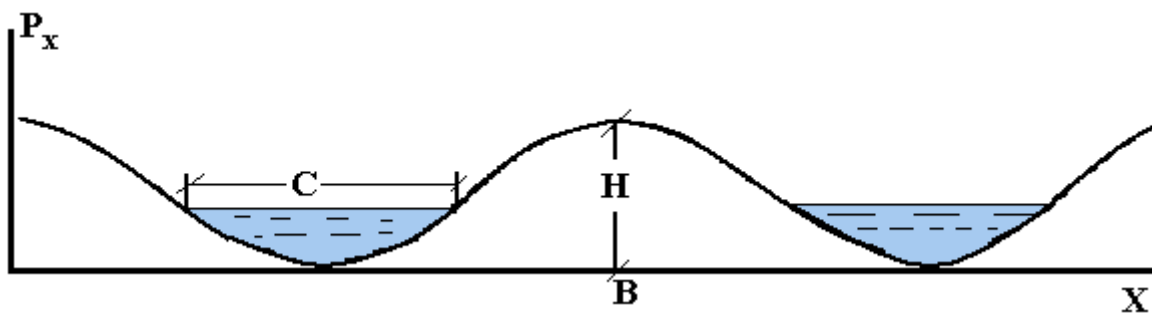


Рис.5.7 - Схема профілю поперечного перерізу схилу.

(P_x - відмітки поверхні схилу, x - відстані)

У правій частині рівняння (5.17) h_t - інтенсивність водовіддачі, яка обчислюється по різниці a_t і k_0 для періоду випадання дощу, а для періоду спаду, тобто коли $a_t = 0$, в правій частині рівняння (5.17) замість k_0 беруться з від'ємним знаком втрати води на вбирання в дно струмків $\psi \cdot k_0$, де ψ - коефіцієнт затоплення. Цей коефіцієнт враховує частку площі схилу, де спостерігаються втрати вод стоку на інфільтрацію. Його значення може бути обчислено зворотним розрахунком з формули (5.32) після обчислення фіктивної глибини схилового потоку y_t у замикальному створі схилу. Розрахунки цієї глибини для різних моментів часу t виконуються на базі рівнянь, викладених вище, починаючи з рівняння (5.20) і завершуючи рівнянням (5.30). Більш глибокого розуміння ролі параметру ψ в обчисленнях можна досягти на основі матеріалів Прикладу 1 в кінці першого розділу посібника.

Таким чином, застосування моделі кінематичної хвилі дозволяє врахувати динаміку стікання води зі схилу, не тільки в часі, але і по довжині

схилу, що важливо при описанні змиву наносів, як несталого процесу водної ерозії.

Слід відзначити, що раніше пройшли апробацію багато інших підходів щодо моделювання схилового стоку. Так, наприклад, якщо формулу (5.1) записати для схилового водозбору, то після її часткового перетворення можна одержати такий вираз для обчислення гідрографа схилового стоку [22]:

$$q_{cx,j} = 16.67 \cdot \frac{v_{cx,j}}{\bar{v}_{tce,j}} \cdot \bar{h}_{tce,j}, \quad (5.33)$$

де $q_{cx,j}$ - модуль схилового стоку на j -ий інтервал часу;

$v_{cx,j}$ - швидкість течії схилового стоку;

$\bar{v}_{tce,j}$ - середня швидкість течії води за час добігання до підніжжя схилу;

$\bar{h}_{tce,j}$ - середнє схилове водоутворення за час добігання до підніжжя схилу;

16,67 – коефіцієнт перерахування інтенсивності водоутворення в модуль.

Для розрахунків швидкості перебігу схилових вод доцільно використовувати наступну більш зручну формулу, введення якої виключає необхідність використовувати метод послідовного підбору швидкості [10]:

$$v_{cx,j} = a_c (I_{cx} \bar{h}_{tce,j} l_{cx})^{1/3}, \quad (5.34)$$

де a_c - коефіцієнт, що залежить від шорсткості поверхні схилів і форми схилових рівчаків;

I_{cx} - середній уклон схилу в ‰;

l_{cx} - довжина схилу.

Обґрунтування моделі схилового стоку в гірських районах. Типовою особливістю гірського схилу є наявність на його поверхні складеного з пористо-уламкового матеріалу покривного чохла, який знизу підстеляється відносним водупором, а зверху місцями покритий ґрунтовим шаром незначної товщини. Потужність пористо-уламкового шару змінюється по довжині і ширині схилу. Відзначаються подовжні смуги вдовж схилу, у межах яких покривний шар має малу товщину або значно заcolmатований. У нижній частині схилу поширені осипи, покриті зверху тонким шаром ґрунту.

Багаторічні експедиційні дослідження стоку з постановкою активних експериментів проводилися гідрологами Одеського гідрометеорологічного інституту під керівництвом завідувача кафедри гідрології, професора А.М.Бефані. Досліди зі штучним дощуванням ділянок схилів самих різних

розмірів проводилися як у рівнинних, так і в гірських умовах. Результати цих досліджень по регіону Карпат були опубліковані в статтях [7,8 та ін.] .

Однією з головних задач експериментальних досліджень було установлення генезису схилового стоку, основних його видів і шляхів стікання води в залежності від структури ґрунтового профілю. Для вирішення цих задач було проведено сотні експериментів, у яких застосовувалося штучне дощування майданчиків розмірами від 1 м² до 1200 м². Штучне зрошення майданчиків водою здійснювалося на малих площах розмірами до 18 м² за допомогою спеціальних дощувальних апаратів. У процесі дослідів фіксувалися не тільки інтенсивності дощу і стоку з майданчика, але й інші гідравлічні явища - утворення калюж на поверхні схилів, початок струмкової форми стоку чи стоку дренажних вод за межами майданчика. Після дослідів викопувалися шурфи для визначення шляхів поширення підповерхневих вод.

В гірських умовах верхній пористо-уламковий шар має винятково велику пористість. За даними дослідів у Карпатах інтенсивність проникнення води різь поверхню ґрунту може досягати величини 7 мм/хв, що виключає можливість поверхневого водоутворення навіть при інтенсивних дощах у цьому районі. Така "провальна" проникність дощових вод сприяє швидкому надходженню води до шару підстильних корінних порід і накопиченню її на поверхні цього відносного водопору. Таким чином, виникають умови стікання води по порах пористо-уламкового шару, в якому в процесі багаторічного промивання утворюються різного виду канали, дрени стоку, тому цей тип стоку можна назвати дренажним. Однак, щоб не змішувати це поняття з відомим стоком підземних вод в умовах штучного розвантаження цих вод, надалі нами для найменування цього водостоку буде взято загальний термін – «підповерхневий» стік, і тільки в деяких випадках - дренажний. За даними досліджень в Українських Карпатах, підтвердженими численними даними про стік з малих водозборів ЗВБС, втрати дощових опадів у водопорні породи, що підстиляють верхній шар, складають в середньому 0,0015 мм/хв [5].

Однією з важливих характеристик стоку, що визначають його роль у формуванні припливу води до русел річок і тимчасових водотоків, є його швидкість. Найважливішим висновком, отриманим у згаданих вище експериментальних дослідженнях, є доказ турбулентного характеру руху підповерхневого стоку - пропорційність швидкості течії від кореню квадратного з уклону схилу[10]. Тому в моделі кінематичної хвилі для підповерхневого стікання використовується така формула швидкості стоку:

$$v_n = a_k \sqrt{I_n} \quad , \quad (5.35)$$

а рівняння нерозривності суцільного підповерхневого стоку води шаром z по поверхні відносного водопору [8]:

$$\frac{\partial q_n}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t}(\delta z) = h_t, \quad (5.36)$$

де v_n - швидкість підповерхневого стоку;

a_k - параметр, що залежить від характеру макропор, їхнього діаметра і форми поперечного перерізу; I_n - уклон поверхні відносного водоупору; h_t - інтенсивність підповерхневого водоутворення, яка дорівнює різниці інтенсивностей дощу й вбирання води у ґрунти відносного водоупору k_0 ; для періоду спаду після кінця дощу в правій частині рівняння (5.32) замість h_t береться параметр $(-\psi k_0)$, де ψ - коефіцієнт приведення втрат на спаді фіктивного суцільного силового стоку до реальної струмкової форми; δ - коефіцієнт акумуляції, рівний z_0/H_n , де z_0 - шар води, необхідний для насичення всієї товщі ґрунту H_n ;

q_n - витрата підповерхневого стоку, що обчислюється за формулою:

$$q_n = \delta_\partial v_n z, \quad (5.37)$$

де δ_∂ - коефіцієнт дренажної водовіддачі, який дорівнює відношенню сумарної площі перерізу дренажів на одиничній ширині схилу до потужності пористого шару; z - глибина шару підповерхневого стоку над підстилаючим водоупором.

Витрати загального стоку з гірського схилу - поверхневого і підповерхневого - обчислюються за формулами (5.22) і (5.37) від загальної водовіддачі за формулою (5.17) або (5.18). У цілому для водозбору загальні витрати приблизно можна оцінити коефіцієнтом d , який визначає частку від загального водоутворення, що йде на формування поверхневого стоку, а різницею $(1-d)$ визначається частка підповерхневого стоку. Таким чином, одержимо формули для витрат двох форм схилового стоку:

$$q_{i,нов} = d \cdot q_i(x_{g,l}, y_k) \quad (5.38)$$

$$\text{і} \quad q_{i,нидн} = (1-d) \cdot q_i(x_{g,l}, y_k), \quad (5.39)$$

де $q_{i,нов}$ і $q_{i,нидн}$ - модулі схилового стоку відповідно двох основних його форм - поверхневої і підповерхневої.

Розрахунковий гідрограф схилового стоку обчислюється за наступною формулою з врахуванням частки площі водозбору d , на якій формується поверхневий тип стоку. В цьому випадку d стає параметром, значення якого оптимізується по зв'язку з фактором лісистості. Загальна формула для обчислення сумарного схилового стоку, ід поверхневого і підповерхневого, записується так:

$$q_{ск,t} = d_t q_{нов,t} + (1-d) q_{нидн,t}. \quad (5.40)$$

Зрозуміло, що розрахунки витрат поверхневого і підповерхневого видів стоку води за даними середніми по окремих частинних площах подалі будуть використовуватися при обчисленнях гідрографів витрат води в замикальних створах річкових водозборів за формулою (5.40). Більш детально ці розрахунки наведено в наступному розділі посібника.

5.4.2 Модель змиву наносів з поверхні схилів

Модель водної ерозії. В роботі [38,44] виділені види поверхнево-схилової водної ерозії, серед яких найбільше значення для винесення речовин має поверхневий змив і струмкова ерозія. Поверхневий змив виникає з появою схилового стоку, що має вигляд мікрострумків з глибиною, співмірною з розміром переміщуваних частинок. У цій стадії водної ерозії провідну роль відіграє ударна дія крапель дощу, що формує особливу форму зливого поверхневого змиву. Механічна дія крапель на ґрунт полягає в руйнуванні структури ґрунтових агрегатів, втратою ними тонких колоїдних плівок. При падінні крапель дощу на затоплений тонким шаром ґрунт виникає важливий для дощової ерозії ефект турбулентності, який сприяє посиленню динамічної дії стоку на ґрунт, скаламученню частинок і насиченню схилового потоку наносами. Слід зазначити, що деяка частка енергії дощових крапель гаситься листовою поверхнею рослин, причому, ця частка може бути оцінена площею проектного покриття ґрунту рослинністю.

У міру наростання глибини і швидкості схилового потоку він орієнтується по напрямку максимального ухилу поверхні схилу, його руйнівна дія на ґрунт посилюється і процес водної ерозії набуває вигляду струмкової ерозії. Але навіть і в цій формі краплинне надходження опадів впливає на процеси ерозії, створює додаткову турбулентність схилових потоків і підвищує його транспортуючу здатність, формуючи особливу форму струменистої ерозії - зливовий струменистий розмив [44].

В результаті викладеного вище можна зробити висновок про те, що зливовий змив ґрунту відбувається під впливом одночасної дії на поверхню ґрунту ударів крапель дощу і розмиваючої дії поверхневого стоку. Саме це положення лягло в основу моделей, що описують процеси змиву наносів з поверхні оброблюваних схилів. Найбільш вдалою є математична модель процесу змиву і перенесення водним потоком наносів по типу рівняння кінематичної хвилі, яка використана в роботах [27,36,39]:

$$\partial (Ph)/\partial t + \partial (Pq)/\partial x = E_r + E_v. \quad (5.41)$$

де P - мутність води схилового стоку; h, q - відповідно, глибина і витрата схилового потоку на час t від початку стоку і на відстані x від вододілу; E_r і E_v - функції, що описують інтенсивність надходження в потік

наносів за рахунок дії на поверхню ґрунту ударів дощових крапель і розмивання ґрунту водним потоком.

Ударна дія крапель на ґрунт і турбулізація потоку малої глибини сприяє його насиченню завислими наносами, що враховується параметром E_r . Параметр E_r обчислюється з емпіричної залежності:

$$E_r = k_r \left(1 - \sum_{j=1}^{np} C_{nj} \gamma_j\right) (1 - \gamma) r^{km}, \quad (5.42)$$

де r - інтенсивність дощу; k_r, k_m - емпіричні коефіцієнти;

C_{nj} - коефіцієнт проектного покриття ґрунту рослинністю; γ - частка площі водозбору для j -го типу рослинності;

np - кількість типів рослинного покриву на водозборі;

γ_j - частка затопленої водою площі, обчислювана за емпіричною формулою:

$$\gamma = a_1 I^{a_2}, \quad (5.43)$$

де I - уклон поверхні схилу; a_1 і a_2 - емпіричні параметри.

За відсутності на поверхні ґрунту рослинності і затоплених площ формула (5.42) набуває вигляду:

$$E_r = k_r r^{km}. \quad (5.44)$$

Перенесення наносів поверхневим стоком відбувається в умовах, коли відрив частинок ґрунту потоком і їх переміщення можливі, якщо в потоці є достатня кількість енергії, інакше відбудеться осадження частинок.

Розрахунок транспортуючої здатності схилового стоку можна вести за наступними емпіричними формулами окремо для ламінарного і турбулентних потоку, межа між якими встановлюється по величині витрати стоку на одиничній ширині схилу:

$$P_t = b_1 \sqrt{I_q} \quad \text{при } q \leq q_o, \quad (5.45)$$

$$P_t = b_2 I_q \quad \text{при } q > q_o, \quad \text{при } q_o = 0.46 \text{ м/хв на м}, \quad (5.46)$$

де P_t - транспортуюча здатність потоку (кг/хв м); q - витрата з метрової смуги схилу (м/хв м); i - уклон схилу в ‰; b_1, b_2 - емпіричні коефіцієнти.

Функція E_q , що враховує дію стікаючої води на змив наносів, обчислюється з наступної залежності:

$$E_q = K_q (P_t - P) q, \quad (5.47)$$

де K_q - емпіричний коефіцієнт; P_b , P і q - відповідно, транспортуюча здатність потоку (кг/м), його мутність (кг/м) і витрата води з одиничної смуги схилу (м/с).

На підставі наведених вище залежностей обчислюється надходження завислих в воді твердих частинок зі схилів в потік за рахунок краплинно-дошової і потокової ерозії. Обчислена мутність твердого стоку для кожної частинної площин водозбору і за всі інтервали часу графіку інтенсивності розрахункового дощу може бути використана для розрахунків витрат твердого стоку за наступною формулою, аналогічною формулі витрат водного стоку (5.1):

$$G_{j,i} = \sum_{l=j}^1 R_{j,l} \sum_{k=1}^{ni} P_l(x_g, y_k) q_l(x_g, y_k) f_{j,k}, \quad (5.48)$$

де $G_{j,i}$ - витрата наносів в г/с в i -му створі водозбору і в j -ий інтервал часу;

$P_l(x_g, y_k)$ - мутність схилового стоку в г/м³ з площини з заданими координатами в круглих дужках. Інші позначення описані вище.

Модель винесення речовин зі схилів. Витрати води і наносів разом з показниками початкової концентрації речовин в поверхневих шарах ґрунту, їх розчинністю у воді і сорбційною здатністю є основними чинниками виносу забруднювальних речовин зі схилу. Всі ці чинники враховуються моделлю кінематичної хвилі для обчислення виносу забруднювальних речовин схиловим потоком води з полоси схилу одиничної ширини[38,45,48]:

$$\partial (Ch)/\partial t + \partial (Cq)/\partial x = F_i + N, \quad (5.49)$$

де C - концентрація заданої речовини, що виноситься водним стоком; h - глибина схилового фіктивного (рівномірно розподіленого по ширині полоси схилу) потоку в момент часу t від початку його руху на відстані x від вододілу; q – витрата стоку води зі схилу;

F_i - функція, що враховує надходження i -ї речовини до води схилового стоку з активного поверхневого шару ґрунту у формі розчину або з суспензіями твердих частинок. Це трапляється при площинній ерозії і змуленні потоку від ударної дії крапель дощу. Зменшення джерел забруднень у воді може бути при наявності фільтраційних втрат води в дно схилових струмків, а також при осадженні наносів із джерелами забруднення на ґрунт;

N - функція перетворення речовини всередині поверхневого схилового потоку під впливом хімічних реакцій, яка може не враховуватися у зв'язку з швидким перебігом процесу стоку, який розвивається залежно від інтен-

сивності і тривалості дощу і продовжується після нього від декількох хвилин до 1-2 годин.

Таким чином, функція F_i в основному є такою, що визначає надходження речовини від ґрунтів у водний потік. У роботі [30] опублікована формула для обчислення рівноважної концентрації азоту і фосфору залежно від концентрацій цих речовин у верхньому діючому шарі ґрунту. Тому для розрахунку функції F_i можна використовувати наступну формулу в загальному вигляді:

$$F_i = k_i (C_{P,i} - C_i) \cdot b \cdot q, \quad (5.50)$$

де b - глибина діючого шару, що береться рівній товщині шару контакту поверхневих вод з водами ґрунтового розчину, звичайно 1 см;

q - витрата води із смуги схилу одиничної ширини; k_i - коефіцієнт сорбції-десорбції заданої речовини i ; C_i - шукана діюча концентрація заданої речовини i ; $C_{P,i}$ - рівноважна концентрація, що обчислюється за формулою загального вигляду:

$$C_{P,i} = a_i \cdot C_{Vi} / (d_i - C_{Vi}). \quad (5.51)$$

де a_i і d_i - числові значення коефіцієнтів, які встановлюються в лабораторних дослідках на основі даних про розчинність конкретних речовин, наприклад, для азоту $a_i = 0.625$, $d_i = 351$, а для фосфору $a_i = 1.538$, $d_i = 7300$.

Вищевикладена методика обчислення середніх концентрацій заданої хімічної речовини або групи речовин, які виносяться схиловим стоком з кожної елементарної площини, може бути використана для розрахунків хімічних речовин в замикальному створі річкового водозбору за рівнянням типу (5.16). В цьому випадку в кожному об'ємі води $q_l(x_g, y_k)$, що стікає за одиницю часу з площі 1 км^2 заданої елементарної площини, міститься і задана речовина з концентрацією $C_l(x_g, y_k)$, а їх перемноження дає модуль винесення цієї речовини з одиниці площі кожної елементарної площини. Після введення $C_l(x_g, y_k)$ множителем до $q_l(x_g, y_k)$ в рівняння (5.15), останнє буде мати вигляд:

$$S_{j,i} = \sum_{l=j}^1 R_{j,l} \sum_{k=1}^{n_l} C_l(x_g, y_k) q_l(x_g, y_k) f_{j,k}, \quad (5.52)$$

де $S_{j,i}$ - витрата заданої хімічної речовини в замикальному створі водозбору (при $i=I$), (г/с);

Перевірка за експериментальними даними кінематико-хвильової моделі винесення наносів і речовин зі схилів. Пропонована модель змиву хімічних речовин з поверхні схилів перевірялася даними експериментальних досліджень процесів змиву агрохімікатів, які проводилися в районі м. Іл-

лічівськ Одеської області на полях учгоспу Одеського сільськогосподарського інституту. Для отримання початкових даних для процесу змиву агрохімікатів застосовувався метод штучного дощування ділянок природних схилів. За допомогою дощувальної установки зрошувалися площини розмірами 1 м^2 , в ґрунти яких вносилися добрива з дотриманням тих правил і норм, що діють в регіоні. Площини розташовувалися попарно - одна з них удобрювалася, інша залишалася як еталон. Інтенсивність дощу і стоку фіксувалася об'ємним методом через 1-2 хвилини, а через 5-7 хвилин із стоку відбиралися проби води на мутність і хімічний аналіз. Після їх обробки встановлювалися концентрації наносів і хімічних речовин - фосфору і азоту.

Всього на експериментальних майданчиках було поставлено 40 дослідів. Їх дані були використані для перевірки застосовності вище описаної моделі для розрахунків змиву речовин в імітаційному режимі за умовами дослідів. З цією метою на вхід моделі вводилися такі дані дослідів - інтенсивності дощів у різні моменти часу, контури експериментальних майданчиків і геоморфологічні характеристики їх поверхні (уклон, показники мікрорельєфу і ін.).

Параметри процесу інфільтрації дощових опадів в ґрунт, стоку води по поверхні майданчика і змиву наносів встановлювалися шляхом їх оптимізації із залученням даних експериментів.

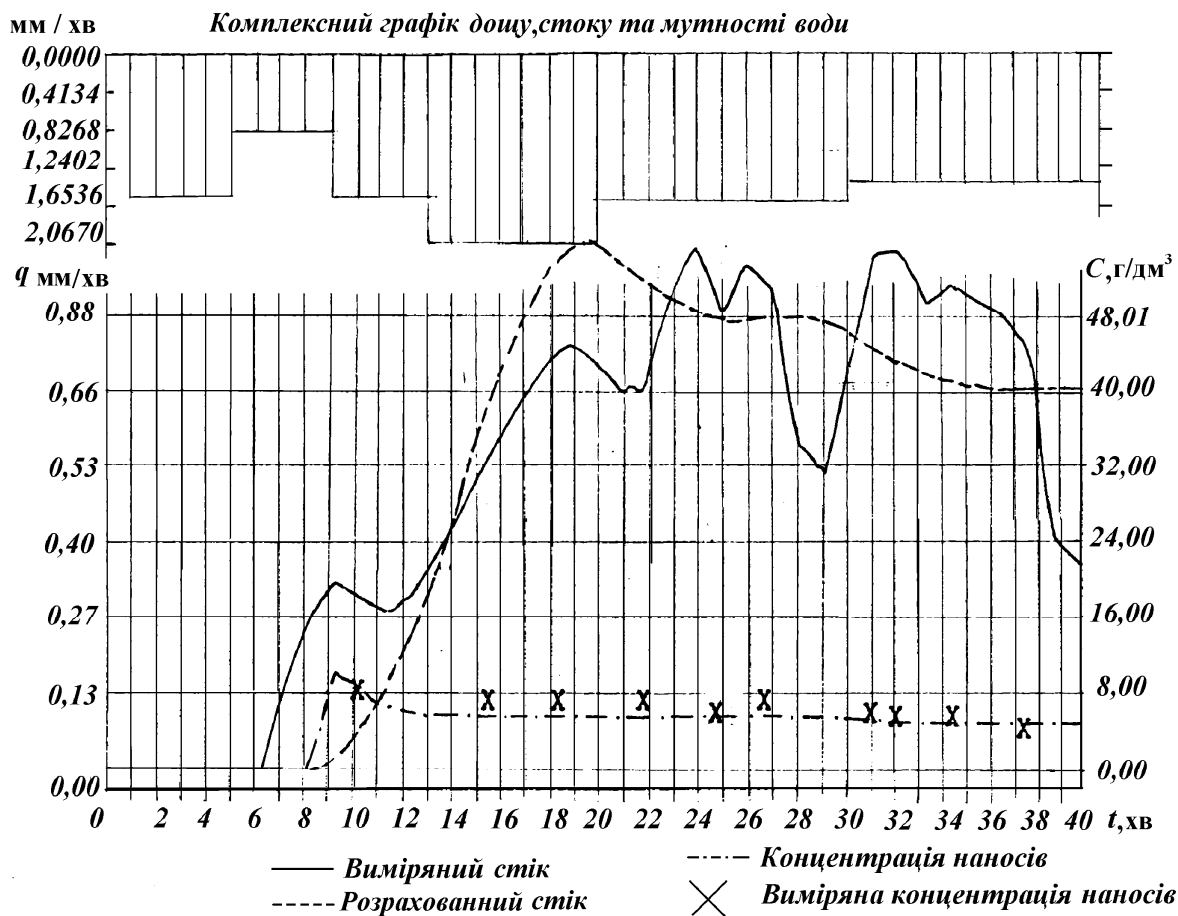


Рис. 5.8 - Зіставлення обчислених по моделі і вимірних значень мутності води за даними дослідів 2, площа 2

Як приклад на рисунках 5.8-5.10 представлено обчислений по моделі графік зміни мутності потоку, концентрацій азоту та фосфору за даними дослідів 2.

Практична реалізація моделей вимагає попереднього встановлення числових значень параметрів моделей. Модель поверхневого стоку води містить наступні параметри, що входять у викладені вище рівняння:

b - показник ступеня, що набуває значень від $1/2$ до $3/4$ (в середньому дорівнює $2/3$);

k_o - стала інтенсивність вбирання води в ґрунт (мм/хв);

A - параметр, залежний від структури і вологості ґрунту (мм/хв);

m - коефіцієнт, залежний від шорсткості і мікрорельєфу поверхні схилу;

u - показник ступеня при уклоні;

n - показник ступеня при глибині потоку, що має значення від 0,88 до 1.

Комплексний графік дощу, стоку води і концентрації азоту

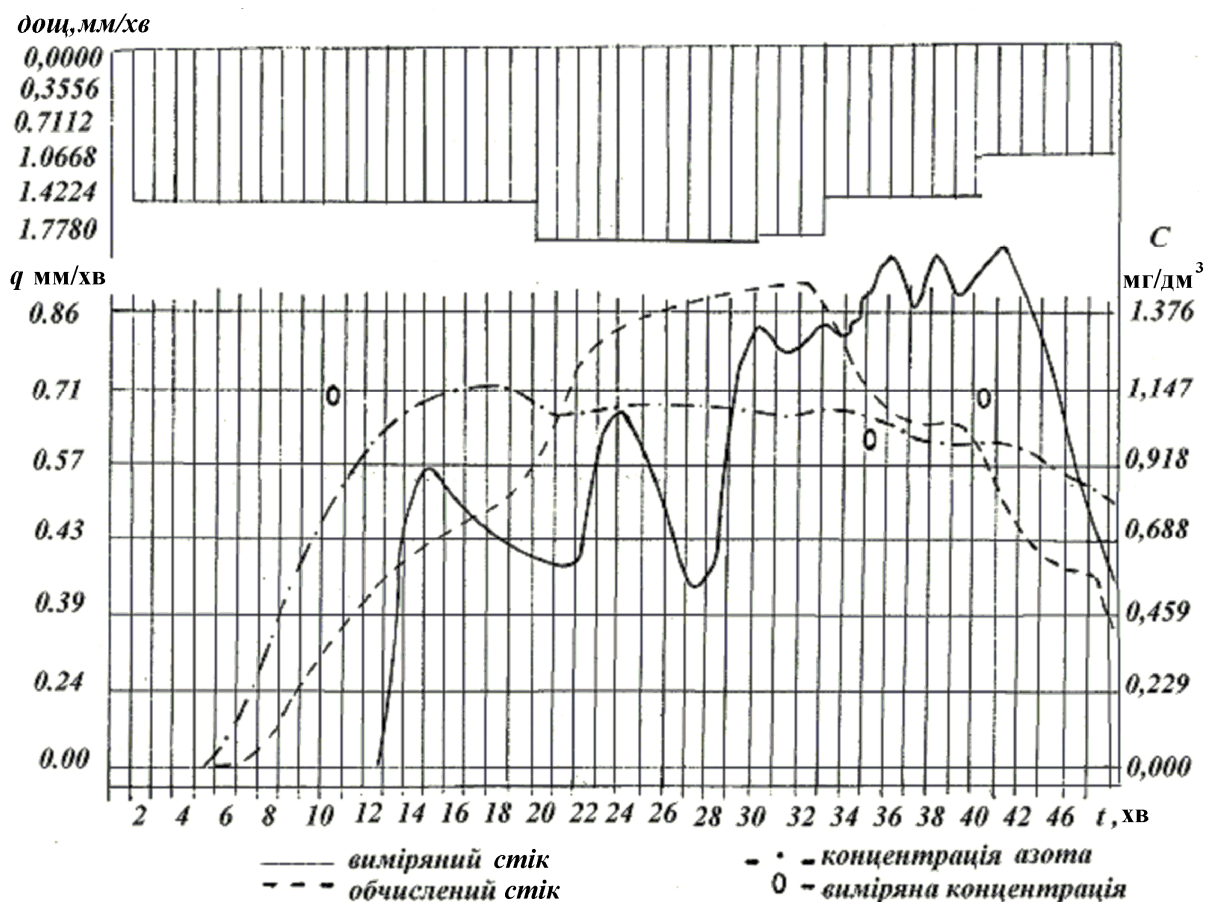


Рис. 5.9 - Зіставлення обчислених по моделі і виміряних значень концентрації азоту за даними дослід 2, площа 2.

У наведені вище рівняння моделі змиву наносів входять такі параметри:

K_p, K_m - емпіричні коефіцієнти, що враховують чинники дії дощових крапель на мутність потоку;

K_q, b_1, b_2 - коефіцієнти, що визначають ерозійні властивості ґрунтів і транспортує здатність потоку.

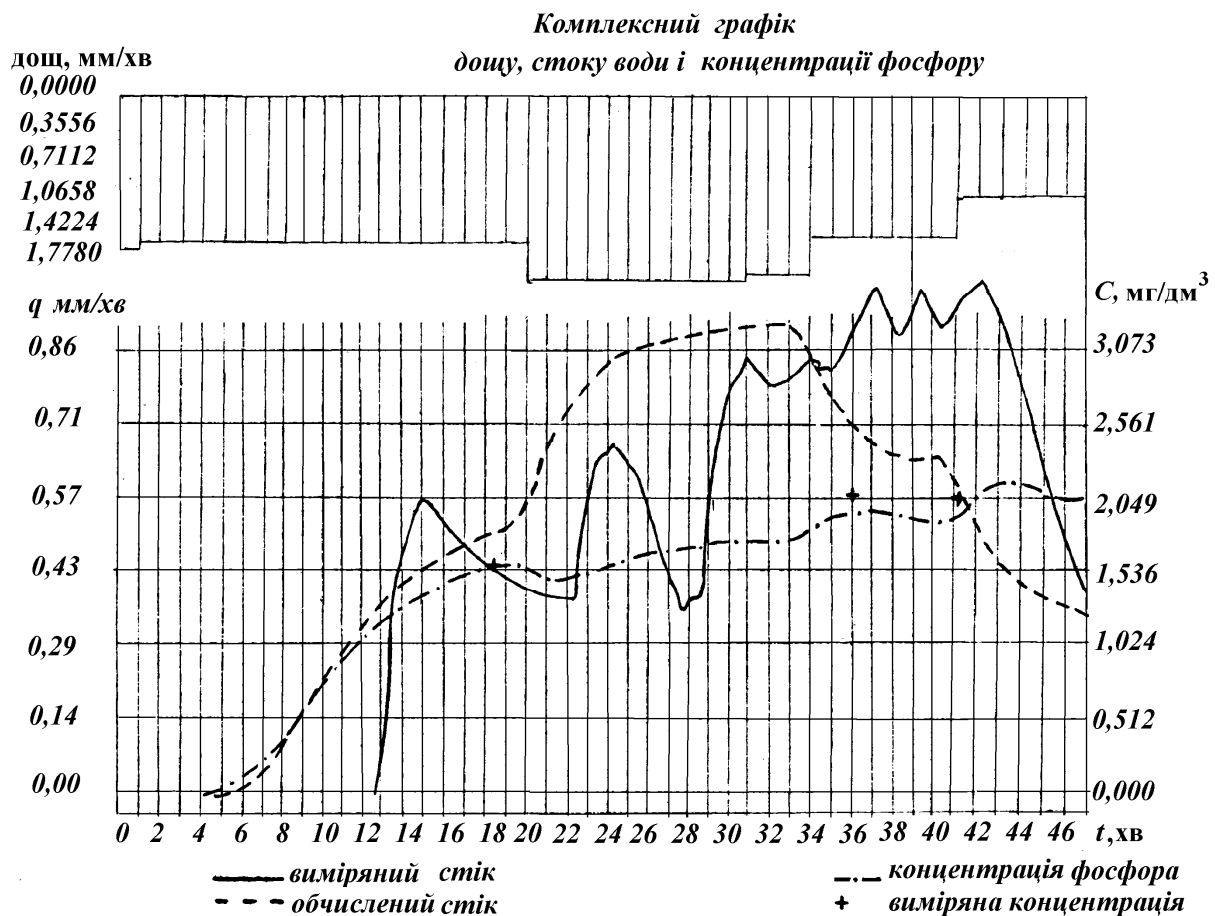


Рис. 5.10 - Зіставлення обчислених по моделі і вимірянних значень концентрації фосфору за даними дослід 2, площа 2.

Модель змиву хімічних речовин містить коефіцієнт сорбції - десорбції для даної речовини і параметри, що управляють розрахунком сорбційно - десорбційних процесів у потоці.

Достатньо надійною базою для вибору або оптимізації цих параметрів можуть служити експериментальні дані. Обнадійливі результати зіставлення обчислених по описаних вище моделях стоку води та винесення наносів, а також розчинених речовин азоту і фосфору з поверхні експериментальної площини з фактичними вимірами цих елементів, показані на рисунках 5.8 - 5.10. На цих рисунках значки фактичних даних ("x", "o", "+") з невеликими помилками розміщуються навколо обчислених по моделі кривих. Це вказує на прийнятність описаних вище моделей для розрахунків виносу схиловим стоком завислих наносів і хімічних речовин.

Контрольні запитання.

1. Види джерел забруднення поверхні річкових водозборів.
2. Характер розподілу джерел забруднень по поверхні річкових водозборів.
3. Аналіз складових формули ординати гідрографу стока і виносу речовин.
4. Відновлення полів факторів стоку по методу оптимальної інтерполяції.
5. Визначення полів опадів метеорологічними радіолокаторами.
6. Побудова полів зволоженості за даними зйомок з борту супутників.
7. Оптимізація часового кроку дискретизації процесу виносу речовин.
8. Оптимізація просторового кроку дискретизації процесу виносу речовин.
9. Схема дискретизації водозбору на частинні площини.
10. Аналіз формул водовіддачі схилів і поверхневого соку зі схилів.
11. Скінченнорізницеві обчислення рівнянь схилового стоку.
12. Врахування струмкового стоку зі схилів.
13. Модель підповерхневого стоку води зі схилів в гірських умовах.
14. Модель винесення наносів з поверхні схилів водозбору.
15. Модель винесення водою речовин зі схилів водозбору.

Завдання для самостійної роботи на ПК.

Студент повинен ознайомитися з актуальністю поставлених в наступному прикладі задач по оперативному обчисленню середньодобових концентрацій речовин або витрат виносу хімічних речовин. В даному випадку це необхідно для підвищення інформативності і комплексності вхідних даних моделі – гідрометеорологічних факторів, які мають значно більшу часову частоту вимірювання, ніж частота відбору проб води на хімічні аналізи. Слід звернути увагу на виклад особливостей формування хімічного складу вод поверхневого і підземного живлення річок і на балансові рівняння для визначення речовин у воді різного походження, а також простежити схему формування алгоритмів моделі. Зверніть увагу на здатності і роль кубічного сплайну, а також на властивості згладжуючого сплайна. Продумайте, де ви ще можете використати ці важливі “інструменти” аналізу природних явищ в ваших задачах? Уважно прогляньте показані вам результати обчислення витрат речовин на фактичних матеріалах конкретних річок. А потім при необхідності підготовки на ПЕОМ добових таблиць стандартної форми (ТГ-2) для курсової чи наукової роботи, або ж дипломного проекту, використайте дані вашої річки і обчисліть їх програмою. Виконавча програма (.exe-file) розміщена на міні-диску CD-R, який можна одержати в бібліотеці ОДЕКУ. В ньому ви знайдете інструкцію до програми.

Приклад 2. Метод, алгоритми і програма для автоматизованого обчислення на ПЕОМ добового стоку розчинених речовин в створах річок.

Загальні положення. Водним Законодавством України визначені завдання з організації державного моніторингу вод з метою забезпечення збору, обробки і аналізу інформації про стан природних вод, прогнозування його змін, розробки науково обґрунтованих рекомендацій для прийняття управлінських рішень в області використання і охорони вод.

Питання моніторингу вод мають велике значення для трансграничних річок України, які є шляхами передачі до водоймищ країни техногенних забруднень з територій сусідніх країн. Необхідність такого моніторингу визначається також тим, що об'єми закордонного стоку, який надходить до України, вдвічі перевищує об'єми місцевого стоку. Останніми роками були зафіксовані випадки надходження по транскордонних ділянках річок на територію України небезпечних забруднювальних речовин, що завдавали не тільки одноразових збитків рибному господарству країни (замори риб), але створили йому збитки на подальший період (р. Дунай, 2002 р.). У зв'язку зі скидом великих об'ємів неочищених вод від комунальних господарств міст Придністров'я в 2002 році була завдана велика шкода якості вод р. Дністер.

Викладене вище свідчить про необхідність моніторингу на транскордонних річках країни. Цей моніторинг повинен носити оперативний характер і дати можливість оцінити не тільки поточну концентрацію певних речовин, але і встановити загальну кількість цих речовин, принесених річкою в межі території країни за річний період, сезон, місяць, декаду або добу. Матеріали щоденних витрат речовин можуть стати основою для встановлення тих створів вище по річці, де, коли і в якій кількості були скинуті в річку забруднені стоки.

На жаль, діючі на даний час методи визначення виносу річками хімічних речовин не можуть дати необхідної точності за короткі інтервали часу, в зв'язку з тим, що вони мають малу інформативність через недостатнє число термінів відбору проб на хімічні аналізи. Так, згідно з «Наставлений гидрометеорологическим станциям и постам» для річок з дощовими паводками, відбір проб на хімічний аналіз рекомендовано проводити не менше 8 раз на рік. Але в реальних умовах на більшості постів проби води відбираються не більше ніж 3–7 раз на протязі року, які до того ж не завжди узгоджуються з фазами водного режиму і частіше всього представляють меженний стік [4,18,23,32]. На жаль, це спричиняє невідповідність між добовою частотою представлення даних гідрометеорологічних чинників – температур води, витрат стоку, опадів на водозборі, льодових умов з одного боку, і даних про хімічний склад річкових вод – з другого. Це порушує вимоги *комплексності* спостережень по гідрохімії, гідрології і гідробіоло-

гії, які є основними складовими комплексу спостережень за навколишнім природним середовищем і його моделювання.

В прикладі представлені алгоритми розрахункової моделі винесення річкою речовин, блок-схеми програм для обчислень і ілюстровані результати автоматизованих розрахунків добових витрат речовин, які надають даним хімічного стоку властивості комплексності. Результати цих розрахунків наведені у звичайній формі річних таблиць добових значень витрат і комплексних графіків, що ілюструють їхні зміни протягом року.

Для виконання студентами розрахунків в бібліотеці ОДЕКУ можна одержати диск CD-R з копіями програм та інструкцій до них, які допоможуть студентам самостійно підготувати дані вимірювань на гідростворі для розрахунків і виконати обчислення на ПЕОМ річних таблиць середньодобових концентрацій та витрат заданої речовини. Це дасть можливість розширити тематику курсових, дипломних і наукових робіт студентів за даними спостережень комплексного характеру.

Методи детального розрахунку іонного стоку в умовах техногенезу, особливо в межах меліоративно-водогосподарських систем на території України, викладені в роботі Л.М.Горева, В.І.Пелешенка і В.В.Криничного «Методика оптимізації природного середовища проживання» [18]. У літературі відомі спроби використання для цього залежності між мінералізацією річкових вод і витратою водного стоку. Для середніх і великих річок лісової зони з високим припливом підземних вод і значним береговим регулюванням стоку, отримані задовільні залежності між сумою іонів і витратою води в річці. Найбільш виражений цей зв'язок для річок, на яких спостерігається висока весняна повінь після довгої суворої зими і низький стік на протязі літа і осені. Швидке падіння мінералізації на початку весняного періоду відповідає формі кривої гіперболічного типу. Графічно ця залежність ілюструє зменшення концентрації руслових вод через зменшення частки підземного живлення при розбавленні її мало мінералізованими талими водами поверхневого стоку, що надходять у русло. Ґрунти на водозборах зони надмірного зволоження добре промиті і частково вкриті лісовою підстилкою, що і пояснює слабку мінералізацію поверхневого стоку.

Такі умови не характерні для більшості регіонів України, особливо для річок Причорномор'я, де водний режим формується під значним впливом паводкового стоку. Дощові води тут стікають зі схилів і змивають речовини, що знаходяться на їх поверхні із вмістом солей, частково розчиняють їх або переносять в річку в завислому стані. Тому залежність між концентраціями окремих інгредієнтів і витратою води на річках регіону дуже складна і не може бути використана для розрахунків стоку хімічних речовин в залежності від витрат води.

На практиці середні значення концентрацій речовин встановлюються з аналізів відібраних проб, їх поширюють на місячні періоди, найближчі до

дати взяття проб. При визначенні витрат речовин середні концентрації помножують на середні витрати води для цих місяців. Потім усереднюють місячні витрати стоку хімічних речовин для всього року, отримуючи таким чином середньорічні витрати виносу заданої речовини.

Особливості формування хімічного складу поверхневих і підземних вод. При розробці методів обчислення добового стоку річкових вод і речовин необхідно мати на увазі особливості режимів складових частин стоку - поверхневого і підземного, що визначають формування хімічного складу цих видів стоку. Щонайтісніший контакт підземних вод з різними породами і мінералами земної кори полегшує перехід хімічних речовин від них до розчинів. У нижче розміщених водоносних горизонтах зв'язок з атмосферою мало помітний. Проте ґрунтова волога і верхні водоносні шари більш-менш доступні для дощових опадів, що фільтруються з поверхні, і піддаються аерації.

При вивченні гідрохімічних особливостей підземних вод доцільно дотримуватися найбільш розповсюдженому розподілу їх по вертикальних зонах, оскільки близькість до атмосфери і поверхневих вод та умови фільтрації і промивання мають величезне значення для складу підземних вод. Зі всіх видів, на які поділяються підземні води за глибиною їх залягання, основне значення мають води зони активного водообміну (верхня зона). Вони знаходяться вище місцевого базису ерозії, дренуються річками і мають зв'язки з поверхневими водами, що фільтруються зверху. Тому верхня зона ґрунтів частіше промивається при інфільтрації дощових вод, з глибиною концентрація розчинених в ній речовин збільшується. В міру зменшення підземного стоку в межень можливе наростання концентрації речовин за рахунок підземного живлення річки.

Хімічний склад вод поверхневого походження, на відміну від підземних, формується під впливом інших чинників – хімічного складу атмосферних опадів, інтенсивності ерозії схилу, наявності на поверхні ґрунтів пилових частинок, що містять легко розчинні солі. Останні чинники залежать від тривалості періоду відсутності дощів і вологості ґрунтів. У таких умовах на початку паводкового періоду із збільшенням витрат стоку концентрація розчинених в нім речовин наростає, проте для подальших паводків в цьому періоді концентрація розчину зменшується у зв'язку із зменшенням запасу солей на поверхні ґрунту.

Таким чином, у зв'язку з неоднорідністю процесів формування хімічного складу поверхневого і підземного стоку, його динаміку в часі доцільно вивчати роздільно для цих видів живлення. Заздалегідь необхідно розчленувати гідрографи водного стоку на поверхневу і підземну складову. Це питання отримало в гідрології досить детальне обґрунтування [12,17]. Враховуючи той факт, що малі річки південного регіону не мають помітного гідравлічного зв'язку між руслом річки і підземними водоносними горизонтами, характерного для річок з широкою піщаною заплавою, виділення з

річного гідрографа стоку річки підземної складової не становить особливого утруднення. Проте при цьому необхідно проводити комплексний аналіз показників режиму ряду елементів – гідрографу стоку, середньодобових температур повітря, атмосферних опадів і інших.

Для визначення витрат контрольованої хімічної речовини, розчиненої водами підземного стоку, необхідно з відібраних за рік проб виділити ті, які взяті в період формування стоку тільки за рахунок підземного живлення. Результати аналізів цих проб характеризують хронологічний розподіл концентрацій розчину речовини в підземному стоці. Далі методом сплайн-інтерполяції вивчається динаміка змін концентрацій протягом року і встановлюються значення концентрацій речовини на проміжні дати між відборами проб. Відзначимо, що при роздільному визначенні динаміки концентрацій окремо для ґрунтового і поверхневого стоку зміна концентрацій на протязі року дає можливість в кожному випадку більш ґрунтовно орієнтувати інтерполяційну криву при недостатньому числі точок вузлів інтерполяційного графіка.

Слід зазначити, що при обчисленні інтерполяційної кривої концентрацій речовини є можливість використовувати комплексний графік внутрішньорічної зміни чинників – температури повітря і опадів. Дані цих метеорологічних елементів указують на можливу наявність опадів або розвиток сніготанення в задані періоди. Саме ці характеристики визначають переважаючий тип водного живлення річки – за наявності негативних температур повітря живлення повністю має підземне походження. Навесні після переходу температур повітря через 0°C до підземного живлення надходять талі води зі схилів водозборів. Окрім цього, аналіз комплексного графіка дозволяє в окремих випадках встановити нез'ясовані сплески концентрацій речовин, джерелами яких можуть бути залпові скиди неочищених комунальних або промислових вод в річку вище створу.

Алгоритми і програма розрахунків виносу речовин по видам водного живлення річок на ПЕОМ. У цій частині прикладу показано обґрунтування методу обчислення витрат хімічних речовин за даними звичайного моніторингу, організованого на стаціонарній мережі спостережень і контролю якості поверхневих вод згідно з єдиних методичних вимог Настанов для гідрологічних станцій і постів.

Нерегулярність спостережень, а також нерідко мінливість їхніх даних може на порядок і більше перевищувати мінливість гідрологічних характеристик. Тому способи лінійного осереднення при підрахунку стоку речовин за різні проміжки часу можуть призвести до помилок у визначенні кількостей розчинених речовин за місячні і декадні інтервали часу, не кажучи вже про добові інтервали. В плані уточнення розрахунків стоку хімічних речовин за короткі інтервали часу доцільно використати спосіб обчислення стоку речовин методом сплайн-інтерполяції показників їхніх концентрацій окремо для різних видів водного живлення річки – підземного і

поверхневого походження. Загальна витрата розчинених речовин (R_o) складається з винесеною поверхневим (R_n) і ґрунтовим стоком (R_g), а ув'язуються вони наступним балансовим рівнянням на кожен проміжок часу:

$$R_o = R_n + R_g \quad (5.53)$$

Надалі ці генетично різні види стоку розчинених речовин і загальний стік обчислюються окремо. Заздалегідь за даними розчленування гідрографів щоденних витрат води виділяється поверхнева Q_n і ґрунтова Q_g складові водного стоку. Якщо проба води відбиралася в день, коли через створ річки протікав тільки стік підземного походження, то цей вид водного живлення річки вважається єдиним джерелом концентрації заданої речовини. Зрозуміло, що при змішаній формі водного живлення загальна концентрація заданої речовини складається з обох джерел живлення.

Але поділ двох форм живлення може бути надійним тільки при вивченні тих гідрометеорологічних і інших факторів, аналіз яких може підтвердити гіпотезу про однозначність виду живлення річки на задану добу відбору проб. Тому заздалегідь необхідно побудувати на рік (або його частину) комплексний графік даних спостережень стандартної гідрометеорологічної мережі: добових витрат води, температури, добових опадів, а також даних концентрації досліджуваної речовини, відображених точками на полі з окремою шкалою. Форма такого графіка будується програмою на принтері ПЕОМ. Безумовно, студент повинен знати головні положення тих дисциплін, в яких вивчаються закономірності гідрометеорологічного режиму в заданому районі, а також методи розчленування гідрографа річкового стоку за видами водного живлення.

Розчленування гідрографа починають виділенням підземної складової – вона більш стабільна в часі, ніж поверхнева, оскільки швидкості підземного припливу до русел річки на порядки менше поверхневого. Тому спочатку всі розрахунки добових концентрацій заданої речовини за рік слід провести для підземного стоку. Друга частина виносу речовин поверхневим стоком обчислюється за різницею між витратами речовини в загальному стоці і підземним стоком. Методика цих розрахунків речовин у підземному стоці наведена нижче.

За виміряними витратами води і концентрацій хімічної речовини визначаються їх середні значення $Q_{g, \text{сеп}}$ і $C_{g, \text{сеп}}$, а для кожної відібраної проби обчислюються модульні коефіцієнти за i -им вимірюванням $K_{C, g, i}$ і $K_{Q, g, i}$:

$$K_{C, g, i} = C_{g, i} / C_{g, \text{сеп}} \quad (5.54)$$

$$K_{Q, g, i} = Q_{g, i} / Q_{g, \text{сеп}} \quad (5.55)$$

На хронологічному графіку $K_{C,g,i}$ і $K_{Q,g,i}$ по точках проводиться лінія згладжуючого кубічного інтерполяційного сплайна [59], по якій визначаються коефіцієнти $K_{C,g,i}$ і $K_{Q,g,i}$ на кожну j -у добу. Значення концентрації хімічної речовини в ґрунтовому стоці на j -у добу $C_{g,j}$ визначаються так:

$$C_{g,j} = K_{C,g,j} * Q_{g,сеп}, \quad (5.56)$$

а щоденні витрати ґрунтового стоку $Q_{g,j}$:

$$Q_{g,j} = K_{Q,g,j} * Q_{g,сеп}. \quad (5.57)$$

Добові витрати винесення ґрунтовими водами розчинених речовин $R_{g,j}$ обчислюються за рівнянням, отриманим з (5.56) - (5.57):

$$R_{g,j} = C_{g,j} * Q_{g,j} = K_{C,g,j} * K_{Q,g,j} * C_{g,сеп} * Q_{g,сеп}. \quad (5.58)$$

Взявши для поверхневого стоку

$$R_{n,i} = R_{o,i} - R_{g,i} \quad (5.59)$$

а також

$$R_{n,i} = C_{n,i} * Q_{n,i}, \quad (5.60)$$

отримаємо

$$C_{n,i} = R_{n,i} / Q_{n,i} = (R_{o,i} - R_{g,i}) / Q_{n,i}. \quad (5.61)$$

Модульні коефіцієнти для концентрацій заданої речовини в поверхневому стоці визначаються з рівняння:

$$K_{C,n,i} = Q_{n,i} / Q_{n,сеп} \quad (5.62)$$

і також інтерполюються.

Добові значення концентрації хімічної речовини в поверхневому стоці можуть бути визначені як

$$C_{n,j} = K_{C,n,j} * Q_{n,сеп}, \quad (5.63)$$

де $K_{C,n,j}$ обчислюються за методом сплайн-інтерполяції, описаним нижче.

Щоденна витрата винесення речовини поверхневим стоком обчислюється так:

$$R_{n,j} = C_{n,j} * Q_{n,j} = K_{C,n,j} * C_{n,сеп} * (Q_{o,j} - Q_{g,j}), \quad (5.64)$$

де

$$Q_{g,j} = K_{Q,g,j} * Q_{g,сеп}. \quad (5.65)$$

Щоденна витрата винесення хімічних речовин обчислюється так:

$$R_{o,j} = R_{n,j} + R_{g,j} . \quad (5.66)$$

Застосування методу кубічної сплайн-інтерполяції перехідних коефіцієнтів для розрахунку добових витрат іонного стоку. В роботі [25] прийнято такий запис для кубічного сплайна:

$$S(x) = m_{i-1} \frac{(x_i - x)^3}{6h_i} + m_i \frac{(x - x_{i-1})^3}{6h_i} + (y_{i-1} - \frac{m_{i-1}h_i^2}{6}) \frac{x_i - x}{h_i} + (y_i - \frac{m_i h_i^2}{6}) \frac{x - x_{i-1}}{h_i}, \quad (5.67)$$

де $S(x)$ – ордината функції сплайна в точці x ; m_{i-1} і m_i – коефіцієнти сплайна в двох суміжних точках x_{i-1} і x_i ; h_i – відстань між цими точками.

Ідея методу вирішення задачі інтерполяції по кубічному сплайну полягає в тому, що система рівнянь інтерполяції для всіх вузлів на осі x після зведення подібних членів і об'єднанні їх набуває вигляду за формою методу прогону:

$$m_i = a_{i+1} \cdot m_{i+1} + b_{i+1} , \quad (5.68)$$

тобто кожен попередній коефіцієнт m_i може бути знайдений через наступний m_{i+1} , якщо параметри a і b відомі. Весь розрахунок зводиться до прогону: спочатку виконується прямий крок – по ньому обчислюють коефіцієнти рівняння a і b - від першої до останньої точки, а потім на зворотному кроці, знаючи $m_N = 0$, обчислюють решту всіх коефіцієнтів m_i до першого.

Таким чином, на кожній ділянці необхідно мати в своєму розпорядженні два параметри m : m_{i-1} і m_i , координати крайніх точок x_{i-1} і x_{i+1} , y_{i-1} і y_{i+1} . Підставляючи їх в рівняння для сплайна, можемо це рівняння використовувати для обчислення на відрізку x_i і x_{i+1} значень y для будь-якого x .

Проведена по рівнянню (5.67) крива має на деякому відрізку $[a, b]$ осі $o-x$ наступні властивості:

1. Функція $S(x)$ безперервна разом зі своїми похідними до другого порядку включно.
2. На кожному відрізку $[x_i, x_{i+1}]$ функція $S(x)$ – кубічний многочлен.
3. У вузлах сітки значення $S(x_i) \equiv y_i$ (сплайн інтерполяційний).
4. Функція $S(x)$ повинна задовольняти граничні умови:

$$S''(a) = S''(b) = 0 \quad (\text{для сплайна природного}).$$

Остання умова необхідна, оскільки вона обмежує можливі коливання кривої між вузлами.

Слід зазначити, що інтерполяційний сплайн має властивості «биття», а сплайн *природний* (з нульовими похідними входу і виходу на відрізку $[a, b]$) може відхиляти криву від точок в проміжку між ними, хоча ці відхилення і обмежені. Це питання потребує подальших роз'яснень.

Згладжуючий кубічний сплайн[60]. Вище було розглянуто інтерполяційний сплайн, для якого виконується умова $S(x_i) \equiv y_i$. Проте, при різних

змінах вихідних ординат в процесі інтерполяції виникає явище «биття» інтерполяційної кривої. Тому доцільно в цих випадках будувати інший сплайн з такими властивостями :

а) він повинен проходити не через вузлові точки (виміряні значення), а поблизу них;

б) він повинен мати більшу, ніж інтерполяційний сплайн, гладкість.

В цьому випадку застосовується так званий «згладжуючий сплайн», ідея якого полягає в перебудові інтерпольовального сплайна так, щоб Інтерполяційна крива проходила між точками - на деякій відстані від них, яка не перевищує допустимої помилки вимірювань інтерпольованої змінної.

Згладжуючі сплайни – це функції, що мають властивості максимальної гладкості. Їх ідея полягає в тому, що рівняння будуються окремо для кожного інтервалу між вузловими точками, проте коефіцієнти рівняння підбираються так, щоб ділянки кривої «склеювалися» - підганялися одна до одної без зламів, а кутовий коефіцієнт кривої до точки (зліва від неї), повинен бути таким самим, як і коефіцієнт кривої, що йде від неї справа.

Для цього вводиться так званий параметр або коефіцієнт згладжування. Цей коефіцієнт враховує головну умову сплайна – згладжування при дотриманні рівності площ між інтерполяційним сплайном і тим, що згладжується. Відхилення ординат y_i і $S(x_i)$ можна оцінити середньоквадратичною помилкою згладжування σ_x , допускаючи відхилення кривої від крапок на величину, що не перевищує наперед задану σ_x . Значення цього допустимого відхилення і визначає величину коефіцієнта згладжування. Тому, задаючи коефіцієнт згладжування, ми тим самим задаємо допустимі значення відхилень згладжуючого сплайна від точок вимірювання.

Слід зазначити важливість головної властивості згладжуючого сплайна для вирішуваної тут задачі підрахунку загальної кількості речовин, що виносяться в озеро за річний період, – при зміні параметра згладжування площа фігури часового графіка витрат речовин під сплайнами не змінюється. Таким чином застосування згладжуючого сплайна дозволяє отримати перевагу інтерполяції потоку емпіричних значень перехідного коефіцієнта, при якому виключаються можливі помилки вимірювань концентрацій речовин в річковій воді і, крім того, використовується гладка інтерполяція, зручніша для аналізу процесу формування витрат розчинених речовин через переріз річкового русла.

За описаними алгоритмами згладжуючого сплайна складена програма для обчислень і графічного аналізу ординат значень перехідних коефіцієнтів уздовж хронологічної осі. При інтерполяції хронологічного графіка береться згладжуючий сплайн з коефіцієнтом згладжування, що змінюється в межах від 0.999999 до 0.000099, при яких ступінь згладжування зменшується від найбільшого до найменшого із можливого.

Нижче в тексті, а також в Додатку наведені результати випробувань програми за даними фактичних стандартних спостережень за хімічним

складом річкових вод на прикладі різних транскордонних річок, стік яких надходить з Республіки Молдови в межі Одеської області.

Випробування розрахункової схеми обчислення добових витрат хімічних речовин на матеріалах спостережень в створах річок. При аналізі методу розрахунку витрат хімічних речовин вибиралися дані вимірювань стоку води і результатів аналізу проб води з р. Ботна в гідрологічному створі біля с. Каушани, розташованому в 28 км від гирла річки з площею водозбірної басейну 1200 км². В таблиці 5.3 наведені дані концентрації іонів NO_3 по аналізу 7 проб води, відібраних в 1985 році, і витрати води в річці на час відбору проб. Як видно з цієї таблиці, показник концентрації NO_3 значно змінюється протягом року за даними аналізів проб, відібраних на протязі року, максимальні концентрації перевищують мінімальні майже в 10 разів. Встановити правильне значення середньої річної концентрації вод загального стоку звичайними методами за такими даними практично неможливо. Аналіз даних показує, що високі концентрації мають води низького стоку, який формується за рахунок підземного живлення, а найбільш низькі концентрації характерні для стоку поверхневого.

Методика автоматизованого підрахунку добового змиву речовин побудована на основі роздільного розрахунку змиву розчинених речовин в генетично різномірних видах водного живлення річки – підземному і поверхневому. Динаміка формування розчину в цих видах стоку різна – в підземному стоці концентрація речовин змінюється в меншому діапазоні, ніж в поверхневому.

Це дозволяє точніше розрахувати добові витрати розчинених речовин, використовуючи умови їх балансу. Режим стоку річки Ботна є типовим для малих річок південних степів України – тут спостерігаються короткочасні повені і паводки на тлі затяжної і низької межені. Тому склад і концентрація розчинених солей в періоди паводків і в межень сильно відрізняються і їх простіше розраховувати роздільно

Табл.5.3.- Виміряні витрати води і концентрації NO_3

р. Ботна – смт. Каушани, 1985 р.

N	Дата	Q, м ³ /с	NO ₃ , г/м ³
1	9.02	0.45	3.53
2	19.03	5.84	0.64
3	5.05	0.52	6.55
4	2.07	3.77	2.44
5	4.09	0.97	4.69
6	21.10	0.46	3.18
7	4.11	0.75	4.81

Розчленування гідрографу річкового стоку на підземну і поверхневу складові, водні маси яких гідравлічно не зв'язані, проводиться з використанням відомих в гідрології методів.

На рис.5.11 показано розчленування гідрографа на прикладі р. Ботна за 1985 рік. У нижній частині на графіку зображена лінія інтерполяції модульних коефіцієнтів підземного стоку за даними їх значень для окремих дат, коли річковий стік формувався виключно за рахунок підземної складової.

Програмою використовувалися середньодобові витрати води та середньодобові температури повітря за річний період в даному створі р. Ботна за 1985 р. Річні значення цих елементів необхідні для аналізу ходу процесів вимивання речовин поверхневим стоком. В процесі розчленування гідрографа необхідно також використовувати зміни середньодобових температур повітря, які дозволяють точніше встановити початок весняної повені і початок зимового періоду. Для детальнішого аналізу комплексних графіків необхідно також використовувати дані добових опадів, витрат стоку, які достовірно указують наявність поверхневого стоку в загальному стоці. За всіма переліченими вище даними для р. Ботна біля смт. Каушани програмою побудований комплексний графік гідрометеорологічних спостережень.

У середній частині рисунка проведена лінія виділення підземного живлення і його поступове наростання у весняний період аж до червневого підвищення рівнів і високих витрат на початку липня. Від дощів за рахунок інфільтрації підвищилися рівні ґрунтових вод і, як наслідок – підвищення припливу підземних вод в русла річок. Потім спостерігається невелике зниження підземного стоку протягом періоду високих температур повітря від липня до початку осені і чергове наростання підземного стоку до кінця року.

Після встановлення графіка підземного стоку програмою будується комплексний графік сплайн-інтерполяції концентрації NO_3 у водах р. Ботни. Частина точок на графіку відновлені – для 1-го січня – за найближчими даними кінця 1984 року і для 31 грудня поточного року з урахуванням даних на початку наступного року.

У нижній частині рис.5.11 показані ординати модульних коефіцієнтів $k_j = C_j / C_0$, де C_0 – середнє значення виміряних концентрацій заданої речовини в році, а C_j – концентрація по j -му вимірюванню. По точках модульних коефіцієнтів виміряних значень k_j , а також частині відновлених для початкової і кінцевої дат року, проведена лінія сплайна із згладжуванням. Вона показує загалом плавну зміну модульних коефіцієнтів підземного стоку в часі. Деяке відхилення точок від загальної кривої пов'язано з додатковими надходженнями NO_3 в річку господарських скидних вод.

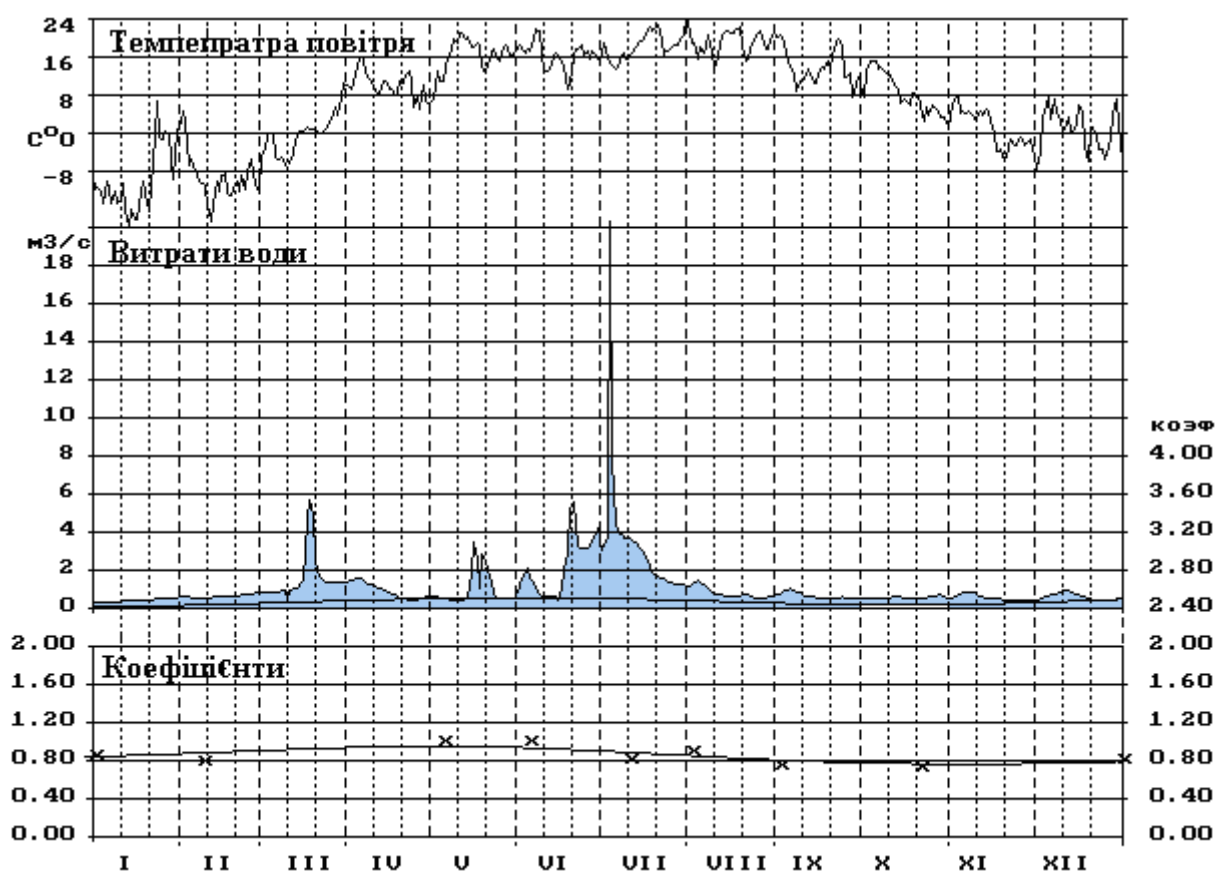


Рис.5.11 - Графік модульних коефіцієнтів концентрації нітратів в підземному стоці р. Ботна біля смт. Каушани.

Проведена сплайн-інтерполяція із згладжуванням дозволяє обчислити коефіцієнти k_j для всіх діб року і витрати підземної складової за кожен день року $Q_{g,j} = k_j Q_{g,сер,j}$. Поверхнева складова річкового стоку обчислювалася по різниці між витратами загального стоку і підземної складової.

Розрахунок концентрації нітратів NO_3 в стоці підземного походження проводився методом сплайн-інтерполяції із згладжуванням за даними концентрації цієї речовини в пробах за наявності тільки підземного живлення річки. Добові значення її витрат поміщені в табл. 5.4, а сам розрахунок ілюстрований на рис.5.11. Аналогічним способом обчислювалися добові концентрації речовини NO_3 в поверхневому стоці (табл.5.12). Добові значення сумарної концентрації речовини NO_3 в річковій воді обчислені за добовими даними розчинів NO_3 в генетично різнорідних видах живлення річки, знаходяться в табл. 5.4.

Закінчений аналіз виконаного розрахунку витрат заданої речовини, в даному випадку NO_3 , наведений на рис. 5.12.

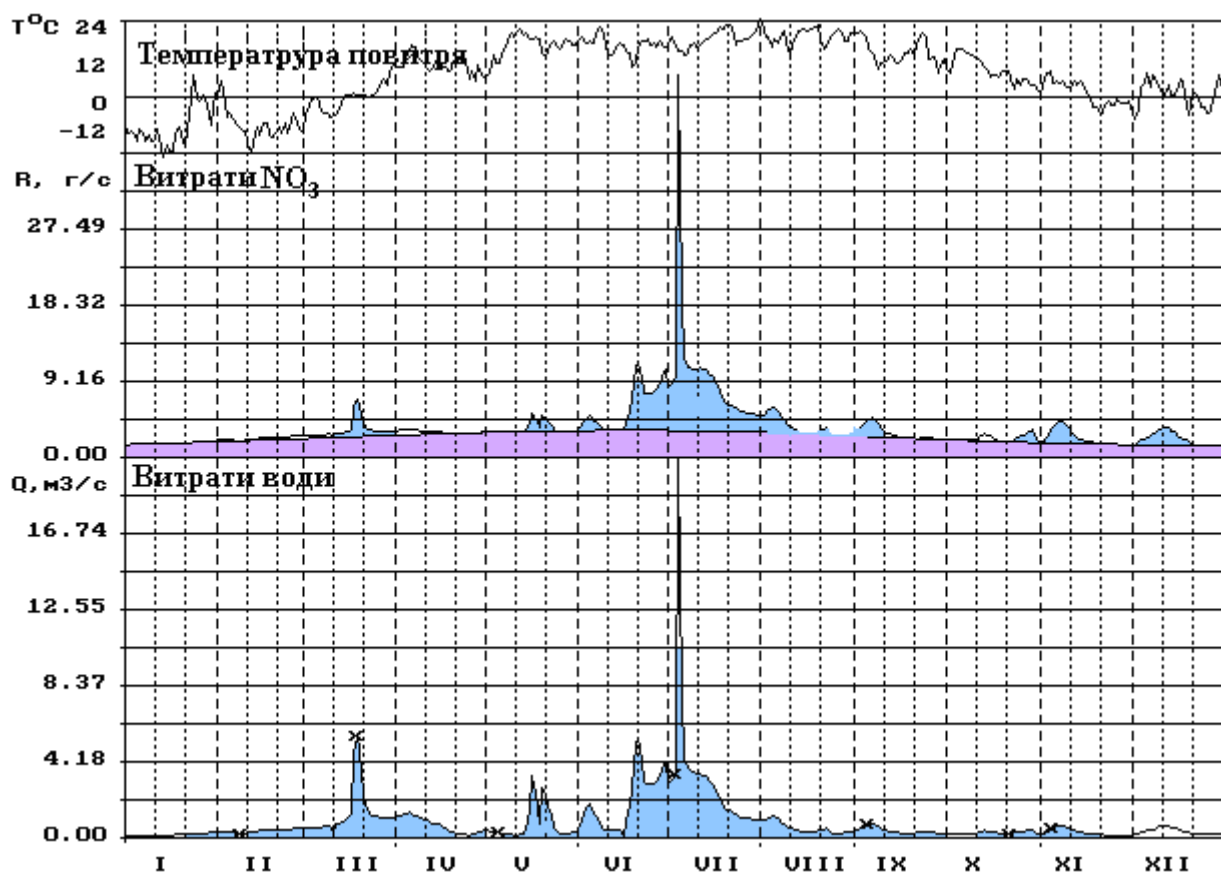


Рис.5.12.- Графік витрат нітратів в підземних і поверхневих водах в порівнянні з перебігом температури повітря і гідрографом водного стоку, р. Ботна біля смт. Каушани (хрестиками показані дати відбору проб – 7 разів).

Перерахунок добових концентрацій речовини NO_3 в добові витрати розчиненої речовини NO_3 виконувався за даними таблиць 5.4, 5.5 і 5.6 для різних видів добового стоку - підземного поверхневого і сумарного походження і відповідних їм таблиць добових концентрацій розчину NO_3 , які наводяться в формі вихідних файлів на диску в бібліотеці ОДЕКУ (Додатку 1). Відповідні дані добових витрат розчинених речовин для всіх видів стоку можуть бути розраховані студентами або на калькуляторі, або ж при використанні прикладеної до а програми на диску.

Контрольний аналіз виконаних розрахунків ілюстрований суміщеними графіками на рис.5.12. Середню частину цього малюнка займає річний графік зміни сумарного винесення NO_3 стоком річки - він складається з двох частин – верхньою (винесення розчину стоком поверхневого походження) і нижньою (розчин в стоці підземного походження). Аналіз суміщених графіків підтверджує правильність вибраних алгоритмів для підрахунку добового стоку речовин в річкових гідростворах за даними епізодичних визначень концентрації річкових вод протягом року .

Табл.5.4. Добові значення концентрації NO_3 в підземному стоці(г/м3)

р. Ботна - р. Каушани, 1985

N січ. лют. бер. квіт. трав. черв. лип. серп. верес. жовт. лист. груд.

1	3.52	2.52	2.75	2.11	5.53	3.15	1.04	2.54	3.22	3.54	2.96	3.19
2	3.51	2.46	2.75	2.02	5.73	2.30	0.94	2.23	2.90	3.52	2.54	3.20
3	3.51	2.54	2.78	1.94	6.06	1.83	0.17	2.10	2.61	3.50	2.15	2.97
4	3.50	2.70	2.82	1.87	6.30	1.67	0.44	2.14	2.34	3.46	1.89	2.73
5	3.49	2.89	2.82	1.85	6.53	2.28	0.76	2.32	2.27	3.36	1.69	2.56
6	3.49	3.10	2.82	1.92	6.55	2.56	0.86	2.60	2.32	3.33	1.63	2.38
7	3.48	3.28	2.82	2.06	6.57	3.37	0.88	2.97	2.53	3.30	1.63	2.26
8	3.48	3.46	2.75	2.19	6.59	5.01	0.91	3.43	2.83	3.28	1.65	2.09
9	3.47	3.56	2.69	2.37	6.61	5.64	0.92	3.57	3.26	3.25	1.82	1.93
10	3.46	3.48	2.66	2.52	6.63	5.73	0.92	3.82	3.38	3.10	2.03	1.81
11	3.46	3.19	4.47	2.68	6.64	5.83	0.95	4.05	3.51	2.61	2.30	1.80
12	3.45	3.24	2.50	2.87	6.66	5.83	0.96	4.32	3.66	2.47	2.55	1.83
13	3.45	3.05	2.43	3.03	6.67	5.83	1.01	4.71	3.75	2.57	2.75	2.00
14	3.44	2.93	2.36	3.23	5.62	5.83	1.07	5.00	3.92	2.69	2.86	2.12
15	3.44	2.79	2.16	3.38	1.94	6.63	1.14	4.97	3.96	2.82	2.93	2.31
16	3.44	2.83	1.91	3.80	0.97	3.34	1.25	4.92	3.93	2.97	3.06	2.53
17	3.40	2.82	1.70	4.33	1.35	1.79	1.47	4.62	3.91	3.20	3.10	2.81
18	3.33	2.87	0.54	4.88	3.38	1.19	1.75	4.29	3.88	3.23	3.10	3.03
19	3.27	2.91	0.45	5.77	1.20	0.67	1.85	4.00	3.85	3.21	3.11	3.38
20	3.21	2.95	0.53	6.10	1.35	0.63	1.93	3.74	3.82	3.20	3.11	3.39
21	3.15	2.99	1.00	6.14	1.77	0.80	2.03	3.55	3.64	3.19	3.12	3.40
22	3.10	2.99	1.39	6.17	2.49	1.09	2.14	4.34	3.47	2.93	3.12	3.42
23	3.05	2.94	1.73	6.20	4.44	1.12	2.24	4.70	3.37	2.70	3.13	3.43
24	3.01	2.94	1.91	6.24	6.76	1.12	2.36	4.67	3.40	2.55	3.13	3.44
25	2.97	2.86	1.98	6.27	6.76	1.12	2.40	4.63	3.42	2.41	3.14	3.45
26	2.93	2.78	2.01	6.30	6.76	1.08	2.46	4.60	3.52	2.25	3.15	3.47
27	2.89	2.74	2.05	6.33	6.76	0.99	2.52	4.57	3.63	2.11	3.16	3.48
28	2.86	2.71	2.08	6.36	6.76	0.89	2.57	4.37	3.61	2.08	3.16	3.49
29	2.83		2.11	5.88	6.76	0.81	2.62	4.04	3.59	2.47	3.17	3.51
30	2.81		2.12	5.51	6.76	1.12	2.64	3.69	3.56	2.91	3.18	3.52
31	2.73		2.11		5.88		2.63	3.49		3.10		3.36

Декада

1	3.49	3.00	2.77	2.08	6.31	3.35	0.78	2.77	2.77	3.36	2.00	2.51
2	3.39	2.96	1.90	4.01	3.58	3.76	1.34	4.46	3.82	2.90	2.89	2.52
3	2.94	2.87	1.86	6.14	5.63	1.02	2.42	4.24	3.52	2.61	3.15	3.45
Сер	3.26	2.95	2.17	4.08	5.19	2.71	1.54	3.84	3.37	2.95	2.68	2.85
Найб	3.52	3.56	4.47	6.36	6.76	6.63	2.64	5.00	3.96	3.54	3.18	3.52
Найм	2.73	2.46	0.45	1.85	0.97	0.63	0.17	2.10	2.27	2.08	1.63	1.80
середнє значення за рік = 3.13 найбільше значення за рік = 6.76												

Табл.5.5. Добові значення концентрації NO_3 в поверхневому стоці(г/м3)
р. Ботна - р. Каушани, 1985

Н січ. лют. бер. квіт. трав. черв. лип. серп. верес. жовт. лист. груд

1	0.000	0.017	0.042	0.14	0.060	0.49	1.52	1.76	1.35	0.000	0.33	0.000
2	0.000	0.018	0.044	0.14	0.049	0.62	1.59	1.97	1.70	0.000	1.32	0.000
3	0.000	0.018	0.044	0.15	0.030	0.70	1.85	2.08	2.04	0.000	2.22	0.50
4	0.000	0.015	0.045	0.16	0.015	0.74	1.81	2.08	2.36	0.022	2.83	1.05
5	0.000	0.012	0.046	0.16	0.000	0.67	1.74	1.98	2.45	0.18	3.31	1.41
6	0.000	0.008	0.048	0.16	0.000	0.64	1.75	1.81	2.39	0.19	3.45	1.80
7	0.000	0.005	0.050	0.16	0.000	0.53	1.78	1.57	2.13	0.21	3.44	2.07
8	0.000	0.002	0.054	0.16	0.000	0.27	1.80	1.26	1.74	0.23	3.39	2.42
9	0.000	0.000	0.058	0.15	0.000	0.18	1.84	1.16	1.16	0.25	2.99	2.76
10	0.000	0.002	0.061	0.15	0.000	0.16	1.87	0.98	0.98	0.52	2.49	3.00
11	0.000	0.009	0.000	0.15	0.000	0.15	1.90	0.80	0.77	1.49	1.86	3.02
12	0.000	0.009	0.071	0.14	0.000	0.15	1.93	0.58	0.55	1.76	1.27	2.95
13	0.000	0.014	0.076	0.14	0.000	0.15	1.95	0.26	0.38	1.53	0.80	2.61
14	0.000	0.018	0.080	0.13	0.093	0.15	1.96	0.001	0.100	1.26	0.53	2.39
15	0.000	0.022	0.090	0.13	0.43	0.000	1.97	0.000	0.000	0.96	0.39	2.01
16	0.000	0.022	0.10	0.11	0.53	0.65	1.96	0.018	0.000	0.62	0.082	1.58
17	0.000	0.024	0.11	0.087	0.51	0.97	1.90	0.24	0.000	0.091	0.000	1.06
18	0.001	0.024	0.16	0.061	0.32	1.12	1.81	0.50	0.000	0.000	0.000	0.65
19	0.002	0.024	0.16	0.016	0.55	1.26	1.80	0.75	0.000	0.000	0.000	0.000
20	0.002	0.024	0.16	0.000	0.55	1.29	1.79	0.97	0.000	0.000	0.000	0.000
21	0.003	0.024	0.15	0.000	0.52	1.28	1.77	1.13	0.25	0.000	0.000	0.000
22	0.004	0.025	0.14	0.000	0.45	1.25	1.75	0.38	0.48	0.56	0.000	0.000
23	0.005	0.027	0.13	0.000	0.25	1.27	1.72	0.000	0.61	1.06	0.000	0.000
24	0.005	0.029	0.12	0.000	0.000	1.29	1.69	0.000	0.53	1.39	0.000	0.000
25	0.006	0.033	0.12	0.000	0.000	1.32	1.69	0.000	0.45	1.69	0.000	0.000
26	0.007	0.036	0.12	0.000	0.000	1.36	1.68	0.000	0.24	2.04	0.000	0.000
27	0.008	0.039	0.13	0.000	0.000	1.41	1.67	0.000	0.015	2.35	0.000	0.000
28	0.009	0.042	0.13	0.000	0.000	1.47	1.67	0.17	0.000	2.43	0.000	0.000
29	0.010		0.13	0.032	0.000	1.52	1.66	0.50	0.000	1.52	0.000	0.000
30	0.011		0.13	0.059	0.000	1.47	1.66	0.85	0.000	0.47	0.000	0.000
31	0.012		0.13		0.12		1.69	1.06		0.024		0.28

Декада

1	0.00	0.010	0.049	0.15	0.015	0.50	1.76	1.66	1.83	0.16	2.58	1.50
2	0.001	0.019	0.10	0.096	0.30	0.59	1.90	0.41	0.18	0.77	0.49	1.63
3	0.007	0.032	0.13	0.009	0.12	1.37	1.70	0.37	0.26	1.23	0.000	0.026

Сер 003 0.019 0.095 0.087 0.14 0.82 1.78 0.80 0.76 0.74 1.02 1.02

Найб 0.012 0.042 0.16 0.16 0.55 1.52 1.97 2.08 2.45 2.43 3.45 3.02

Найм 0.00 0.00 0.000 0.00 0.00 0.00 1.52 0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

середнє значення за рік = 0.61 найбільше значення за рік = 3.45

Табл.5.6. Добові значення загальної концентрації NO_3 в стоці(г/м3)
р. Ботна - р. Каушани, 1985 р.

№	січ.	лют.	бер.	квіт.	трав.	черв.	лип.	серп.	верес.	жовт.	лист.	груд
1	3.52	2.54	2.79	2.25	5.59	3.64	2.57	4.30	4.57	3.54	3.29	3.19
2	3.51	2.48	2.79	2.17	5.78	2.92	2.53	4.20	4.60	3.52	3.86	3.20
3	3.51	2.55	2.83	2.09	6.09	2.53	2.02	4.18	4.65	3.50	4.38	3.48
4	3.50	2.72	2.86	2.03	6.32	2.41	2.25	4.22	4.70	3.49	4.72	3.77
5	3.49	2.90	2.87	2.01	6.53	2.95	2.51	4.30	4.72	3.54	5.00	3.97
6	3.49	3.11	2.87	2.08	6.55	3.20	2.61	4.41	4.71	3.53	5.08	4.18
7	3.48	3.28	2.87	2.22	6.57	3.90	2.66	4.54	4.66	3.52	5.07	4.32
8	3.48	3.47	2.81	2.35	6.59	5.29	2.71	4.69	4.57	3.51	5.05	4.51
9	3.47	3.56	2.75	2.52	6.61	5.82	2.76	4.73	4.42	3.50	4.81	4.69
10	3.46	3.48	2.72	2.67	6.63	5.89	2.79	4.79	4.36	3.62	4.52	4.81
11	3.46	3.20	4.47	2.83	6.64	5.97	2.85	4.85	4.29	4.10	4.16	4.82
12	3.45	3.24	2.57	3.01	6.66	5.98	2.89	4.90	4.20	4.23	3.82	4.79
13	3.45	3.06	2.50	3.16	6.67	5.98	2.96	4.97	4.13	4.10	3.55	4.61
14	3.44	2.95	2.44	3.36	5.72	5.98	3.03	5.00	4.02	3.95	3.40	4.50
15	3.44	2.81	2.25	3.51	2.37	6.63	3.11	4.97	3.96	3.78	3.32	4.32
16	3.44	2.85	2.01	3.91	1.50	3.99	3.21	4.93	3.93	3.59	3.14	4.11
17	3.40	2.85	1.81	4.42	1.86	2.76	3.37	4.86	3.91	3.29	3.10	3.87
18	3.33	2.89	0.70	4.94	3.70	2.31	3.56	4.79	3.88	3.23	3.10	3.68
19	3.27	2.93	0.61	5.79	1.75	1.92	3.65	4.74	3.85	3.21	3.11	3.38
20	3.21	2.97	0.70	6.10	1.89	1.92	3.72	4.70	3.82	3.20	3.11	3.39
21	3.15	3.02	1.15	6.14	2.28	2.08	3.80	4.68	3.89	3.19	3.12	3.40
22	3.10	3.01	1.52	6.17	2.95	2.34	3.89	4.71	3.95	3.49	3.12	3.42
23	3.06	2.97	1.85	6.20	4.69	2.39	3.97	4.70	3.98	3.76	3.13	3.43
24	3.01	2.97	2.03	6.24	6.76	2.42	4.05	4.67	3.93	3.94	3.13	3.44
25	2.97	2.89	2.11	6.27	6.76	2.44	4.09	4.63	3.87	4.10	3.14	3.45
26	2.94	2.82	2.14	6.30	6.76	2.45	4.14	4.60	3.76	4.29	3.15	3.47
27	2.90	2.78	2.17	6.33	6.76	2.41	4.19	4.57	3.64	4.46	3.16	3.48
28	2.87	2.75	2.20	6.36	6.76	2.36	4.23	4.54	3.61	4.50	3.16	3.49
29	2.84		2.24	5.91	6.76	2.34	4.27	4.54	3.59	3.98	3.17	3.51
30	2.82		2.25	5.57	6.76	2.59	4.30	4.54	3.56	3.38	3.18	3.52
31	2.74		2.24		6.00		4.32	4.55		3.12		3.65
Декада												
1	3.49	3.01	2.82	2.24	6.33	3.85	2.54	4.44	4.60	3.53	4.58	4.01
2	3.39	2.98	2.01	4.10	3.88	4.34	3.24	4.87	4.00	3.67	3.38	4.15
3	2.95	2.90	1.99	6.15	5.75	2.38	4.11	4.61	3.78	3.84	3.15	3.48
Сер												
Сер	3.26	2.97	2.26	4.16	5.33	3.53	3.32	4.64	4.12	3.68	3.70	3.87
Найб	3.52	3.56	4.47	6.36	6.76	6.63	4.32	5.00	4.72	4.50	5.08	4.82
Найм	2.74	2.48	0.61	2.01	1.50	1.92	2.02	4.18	3.56	3.12	3.10	3.19
середнє значення за рік = 3.74 найбільше значення за рік = 6.76												

Висновки

Наведені вище результати обчислення добового стоку хімічних речовин на прикладі розрахунків концентрацій NO_3 для р. Ботна у пгт. Каушани свідчать про ефективність пропонованого методу обчислень, яка полягає в наступному.

1. Аналіз наведених результатів автоматизованих підрахунків добових витрат розчинених речовин в річковому стоці показує застосовність розроблених методу, алгоритмів і програми обчислень для практичного використання їх в розрахунках стоку речовин.

2. Програмно - обчислювальна система для розрахунків стоку речовин дає можливість оперативно встановити добові кількості і концентрації контрольованих хімічних речовин, винесених річковим стоком через створ на будь-яку дату перед останнім відбором проби води, а також сумарні кількості речовин і режим їх надходження на територію країни.

3. Обчислювальна система дозволяє використовувати дані проміжного розрахунку, добові значення стоку різних видів живлення, концентрації вод цього живлення, витрати заданих речовин за добові інтервали часу для вивчення процесу перенесення речовин водними масами річки.

Додаток 1 до роботи з диском CD-R.

Рекомендації студентам до самостійного обчислення за викладеною методикою добових витрат хімічних речовин і наносів в створах річок. Розрахунки добових витрат хімічних речовин і наносів в формі таблиць 5.4-5.6 виконуються на ПЕОМ за програмою на міні-диску CD-R, який можна одержати в бібліотеці ОДЕКУ. В файлах цього диску записані без попередньої архівації такі дані:

- файл ЕРВ, який включає виконавчий файл `erpb.exe` і обслуговуючі його файли ;

- файл вхідних і вихідних даних `Rrrssgg` , де `rr` – перші 2 літери з назви річки, `ss` – те ж, тільки з назви створу, `gg` – останні 2 літери року спостережень (всі 7 літер латинські)

- докладна інструкція для підготовки і формування пакету вхідних даних з повним набором складових пакету;

- пояснень за кроками діалогової системи розрахунків гідрографів виносу хімічних речовин річковим стоком.

- файл для зворотного зв'язку по Інтернету з кафедрою гідроекології і водних досліджень Одеського Державного Екологічного Університету на випадок пошкодження запису файлів на диску, чи для консультацій та роз'яснень щодо інструкції.

Розділ 6: АЛГОРИТМІЗАЦІЯ РОЗРАХУНКОВОЇ СХЕМИ ПРОСТОРОВОЇ МОДЕЛІ І ДІАЛОГОВОГО МЕТОДУ ОПТИМІЗАЦІЇ ЇЇ ПАРАМЕТРІВ

У викладених вище розділах посібника приводиться обґрунтування послідовних етапів математичного моделювання для процесу формування дощового стоку і виносу річками розчинених і завислих речовин. По окремим, заздалегідь визначеним інтервалам часу, встановлюються поля вхідних даних - інтенсивностей дощових опадів, а також поля геоботанічних і геоморфологічних факторів стоку, від яких залежать параметри розрахункових моделей. Використовуючи ці поля, послідовно виконується розрахунок елементів стоку: водовіддачі, поверхневого і підповерхневого схилового стоку, руслового стоку води і виносу речовин. При підготовці програми для розрахунків на ПЕОМ гідрографів стоку води і виносу речовин великого значення набувають питання алгоритмізації обчислювальної схеми, які переслідують цілі досягнення високої точності обчислень показників модельованого явища, а також зменшення обсягу обчислень.

6.1 Алгоритми обробки вхідних даних

Майже всі перелічені раніше вхідні дані моделі, які мають просторовий характер, спершу повинні бути адресовані координатам центрів первинних частинних площин-квадратів і закріплені за ними в розрахунковій схемі без подальшої модифікації. Це необхідно в зв'язку з тим, що розміри площин в процесі розвитку стоку і виносу речовин змінюються через мінливість швидкості перебігу води руслами річок. Тому для кожного інтервалу часу повинні розраховуватися середні значення опадів, водовіддачі, фактори швидкості перебігу води і виносу нею наносів зі схилів. необхідно також мати дані всіх інших факторів, які використовуються при визначенні складових розрахункових моделей. Кожного разу осереднення показників підстильної поверхні (середні довжини та уклони схилів, їх лісистість, проникність ґрунтів та ін.) проводиться з одних і тих же файлів просторової інформації, які попередньо складені за первинними площинами для подальшого використання їх при розрахунках стоку води і речовин від заданого дощу. Розмір первинних площин вибрано по найменшій швидкості перебігу води по руслах, коли розміри площини мають найменші розміри. Таким чином можна уникнути помилок при обчисленні витрат водного стоку і виносу речовин, коли діючі розміри площин можуть бути більшими від початкових. В такому випадку в межах великих площин середні значення факторів будуть визначатися за даними не однієї точки площини, а за декількох.

Дані опадів вводяться в пам'ять ПЕОМ по кожному півометричному пункту двома масивами - відлік часу і накопичувальної суми опадів за час

від початку дощу, тобто в такій формі, як вони опубліковані в кадастрових матеріалах. Ряди обмірюваних опадів в кожному пункті квантуються через інтервал часу dt і для кожного інтервалу обчислюється їхня інтенсивність. За даними синхронних значень інтенсивностей опадів на всіх постах водозбору обчислюється інтерполяційне поле інтенсивності із присвоєнням їх значень відповідним координатам центрів і інших точок кожної площини-квадрата. Перед інтерполяцією поля вимірюваних опадів помірно згладжуються.

Деякої модифікації піддаються дані по довжинах еквідистант. Виміри довжин еквідистант, проведені по спрощених схемах або наближених гідрографічних картах з неточно витриманим масштабом, містять помилки. Для виправлення можливих помилок проводиться такий контроль - площа водозбору $F_{обч}$, обчислюється за звичайною формулою:

$$F_{выч} = \sum_{i=1}^N \left(\frac{B_i + B_{i-1}}{2} \right) (x_i - x_{i-1}) \quad , \quad (6.1)$$

де N - загальне число еквідистант на водозборі; B_i і B_{i-1} - обмірювані довжини i -ої і $(i - 1)$ -ої еквідистант, а x_i і x_{i-1} - їхня відстань від замикального створу, яка вимірювалася наближеними способами й може не співпадати з дійсними даними. Уточнення довжин еквідистант виконується шляхом помноження їх на дріб $F_{\partial}/F_{обч}$ з метою приведення обчисленої площі водозбору $F_{обч}$ до дійсної F_{∂} , яка задана в кадастрових матеріалах. Аналогічним шляхом уточнюються відстані між еквідистантами з дотриманням умови рівності сум відстаней дійсній довжині водозбору.

Алгоритми розрахунку схилового водоутворення. Інтенсивність водоутворення, осереднена для частиноного квадрата за координатами $(x_{g,i}, y_k)$, обчислювалася за однією із двох наступних схем. Перша з них побудована на основі одночленної формули (5.18), яку запишемо у вигляді:

$$h_i(x_{g,i}, y_k) = \sigma(x_{g,i}, y_k) a_i(x_{g,i}, y_k), \quad (6.2)$$

де $(x_{g,i}, y_k)$ і $a_i(x_{g,i}, y_k)$ - відповідно коефіцієнт водовіддачі і інтенсивність дощу, віднесені до i -го моменту часу і до центра квадрата з координатами $(x_{g,i}, y_k)$. Після підстановки в формулу (6.2) виразу (5.19) для коефіцієнта σ згідно з [22] одержимо наступний вираз для інтенсивності водовіддачі:

$$h_i(x_{g,i}, y_k) = \eta [a_i(x_{g,i}, y_k)]^{\alpha+1} t_i^{\beta}, \quad (6.3)$$

де η , α і β - параметри, що визначаються шляхом оптимізації.

В другому варіанті розрахунку інтенсивність водоутворення обчислювалася за різницевою формулою типу (5.17):

$$h_i(x_{g,i}, y_k) = a_i(x_{g,i}, y_k) - (k_0(x_{g,i}, y_k) - A(x_{g,i}, y_k)) / t^{ng}. \quad (6.4)$$

Тут параметри формули k_0 , A , t^{ng} , а також інтенсивності h_i і a_i віднесені до площин-квадратів за координатами їхніх центрів $(x_{g,i}, y_k)$.

Інтенсивність дощових опадів для площин-квадратів визначається по двовимірній інтерполяції від даних півометричних пунктів, де фіксуються часові опади. Весь процес обчислення ведеться за кінцевими інтервалами часу Δt , тому інтерполяційні поля обчислюються для кожного інтервалу. Розрахунок середньої інтенсивності схилового стоку для розглянутої площини-квадрата виконується завчасним обчисленням для цієї площини опадів, показників попереднього зволоження, а також геоботанічних і геоморфологічних факторів, осереднених у межах елементарної площини.

Алгоритми розрахунків графіку схилового стоку. У роботі застосовувалися два варіанти обчислення графіка модуля поверхневого схилового стоку. Перший з них виконувався за спрощеною моделлю з урахуванням формули, яка записана з урахуванням індексації обраних площин-квадратів:

$$q_i(x_{g,i}, y_k) = 16.67 \frac{u(x_{g,i}, y_k)}{\bar{u}(x_{g,i}, y_k)} \bar{h}_g(x_{g,i}, y_k). \quad (6.5)$$

У цій формулі параметри в круглих дужках указують на розрахунок швидкості u і модуля q_i за даними факторів стоку з площини-квадрата з координатами $(x_{g,i}, y_k)$. Значення $u(x_{g,i}, y_k)$ - це швидкість стоку води зі схилу в його замикаючому створі, $\bar{u}(x_{g,i}, y_k)$ - середня швидкість за попередній час добігання води по схилу, а $\bar{h}_g(x_{g,i}, y_k)$ - інтенсивність водоутворення, осереднена за попередній час перебігу.

Нижче наведена формула швидкості перебігу води в межах заданої елементарної площини [10]:

$$u(x_{g,i}, y_k) = a_c [J_{ck}(x_{g,i}, y_k) \bar{h}(x_{g,i}, y_k) l_{ck}(x_{g,i}, y_k)]^{0.33}. \quad (6.6)$$

Тут всі елементи в правій частині формули віднесені до квадрата з координатами його центр $(x_{g,i}, y_k)$. Поверхневий схиловий стік формується на відкритих схилах без дренажного шару на їхній поверхні, а за рахунок інфільтрації живить підповерхневий схиловий стік, який переміщується в макропорах дренажного шару. В цілому для водозбору можна приблизно оцінити коефіцієнтом d частку загального водоутворення, що йде на формування поверхневого стоку, а різницею $(1-d)$ - частку, що дає підповерх-

невий сток. Таким чином, одержимо формули для витрат сумарного схилового стоку, як це показано рівнянням (5.40).

Усі параметри, що входять в наведених вище формул, визначаються шляхом оптимізації. Вони відносяться до частинної площини з координатами центра $(x_{g,i}, y_k)$. Так, витрата підповерхневого схилового стоку обчислюється за формулою:

$$q_{t,нидн} = \delta_{\partial} v_n(x_{g,i}, y_k) z(x_{g,i}, y_k) , \quad (6.7)$$

де δ_{∂} - коефіцієнт дренажної водовіддачі, який дорівнює відношенню сумарної площі перерізу дренажів на одиничній ширині схилу до товщини пористого шару (визначається при оптимізації); $z(x_{g,i}, y_k)$ – глибина шару підповерхневого стоку над підстильним водоупором; $v_n(x_{g,i}, y_k)$ - швидкість підповерхневого стоку, яка обчислюється за формулою (5.27).

Розрахунки витрат поверхневого і підповерхневого видів стоку води за даними окремих частинних площин будуть використовуватися при обчисленнях гідрографів витрат води в замкальних створах річкових водозборів за формулою типу (5.17).

6.2 Алгоритми розрахунків стоку води та виносу наносів і речовин русловою системою з річкових водозборів

Розрахункові алгоритми просторової моделі. В попередньому розділі розглядалися пояснення розрахункових алгоритмів щодо витрат водного (5.15), виносу речовин (5.52) і стоку наносів (5.48) по русловій системі на базі використання формул просторової моделі, а саме :

$$Q_{j,i} = \sum_{l=j}^1 R_{j,l} \sum_{k=1}^{ni} q_l(x_g, y_k) f_{j,k} , \quad (6.8)$$

$$S_{j,i} = \sum_{l=j}^1 R_{j,l} \sum_{k=1}^{ni} C_l(x_g, y_k) q_l(x_g, y_k) f_{j,k} , \quad (6.9)$$

$$G_{j,i} = \sum_{l=j}^1 R_{j,l} \sum_{k=1}^{ni} P_l(x_g, y_k) q_l(x_g, y_k) f_{j,k} . \quad (6.10)$$

Кожна з цих формул після другого знаку суми має множники:
 $q_l(x_{g,i}, y_k)$ – середня витрата стоку води $\{m^3/(c \cdot km^2)\}$ з $1 km^2$ площини, а після перемноження її з $f_{j,k}$ (km^2) одержуємо витрату води (m^3/c) зі всієї площини за j -й інтервал часу;

$C_l(x_{g,i}, y_k)q_l(x_{g,i}, y_k)$ – середня концентрація заданої хімічної речовини в воді (г/м^3), після перемноження на множник - витрату води - визначає витрату винесеної водним стоком речовини $\{\text{г/}(\text{с}\cdot\text{км}^2)\}$, а з урахуванням $f_{j,k}$ в (км^2) в результаті маємо витрату речовини (г/с) з площини;

$P_l(x_{g,i}, y_k)q_l(x_{g,i}, y_k)f_{j,k}$ – згідно попереднього пояснення – витрата винесених водою завислих наносів (г/с) з площини.

Таким чином, друга сума в формулах (6.8) - (6.10) управляє підсумовуваннями витрат води, речовини і наносів послідовно з кожної площини, розміщеної вздовж заданої ізохрони, тобто в поперечному напрямі відносно напрямів руслових потоків. Всього на заданій ізохроні розміщено n_i елементарних площин, тому права частина формул обчислює внесок всіх площин з кожної смуги водозбору за інтервал часу Δt порізно: перша формула обчислює витрату води зі смуги схилу одиничної ширини, друга й третя формули – відповідно обчислюють витрати речовин і наносів. Параметр $R_{j,i}$ враховує вплив гідравлічного ефекту розпластування схилового потоку при зміні швидкості його течії. Нарешті, знак першої суми всіх формул управляє послідовністю підсумовування всіх витрат порізно води та речовин з наносами у водній масі схилового припливу по всіх площинах за кожний інтервал часу, починаючи з початку самого раннього схилового видоутворення на одній з елементарних площин водозбору.

Розрахунок загального коефіцієнта руслової трансформації $R_{j,i}$ виконується за формулою (5.3) з урахуванням часткових коефіцієнтів трансформації, які обчислюються в залежності від співвідношення швидкостей перебігу і витрат води в сусідніх відсіках русла по формулі (5.4). У згаданих вище формулах використовується значення швидкості перебігу води по руслу для різних створів по його довжині, яка обчислюється з залежності (5.6).

Витрата води залежить від інтенсивності припливу в межах площі одночасного стоку, розміри якої залежать від швидкості перебігу води, а остання визначається в залежності від витрати. Тому ув'язування швидкості і витрат виконується методом підбору на основі формули швидкості (6.11), застосовуваної послідовно для кожного створу. З огляду на характер цієї формули ітераційний процес підбору сходиться. Його ув'язування з витратами для заданого інтервалу часу застосовується послідовно для усіх виділених ділянок русла і для всіх інтервалів часу. Далі відзначимо, що початкові швидкості для ітераційного підбору по ділянках на поточний інтервал часу Δt беруться такими, які обчислені для попереднього інтервалу. Це сприяє скороченню числа кроків підбору швидкості, при яких результати суміжних розрахунків відрізняються на величину не більшу 5%, взяту як допустиму помилку розрахунку.

Таким чином, розглянуті вище алгоритми схеми обчислення гідрографів стоку води та виносу наносів і речовин на основі рівнянь (6.8) – (6.10) враховують динаміку схилового припливу по площі водозбору і зміну швид-

кості перебігу паводка по руслу річки. Ці формули записані для замикального створу русла річки.

Алгоритми скінченнорізницевих методів кінематико-хвильової моделі виносу води та речовин русловою системою річок. У даному посібнику викладається чисельна схема вирішення рівняння кінематичної хвилі для руслового стоку, розроблений М.В. Захаровою [21].

Кінематико-хвильова модель руслового стоку по всім руслам між двома суміжними русловими еквідистантами представлена нижче системою рівняння нерозривності в формі, записаною раніше А.М. Бефані [6], і рівняння швидкості перебігу річкових вод по руслам [22] :

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{Q}{v} \right) = \frac{1}{2 \cdot L_{cx}} \cdot B_x \cdot q'_{x,t}, \quad (6.11)$$

$$v_{x,t} = a_p \left(\frac{1+L}{1+l_i} \right)^{0.25} I_x^a Q_{x,t}^b. \quad (6.12)$$

де $Q_{x,t}$ – витрата паводка на час t в створі x , м³/с;
 $q_{x,t}$ – модуль схилового припливу на одиницю довжини всіх русел, що перетинаються еквідистантою в створі x , м³/(м·с);
 $v_{x,t}$ – швидкість поширення хвиль, м/с;
 B_x – ширина басейну по еквідистанті, км;
 L_{cx} – середня довжина схилу елементарного водозбору, км;
 a_p – русловий параметр формули, що залежить від шорсткості й форми русла;

L – повна довжина русла, км;
 l_i – відстань від початку річки до i -го створу, км;
 I_x – уклон русла, ‰;
 a і b – параметри формули (6.13) – показники при $Q_{x,t}$ і I_x , рівні 0.33.

Для чисельного розв'язання системи диференціальних рівнянь кінематичної хвилі застосовувалася чотириточкова неявна схема Прейсмана. Застосування цієї схеми до системи рівнянь (6.12) і (6.13) приводить до наступної системи скінченнорізницевих рівнянь, згідно з [21]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{Q_{j+1}^{i+1} - Q_j^{i+1}}{\Delta x} + \frac{1}{\Delta t} \cdot \left(\frac{Q_{j+1}^{i+1}}{v_{j+1}^{i+1}} - \frac{Q_{j+1}^i}{v_{j+1}^i} \right) = \left(\frac{q_{j+1}^{i+1} + q_{j+1}^i}{2} \right) \cdot \frac{B_{j+1}}{2L_{j+1}}, \quad (6.13) \\ v_{x,j+1} = a_p \cdot \left(\frac{1+L}{1+l_{j+1}} \right)^{0.25} \cdot I_{p,j+1}^a \cdot Q_{j+1}^b. \end{array} \right. \quad (6.14)$$

Тут i і j – відповідно номери інтервалів часу Δt та ділянок русла Δx по його довжині.

Загальний розв'язок системи рівнянь (6.14) визначається шляхом підстановки $v_{x,j+1}$ в перше рівняння і перемноження обох частини рівності на Δx та переносу в ліву частину тих членів рівняння, які містять шукане значення Q_{j+1}^{i+1} :

$$\begin{aligned} Q_{j+1}^{i+1} + \frac{\Delta x}{\Delta t} \cdot \left(\frac{(Q_{j+1}^{i+1})^{1-b}}{a_p \cdot ((1+L)/(1+l_{j+1}))^{0.25} \cdot I_{p,j+1}^a} \right) &= Q_j^{i+1} + \\ + \frac{\Delta x}{\Delta t} \cdot \left(\frac{(Q_{j+1}^i)^{1-b}}{a_p \cdot ((1+L)/(1+l_{j+1}))^{0.25} \cdot I_{p,j+1}^a} \right) &+ \frac{\Delta x}{4} \cdot (q_{j+1}^{i+1} + q_{j+1}^i) \cdot \frac{B_{j+1}}{L_{j+1}}. \end{aligned} \quad (6.15)$$

Це рівняння повинно бути розв'язане для кожної ділянки Δx та кожного інтервалу часу Δt при таких початкових і межових умовах:

- для початкового моменту часу при $i=1$ беремо $Q_j^1 = Q_j^0$, тобто на всіх ділянках русла витрата вважається рівною базисній витраті перед початком паводка;

- для всіх моментів часу на самому верхньому створі на вододілі витрата дорівнює нулю, тобто $Q_1^i = 0$.

Далі вводяться наступні позначення для цього рівняння:

$$f_r = Q_{j+1}^{i+1}; \quad a_1 = \frac{1}{a_p \cdot \left(\frac{1+L}{1+l_{j+1}} \right)^{0.25} \cdot I_{p,j+1}^a};$$

$$\varphi = Q_j^{i+1} + \frac{\Delta x}{\Delta t} \cdot \left(\frac{(Q_{j+1}^i)^{1-b}}{a_p \cdot \left(\frac{1+L}{1+l_{j+1}} \right)^{0.25} \cdot I_{p_{j+1}}^a} \right) + \frac{\Delta x}{4} \cdot (q_{j+1}^{i+1} + q_{j+1}^i) \cdot \frac{B_{j+1}}{L_{j+1}};$$

$$b_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t}; \quad a_r = a_1 \cdot b_1.$$

Після заміни (6.16) і упорядкування рівняння (6.15) воно стане таким:

$$f_r + a_r \cdot f_r^{1-b} = \varphi; \quad (6.17)$$

Це рівняння містить тільки одне невідоме число f_r , що означає шука- не значення витрати води Q_{j+1}^{i+1} , і вирішується методом ітерацій. Особливе значення для розв'язки рівняння (6.17) має правильний вибір параметра b . При $b=1$, розв'язка цього рівняння зводиться до наступного:

$$f_r = \varphi - a_r. \quad (6.18)$$

Ця розв'язка має значення тільки для окремих випадків, а в загально- му ж випадку b відрізняється від одиниці, оскільки за автором [22] в фор- мулі (6.17) параметри $a=0.33$ і $b=0.33$. Однак розрахунок f_r при $b=1$ дає початкове значення в ітераційній схемі розв'язка рівняння (6.17) за мето- дом А.П. Доморяда [20].

Після запису рівняння (6.17) у вигляді функції F

$$F = a_r \cdot f_{rk}^{1-b} + f_r - \varphi. \quad (6.19)$$

можна обчислити коефіцієнти розкладання функції F в ряд Тейлора:

$$\begin{aligned} F_0 &= a_r \cdot f_{rk}^{1-b} + f_r - \varphi; \\ F_1 &= a_r \cdot (1-b) \cdot f_{rk}^{-b} + 1; \\ F_2 &= \frac{1}{2} \cdot a_r \cdot (-b) \cdot (1-b) \cdot f_{rk}^{-1-b}. \end{aligned} \quad (6.20)$$

Тут індекс при F відповідає номеру коефіцієнта, а f_{rk} – величина f_r при k -й ітерації. Обчислення коренів за (6.19) виконується з урахуванням трьох членів розкладання за узагальненою формулою Ньютона :

$$f_{k+1} = f_k - \frac{F_0 \cdot F_1}{F_1^2 - F_0 \cdot F_2}. \quad (6.21)$$

Модель, що описує трансформацію паводкового стоку в руслі, є основою для подальших розрахунків виносу розчинених хімічних речовин і завислих наносів. Кінематико-хвильова модель дозволяє розрахувати винесення хімічних речовин та наносів з водозборів русловим стоком згідно з рівняннями типу (6.14) – (6.21). На рис. 6.1 наведено для прикладу сумісний графік витрат водного стоку р. Репінка – с. Репіне від дощу 31.08.72 за фактичними (суцільна лінія) і обчисленими за моделлю даними (пунктирна лінія). Параметризація просторової моделі розрахунків водного стоку детально описана в підрозділі 6.3.

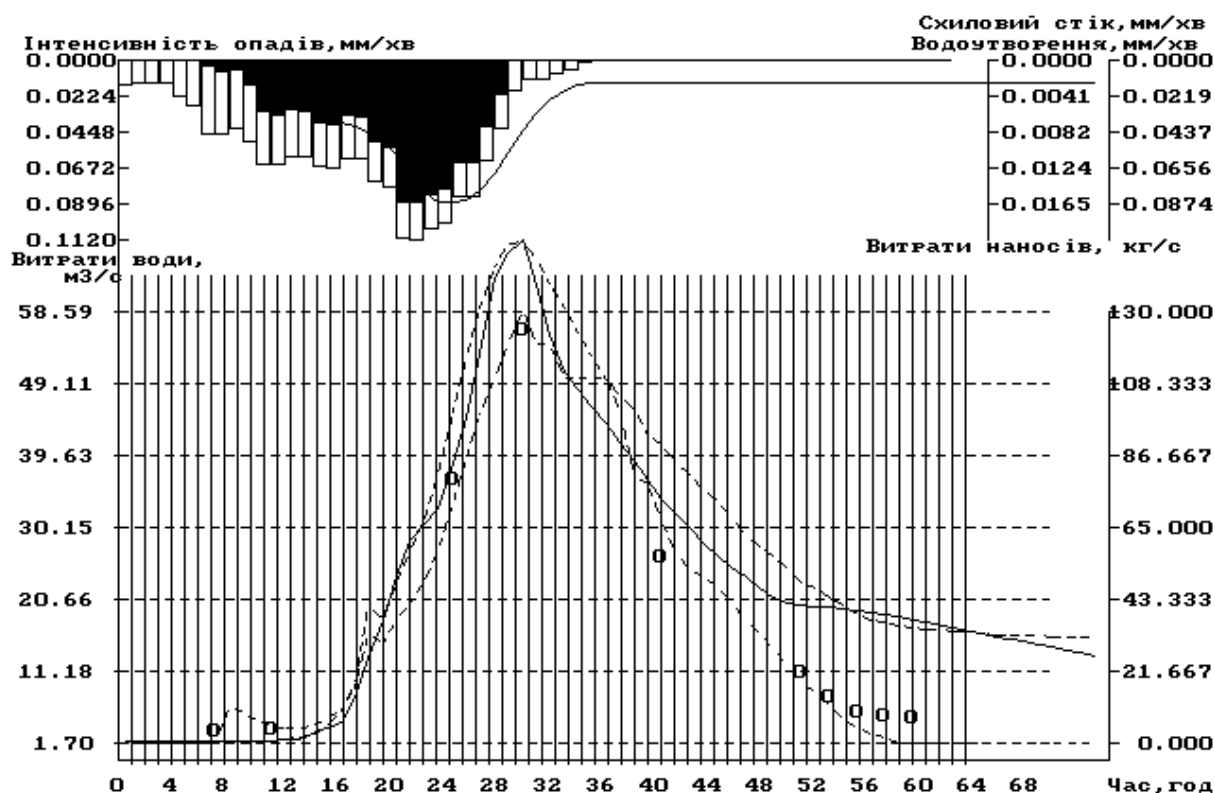


Рис. 6.1 - Комплексний графік стоку води на р. Репінка – с. Репіне (31.08.72). (Пояснення в тексті).

Модель процесу змиву розчинених хімічних речовин. Основними факторами змиву хімічних речовин зі схилу є: витрати води поряд з показниками початкової концентрації речовин у ґрунті, їхня розчинність у воді та сорбційна здатність. Всі ці фактори враховуються моделлю кінематичної хвилі для змиву хімічних речовин схилувим потоком води в формулах (5.49) – (5.52), які описані в розділі 5 а.

Чисельне розв'язання рівнянь виносу русловим стоком хімічних речовин виконується за аналогічною схемою, що наведена вище для водного стоку, починаючи з (6.14) до (6.19) рівняння. Далі одержуємо наступне ітераційне рівняння для розрахунків середніх значень концентрації заданої речовини C_{j+1}^{i+1} :

$$a(kf_h)^{n+1} + b k f_h - \varphi = 0, \quad (6.23)$$

$$\begin{aligned} \text{де} \quad a &= m_{j+1} I_{j+1}^u; & f_h &= C_{j+1}^{i+1}; \\ b &= \frac{\Delta x}{\Delta t}; & k &= y_{j+1}^{i+1}; \end{aligned} \quad (6.24)$$

$$\varphi = m_j I_j^u (C_j^{i+1} \cdot y_j^{i+1})^{n+1} + \frac{\Delta x}{\Delta t} C_{j+1}^i \cdot y_{j+1}^i + \frac{\Delta x}{2} (F_{j+1}^{i+1} + F_{j+1}^i)$$

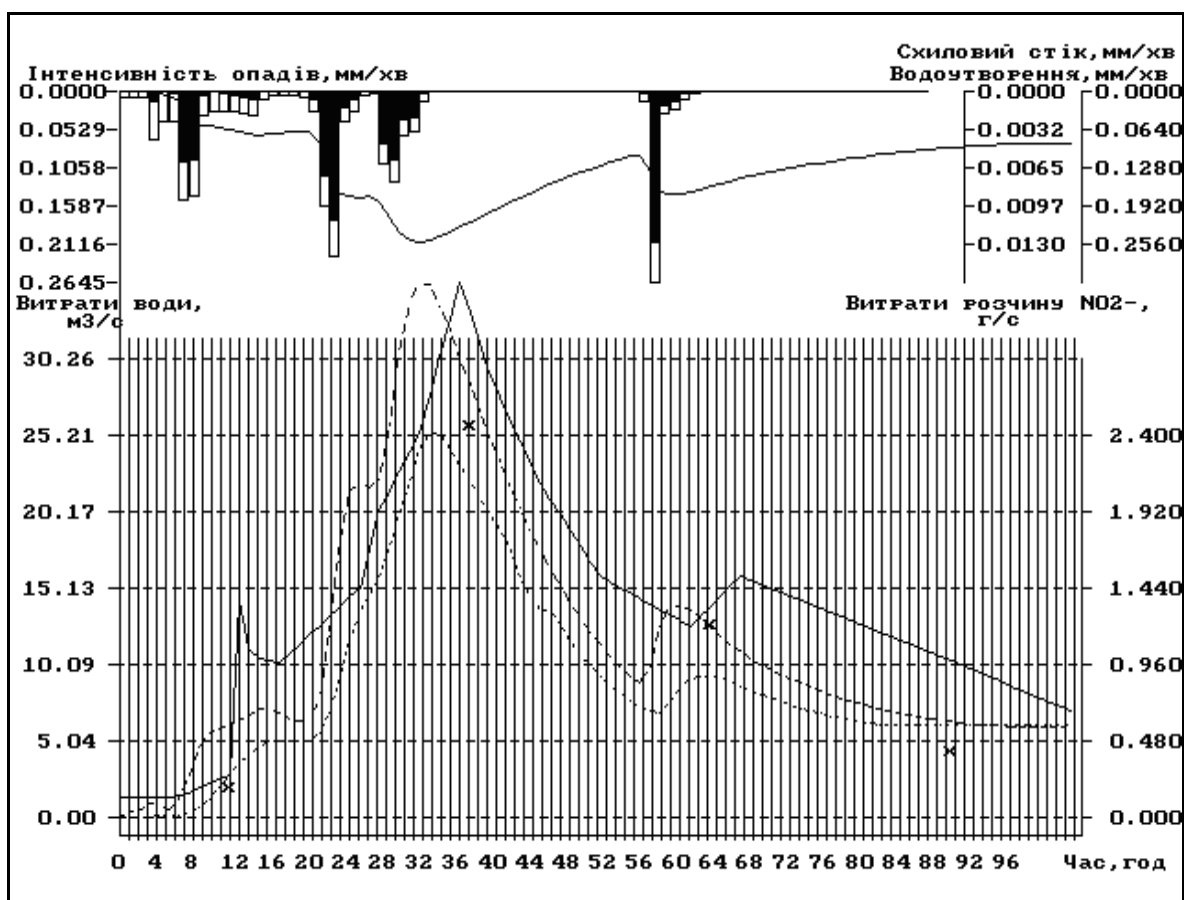


Рис. 6.2 - Комплексний графік стоку води та розчину іонів нітриту в/п р. Репінка – с. Репіне (03.08.72).

Пояснення до рис. 6.2: лінія суцільна – фактичні, а пунктирна-обчислені витрати води; лінія штрих - пунктира – обчислені, а точки - виміряні витрати іонів нітриту.

Всі позначення в правих частинах цих рівнянь наведені в поясненнях до формул (5.49) – (5.52).

Рівняння (6.23) містить тільки одну невідому величину f_h , що позначає шукане значення концентрації хімічної речовини у схиловому стоці C_{j+1}^{i+1} , а значення шару схилового стоку y_{j+1}^{i+1} одержується при розв'язанні рівняння кінематичної хвилі для схилового стоку. Подальше розв'язання рівняння (6.23) виконується методом ітерацій за узагальненою формулою Ньютона (6.21).

Прикладом співпадання результату обчислення витрат стоку іонів нітратів зі стоком річки Репінки в створі с. Репіно в Закарпатті 3.08.1972 року є рис.6.2. Параметризація моделі розрахунків виносу речовин русловим стоком наведена в підрозділі 6.3.

Модель процесу змиву завислих наносів. Застосування моделі кінематичної хвилі дозволяє врахувати динаміку схилового стоку не тільки в часі, але й по довжині схилу, що дуже важливо при описі змиву наносів, як несталого процесу водної ерозії. Нижче наводиться короткий опис реалізації моделей водної ерозії.

Чисельне розв'язання рівнянь винесення русловим стоком завислих речовин виконується за аналогічною схемою, що наведена вище для стоку води та речовин, починаючи з рівняння (5.33) до (5.39). В наступному ітераційному рівнянні (6.26) для розрахунків середніх значень концентрації заданої речовини P_{j+1}^{i+1} для різних елементарних площин в різні інтервали часу використовуються такі позначення для елементів з правих частин рівнянь:

$$\begin{aligned} a &= m_{j+1} I_{j+1}^u; & f &= P_{j+1}^{i+1}; \\ b &= \frac{\Delta x}{\Delta t}; & p &= y_{j+1}^{i+1}; \\ \varphi &= m_j I_j^u (P_j^{i+1} \cdot y_j^{i+1})^{n+1} + \frac{\Delta x}{\Delta t} P_{j+1}^i \cdot y_{j+1}^i + \frac{\Delta x}{2} (E_{r,j+1}^{i+1} + E_{r,j+1}^i + E_{q,j+1}^{i+1} + E_{r,j+1}^i) \end{aligned} \quad (6.25)$$

З урахуванням цих заміन рівняння для ітераційного підбору шуканої мутності потоку $f = P_{j+1}^{i+1}$; перепишеться у вигляді:

$$a(pf)^{n+1} + bpf - \varphi = 0. \quad (6.26)$$

Це рівняння містить тільки одну невідому величину f , що означає невідоме значення мутності схилового стоку P_{j+1}^{i+1} , оскільки значення шару схилового стоку y_{j+1}^{i+1} знаходиться при розв'язці рівняння кінематичної хвилі для схилового стоку. Подальше розв'язання рівняння (6.26) виконується методом ітерацій за узагальненою формулою Ньютона при аналогічних допущеннях, викладених вище для обчислень водного стоку та стоку речовин.

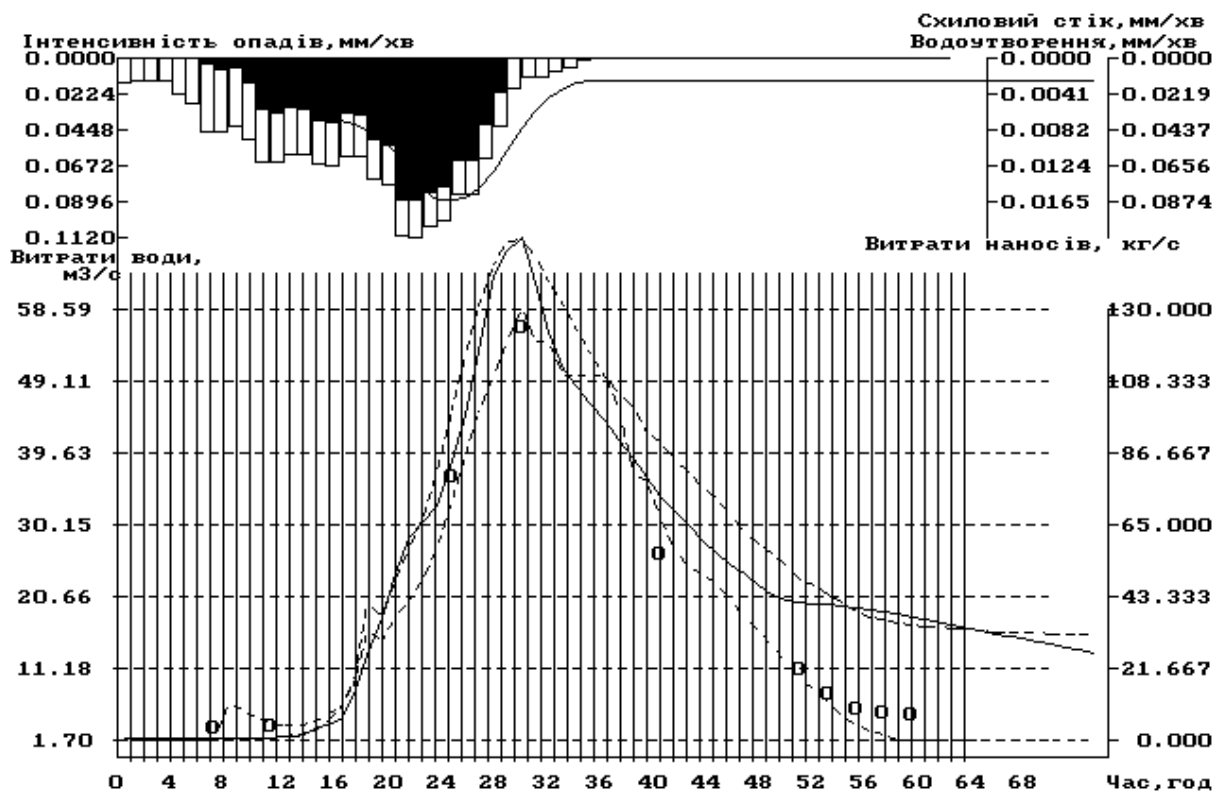


Рис. 6.3 - Комплексний графік стоку води та завислих наносів в/п р. Репінка – с. Репіне (31.08.72).

Пояснення до рис 6.2 : лінія суцільна – фактичні, а пунктирна-обчислені витрати води; лінія штрих-пунктирна – обчислені, а точки - виміряні витрати наносів.

На підставі наведених вище залежностей обчислюється надходження твердих частинок у потік за рахунок краплинно-дощової та потокової ерозії, а в цілому за рівнянням (6.26) обчислюються витрати стоку наносів для всіх ординат графіка розрахункового дощу.

На рис. 6.3 для прикладу наведено сумісний графік витрат водного та твердого стоку р. Репінка – с. Репіне від дощу 31.08.72 за фактичними і обчисленими за моделлю даними.

6.3 Визначення параметрів моделі стоку води та виносу речовин методами поетапної оптимізації

Постановка задачі. Модель формування стоку води та виносу речовин містить параметри, які визначають величину коефіцієнтів рівнянь, що описують окремі етапи процесу формування паводку і управляють розв'язанням опадів у витрати паводкових вод через замикальний створ водозбору. При цьому величина і характер зміни в часі окремих елементів процесу формування паводків - водоутворення, поверхневого і підповерхневого стоку води і виносу речовин зі схилів, а також руслового стоку – залежить від значень параметрів моделі, які встановлюються для конкретних водозборів.

За наявності синхронних вимірювань опадів і витрат води та концентрації речовин можна встановити оптимальні значення параметрів моделей з умови кращої збіжності обчислених витрат із виміряними. Проте "каменем спотикання" для практичного застосування будь-якої моделі є призначення параметрів для невивчених водозборів. В цьому випадку потрібна попередня ув'язка значень параметрів моделі з басейновими характеристиками, представленими геоморфологічними, ґрунтово-ботанічними і кліматичними факторами водозборів. Складність встановлення таких залежностей для конкретних водозборів визначається тим, що окремі параметри моделі частково взаємозв'язані, тому при зворотних розрахунках або оптимізації ті з них, які оптимізуються першими, беруть на себе роль інших, пов'язаних з ними, і при цьому порушується правильне співвідношення між значеннями параметрів, що оптимізуються.

Нижче розглядається методика встановлення оптимальних значень параметрів моделі паводку на основі поетапної оптимізації, за допомогою якої можна подолати перераховані вище утруднення у послідовному встановленні параметрів моделі [22]. За основні алгоритми розрахунку беруться викладені в 5-му розділі формули, що описують окремі етапи і елементи процесу формування паводка.

Вхідні для цих формул параметри мають наступні позначення:

- α , β , η - параметри формули водоутворення (5.19), які залежать від типу ґрунтів, а параметр A формули просочування (5.17) - також ще і від величини попереднього зволоження;
- a_p - русловий параметр формули швидкості (5.6);
- a_c і a_k - параметри формул швидкості, відповідно для поверхневого (5.34) і підповерхневого (5.35) типів стоку зі схилів;
- d - частка площі схилів, на яких формується поверхневий тип стоку - згідно з формулою (5.40).

В основному модель з перерахованими вище 7 параметрами достатньо точно описує процес формування паводка, про що свідчать результати роз-

рахунків численних паводків. Разом з тим, невелике число параметрів сприяє значному скороченню обсягів обчислень при оптимізації.

У даному варіанті розрахункової моделі використано 7 параметрів, величини яких встановлювалися на основі оптимізації за програмою на ПЕОМ, використовуючи дані синхронних вимірювань опадів і стоку з конкретних річкових водозборів. Розподіл результатів обробки проб води на мутність, а також проб хімічних речовин на витрати (нітрити, фосфор і інш.), і їх зрівняння з обчисленими даними можна вважати задовільними (див. рис. 6.2 і 6.3). Співвідношення гідрографів водного стоку з вимірними даними і обчисленими теоретично по моделі показано на рис.6.1.

Діалогова системи поетапної оптимізації параметрів моделі паводка.

У наш час існує досить великий набір чисельних методів пошуку оптимальних параметрів, реалізованих в процедурах знаходження екстремуму функції критерію якості при вирішенні задач на ПЕОМ [28]. Вибір робочого варіанта програми оптимізації параметрів здійснюється користувачами ПЕОМ на підставі інформації про поточні результати оптимізації, яка видається на монітор ПЕОМ. При цьому обчислювач може змінити параметри програми оптимізації або перекласти рахунок на іншу підпрограму з пакету оптимізації. Процес обміну інформацією між обчислювачем і ПЕОМ здійснюється у формі своєрідного діалогу. Автори цієї діалогової системи оптимізації (ДИСО) особливо підкреслюють позитивну роль виникаючого в процесі обчислень евристичного підходу, заснованого на інтуїції і досвіді експерта-обчислювача. При оптимізації параметрів описаної вище моделі дощового паводка застосовувалися різні алгоритми оптимізації, у тому числі: метод Флетчера і Пауелла; метод випадкового пошуку по алгоритмах, складених Г.С.Тарасенко [40]; метод Розенброка, викладений в роботі [28], і інші.

Не дивлячись на принципову відмінність перерахованих вище способів, їх апробація на розглядуваній моделі дощового стоку виявила наступні утруднення, загальні для всіх методів.

По-перше, для пошуку мінімуму критерію якості витрачається велике число кроків (обчислень гідрографа) - від декількох десятків до декількох сотень, залежно від типу паводка і числа параметрів, причому, у ряді випадків програми не знаходять мінімуму критерію якості.

По-друге, результат оптимізації в значній мірі залежить від вибору початкової точки оптимізації, тобто від початкових значень параметрів. Найбільша ефективність роботи описаних вище програм спостерігалася тільки у разі вибору початкової точки оптимізації в околі точки шуканого мінімуму критерію якості. При невдалому призначенні початкової точки оптимізації збільшується вірогідність вибору локального мінімуму, при якому параметри моделі відповідають нереальним співвідношенням між частковими процесами, описуваними математичною моделлю. Це підтверджує прове-

дений аналіз проміжних результатів розрахунку гідрографа паводка. Так, наприклад, проміжні розрахунки швидкості стоку води по схилах і руслу, величини яких залежать від параметрів формул швидкості, що оптимізуються, часто показують спотворене співвідношення між ними, що не спостерігається в реальних умовах. Це пов'язано з наявністю певної взаємозалежності між параметрами моделі, що є віддзеркаленням існуючого в природі взаємозв'язку чинників паводкового стоку.

У зв'язку з викладеним, застосовувалася методика оптимізації, яка базується на діалоговій системі пошуку початкової точки оптимізації, що відповідає реальним умовам стоку на даному водозборі при вирішенні задачі оптимізації моделей багатofакторних явищ.

Діалогова система оформлена у вигляді процедури, що дозволяє вводити уручну з клавіатури в пам'ять ПЕОМ нові значення параметрів, по одинці чи по декількох одночасно, для обчислення критерію якості. Дуже важливо мати одночасно зображення на екрані двох гідрографів паводків - обчисленого з урахуванням введених параметрів і спостереженого, а також об'єктивних показників зіставлення гідрографів. До числа останніх входить така інформація:

- значення критерія якості розрахунку гідрографа;
- відношення об'ємів стоку обчисленого паводку до спостереженого;
- різниця числа інтервалів часу між моментами настання піків паводків обчисленого і спостереженого;
- максимальна швидкість руху води по руслу і схилу;
- відношення максимальних витрат - обчисленої і спостереженої.

Перерахована вище інформація дозволяє оператору *послідовно і цілеспрямовано* змінювати параметри і вводити їх нові значення в пам'ять ПЕОМ для чергового кроку розрахунку і отримання нових результатів. В цьому випадку максимально використовується не тільки інтуїція, але і досвід фахівця, знання ним модельованого процесу. При виявленні нереального показника обчислюваного процесу оператор має можливість змінювати відповідні параметри і врешті-решт привести розрахунок в район шуканого мінімуму критерію якості.

Досвід роботи з описаною діалоговою системою по оптимізації параметрів моделі в численних розрахунках паводків на матеріалах експериментальних водозборів ЗВБС показав, що для більшості паводків потрібно обмежене число кроків (до 8-10), при якому критерій якості різко знижується і надалі управління процесом пошуку його мінімуму можна передати базовій програмі оптимізації. В деяких випадках вдається за 10-12 кроків настільки знизити критерій якості, що подальша оптимізація стає непотрібною. Це спостерігається на завершальних етапах встановлення оптимальних параметрів після обробки певної кількості паводків, коли є можливість частині параметрів призначати стабільні значення, використовуючи накопичений досвід оптимізації для попередніх паводків.

Після встановлення початкової точки оптимізації програмі передається умовний шифр переходу на автоматичне управління процесом оптимізації. Як базова взята програма оптимізації, складена за методом Розенброка, пристосована до пошуку мінімуму в умовах складної "топографії" критерію якості.

Проте описана вище діалогова система оптимізації ще не вирішує проблему встановлення стійких значень параметрів моделі для окремих водозборів. Справа у тому, що оптимізацію параметрів моделі доцільно одночасно проводити для всього набору паводків на даному водозборі. В цьому випадку в пам'ять ПЕОМ вводяться дані про дощі і витрати від всіх паводків, зафіксованих на водозборі. По черзі для кожного паводка обчислюються гідрографи при одному і тому ж наборі параметрів. Критерій же якості обчислюється за даними всіх паводків, введених в пам'ять ПЕОМ. Таким чином, критерій якості характеризує точність розрахунку одночасно всіх врахованих паводків по водозбору, а отже, набір оптимальних параметрів є загальним для водозбору.

Проте при такому способі «змішаних» паводків неможливо встановити об'єктивність набутих проміжних значень параметрів, що управляють окремими елементами процесу - швидкостей руслових і схилових потоків, коефіцієнтів стоку і ін. Тому при оптимізації параметрів моделі паводка використовувався спеціально розроблений спосіб поетапної оптимізації, який дозволяє встановити стійкі для всіх паводків значення параметрів за наслідками оптимізації для кожного паводку окремо. Крім того, при використуванні одного критерію якості в оптимізації різних параметрів - показника ступеня розходження ординат обчисленого і спостереженого гідрографів - "оптимальні" значення деяких параметрів стають залежними один від одного. Наприклад, при оптимізації двох параметрів - коефіцієнтів формул швидкості руслового і схилового стоку - a_c і a_p - вони в одному напрямі впливають на зміну форми вихідного гідрографа, при збільшенні a_c і a_p збільшується ордината гідрографа і його максимум зсувається на більш ранній час. Тому, якщо першим змінюється параметр a_c , то на частку другого залишається тільки частина корекції гідрографа. Тому у принципі при сумісній оптимізації цих двох параметрів неможливо вибрати стійкі для всіх паводків параметри моделі.

Враховуючи останні обставини, була розроблена поетапна схема оптимізації, при якій весь процес оптимізації розбивається на ряд етапів. В результаті кожного етапу встановлюються оптимальні значення обмеженого числа незалежних між собою параметрів. Після цього виконується наступний етап оптимізації, при якому встановлені на попередньому етапі оптимальні значення параметрів вже не змінюються, а залишаються постійними і оптимізується решта параметрів, з яких встановлюються значення ще ряду незалежних параметрів. Таким чином, встановлені в кожному попере-

дньому етапі оптимальні параметри виключаються з числа тих, що оптимізуються в подальшому етапі.

Ілюстрацію результатів використання розробленої схеми оптимізації можна провести на прикладі 10-ти водозборів в районі ЗВБС, для яких було вибрано 115 високих паводків. За цими даними виконувалася поетапна оптимізація вказаних вище в цьому розділі семи параметрів. На першому етапі оптимізувалися всі 7 параметрів для кожного паводка. У зв'язку з тим, що значення решти параметрів були призначені приблизно, на початковому етапі оптимізації виявилось можливим усереднити тільки 2 перші параметри, взявши їх рівними $\alpha = 0,1$, $\beta = 0,13$. Ці значення параметрів α і β були залишені постійними для другого етапу і більше не оптимізувалися. В результаті другого етапу оптимізації виявилось можливим усереднити для кожного водозбору значення параметрів a_p , a_k і d (табл.6.1).

Слід зазначити, що правильність встановлення оптимальних параметрів за наслідками оптимізації кожного етапу перевірялася шляхом ув'язки оптимальних значень параметрів з чинниками, від яких вони залежать. Так, за даними значень a_p для кожного водозбору одержана залежність a_p від площі водозбору F , показана на рис.6.4.

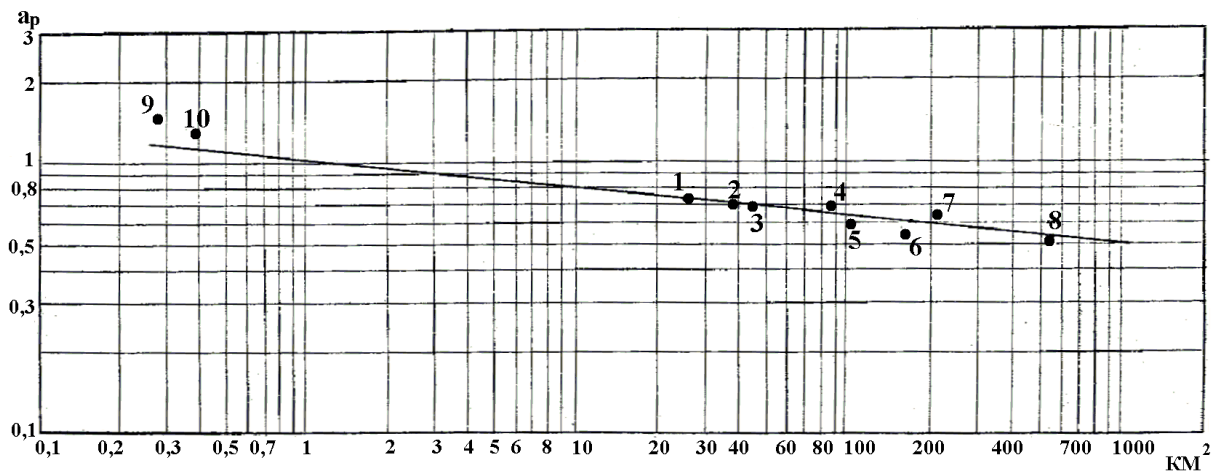


Рис.6.4 - Залежність оптимального значення параметра a_p від площі водозбору (біля точок – номери створів згідно з табл. 6.1).

Цю залежність можна апроксимувати за допомогою рівняння:

$$a_p = \frac{1.0}{F^{0.1}}, \quad (6.27)$$

яке дає середнє відхилення від фактичних даних $\pm 4.6\%$.

Таблиця 6.1 - Результати 2-го етапу оптимізації параметрів моделі

Річка (струмок, балка) - пункт	Число паводків	Площа водо- збору F км ²	Середній уклон во- дозбору I , ‰	Довжина русла, L , км	Середня залісен- ність, f_L	Параметри					Серед- ній критерій якості
						a_p за опти- мізації- єю	a_p уточнена	d	a_c	a_k	
Студений– с.Н.Студений	13	25,4	31,6	7,5	0,18	0,75	0,75	0,36	0,06	0,01	0,17
Лопушанка(Н)- с.Лопушне	15	37,3	63,2	9,0	0,78	0,71	0,71	0,14	0,13	0,01	0,15
Пилипець- с.Пилипець	11	44,2	44,1	9,0	0,29	0,99	0,69	0,38	0,08	0,01	0,16
Голятинка - с.Майдан	13	86,0	23,4	20,4	0,40	0,68	0,68	0,24	0,10	0,01	0,16
Репінка - с. Ізки	15	103	18,5	15,0	0,13	1,04	0,60	0,38	0,06	0,01	0,15
Ріка - В. Бистрий	15	165	40,0	15,0	0,04	0,56	0,55	0,15	0,09	0,01	0,14
Репінка – с. Репіне	15	214	14,6	27,0	0,22	0,40	0,64	0,37	0,07	0,01	0,16
Ріка – смт. Межгор'я	13	550	24,3	34,0	0,41	0,53	0,52	0,24	0,09	0,01	0,17
Лог Відкритий	3	0,28	306	–	0,0	1,47	1,47	0,75	0,07	0,01	-
Лог Лісний	2	0,36	434	--	0,94	1,30	1,30	0,11	0,07	0,01	-

Цікавий той факт, що залежність (6.27) відображає редукцію швидкісного параметра a_p за площею водозбору в такому ж ступені, який встановлений в роботі М.В. Лаликіна [29] для подібного параметра у формулі швидкості перебігу води.

Значення параметра d , встановленого в другому етапі оптимізації, наведені в табл. 6.1. За своїм призначенням цей параметр визначає в середньому частку площі схилів, на яких формується поверхневий стік. Цей вид стоку спостерігається на відкритих і оброблених ділянках схилу. На заліснених же схилах з пухким поверхневим горизонтом дощові води протікають в приповерхневому пухкому шарі, утворюючи підповерхневий тип схилового стоку.

Разом з тим, експериментальні дослідження стоку в горах показали, що на природних схилах спостерігається чергування великих і малих глибин пухко-уламкового шару [7,8,10]. Тому на схилі, покритому пухко-уламковим чохлам, можливі ділянки з малою потужністю цього чохла або майже без нього, на яких формується переважно поверхневий тип стоку зі схилу. На відкритих же схилах деяка частина їх площі виявляється покритою осипами, в межах яких відбувається регулювання стоку.

Таким чином, частка поверхні водозбору, на якій формується той або інший вид стоку, визначається характером поверхні водозбору і в першу чергу його середньою лісистістю. Нами була побудована залежність оптимального для кожного паводка параметра d від середньої лісистості водозбору $f_{\text{л}}$ в частці від одиниці (рис.6.5).

Ця залежність апроксимується наступним аналітичним рівнянням, що дає середнє відхилення розрахованих значень d від оптимальних величин $\pm 6\%$:

$$d = \frac{0.85}{1 + 6.5 f_{\text{л}}} \quad (6.28)$$

Відповідно до рівняння (6.28) на повністю заліснених схилах коефіцієнт $d=0.11$, що відповідає наявності на заліснених водозборах приблизно 11% площ, які формують поверхневий тип стоку. Очевидно, до цих площ відносяться не тільки згадані вище смуги схилів з малою потужністю пухко-уламкового шару на поверхні схилів, але і ділянки, вкриті суцільною скелею, зайняті руслами річок і струмків, а також з перезволоженими ґрунтами низин. Для повністю відкритих ділянок вплив осипів і інших делювіальних форм на схилі враховується коефіцієнтом $d=0.85$, що рівносильно впливу пухко-уламкового шару на 15% площі водозбору.

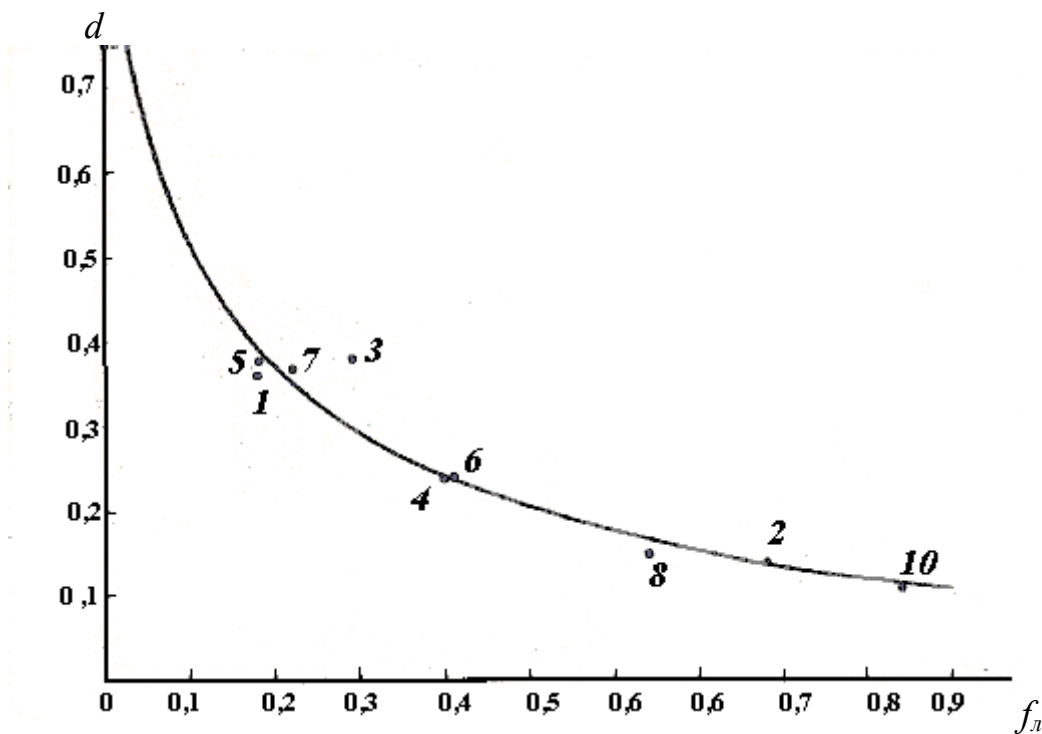


Рис. 6.5 - Залежність параметра d від середньої лісистості водозбору (біля точок - номери створів річок згідно табл.6.1).

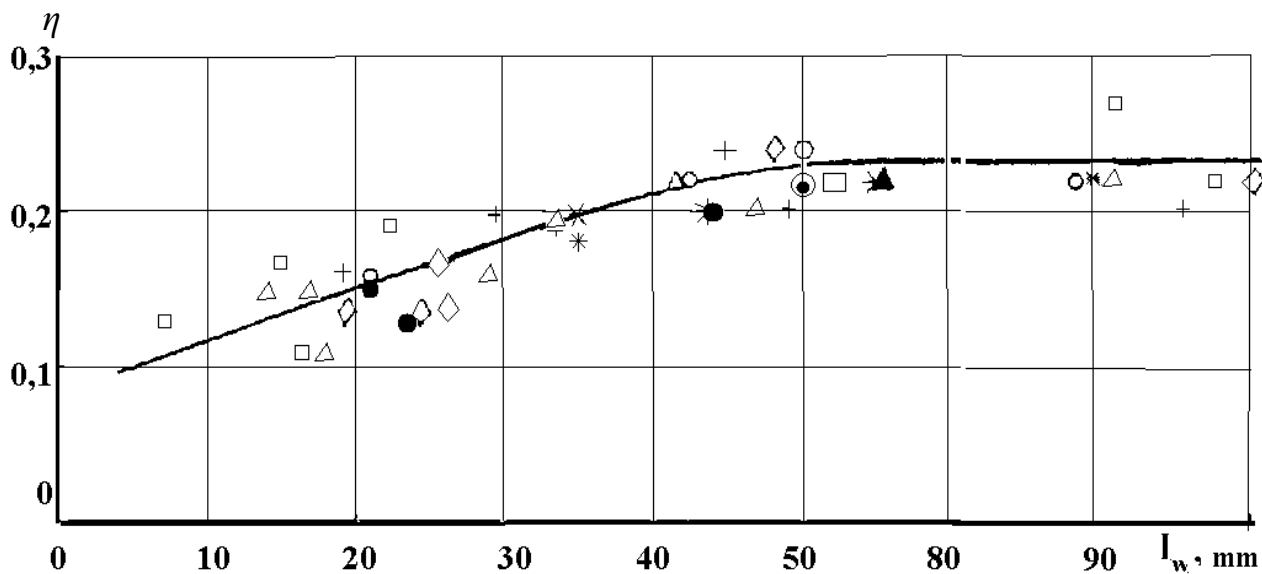


Рис.6.6 - Залежність параметра η від індексу попереднього зволоження I_w .

Умовні позначення:

- | | |
|-------------------------------|---------------------------|
| ▲ р. Студений- с. Н. Студений | + р. Репінка -с.Ізки |
| * р.Пилицець -с.Пилицець | ○ р. Ріка - В. Бистрий |
| • р. Лопушна -с.Лопушне | Δ р. Репінка -с. В Репіне |
| □ р. Голятинка-с.Майдан | ◇ р. Ріка смт. Міжгір'я |

Таким чином, проведений вище аналіз дозволяє якоюсь мірою підтвердити правильність встановлених значень оптимальних параметрів для різних водозборів і пов'язати їх із місцевими фізико-географічними характеристиками водозбору, що надзвичайно важливо для передачі значень цих параметрів невивченим відносно стоку водозборам.

На останніх етапах оптимізації було виконано усереднювання параметрів, що оцінюють інфільтрацію підповерхневих вод в підстильний шар відносного водоупора a_c і a_k , причому, $a_c = 0.07$ і $a_k = 0,009$.

Останнім оптимізувався параметр η з формули водовіддачі (5.18). Як указувалося раніше, цей параметр залежить від типу ґрунтів і рівня їх зволоження перед дощем, який звичайно оцінюється індексом попереднього зволоження I_w . Для розрахунку індексу I_w використовувалися метод і формула Н.Ф.Бефані[10]:

$$I_w = x_1 + 0.7 x_{2-4} + 0.5 x_{5-9} + 0.3 x_{10-14} + 0.2 x_{15-30} + 0.1 x_{31-60}. \quad (6.29)$$

Тут x - сума опадів за число днів перед розрахунковим паводком, показана індексом при x . Формула (6.29) придатна при температурі повітря більш 10°C . Якщо ж температура повітря знаходиться в межах від 5°C до 10°C , розрахункові інтервали часу слід подвоювати, а при температурі нижче 5°C - потроювати.

За результатами останнього (третього) етапу оптимізації параметрів побудована залежність η від індексу I_w (рис.6.6).

Залежність $\eta = f(I_w)$ показує плавне збільшення параметра η в міру наростання індексу попереднього зволоження - до його значення $I_w \approx 70$ мм, після якого при $I_w > 70$ мм спостерігається стабілізація параметра η . Останнє можна пояснити тим, що при високому рівні попереднього зволоження основні місткості на поверхні водозбору і в товщі його ґрунтів заповнені водою, і надалі втрати здійснюються під впливом мало змінних в часі процесів фільтрації води в породи, що підстиляють ґрунти.

Слід зазначити, що залежність $\eta = f(I_w)$ вийшла наближеною у зв'язку з тим, що вона відображає вплив не тільки попереднього зволоження водозбору, але і інших, не врахованих в методі чинників, наприклад, типу ґрунтів та підстиляючих порід і інші, які не введені в розрахунок через відсутність даних. Аналітично цю залежність можна приблизно виразити так:

$$\begin{aligned} \eta &= 0,0068 I_w & \text{при} & \quad 25 < I_w < 70 \text{ мм} \\ \eta &= 0,24 & \text{при} & \quad I_w \geq 70 \text{ мм} \end{aligned} \quad (6.30)$$

Точки на графіку 6.6 відхиляються від побудованої по (5.4) кривої в середньому на 10%. Найбільші відхилення відносяться до паводків, що утво-

рилися в умовах низького попереднього зволоження. Якщо врахувати тільки середні і високі значення зволоження (при $I_w > 50$ мм), то помилка залежності зв'язку (6.30) виявиться нижче - біля $\pm 8\%$.

Слід зазначити, що тип залежності (6.30) одержав експериментальне підтвердження в дослідях зі штучним дощуванням ділянок схилу в інших районах України [5,7]. Багатократне дощування площин схилів показало, що після ряду дощів, які зволожили ґрунти площин, параметр η набуває стабільних значень, відмінних для суміжних дослідів на частки відсотків.

Описаний в цьому розділі спосіб розрахунку гідрографа паводка є наближенням, оскільки враховується обмежене число показників процесу формування стоку. Тут наведені способи встановлення зв'язку параметрів з цими факторами, що складають основу методики передачі параметрів моделі для розрахунків паводків на невивчених водозборах. Проте важливим підсумком одержаних тут результатів слід вважати розробку простої і економічної методики отримання оптимальних параметрів моделі, які відображають вплив взаємозалежних природних факторів стоку. Вивчення цих методів студентами буде закріплене після виконання Прикладу 1, завдання до якого наведене в кінці розділу.

Контрольні запитання.

1. Алгоритми розрахунків водовіддачі і схилового стоку.
2. Аналіз просторової моделі витрат води, наносів і хімічних речовин.
3. Скінченорізничевий метод обчислення руслового стоку води.
4. Модель процесу змиву розчинених речовин з водозбору.
5. Модель процесу змиву зважених наносів водою.
6. Діалогова система оптимізації параметрів просторової моделі.
7. Залежність параметрів моделі від факторів стоку.
8. Зв'язок показників попереднього зволоження ґрунтів з фактором втрат.

Завдання для самостійної роботи.

Приклад 3

Додаток 2 для роботи на диску CD-R.

Освоєння практичних навичків використання діалогового методу оптимізації параметрів просторової моделі формування виносу хімічних речовин та наносів з поверхні річкових водозборів

В підрозділі 6.3 досить детально описані всі положення і методи визначення стійких значень параметрів просторової моделі зливого стоку води і виносу нею хімічних речовин та наносів через річкові створи. Необхідність для студента такої роботи полягає в можливості більш глибокого ознайомлення зі структурою моделі, здобуття ним важливих навичок і відчуття зв'язків між різними показниками процесу формування стоку – опадами, попереднім зволоженням водозбірної басейну та характеристиками його поверхні і ґрунтів з одного боку і величинами виносу з басейну в водойми хімічних речовин і наносів, з іншого. Зрозуміло, що між цими двома сторонами стоять параметри моделі, тому їх оптимізація є своєрідним ключем, наявність якого дозволяє проводити розрахунки стоку на річках регіону з подібними характеристиками річкових водозборів.

Дуже цінні навички здобуваються студентом при аналізі впливу просторових полів діючих факторів на розміри стоку водних і іонних паводків. Для дослідника є можливість освоїти практичні навички використання в моделях оперативних даних просторового характеру – поля просторового зволоження річних водозборів, опади і снігові запаси і інше, які досить детально на великих територіях через яскравість випромінювання земними покривами фіксуються супутниками Землі. Наприклад, довгий час такі дані надсилав український супутник “СІЧ-1”. Все це може стати важливим надбанням студента для більш обґрунтованого його підходу до складання на базі моделі прогнозів водного стоку і виносу речовин з річкових водозборів.

Освоїти практичні навички використання діалогового методу оптимізації параметрів можна при обчисленнях за фактичними даними витрат виміряного стоку води, а також результатів аналізу концентрації заданих речовин, відібраних декілька разів в період стоку паводка – на його початку, на підйомі, в час проходження його піку і декілька на спаді. Звичайно, необхідно мати дані полів опадів у різні інтервали часу і поля характеристик поверхні водозбору. Про походження полів цих даних, а також інших, досить детально викладено вище – в розділах 4-ім і 5-ім.

Детальний перелік вхідних даних до моделі, а також програма і інструкція до неї записані в додатку 2 під назвою “WYNOS” на диску CD-R, який є в бібліотеці ОДЕКУ. В інструкції викладені детальні вказівки на виконання всіх положень про використання діалогового методу оптимізації

параметрів просторової моделі водного, іонного та твердого стоку в період формування зливогого стоку з річкового водозбору, а саме:

- файл WYNOS, який включає виконавчий файл smuw.exe і обслуговуючі його файли ;
- файл вхідних і вихідних даних Snddmmgg , де n – код водозбору, dd – дата початку паводка, mm – місяць, gg – останні 2 літери року спостережень (всі 8 літер латинські);
- докладна інструкція на підготовку і формування пакету вхідних даних з повним набором складових пакету;
- пояснення за кроками діалогової системи розрахунків гідрографів виносу стоку хімічних речовин;

Далі для розрахунків переходимо до комп'ютера !

Обчислення слід починати з виклику smuw.exe , після якого на екрані ПК з'являється запис “Вибір програми для обчислення”. Далі після переходу на вибраний рядок слід керуватися вказівками діалогової системи.

На диску знаходиться адресний файл для зворотного зв'язку по Інтернету з кафедрою гідроекології і водних досліджень Одеського Державного Екологічного Університету на випадок пошкодження записів файлів на диску чи для консультацій та роз'яснень щодо занесених на диск інструкцій.

Бібліографічний опис

1. Алексеев Г.А. Объективные методы выравнивания и нормализации корреляционных связей. – Гидрометеиздат, Л., 1971, с. 360
2. Алибегова Ж.Д. Структура полей жидких осадков за короткие интервалы времени. – Гидрометеиздат, Л., 1975, с.133
3. Арманд А.Д. Теория поля и проблема выделения геосистем. Вопросы географии, 1975, №98, с. 92-106.
4. Беккер А.А., Агаев Т.Б. Охрана и контроль загрязнения природной среды. – Л.: Гидрометеиздат, 1989. – 288 с.
5. Бефани А.Н., Иваненко А.Г. Водный баланс горных склонов. Труды УкрНИГМИ, 1967, вып. 69, с. 75-79.
6. Бефани А.Н. Основы теории ливневого стока. Часть II.- Труды ОГМИ, вып.XIV, Гидрометеиздат, Л., 1958, 309 с.
7. Бефани А.Н., Бефани Н.Ф., Иваненко А.Г., Позднякова В.Б., Тюхтя К.К. Экспериментальные исследования дождевого стока в Карпатах. – Труды Труды УкрНИГМИ, 1967, вып. 69, с. 3 – 32.
8. Бефани А.Н. Теоретическое обоснование методов исследования и расчета паводочного стока рек Дальнего Востока. – Тр. ДВНИГМИ, вып. 22, с. 124.
9. Бефани А.Н. Основы теории ливневого стока. Труды ОГМИ, вып.IV, 1949.- 39-175 с.
10. Бефани Н.Ф. Прогнозирование дождевых на основе территориально общих зависимостей. –Гидрометеиздат – Л. – 1977.-с. 182.
11. Бондаренко Л.М., Гонтарь Ю.В., Иванов М.С. О путях защиты водных объектов от загрязнения пестицидами и удобрениями. // Проблемы охраны вод. Вып. IV. – Изд. ВНИИВО-Харьков, 1974г.
12. Великанов М.А. Гидрология суши.-Гидрометеиздат, 1948 г.-526 с.
13. Виноградов Б.В. Космические методы изучения природной среды. – Изд-во „Мысль”, М., 1976, 281с.
14. Виснет Д.Р. Дистанционные наблюдения и их применение в гидрологии. – В кн. Грани гидрологии, Гидрометеиздат, Л., 1980, с. 53-78
15. Воскобойников Ю.Е., Преображенский Н.Г. и Седельников А.И. Математическая обработка эксперимента в молекулярной газодинамике.- Новосибирск:Наука.1984.-237с.
16. Географічна енциклопедія України (в 3-х томах. – Видавництво „Українська Радянська Енциклопедія” ім. М.П. Бажана, 1989р.
17. Гриб О.Н. Уточнение метода расчёта ежедневных расходов минеральных веществ на малых реках Крыма. -В сб. «Метеорологія, кліматологія та гідрологія» выпуск 49, 2006.-4с.

18. Горев Л.Н., Пелешенко В.И., Криничный В.В. Методика оптимизации природной среды обитания». -К.: Либідь, 1992р.,-528 с.
19. Григорьев А.А. Космическая индикация ландшафтов Земли. – Изд-во ЛГУ, 1975, 164с.
20. Доморяд А.П. Численные и графические методы решения уравнений .- В кн. Энциклопедия элементарной математики, Т.2. М.: Гос-техтеориздат. 1951.
21. Захарова М.В. Застосування кінематичної моделі для розрахунку руслового стоку води // Метеорологія, кліматологія та гідрологія. – 2005. – Вип.49.- С.469-477.
22. Иваненко А.Г. Расчет дождевых паводков на основе учета полей факторов дождевого стока. – Водные ресурсы, №4, 1986, с. 38 – 46
23. Исследования выноса минеральных удобрений с сельскохозяйственных угодий склоновым стоком// Тр. ГГИ, 1971.-Вып.-с. 176-196.
24. Каган Р.Л. Некоторые вопросы интерполяции осадкомерных данных. – Труды ГГО, 1967, вып. 208, Л., с. 64-75.
25. Константинов А.Р., Химин Н.М. Применение сплайнов и метода остаточных отклонений в гидрометеорологии.-Л.: Гидрометеиздат, 1983, - 183с.
26. Кондратьев К.Я., Рабинович Ю.И., Шульгина Е.М. Определение влажности и запасов продуктивной влаги в почве по микроволновому излучению. – Тр. ГГО, 1977, вып. 371.с. 3-11.
27. Кондратьев С.А. О Математическая модель стока, склоновой эрозии и выноса химических веществ с малых водосборов//Современное состояние малых рек СССР и пути их использования, сохранения и восстановления. –Л.: Гидрометеиздат,1991г.- с.61-80.
28. Кучмент Л.С., Демидов В.Н., Мотовилов Ю.Г. Формирование речного стока. – М.: Наука, 1983. – 216 с.
29. Лалыкин Н.В. О расчете скоростей добегаания.-Труды ОГМИ, вып.XV, 1958г.- с.73-87.
30. Лаукс Д., Стединжер Дж., Хейт Д. Планирование и анализ водохозяйственных систем. –Москва Энергоатомиздат, 1984.-400
31. Левковский С.С. Комплексное использование и охрана водных ресурсов СССР. Киев- Изд. «Вища школа». 1982г. -222 с.
32. Методические рекомендации по оценке выноса биогенных веществ поверхностным стоком.- М.,изд-во ВАСХНИЛ, 1985.-32с.
33. Нежиховский Р.А. Русловая сеть бассейна и процесс формирования стока воды . –Гидрометеиздат, 1971, 456 с.
34. Одум Ю. Основы экологии. М.- изд-во «Мир» , 1975, с.740.
35. Поляк И.И. Численные методы анализа наблюдений. – Гидрометеиздат, Л., 1975г., 210 с.
36. Румянцев В.А., Кондратьев С.А., Капотова Н.И., Ливанова Н.А.

- Опыт разработки и применения математических моделей бассейнов малых рек. – Л., Гидрометеиздат, 1985г.- 93 с.
37. М.Страшкраба, А.Гнаук. Пресноводные экосистемы. Математическое моделирование. –«Мир», 1989.-373 с.
38. Светличный А.А., Черный С.Г., Швебс Г.И. Эрозиоведение. Практические и прикладные аспекты. –Сумы: Университетская книга, 2004.-410 с.
39. Сысуев В.В. Моделирование процессов в ландшафтно-геохимических системах. – М.: Наука, 1986. – 301 с.
40. Тарасенко Г.С.Исследование релаксационных алгоритмов случайного поиска общего вида. – В кн.: Проблемы случайного поиска общего вида, вып.7, Рига, изд. Занатне, 1978,с.67-96.
41. Флейшман Б.С. Об имитационном и оптимизационном моделировании экосистем. –В сб.: Биофизические и математические методы исследования геосистем.- М.: Институт географии АН СССР 1978, с.51-60.
42. Червяков В.А. Картографическое понятие поля. –Доклады института географии Сибири и Дальнего Востока, №42, 1974.-6 с.
43. Шульгина Е.М. Радиотепловое зондирование земных покровов. За рубежом радиоэлектроника, 4/1993, спецвыпуск „Радиометеорология”, №4, 1973г.
44. Швебс Г.И. Формирование водной эрозии, стока наносов и их оценка. – Л.,Гидрометеиздат. 1974, 183с.
45. Davis H.H., Donigian J. Simulation nutrient movement// Trans. ASAE. 1979/ Vol. 22. - № 5. – P. 1081-1086.
46. Jorgensen S.E. Introduction – Ecological Modelling and Environmental Management. –in “Application of Ecological Modelling in Environmental Management, Part A”. Elsevier Scientific Publishing company Amsterdam, 1983
47. Snodgrass W.J. and O’Melia C.R. Predictive Model for Phosphorus in Lakes. Environmental Science and Technology, Vol. 9, No, 10, 1975.

Предметний покажчик

- Абстрагування 10, 11
- Абстракція 10
 - дедуктивна 10, 11
 - індуктивна 10, 11
- Адвентивне перенесення 27
- Аналіз чутливості 16
- Алгоритми 110, 112, 113, 114, 115, 116
 - водоутворення 112
 - схилового стоку 113
 - виносу стоку 114
 - води 114, 115
 - речовин 114, 115
 - наносів 115
 - скінчено різницевих методів 116
- Вербальна модель 11, 14, 19, 20, 21, 26
- Діалогова система 124
- Відносна похибка 16, 17
- Водна екосистема 11
- Динамічні моделі 31
- Дифузія 27
- Диференційне рівняння 25, 26, 31, 34, 35, 36, 37
 - перенесення 31
 - біохімічного споживання кисню 31, 34, 35, 36
 - зміни
 - біомаси водоростей 34
 - амонійного азоту 35, 36
 - нітратного азоту 35, 36
 - нітритного азоту 35, 36
 - фосфору ортофосфатів 36
 - біохімічного споживання кисню 36
 - концентрації розчиненого кисню 37
 - радіонуклідів 37
 - температури води 38
- Екосистема 11
- Згладжуючий кубічний сплайн 101
- Імітація 14, 16
- Кібернетика 19
- Кінематико - хвильова модель 79, 80, 86
 - Силового стоку 80

Змиву наносів 86
Коефіцієнт дифузії 25, 26, 27
Концепція 14
Модель 10, 11, 12, 13, 14, 23, 28, 48, 49, 52
 абстрактна 10
 вербальна 10, 11
 управління 12
 прогнозування 12
 гідродинамічна 14
 детерміністична 13
 екологічна 14
 якості 23
 міських стоків 48
 концентрації речовин в дощовому стоці 49
 сільськогосподарських стоків 63
Оптимізація 11, 15
Параметризація 14
Поля чинників виносу джерел забруднень 55, 57
Профіль концентрації 27
Навколишнє середовище 9
Системи 8, 9, 11
 ізольовані 9
 відкриті 9
 замкнуті 9
 реальні 11
Системний аналіз 8, 11, 12, 21
Скінченнорізницевий метод 29
Стаціонарна модель 24, 25, 30
Сумісний вплив 28
 адвекції 28
 дифузії 28
Формули 34, 35
 Михаеліс-Ментен 34, 35
 компонентних лімітів 34, 35
 росту зоопланктону 35

Іменний покажчик

Алексеев Г.О. 61
Армад А.Д. 57
Бефані А.М. 19, 116
Бефані Н.Ф. 131
Веліканов М.А. 20
Горєв Л.М. 96
Доморяд А.П. 118
Йоргенсен С.Е. 12
Криничний В.В. 96
Лаликін М.В. 129
Міхаеліс-Ментен 34
Ньютон І. 118
Пауелл 124
Пелешенко В.І. 96
Тарасенко Г.С. 124
Флейшман Б.С. 8
Флетчер 124

Навчальне видання

Іваненко Олександр Григорович

Математичне моделювання гідроекологічних систем

Навчальний посібник

Підп. до друку 12.12.06
Умовн. друк. арк. 9.53

Формат 60x84/16
Тираж 200

Папір офс.
Зам. №

Надруковано з готового оригінал-макета

Одеський державний екологічний університет
65016, Одеса, вул. Львівська, 15

О.Г. Іваненко

Математичне моделювання гідроекологічних систем

